von Rad *2* abheben, wäre es kleiner, so müßten die beiden Flanken ineinander eindringen. Daraus folgt:

$$r_1 \cdot \omega_1 \cdot \sin\alpha = r_2 \cdot \omega_2 \cdot \sin\beta\,,$$

$$\frac{r_1 \sin\alpha}{r_2 \sin\beta} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1'}{R_2'} = \text{konst.}$$

Daß diese Bedingung tatsächlich erfüllt ist, wenn die Normale in B durch den Schnittpunkt O der Wälzkreise mit der Mittenlinie geht, läßt sich durch Anwendung des Sinussatzes auf die Dreiecke M_1BO und M_2BO zeigen. In ihnen kehren die Winkel α und β der Geschwindigkeitsdreiecke, α als Außenwinkel, wieder, da entsprechende Schenkel der Winkel aufeinander senkrecht stehen. Unter Einführung des Winkels γ zwischen der Normalen und der Mittenlinie ist nun im Dreieck M_1BO:

$$\frac{\sin(180^0 - \alpha)}{\sin\gamma} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{R_1'}{r_1}\,,$$

im Dreieck M_2BO:

$$\frac{\sin\beta}{\sin(180^0 - \gamma)} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{R_2'}{r_2}\,.$$

Durch Division wird:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{R_1'}{r_1}\,\frac{r_2}{R_2'}$$

oder wie oben:

$$\frac{r_1}{r_2}\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{R_1'}{R_2'}\,.$$

Da nun R_1' und R_2' die Wälzkreishalbmesser sind, ist der Schnittpunkt O der Normalen auf den Zahnflanken gleichzeitig derjenige der Wälzkreise mit der Mittenlinie.

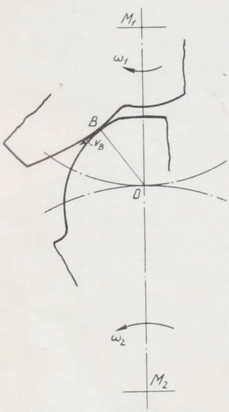

Abb. 1828. Zum Beweis des Grundgesetzes auf kinematischem Wege.

Das Grundgesetz läßt sich auch sehr einfach auf kinematischem Wege ableiten. Der augenblickliche Drehpol für die Bewegung eines der beiden Räder, bezogen auf das andere, ist wegen des Abrollens der Wälzkreise ihr Berührungspunkt O, Abb. 1828. Dadurch ist die Richtung der Geschwindigkeit v_B des Punktes B, in dem die Berührung der Zahnflanken augenblicklich stattfindet, bezogen auf den Drehpol O, durch die Senkrechte zum Polstrahl OB gegeben. Sollen nun die Zahnflanken nicht ineinander eindringen oder sich voneinander abheben, so muß diese Geschwindigkeit tangential zu beiden Zahnflanken gerichtet sein; mit anderen Worten: BO muß die gemeinsame Normale der Zahnflanken im Berührungspunkt sein und durch den Wälzpunkt O gehen.

Die absolute Geschwindigkeit v_2 des Punktes B als Punkt des Rades *2* folgt aus der geometrischen Addition der Geschwindigkeiten v_B und der Polgeschwindigkeit v.

(Die allgemeine Form des Verzahnungsgesetzes lautet: Die Normalen in den Berührungspunkten der Zahnflanken müssen durch die Wälzlinie, das ist die Berührungslinie der Wälzkörper, gehen.)

Unmittelbar auf dem Gesetz beruht das Verfahren von Poncelet zur Bestimmung der Zahnflankenform eines Stirnrades, wenn die Gegenflanke gegeben ist. In Abb. 1829 sei die Flanke a_1Ob_1 des Rades *1* in der Lage gezeichnet, daß sie durch den Wälzpunkt O geht. Die Normale in einem beliebigen Punkte c_1 treffe den zugehörigen Wälzkreis in d_1. Nach dem Grundgesetz wird c_1 der Verzahnung mit dem Gegenprofil in Berührung kommen, wenn sich Rad *1* so weit gedreht hat, daß d_1 nach O gelangt ist, wenn also die Flanke die Lage $a'c'b'$ angenommen hat. Dann ist aber c' auch ein Punkt der gesuchten