

Thomas Murauer, BSc

**Optimierung eines Prüfverfahrens zur Messung von Wärmeleitfähigkeiten
von schnelldrehenden Wälzlagern im Vakuum**

MASTERARBEIT

Zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Wirtschaftsingenieurwesen-Maschinenbau

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer

Dipl.-Ing. Peter Haidl

Dipl.-Ing. Armin Buchroithner

Beurteiler

Ass. Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Michael Bader

Institut für Maschinenelemente und Entwicklungsmethodik

Graz Juli 2016

EIDESSTÄTLICHE ERKLÄRUNG

AFFIDAVIT

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.

Datum/Date

Unterschrift/Signature

Kurzfassung

Diese Arbeit befasst sich mit dem Thema der Wärmeleitung in Wälzlagern. Es ist möglich die Eigenschaften hinsichtlich Wärmeübertragung in Wälzlagern unter dem Begriff Wärmeleitwert quantitativ zu erfassen. Jene Thematik ist in der Literatur noch wenig beschrieben und sogar Wälzlagerhersteller können dazu nur pauschale Wertebereiche, unabhängig von Lagertyp und Betriebsparameter, angeben.

In speziellen technischen Anwendungen, wie zum Beispiel schnelldrehender Schwungrad-Energiespeicher in denen der Rotor als Elektromaschine aufgebaut ist, muss festgestellt werden durch welche Transportmöglichkeiten die Verlustwärme im Rotor abgeführt werden kann. Die Konvektion fällt aufgrund des Unterdruckes im Schwungradgehäuse nur marginal aus. Als letzte Wärmeübertragungsmöglichkeiten bleiben Wärmestrahlung und Wärmeleitung über das Lager. Wärmestrahlung kann erst bei hohen Temperaturen nennenswerte Leistungen übertragen. Dies setzt jedoch die Festigkeit des Rotormaterials herab, wodurch die Energiedichte des Schwungrades sinkt. Somit ist es in dieser Anwendung von großer Bedeutung den möglichen Wärmestrom über das Lager bestimmen zu können.

Im Verlauf dieser Masterarbeit wird der, am Institut für Maschinenelemente und Entwicklungsmethodik, vorhandene Prüfstand zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit verbessert, wiederaufgebaut und betrieben. Im Aufbau wurden systematische Fehler aufgezeigt und korrigiert.

Ausgehend von einer Berechnung der inneren Kräfte im Wälzlager, werden die *Hertzschen* Kontaktflächen bestimmt. Diese dienen als Grundlage für analytische Wärmeleitungsmodelle. Schlussendlich werden die Messergebnisse des Prüfstandes mit den Ergebnissen der analytischen Modelle verglichen.

Abstract

This master thesis investigates heat conduction in ball bearings. It is possible to quantify this property in a measurable value called thermal conductivity. This topic is poorly described in literature and even the bearing manufacturers can only estimate a range, independent of bearing type and operating parameters.

In some technical applications like flywheel energy storage systems it is very important to quantify the possible ways of heat transportation, due to the rotor's power dissipation. Since the flywheel operates inside a vacuum housing, heat transfer via convection is minimal. To transport enough heat through radiation the rotor has to operate at high temperatures, this leads to decreased material strength which is unwanted. The last possible way to transfer heat from the rotor is the ball bearing as it is the only junction to the housing. Now it is evident to calculate a possible heat flow through the bearing.

In this thesis an existing test rig to determine the thermal conductivity of a ball bearing is improved, rebuilt and operated. Improvements are achieved by considering the radiation in the heat flux calculation, and better positioning of thermal sensors.

Furthermore, a calculation of the bearing's inner forces is done to estimate the *Hertzian* contact zone. This is area is the base for analytical models to predict the bearing's thermal conductivity. Finally, the theoretical models get compared to the measured values.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Zielsetzung	1
1.1	Einleitung.....	1
1.2	Zielsetzung.....	2
1.3	Vorgehensweise	3
2	Ermittlung eines Wärmeleitmodelles.....	4
2.1	Festlegung der auftretenden Wärmeströme	4
2.2	Theoretisches Ersatzmodell	6
2.3	Praktisches Ersatzmodell für die messtechnische Auswertung	7
2.4	Indirekte Einflussfaktoren auf den Wärmewiderstand	8
3	Analytische Berechnung eines Wärmewiderstandes.....	9
3.1	Wärmewiderstand der Lagerringe	10
3.2	Wärmewiderstandsmodelle der Wälzkörper	11
3.2.1	Modell nach <i>Yovanovich</i>	11
3.2.2	Plane Wall Model	14
3.2.3	Modell nach <i>Bairi et al.</i> und <i>Bejan A.</i>	15
3.3	Wärmewiderstand Fugen.....	19
3.4	Conclusio	20
3.5	Ermittlung Kontaktellipse.....	20
3.5.1	Kräfte-situation am statischen Wälzlager.....	21
3.5.2	Kräfte-situation dynamisch.....	26
3.5.3	Lösungsalgorithmus/ Anwendung auf Lager <i>SKF 71908 CD P4A</i>	33
3.6	Ergebnisse.....	36
3.6.1	Betriebsdruckwinkel.....	37
3.6.2	Kontaktflächen	37
3.6.3	Kontaktkräfte.....	38
3.6.4	Axiale Verschiebung	39

4	Analyse des Prüfstandes.....	40
4.1	Konzept zur Bestimmung eines Wärmeleitwertes.....	40
4.2	Mechanischer Aufbau des Prüfstandes.....	41
4.2.1	Messstellen.....	41
4.3	Bestimmung des Wärmeleitwertes aus den Messwerten	43
4.3.1	Ermittlung des austretenden Wärmestromes.....	43
4.3.2	Ermittlung eintretender Wärmestrom	44
4.3.3	Bestimmung des Wärmeleitwertes.....	48
4.4	Verwendete Hardware	48
4.4.1	Leistungsfrequenzgenerator	49
4.4.2	Frequenzgenerator	50
4.4.3	Kühlsystem	51
4.4.4	Messdatenaufnehmer	51
5	Messungen	53
5.1	Messfehler	54
5.1.1	Messungenauigkeit austretender Wärmestrom	55
5.1.2	Messungenauigkeit eintretender Wärmestrom	55
5.1.3	Messgenauigkeit Wärmeleitwert	56
5.2	Prüfparameter	56
5.2.1	Fettfüllmenge	56
5.2.2	Vorspannung	57
5.2.3	Zusammenfassung aller Prüfparameter	58
5.3	Inbetriebnahme des Prüfstandes	58
5.3.1	Messrauschen.....	58
5.3.2	Abweichung der Temperatur des Lageraußenringes	60
5.4	Messergebnisse mit kontinuierlicher Aufzeichnung	63
5.5	Messwerte bei diskreter Aufzeichnung.....	65
5.5.1	Vorspannung 50N.....	65

5.5.2	Vorspannung 160N.....	66
5.5.3	Vorspannung 420 N.....	66
5.5.4	Vorspannung 740 N.....	67
5.5.5	Vorspannung 1070 N.....	68
5.5.6	Vergleich bei unterschiedlichen Drücken.....	69
5.5.7	Statische Messergebnisse	70
5.5.8	Vergleich der Vorspannungen.....	71
5.6	Abweichungsanalyse	72
5.7	Vergleich mit den vorgegangenen Arbeiten	75
6	Zusammenfassung.....	76
7	Ausblick.....	77
8	Literaturverzeichnis.....	80

1 Einleitung und Zielsetzung

1.1 Einleitung

Wälzlager sind häufig verwendete Bauteile in technischen Anwendungen. In vielen Fällen geraten ihre Eigenschaften bezüglich Wärmeleitung in den Hintergrund. Dies ist oftmals zulässig, da konvektive Wärmetransporte die Temperaturen des Lagers und der Bauteile in Grenzen halten. In Fällen wo dieser Wärmetransport jedoch nicht oder nur in kleinem Maße vorhanden ist, muss die Wärme über das Lager, als einzige Verbindungsstelle zum Gehäuse, geführt werden.

Als konkretes Beispiel, in denen der Wärmeübergang durch das Lager von Bedeutung ist, dienen Schwungrad-Energiespeicher. Vor allem dann, wenn die Schwungradmasse gleichzeitig als Rotor der Elektromaschine dient. Da der Rotor um Strömungsverluste zu minimieren häufig im Vakuum läuft, scheidet die Konvektion als Kühlmechanismus aus. Um Größenordnungen der Verluste in Schwungradspeichern zu präsentieren wird hier ein kurzes Beispiel gezeigt.

In (Tsao 2003) wird der Aufbau eines Schwungradspeichers, in dem der Rotor/ Schwungradmasse als Homopolarmotor aufgebaut ist, beschrieben. Die Eckdaten des in dieser Arbeit (Tsao 2003) aufgebauten Schwungrades sind 30 kW Peakleistung und 130 Wh Energieinhalt bei 36 kg Rotormasse. Nun wurden in dieser konkreten Anwendung die maximalen Verluste im Rotor mit 300 W abgeschätzt (1% der Ausgangsleistung). In Abbildung 1 ist nun die abgegebene Wärmestrahlung über die Rotortemperatur dargestellt. Es ist sichtbar, dass die abgegebene Verlustwärme den Rotor auf etwa 320 °C erhitzen würde. Diese hohen Temperaturen reduzieren die Belastbarkeit des Rotormaterials und setzen somit die zulässige Drehzahl, beziehungsweise den erreichbaren Energieinhalt, herab. Von den zusätzlichen Anforderungen an die Lagerung wird dabei noch abgesehen.

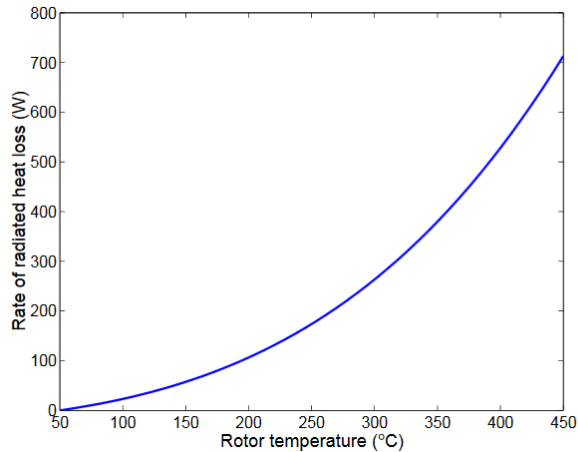


Abbildung 1: Rotortemperatur im Strahlungsgleichgewicht (Tsao 2003, S. 15)

Da im Maschinenbau das generelle Bestreben herrscht die Leistungs-, Energiedichte zu erhöhen (siehe zum Beispiel Downsizing von Fahrzeugmotoren) führt dies nun im Falle des Schwungradspeichers zu Problemen, da die Drehzahlen, um gute Energiedichten zu erhalten, möglichst hochgehalten werden müssen. Um jetzt die maximalen Drehzahlen errechnen zu können muss die Wärmeleitfähigkeit der Wälzlager bekannt sein. Diese wird in der Literatur nur unzureichend beschrieben und auch die Hersteller der Wälzlager können keine genauen Angaben machen. Deshalb wurde an der TU Graz ein Prüfstand aufgebaut und betrieben, welcher die Wärmeleitfähigkeit bestimmen kann. Dies wurde bereits in den Arbeiten von (Haidl 2014), (Kopeinig 2012), (Langeder 2015) und (Riepan 2012) beschrieben. Die Hauptaugenmerke lagen bisher primär auf der Konstruktion des Prüfstandes.

1.2 Zielsetzung

In dieser Arbeit soll nun der vorhandene Prüfstand wiederaufgebaut und in Betrieb genommen werden. Dabei soll mit den Erfahrungen der vorgegangenen Arbeiten Verbesserungen durchgeführt werden. Wobei das vorhandene Messsystem und der Prüfaufbau kritisch betrachtet werden sollen, um eventuelle systematische Fehler vorzeitig zu erkennen. Angenommene systematische Fehler werden durch Berechnungen korrigiert. Das vorhandene Prinzip des Prüfstandes soll nicht mehr verändert werden. Der Prüfstand ist in Abbildung 2 dargestellt.

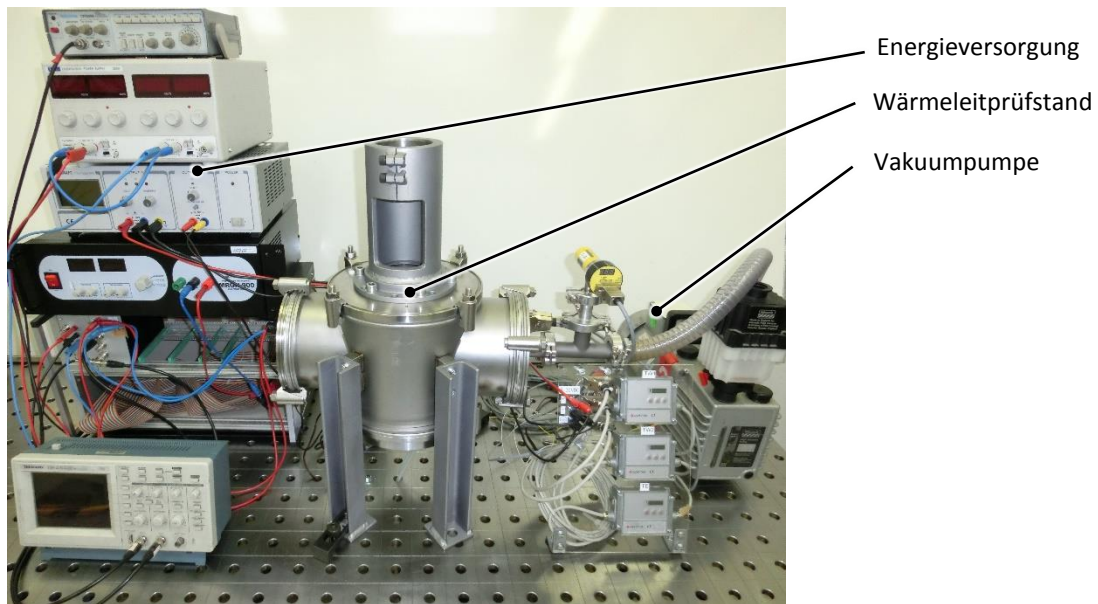


Abbildung 2: Prüfstand zur Bestimmung der Wärmeleitung in Wälzlagern

Weiters soll ein LabVIEW Programm entwickelt werden, welches es ermöglicht die Messreihen zu automatisieren. Durch die Variation von Parametern soll nun eine Vielzahl an Messwerten aufgezeichnet werden. Auf Basis dieser Messdaten soll eine Parameterstudie durchgeführt werden. Im nächsten Schritt sollen die Messwerte mit bestehenden Berechnungsmodellen verglichen werden. Damit können eventuelle Diskrepanzen zwischen Theorie und Praxis aufgezeigt werden.

1.3 Vorgehensweise

- Analyse der vorgegangenen Diplomarbeiten und Bachelorarbeiten siehe (Haidl 2014), (Kopeinig 2012) und (Langeder 2015). Sowie Recherche von weiteren Veröffentlichungen zum Thema Wärmeübergang in Wälzlagern.
- Aufbau des Prüfstandes und Prüfung der Sensorik, inklusive Literaturrecherche zum Thema Temperaturmessung.
- Genauere Betrachtung der Kraftsituation im Wälzlager und Anwendung von bestehenden Wärmeleitungsmodellen.
- Durchführen von Messreihen und Vergleich der Wärmeleitungsmodelle mit den Messreihen.

2 Ermittlung eines Wärmeleitmodelles

In diesem Kapitel wird kurz dargestellt, welche Größen die Wärmeleitung direkt bestimmen und welche Größen auf die Wärmeleitung indirekt Einfluss nehmen. Generell ist anzumerken, dass der Wärmeübergang eines Wälzlagers stark von der Art der Schmierung abhängt. In dieser Arbeit sind nur fettgeschmierte Wälzlager im Vakuum von Relevanz. Dabei wird angenommen, dass kein Schmiermittelstrom in das Lager ein- und austritt.

2.1 Festlegung der auftretenden Wärmeströme

Zunächst werden die auftretenden Wärmeströme erfasst, dies erfolgt analog zu (D. D. Takeuchi 2004, S.5).

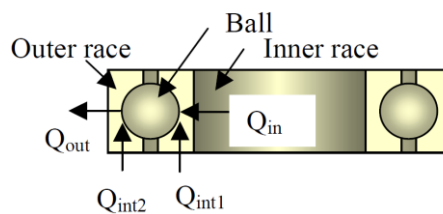


Abbildung 3: Darstellung auftretender Wärmeströme vgl. (D. D. Takeuchi 2004, S.5)

In Abbildung 3 ist schematisch ein Wälzlager dargestellt. Von der Welle kommend fließt nun der Wärmestrom Q_{in} durch das Lager. Diese Flussrichtung wäre typisch für Schwungradspeicher in denen sich der Rotor erwärmt und das Gehäuse über Konvektion an die Umgebung gekühlt ist.

Es wird angenommen, dass die Reibungsverluste Q_{int1} und Q_{int2} an den Kontaktstellen von Kugel zu den Lagerringen entstehen. Am Lagerkäfig entstehende Reibung wäre in Abbildung 3 Q_{int2} zuzurechnen. Schlussendlich ergibt sich Gl. 1

$$Q_{out} = Q_{in} + Q_{int1} + Q_{int2} \quad \text{Gl. 1}$$

Um ein Modell zur Bestimmung eines Wärmewiderstandes festlegen zu können, müssen sämtliche Wärmetransporte im fettgeschmierten Wälzlager bestimmt werden. Es wurden dahingehend folgende Möglichkeiten identifiziert (vgl. Abbildung 4).

In den Lagerringen:

- Wärmeleitung Q_λ

Zwischen Lagerringen:

- durch Massentransport im Wälzkörper $Q_{Wälzk}$
- durch Massentransport durch Schmiermittel Q_{Schm}
- durch Wärmeleitung im Wälzkörper Q_λ
- durch Konvektion Q_{Luft}
- durch Wärmestrahlung Q_{Str}

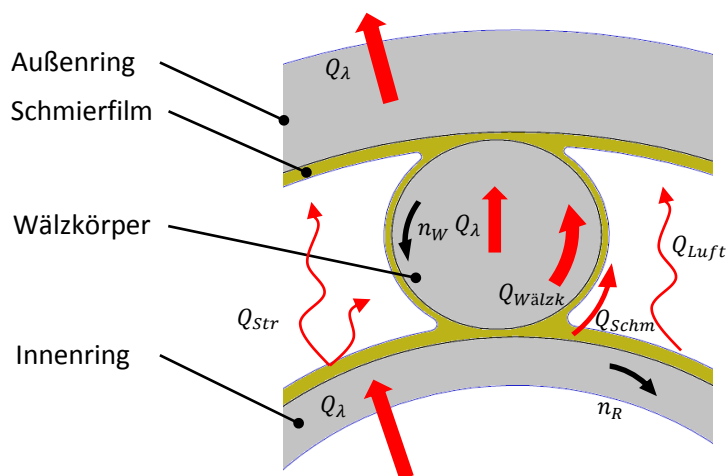


Abbildung 4: Wärmetransporte im fettgeschmierten Wälzlager

Zu Abbildung 4 ist anzumerken, dass die Schmierfilmdicke in den Kontaktpunkten von Wälzkörper und Lagerring in der Grafik stark überzeichnet ist.

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird der Wärmetransport durch Schmierstoff nicht mehr berücksichtigt werden, dieses Themenfeld würde den inhaltlichen Rahmen dieser Masterarbeit übersteigen. Konvektion durch Luftströmung wird ebenfalls vernachlässigt, da prinzipiell nur Wärmewiderstände im Vakuum von Interesse sind. Weiters wird angenommen, dass die Temperaturdifferenzen zwischen Innenring und Außenring beziehungsweise Wälzkörper zu gering sind, um nennenswerte Wärmetransporte durch Wärmestrahlung zu erhalten. Somit wird in der weiteren theoretischen Betrachtung des Wärmewiderstandes von Wälzlagern im Vakuum davon ausgegangen, dass die gesamte Wärme durch die Wälzkörper transportiert werden muss.

2.2 Theoretisches Ersatzmodell

Zur Berechnung der Wärmewiderstände wird die Analogie zu elektrischen Stromkreisen verwendet. In einem Stromkreis verursacht ein Strom I der durch einen Widerstand R fließt einen Spannungsabfall U . In einen thermischen Kreislauf verursacht ein Wärmestrom Q über einen Wärmewiderstand R_{th} einen Temperaturabfall ΔT .

Da die auftretenden Wärmeströme in Punkt 2.1 identifiziert wurden, wird nun ein Ersatzmodell für einen thermisch stationären Zustand erstellt. Als thermisch stationär gilt hierbei, dass sich die innere thermische Energie der betrachteten Bauteile (Lagerringe und Wälzkörper) nicht mehr ändert. In diesem Fall ist der in das Bauteil eingehende Wärmestrom gleich dem Austretenden.

Im stationären Fall kann nun ein vereinfachtes thermisches Modell eines Wälzlagers gebildet werden; sodass es sich analog zu einer Serienschaltung von elektrischen Widerständen verhält, siehe Abbildung 5.

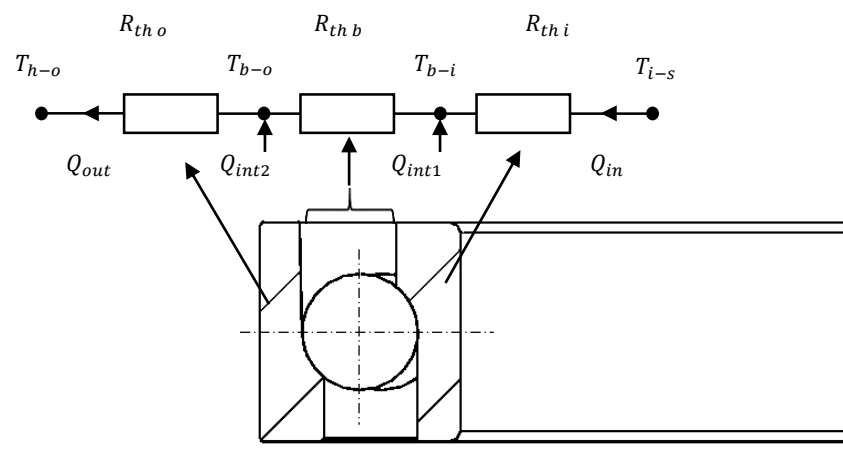


Abbildung 5: Thermisches Modell Wälzlager

In Abbildung 3 beschreiben nun $R_{th,o}$ und $R_{th,i}$ den Wärmewiderstand von Lageraußenring und Lagerinnenring. $R_{th,b}$ bezeichnet den Gesamtwiderstand des Volumens zwischen den Lagerringen. Dieser Widerstand bestimmt sich in dieser Arbeit ausschließlich durch die Wärmetransportmöglichkeit der Wälzkörper.

Die Temperaturen T_{i-s} , T_{b-i} , T_{b-o} und T_{h-o} entsprechen den Temperaturen an den Kontaktflächen, beginnend bei Kontaktfläche Lagerinnenring-Welle bis zur Berührfläche Gehäuse-Lageraußenring.

In einem Versuchsaufbau sind die Temperaturen T_{h-o} und T_{i-s} besser zu bestimmen als T_{b-i} und T_{b-o} . Die letztgenannten zwei Temperaturen entsprechen den Temperaturen der Kontaktfläche Wälzkörper mit Innenlaufbahn und Außenlaufbahn. Diese Größen können nur rechnerisch abgeschätzt werden.

2.3 Praktisches Ersatzmodell für die messtechnische Auswertung

Um einen Wärmeleitwert eines Wälzlagers unter bestimmten Betriebsparametern bestimmen zu können, wird ein Aufbau benötigt welcher eine Variation von gewissen Parametern zulässt. In diesem Aufbau müssen nun die Größen bestimmt werden die zur Errechnung des Wärmeleitwertes notwendig sind. Abbildung 6 zeigt eine typische Wälzlagerung, ebenfalls eingetragen sind die, zur Bestimmung eines Wärmeleitwertes, messbaren Größen, Q_{in} , Q_{out} , T_{i-s} , T_{o-h}

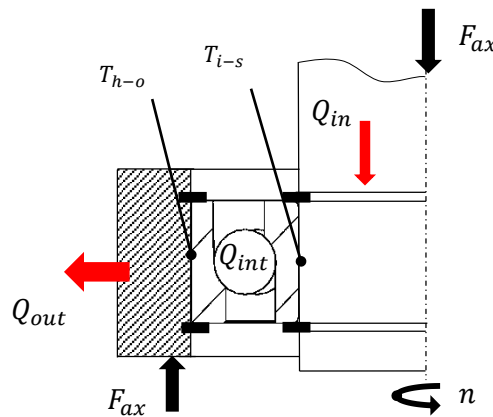


Abbildung 6: Typischer Aufbau Wälzlagerung

Da innerhalb des Lagers keine Temperatursensoren, oder Wärmeströme ermittelt werden können, ist es ersichtlich, dass messtechnisch nur der Gesamtwiderstand des Lagers ermittelt werden kann. Durch die inneren Wärmequellen Q_{int1} und Q_{int2} ist es jetzt nötig den Widerstand auf einen Wärmestrom Q_{rech} zu beziehen (siehe Abbildung 7).

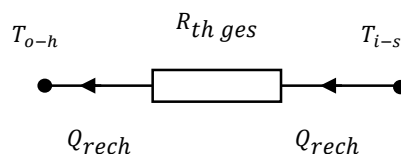


Abbildung 7: Thermisches Modell für experimentelle Wärmewiderstands Ermittlung

Als Bezugswärmestrom wird analog zu (D. D. Takeuchi 2004, S.5) gewählt: Gl. 2

$$Q_{rech} = \frac{1}{2}(Q_{in} + Q_{out}) \quad \text{Gl. 2}$$

Unter Verwendung der Analogie zum Ohmschen Gesetz in elektrischen Stromkreisen kann mit Gl. 2 der Gesamtwiderstand $R_{th\,ges}$ bestimmt werden. Siehe Gl. 3.

$$R_{th\,ges} = 2 \frac{T_{i-s} - T_{h-o}}{Q_{in} + Q_{out}} \quad \text{Gl. 3}$$

2.4 Indirekte Einflussfaktoren auf den Wärmewiderstand

Als *direkte Einflussfaktoren* wurden die Temperaturdifferenz zwischen den Lagerringen und die Wärmeströme erfasst. Als *indirekte Einflussfaktoren* werden jene verstanden, die auf die *direkten Einflussfaktoren* einwirken. (Langeder 2015, S. 8 f.)

- Drehzahl
 - Konvektive Eigenschaften des umgebenden Mediums
 - Gasströmung im Lager
 - Fettverteilung im Lager
 - Schwingungen → mögliche Umverteilung des Fettes
- Vorspannung
 - Hertzsche Kontaktfläche
 - Steifigkeit des Systems, Resonanz, Schwingungen
- Umgebungsdruck
 - Konvektive Eigenschaften des umgebenden Mediums
 - Strömungswiderstand im Lager
- Temperatur
 - Viskosität des Grundöles
 - Wärmeleitwert des Wälzlagermaterials
- Schmierung
 - Viskosität des Grundöles
 - Fett oder Öl, Additive
 - Thermische Eigenschaften (Dichte, spezifische Wärmekapazität, Wärmeleitwert)
- Material des Wälzlagers
 - Elastizitätsmodul
 - Wärmeleitwert, Dichte, spezifische Wärmekapazität
- Typ/ Größe des Wälzlagers
 - Linienkontakt, Punktkontakt

- Wälzkörpergeometrie
- Käfigbauart (Konvektion an Umgebungsmedium)

Diese Aufzählung zeigt die große Anzahl an Parametern die möglicherweise Einfluss auf die Wärmeleitfähigkeit besitzen. Es ist deshalb notwendig die Zahl der untersuchten Parameter zu reduzieren, siehe dazu Kapitel 5.

3 Analytische Berechnung eines Wärmewiderstandes

Abbildung 5 zeigt den in dieser Arbeit verwendeten Modellansatz, dieser zeigt den Wärmewiderstand eines Wälzlagers als Serienschaltung von drei Wärmewiderstände. Als Grundlage des Wärmetransportes dienen dabei die Bauteile

- Lagerinnenring
- Lageraußenring
- Wälzkörper

Nun können diese drei Bauteile beziehungsweise der untereinander bestehende Kontakt, als Basis zur Berechnung der Wärmewiderstände herangezogen werden. Für technische Anwendungen sind zusätzlich zu diesen Widerständen noch Kontaktwiderstände an den Übergängen von Welle und Lagerinnenring, sowie Gehäuse und Lageraußenring vorhanden. Diese Thematik wird in Kapitel 3.3 noch näher beschrieben werden.

3.1 Wärmewiderstand der Lagerringe

Bei den Lagerringen handelt sich bei grundsätzlicher Betrachtungsweise um hohlzylindrische Bauteile. Diese Geometrie erlaubt es schnell einen Wärmewiderstand zu errechnen. Jedoch ist bei genauerer Betrachtung nicht das gesamte Material des Lagerringes für die Wärmeleitung von Bedeutung. Die Breite der Laufbahn ist geringer als die Breite mit der der Lagerring auf der Welle oder im Gehäuse sitzt. Durch diese Tatsache ist der Wärmestrom nicht rein radial gerichtet, dies macht das exakte analytische Berechnen des Wärmewiderstandes schwierig. Als Abhilfe kann eine hohlzylindrische Ersatzgeometrie gewählt werden. (vgl. (Baalmann 1994, S.45 f.))

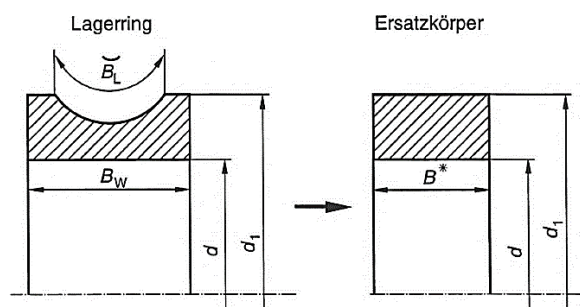


Abbildung 8: Ersatzgeometrie Lagerringe für Wärmewiderstand (Baalmann 1994, 45)

Abbildung 8 zeigt nun den Übergang von einem realen Lagerring zu einem Ersatzkörper, welcher den tatsächlichen Wärmewiderstand besser beschreibt. Die reduzierte Breite B^* erhält man nach Gl. 4.

$$B^* = \frac{B_W + B_L}{2} \quad \text{Gl. 4}$$

Der Wärmewiderstand eines Lagerringes wird nach Gl. 5 beschrieben.

$$R_{th} = \frac{\ln\left(\frac{d_1}{d}\right)}{2 * \pi * \lambda * B^*} \quad \text{Gl. 5}$$

Wobei λ dem Wärmeleitwert des Werkstoffes entspricht.

Diese Ansätze werden nun auf das Wälzlager 71908 CD P4A angewendet. (Parameter sind in Kapitel 3.5.3.1 dargestellt)

Zur Berechnung von Gl. 4 und Gl. 5 werden noch die Lagerbreite und die Ringdicken benötigt. Wird der Lagerinnenring betrachtet so ist die Lagerbreite $B_W = 12 \text{ mm}$ und der äußere Ringdurchmesser $d_1 = 47,1 \text{ mm}$. Die Bogenlänge am Innenring beträgt $B_L = 11,3 \text{ mm}$. Somit ergibt sich nach Gl. 4 eine Ersatzbreite von $B^* = 11,8 \text{ mm}$. Der Wärmeleitwert des Lagerinnenringes $G_i = \frac{1}{R_{th,i}} = 14,9 \text{ W/K}$.

3.2 Wärmewiderstandsmodelle der Wälzkörper

Es werden hier verschiedene Modelle zur Berechnung des Wärmewiderstandes beschrieben und verglichen. Diese Modelle berücksichtigen nur die Wärmetransportmöglichkeit durch die Wälzkörper. Den Modellen ist gemein, dass sie von einer *Hertzschen* Berührfläche ausgehen (siehe Abbildung 9), sie gelten nur für ungeschmierte Lager.

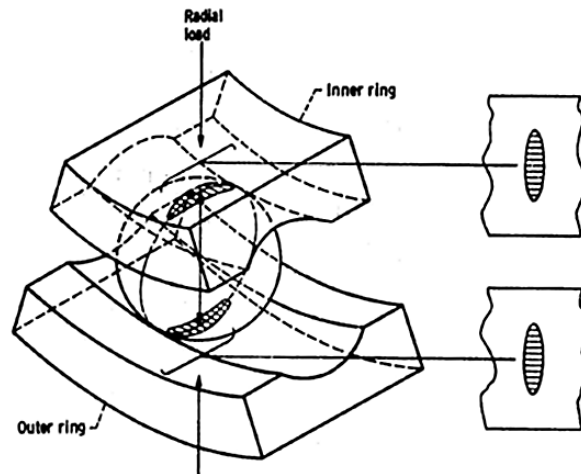


Abbildung 9: Kontaktflächen in einem Kugellager (Hamrock, Ball Bearing Mechanics 1981)

3.2.1 Modell nach Yovanovich

In (Yovanovich 1970) wird ein analytischer Ansatz zur Berechnung des Wärmewiderstandes von sich berührenden metallischen Paraboloiden beschrieben. Prinzipiell handelt es sich um einen Berechnungsansatz für stillstehende Wälzlager. Es wird davon ausgegangen, dass die Kontaktfläche (*Hertzsche* Kontaktfläche) perfekt glatt ist.

Die Grundlage der Berechnung liefert die *Laplace* Gleichung, Gl. 6:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad \text{Gl. 6}$$

Wobei folgende Randbedingungen erfüllt sein müssen:

Innerhalb des *Hertzschen* Kontaktbereiches Γ ist die Temperatur konstant Gl. 7:

$$T(x, y, 0) = T_0 \text{ innerhalb } \Gamma \quad \text{Gl. 7}$$

Außerhalb der *Hertzschen* Kontaktfläche Γ ist kein Wärmefluss gegeben Gl. 8:

$$\left[\frac{\partial T(x, y, z)}{\partial z} \right]_{z=0} = 0 \text{ außerhalb } \Gamma \quad \text{Gl. 8}$$

Hierbei handelt es sich um gemischte Randbedingungen, diese erschweren eine analytische Lösung. Durch die Überführung in ellipsoidische Koordinaten kann dieses Problem jedoch analytisch gelöst werden (siehe (Yovanovich 1970, S.343)).

Diese Ansätze können nun zur Berechnung eines Wärmewiderstandes für einen *Hertzschen* Kontakt in Wälzlager verwendet werden. Wobei sich für ein Wälzlager bzw. für den Wälzkörper ein thermisches Ersatzmodell nach Abbildung 10 ergibt.

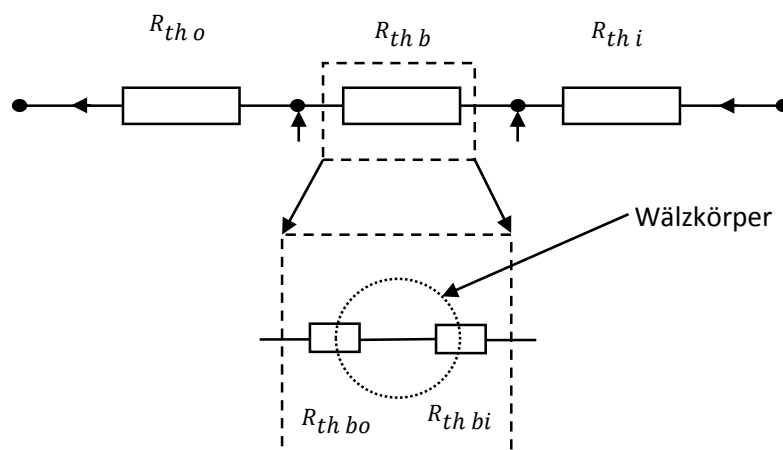


Abbildung 10: Thermisches Ersatzmodell eines Wälzkörpers bei Anwendung des Yovanovich Modells

Der Wärmewiderstand $R_{th bi}$ errechnet sich nach Gleichung Gl. 9. $R_{th bi}$ berücksichtigt die Verengung des wärmeleitenden Querschnittes Lagerinnenringseitig auf die Hertzsche Kontaktfläche und von dieser Fläche aus die Querschnittserweiterung in den Wälzkörper.

$$R_{th bi} = \frac{\psi_i}{4\lambda_1 a_i} + \frac{\psi_i}{4\lambda_2 a_i} \quad \text{Gl. 9}$$

Analog dazu der Wärmewiderstand $R_{th bo}$ (Gl. 10):

$$R_{th bo} = \frac{\psi_o}{4\lambda_3 a_o} + \frac{\psi_o}{4\lambda_2 a_o} \quad \text{Gl. 10}$$

Wobei es sich bei λ_1, λ_2 und λ_3 um die Wärmeleitfähigkeit von Innenring, Wälzkörper und Außenring handelt. a_i, a_o entspricht den Hauptachsen der Kontaktellipsen. ψ ist ein geometrischer Faktor der sich nach Gl. 11 ergibt.

$$\psi = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \theta}} \quad \text{Gl. 11}$$

Der Modul κ des elliptischen Integrals 1. Art in Gl. 11 errechnet sich nach Gl. 12

$$\kappa = 1 - \frac{b^2}{a^2} \quad \text{Gl. 12}$$

Zur Berechnung von ψ_i müssen für κ nun die Halbachsen (a, b) der Ellipsen der Kontaktfläche von Wälzkörper und Lagerinnenring verwendet werden. Analog für ψ_o die Halbachsen der Kontaktfläche von Wälzkörper und Lageraußenring.

Der gesamte Wärmewiderstand der Wälzkörper ergibt sich nun nach Gl. 13

$$R_{th\ b} = \frac{1}{Z} (R_{th\ bo} + R_{th\ bi}) \quad \text{Gl. 13}$$

Wobei Z der Anzahl der Wälzkörper entspricht.

Abbildung 11 zeigt den Wärmeleitwert dieses Modelles für das Wälzlagers 71908 CD P4A in Abhängigkeit von der axialen Belastung. Der Wärmeleitwert verhält sich proportional zu, $G_{b,Yov} \sim \sqrt[3]{F_{ax}}$. Es sei hier nochmals erwähnt, dass dieses Modell nur für ungeschmierte stillstehende Wälzlagerungen gilt.

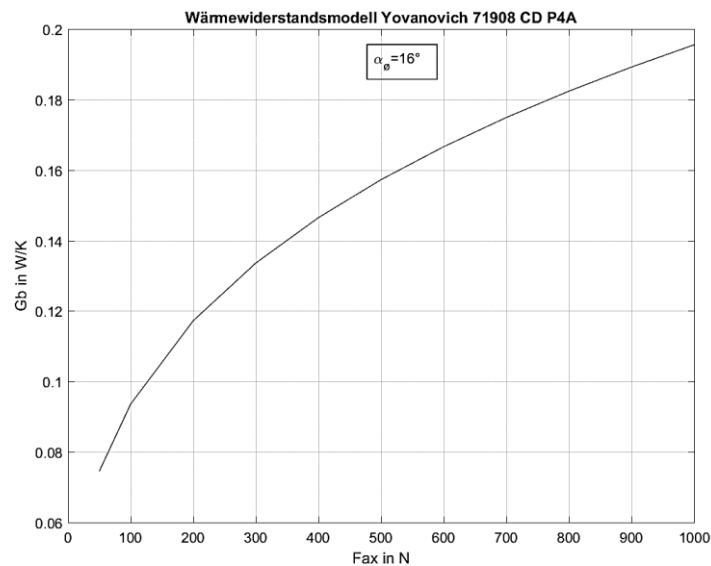


Abbildung 11: Wärmeleitwert nach Yovanovich

In (Yovanovich 1970) wurde ein Vergleich dieses Modelles mit Messungen angestellt, dabei erreichte die Theorie gute Übereinstimmungen mit den Messwerten, siehe Abbildung 12

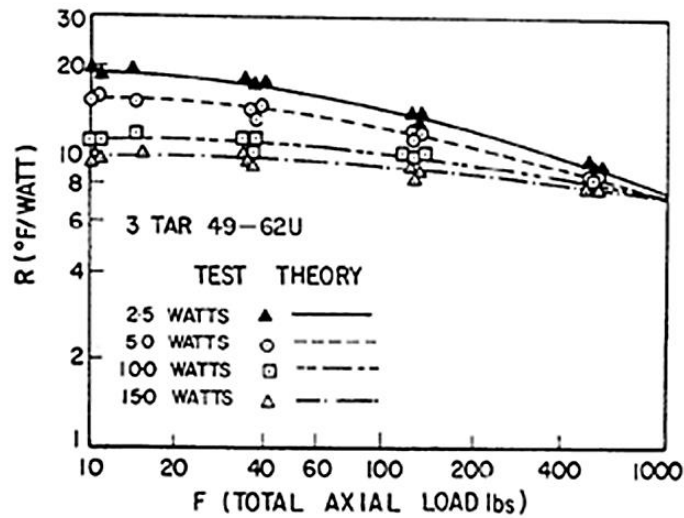


Abbildung 12: Vergleich Messwerte mit Modell nach Yovanovich (Yovanovich 1970)

3.2.2 Plane Wall Model

Das *Plane Wall Model* ist ein statisches Modell zur Bestimmung eines Wärmewiderstandes von Wälzkörpern. Dieses Modell stammt aus (Isert 2011, S.19). Der Wälzkörper wird als eine ebene Wand modelliert, die Abmessungen der Wand ergeben sich aus der *Hertzschen* Kontaktfläche. Die Dicke der Wand wird mit dem Durchmesser des Wälzkörpers angenommen. Der Wärmewiderstand ergibt sich somit nach Gl. 14.

$$R_{thb} = \frac{1}{Z} \frac{d_w}{\lambda_2 * A} \quad \text{Gl. 14}$$

Hierbei ist Z die Anzahl der Wälzkörper, d_w der Durchmesser des Wälzkörpers, λ_2 der Wärmeleitwert des Wälzkörper Materials und A die *Hertzsche* Kontaktfläche.

In Abbildung 13 wird nun ein Vergleich zwischen den beiden statischen Modellen *Plane Wall* und dem Modell nach *Yovanovich* gezeigt.

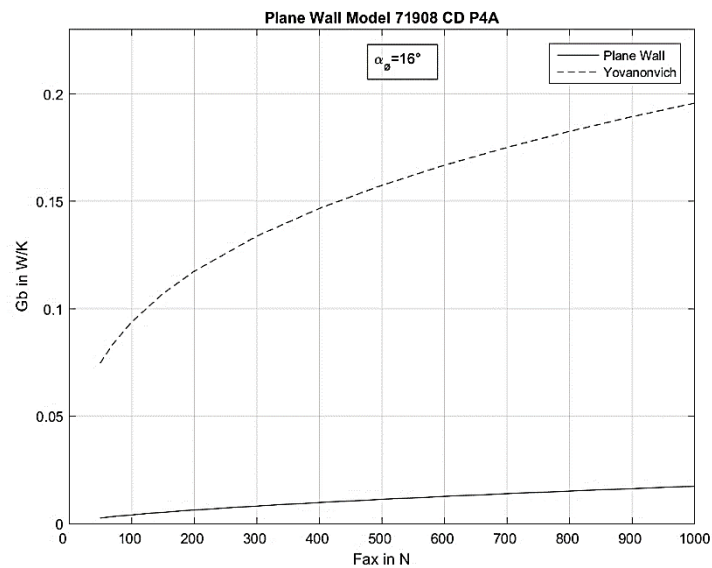


Abbildung 13: Vergleich Modell *Yovanovich* und *Plane Wall Model*

Im Vergleich zum Modell nach *Yovanovich* ist der Wärmeleitwert im *Plane Wall Model* $G_{b,PW} \sim \sqrt[3]{F_{ax}^2}$. Jedoch ist der Wärmeleitwert des *Plane Wall Models* im Durchschnitt etwa ein Siebtel. Da in (Isert 2011) keine Messergebnisse gelistet sind die das *Plane Wall Model* als Modell für einen Wärmeleitwert im Vakuum validieren, wird diese Methode als ungeeignet erachtet.

3.2.3 Modell nach *Bairi et al.* und *Bejan A.*

In (Bairi, et al. 2004) werden die thermischen Eigenschaften eines bewegten Wälzkörpers gezeigt und quantifiziert. Dabei wird eine Kugel untersucht; auf dieser Kugel sind zwei Kontaktflächen welche den Bereich darstellen in der Wärme $q(x, y)$ zu oder abfließt. Die Kugel rotiert mit einer Umfangsgeschwindigkeit V (siehe Abbildung 14). Es wird angenommen, dass die Kontaktflächen im Vergleich zu den Abmessungen des Wälzkörpers sehr klein sind.

In (Bejan 1989) wird auch der gleiche Ansatz wie in (Bairi, et al. 2004) verwendet. Jedoch nur in der vereinfachten Form der Gl. 20 entspricht. Bejan (1989) beschreibt dafür ausführlicher wie zwei in Kontakt stehenden Körper interagieren. Während (Bairi, et al. 2004) die Wärmeausbreitung im einzelnen Körper mit bereichsweise eingebrachter Wärme beschreibt.

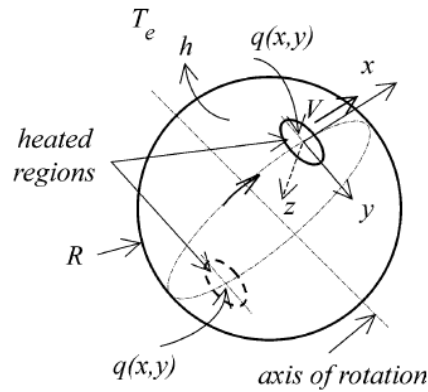


Abbildung 14: Modell eines Wälzkörpers nach (Bairi, et al. 2004, 562)

Dadurch, dass die Kontaktflächen sehr viel kleiner sind als die Geometrie des Wälzkörpers wird der Bereich um die Kontaktfläche als eben angenommen. Es ergibt sich ein Modell nach Abbildung 15.

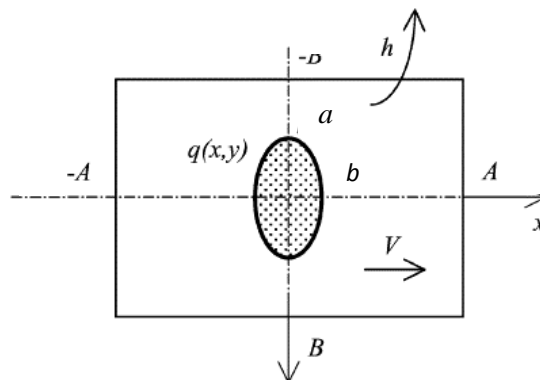


Abbildung 15: Vereinfachtes Modell vgl. (Bairi, et al. 2004, S. 563)

Hierbei ist h der Wärmeübergangskoeffizient der Oberfläche zum umgebenden Medium. Bei a und b handelt es sich um die Haupt- und Nebenachse der Kontaktellipse.

Auf das in Abbildung 15 dargestellte Modell wird nun die Wärmeleitungsgleichung in folgender Form angewandt, siehe Gl. 15.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{V}{\beta} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{Gl. 15}$$

V ist die Umfangsgeschwindigkeit, und β die Temperaturleitzahl. Diese ist in Gl. 16 definiert:

$$\beta = \frac{\lambda}{\rho c} \quad \text{Gl. 16}$$

Wobei λ die Wärmeleitwert, ρ die Dichte und c die spezifische Wärmekapazität des Materiales ist.

Als Randbedingung dienen Gl. 17 und Gl. 18:

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0} = \begin{cases} q_0(x, y), & \left(\frac{x}{b} \right)^2 + \left(\frac{y}{a} \right)^2 \leq 1 \\ -hT, & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{Gl. 17}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z \rightarrow \infty} = 0 \quad \text{Gl. 18}$$

In Abbildung 16 werden nun zwei Ergebnisse bei unterschiedlichen *Peclet* Zahlen dargestellt. Die *Peclet* Zahl ist das Verhältnis von advektiven zu diffusiven Wärmetransporten. In diesem Fall ist sie wie in Gl. 19 dargestellt definiert. Wobei b die Nebenachse der Kontaktellipse und β der Temperaturleitzahl entspricht.

$$Pe_{Bairi} = \frac{V2b}{\beta} \quad \text{Gl. 19}$$

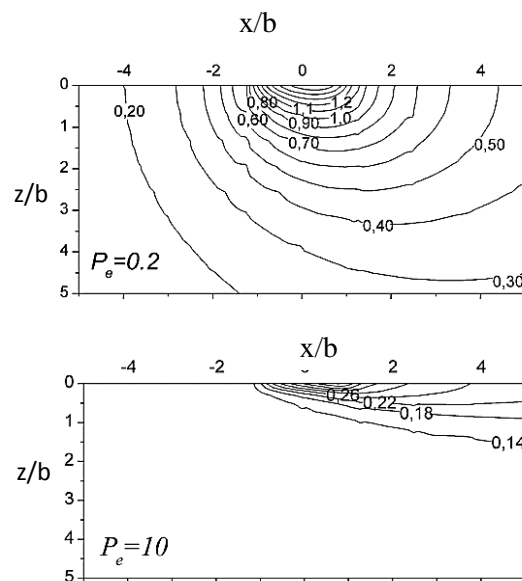


Abbildung 16: Linien konstanter Temperatur über x und z Achse vgl. (Bairi, et al. 2004, S. 565)

Unter der Annahme, dass die Nebenachse und Material konstant bleibt, sinkt bei Steigerung der *Peclet*-Zahl (sprich Zunahme der Umfangsgeschwindigkeit V) der von der Wärmeleitung betroffene Bereich in Richtung der z Achse. In Abbildung 16 ist ersichtlich, dass für hohe *Peclet*-Zahlen die Isothermen in x -Richtung einen größeren Abstand zueinander haben als in z -Richtung. Dies bedeutet, dass die Gradienten in x -Richtung kleiner sind als die Gradienten in z -Richtung (Analog dazu in y -Richtung). Somit wird angenommen, dass für schnelldrehende Wälzlager mit

Peclet-Zahlen $Pe > 5$, eine Vereinfachung der Gl. 15 zu Gl. 20 möglich ist, ohne dabei große Fehler zu machen (vgl. (Bairi, et al. 2004, S. 567)).

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{V}{\beta} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{Gl. 20}$$

Dieser Ansatz wird auch in (Bejan 1989) verwendet. Da diese Quelle vor allem das Verhalten von zwei in Kontakt stehenden bewegten Objekten beschreibt, und dies für die Betrachtung von Wälzlager von großer Bedeutung ist, wird nun kurz darauf eingegangen.

Gl. 20 ist im Prinzip die Energieerhaltungsgleichung der Grenzschicht für konstante Stoffwerte. Es wird davon ausgegangen, dass sich in den berührenden Körpern eine Temperaturgrenzschicht einstellt, die bei angenommener konstanter Umfangsgeschwindigkeit V nur von den Stoffwerten der berührenden Materialien abhängt (siehe Abbildung 17).

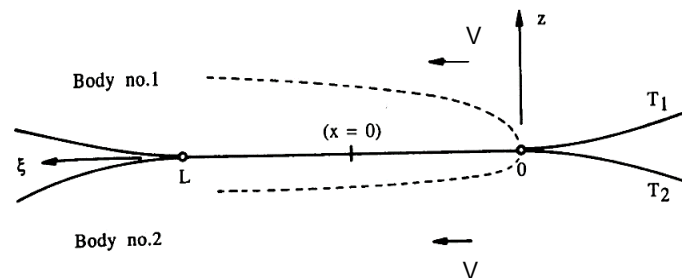


Abbildung 17: Temperatur Grenzschichten um die Kontaktfläche (Bejan 1989, S. 259)

Die in (Bejan 1989, S. 259) verwendeten Randbedingungen unterscheiden sich von denen in Gl. 17 und Gl. 18. Anstatt der *Neumann* Randbedingungen werden hier *Dirichlet* Ränder verwendet, siehe Gl. 21.

$$\begin{aligned} T &= T_1 \text{ bei } \xi = 0 \text{ und } z > 0 \\ T &\rightarrow T_1 \text{ bei } z \rightarrow \infty \\ T &= T_0 \text{ bei } z \rightarrow 0 \end{aligned} \quad \text{Gl. 21}$$

In Gl. 21 ist nun ξ eine lokale Koordinate, T_1 die Temperatur des Körpers 1 (siehe Abbildung 17) und T_0 die Temperatur in der Kontaktfläche, welche als konstant über die Berührfläche angenommen wird. Mit diesen Ansätzen kann ein Wärmewiderstand bestimmt werden, Gl. 22.

$$R_{th\ bi/o} = 2,789 \cdot \frac{\sqrt{\rho_2 c_2 \lambda_2}}{\sqrt{\rho_1 c_1 \lambda_1} + \sqrt{\rho_2 c_2 \lambda_2}} \lambda_1 a \sqrt{Pe_1} \quad \text{Gl. 22}$$

Gl. 22 bestimmt den Kontaktwiderstand von Lagerinnenring/ Lageraußenring auf Wälzkörper. λ, ρ, c sind konstante Stoffwerte und zwar Wärmeleitwert, Dichte und spezifische

Wärmekapazität. Die Indizes beschreiben die Zugehörigkeit zum Körper nach Abbildung 17 und b ist die Nebenachse der Kontaktellipse. Die *Pecllet-Zahl* wird hier nach Gl. 23 definiert.

$$Pe_1 = \frac{V \cdot b}{\beta_1} \quad \text{Gl. 23}$$

Hierbei ist b die Hauptachse der Kontaktellipse, β_1 ist die Temperaturleitzahl des 1. Körpers, siehe Abbildung 17.

Der Gesamtwiderstand $R_{th\ b}$ errechnet sich nach Gl. 13

In Abbildung 18 sind die Ergebnisse des Modelles nach *Bejan* für das Wälzlager *SKF 71908 CD P4A* dargestellt.

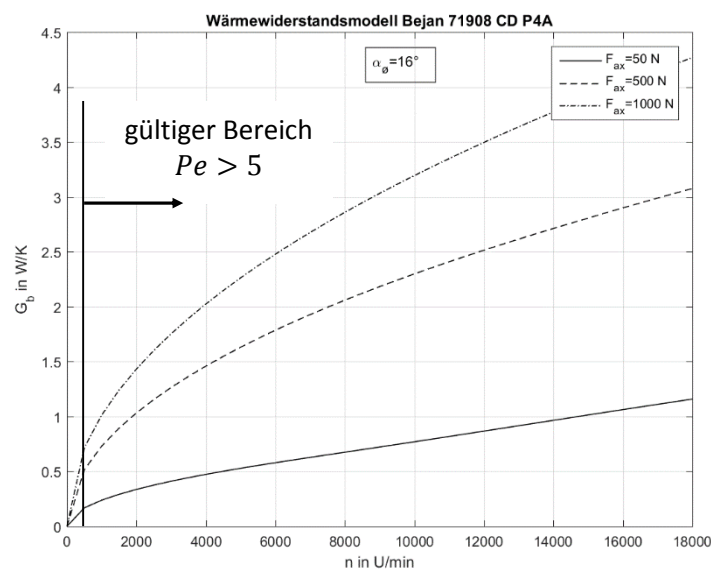


Abbildung 18: Wärmeleitwert nach Bejan

In Abbildung 18 ist der Verlauf des Wärmeleitwertes des Modelles nach *Bejan* über die Drehzahl in Abhängigkeit von der axialen Belastung gezeigt. Wie schon in Punkt 3.2.3 erwähnt, gilt dieses Modell erst für *Pecllet-Zahlen* $Pe > 5$, dies entspricht bei diesem Lager in etwa Drehzahlen $n > 500$ U/min. Bei der Literaturrecherche wurde leider keine Validierung dieses Modelles gefunden.

3.3 Wärmewiderstand Fugen

In einer technischen Anwendung sitzt zum Beispiel der Wälzlagerinnenring auf einer Welle und der Außenring in einem Gehäuse, siehe Abbildung 19. Am ehesten kann in einem solchen Aufbau die Temperatur des lagernahen Gehäuses und die Temperatur der Welle im Bereich des Lagers bestimmt werden. Sind diese beiden Temperaturen bekannt, müssen, zu einer Bestimmung

eines möglichen Wärmeflusses, die Wärmewiderstände der Fugen berücksichtigt werden. Diese Wärmewiderstände sind wiederum in Serie zum Gesamtwiderstand des Wälzlagers geschaltet.

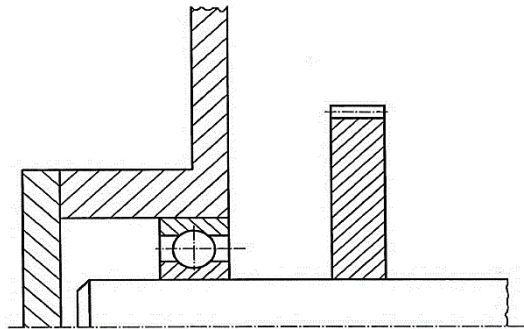


Abbildung 19: Darstellung einer Wälzlagerung (Baalman 1994, S. 28)

Zusammenfassend kann gesagt werden, wenn in einer zylindrischen Verbindung der Fugendruck hoch genug ist, so ist der Wärmewiderstand zu vernachlässigen. Es ist dabei zu achten, dass sich der Fugendruck bei unterschiedlichen Temperaturen je nach Materialpaarung verändern kann (Baalman 1994, S. 49). Zur Berechnung eines Wärmewiderstandes wird nun jedoch auf (Baalman 1994, S. 48 ff.) verwiesen. In dieser Arbeit wird darauf nicht weiter eingegangen.

3.4 Conclusio

Als Vergleichsgrundlage mit Messwerten wird im weiteren Verlauf der Arbeit für Drehzahlen >500 U/min das Modell nach *Bejan* verwendet. Messwerte bei stillstehendem Lager werden mit dem Modell nach *Yovanovich* verglichen. Diese beiden Modelle gelten für ungeschmierte Lager, inwiefern sich nun die Modelle auf geschmierte Lager anwendbar sind, soll durch den Vergleich mit den Messergebnissen gezeigt werden.

Weiters zeigt sich, dass der Wärmeleitwert der Lagerringe um einiges größer als die Werte der Modelle nach *Yovanovich* und *Bejan* sind. Deshalb wird davon ausgegangen, dass für dieses Lager der Wärmewiderstand nicht von den Lagerringen abhängt. Im Weiteren wird daher der Wärmewiderstand der Lagerringe nicht mehr berücksichtigt.

Die in Kapitel 3.2 dargestellten Methoden zur Bestimmung des Wärmewiderstandes benötigen alle als Eingangsgröße die Abmessungen der Kontaktellipse. Diese Abmessungen müssen nach der *Hertzchen* Theorie bestimmt werden.

3.5 Ermittlung Kontaktellipse

Die Ermittlung der Kontaktflächen in einem drehenden Wälzlager ist aufwendig, es muss ein nichtlineares Gleichungssystem gelöst werden. Das Problem dabei ist, dass die Lösung nicht

eindeutig sein muss, weil sie von den Startwerten abhängt. Daher wird im ersten Schritt das Wälzlager statisch untersucht, diese Ergebnisse werden anschließend als Startwerte zur dynamischen Berechnung verwendet. Generell orientieren sich die Nomenklatur und Berechnung an (Hamrock, Fundamentals of Fluid Film Lubrication 1991).

3.5.1 Krätesituation am statischen Wälzlager

Im Falle eines nicht rotierenden Wälzlagers fluchten die Kräfte F_o und F_i , dies erleichtert die Berechnung des Betriebsdruckwinkel α erheblich. In Abbildung 20 ist die Krätesituation eines Wälzkörpers dargestellt. Eine weitere Vereinfachung kann getroffen werden da das Lager nur axial belastet wird. Dadurch ist F_i und F_o für alle Wälzkörper vom gleichen Betrag und gleicher Richtung.

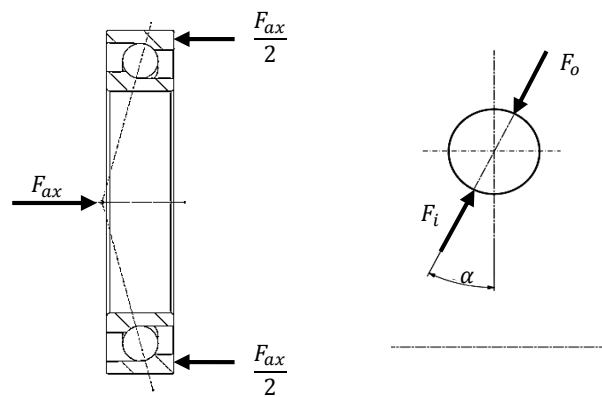


Abbildung 20: Krätesituation statisch

Um Kräfte bestimmen zu können muss die Geometrie des Wälzlagers bekannt sein. Erst mit den notwendigen Krümmungsparametern kann die Steifigkeit eines *Hertzschen* Kontaktes bestimmt werden.

3.5.1.1 Krümmungsparameter

Die Krümmungen der beteiligten Körper müssen zur Berechnung der *Hertzschen* Kontaktfläche bekannt sein. Im Allgemeinen geht man von zwei berührenden Paraboloiden aus, dabei werden die Krümmungen aus orthogonal zueinanderstehenden Ebenen benötigt. In Abbildung 21 werden die auftretenden Radien definiert.

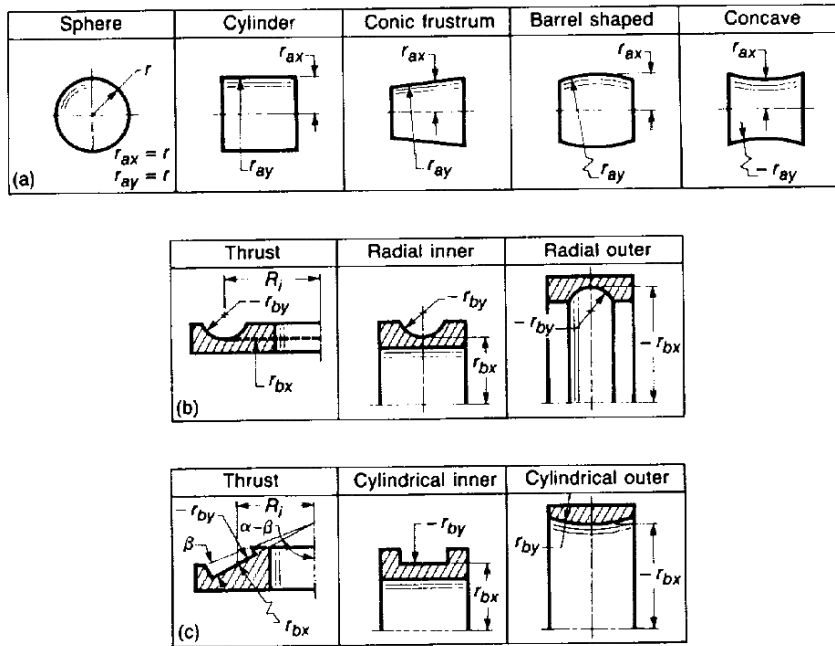


Abbildung 21: Nomenklatur der Radien von Wälzlagerbauteilen (Hamrock, Fundamentals of Fluid Film Lubrication 1991, S. 401)

Zur weiteren Berechnung werden die Summe der Krümmungen und die dimensionslose Differenz der Krümmungen benötigt.

Summe der Krümmungen ist definiert nach Gl. 24

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} \quad \text{Gl. 24}$$

Die dimensionslose Differenz der Krümmung erhält man nach Gl. 25

$$R_d = R \cdot \left(\frac{1}{R_x} - \frac{1}{R_y} \right) \quad \text{Gl. 25}$$

Wobei R_x bzw. R_y nach Verwendung des Index x oder y nach Gl. 26 errechnet.

$$\frac{1}{R_{x/y}} = \frac{1}{r_{ax/y}} + \frac{1}{r_{bx/y}} \quad \text{Gl. 26}$$

Die Radien $r_{ax/y}$ bzw. $r_{bx/y}$ sind in Abbildung 21 dargestellt (Hamrock, Fundamentals of Fluid Film Lubrication 1991, S.399 f.).

Im konkreten Fall von Kugellagern sind die Radien r_{by} und r_{bx} nicht bekannt und müssen erst ermittelt werden.

Dazu wird das Schmiegungsverhältnis definiert (Gl. 27).

$$f = \frac{r_{by}}{d_w} \quad \text{Gl. 27}$$

Hierbei ist d_w der Durchmesser des Wälzkörpers.

Die Geometrie speziell von Spindellagern ist ein gut gehütetes Geheimnis, somit muss dieser Wert angenommen werden. Für die meisten Kugellager liegen die Werte von f im Bereich von 0,51 bis 0,54, wobei ein Schmiegeungsverhältnis von 0,52 als üblicher Wert gilt. (Hamrock, Fundamentals of Fluid Film Lubrication 1991, S. 533)

Durch Annahme eines Wertes für f kann nun r_{by} ermittelt werden.

Ein weiterer benötigter Wert ist die Gesamtkrümmung B nach Gl. 28:

$$B = f_i + f_o - 1 \quad \text{Gl. 28}$$

f_i und f_o sind dabei die Schmiegeverhältnisse am Innenring bzw. am Außenring (Hamrock, Fundamentals of Fluid Film Lubrication 1991, S. 533).

Zur Berechnung von r_{bx} wird der mittlere Lagerdurchmesser d_e und der Kontaktwinkel α benötigt (Hamrock, Fundamentals of Fluid Film Lubrication 1991, S. 538 f.).

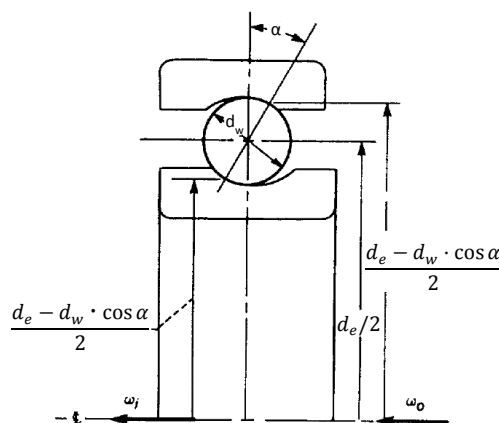


Abbildung 22: Querschnitt eines axial belasteten Kugellagers (Hamrock, Fundamentals of Fluid Film Lubrication 1991, S. 538)

Der mittlere Lagerdurchmesser ist der arithmetische Mittelwert aus Außendurchmesser D und Bohrungsdurchmesser d , siehe Gl. 29.

$$d_e = \frac{1}{2} \cdot (d + D) \quad \text{Gl. 29}$$

Der Rillenradius $r_{bx,i}$ am Innenring ergibt sich nach Gl. 30

$$r_{bx,i} = \frac{d_e - d_w \cdot \cos \alpha}{2} \quad \text{Gl. 30}$$

Der Rillenradius $r_{bx,o}$ am Aussenring : Gl. 31

$$r_{bx,o} = \frac{d_e + d_w \cdot \cos \alpha}{2} \quad \text{Gl. 31}$$

Nachdem die Krümmungsparameter bestimmt wurden, kann nun die Hertzsche Kontaktfläche bestimmt werden.

3.5.1.2 Hertzsche Theorie

Hertz entwickelte 1881 eine Theorie zur Berechnung der Pressung und Kontaktfläche von berührenden Ellipsoiden auf. Dabei muss sich nach seiner Theorie immer eine Form von Ellipse ausbilden. Zu den Einschränkungen seiner Theorie gehören:

- nur elastische Verformungen, das Material ist homogen.
- die Belastung ist normal auf die Oberfläche, keine Schubspannungen vorhanden.
- Kontaktfläche ist klein im Vergleich zu den Krümmungsradien der Körper.
- die Körper sind im Gleichgewicht. vgl. (Hamrock, Ball Bearing Mechanics 1981, S. 6f.)

Ein wichtiger Parameter der Kontaktellipse ist das sogenannte Druckellipsenverhältnis k , dieser ist das Verhältnis von Haupt- und Nebenachse der Kontaktellipse, siehe Gl. 32.

$$k = \frac{a}{b} \quad \text{Gl. 32}$$

Das Druckellipsenverhältnis kann über den in Gl. 33 dargestellten Ausdruck berechnet werden. \mathcal{F} und \mathcal{E} sind die elliptischen Integrale erster und zweiter Art.

$$J(k) = \sqrt{\frac{2\mathcal{F} - \mathcal{E}(1 + R_d)}{\mathcal{E}(1 - R_d)}} \quad \text{Gl. 33}$$

Das elliptische Integral erster Art \mathcal{F} ist in Gl. 34 dargestellt.

$$\mathcal{F} = \int_0^{\pi/2} \left(1 - \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \cdot \sin^2 \varphi\right)^{-\frac{1}{2}} d\varphi \quad \text{Gl. 34}$$

Das elliptische Integral zweiter Art \mathcal{E} ist in Gl. 35 beschrieben.

$$\mathcal{E} = \int_0^{\pi/2} \left(1 - \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \cdot \sin^2 \varphi\right)^{\frac{1}{2}} d\varphi \quad \text{Gl. 35}$$

Es zeigt sich, dass das Druckellipsenverhältnis lediglich von R_d abhängt. Es ist also nur eine Funktion der Geometrie der in Berührung stehenden Körper. Wird beispielsweise die Kontaktkraft erhöht, steigen die Abmessungen der Haupt- und Nebenachse in gleichem Maße. Gl. 33 kann in keine explizite Darstellung gebracht werden. Zur Bestimmung von k wurde deshalb

eine MATLAB Funktion erstellt, diese iteriert $k_{n+1} = J(k_n)$ bis die Abweichung zum nächsten Iterationsschritt nur noch 10^{-7} ist. Üblicherweise werden dazu nicht mehr als 7 Iterationen benötigt. Die Hauptachse a und die Nebenachse b wird nach Gl. 36 und Gl. 37 bestimmt.

$$a = \left(\frac{6k^2 \mathcal{E}FR}{\pi E_{eff}} \right)^{1/3} \quad \text{Gl. 36}$$

$$b = \left(\frac{6\mathcal{E}FR}{\pi k E_{eff}} \right)^{1/3} \quad \text{Gl. 37}$$

In diesen Gleichungen entspricht F der Normalkraft, k das Druckellipsenverhältnis und R die Summe der Krümmungen nach Gl. 24. E_{eff} ist der effektive Elastizitätsmodul, dieser wird in Gl. 38 festgelegt.

$$E_{eff} = 2 \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \quad \text{Gl. 38}$$

Hierin bilden die Indizes 1 und 2 eine Zuordnung zu den in Berührung stehenden Körpern. E ist der Elastizitätsmodul und ν die Querkontraktionszahl.

Zur Berechnung einer Kontaktfläche sind jetzt, bis auf eine, alle Unbekannten bestimmt. Die letzte Unbekannte ist die Kontaktkraft F . Die Bestimmung der Normalkraft in den Kontaktstellen von Lagerinnenring/Lageraußenring zu Kugel ist etwas aufwendiger, da sich der Berührungswinkel mit auftretender axialer Belastung des Lagers verändert.

3.5.1.3 Statische Bestimmung des Berührungswinkels

Für elliptische Kontakte ist der Kraft Weg Zusammenhang wie in Gl. 39 definiert.

$$F = K \cdot \delta^{1,5} \quad \text{Gl. 39}$$

Hierin ist K die Steifigkeit des *Hertzschen* Kontaktes (nur Abhängig von Material und Geometriewerten). δ ist die Verschiebung von Ursprungsform zur abgeflachten Geometrie im Mittelpunkt der Druckellipse (Hamrock, Ball Bearing Mechanics 1981, S. 15f.).

Die Steifigkeit eines Kontaktes von Lagerring und Wälzkörper lässt sich wie in Gl. 40 darstellen.

$$K = \frac{\pi k E_{eff} (R\mathcal{E})^{\frac{1}{2}}}{(4,5\mathcal{F}^3)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{Gl. 40}$$

In einem Kugellager berühren sich Lagerinnenring und Wälzkörper, sowie Lageraußenring und Wälzkörper. Betrachtet man die Kontaktstellen als Federn mit Steifigkeit $K_{i,o}$ so erhält man eine

Serienschaltung von Federn. Folglich kann die Gesamtsteifigkeit K_g eines solchen Systems, wie in Gl. 41, dargestellt werden (Hamrock, Fundamentals of Fluid Film Lubrication 1991, S. 548 f.).

$$K_g = \frac{1}{\left(\left(\frac{(4,5\mathcal{F}_o^3)^{\frac{1}{2}}}{\pi k_o E_{eff,o} (R_o \mathcal{E}_o)^{\frac{1}{2}}} \right)^{2/3} + \left(\frac{(4,5\mathcal{F}_i^3)^{\frac{1}{2}}}{\pi k_i E_{eff,i} (R_i \mathcal{E}_i)^{\frac{1}{2}}} \right)^{2/3} \right)^{3/2}} \quad \text{Gl. 41}$$

In dieser Gleichung bedeutet der Index o eine Zuordnung zum Kontakt Außenring und Wälzkörper, analog dazu Index i Innenring und Wälzkörper. Da nun die Steifigkeit K_g bestimmt ist kann der Betriebsdruckwinkel α nach Gl. 42 bestimmt werden. Diese Gleichung muss ebenfalls iterativ berechnet werden. Im Zuge dieser Arbeit wurde diese Gleichung mit MATLAB *fsolve* gelöst.

$$0 = \frac{\frac{F_{ax}}{Z K_g (B \cdot d_w)^{3/2}} - \sin \alpha \left(\frac{\cos \alpha_\emptyset}{\cos \alpha} - 1 \right)^{3/2}}{\cos \alpha \left(\frac{\cos \alpha_\emptyset}{\cos \alpha} - 1 \right)^{3/2} + \frac{3}{2} \cos \alpha_\emptyset \tan^2 \alpha \left(\frac{\cos \alpha_\emptyset}{\cos \alpha} - 1 \right)^{1/2}} \quad \text{Gl. 42}$$

F_{ax}	Axialkraft auf Lager
Z	Anzahl der Wälzkörper
α_\emptyset	Berührwinkel im unbelasteten Zustand
B	Gesamtkrümmung nach Gl. 28
d_w	Wälzkörperdurchmesser

Ist der Betriebsdruckwinkel α bestimmt kann auf den Betrag der Kräfte F_i bzw. F_o geschlossen werden, Gl. 43.

$$F_i = F_o = \frac{F_{ax}}{Z \cdot \sin \alpha} \quad \text{Gl. 43}$$

3.5.2 Kräftesituation dynamisch

In schnelldrehenden Wälzlagern bekommt die Zentrifugalkraft F_c einen nennenswerten Einfluss. Durch diese zusätzliche Kraftkomponente in radialer Richtung weicht der innere Kontaktwinkel α_i vom äußeren Kontaktwinkel α_o ab. Im Falle von Kugellagern, welche eine axiale Kraftkomponente aufnehmen müssen, kommt es zu einem Berührwinkel $\alpha > 0$. Daher ist die Drehachse des Wälzkörpers nicht parallel zur Drehachse des Wälzlagers, wodurch ein gyroskopisches Moment M_g entsteht (siehe Abbildung 23).

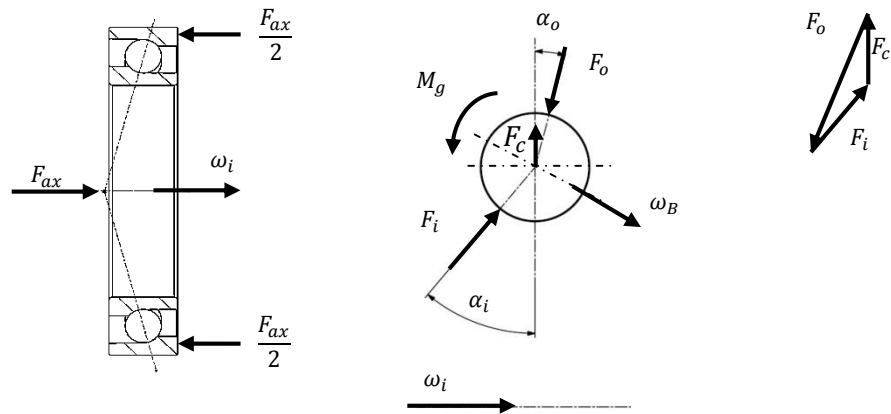


Abbildung 23: Kräftesystem dynamisch

3.5.2.1 Kinematik eines Wälzlagers

Zur Berechnung der Massenkräfte des Wälzkörpers wird einerseits als Geschwindigkeiten die Winkelgeschwindigkeit des Käfigs ω_K benötigt. Dadurch kann die Zentrifugalkraft F_C , welche auf die Kugel einwirkt, bestimmt werden. Andererseits ist jedoch auch die Winkelgeschwindigkeit der Kugel um seine eigene Drehachse ω_B von Bedeutung. Hiermit kann das gyroskopische Moment M_g , das bei der Rotation um die Wälzlagerdrehachse (in diesem Fall Drehachse des Innenringes) entsteht, bestimmt werden, siehe Abbildung 24.

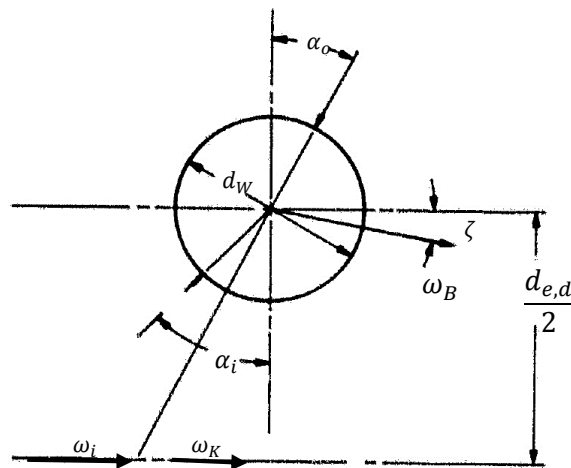


Abbildung 24: Kinematik eines Wälzkörpers (Hamrock, Ball Bearing Mechanics 1981)

Im Zuge dieser Arbeit werden ausschließlich die Winkelgeschwindigkeiten benötigt die sich ergeben, wenn der Außenring stillsteht. In diesem Fall ergibt sich die Wälzkörper Winkelgeschwindigkeit ω_B nach Gl. 44.

$$\omega_B = \frac{-\omega_i}{d_W * \left(\frac{\cos(\alpha_i - \zeta)}{d_{e,d} - d_W \cos \alpha_i} + \frac{\cos(\alpha_o - \zeta)}{d_{e,d} - d_W \cos \alpha_o} \right)} \quad \text{Gl. 44}$$

Und die Käfiggeschwindigkeit ω_K erhält man mit Gl. 45.

$$\omega_K = \frac{\omega_i}{1 + \left(\frac{d_{e,d} - d_W \cos \alpha_o}{d_{e,d} - d_W \cos \alpha_i} \right) \left(\frac{\cos(\alpha_i - \zeta)}{\cos(\alpha_o - \zeta)} \right)} \quad \text{Gl. 45}$$

In diesen Gleichungen ist ω_i die Winkelgeschwindigkeit des Innenrings, $d_{e,d}$ ist der dynamische Mittendurchmesser (Gl. 61) des Wälzlagers. ζ ist die Verkippung der Drehachse des Wälzkörpers zur Rotationsachse des Lagers (Bedeutung der anderen Variablen siehe Abbildung 24).

Es ist erkennbar, dass in Gl. 44 Gl. 45 vier Unbekannte enthalten sind. Diese ergeben sich erst durch die endgültige Lösung des Kräftegleichgewichtes und der Verformungsbeziehungen im Lager.

Eine genaue Bestimmung der Drehachsen Verkippung ist nur unter Einbeziehung der viskosen Reibung an den Kontaktstellen möglich. Um dies zu umgehen wird hier eine vereinfachte Variante angewandt. Diese Theorie besagt, dass der Wälzkörper entweder am Lagerinnenring oder am Lageraußenring geführt wird. Diese Hypothese ist in der Literatur unter dem Namen „Race-Control“ bekannt (siehe Abbildung 25). Theoretisch gilt diese nur für Festkörperreibung. (Hamrock, Ball Bearing Mechanics 1981, S. 30f.)

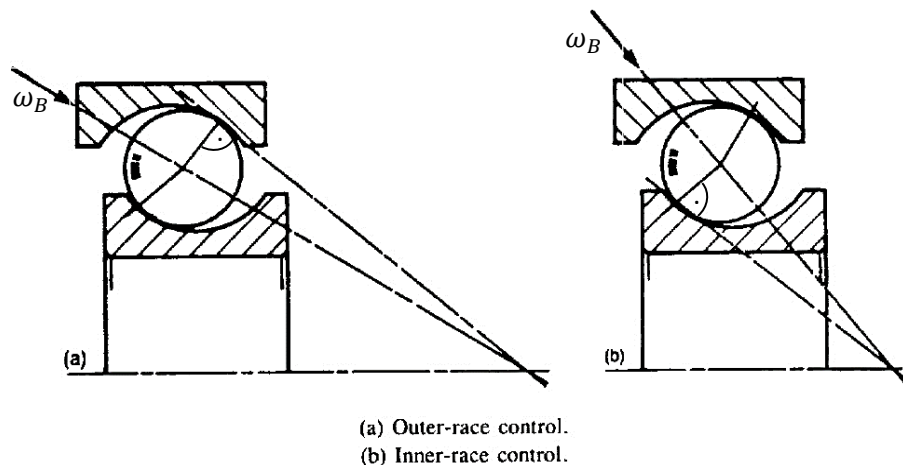


Abbildung 25: Race Control (Hamrock, Fundamentals of Fluid Film Lubrication 1991, S. 545)

In Abbildung 25 sind aufgrund der Fliehkraft, am Innen- und Außenring unterschiedliche Berührwinkel dargestellt. Je nach Kraftsituation wird angenommen, dass sich der Wälzkörper am Innenring oder am Außenring führt, sprich an der Kontaktstelle des führenden Lagerringes

ist hauptsächlich Rollbewegung vorhanden (nur kleine Gleitanteile durch verformten Wälzkörper). Im Gegensatz dazu bedeutet das in den Kontaktstellen des nicht führenden Lagerrings, dass es dort aufgrund eines anderen Abrollumfanges zu vermehrten Gleitbewegungen kommt. Welcher Lagerring nun führt leitet sich aus dem Reibmoment ab, welches an der Kontaktstelle von Wälzkörper zu Innenring ($M_{S,i}$) oder an der Kontaktstelle von Wälzkörper zu Außenring ($M_{S,o}$) übertragen werden kann (Gl. 46) (siehe (Hamrock, Ball Bearing Mechanics 1981, S. 32)).

$$M_{S,i/o} = \frac{3}{8} \mu F_{i/o} a_{i/o} \mathcal{E}_{i/o} \quad \text{Gl. 46}$$

F	Kontaktkraft
a	Hauptachse der Kontaktellipse
\mathcal{E}	elliptisches Integral 2. Ordnung
μ	Reibkoeffizient

Ist nun $M_{S,i} \leq M_{S,o}$ dann wird sich der Wälzkörper am Außenring führen, der Winkel ζ ist nach Gl. 47 zu bestimmen.

$$\zeta = \arctan\left(\frac{d_{e,d} \sin \alpha_i}{d_{e,d} \cos \alpha_i - d_W}\right) \text{ wenn } M_{S,i} \leq M_{S,o} \quad \text{Gl. 47}$$

Im anderen Fall wenn $M_{S,i} > M_{S,o}$ ist der Winkel ζ nach Gl. 48 zu ermitteln.

$$\zeta = \arctan\left(\frac{d_{e,d} \sin \alpha_i}{d_{e,d} \cos \alpha_i + d_W}\right) \text{ wenn } M_{S,i} > M_{S,o} \quad \text{Gl. 48}$$

Folglich wird in dieser Arbeit angenommen, dass der Reibkoeffizient μ am Außenring und am Innenring gleich ist, somit ist zur Bestimmung des Winkels ζ kein Zahlenwert notwendig. (Die auftretenden Variablen in den Gl. 47 und Gl. 48 sind in Abbildung 24 dargestellt)

3.5.2.2 Dynamische Bestimmung eines Berührwinkels

Das zur Bestimmung der Kontaktwinkel α_i und α_o verwendete Kräftesystem ist in Abbildung 26 dargestellt. Im Vergleich zu Abbildung 23 wird hierbei angenommen, dass je nach dem an welcher Kontaktstelle keine Relativgeschwindigkeit herrscht (*Race Control*), sich das gyroskopische Moment M_g abstützt. Die eingeführte Variable γ ist sozusagen ein Schalter, für $\gamma = 1$ führt sich die Kugel am Außenring („Outer Race Control“) und für $\gamma = 0$ am Innenring („Inner Race Control“) (Hamrock, Ball Bearing Mechanics 1981, S. 34 f.).

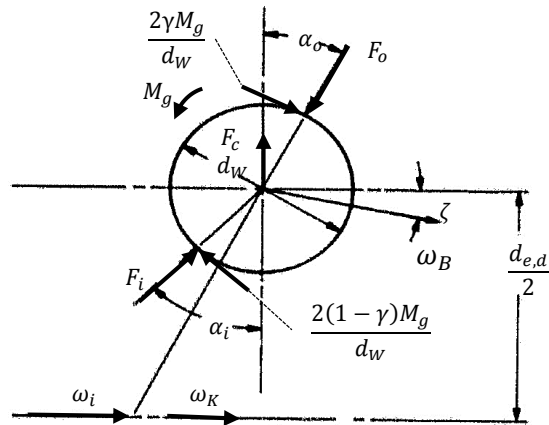


Abbildung 26: Modell dynamisches Kraftsystem Wälzkörper (Hamrock, Ball Bearing Mechanics 1981)

Zusätzlich zu den auftretenden Kräften müssen noch die Verschiebungen in Folge der Kräfte berücksichtigt werden. In Abbildung 27 sind die Verformungen im Wälzlager, bei fixiertem Außenring, stark überzeichnet dargestellt (blaue Linien stellen unverformte bzw. fixierte Bauteile dar). Links dargestellt ist ein unbelastetes Wälzlager der Mittelpunkt und die beiden Berührungspunkte liegen auf einer Geraden unter dem Winkel α_θ . Im belasteten Zustand verschiebt sich der Mittelpunkt des verformten Wälzkörpers entsprechend der Fliehkraft nach außen und gemäß den Geometrien der Lagerringe kommt es dabei, relativ zur Ausgangsposition des Wälzkörpers, zu einer Verschiebung entgegen der Belastungsrichtung F_{ax} . Insgesamt wird der Lagerinnenring um den Betrag δ_t versetzt.

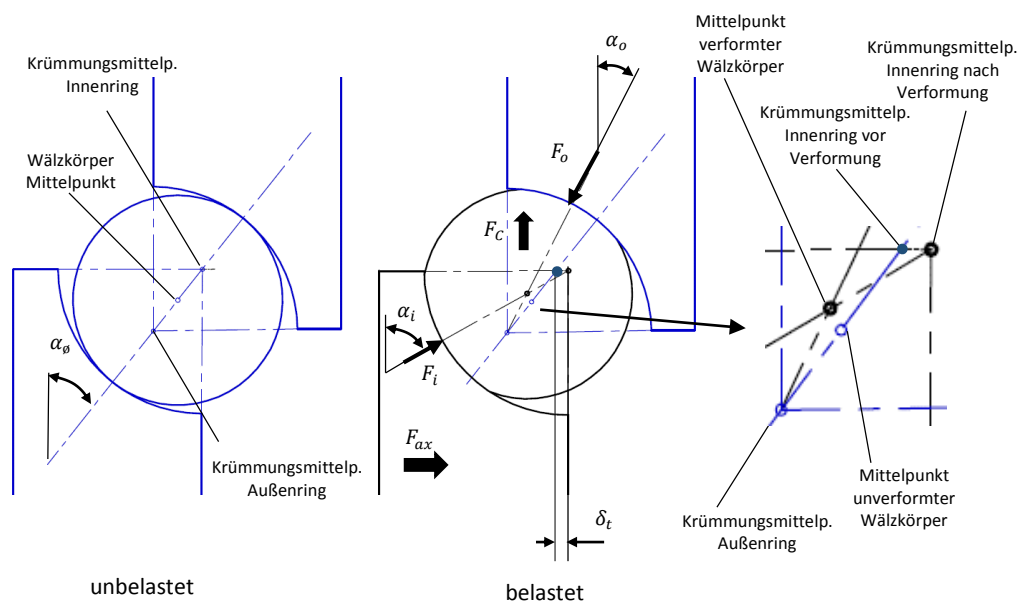


Abbildung 27: schematische Darstellung der Verformung im Wälzlager

In Abbildung 27 sind rechts die Verschiebungen der Mittelpunkte vergrößert gezeigt. Diese Skizze wird in Abbildung 28 weiter detailliert, so werden die vollständigen Verschiebungen und Längenabmessungen der Krümmungsmittelpunkte und Wälzkörpermittelpunkte dargestellt. Dabei gilt, dass δ_i die durch F_i verursachte Verschiebung und δ_o jene durch F_o ist. Zur Erinnerung, die Gesamtkrümmung $B = f_i + f_o - 1$, wobei f_i, f_o die Schmiegungsverhältnisse von Innenring und Außenring sind (Gl. 27).

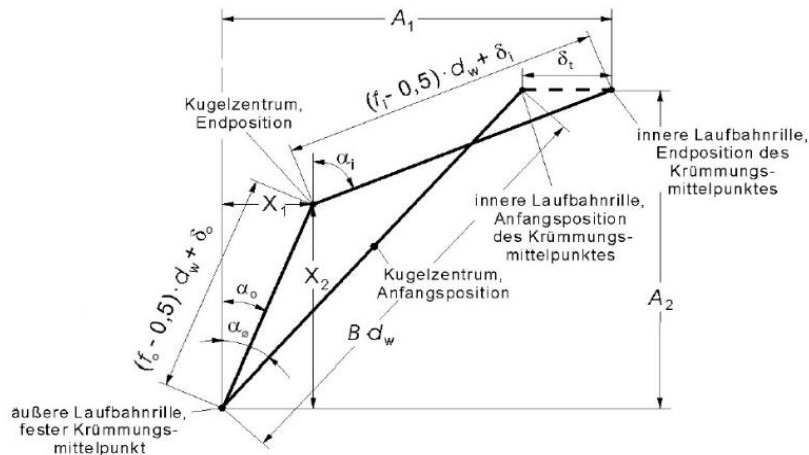


Abbildung 28: Verschiebungen im Wälzlager (Baly 2005, S. 33)

Aus Abbildung 28 lassen sich nun folgende Beziehungen ableiten:

Der axiale Abstand A_1 zwischen den verschobenen Krümmungsmittelpunkten lässt sich mit Gl. 49 bestimmen

$$A_1 = B d_w \sin \alpha_\emptyset + \delta_t \quad \text{Gl. 49}$$

Die radiale Distanz A_2 zwischen den Krümmungsmittelpunkten kann mit Gl. 50 beschrieben werden.

$$A_2 = B d_w \cos \alpha_\emptyset \quad \text{Gl. 50}$$

Hierin ist α_\emptyset der Berührungswinkel im kraftlosen Zustand.

Weiters können noch die Winkelfunktionen dargestellt werden (Gl. 51-Gl. 54)

$$\cos \alpha_o = \frac{X_2}{d_w (f_o - 0,5) + \delta_o} \quad \text{Gl. 51}$$

$$\cos \alpha_i = \frac{A_2 - X_2}{d_w (f_i - 0,5) + \delta_o} \quad \text{Gl. 52}$$

$$\sin \alpha_i = \frac{A_1 - X_1}{d_w (f_i - 0,5) + \delta_i} \quad \text{Gl. 53}$$

$$\sin \alpha_0 = \frac{X_1}{d_w(f_i - 0,5) + \delta_o} \quad \text{Gl. 54}$$

In Hinblick auf Abbildung 28 können folgende Beziehung mit Hilfe des Satzes von Pythagoras geschrieben werden(Gl. 55,Gl. 56).

$$X_1^2 + X_2^2 - (d_w(f_o - 0,5) + \delta_o)^2 = 0 \quad \text{Gl. 55}$$

$$(Bd_w \cos \alpha_\theta - X_2)^2 + (Bd_w \sin \beta_\theta + \delta_t - X_1)^2 - ((f_i - 0,5)d_w + \delta_i)^2 = 0 \quad \text{Gl. 56}$$

Da die Gleichungen für die Verschiebungen im Lager dargestellt wurden, werden Anhand von Abbildung 26 die Kräftegleichgewichte angeschrieben (Gl. 57, Gl. 58)

$$F_o \sin \alpha_o - F_i \sin \alpha_i - \frac{2Mg}{d_w}(\gamma \cos \alpha_o - (1 - \gamma) \cos \alpha_i) = 0 \quad \text{Gl. 57}$$

$$F_o \cos \alpha_o - F_i \cos \alpha_i + \frac{2Mg}{d_w}(\gamma \sin \alpha_o - (1 - \gamma) \sin \alpha_i - F_c) = 0 \quad \text{Gl. 58}$$

Die Zentrifugalkraft F_c lässt sich nach Gl. 59 bestimmen.

$$F_c = \frac{1}{2} m d_{e,d} \omega_K^2 \quad \text{Gl. 59}$$

Der dynamische Mittendurchmesser $d_{e,d}$ ist in Gl. 61 dargestellt. Die Masse des Wälzkörpers errechnet sich nach Gl. 60.

$$m = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d_w}{2}\right)^3 \rho_{Wk} \quad \text{Gl. 60}$$

In dieser Gleichung ist ρ_{Wk} die Dichte des Wälzkörpers.

$$d_{e,d} = d_e + 2X_2 - 2d_w(f_o - 0,5) \cos \alpha_\theta \quad \text{Gl. 61}$$

Das Gyroskopische Moment M_g erhält man nach Gl. 62.

$$M_g = I_p \omega_B \omega_K \sin \zeta \quad \text{Gl. 62}$$

I_p ist das Massenträgheitsmoment 2. Grades und ist nach Gl. 63 bestimmt.

$$I_p = \frac{2}{5} m \left(\frac{d_w}{2}\right)^2 \quad \text{Gl. 63}$$

Die letzte Gleichung erhält man indem man das globale Kräftegleichgewicht in axialer Richtung anschreibt: Gl. 64. Wobei Z wiederum die Anzahl der Wälzkörper ist.

$$0 = F_{ax} - Z \left(F_i \cdot \sin \alpha_i - \frac{2(1 - \gamma)Mg}{d_w} \cos \alpha_i \right) \quad \text{Gl. 64}$$

Das zu lösende Gleichungssystem besteht schlussendlich aus Gl. 44 bis Gl. 64. Ist dieses Gleichungssystem gelöst, kann über Gl. 39 auf die Kräfte geschlossen werden.

Nachfolgend wird kurz auf den Lösungsalgorithmus in Verbindung mit dem, in Zuge dieser Arbeit betrachteten Spindellager *SKF 71908 CD P4A*, eingegangen.

3.5.3 Lösungsalgorithmus/ Anwendung auf Lager *SKF 71908 CD P4A*

Zur Berechnung der Mechanik der Wälzlager wurden MATLAB Skripte erstellt. Mit diesen ist es nun möglich die in Kapitel 3.5 dargestellte Theorie auf ein Kugellager unter Axiallast anzuwenden.

Dazu müssen im ersten Schritt die Geometrie und Eigenschaften des untersuchten Wälzlagers festgelegt werden.

3.5.3.1 Konstante und daraus abgeleitete Konstante

In Tabelle 1 werden die zur Berechnung der *Hertzschen* Kontaktflächen benötigten Konstanten zusammengefasst.

Tabelle 1: Konstante für Lager *71908 CD P4A*

Wert	Bemerkung
$d_w = 6,35 \text{ mm}$	Wälzkörperdurchmesser
$d = 40 \text{ mm}$	Bohrungsdurchmesser
$D = 62 \text{ mm}$	Außendurchmesser
$f_i = 0,52$	Schmiegungsverhältnis innen (angenommen)
$f_o = 0,52$	Schmiegungsverhältnis außen (angenommen)
$\alpha_\emptyset = 16^\circ$	Berührungswinkel ohne Last (von Lager Verpackung)
$Z = 21$	Anzahl Wälzkörper
$E_{Ri} = 210000 \text{ N/mm}^2$	E-Modul Lagerringe
$E_{Wk} = 210000 \text{ N/mm}^2$	E-Modul Wälzkörper
$\lambda_{Ri} = 33 \text{ W/mK}$	Wärmeleitwert Lagerringe
$\lambda_{Wk} = 33 \text{ W/mK}$	Wärmeleitwert Wälzkörper
$c_{Ri} = 490 \text{ J/kgK}$	Spezifische Wärmekapazität Lagerringe
$c_{Wk} = 490 \text{ J/kgK}$	Spezifische Wärmekapazität Wälzkörper
$\rho_{Ri} = 7800 \text{ kg/m}^3$	Dichte Lagerringe
$\rho_{Wk} = 7800 \text{ kg/m}^3$	Dichte Wälzkörper

Aus diesen Konstanten können weitere, für die folgenden Berechnungsschritte, konstante Werte abgeleitet werden (siehe Tabelle 2).

Tabelle 2: abgeleitete Konstante

Wert	Bemerkung
$B = 0,04$	Gesamtkrümmung nach Gl. 28
$R_i = 0,0027 \text{ m}$	Summe der Krümmungen innen nach Gl. 24
$R_o = 0,0034 \text{ m}$	Summe der Krümmungen außen nach Gl. 24
$R_{d,i} = 0,9344$	Differenz der Krümmungen innen nach Gl. 25
$R_{d,o} = 0,9175$	Differenz der Krümmungen außen nach Gl. 25
$d_e = 0,051 \text{ m}$	Mittendurchmesser nach Gl. 29
$E_{eff} = 229280 \text{ N/mm}^2$	Effektive E-Modul nach Gl. 38
$\mathcal{F}_i = 3,567$	Elliptisches Integral 1. Art innen nach Gl. 34
$\mathcal{F}_o = 3,424$	Elliptisches Integral 1. Art außen nach Gl. 34
$\mathcal{E}_i = 1,019$	Elliptisches Integral 2. Art innen nach Gl. 35
$\mathcal{E}_o = 1,025$	Elliptisches Integral 2. Art außen nach Gl. 35
$k_i = 8,78$	Druckellipsenverhältnis innen nach Gl. 33
$k_o = 7,59$	Druckellipsenverhältnis außen nach Gl. 33
$m = 0,001 \text{ kg}$	Masse Wälzkörper nach Gl. 60
$I_p = 4,216 * 10^{-9} \text{ kgm}^2$	Massenträgheitsmoment nach Gl. 63

Aufgrund obiger Ergebnisse kann im Folgenden auf den Lösungsvorgang per se eingegangen werden.

3.5.3.2 Lösungsprozedere

Nachdem der Umschlag von „Outer“ zu „Inner-Race-Control“ ein binärer ist, und dies möglicherweise die Lösung in einem implementierten MATLAB Solver wie „fsolve“ etwas verkomplizieren könnte, wurde ein Ansatz gewählt indem mittels MATLAB Solver nur die Gleichungen Gl. 55 bis Gl. 58 und Gl. 64 gelöst werden (Unbekannte: $\delta_i, \delta_o, X_1, X_2, \delta_t$). Dazu wurden die Gleichungen Gl. 49 bis Gl. 54 in Gl. 55 bis Gl. 58 und Gl. 64 eingesetzt. Nach einem Lösungsdurchgang werden dann Gl. 44 bis Gl. 48, Gl. 59 und Gl. 61 Neuberechnet. Die Lösung gilt als erreicht, wenn sich der Winkel ζ im nächsten Iterationsschritt um weniger als 10^{-6} rad ändert.

Es hat sich gezeigt, dass im Falle von einer Drehzahl $n = 0$ der Solver „lsqnonlin“ keine reale Lösung erzeugt. Jedoch für Drehzahlen $n > 0$ im ersten Iterationschritt bessere Ausgangswerte zur nächsten Iteration bereitstellt als „fsolve“. Deshalb wurde im ersten Schritt eine Unterscheidung ob die Drehzahl $n = 0$ oder $n > 0$ ist eingeführt. Sofern die erste Iteration mit

„fsolve“ oder „lsqnonlin“ durchgeführt wurde, muss die Drehzahl nicht mehr unterschieden werden (siehe Abbildung 29).

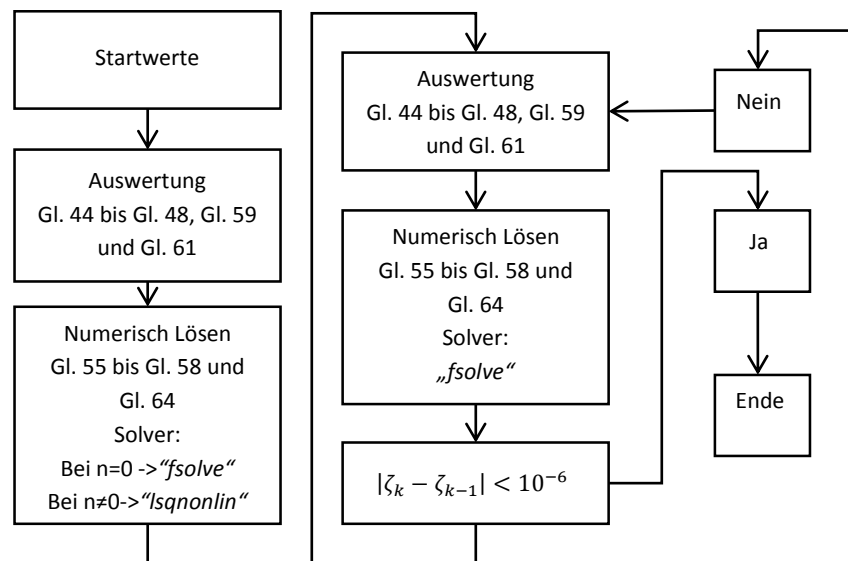


Abbildung 29: Berechnungsablauf

3.5.3.3 Bestimmung der Startwerte

Wie bereits erwähnt, hängt die Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems von den Startwerten ab. In diesem Abschnitt wird nun dargestellt, wie die Startwerte abgeschätzt wurden. Abgesehen von den in Punkt 3.5.3.1 dargestellten Konstanten, werden noch die Drehzahl der Welle n und die gesamte axiale Kraft F_{ax} auf das Lager benötigt.

Schritt für Schritt wird dargestellt werden, welche Gleichungen und Ansätze zum Lösen verwendet wurden.

- Winkelgeschwindigkeit der Welle $\omega_i = n * \frac{\pi}{30}$
- Steifigkeit K_g des gesamten Kontaktes nach Gl. 42
- Statischer Berührwinkel α nach Gl. 43
- Setze $\alpha'_i = \alpha$
- F'_i nach Gl. 43
- Geschätzte Winkelgeschwindigkeit des Käfigs $\omega'_K = \left(1 - \frac{d_w \cos \alpha'_i}{d_e}\right) \frac{\omega_i}{2}$ (siehe Abbildung 30)
- Setze $d_{e,d} = d_e$
- geschätzte Zentrifugalkraft F'_c nach Gl. 59

- geschätzte Kontaktkraft außen $F'_o = \frac{F'_i \cos \alpha'_i + F'_c}{\cos\left(\arctan\left(\frac{F'_i \sin \alpha'_i}{F'_i \cos \alpha'_i + F'_c}\right)\right)}$ (vereinfachtes Kräftesystem

nach Abbildung 30)

- geschätzter Kontaktwinkel außen $\alpha'_o = \arctan\left(\frac{F'_i \sin \alpha'_i}{F'_i \cos \alpha'_i + F'_c}\right)$
- Steifigkeiten K'_i, K'_o nach Gl. 40.
- Startwert, Verschiebung innen, außen $\delta'_{i,o} = \left(\frac{F_{i,o}'}{K_{i,o}'}\right)^{2/3}$
- Startwert $X'_1 = ((f_o - 0,5) * d_w + \delta'_o) \cdot \sin \alpha_o$ (vgl. Gl. 54)
- Startwert $X'_2 = ((f_o - 0,5) * d_w + \delta'_o) \cdot \cos \alpha_o$ (vgl. Gl. 51)
- Startwert axial Verschiebung $\delta'_t = X'_1 + ((f_o - 0,5) * d_w + \delta'_i) \cdot \sin \alpha'_i - B d_w \sin \alpha_o$

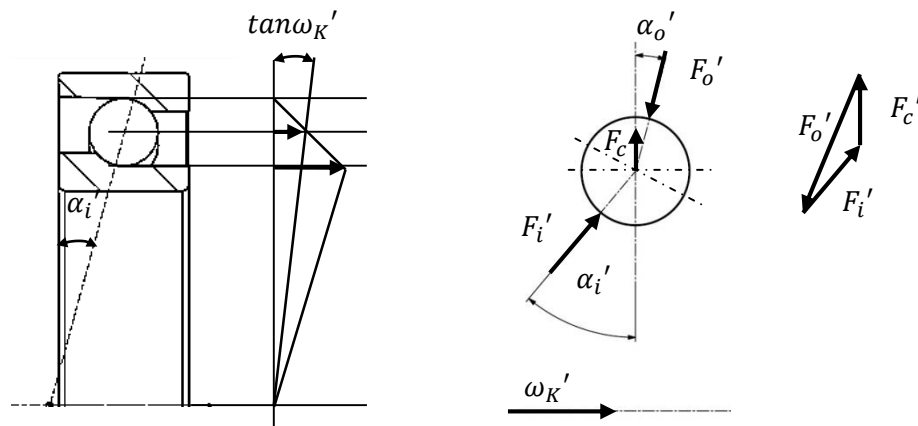


Abbildung 30: vereinfachte Geschwindigkeiten und Kräfte

3.6 Ergebnisse

Dabei werden die Ergebnisse der theoretischen Untersuchungen, welche in diesem Kapitel ausgeführt wurden dargestellt. Das untersuchte Lager ist ein Spindellager des Types SKF 71908 CD P4A.

3.6.1 Betriebsdruckwinkel

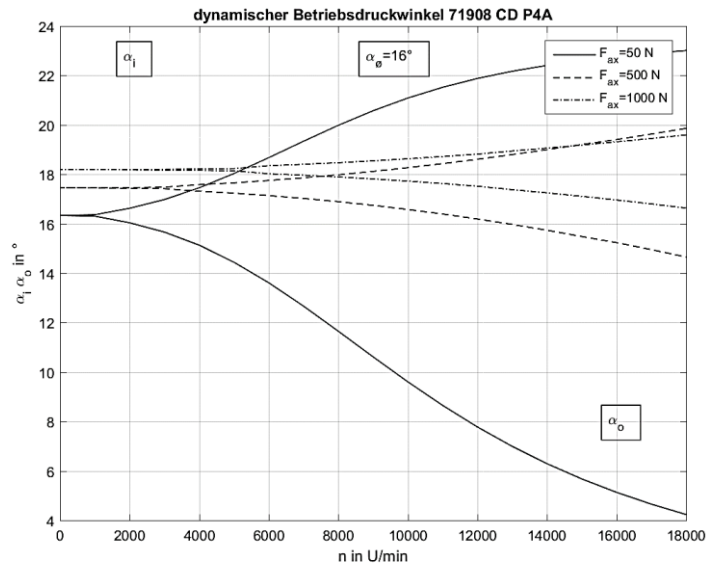


Abbildung 31: dynamischer Betriebsdruckwinkel

In Abbildung 31 ist der Verlauf des Betriebsdruckwinkels bei verschiedenen axialen Lasten dargestellt. Die Kurven mit positiver Steigung sind dem inneren Berührwinkel α_i zuzuordnen. Die abfallenden Kurven stellen den Verlauf des äußeren Berührwinkel α_o dar. Es ist gut erkennbar, dass sich bei geringer axialer Belastung der Berührwinkel mit steigender Drehzahl stark verändert.

3.6.2 Kontaktflächen

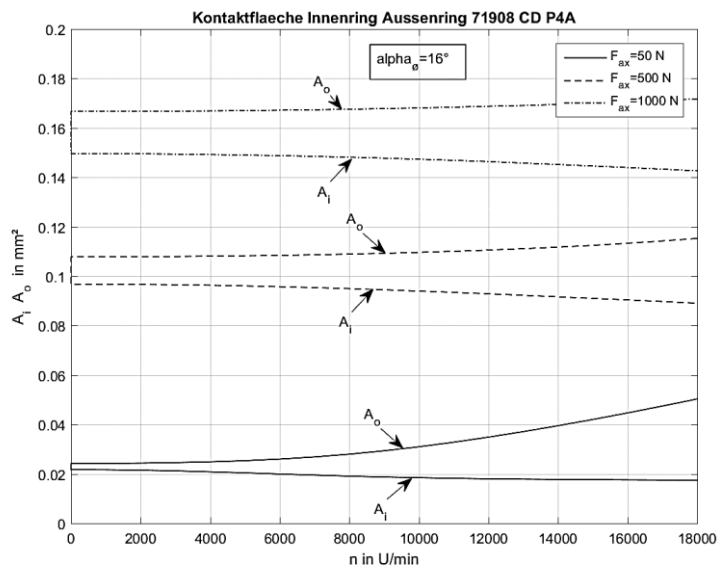


Abbildung 32: Kontaktflächen

In Abbildung 32 sind die Kontaktflächen über die Drehzahl bei verschiedenen axialen Lasten dargestellt. A_i ist die Kontaktfläche Wälzkörper und Innenring, während A_o jene von Wälzkörper und Außenring darstellt.

Durch die zusätzliche Zentrifugalkraft kommt es bei steigender Drehzahl zu höheren Kontaktflächen am Außenring, wohingegen die Kontaktfläche am Innenring sinkt. Bei Drehzahl $n = 0$ sieht man, dass die Kontaktflächen nicht gleich groß sind. Dies liegt an den unterschiedlichen geometrischen Verhältnissen von Lagerringen und Wälzkörper. Am Innenring ist ein Kontakt von konvex gekrümmten Flächen vorhanden, während am Außenring der Kontakt konvex auf konkav ist, wobei dieser eine bessere Schmiegun g und somit größere Kontaktflächen bietet siehe Abbildung 33.

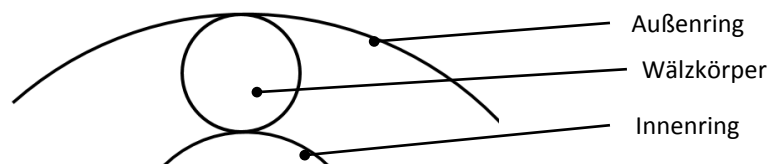


Abbildung 33: Krümmungsverhältnisse im Querschnitt

3.6.3 Kontaktkräfte

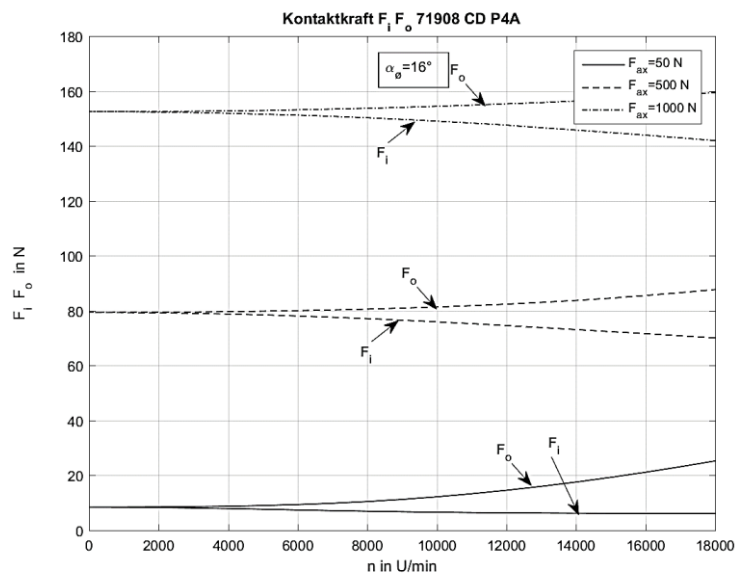


Abbildung 34: Kontaktkräfte

In Abbildung 34 sind die Kontaktkräfte F_i und F_o pro Kugel über die Drehzahl dargestellt, wiederum in Abhängigkeit von der axialen Gesamtkraft auf das Lager.

Prozentual gesehen ist bei höheren axialen Lasten die Zentrifugalkraft nur noch von geringem Einfluss.

3.6.4 Axiale Verschiebung

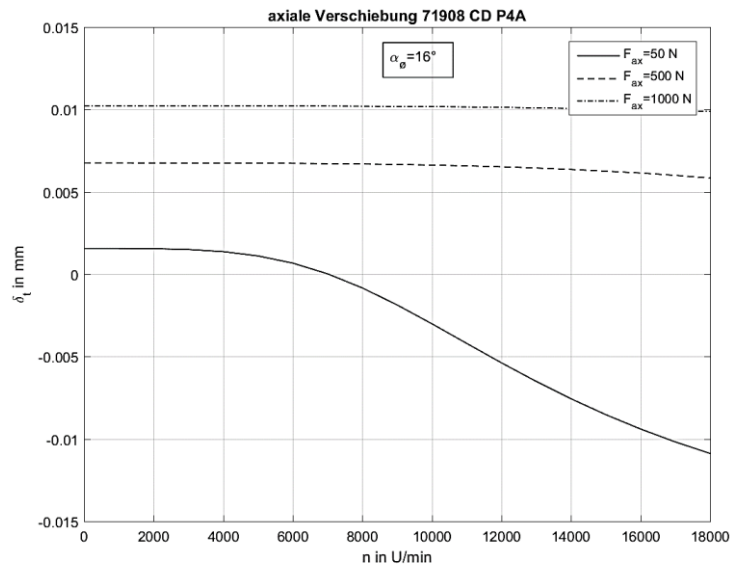


Abbildung 35: axiale Verschiebung

In Abbildung 35 ist nun die axiale Verschiebung der Lagerringe zu einander bei konstanten Kräften F_{ax} dargestellt.

Es zeigt sich, dass bei geringen axialen Lasten die Lagerringe axial weiter auseinander gedrückt werden können. In einer starren Einspannung, zum Beispiel einer X oder O-Anordnung von zwei Schrägkugellagern würde es zu einer zusätzlichen Verspannung des Systems kommen. Betrachtet man ein System mit veränderlicher Axiallast, so zeigt dieses Diagramm, dass es dabei zu Verschiebungen der Lagerringe kommt. Dies könnte zu einer Schwingung in axialer Richtung führen.

4 Analyse des Prüfstandes

Zuerst wurden das Konzept und die zugrundeliegenden Berechnungen zur Bestimmung des Wärmeleitwertes untersucht. Im nächsten Schritt wurden die Bauteile des Prüfstandes auf ihre Funktionstauglichkeit überprüft. Schlussendlich wurde der Prüfstand in Betrieb genommen.

4.1 Konzept zur Bestimmung eines Wärmeleitwertes

In Kapitel 2.3 wurde gezeigt welche Messgrößen benötigt werden um einen Wärmewiderstand eines Wälzlagers zu errechnen. In diesem Abschnitt wird das verwendete Konzept im vorhandenen Prüfstand gezeigt. Zur Erinnerung, für die Berechnung des Widerstandes, werden der eintretende Wärmestrom Q_{in} der austretende Wärmestrom Q_{out} und die Temperaturen am Lagerinnenring und Lageraußenring benötigt.

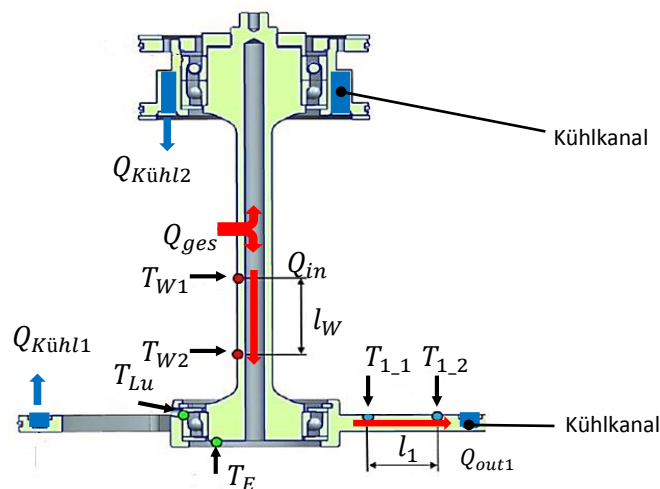


Abbildung 36: Messkonzept zur Bestimmung des Wärmewiderstandes

In die Welle wird ein Wärmestrom Q_{ges} eingebracht, diese teilt sich in 2 Teilströme auf. Über die Messstellen auf der Welle T_{W1} und T_{W2} werden nun zum Wärmestrom Q_{in} proportionale Größen gemessen. Dadurch kann dieser bestimmt werden. Selbiges geschieht auf den drei Speichen des als Speichenrad aufgebauten Messflansch. Werden die drei Wärmeströme in den Speichen addiert, erhält man den gesamten Wärmestrom Q_{out} . Die Wärme wird in den Kühlkanälen konstanter Temperatur wieder abgeführt. Die zur schlussendlichen Bestimmung des Wärmewiderstand notwendigen Temperaturen am Außen- und Innenring werden mit T_{Lu} und T_E gemessen, siehe Abbildung 36.

4.2 Mechanischer Aufbau des Prüfstandes

Aus dem Konzept wurde der in Abbildung 37 gezeigte Prüfstand abgeleitet.

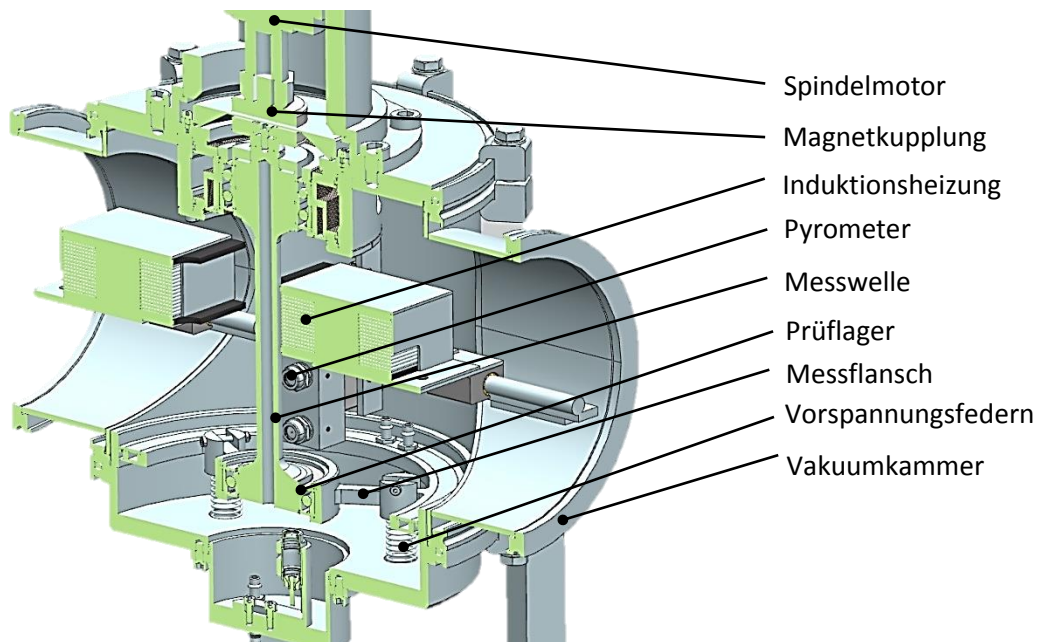


Abbildung 37: Mechanischer Aufbau des Prüfstandes

Ein Spindelmotor treibt über eine Magnetkupplung die Messwelle an. Das obere Ende der Messwelle wird mittels eines Lagerpaars in X-Anordnung gelagert. Das Prüflager liegt in einem Messflansch, dieser ist als Rad mit drei Speichen ausgeführt. An diesen drei Speichen greifen die Belastungsfedern an. Mit denen ist es möglich die Vorspannung des Prüflagers zu variieren. Der Messflansch wird radial, mittels O-Ring am Gehäuse, nachgiebig zentriert. Der ganze Aufbau ist in eine Vakuumkammer eingebettet (siehe Abbildung 37). Die Induktionsheizung besteht aus einer Spule die oben und unten mit Ferritplatten zur Magnetfeldlenkung abgedeckt ist. Die Spule wird mit einem symmetrischen Rechtecksignal mit einer Frequenz von 1 kHz betrieben. Dadurch entsteht ein wechselndes Magnetfeld, welches Wirbelströme in die Welle induziert und somit Wärme zuführt.

Für genauere Ausführungen über den Aufbau siehe (Langeder 2015).

4.2.1 Messstellen

Um die in Kapitel 2 erwähnten Einflussgrößen erfassen zu können, müssen adäquate Sensoren verbaut werden.

- 1x Kontrastsensor $\rightarrow n$

- Aus Platzgründen wird der Drehzahlsensor außen angebracht, dies ist zulässig, da die Magnetkupplung keinen Schlupf aufweist.
- 6xPt 100 Temperatursensoren auf den Speichen $\rightarrow T_{1,2}, T_{2,2}, T_{2,2}, T_{3,1}, T_{3,2}, T_{Lu}$
 - Sind auf den Speichen fest verklebt
- 1xPt 100 Temperatursensor auf Ferritplatten der Induktionsheizung $\rightarrow T_{Ferrit}$
 - auf Ferritplatte verklebt
- 1xPt 100 Temperatursensor auf Lageraußenring $\rightarrow T_{Lu}$
 - T_{Lu} ist in eine Bohrung eingeführt und wird an den Lageraußenring gepresst.
- 3xPyrometer $\rightarrow T_{W1}, T_{W2}, T_E$
 - Zur Verwendung der Pyrometer wurde die Welle mit Ofenlack lackiert, dies stellt ein konstantes Emissionsverhältnis von 0,97 sicher.
- 1xDrucksensor $\rightarrow p$
 - Als Drucksensor wird eine Piranisonde verwendet.

In Abbildung 38 sind bis auf $T_{3,1}$, $T_{3,2}$ und dem Drucksensor alle Messstellen im Prüfstand dargestellt. Der Drucksensor ist in Abbildung 42 dargestellt.

Im Vergleich zu (Langeder 2015), wird auf eine Temperaturüberwachung des Lagerpaares verzichtet, da durch den in unmittelbarer Nähe liegenden Kühlkreislauf die Lagertemperatur, durch eine Messung an der Außenseite des Lagergehäuses, nicht überprüft werden kann. Stattdessen wird die Temperatur auf den Ferriten überwacht, da durch die Wärmeentwicklung der Wicklungen der Induktionsheizung hohe Temperaturen auftreten. Dies kann zu einer Zerstörung der Klebung führen.

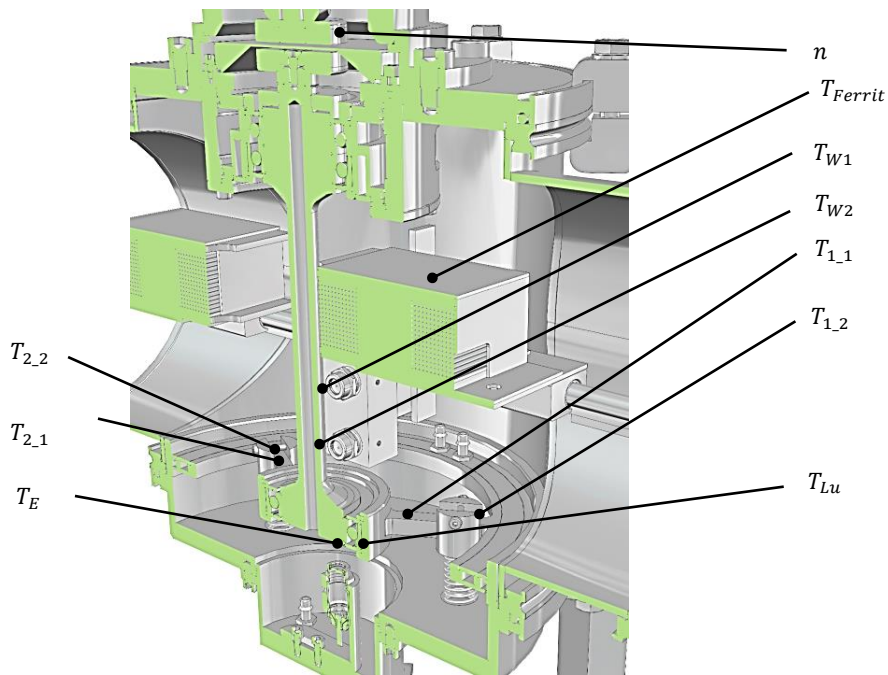


Abbildung 38: Messstellen im Prüfstand

4.3 Bestimmung des Wärmeleitwertes aus den Messwerten

Für die Bestimmung eines Wärmeleitwertes werden nicht die direkten Messwerte sondern abgeleitete Größen (Q_{in} , Q_{out}) herangezogen.

4.3.1 Ermittlung des austretenden Wärmestromes

Allgemein lässt sich der Wärmestrom über das *Fouriersche* Gesetz beschreiben, im eindimensionalen Fall lautet es $Q = -\lambda A \frac{dT}{dx}$.

Ist der Temperaturverlauf linear, so kann es hinsichtlich des Wärmestroms in den Speichen des Messflansches wie in Gl. 65 angeschrieben werden.

$$Q_{outx} = -\lambda_{Alu} A_{Sp} \frac{T_{x,1} - T_{x,2}}{l_x} \quad \text{Gl. 65}$$

Wobei λ_{Alu} der Wärmeleitwert des Messflansches ist (Aluminium), A_{Sp} ist der Querschnitt einer Speiche. Der Index x steht für die jeweilige Speiche. Der gesamte austretende Wärmestrom wird erhalten, wenn die Wärmeströme Q_{out1} , Q_{out2} , Q_{out3} summiert werden. Die zur Berechnung der austretenden Wärmeströme herangezogenen Parameter werden in Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3: Parameter für austretenden Wärmestrom

Wert	Bemerkung
$\lambda_{Alu} = 130 \text{ W/mK}$	Wärmeleitwert Aluminium 7075 T6
$A_{Sp} = 64 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$	Querschnittsfläche einer Speiche

4.3.2 Ermittlung eintretender Wärmestrom

Ursprünglich wurde davon ausgegangen, dass die Wärmestrahlung keinen Einfluss auf das Messergebnis hat. Dies ist durch die niedrigen Temperaturen und geringe Abstrahlungsfläche begründet, (Riepan 2012, S. 11). Unter dieser Annahme kann der eintretende Wärmestrom Q_{in} auf dieselbe Vorgehensweise wie in Punkt 4.3.1 bestimmt werden.

Jedoch kam es in einer Analyse der Messwerte in (Haidl 2014) zur Feststellung einer Diskrepanz zwischen Q_{in} und Q_{out} . So ergab sich bei stillstehendem Lager eine obere Wellentemperatur $T_{W1} = 131,5 \text{ }^\circ\text{C}$ und eine untere Wellentemperatur von $T_{W2} = 73,5 \text{ }^\circ\text{C}$. Der eintretende Wärmestrom Q_{in} wurde mit 3,66 W und der austretende Wärmestrom Q_{out} mit 2,48 W festgestellt. Da im Stillstand die beiden Wärmeströme betragsmäßig zirka gleichgroß sein sollten (bis auf Messungenauigkeit), wurde eine Abschätzung der Wärmestrahlung angestellt.

Aufgrund der vergleichsweise hohen Wellentemperaturen in Verbindung mit dem schwarzen Ofenlack mit einem Emissionsverhältnis von $\epsilon_{1s} = 0,97$ wird analytisch überprüft, ob der Wärmestrom einen merklichen Einfluss auf das Messergebnis hat.

Als für die Wärmestrahlung relevante Abstrahlfläche wird der in Abbildung 39 schwarz gepunktete Bereich erachtet, in diesem ist Ofenlack auf die Welle aufgetragen, was einen Emissionsgrad von $\epsilon_{1s} = 0,97$ sicherstellt. Unterhalb dieses Bereiches (bei $x > L_1$) ist die Temperatur und das Emissionsverhältnis ($\epsilon_{1b} = 0,3$ blanke Welle) so gering, dass durch Strahlung keine nennenswerten Wärmeströme mehr Zustandekommen. Wie man in Abbildung 41 sieht beträgt die Temperatur nach dem schwarz lackierten Bereich nur noch etwa $58 \text{ }^\circ\text{C}$. Das abstrahlende System reduziert sich nun auf die Mantelfläche der Hohlwelle im Bereich $L_3 \leq x \leq L_1$ (siehe Abbildung 39). Somit kann das Strahlungsproblem als System von zwei konzentrisch unendlich langen Zylindern modelliert werden, dieses Modell lässt Strahlung nur von der Zylinder Mantelfläche und nicht auch von den Deckflächen ausgehen. Für dieses System wird der Sichtfaktor bestimmt. Es wird dabei angenommen, dass die stellenweisen Abweichungen von einer zylindrischen Geometries des Gehäuses durch die Pyrometer Befestigung beziehungsweise Flanschdeckel (siehe Abbildung 39) nur geringen Einfluss auf den Sichtfaktor haben. Aufgrund der geringen Wandstärke der Hohlwelle wird weiters davon ausgegangen, dass

der Wärmestrom rein axial gerichtet ist. Als Randbedingung dienen die beiden Messwerte der Pyrometer (T_{W1}, T_{W2}) (siehe Abbildung 39).

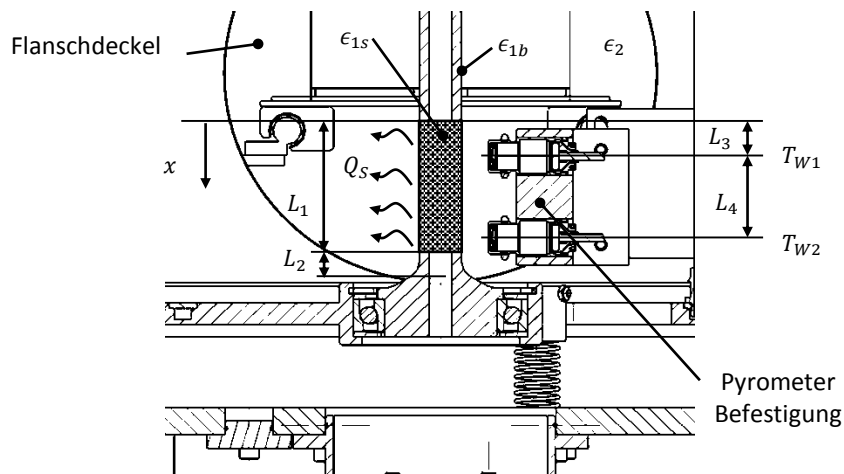


Abbildung 39: Strahlung im Prüfstand

Der Sichtfaktor F_{12} vom zwei konzentrischen unendlichen langen Zylindern ist ausreichend in der Literatur beschrieben und kann aus (Marek und Nitsche 2010, S. 253) entnommen werden. Er ist in diesem Fall wie in Gl. 66 definiert (vgl. Abbildung 40 rechts).

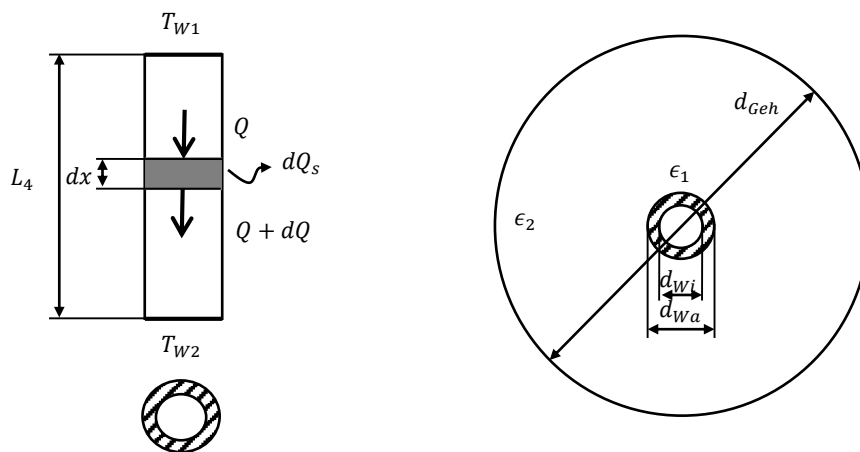


Abbildung 40: Energiebilanz und Sichtfaktormodell

$$F_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2} \left(\frac{d_{Wa}}{d_{Geh}} \right)} \quad \text{Gl. 66}$$

ϵ_1 ist das Emissionsverhältnis der Wellenoberfläche. ϵ_2 das Emissionsverhältnis des Gehäuses. d_{Wa} und d_{Geh} sind in Abbildung 40 links dargestellt.

Aus dem Energieerhaltungssatz, unter Annahme eines stationären Prozesses, kann Gl. 67 geschlossen werden (siehe Abbildung 40 rechts).

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial x} dx = -dQ_S \quad \text{Gl. 67}$$

Nach Anwendung des *Fourierschen* Gesetz in Zylinderkoordinaten (eindimensional in Achsrichtung x) auf den mittleren Ausdruck von Gl. 67 erhält man Gl. 68.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} dx = -\lambda_{st} A \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx \quad \text{Gl. 68}$$

Hierin ist A die Querschnittsfläche der Hohlwelle. Die Wärmestrahlung Q_S eines infinitesimalen Wellenstückes kann unter Verwendung des *Stefan-Boltzmann* Gesetzes wie in Gl. 69 angeschrieben werden.

$$dQ_S = \sigma F_{12} U ((273,15 + T(x))^4 - (273,15 + T_{Geh})^4) dx \quad \text{Gl. 69}$$

Wobei U der Umfang der Welle und σ die *Stefan-Boltzmann* Konstante ist. Werden nun Gl. 68 und Gl. 69 in Gl. 67 eingesetzt so erhält man die gesuchte Wärmeleitungsgleichung Gl. 77.

$$-\lambda_{st} A \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \sigma F_{12} U ((273,15 + T(x))^4 - (273,15 + T_{Geh})^4) = 0 \quad \text{Gl. 70}$$

Als Randbedingungen gelten die *Dirichlet* Ränder welche in Gl. 71 dargestellt sind.

$$\begin{aligned} T(x = L_3) &= T_{W1} \\ T(x = L_3 + L_4) &= T_{W2} \end{aligned} \quad \text{Gl. 71}$$

Gl. 77 ist eine nichtlineare Differentialgleichung 2. Ordnung, welche numerisch gelöst werden muss. Für diesen Zweck bietet sich der MATLAB Solver „*bvp4c*“ an. Ist das Gleichungssystem gelöst, kann über das Fouriersche Gesetz auf den Wärmestrom geschlossen werden.

Da der von der Strahlung betroffene Bereich über die Randwerte hinausgeht, wird im Bereich $L_3 + L_4 < x \leq L_1$ ein Anfangswertproblem gelöst. Als Startwerte werden die Lösungen des Randwertproblem verwendet. Als Differentialgleichung gilt wieder Gl. 77. Die Anfangsbedingungen sind in Gl. 72 dargestellt.

$$\begin{aligned} T(x = L_3 + L_4) &= T_{W2} \\ \frac{dT(x = L_3 + L_4)}{dx} &= -\frac{Q(x = L_3 + L_4)}{\lambda A} \end{aligned} \quad \text{Gl. 72}$$

Die Lösung für die in Punkt 4.3.1 angesprochenem Messwerte ist in Abbildung 41 dargestellt.

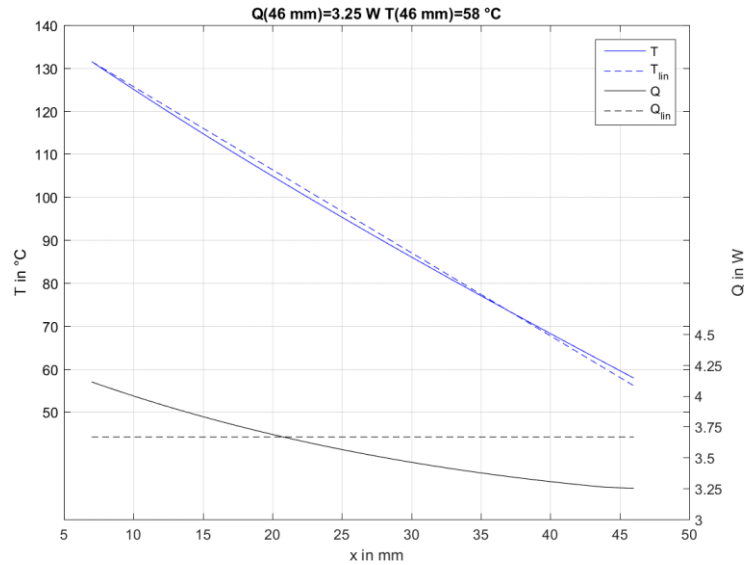


Abbildung 41: Temperatur- und Wärmestromverlauf

In Abbildung 41 ist nun der Temperatur- und Wärmestromverlauf unter Annahme eines linearen Temperaturverlaufes (T_{lin} , Q_{lin}) dargestellt. Weiters ist auch jener Verlauf, der sich bei Berücksichtigung von Wärmestrahlung (T , Q) ergibt, skizziert. Es ist eindeutig, dass sich die beiden Temperaturverläufe (blaue Linien) nur kaum unterscheiden. Jedoch ergeben sich in den Wärmestromverläufen (schwarze Kurven) größere Abweichungen. So überschätzt das lineare Modell den Wärmestrom hier um etwa 0,45 W. Die gesamt abgegebene Wärmestrahlung beträgt zirka 0,9 W.

Es kann gezeigt werden, dass die Wärmestrahlung durch die kleinen Wärmeströme in der Welle bereits einen nennenswerten Einfluss auf das Messergebnis hat. Dennoch lässt sich durch dieses Modell nicht die gesamte Abweichung von Q_{in} und Q_{out} erklären. Die letzte Abweichung kann an den Messungenauigkeiten liegen.

Die zur Strahlungsberechnung verwendeten Parameter werden in Tabelle 4 dargestellt.

Tabelle 4: Parameter für eintretenden Wärmestrom

Wert	Bemerkung
$\lambda_{St} = 44 \text{ W/mK}$	Wärmeleitwert Wellenwerkstoff 16MnCr5
$A = 1,26 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	Querschnittsfläche der Hohlwelle
$d_{Wa} = 0,015 \text{ m}$	Außendurchmesser
$d_{Wi} = 0,008 \text{ m}$	Innendurchmesser
$U = 0,0471 \text{ m}$	Umfang Hohlwelle
$\epsilon_{1s} = 0,97$	Emissionsverhältnis Welle mit Ofenlack

$\epsilon_{1b} = 0,3$	Emissionsverhältnis blanke Welle
$\epsilon_2 = 0,21$	Emissionsverhältnis Gehäuse
$\sigma = 5,67 * 10^{-8} W/m^2K^4$	Stefan-Boltzmann konstante
$E_{Wk} = 210000 N/mm^2$	E-Modul Wälzkörper
$T_{Geh} = 35 \text{ }^\circ\text{C}$	Gehäuse Temperatur

4.3.3 Bestimmung des Wärmeleitwertes

Der Wärmewiderstand eines Wälzlagers wurde bereits in Gl. 3 beschrieben. Diese Gleichung wird nun auf die Nomenklatur in Abbildung 38 angepasst, zum Zwecke der besseren Verständlichkeit wird Gl. 3 auf einen Wärmeleitwert umgeformt siehe Gl. 73.

$$G_b = \frac{1}{2} \frac{Q_{in} + Q_{out}}{T_E - T_{Lu}} \quad \text{Gl. 73}$$

4.4 Verwendete Hardware

Zum Betrieb des Prüfstandes werden folgende Komponenten benötigt (vgl. Abbildung 42)

- Energieversorgung
 - Spindelmotor
 - *Changzhou ϕ 80 2,2kW water-cooled circular spindle*
 - Leistungsfrequenzgenerator zum Betrieb der Induktionsheizung
 - Siehe Kapitel 4.4.1
 - Frequenzgenerator zur Steuerung des Leistungsfrequenzgenerators
 - *Tektronix CRG250*
 - Netzgerät zur Versorgung von Sensoren
 - *Voltcraft VLP 1405 Pro*
 - Netzgerät zur Versorgung des Leistungsfrequenzgenerators
 - *Aim-TTI Instruments EX354RD Power Supply*
 - Netzgerät zur Versorgung der Heizung
 - *MRGN - 9000; regelbares Netzgerät; MC Power*
- Umgebungskonditionierung
 - Vakuumpumpe
 - *Edwards-E2M2*
 - Kühlkreislauf (Wärmesenke im Prüfstand)
- Sensoren
 - Pyrometer

- *Optris CTLT-CF*
 - PT100 Temperatursensoren
 - *JUMO Pt-100 Temperatursensor in SMD-Bauform*
 - Drehzahlsensor
 - *(Monarch Instruments ROS-Remote Optical Sensor*
 - Druckmessung)
 - *CVM211 "Stinger" Konvektions-Pirani-Vakuummeter*
- Messdatenaufnehmer
 - siehe Kapitel 4.4.4

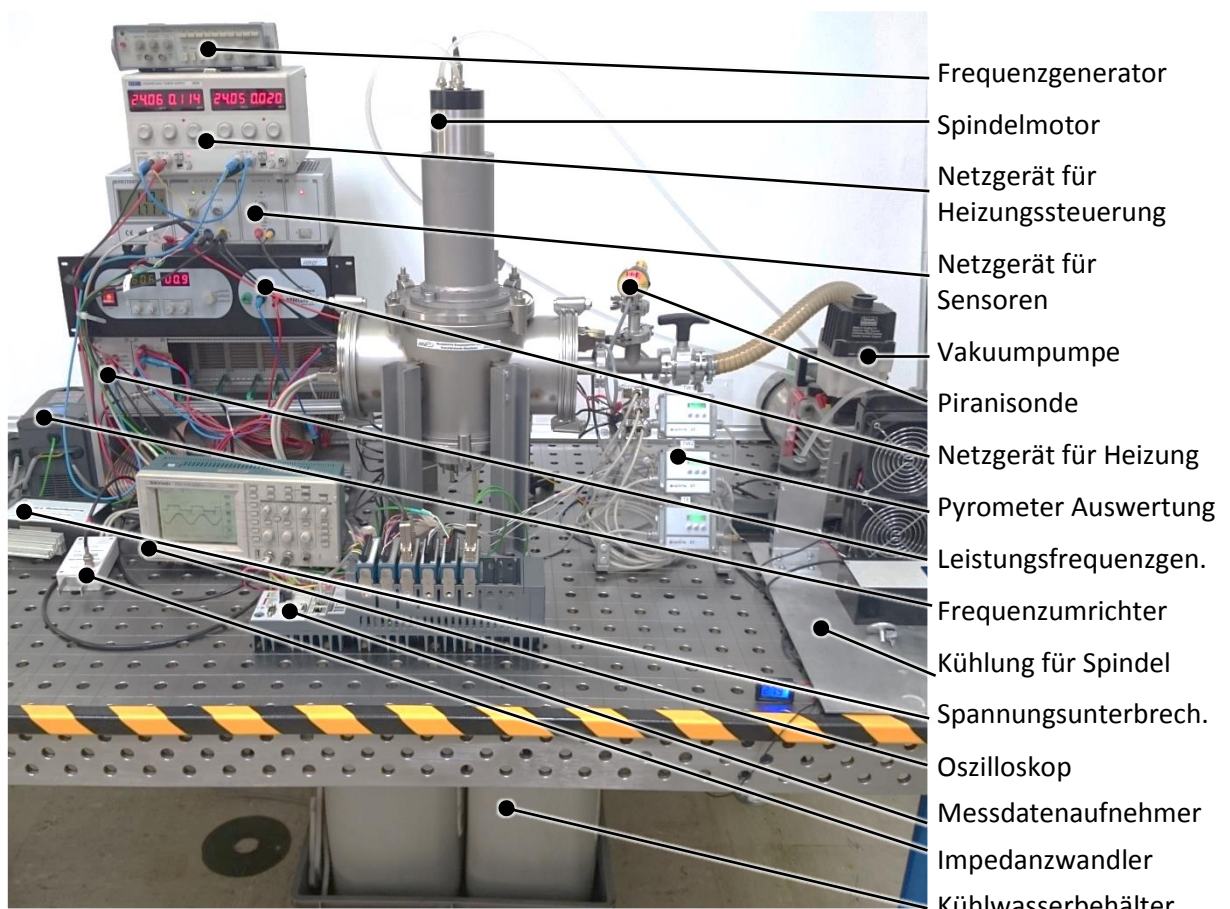


Abbildung 42: Funktionstüchtiger Prüfstand

Anschließend werden einige Komponenten ausführlicher erklärt, die Spezifikationen der Sensorik ist bereits in (Langeder 2015, S. 88f.) beschrieben.

4.4.1 Leistungsfrequenzgenerator

Der Leistungsfrequenzgenerator wird benötigt um die Spulen der Induktionsheizung mit Strom zu versorgen. Dabei folgt die Spannung einem um 0 V symmetrischen, zeitlich rechteckigen

Verlauf, mit maximal ± 70 V (je nach Versorgungsspannung des Netzgerätes). Die Anschlussbelegung ist in Abbildung 43 dargestellt. Neben den Ausgang „-Hzg“ sind zwei LEDs angebracht, diese zeigen den Betriebszustand des Generators.

Tabelle 5: Betriebszustände Leistungsfrequenzgenerator

Rote LED	Grüne LED	Zustand
leuchtet	leuchtet	Betriebsbereit
leuchtet	blinkt	Kalibrierung (Steuereingang auf +5V Gleichspannung)
blinkt	blinkt	Error (-> Trennen der Spannungsversorgung +24V/-24V)

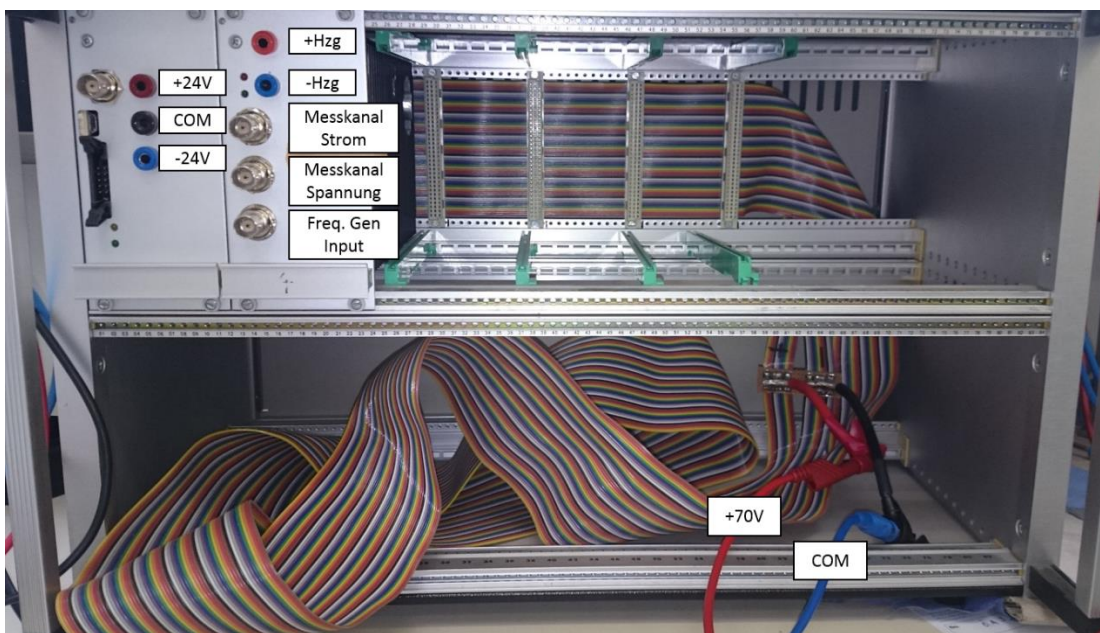


Abbildung 43: Anschluss Leistungsfrequenzgenerator

4.4.2 Frequenzgenerator

Die Steuerung der Induktionsheizung wird über einen Frequenzgenerator durchgeführt (hier: Tektronix CRG250). Die Heizung wurde auf ein Rechtecksignal bei 1 kHz ausgelegt. Zur Steuerung des Leistungsfrequenzgenerators dient ein amplitudenmoduliertes Rechtecksignal. Bei +5 V Gleichspannung ist die Ausgangsleistung gleich Null. Die maximale Ausgangsleistung der Heizung wird bei einer Amplitude von 5 V um die Mittelspannung von 5 V erreicht. In dieser Arbeit wurde jedoch dazu übergegangen die Steuerung der Heizung über den Messdatenaufnehmer (*NI CompactRio*) zu steuern. Dadurch kann die Leistung der Induktionsheizung geregelt werden.

4.4.3 Kühlsystem

Die Temperatur der Wärmesenke sollte über lange Zeiträume eine konstante Temperatur haben. Nur so kann sichergestellt werden, dass die Temperaturgradienten ausschließlich von den Eigenschaften des Wälzlagers bestimmt werden. Die Konstanz des Kühlwassers kann mit mehreren Varianten sichergestellt werden. Ein Ansatz wäre eine Temperaturregelung, der Nachteil dieser Methode ist eine mögliche Regelhysterese. Ein weiterer Ansatz ist das Kühlwasser mittels Eis auf konstante 0 °C zu kühlen.

In dieser Arbeit wurde jedoch der Kühlkreislauf mit einem großen Wasserreservoir ausgestattet (60 l). Mit diesem Aufbau erhöht sich die Kühlwassertemperatur nach einem Betrieb von 10 Stunden nur um etwa 5 °C. Dies hat sich als ausreichend herausgestellt. Weiterführende Informationen zum Thema Kühlkreislauf siehe (Langeder 2015, S. 81)

4.4.4 Messdatenaufnehmer

Da ein großteils unbeaufsichtigter Betrieb des Prüfstandes angestrebt wird müssen automatisierte Sicherheitsabschaltungen möglich sein. Weiters wird eine Regelung der Heizung und Spindeldrehzahl benötigt, dadurch ist eine reine Datenaufzeichnung nicht mehr ausreichend. Deshalb wurde eine Echtzeitregelung mittels *National Instruments Compact Rio* aufgebaut. Als Chassis dient ein *CRio 9081*. In dieses werden folgende Module eingebaut. (vgl. Abbildung 44)

- Zwei PT 100 Module: *National Instruments 9217*
- Ein digitales Eingangsmodul für Drehzahlsensor: *National Instruments 9401*
- Ein analoges Eingangsmodul für Pyrometer: *National Instruments 9215*
- Ein digitales Ausgangsmodul für Notabschaltung: *National Instruments 9472*
- Ein analoges Ausgangsmodul zur Regelung der Heizung und der Drehzahl: *National Instruments 9263*

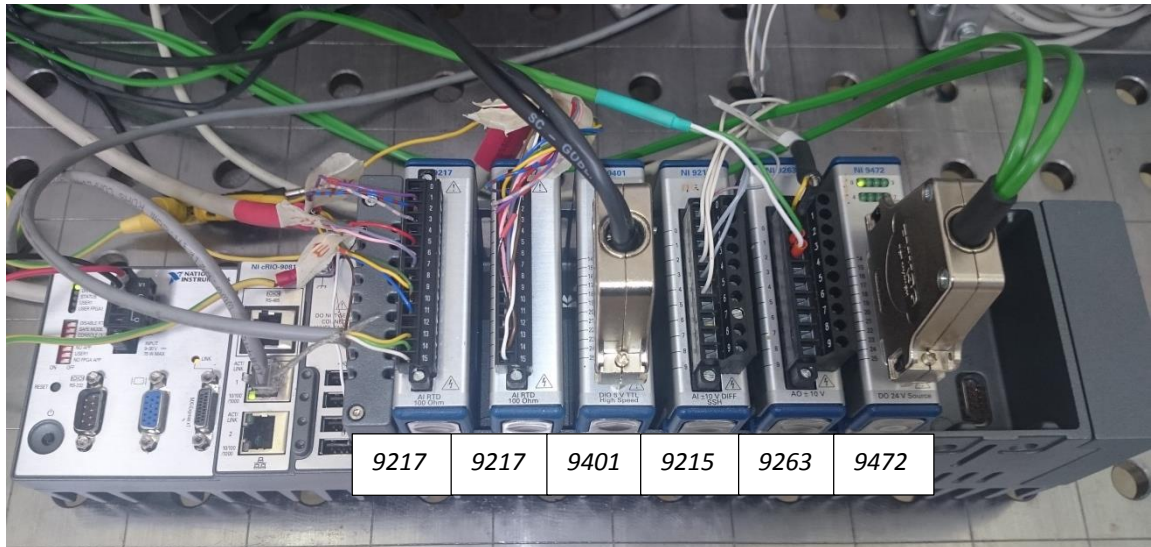


Abbildung 44: Compact Rio Konfiguration

Wird der Steuereingang des Leistungsfrequenzgenerator mit *CRio* betrieben so ist zu beachten, dass der Generator nur einen Eingangswiderstand von etwa $3\text{ k}\Omega$ besitzt. Bei einem direkten Anschluss des analogen Ausgangsmoduls an den Leistungsfrequenzgenerator würde das Modul zu stark belastet werden. Um dies zu umgehen wurde ein Impedanzwandler gebaut, welcher das Signal des analogen Ausgangsmodules verstärkt.

Zur Bedienung des *Compact Rio* wurde ein *LabView* Interface erstellt. In diesem ist es möglich, alle Messkanäle mit Grenzen zu versehen und dadurch Notabschaltungen auszulösen wenn diese überschritten werden. Weiters werden die Temperaturen angezeigt, sodass es möglich ist, stationäre Zustände während des Prüfbetriebes zu erkennen. Es sind Regler für die Drehzahl der Antriebsspinde und die Induktionsheizung vorhanden. Das Interface ist in Abbildung 45 dargestellt.

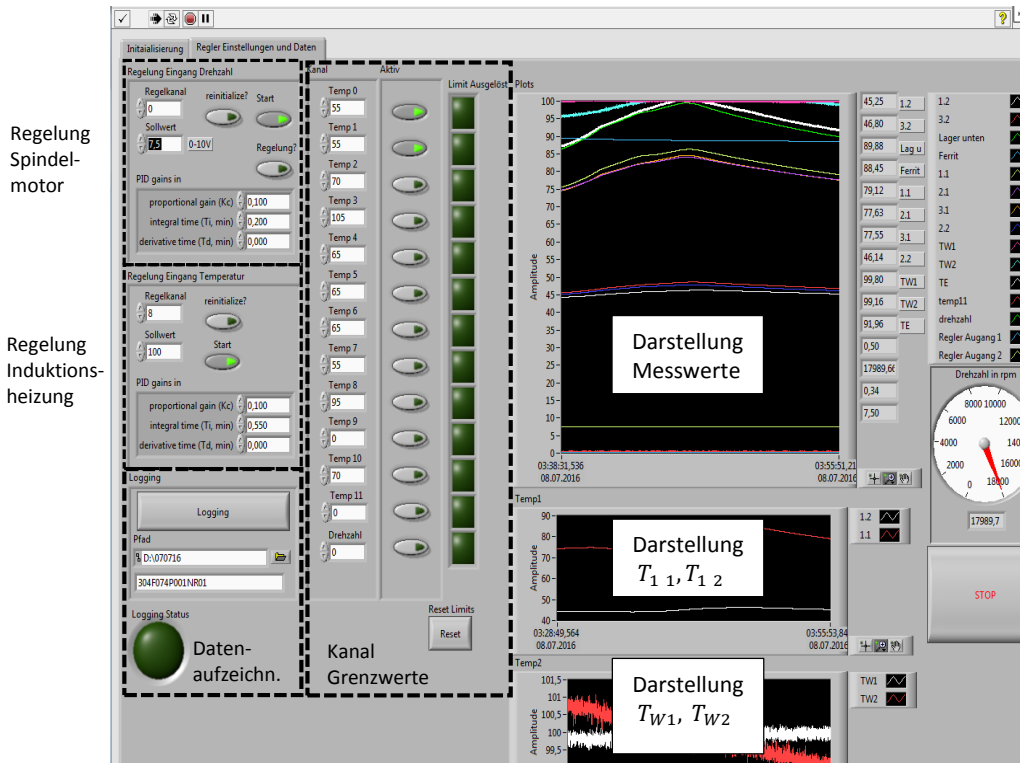


Abbildung 45: LabView Interface

5 Messungen

In Kapitel 2.4 wurden die möglichen Einflussfaktoren auf die Wärmeleitungseigenschaften eines Wälzlagers aufgezählt. Durch diese große Menge an Faktoren ergibt sich eine Vielzahl an möglichen Versuchseinstellungen. Die Rahmenbedingungen der hier untersuchten Versuchsparemeter entsprechen jenen von Schwungradspeicher. Diese zeichnen sich durch konstanten Unterdruck und hohe Drehzahlen aus.

Mit diesen Kriterien können nun die axiale Belastung und Drehzahl als Hauptparameter festgelegt werden. Die Versuche werden bei 0,1 mbar Umgebungsdruck durchgeführt, um einen Druckeinfluss erkennen zu können wird ein Prüflauf bei 10 mbar durchgeführt. Generell wird die Wellentemperatur T_{W1} auf 80 °C geregelt, bei Drehzahlen über 15000 U/min wird sie auf 90 °C erhöht.

Die Untersuchung des Wärmeleitwertes ist nur in einem stationären Zustand sinnvoll sind. So müssen sich die relevanten Temperaturen bei konstanter Drehzahl auf einen gleichbleibenden Wert einstellen. In diesem Zustand muss die generierte Reibleistung des Lagers ebenfalls konstant sein.

Zu diesem Thema wird in der Literatur von einem „eingelaufenen“ Zustand gesprochen. So sind spezielle Einlaufzyklen ratsam, diese sollen das Schmierfett aus den Laufbahnen verdrängen und somit die Lagerreibung minimieren. Diese Zyklen bestehen im Wesentlichen aus schrittweisen Drehzahlsteigerungen bei wiederholtem Abwarten bis sich thermisch stabile Zustände einstellen. Der Einlaufvorgang ist abgeschlossen, wenn die maximale Betriebsdrehzahl erreicht wird. Dieses Prozedere dauert bis zu 10 Stunden. (SKF Gruppe 2014, S. 111)

Der Einfluss des Einlaufens auf den Wärmeleitwert ist bei drehenden Lagern sehr gering, vgl. (D. D. Takeuchi 2004, S. 20). Weiters kann davon ausgegangen werden, dass das untersuchte Lager eingelaufen ist. Der Prüfablauf wird daher wie folgt festgelegt. Bei fixiertem Unterdruck und axialer Belastung wird ausgehend vom stillstehenden Lager die Drehzahl in 1000 U/min Schritten bis 18000 U/min erhöht. Nach jeder Drehzahlstufe wird abgewartet bis sich die Temperaturdifferenzen auf dem Messflansch nur noch um 0,1 °C pro Minute ändern (wird hier als thermisch eingeschwungen definiert), diese Messwerte werden über einen Zeitraum von etwa 30 Sekunden aufgezeichnet und gemittelt, danach wird die Drehzahl erhöht.

Die Wärmeleitwerte im Stillstand, sind stark von den Umverteilungen des Fettes, nach Beendigung des Betriebes des Wälzlagers abhängig. Dies ist vor allem von der Zeit abhängig, wie auch in (D. D. Takeuchi 2004) ausführlich erklärt wird. Im Zuge dieser Arbeit wird auf dieses Verhalten nicht weiter eingegangen.

Als Alternative zur Aufnahme von einem Mittelwert über einen Zeitraum von 30 Sekunden in einem thermischen eingeschwungenen Zustand, wurden auch Versuche mit kontinuierlicher Messaufzeichnung durchgeführt. Dabei sollen die Messwerte vor allem in Abhängigkeit der Zeit gezeigt werden.

5.1 Messfehler

Da die gesuchten Größen wie Wärmeleitwert oder Wärmestrom nicht direkt als Messwerte vorliegen, sondern durch mehrere Hilfsgrößen berechnet werden, kommt es zu einer Verkettung der Messfehler. Die Auswirkung der einzelnen Messunsicherheiten auf das Gesamtergebnis, kann mittels der Gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmt werden. Dies erfolgt analog zu (Haidl 2014, S. 64 ff). Es wird jedoch nicht auf die Beeinflussung durch ungenaue Positionierung der Pt 100 oder der Pyrometer eingegangen. Da im Vergleich zu den Ungenauigkeiten der Pyrometer dieser Messfehler nicht von Bedeutung ist, so sind prozentuale Messfehler durch Fehler in der Längenmessung maximal 1 %. Bei den Pyrometern ist bei einer Messgenauigkeit von ± 1 °C bei den auftretenden Temperaturdifferenzen von beispielsweise 10

°C der prozentuale Messfehler 10%. Somit kann der Messfehler wegen ungenauer Positionierung der Temperatursensoren vernachlässigt werden.

Bezeichnung	Bezug	Messgenauigkeit
Pyrometer	T<100°C	±1°C
Pt100	T=50°C	0,35°C

Nach Anwendung des Gesetzes der Gaußschen Fehlerfortpflanzung, kann der Einfluss der Einzelungenauigkeiten auf den Wärmeleitwert bestimmt werden, Gl. 77.

$$\Delta G_{bmax} = \left| \frac{\partial G_b}{\partial Q_{in}} \right| \Delta Q_{in} + \left| \frac{\partial G_b}{\partial Q_{out}} \right| \Delta Q_{out} + \left| \frac{\partial G_b}{\partial T_E} \right| \Delta T_E + \left| \frac{\partial G_b}{\partial T_{Lu}} \right| \Delta T_{Lu} \quad \text{Gl. 74}$$

Zuerst werden jedoch die Genauigkeiten der ein- und austretenden Wärmeströme benötigt.

5.1.1 Messungenauigkeit austretender Wärmestrom

Der maximale Fehler im austretenden Wärmestrom ΔQ_{out} wird nach Gl. 75 errechnet.

$$\Delta Q_{out} = \Delta Q_{out1} + \Delta Q_{out2} + \Delta Q_{out3} \quad \text{Gl. 75}$$

Wobei sich die Messfehler der einzelnen Wärmeströme durch Gl. 77 bestimmen lassen.

$$\Delta Q_{outx} = \left| \frac{\lambda_{Alu} A_{Sp}}{L_x} \right| \Delta T_{x,1} + \left| \frac{\lambda_{Alu} A_{Sp}}{L_x} \right| \Delta T_{x,2} \quad \text{Gl. 76}$$

Der Index x entspricht einer Zuordnung zur betrachteten Speiche.

Gl. 76 zeigt, dass ΔQ_{outx} konstant ist. Somit ergibt sich $\Delta Q_{out} = \pm 0,36 \text{ W}$.

5.1.2 Messungenauigkeit eintretender Wärmestrom

Die Messungenauigkeit für den eintretenden Wärmestrom könnte analog zu Gl. 76 geschehen. Q_{in} ist jedoch implizit durch eine nichtlineare Differentialgleichung gegeben (siehe Kapitel 4.3.2), diese kann nicht oder nur schwer analytisch gelöst werden. Somit kann Q_{in} nicht in einer expliziten Form $Q_{in} = f(T_{W1}, T_{W2})$ dargestellt werden, daher wird eine alternative Methode gewählt. Es wird das bestehende Berechnungsprogramm, welches numerisch den Zahlenwert Q_{in} in Abhängigkeit von T_{W1} und T_{W2} bestimmt, genutzt. Der maximal austretende Wärmestrom ergibt sich dabei, wenn die obere Wellentemperatur T_{W1} um den Messfehler ΔT_{W1} erhöht wird, während die untere Wellentemperatur T_{W2} um ΔT_{W2} verringert wird (größter möglicher Temperaturgradient). Von diesem maximalen Wert wird der mit den Messwerten errechnete Wert abgezogen (siehe Gl. 77).

$$\Delta Q_{in} = Q_{in}(T_{W1} + \Delta T_{W1}, T_{W2} - \Delta T_{W2}) - Q_{in}(T_{W1}, T_{W2}) \quad \text{Gl. 77}$$

Nach Anwendung dieser Berechnungsvorschrift auf die Messergebnisse zeigte sich, dass hier die durchschnittliche maximale Messgenauigkeit $\Delta Q_{in} = \pm 0,44 \text{ W}$ ist.

5.1.3 Messgenauigkeit Wärmeleitwert

Durch das Ableiten nach den einzelnen Variablen kann die maximale Messgenauigkeit des Wärmeleitwertes auf die Form in Gl. 78 gebracht werden.

$$\Delta G_{bmax} = 2 \left| \frac{1}{2(T_E - T_{Lu})} \right| (\Delta Q_{in} + \Delta Q_{out}) + 2 \left| \frac{Q_{in} + Q_{out}}{2(T_E - T_{Lu})} \right| (\Delta T_E + T_{Lu}) \quad \text{Gl. 78}$$

Die Analyse der Messwerte ergab, dass bei den durchgeführten Messwerten die relative Messgenauigkeit des Wärmeleitwertes etwa einem linearen Ansatz folgt: $\frac{\Delta G_b}{G_b} = \pm(0,27G_b + 0,05)$

5.2 Prüfparameter

Wie bereits erwähnt wird in dieser Arbeit ein Spindellager des Typs SKF 71908 CD P4A untersucht. In Tabelle 6 werden die Hauptcharakteristika dieses Lagers zusammengefasst.

Tabelle 6: Spezifikationen 71908CD P4A (SKF Gruppe 2014, S. 216)

Bezeichnung	Wert
Außendurchmesser	62 mm
Innendurchmesser	40 mm
Wälzkörperdurchmesser	6,35 mm
Kontaktwinkel	16 °
Wälzkörperanzahl	21
zulässige Drehzahl bei Fettschmierung	20000 U/min
Dynamische Tragzahl	12,4 kN

5.2.1 Fettfüllmenge

Die Fettfüllmenge wird im Zuge dieser Arbeit nicht untersucht, da für die relevanten Drehzahlen Berechnungsvorschriften für die Erstbefüllung vorhanden sind. Es wird dabei auf das Know-How der Hersteller vertraut, um eine Fettmenge auszuwählen.

Diese Fettmenge wird nach (SKF Gruppe 2014, S. 101) bestimmt, wobei sie auf eine maximale Drehzahl von etwa 20000 U/min ausgelegt wird. Dies ergibt in diesem Fall eine Füllmenge von $0,5 \text{ cm}^3$.

Für die folgenden Versuche wurde das Lager entfettet und mit *SKF LGLT 2* Fett befüllt, siehe Abbildung 46.

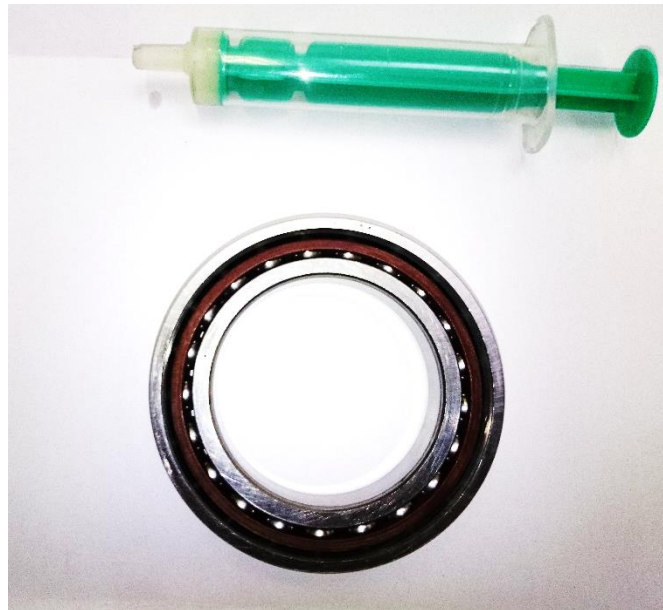


Abbildung 46: SKF 71908 CD P4A bei Befettung

5.2.2 Vorspannung

Die durch die Vorspannungsfedern eingestellten axialen Kräfte, belasten das Lager, um nun sinnvolle Werte für dieses Lager auszuwählen wird eine Lagerberechnung angestellt. Die Berechnungsvorschrift ist in (SKF Gruppe 2014, S. 34) dargestellt. Mit im Handel erhältlichen Standardfedern können Vorspannungen von 160 N, 420 N, 740 N und 1070N realisiert werden. Da in (Langeder 2015) eine Vorspannung von 50N verwendet wurde, wurden um eventuell Messwerte vergleichen zu können, auch mit dieser Vorspannung Versuche durchgeführt. In Abbildung 47 sind die verwendeten Vorspannungen in einem Diagramm von Lebensdauer L_{10h} und äquivalente Lagerbelastung P dargestellt. Die Mindestbelastung $P_{min} = 0,01 C$ ist punktiert dargestellt. Es ist erkennbar, dass die verwendeten Vorspannungen in einem sinnvollen Belastungsbereich dieses Lagers angesiedelt sind. Darüber hinaus zeigt sich, dass bei einer Vorspannkraft von 50 N die Mindestbelastung des Lagers nicht erfüllt ist.

„Bei hohen Drehzahlen, starken Beschleunigungen oder schnellen Lastrichtungswechseln können die Massenkräfte der Walzkörper sowie die Reibung im Schmierstoff die Abrollverhältnisse in der Lagerung nachteilig beeinflussen und schädliche Gleitbewegungen zwischen Walzkörpern und Laufbahnen hervorrufen. Walzlager sollten daher immer einer gewissen Mindestbelastung ausgesetzt sein. Als Faustregel gilt, dass die Mindestbelastung bei Kugellagern das 0,01 C [...] betragen sollte.“ (SKF Gruppe 2014, S. 34)

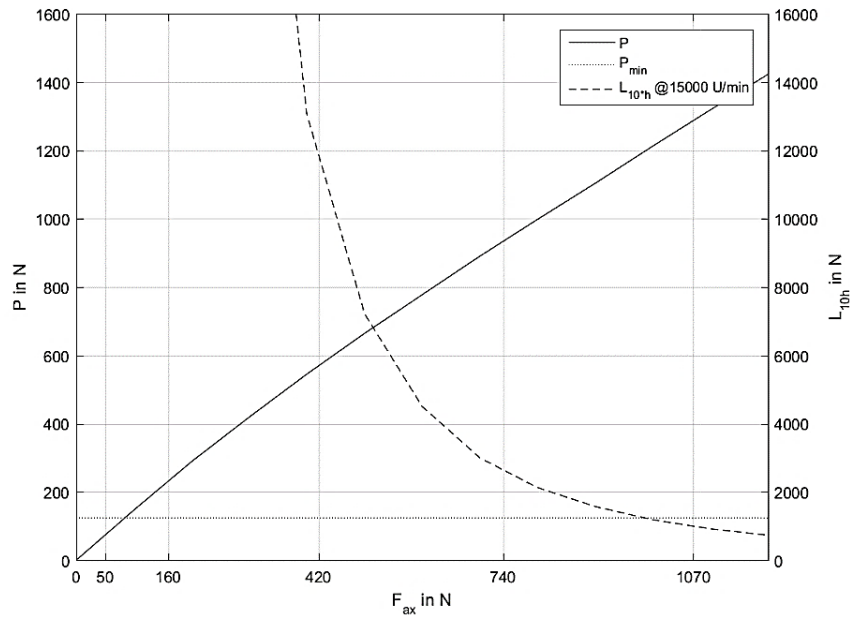


Abbildung 47: Lagerbelastung und Lagerlebensdauer

5.2.3 Zusammenfassung aller Prüfparameter

In Tabelle 7 werden kurz sämtliche Prüfparameter zusammengefasst.

Tabelle 7: Prüfparameter

Parameter	Wert
Drehzahl in U/min	0-18000 (Stufung: 1000)
Vorspannung in N	50; 160; 420; 740; 1070
Druck in Vakuumkammer in mbar	10; 0,1
Fettfüllmenge in cm^3	0,5
obere Wellentemperatur T_{W1} in $^{\circ}C$	80 (ab $n > 15000$ U/min $90^{\circ}C$)

5.3 Inbetriebnahme des Prüfstandes

5.3.1 Messrauschen

Die im Prüfstand verbaute Induktionsheizung birgt Probleme für die Auswertung der Messergebnisse, da durch die magnetische Einstreuung die Messsignale gestört werden.

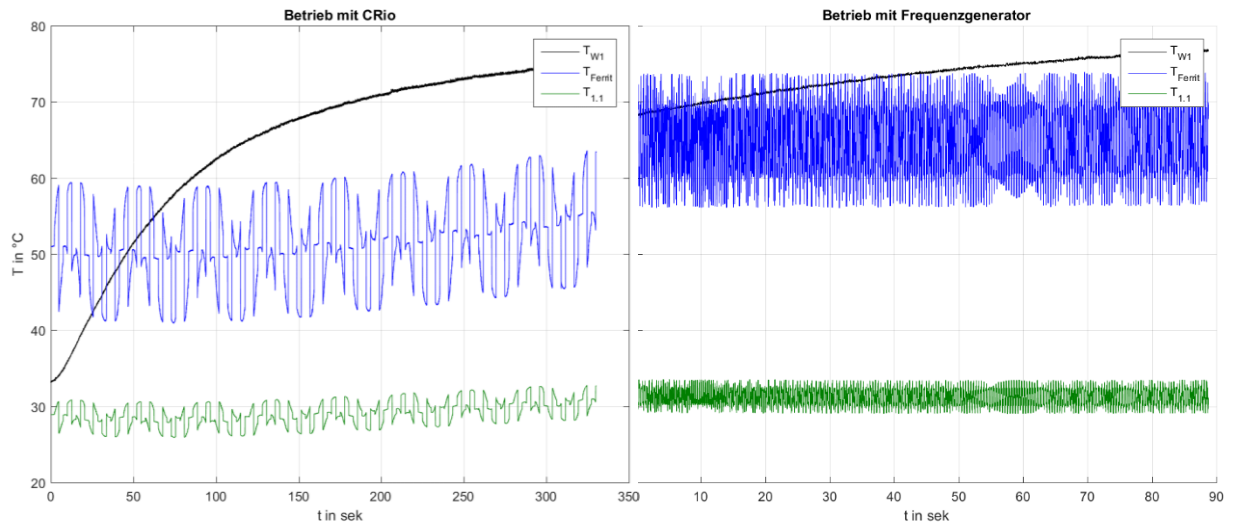


Abbildung 48: Vergleich der Messsignale bei verschiedenen Betriebsarten

Es hat sich gezeigt, dass sich die Messergebnisse der PT 100 in ihrem Verlauf unterscheiden, wenn der Leistungsfrequenzgenerator mit *CRio* oder mit Frequenzgenerator gesteuert wird (siehe Abbildung 48). Außerdem wird ersichtlich, dass bei Betrieb mit dem Frequenzgenerator ein Rauschen dem Messsignal überlagert ist. Die Amplitude des Rauschens ist umso größer je näher der Sensor an der Induktionsheizung liegt. So entspricht die blaue Kurve dem Messsignal des auf der Induktionsheizung verklebten PT 100 Sensors, während die grüne Kurve den Messwert eines auf dem Messflansch verklebten Sensors wiedergibt. Die schwarze Kurve entspricht dem Ausgabewert der Pyrometer.

Das Temperatursignal bei Betrieb mit dem *CRio* hat eine geringere Frequenz bei in etwa gleich hoher Amplitude. Es wird angenommen, dass im Betrieb mit dem *CRio* der Ausgabetak für die Heizung und das Lesen der Messwerte von einem gemeinsamen Taktgeber gesteuert wird. Der langsam zyklisch schwankende Messwert kommt nun möglicherweise durch Aliasing in Kombination mit einem zeitlich nur leicht verschobenen Störsignal zustande.

Durch eine Umstellung der Messfrequenz von 40 Hz auf 5 Hz bei gleichzeitiger Umstellung des internen Filters der *NI 9217* Module konnte das Messrauschen unterdrückt werden. Abbildung 49 zeigt den Messverlauf bei ein- und ausgeschalteter Heizung bei 5 und 40 Hz Messfrequenz.

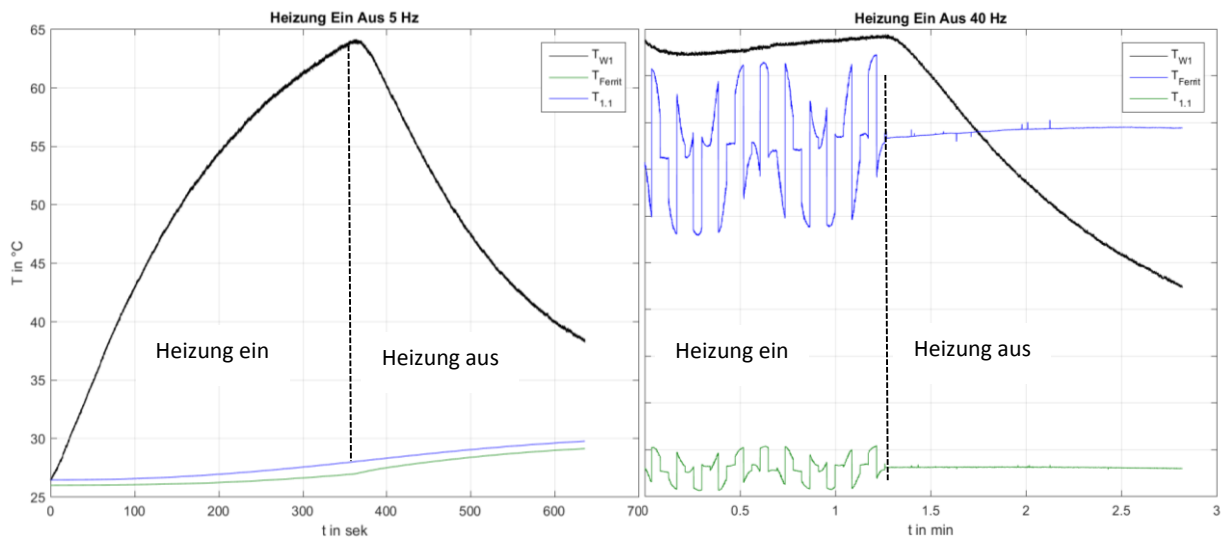


Abbildung 49: Vergleich Messfrequenz 5 und 40 Hz

Abbildung 49 links zeigt, dass sich beim Ausschalten der Heizung kein Sprung, in den mit 5 Hz aufgezeichneten, Messwerten einstellt, wodurch angenommen werden kann, dass die eingeschaltete Heizung die Auswertung der Sensoren nicht stört.

5.3.2 Abweichung der Temperatur des Lageraußenringes

Durch die Annahme eines linearen Temperaturverlaufes im Messflansch, kann durch eine lineare Interpolation auf die Temperatur in der Nähe des Lagerringes geschlossen werden. Diese Methode wurde in (Haidl 2014) ebenfalls verwendet. Obwohl in dieser Version des Prüfstandes ein Temperatursensor in der Nähe des Lagerringes (T_{Lu}) vorhanden ist, wird trotzdem die Temperatur $T_{Lu\text{int}}$ von den Messstellen T_{x_1}, T_{x_2} extrapoliert und verglichen. Damit soll es möglich sein Messfehler zu identifizieren. Dieses Vorgehen wird in Abbildung 50 dargestellt.

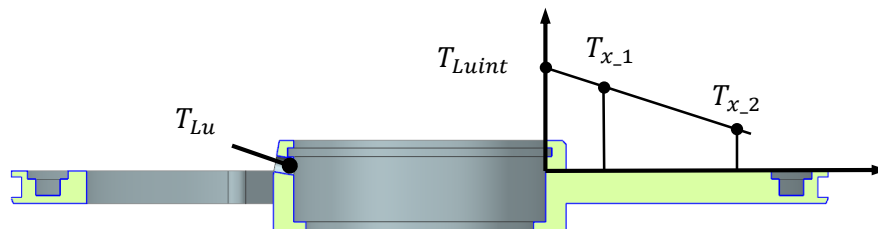


Abbildung 50: Vorgang Interpolation

Zur Überprüfung des linearen Temperaturverlaufs wurde eine thermische Simulation durchgeführt. Als Randbedingungen dieser gelten am Sitz des Lageraußenringes ein Wärmestrom von $Q_{out} = 18\text{ W}$, dies entspricht den höchsten bei den Messungen aufgetretenen, austretenden Wärmestrom. Als zweite Randbedingung gilt eine konstante Temperatur von 20 °C im Kühlkanal. Die Simulation ist in Abbildung 51 bildlich dargestellt.

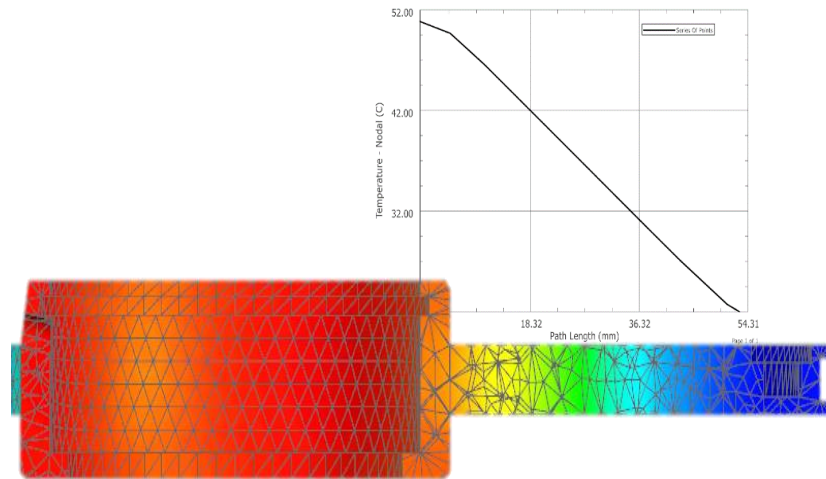


Abbildung 51: thermische Simulation Messflansch

Die Abbildung 51 zeigt einen linearen Temperaturverlauf in der Speiche. Lediglich in der Nähe des Lagersitzes würde in diesem Fall eine lineare Interpolation um etwa 1 °C überschätzen. Wird der Temperaturverlauf in Achsrichtung betrachtet zeigt sich, dass dieser sich nur in der Nähe der Speiche geringfügig über die Höhe der Passfläche verändert. Weiters wurde der Temperaturverlauf in Umfangsrichtung auf der Lagerpassfläche untersucht. In Abbildung 52 ist das Ergebnis der Simulation für zwei verschiedene Wärmeströme Q_{out} dargestellt. Ersichtlich wird dabei, dass die Temperatur an den Positionen der Speichen zwangsläufig etwas geringer ist als an der Position des Sensors. Dieser Effekt ist umso stärker ausgeprägt, je höher der Wärmestrom ist. Die Temperaturverteilung im Lageraußenring ist zur Gänze unbekannt. Es wird jedoch angenommen, dass der thermische Kontaktwiderstand in der Passfläche klein ist, und somit der Temperaturverlauf Lagerringes in der Passfläche dem Verlauf des Messflansches entspricht.

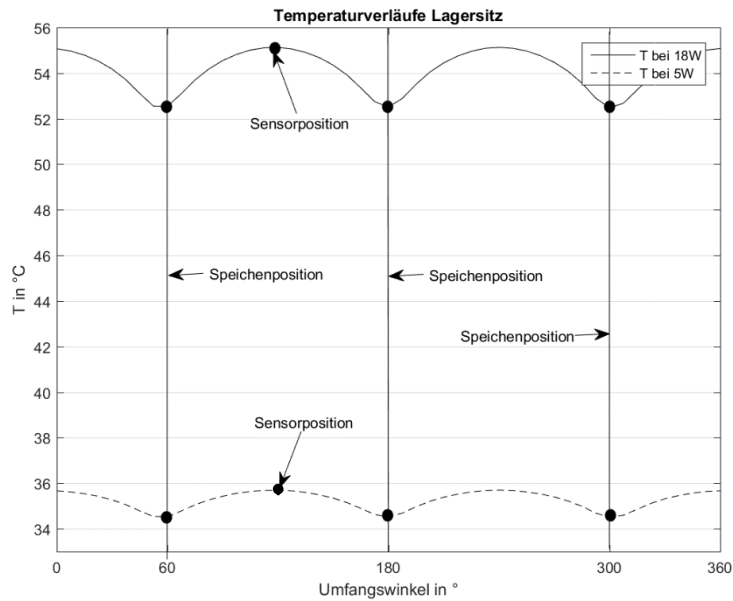


Abbildung 52: Temperaturverlauf Lagersitz

Aufgrund der oben angeführten Ansätze wird festgelegt, dass es zulässig ist die Lageraußenringtemperatur aus den Messwerten zu interpolieren. Außerdem wird eine geringere interpolierte Temperatur $T_{Lu\text{int}}$, als die gemessene Temperatur T_{Lu} , vermutet.

Im Laufe der Versuche wurde jedoch festgestellt, dass die interpolierte Lageraußenringtemperatur teilweise stark von den Gemessenen abweicht, es zeigte sich, dass die interpolierte Temperatur höher lag als die gemessene. Dies steht in starkem Kontrast zu den oben gemachten Aussagen. In der Ursachenanalyse konnte diese Tatsache durch schlechten Kontakt des Sensors auf den Lageraußenring zurückgeführt werden. Des Weiteren ist die Positionierung des Temperatursensors ungeeignet (siehe Abbildung 53 links). Der Sensor misst einen Mittelwert aus Temperatur der Fettstauscheibe und dem Rand des Lagerringes. Daraufhin wurde die Sensorposition modifiziert (siehe Abbildung 53 rechts).

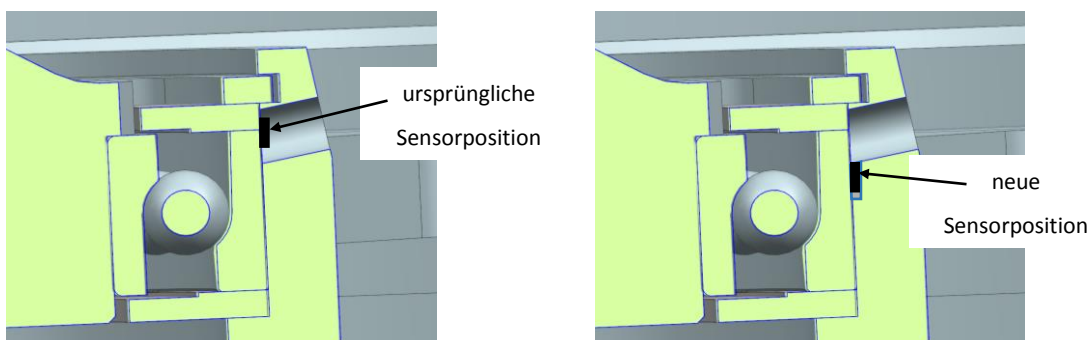


Abbildung 53: Position Temperatursensor Lageraußenring

In Abbildung 54 wird die Differenz der gemessenen Temperatur mit der Interpolierten, vor und nach der Neupositionierung des Sensors, dargestellt (Minus bedeutet, dass die gemessene Temperatur höher als die Interpolierte ist).

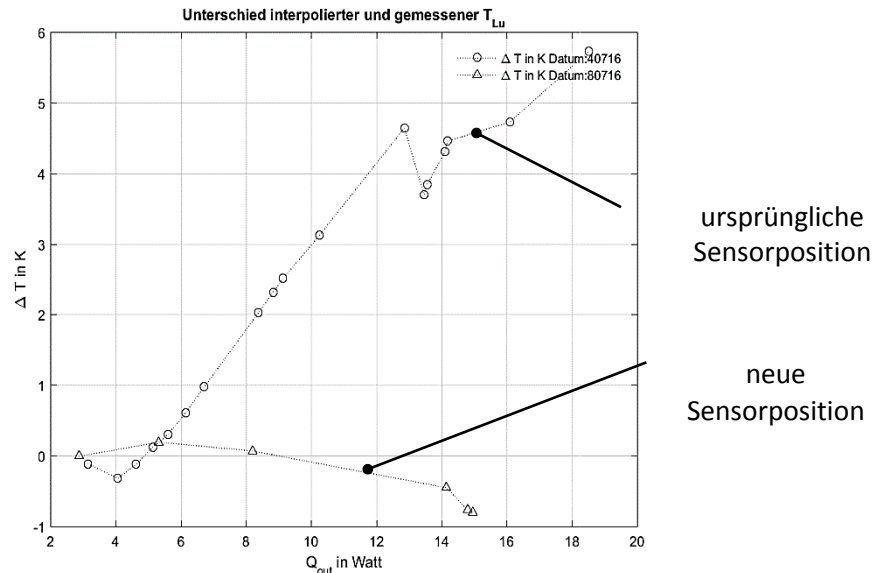


Abbildung 54: Vergleich interpolierter und gemessener Temperatur

Abbildung 54 zeigt, dass in der ursprünglichen Sensorposition mit steigendem Wärmestrom die Differenz zum interpolierten Wert stark steigt, ergo ist der gemessene Wert geringer als der Interpolierte. Hingegen tritt in der neuen Sensorposition das oben erwartete Verhalten, dass die interpolierte Temperatur geringer als die gemessene Temperatur ist, ein. Weiters ist die Differenz von gemessener und interpolierter Temperatur auf ein Viertel gesunken. Die Diskrepanz von ca. 0,8 °C bei 15 W ist wie oben beschrieben auf den Temperaturverlauf in Umfangsrichtung zurückzuführen. Zur Bestimmung einer Temperatur, die die Temperaturdifferenz zwischen Innen- und Außenring besser darstellt, wäre es von Vorteil die Lageraußenring Temperatur an mehreren Stellen zu messen, um einen Mittelwert bilden zu können. Als Alternative könnte auch ein Messflansch ohne Speichen gestaltet werden.

Um die mit der ursprünglichen (ungeeigneten) Sensorposition bereits erhaltenen Messergebnisse mit jenen der neuen Sensorposition vergleichen zu können, werden sämtliche Wärmeleitwerte mit den interpolierten Temperaturen errechnet.

5.4 Messergebnisse mit kontinuierlicher Aufzeichnung

Es wird hier auf die allgemeinen thermischen Eigenschaften des Wälzlagers in Abhängigkeit von der Zeit eingegangen. Unter anderem sei darauf hingewiesen, dass die errechneten Messwerte wie Wärmeströme, und alle davon abgeleiteten Größen, nur in den Bereichen physikalisch

sinnvoll sind, in denen sich die Temperaturen zeitlichen nicht, oder nur minimal ändern. Weiters ist in diesem Diagramm eine Reibleistung dargestellt. Diese ergibt sich, aufgrund der Energieerhaltung, aus der Differenz zwischen austretendem und eintretendem Wärmestrom. Von dieser kann über $P = M \cdot \omega$ auf ein Reibmoment geschlossen werden. Dabei ist zu beachten, dass in dieser Arbeit nicht auf die Absolutwerte eingegangen wird, weil die Bestimmung über den Umweg der Wärmeströme, im Vergleich zu Drehmomentmesssystemen, stärker fehlerbehaftet ist. Es wird angenommen, dass es als relativer Vergleichswert herangezogen werden kann, damit gewisse Aussagen getroffen werden können.

Wie bereits erwähnt, ist es interessant wie stark der Wärmeleitwert von der Verweildauer in einem Betriebspunkt abhängig ist.

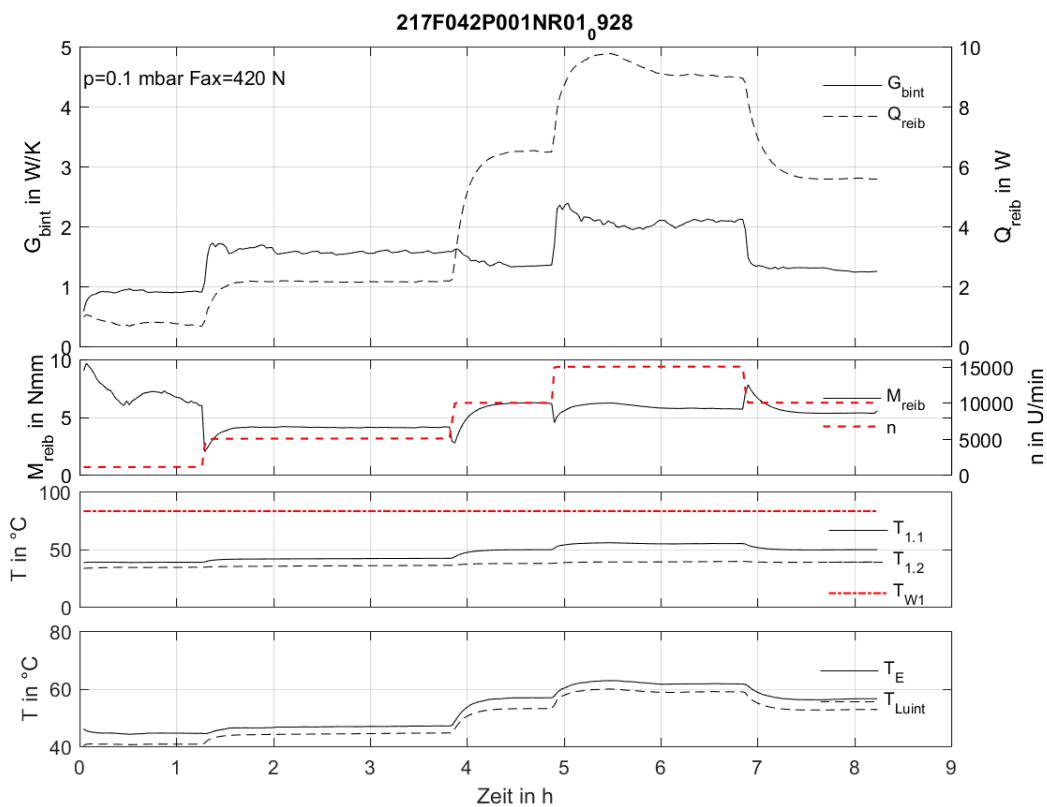


Abbildung 55: Kontinuierliche Messwerte bei 420 N

In Abbildung 55 ist nun der Verlauf der Messwerte über 8,5 Stunden dargestellt. Die roten Linien in den Diagrammen 2 und 3 entsprechen den eingestellten Parameter Drehzahl und obere Wellentemperatur T_{W1} . Wobei nur die Drehzahl verändert wurde. Die Drehzahl wurde 2,75 h auf 5000 U/min gehalten, man sieht dabei dass sich der Wärmeleitwert G_{bint} und die Reibleistung Q_{reib} nach dem thermischen Einschwingen in etwa konstant ist. Danach wurde die Drehzahl auf 10000 U/min gesteigert und für zirka eine Stunde gehalten. Der Wärmeleitwert

beträgt in diesem Zustand etwa 1,4 W/K, im nächsten Schritt wurde die Drehzahl auf 15000 U/min erhöht. Etwa bei Stunde 6 stellt sich ein stationärer Zustand ein. Der Leitwert schwankt im Bereich zwischen 2,2 und 2 W/K. Um einen Vergleichszustand mit dem Zustand in Stunde 3,8-4,8 zu erhalten wurde die Drehzahl wieder auf 10000 U/min reduziert, der Wärmeleitwert ist jedoch in etwa konstant geblieben. Es hat sich gezeigt, dass der Wärmeleitwert nach dem thermischen Einschwingen in etwa konstant ist. Somit wird angenommen, dass eine diskontinuierliche Messung des Wärmeleitwertes, sofern sich ein thermisch stationärer Wert ausgebildet hat, zulässig ist.

5.5 Messwerte bei diskreter Aufzeichnung

Hierbei werden die Messreihen mit den analytischen Ansätzen von *Bejan* und *Yovanovich* verglichen. Wobei im rotierenden Fall, die berechneten Wärmeleitwerte nach dem Modell von *Bejan* und im Stillstand mit dem Modell nach *Yovanovich* bestimmt werden. Zuerst wird auf die Messergebnisse bei drehendem Lager eingegangen, dann werden jene im Stillstand gezeigt.

5.5.1 Vorspannung 50N

Mit dieser Vorspannung wurden an 2 aufeinanderfolgenden Tagen je, 2 Versuchsdurchläufe durchgeführt.

Die Messergebnisse sind in Abbildung 56 dargestellt.

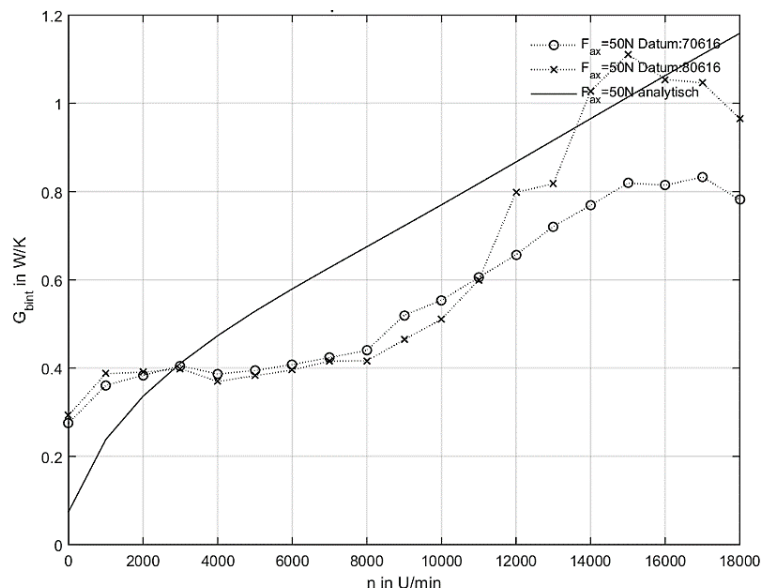


Abbildung 56: Wärmeleitwert bei 50 N, 0,1 mbar

Die Messwerte der beiden Versuchsdurchläufe unterscheiden sich bis 11000 U/min um maximal 15 %. Bei 15000 U/min wird ein Maximum erreicht, hier ist auch die größte Abweichung der

Messwerte von etwa 30% vorhanden. Tendenziell überschätzt der analytische Ansatz im Drehzahlbereich von 3000 -13000 U/min die Wärmeleitfähigkeit. Es sei nochmals angemerkt, dass die Mindestbelastung bei dieser Vorspannung nicht vorherrscht. Ob sich dadurch in diesem Fall ein Gleiten der Wälzkörper und somit eine Störung der Bewegung ergeben hat, kann nicht bestimmt werden.

5.5.2 Vorspannung 160N

Mit dieser Vorspannung wurden an 3 Tagen, 3 Versuchsdurchläufe aufgezeichnet, wobei der erste und der zweite Durchlauf an aufeinanderfolgenden Tagen geschahen, zwischen zweiten und dritten Durchlauf sind 6 Tage vergangen.

In Abbildung 57 sind die Messergebnisse dargestellt.

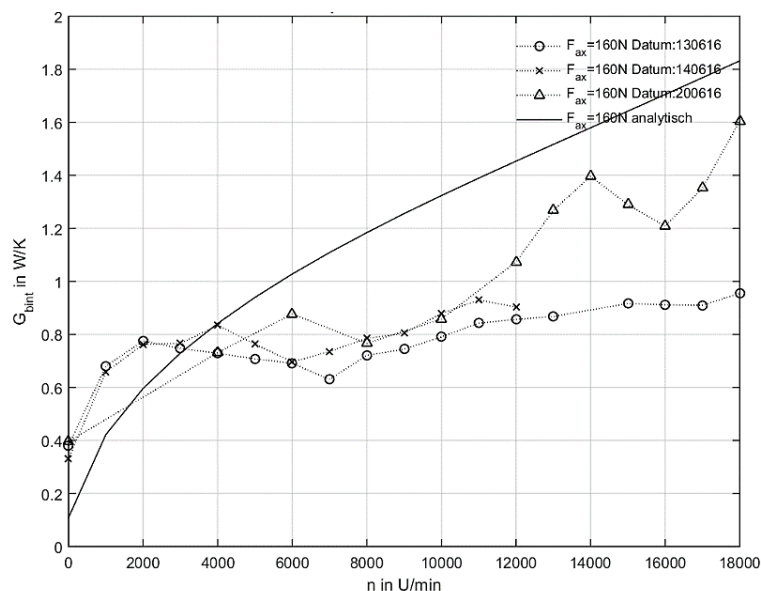


Abbildung 57: Wärmeleitwert bei 160 N und 0,1 mbar

Auch hier ist ersichtlich, dass die Messwerte in den unteren Drehzahlbereich gut reproduziert werden können. Nur bei höheren Drehzahlen sind wieder stärkere Abweichungen vorhanden. Der Trend der Kurven der ersten Durchläufe ist im Bereich der hohen Drehzahlen im Vergleich zum Durchlauf bei 50N flacher. Hingegen scheinen die Messwerte im letzten Durchlauf ähnlich stark anzuwachsen. Wiederrum überschätzt das analytische Modell im Vergleich zu den Messergebnissen.

5.5.3 Vorspannung 420 N

Mit dieser Vorspannung wurde an 2 aufeinanderfolgenden Tagen 2 Versuchsreihen durchgeführt, wobei im zweiten Durchlauf eine andere Drehzahl Stufung (0; 1000; 5000; 10000; 15000 U/min) verwendet wurde.

In Abbildung 58 sind die Messergebnisse dargestellt.

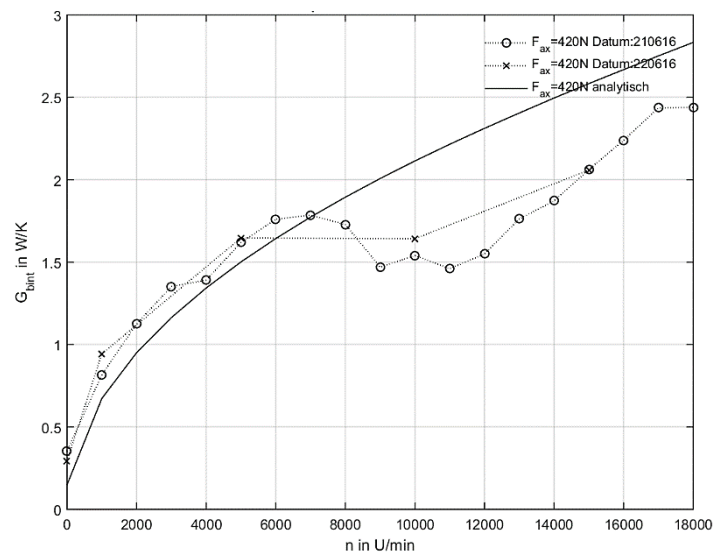


Abbildung 58: Wärmeleitwert bei 420 N und 0,1 mbar

Man erkennt, dass trotz Wahl eines anderen Durchlaufzyklus die Messwerte gut untereinander übereinstimmen. Vor allem in niedrigeren Drehzahlbereichen ist der Verlauf der Messwerte sehr ähnlich zur analytischen Kurve. Im Vergleich zu den niedrigeren Vorspannungen gibt es hier im Bereich von 9000-12000 U/min ein ausgeprägtes Minimum.

5.5.4 Vorspannung 740 N

Mit dieser Vorspannung wurden an 3 Tagen 3 Versuchsreihen durchgeführt, wobei zwischen erstem und zweitem Durchlauf zwei Tage liegen, in denen andere Vorspannungen getestet wurden. Im letzten Durchlauf wurde eine andere Drehzahlstufung (0; 4000; 8000; 13000; 14000; 15000 U/min) verwendet.

In Abbildung 59 sind die Messergebnisse dargestellt.

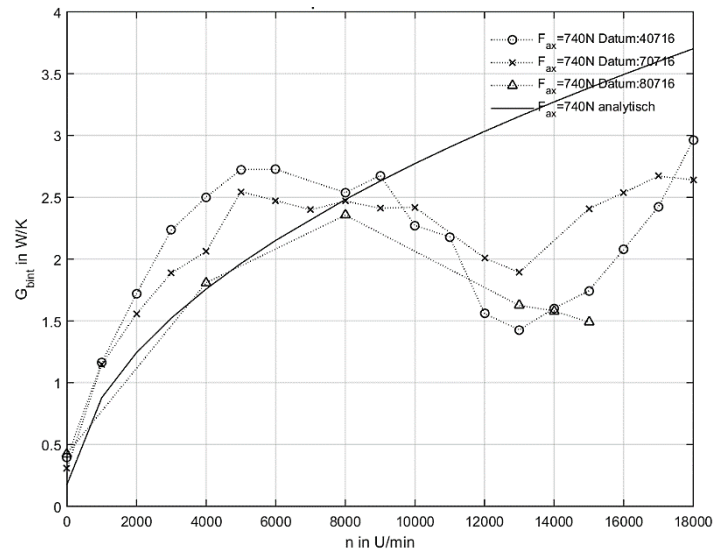


Abbildung 59: Wärmeleitwerte bei 740 N und 0,1 mbar

Generell sind stärkere Abweichungen in den Messwerten untereinander bei gleicher Drehzahl vorhanden. Wie auch schon bei 420 N Vorspannung ist in diesen Durchläufen ein ausgeprägtes Minimum zu sehen, welches auch bei anderer Drehzahlstufung (letzter Durchlauf) reproduziert werden konnte. Das Minimum hat sich im Vergleich zur Vorspannung von 420 N zu einem Drehzahlbereich bei (12000-15000 U/min) verschoben. Das analytische Modell unterschätzt bei niedrigen Drehzahlen.

5.5.5 Vorspannung 1070 N

Bei dieser Vorspannung wurden an 2 verschiedenen Tagen, 2 Durchläufe durchgeführt. Wobei nicht das ganze Drehzahlspektrum durchfahren wurde. Der Grund liegt in der starken Wärmeentwicklung des Lagers bei dieser Vorspannung.

In Abbildung 60 sind die Messergebnisse dargestellt.

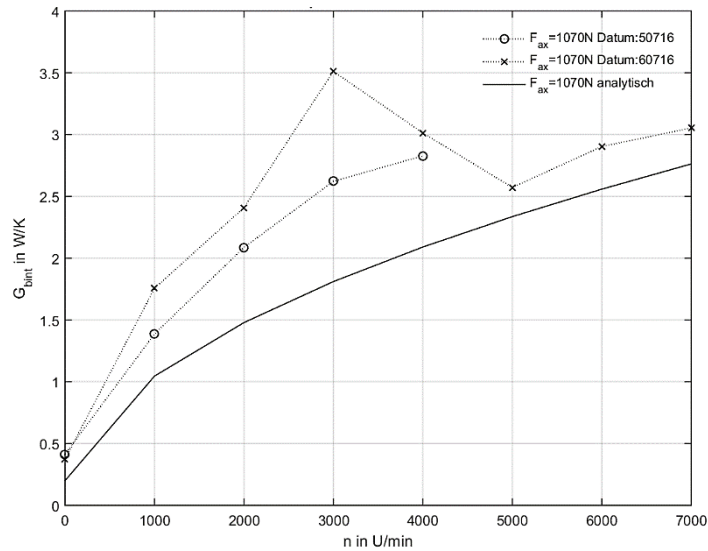


Abbildung 60: Wärmeleitwerte bei 1070 N und 0,1 mbar

Der erste Versuchsdurchlauf scheint dem Trend der analytischen Lösung zu folgen. Wie auch bei 740 N unterschätzt das analytische Modell.

5.5.6 Vergleich bei unterschiedlichen Drücken

Hierzu wurde bei einer Vorspannung von 50N und 10 mbar ein Prüflauf durchgeführt. Dieser wird mit den bereits vorgestellten Werten bei 50 N und 0,1 mbar verglichen.

In Abbildung 61 sind die Ergebnisse dargestellt.

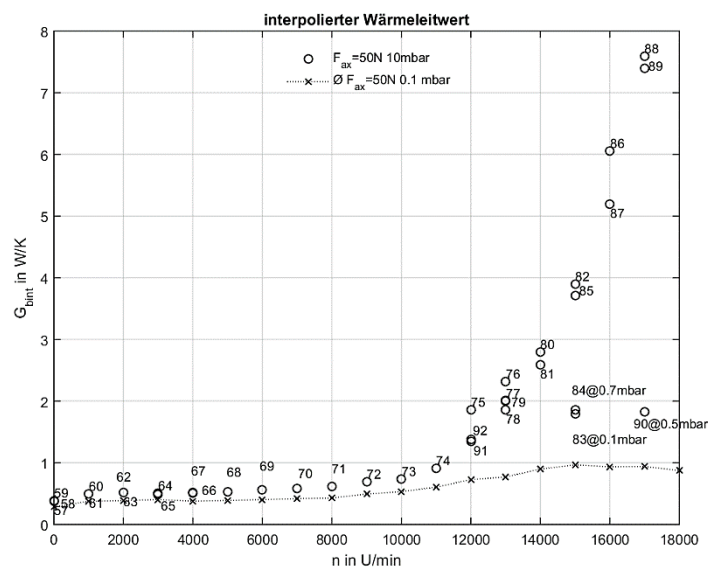


Abbildung 61: Wärmeleitwerte bei 50N und 0,1 bzw. 10 mbar

Die Kreise symbolisieren die Messwerte bei 10 mbar, die darüberstehende Nummer ist die Versuchsnummer. Generell sind die Wärmeleitwerte bei 10 mbar höher als der

Durchschnittswert bei 0,1 mbar. Diese Beobachtung deckt sich mit den Messergebnissen in (Haidl 2014, S. 93). Bei Drehzahlen über 12000 U/min steigt der Wärmeleitwert sehr stark an. Um einen Messfehler auszuschließen wurde bei 15000 U/min bei Nummer 82 der Prüfstand wieder auf 0,1 mbar evakuiert. Der Messwert näherte sich daraufhin bis auf 80 % des bei 0,1 mbar gemessenen Wärmeleitwertes an. Daraufhin wurde bei gleicher Drehzahl der Druck wieder auf 10 mbar gesteigert, man sieht, dass Messwert 82 und 85 nur etwa 8% Abweichung zueinander haben. Dieses Verfahren wurde bei 17000 U/min wiederholt, und es zeigte sich ein ähnliches Bild. Dadurch wird diese starke Steigerung des Wärmeleitwertes ab 12000U/min auf die Luftströmung im Lager zurückgeführt.

5.5.7 Statische Messergebnisse

Diese Versuche wurden zu Beginn eines jeden Durchlaufes durchgeführt, wobei das Lager eine Stillstandszeit von zirka 10 h Stunden hatte.

Bis auf eine Ausnahme bei 160 N, steigt der Mittelwert der Messwerte mit zunehmender Vorspannung. Die Messwerte schwanken um bis zu 35 % in den einzelnen Vorspannungen, siehe Abbildung 62.

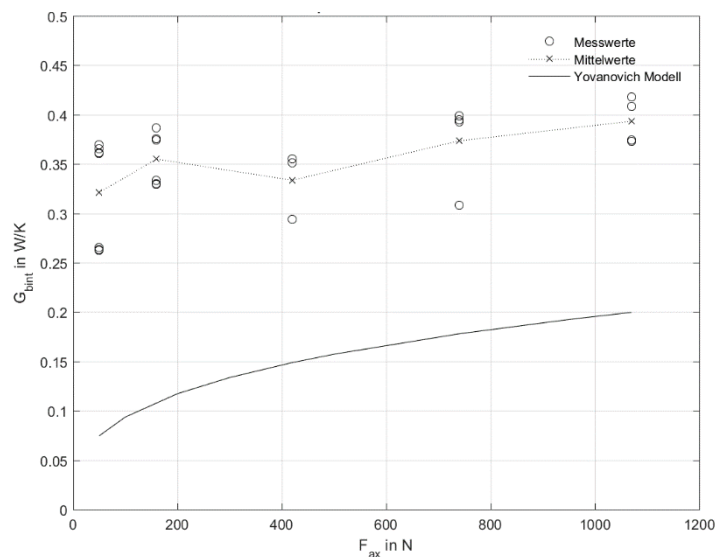


Abbildung 62: statische Messwerte

Vergleicht man die Messwerte bei den Vorspannungen 50 und 1070 N so steigt der Mittelwert um etwa 21%. Die analytische Methode würde bei einer Steigerung der Vorspannung von 50N auf 1070N eine Steigerung des Wärmeleitwertes um 185% suggerieren. Diese Diskrepanz ist auch in (Takeuchi, Frantz und Hilton 2014, S. 118) festgestellt worden, als Erklärungsansatz

wurde die erhöhte Kontaktfläche, durch Schmiermittel welche die Hertzsche Kontaktfläche umgibt, angeführt. Diese Schmiermittelfläche ist nur gering von der Kontaktkraft abhängig.

5.5.8 Vergleich der Vorspannungen

In Abbildung 63 sind nun alle Durchschnittswerte der Messergebnisse bei 0,1 mbar Umgebungsdruck dargestellt.

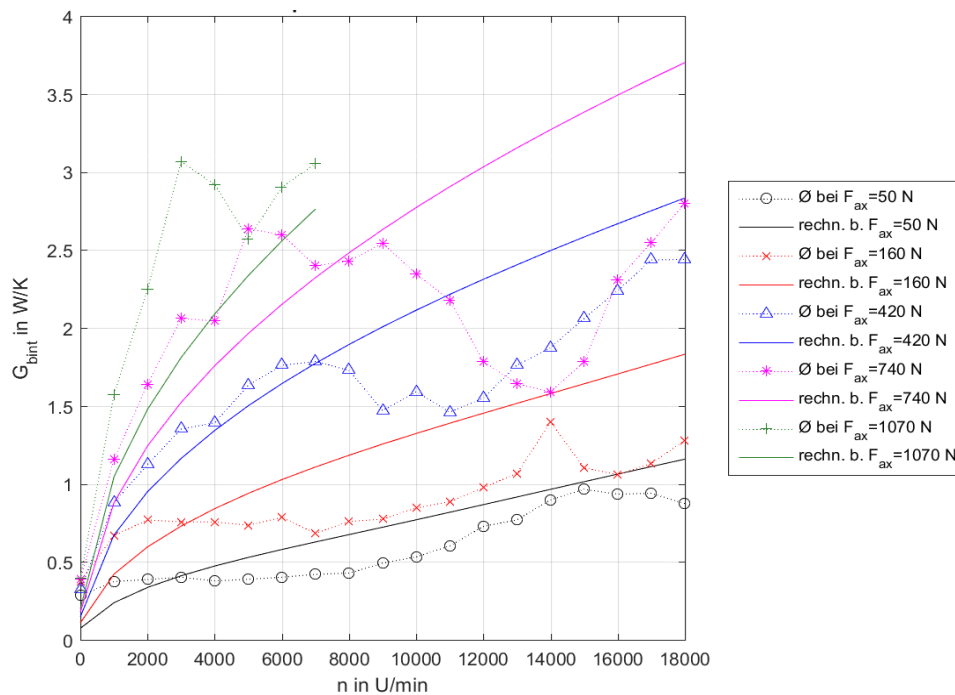


Abbildung 63: Wärmeleitwert in Abhängigkeit von Kraft und Drehzahl

Generell steigen die Wärmeleitwerte mit zunehmender Belastung. Das Modell entspricht bei niedrigeren Drehzahlen (1000-7000 U/min) und höheren Kräften dem Trend der Messkurven besser als bei niedrigen Vorspannungen. Hingegen ist der Trend bei niedrigen Kräften bei höheren Drehzahlen in etwa ähnlich wie jener der Messergebnisse. Man sieht, dass bei 740 N der Einbruch der Wärmeleitfähigkeit deutlich stärker ausgeprägt ist als bei 420 N. In diesem Drehzahlbereich, ist die Abweichung des Modelles zum Messwert maximal bei 104%. Es zeigt sich, dass es bei höheren Vorspannungen, im niedrigen Drehzahlbereich, zu hohen Zunahmen des Wärmeleitwertes im Modell und in den Messungen gekommen ist. Im Gegensatz dazu zeigten sich bei kleinen Vorspannungen und geringen Drehzahlen nur minimale Anstiege des Wärmeleitwertes, jedoch wiederum im Modell und in den Messungen

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass der Wärmeleitwert bei steigender Drehzahl und steigender Kraft steigt. Dies zeigt sich auch im analytischen Modell, somit sind anscheinend die

grundlegenden Annahmen des Modelles richtig. Das je nach Kraft und Drehzahl Minima ausgeprägt sind lässt vermuten, dass hier andere Effekte starken Einfluss nehmen.

5.6 Abweichungsanalyse

Der Messflansch des Prüfstandes ist nachgiebig montiert. Die Vorspannung wird durch Federn mit unterschiedlichen Steifigkeiten eingestellt. Abbildung 64 zeigt, dass dieser Aufbau in allen Richtungen sehr nachgiebig ist, in radialer Richtung durch einen O-Ring, axiale und tangentiale Lagerung erfolgt über die Schraubenfedern. Eine Dämpfung einer etwaigen Schwingung erfolgt durch äußere und innere Reibung des O-Ringes. Es handelt sich trotzdem um ein niedersteif angebundenes System.

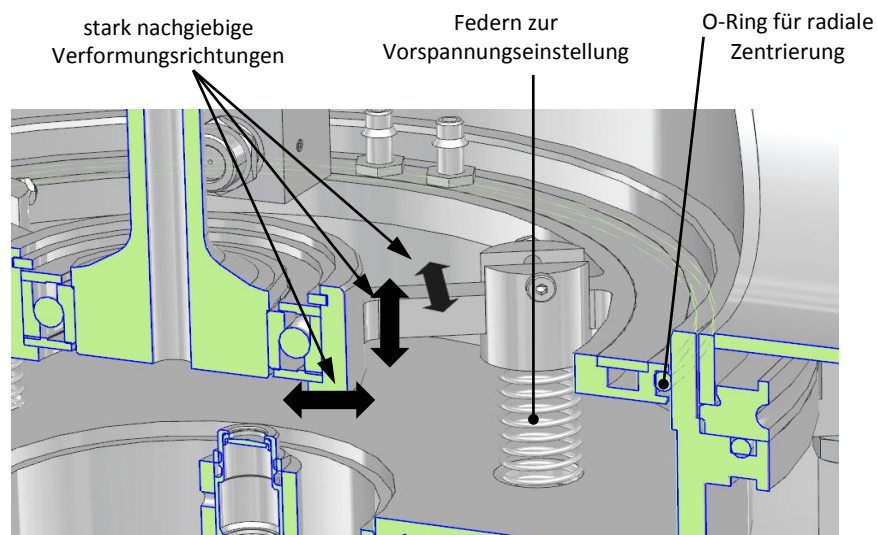


Abbildung 64: Lagerung des Messflansches

Um eventuelle Rückwirkungen dieses speziellen Prüfstandsaufbaus analysieren zu können wurden Schwingungsuntersuchungen durchgeführt. So wurden am Messflansch Beschleunigungssensoren in axialer und radialer Richtung angebracht, siehe Abbildung 65.

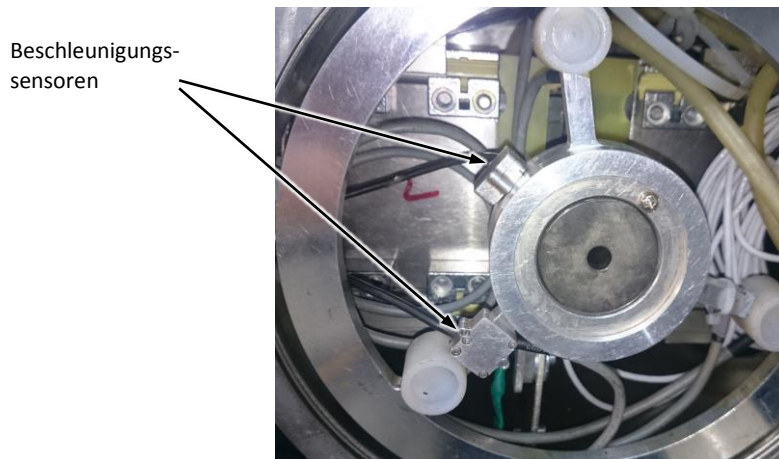


Abbildung 65: Position der Beschleunigungssensoren am Messflansch

Mithilfe dieser Sensoren wurden die Beschleunigungswerte über die Drehzahl aufgezeichnet. In Abbildung 66 ist das Ergebnis für eine Vorspannkraft von 420 N dargestellt.

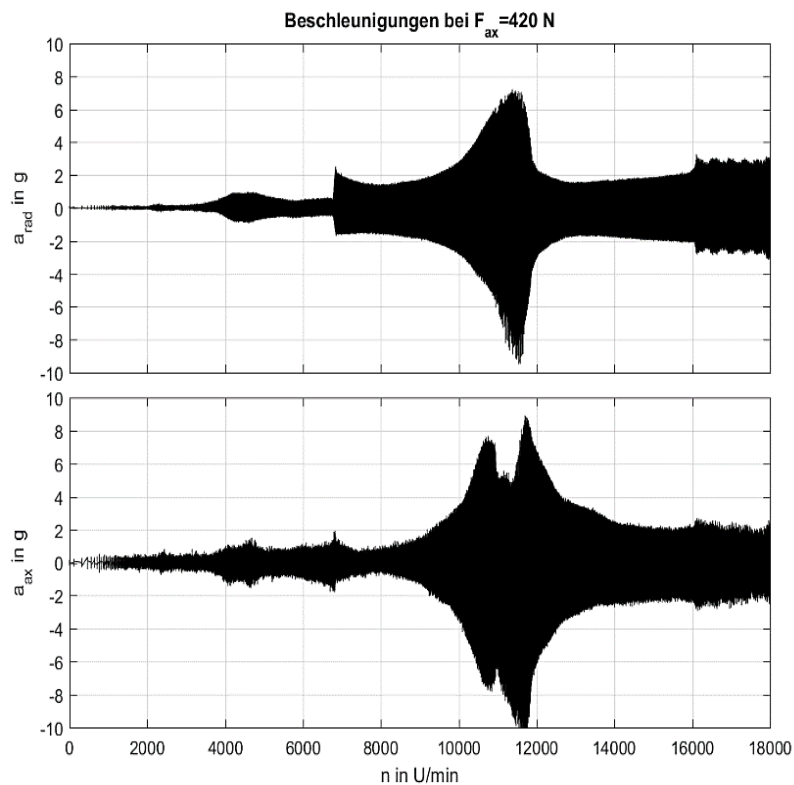


Abbildung 66: Beschleunigungswerte über Drehzahl

Es zeigt sich, dass die Beschleunigungswerte stark von der Drehzahl abhängen. Um nun einen eventuellen Einfluss auf die Wärmeleitwerte untersuchen zu können, wird die Einhüllende der Beschleunigungsmesswerte in die Diagramme der Wärmeleitwerte eingefügt, siehe Abbildung 67.

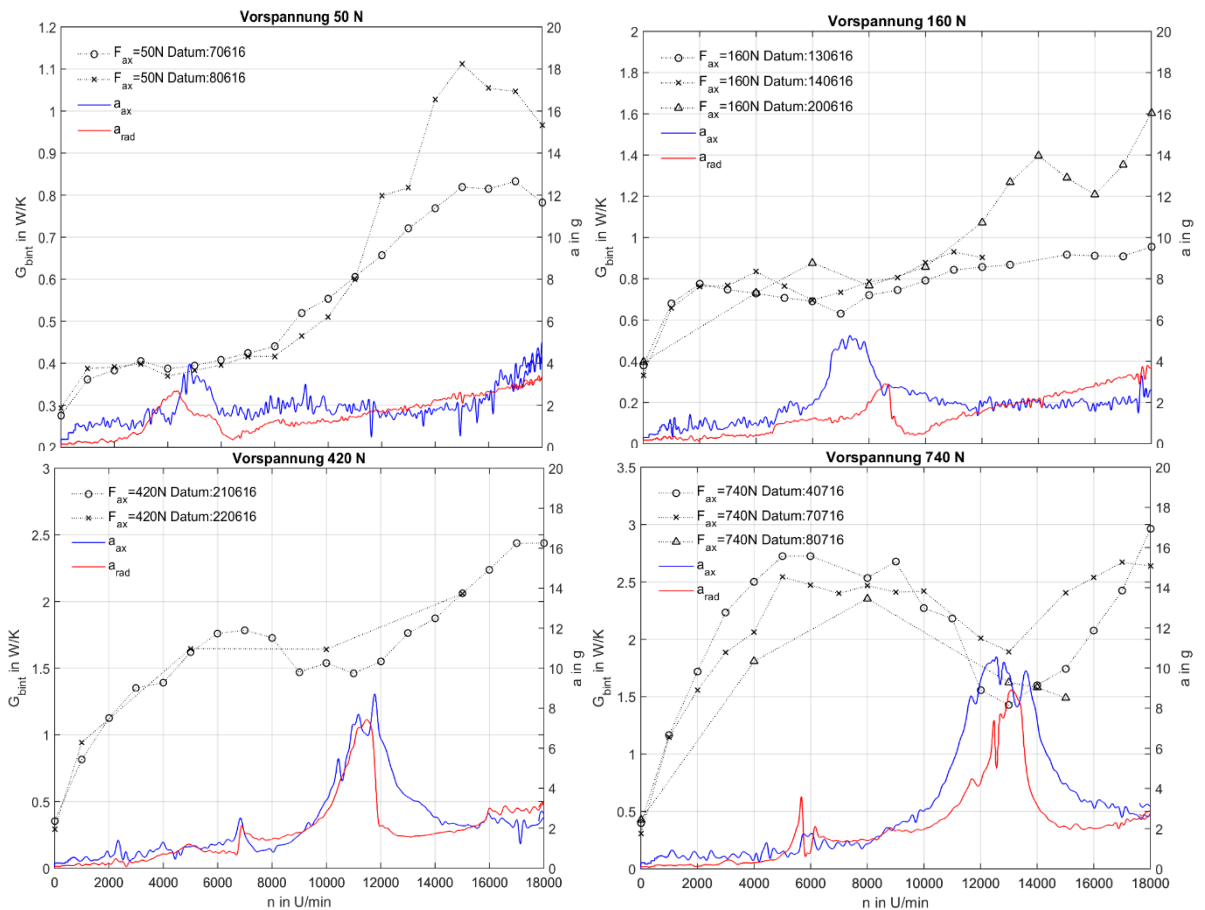


Abbildung 67: Gegenüberstellung Wärmeleitwert mit Beschleunigungswerten

Die durchgezogenen Linien entsprechen den gemessenen Beschleunigungswerten in g. Auf den punktierten Linien sind die diskreten Messwerte angesiedelt. Es können nun folgende Beobachtungen gemacht werden:

- Mit zunehmender Vorspannung steigen die maximal auftretenden Beschleunigungswerte.
- Das Maximum der Beschleunigungswerte verschiebt sich bei steigenden Vorspannungen zu höheren Drehzahlen.
- Die lokalen Minima der Wärmeleitwerte liegen ausschließlich in der Nähe der Maxima der Beschleunigungswerte
- Je höher das Beschleunigungsmaximum, desto stärker ist das Minimum in den Wärmeleitwerten ausgeprägt.

Auf diesen Beobachtungen beruht die Hypothese, dass die Vibrationen des Messflansches beziehungsweise des Lagers, die Wärmeleitfähigkeit beeinflussen. Aufgrund welcher Effekte die Wärmeleitfähigkeit sinkt ist schwer zu bestimmen, vermutete Ursachen sind dabei:

- Stärkere Fettumverteilung, schlechtere Wärmeleitung durch dickere Schmierschicht zwischen Wälzkörper und Lagerring (Wärmeleitfähigkeit von Fett entspricht nur etwa 0,3 % der Wärmeleitfähigkeit von Stahl)
- Käfigschwingungen, dadurch Störung der Schmierschicht, geringerer Massentransport
- Erhöhte Gleitanteile der Wälzkörper durch ungleichmäßige Kontaktkraft bei gleichzeitigen tangentialen Beschleunigungen. Dadurch geringere Rotationsgeschwindigkeit der Wälzkörper → geringere Wärmeleitfähigkeit

Es sei hier nochmals angemerkt, dass es sich bei diesen drei Punkten um Vermutungen handelt.

5.7 Vergleich mit den vorgegangenen Arbeiten

In (Langeder 2015, S. 100) wurden 8 Messwerte bei rotierender Welle dargestellt. Die Prüfparameter waren 1,36 cm³ Fettfüllmenge, 2,33 mbar Umgebungsdruck und 50 N Vorspannung. Die Wärmeleitwerte sind verglichen zu dieser Arbeit signifikant kleiner. So weichen sie um maximal 66 % im Stillstand und bei 6000 U/min um 40% ab.

Es wird vermutet, dass der Temperatursensor T_{Lu} nicht ausreichenden Kontakt zum Lageraußenring hatte und dadurch die Temperaturdifferenz über das Wälzlager zu hoch war (siehe Kapitel 5.3.2). Ob dies die Ursache der Diskrepanz darstellt kann nicht endgültig geklärt werden.

Die Messwerte aus (Haidl 2014, S. 93) wurden für ein Lager des Types 7008 ACEGA P4A aufgezeichnet. Dieses besitzt einen um 6 mm größeren Außendurchmesser bei gleichem Innendurchmesser. Die am ehesten mit dieser Arbeit vergleichbaren Parameter (außer Lagertyp) war eine Versuchsreihe mit folgenden Parametern:

- 1,36 cm³ Fettfüllmenge
- 45N Vorspannkraft
- 0,1 mbar

Tabelle 8: Vergleich Messwerte aus (Haidl 2014) und dieser Arbeit

	<i>Haidl</i>	diese Arbeit
0 U/min	0,30 W/K	0,28 W/K
6000 U/min	0,42 W/K	0,40 W/K
8000 U/min	0,42 W/K	0,43 W/K
10000 U/min	0,45 W/K	0,53 W/K

In Tabelle 8 sieht man die Messwerte, in wie weit 2 verschiedene Lagerbaugrößen verglichen werden können ist jedoch unbekannt. Ein Vergleich mit dem Rechenmodell ist in Abbildung 68

dargestellt. Es ist ersichtlich, dass in beiden Fällen das analytische Modell stark von den gemessenen Werten abweicht. Betrachtet man die Modellergebnisse so suggeriert es nur eine geringe Steigerung des Wärmeleitwertes bei den unterschiedlichen Lagergrößen.

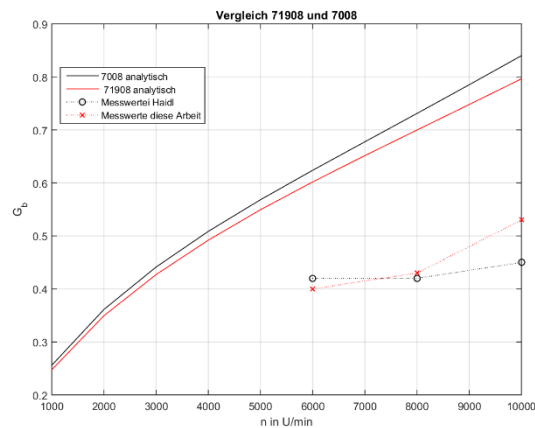


Abbildung 68: Vergleich 71908 und 7008 Wälzlager bei 50 N

6 Zusammenfassung

Der Prüfstand zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Wälzlagern wurde neu aufgebaut. Es ist nun möglich diesen Prüfstand vollkommen mit *LabView* zu steuern beziehungsweise zu regeln. Es wurden Ansätze zur Beseitigung von systematischen Fehlern angeführt und in die Auswertung der Messergebnisse einbezogen.

Das Wälzlager wurde als Serienschaltung von Wärmewiderständen entwickelt, und es wurden Berechnungsmodelle zur Bestimmung der Widerstände der Lagerringe und Wälzkörpern gezeigt. Als Ergebnis zeigt sich, dass die Lagerringe wesentlich höhere Wärmeleitwerte als die *Hertzschen* Kontaktstellen der Wälzkörper haben. Somit kann der Wärmewiderstand der Lagerringe näherungsweise vernachlässigt werden.

Ausgehend von den inneren Kräften und Verformungen des Wälzlagers wurde auf die theoretische Kontaktfläche geschlossen. Diese diente als Grundlage für ein statisches und ein dynamisches Wärmeleitungsmodell. Das Ergebnis der Modelle wurde mit den Messwerten verglichen (siehe Abbildung 69).

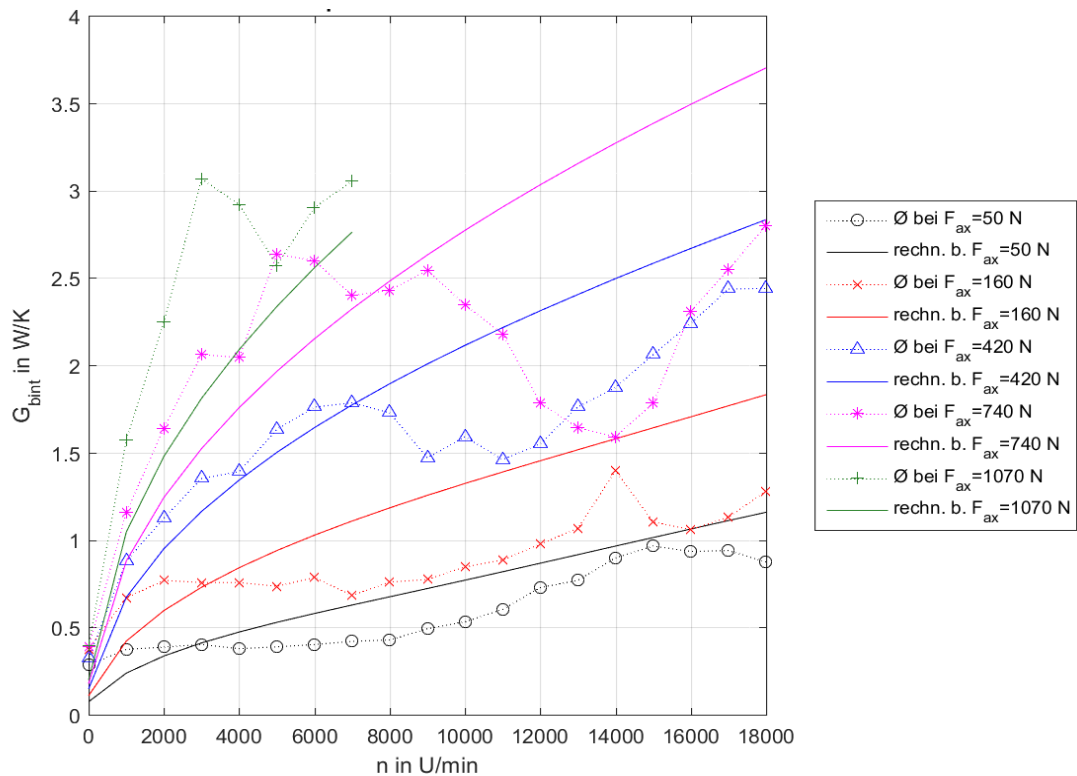


Abbildung 69: Vergleich der Wärmeleitwerte bei 0,1 mbar

Es zeigte sich, dass die grundlegenden Verläufe durch das dynamische Modell erfasst werden. Im Drehzahlbereich von 1000-6000 Umdrehungen weicht das Modell maximal um 45 % und im Durchschnitt um zirka 20 % vom Messwert ab. Im Drehzahlbereich über 7000 U/min überschätzt das analytische Modell um maximal 104%, die durchschnittliche Abweichung beträgt 38%. Ein Grund für die starken Abweichungen der Messwerte zum Modell in diesem Drehzahlbereich, ist allem Anschein nach durch die Vibrationen des Prüfstandes verursacht. Somit liegt der Schluss nahe, dass die Wärmeleitfähigkeit keine reine Lagereigenschaft, sondern auch vom Gesamtsystem beeinflusst wird.

Abschließend muss noch erwähnt werden, dass wenn die Wärmeleitwerte des Wälzlagers bekannt sind, trotz allem noch die Reibeigenschaften des Lagers bestimmt werden müssen. Erst dadurch ist es möglich die notwendigen Temperaturdifferenzen zur Übertragung von gewissen „Nutzwärmeströmen“ zu errechnen.

7 Ausblick

Die Messwerte schwanken teilweise stark untereinander, um auch statistische Aussagen treffen zu können wären noch mehrere Messreihen erforderlich.

Ein Umbau der jetzigen Vorspannsituation würde das Verstellen der Vorspannung erleichtern, eine mögliche Umbauvariante siehe Abbildung 70. Ein eventueller Einfluss durch das manuelle Umbauen des Prüfstandes könnte dadurch ausgeschlossen werden. Es wäre möglich gleiche Vorspannungen mit Federn verschiedener Steifigkeit zu realisieren. So könnte der Einfluss der Schwingungen genauer untersucht werden.

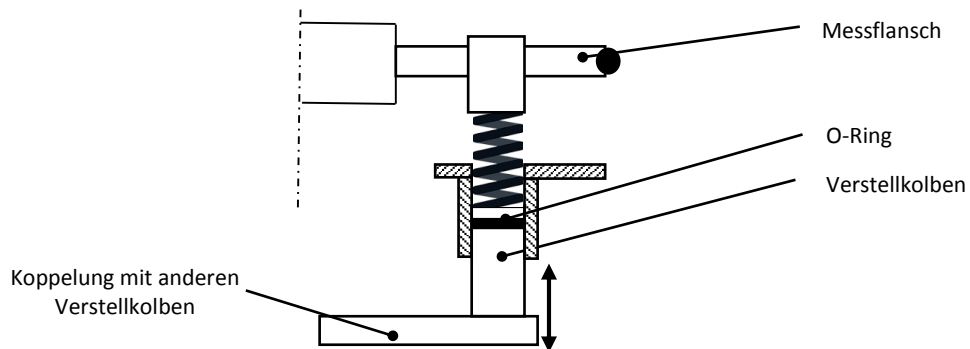


Abbildung 70: Variante Vorspannungsverstellung

In den Messungen stellte sich heraus, dass bei den höheren Vorspannungen die Reibleistungen des Lagers bereits sehr hoch sind. Dabei traten Lagertemperaturen von maximal etwa 100 °C auf, diese Temperaturen sind bereits als grenzwertig zu erachten. So wird die ertragbare maximale Temperatur des Schmierfettes bei 110 °C angesetzt. Für zukünftige Versuche bei hohen Lasten ist es nun von Vorteil die Kühlwassertemperaturen zu senken, oder die Messflansch Geometrie abzuändern.

Ein weiterer Aspekt zur Durchführung von Messreihen wäre der Einfluss des Wälzlagerwerkstoffes. Die Verwendung von Hybridlagern könnte zeigen, ob die Schmierstoffverteilung durch die Wälzkörper einen wesentlichen Beitrag zur Wärmeleitung liefert, vgl. (Haidl 2014, S.104). In Abbildung 71 ist der analytische Vergleich eines Hybridlagers mit einem Stahlwälzlager gezeigt.

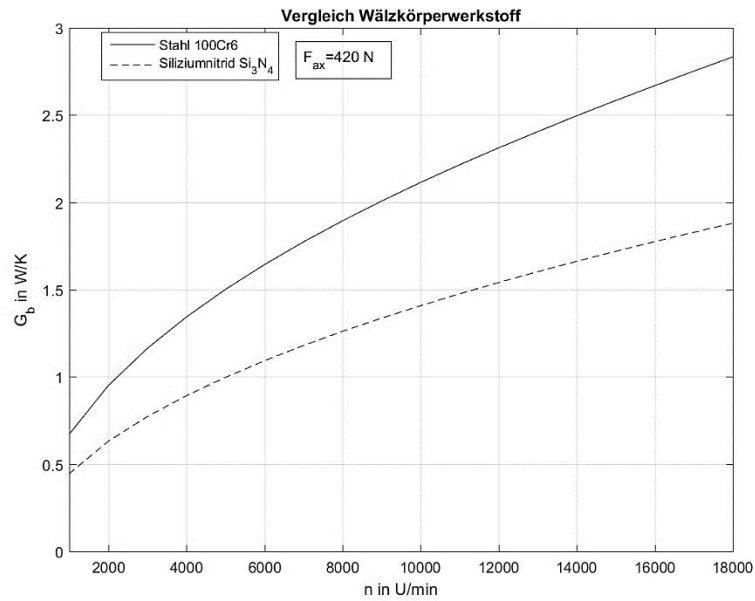


Abbildung 71: Vergleich Wärmeleitwert verschiedener Wälzlagerwerkstoffe

Es zeigt sich, dass das theoretische Modell eine deutliche Verringerung des Wärmeleitwertes, bei Verwendung von Hybridlagern, vorhersagt. Kann diese Abnahme durch Versuche bestätigt werden, so ist der Einfluss des Schmiermittels für den Wärmetransport als gering zu erachten. Dadurch könnte im nächsten Schritt gezeigt werden ob das analytische Modell, welches den Einfluss des Schmiermittels nicht berücksichtigt, zur Bestimmung eines Wärmeleitwertes geeignet ist.

8 Literaturverzeichnis

- Baalmann. *Ein Verfahren zur Bestimmung der stationären Betriebstemperatur von Wälzlagerungen*. Hannover, 1994.
- Bairi, A, N Alilat, J G Bauzin, und N Laraqi. „Three-dimensional stationary thermal behavior of a bearing ball.“ *International Journal Of Thermal Sciences*, June 2004: 562-568.
- Baly. *Reibung fettgeschmierter Wälzlager*. Hannover, 2005.
- Bejan, Adrian. „Theory of Rolling Contact Heat Transfer.“ *Journal of Heat Transfer Vol.111*, May 1989: 257-263.
- Haidl. *Entwicklung und Erprobung eines Versuchsstands zur thermischen Untersuchung von Wälzlagern unter besonderen Betriebsbedingungen*. Graz, 2014.
- Hamrock. *Ball Bearing Mechanics*. 1981.
- . *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*. Ohio, 1991.
- Isert, Sarah. *Heat Transfer Through A Rotating Ball Bearing At Low Angular Velocities*. Utah, 2011.
- Kopeinig. *Konzeption eines geeigneten Messkonzeptes zur Bestimmung von Wärmeflüssen in rotierenden und ruhenden Komponenten*. Graz, 2012.
- Langeder. *Weiterentwicklung eines Prüfstandes zur Untersuchung der Wärmeübertragung von Wälzlagern*. Graz, 2015.
- Marek, und Nitsche. *Praxis der Wärmeübertragung*. Leipzig: Hanser, 2010.
- Riepan. *Betrachtung des Wärmedurchgangs von fettgeschmierten Wälzlagern für den Betrieb von Schwungrädern charakteristischen Bedingungen*. Graz, 2012.
- SKF Gruppe. *SKF Hochgenauigkeitslager der Reihe "Super-precision bearings"*. 2014.
- Takeuchi, Dickey, Demsky, Lue, Kirsch, Frantz. *A Methodology for Measuring Thermal Properties of Bearings in Motion*. Los Angeles, 2004.
- Takeuchi, Frantz, und Hilton. *Observations of Spacecraft Bearing Lubricant Redistribution Based on Thermal Conductance Measurements*. Los Angeles, 2014.
- Tsao, Perry I-Pei. *An Integrated Flywheel Energy Storage System with a Homopolar Inductor Motor/Generator and High-Frequency Drive*. Berkeley, 2003.

Yovanovich. „Thermal Constriction Resistance Between Contacting Metallic Paraboloids: Application to Instrument Bearings.“ *Progress in Astronautics and Aeronautics: Fundamentals of Spacecraft Thermal Design, Vol.24*, 1970: 337-358.

Abbildung 1: Rotortemperatur im Strahlungsgleichgewicht (Tsao 2003, S. 15).....	2
Abbildung 2: Prüfstand zur Bestimmung der Wärmeleitung in Wälzlager.....	3
Abbildung 3: Darstellung auftretender Wärmeströme vgl. (D. D. Takeuchi 2004, 5).....	4
Abbildung 4: Wärmetransporte im fettgeschmierten Wälzlager	5
Abbildung 5: Thermisches Modell Wälzlager.....	6
Abbildung 6: Typischer Aufbau Wälzlagerung	7
Abbildung 7: Thermisches Modell für experimentelle Wärmewiderstands Ermittlung	7
Abbildung 8: Ersatzgeometrie Lagerringe für Wärmewiderstand (Baalmann 1994, 45).....	10
Abbildung 9: Kontaktflächen in einem Kugellager (Hamrock, Ball Bearing Mechanics 1981)....	11
Abbildung 10: Thermisches Ersatzmodell eines Wälzkörper bei Anwendung des Yovanovich Modells.....	12
Abbildung 11: Wärmeleitwert nach Yovanovich.....	13
Abbildung 12: Vergleich Modell <i>Yovanovich</i> und <i>Plane Wall Model</i>	15
Abbildung 13: Modell eines Wälzkörpers nach (Bairi, et al. 2004, 562)	16
Abbildung 14: Vereinfachtes Modell vgl. (Bairi, et al. 2004, S. 563).....	16
Abbildung 15: Linien konstanter Temperatur über x und z Achse vgl. (Bairi, et al. 2004, S. 565)	17
Abbildung 16: Temperatur Grenzschichten um die Kontaktfläche (Bejan 1989, S. 259).....	18
Abbildung 17: Darstellung einer Wälzlagerung (Baalmann 1994, S. 28)	20
Abbildung 18: Kraftsituation statisch.....	21
Abbildung 19: Nomenklatur der Radien von Wälzlagerbauteilen (Hamrock, Fundamentals of Fluid Film Lubrication 1991, S. 401)	22
Abbildung 20: Querschnitt eines axial belasteten Kugellagers (Hamrock, Fundamentals of Fluid Film Lubrication 1991, S. 538).....	23
Abbildung 21: Kräftesystem dynamisch.....	27
Abbildung 22: Kinematik eines Wälzkörpers (Hamrock, Ball Bearing Mechanics 1981)	27
Abbildung 23: Race Control (Hamrock, Fundamentals of Fluid Film Lubrication 1991, S. 545) .	28
Abbildung 24: Modell dynamisches Kraftsystem Wälzkörper (Hamrock, Ball Bearing Mechanics 1981)	30
Abbildung 25: schematische Darstellung der Verformung im Wälzlager	30
Abbildung 26: Verschiebungen im Wälzlager (Baly 2005, S. 33)	31
Abbildung 27: Berechnungsablauf	35
Abbildung 28: vereinfachte Geschwindigkeiten und Kräfte	36
Abbildung 29: dynamischer Betriebsdruckwinkel.....	37
Abbildung 30: Kontaktflächen.....	37

Abbildung 31: Krümmungsverhältnisse im Querschnitt	38
Abbildung 32: Kontaktkräfte	38
Abbildung 33: axiale Verschiebung	39
Abbildung 34: Wärmeleitwert nach <i>Bejan</i>	19
Abbildung 35: Messkonzept zur Bestimmung des Wärmewiderstandes	40
Abbildung 36: Mechanischer Aufbau des Prüfstandes	41
Abbildung 37: Messstellen im Prüfstand	43
Abbildung 38: Strahlung im Prüfstand	45
Abbildung 39: Energiebilanz und Sichtfaktormodell	45
Abbildung 40: Temperatur- und Wärmestromverlauf	47
Abbildung 41: Funktionstüchtiger Prüfstand	49
Abbildung 42: Anschluss Leistungsfrequenzgenerator	50
Abbildung 43: <i>Compact Rio</i> Konfiguration	52
Abbildung 44: <i>LabView</i> Interface	53
Abbildung 45: <i>SKF 71908 CD P4A</i> bei Befettung	57
Abbildung 46: Lagerbelastung und Lagerlebensdauer	58
Abbildung 47: Vergleich der Messsignale bei verschiedenen Betriebsarten	59
Abbildung 48: Vergleich Messfrequenz 5 und 40 Hz	60
Abbildung 49: Vorgang Interpolation	60
Abbildung 50: thermische Simulation Messflansch	61
Abbildung 51: Temperaturverlauf Lagersitz	62
Abbildung 52: Position Temperatursensor Lageraußenring	62
Abbildung 53: Vergleich interpolierter und gemessener Temperatur	63
Abbildung 54: Kontinuierliche Messwerte bei 420 N	64
Abbildung 55: Wärmeleitwert bei 50 N, 0,1 mbar	65
Abbildung 56: Wärmeleitwert bei 160 N und 0,1 mbar	66
Abbildung 57: Wärmeleitwert bei 420 N und 0,1 mbar	67
Abbildung 58: Wärmeleitwerte bei 740 N und 0,1 mbar	68
Abbildung 59: Wärmeleitwerte bei 1070 N und 0,1 mbar	69
Abbildung 60: Wärmeleitwerte bei 50N und 0,1 bzw 10 mbar	69
Abbildung 61: statische Messwerte	70
Abbildung 62: Wärmeleitwert in Abhängigkeit von Kraft und Drehzahl	71
Abbildung 63: Lagerung des Messflansches	72
Abbildung 64: Position der Beschleunigungssensoren am Messflansch	73
Abbildung 65: Beschleunigungswerte über Drehzahl	73

Abbildung 66: Gegenüberstellung Wärmeleitwert mit Beschleunigungswerten	74
Abbildung 67:Vergleich 71908 und 7008 Wälzlager bei 50 N.....	76
Abbildung 68: Vergleich der Vorspannungen bei 0,1 mbar	77
Abbildung 69: Variante Vorspannungsverstellung.....	78
Abbildung 70: Vergleich Wärmeleitwert verschiedener Wälzlagerwerkstoffe	79

Tabelle 1: Konstante für Lager 71908 CD P4A.....	33
Tabelle 2: abgeleitete Konstante	34
Tabelle 3: Parameter für austretenden Wärmestrom	44
Tabelle 4: Parameter für eintretenden Wärmestrom.....	47
Tabelle 5: Betriebszustände Leistungsfrequenzgenerator.....	50
Tabelle 6: Spezifikationen 71908CD P4A (SKF Gruppe 2014, S. 216).....	56
Tabelle 7: Prüfparameter	58
Tabelle 8: Vergleich Messwerte aus (Haidl 2014)und dieser Arbeit	75