

CHRISTOPH STEINMAYR BSC

# 3D-SIMULATION VON TRANSITION UND RELAMINARISIERUNG ENTLANG EINER EBENEN PLATTE

## MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades  
Diplom-Ingenieur der Studienrichtung  
Maschinenbau

eingereicht an der  
Technische Universität Graz

Betreuer:

AO.UNIV.-PROF. DIPL.-ING. DR.TECHN. WOLFGANG SANZ

Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik

Vorstand: o.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Franz HEITMEIR

Graz, September 2016

BIONIC.  
SURFACE.  
TECHNOLOGIES.





---

## ZUSAMMENFASSUNG

---

Genauere Kenntnis über den Zustand der Strömung (laminar oder turbulent) ist entscheidend für viele technische Anwendungen. Zwei physikalische Phänomene, die in diesem Zusammenhang auftreten, sind Transition und Relaminarisierung. Transition ist der Umschlag von laminar auf turbulent. Relaminarisierung beschreibt das Phänomen, dass unter gewissen Voraussetzungen (z.B. starke Beschleunigung) eine turbulente Strömung wieder laminarisiert. Sowohl Transition als auch Relaminarisierung wurden in einem Forschungsprojekt am Institut für thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik der TU Graz experimentell untersucht.

In dieser Arbeit wurden drei in der Industrie verwendete Transitionsmodelle ( $k - k_t - \omega$  Modell von Walters und Cokljat,  $\gamma - Re_\Theta$  Modell von Menter et al. und  $\gamma$  Modell ebenfalls von Menter et al.) auf ihre Fähigkeiten, Transition und Relaminarisierung zu berechnen, untersucht. Dazu wurden numerische 3D Simulationen der vermessenen Strömung durchgeführt: zwei unterschiedliche Fälle für Transition und drei für Relaminarisierung.

Alle drei Modelle sind in der Lage, Transition zu berechnen. Jedoch weichen die Ergebnisse bei der Position und der Länge des Transitionsbereiches von den Messdaten ab. Für die exakte Bestimmung des Transitionsbeginns und der Länge der Transition eignen sich die Modelle daher noch nicht.

Bei der Simulation der Relaminarisierung zeigt sich, dass das  $k - k_t - \omega$  Modell ein reines Transitionsmodell ist und Relaminarisierung nicht vorhersagt. Sowohl das  $\gamma - Re_\Theta$  Modell als auch das  $\gamma$  Modell sind in der Lage, die Abfolge von Transition, Relaminarisierung und Retransition zu ermitteln. Die genaue Übereinstimmung zu den Messdaten hinsichtlich Position und Stärke der Relaminarisierung ist jedoch wiederum nicht gegeben.

---

## ABSTRACT

---

Knowledge of the state of a flow (whether it is laminar or turbulent) is essential for almost every technical application. Two important flow phenomena of interest are: Transition and relaminarisation. Transition describes the change of the flow from the laminar to the turbulent state. Relaminarisation, by contrast, is that flows can become laminar or quasilaminar under certain conditions, e.g. high acceleration. Transition as well as relaminarisation were investigated experimentally within a research project carried out at the Institute of Thermal Turbomachinery and Machine Dynamics of Graz University of Technology.

The goal of this work is to evaluate three different transition models that are widely used in industry with regard to their ability to calculate transition and relaminarisation. These three models are: the  $k - k_l - \omega$  model of Walters and Cokljat, the  $\gamma - Re_\Theta$  model of Menter et al. and the  $\gamma$  model also of Menter et al. For the analysis, three-dimensional numerical simulations of the experiments were carried out: two different cases with transition and three different cases with relaminarisation.

All three models show the ability to calculate transition. But the simulated results differ from the measurement data regarding the position and the length of the transitional zone. So these models need some further development work in order to be able to determine the exact starting point and length of transition.

While simulating relaminarisation, it became clear that the  $k - k_l - \omega$  model is a pure transition model and thus not able to predict relaminarisation. The other models ( $\gamma - Re_\Theta$ - and  $\gamma$  model) are able to calculate the sequence of transition, relaminarisation and retransition. But full accordance with the measurement data regarding position and intensity of the relaminarisation could not be achieved either.

---

## DANKSAGUNG

---

Diese Arbeit markiert den Abschluss meiner Studienzzeit, die mich in vielerlei Hinsicht verändert und geprägt hat. Am Ende dieses Lebensabschnittes ist es an der Zeit zu danken.

Bedanken möchte ich mich bei Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Wolfgang Sanz, der mich für die numerische Strömungsberechnung begeistern konnte und der diese Arbeit mit viel Verständnis und Unterstützung betreut hat.

Ich bedanke mich vor allem auch bei den Kollegen von Bionic Surface Technologies, die mir immer wieder mit Rat und Tat bei den Kniffligkeiten der Numerik zur Seite gestanden sind und stehen!

Auch danke ich meinen Studienkollegen in Graz und Zaragoza für ihre Kameradschaft und das gemeinsame Arbeiten an Prüfungen und Lehrveranstaltungen.

Besonderer Dank gilt den Männern der GCL für ihre Freundschaft und die gemeinsame Suche nach einem konkreten gläubigen Leben.

Meinen Eltern und meiner Familie danke ich für die Wurzeln und die Fähigkeiten, die sie mir gegeben haben. Dankbar bin ich auch für ihre Sturheit, die mein Leben komplett durcheinander gewirbelt und mich die Unterscheidung von Wahrem und Falschem gelehrt hat!

Vor allem bin ich meiner lieben Verlobten Daniela dankbar für die großartige Unterstützung während vieler schwerer Stunden und dass sie immer an mich geglaubt hat und unsere Beziehung nicht aufgegeben hat. Sie ist wahrlich die wunderbarste Frau der Welt!

Nicht zuletzt möchte ich meinen baldigen Schwiegereltern und der gesamten Familie Feichtinger danken, dass sie mich so nett aufgenommen haben!

Graz, im September 2016  
Christoph Steinmayr BSc



---

## EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

---

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

*I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources / resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.*

Graz, am

---

Datum

---

Unterschrift





---

# INHALTSVERZEICHNIS

---

1	EINLEITUNG	1
2	GRUNDGLEICHUNGEN DER STRÖMUNGSMECHANIK	3
2.1	Erhaltungsgleichungen	3
2.1.1	Kontinuitätsgleichung	3
2.1.2	Impulsgleichung	4
2.1.3	Energiegleichung	4
2.2	Turbulenz Gleichungen	5
2.2.1	Reynolds Mittelung	5
3	PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN FLUIDMECHANIK	7
3.1	Grenzschichttheorie an der ebenen Platte	7
3.1.1	Laminare Grenzschicht an der ebenen Platte	8
3.1.2	Turbulente Grenzschicht an der ebenen Platte	8
3.2	Transition von laminar zu turbulent	10
3.2.1	Natürliche Transition	11
3.2.2	Bypass Transition	12
3.2.3	Transition durch Ablöseblase	12
3.3	Relaminarisierung	13
3.3.1	Relaminarisierung in stark beschleunigten Strömungen	13
3.3.2	Kriterien für Relaminarisierung	15
3.4	Wichtige Größen für Turbulenz, Transition und Relaminisierung	15
3.4.1	Intermittenz $\gamma$	16
3.4.2	Turbulente kinetische Energie $k$	16
3.4.3	Laminare kinetische Energie $k_l$	16
3.4.4	Turbulentes Viskositätsverhältnis $\frac{\mu_t}{\mu}$	17
3.4.5	Turbulenzgrad $Tu$	17
3.4.6	Formparameter $H$	17
3.4.7	Impulsverlustdicken- Reynoldszahl $Re_\Theta$	18
4	TURBULENZ- UND TRANSITIONSMODELLE	19
4.1	Turbulenzmodelle	19
4.1.1	Das $k - \epsilon$ Modell	19
4.1.2	Das $k - \omega$ Modell	20
4.1.3	Das Menter SST- $k-\omega$ Modell	20
4.2	Transitionsmodellierung	20
4.2.1	Das $k$ - $k_L$ - $\omega$ Modell	21
4.2.2	Intermittenz- Modelle	26
5	MESSUNG VON TRANSITION UND RELAMINARISIERUNG	35

5.1	Windkanal	35
5.2	Transitionsmessung	37
5.3	Relaminarisierungsmessung	37
6	SIMULATIONSVORBEREITUNG- PREPROCESSING	39
6.1	Prozessüberblick	39
6.2	Verwendete Programmpakete	40
6.3	Geometrie	40
6.4	Berechnungsnetz	41
6.5	Solver Set-up und Diskretisierung	44
6.6	Randbedingungen für die Simulation	45
6.6.1	Turbulenz- Randbedingungen	45
6.7	Auswertung	46
7	3D-SIMULATION DER TRANSITIONSMESSUNG AN DER EBENEN PLATTE	49
7.1	Validierung der Simulationen	49
7.2	Fall I: Anströmgeschwindigkeit 10m/s	51
7.3	Fall II: Anströmgeschwindigkeit 5m/s	60
8	3D-SIMULATION DER RELAMINARISIERUNGSMESSUNG AN DER EBENEN PLATTE	63
8.1	Validierung der Simulation	64
8.2	Fall I: Anströmgeschwindigkeit 9m/s, 20° Neigung	68
8.3	Fall II: Anströmgeschwindigkeit 5m/s, 20° Neigung	76
8.4	Fall III: Anströmgeschwindigkeit 5m/s, 10° Neigung	84
9	FAZIT	91
	LITERATURVERZEICHNIS	93

---

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

---

Abbildung 2.1	Reynolds Zerlegung für turbulente Strömungsgröße	6	
Abbildung 3.1	laminare Grenzschichtentwicklung an der ebenen Platte, aus:[18]		8
Abbildung 3.2	Schichtenstruktur der turbulenten Grenzschicht, aus:[20]	9	
Abbildung 3.3	Prinzipskizze laminar-turbulenter Übergang an der ebenen Platte	11	
Abbildung 3.4	Phasen des Relaminarisierungsprozesses, aus: [19]	14	
Abbildung 4.1	Skalierter $Re_V$ Verlauf in einer Blasius Grenzschicht, aus: [12]		27
Abbildung 5.1	Skizze des Grenzschichtwindkanals	35	
Abbildung 5.2	Detaillierte Schemata der Messaufbauten aus: [4] und [3]		36
Abbildung 6.1	Prozessbild CFD Simulation	39	
Abbildung 6.2	Aufbau der Geometrie für die Transitionssimulation	41	
Abbildung 6.3	Erweiterung der Geometrie für die Simulation der Relaminarisierungsmessung	41	
Abbildung 6.4	Globale Netzansicht für Transitionssimulation, 2D Schnitt	42	
Abbildung 6.5	Globale Netzansicht für Relaminarisierungssimulation, 2D Schnitt		42
Abbildung 6.6	dimensionsloser Wandabstand $y^+$ der Wandzellen entlang der Platte	43	
Abbildung 6.7	Netzdetails, links Plattenvorderkante; rechts Wandauflösung		43
Abbildung 6.8	Abfall der Freistromturbulenz über die Domäne	46	
Abbildung 7.1	Vergleich der Freistromgeschwindigkeit $v_u$ , parallel zur Platte in 82mm Höhe für Fall I & II	50	
Abbildung 7.2	Vergleich des Freistromturbulenzgrades $Tu$ parallel zur Platte in 82mm Höhe für Fall I & II	51	
Abbildung 7.3	exemplarische Residuen der beiden Modellfamilien für Fall I		52
Abbildung 7.4	Wandreibungsbeiwert entlang der Platte für Fall I	52	
Abbildung 7.5	Wandschubspannungsverteilung an der Plattenoberseite, Fall I oben, Fall II unten	54	
Abbildung 7.6	dimensionslose Geschwindigkeitsprofile entlang der Platte, Fall I	55	
Abbildung 7.7	Grenzschichtdicke entlang der Platte für Fall I	56	
Abbildung 7.8	Profile der turbulenten kinetischen Energie entlang der Platte, Fall I	58	
Abbildung 7.9	Profile der fluktuierenden Energien des $k - k_l - \omega$ Modells entlang der Platte, Fall I	59	
Abbildung 7.10	Wandreibungsbeiwert entlang der Platte für Fall II	60	

Abbildung 7.11	dimensionslose Geschwindigkeitsprofile entlang der Platte für Fall II	61
Abbildung 7.12	Intermittenzverteilung an der Plattenoberseite, $\gamma - Re_{\Theta}$ oben, $\gamma$ unten	62
Abbildung 8.1	Vergleich der Freistromgeschwindigkeit $v_u$ , parallel zur Platte in 80mm Höhe für Fall I, II & III	65
Abbildung 8.2	Vergleich des Beschleunigungsfaktors $K$ , parallel zur Platte in 80mm Höhe für Fall I, II & III	67
Abbildung 8.3	Vergleich der Freistromturbulenz $T_u$ , parallel zur Platte in 80mm Höhe für Fall I, II & III	68
Abbildung 8.4	Wandschubspannungsverteilung an der Plattenoberseite, Fall I (Netz1)	69
Abbildung 8.5	Vergleich der Wandschubspannungsverteilung mit unterschiedlichen Netzen, Fall I	71
Abbildung 8.6	lokaler Wandreibungskoeffizient entlang der Platte für Fall I	72
Abbildung 8.7	dimensionslose Geschwindigkeitsprofile entlang der Platte, Fall I	74
Abbildung 8.8	Wandschubspannungsverteilung an der Plattenoberseite, Fall II	78
Abbildung 8.9	lokaler Wandreibungskoeffizient entlang der Platte für Fall II	79
Abbildung 8.10	dimensionslose Geschwindigkeitsprofile entlang der Platte, Fall II	82
Abbildung 8.11	Profile der turbulenten kinetischen Energie entlang der Platte, Fall II	83
Abbildung 8.12	Wandschubspannungsverteilung an der Plattenoberseite, Fall II	84
Abbildung 8.13	lokaler Wandreibungskoeffizient entlang der Platte für Fall III	85
Abbildung 8.14	dimensionslose Geschwindigkeitsprofile entlang der Platte, Fall III	88
Abbildung 8.15	Intermittenzprofile entlang der Platte, Fall III	89

---

## TABELLENVERZEICHNIS

---

Tabelle 5.1	Übersicht über die gemessenen Transitionsbereiche, Positionen in mm ab Plattenvorderkante	36
Tabelle 6.1	Daten der Rechnernetze	44
Tabelle 6.2	Diskretisierung	44
Tabelle 6.3	Stoffwerte Luft	45
Tabelle 6.4	Randbedingungen	45
Tabelle 6.5	Turbulenzgrößen am Eintritt	45
Tabelle 6.6	Werte der Turbulenz- Randbedingungen	46
Tabelle 7.1	Übersicht über die simulierten Transitionsbereiche, Positionen in mm ab Plattenvorderkante	53
Tabelle 7.2	Übersicht über die gemessenen und simulierten Transitionsbe- reiche, Positionen in mm ab Plattenvorderkante	60

---

## VERZEICHNIS DER SYMBOLE

---

$\alpha$	Anstellwinkel Beschleunigungsplatte
$c_f$	Wandreibungskoeffizient, global
$c'_f$	Wandreibungskoeffizient, lokal
$C_\mu$	turbulenter Viskositätskoeffizient
$\delta$	Grenzschichtdicke
$\delta_{ij}$	Kronecker Symbol
$\delta^*$	Verdrängungsdicke
$e$	spezifische innere Energie
$\epsilon$	Dissipationsrate
$\gamma$	Intermittenz
$H$	Formparameter
$K$	Beschleunigungsfaktor
$k, k_{\text{turb}}, k_t$	turbulente kinetische Energie
$k_{\text{lam}}, k_l$	laminare kinetische Energie
$k_{\text{tot}}$	totale fluktuierende Energie
$\nu$	kinematische Viskosität
$Ma$	Mach Zahl
$\mu$	dynamische Viskosität
$\mu_t$	turbulente dynamische Scheinviskosität
$\nu_t$	kinematische Wirbelviskosität

$\omega$	spezifische Dissipationsrate
$p$	Druck
$q$	Wärmestromdichte
$\dot{Q}$	Wärmestrom
$Re_{\Theta}$	Impulsverlustdicken Reynoldszahl
$Re$	Reynoldszahl
$\rho$	Dichte
$t$	Zeit
$\tau, \tau_W$	Wandschubspannung
$\Theta$	Impulsverlustdicke
$Tu$	Turbulenzgrad
$u, u_i, u_j, u_k$	Geschwindigkeit, in verschiedenen Koordinatenrichtungen
$u^+, u^*$	dimensionslose Geschwindigkeit
$U_{\infty}$	Freistromgeschwindigkeit
$v_u$	Geschwindigkeitskomponente in Strömungsrichtung
$y^+, y^*$	dimensionsloser Wandabstand

---

## VERZEICHNIS DER INDIZES

---

$e$	Position am Grenzschichtrand
$\infty$	Freistrom
$i,j,k$	Indizes der Raumrichtungen
krit	kritisch

L, l, lam laminar

$(\dots)'$  fluktuierender Anteil der Reynoldszerlegung

$\overline{(\dots)}$  Mittelwert der Reynoldszerlegung

RMS Root Mean Square

0 Startposition

tot total, gesamt

T, t, turb turbulent

---

## ABKÜRZUNGEN

---

**RANS** Reynolds Averaged Navier Stokes

**CFD** Computational Fluid Dynamics

**LKE** laminare kinetische Energie

**TKE** turbulente kinetische Energie

**SST** Shear-Stress- Transport

**LIV** Laser- Interferenz- Vibrometrie

**NS** Navier Stokes

**BST** Bionic Surface Technologies GmbH



---

## EINLEITUNG

---

Bei der Umströmung von festen Körpern bildet sich in der wandnahen Zone die Grenzschicht aus. Das ist der Bereich des Strömungsfeldes, der von starken Geschwindigkeitsgradienten geprägt ist und wo der Reibungswiderstand des umströmten Objektes entsteht. Mit dem Umschlag des Strömungszustandes von laminar auf turbulent steigt der Reibungswiderstand stark an. Die Kenntnis der genauen Position und der Länge des Transitionsbereiches ist für viele strömungstechnische Anwendungen von enormer Wichtigkeit. Die Berechnung der Transition jedoch stellt sich bereits für einfache Geometrien als sehr komplex dar. Die Schwierigkeit für die Berechnung liegt in der Modellierung der unterschiedlichen Zustände der Strömung (turbulent /laminar), die jeweils andere mathematische Beschreibung erfordern. Mit der Entwicklung moderner numerischer Methoden und der steigenden Leistungsfähigkeit von Computern wurden Modelle entwickelt, die in der Lage sein sollen diesen Umschlag exakt zu berechnen.

In Folge der laminar/turbulenten Transition gibt es bei Strömungen mit starker Beschleunigung das Phänomen der Relaminarisierung. Dieser Begriff beschreibt, dass unter gewissen Voraussetzungen die Strömung vom turbulenten Zustand in den laminaren überführt werden kann. Es können dadurch ähnlich starke Veränderungen in der Wandreibung einhergehen, wie bei der Transition. Dieses Phänomen wird im Zuge des RELAM- Projektes unter der Führung des Instituts für thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik der TU Graz experimentell und numerisch untersucht.

Diese Arbeit entstand im Zuge dieses Projektes beim Kooperationspartner Bionic Surface Technologies GmbH (BST). Das Ziel dieser Arbeit ist es, die gängigen und in der Industrie verwendeten Transitionsmodelle ( $k - k_l - \omega$  Modell von Walters und Cockat, das  $\gamma - Re_\Theta$  Modell von Menter et al. und das  $\gamma$  Modell ebenfalls von Menter et al.) auf ihre Fähigkeiten, Transition und Relaminarisierung zu berechnen, zu untersuchen.

Für BST ist die genaue Berechnung des Transitionsbereiches von enormer Wichtigkeit. Das Unternehmen beschäftigt sich mit Riblets, welche den Reibungswiderstand

von umströmten Körpern reduzieren. Um den Einsatz von Riblets zu optimieren, ist die validierte Kenntnis über die Möglichkeiten und Grenzen der untersuchten Modelle im Hinblick auf Transition von enormer Wichtigkeit.

Zur Untersuchung der Modelle für den industriellen Einsatz werden die Messungen von Transition und Relaminarisierung an der ebenen Platte, die im Rahmen des RELAM-Projektes durchgeführt wurden, berechnet. Dabei wird der gesamte Messaufbau mit allen Details dreidimensional numerisch simuliert.

Zu Beginn der Arbeit werden nach Kapitel 2, in dem die Grundgleichungen dargestellt werden, die physikalischen Phänomene der Transition und der Relaminarisierung vorgestellt (Kap. 3). Der nächste Schritt ist eine detaillierte Beschreibung der verwendeten Modelle (Kap. 4) und der Messdaten (Kap. 5). Damit sind die Voraussetzungen für die Simulationen beschrieben.

Kapitel 6 behandelt den Präprozess vor der eigentlichen Simulation. Es werden Geometrie, Berechnungsnetz und Randbedingungen beschrieben. Die Ergebnisse werden in Kapitel 7 (Transitionsrechnung, zwei Fälle) und in Kapitel 8 (Relaminarisierungsrechnung, 3 Fälle) beschrieben. Den Abschluß der Arbeit liefert mit Kapitel 9 eine Zusammenfassung der Ergebnisse.

# 2

---

## GRUNDGLEICHUNGEN DER STRÖMUNGSMECHANIK

---

In diesem Kapitel werden die Grundgleichungen der Strömungsmechanik, die Ausgangsbasis für jede Strömungsberechnung, dargestellt. Der vorgestellte Gleichungssatz sind die Navier Stokes (NS) Gleichungen. Der zweite Teil des Kapitels ist die Erweiterung der Gleichungen für turbulente Strömung, die auf die Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS) Gleichungen führen.

### 2.1 ERHALTUNGSGLEICHUNGEN

Bewegte Fluide werden in der Modellvorstellung als Kontinua behandelt. Zur Lösung eines Strömungsfeldes werden jedem Punkt im Strömungsraum z.B. die Variablen Dichte  $\rho$ , Geschwindigkeit  $\vec{v}$  und Temperatur  $T$  zugewiesen. Diese Zuweisung und somit die Bestimmung der physikalischen Vorgänge erfolgt über die drei Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie:

- Kontinuitätsgleichung
- Impulsgleichung
- Energiegleichung

Dieses System von Transportgleichungen ist die Basis jeder analytischen und numerischen Berechnung von Strömungen jeglicher Art. Zur einfachen Lesbarkeit und für das Verständnis werden sie in der Einsteinschen Summenkonvention notiert.

#### 2.1.1 Kontinuitätsgleichung

Die Grundaussage der Kontinuitätsgleichung lautet: Die Masse eines Fluidteilchens bleibt erhalten. Mathematisch ist das gleichbedeutend mit der Aussage, dass die totale Änderung der Masse nach der Zeit in einem betrachteten Volumen ident 0 ist. Für ein kompressibles Fluid lautet die Kontinuitätsgleichung in differentieller Form:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.1-1)$$

Die Gleichung besteht aus zwei unterschiedlichen Termen. Der Term  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  beschreibt rein die lokale Änderung der Masse innerhalb des betrachteten Kontrollvolumens nach der Zeit. Der zweite Term  $\frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j}$  betrachtet die konvektive Änderung der Masse. Es wird dabei jene Masse bilanziert, die über die Grenzen des Kontrollvolumens aufgrund der Strömungsgeschwindigkeit transportiert wird und so zu einer Änderung der Masse im Volumen beiträgt.

Für ein inkompressibles Fluid reduziert sich die Kontinuitätsgleichung auf die Form [20]

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.1-2)$$

### 2.1.2 Impulsgleichung

Die Impulsgleichung basiert auf dem zweiten Newtonschen Axiom. Dieses besagt, dass die totale zeitliche Änderung des Impulses gleich der Summe aller angreifenden Kräfte ist. Die Gleichungen sind bereits für Newtonsche Fluide formuliert [20].

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ -p \delta_{ij} - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \rho f_i^b \quad (2.1-3)$$

Auf der linken Seite der Gleichung ist die totale Änderung des Impulses beschrieben. Diese setzt sich, wie bei allen Transportgleichungen, aus der zeitlichen lokalen Änderung des Impulses  $\frac{\partial \rho u_i}{\partial t}$  und der konvektiven Veränderung als Bilanz des Impulses über die Grenzen des Kontrollvolumens  $u_j \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_j}$  zusammen. Die rechte Seite der Gleichung beinhaltet alle Arten von Kräften, die an das Fluidteilchen angreifen können. Diese Kräfte sind Oberflächenkräfte und Volumenkräfte. Die Oberflächenkräfte setzen sich aus dem Druck und den Spannungen aufgrund von Viskosität (Normal- und Scherspannungen) zusammen. Der Term  $\rho f_i^b$  beschreibt die Volumenkräfte, die in den meisten Fällen rein die Erdbeschleunigung sind.

Für die Berechnungen im Zuge dieser Arbeit reduziert sich die Impulsgleichung mit Annahme der Inkompressibilität und der Vernachlässigung der Erdbeschleunigung aufgrund der Luftströmung im niederen Ma-Bereich zu:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.1-4)$$

### 2.1.3 Energiegleichung

Die Erhaltungsgleichung der Energie spiegelt den ersten Hauptsatz der Thermodynamik wider. Die Aussage ist, dass die Änderung der Energie eines Kontrollvolumens gleich der Summe der übertragenen Wärme und der geleisteten mechanischen Ener-

gie ist. Darstellung der Energiegleichung folgt für die spezifische innere Energie  $e$  [20]

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial e}{\partial x_j} = -\frac{\partial q_j}{\partial x_j} - p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \Phi_\mu + \dot{Q} \quad (2.1-5)$$

mit viskoser Dissipation für Newtonsche Fluide

$$\Phi_\mu = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2 \quad (2.1-6)$$

Die einzelnen Terme der Energiegleichung auf der linken Seite stellen die totale Änderung der spezifischen inneren Energie in lokalem und konvektivem Anteil dar. Auf der rechten Seite beschreibt der erste Term den spezifischen Wärmefluss über die Systemgrenze (in Form von Wärmeleitung), der zweite Term die Leistung der angreifenden Druckkräfte. Die letzten beiden Terme sind Energieänderungen durch viskose Dissipation und durch innere Wärmeleistungen, wie chemische Reaktionen.

## 2.2 TURBULENZ GLEICHUNGEN

Mit den NS Gleichungen können alle physikalischen Größen eines Strömungsfeldes berechnet werden, auch bei turbulenter Strömung. Die Berechnung von turbulenten Strömungsgrößen ist theoretisch mit diesen Gleichungen möglich (Direkte Numerische Simulation), jedoch sprengt die erforderliche Auflösung in Zeit und Raum für technische Anwendungen die Computerkapazitäten. Für technische Problemstellungen ist die Kenntnis jeder einzelner Schwankungsbewegung nicht notwendig und es interessieren nur die Mittelwerte der Strömungsgrößen. Durch Mittelungsmethoden erhält man ein Gleichungssystem für die zeitlich gemittelten Strömungsgrößen.

### 2.2.1 Reynolds Mittelung

Eine Mittelungsmethode basiert auf der Reynolds- Zerlegung. Dabei werden die momentanen Werte der Strömungsgrößen in Mittelwert und Fluktuation aufgeteilt, wie es Abbildung 2.1 schematisch zeigt:

$$u_i(t) = \bar{u}_i + u_i'(t) \quad (2.2-7)$$

Dabei ist  $u_i(t)$  der Momentanwert einer Geschwindigkeitskomponente,  $\bar{u}_i$  ist der zeitunabhängige Reynolds-Mittelwert und  $u_i'(t)$  beschreibt die Fluktuation ausgehend vom Mittelwert. Definitionsgemäß ist der Mittelwert der Fluktuationen  $\overline{u_i'(t)}$  gleich 0 und der Reynolds Mittelwert muss über einen so langen Zeitraum gemittelt sein, dass der

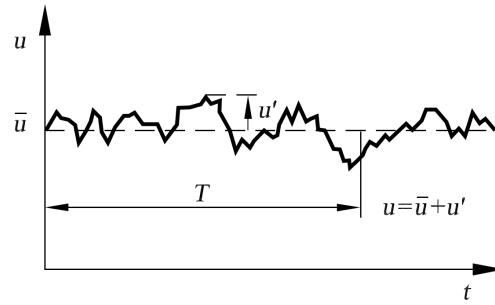


Abbildung 2.1: Reynolds Zerlegung für turbulente Strömungsgröße

Wert zeitunabhängig ist. Man spricht dann von einer statistisch stationären Strömung [20].

Das Einfügen der Mittelung liefert die RANS Gleichungen:

Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.2-8)$$

Impulsgleichungen:

$$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (2.2-9)$$

In der Impulsgleichung tritt durch die Mittelung ein zusätzlicher Term  $\overline{u'_i u'_j}$  auf der rechten Seite auf. Diese Zusatzglieder können als Komponenten eines Spannungstensors aufgefasst werden, der die Auswirkungen der turbulenten Fluktuationen beschreibt. Es handelt sich dabei um Scheinspannungen und das Gleichungssystem ist durch diesen Term nicht mehr geschlossen (Schließungsproblem der Turbulenz).

Die Turbulenzmodellierung beginnt in diesem Punkt mit der Berücksichtigung verschiedener Korrelationen und weiterer Transportgleichungen, um das Gleichungssystem zu schließen.

Ein verbreiteter Ansatz zur Modellierung der sogenannten Reynolds- Spannungen ist der Wirbelviskositätsansatz nach Boussinesq. Die Wirbelviskosität  $\nu_T$  ist in Analogie zum Stokeschen Reibungsgesetz  $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$  gedacht. Im Unterschied dazu ist die Wirbelviskosität keine Stoffeigenschaft, sondern eine Strömungseigenschaft und somit eine Funktion des Ortes [5], [20].

$$\overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_T \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.2-10)$$

Die Turbulenz wird als starke Zähigkeitszunahme in den RANS Gleichungen modelliert. Die verschiedenen Turbulenzmodelle berechnen die Wirbelviskosität unterschiedlich.

# 3

---

## PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN FLUIDMECHANIK

---

In diesem Kapitel werden die physikalischen Grundlagen der Strömungsmechanik dargestellt, die für die Berechnungen und Modellierungen im Zuge dieser Arbeit verwendet werden. Zu Beginn wird die Grenzschichttheorie an der ebenen Platte skizziert. Danach erfolgt eine Beschreibung der physikalischen Vorgänge und Arten der Transition von laminar zu turbulent. Im Anschluß wird das Phänomen der Relaminisierung dargestellt. Den Abschluss des Kapitels bildet eine Auflistung und Beschreibung wichtiger Größen im Zusammenhang mit den genannten Strömungsphänomenen.

### 3.1 GRENZSCHICHTTHEORIE AN DER EBENEN PLATTE

Bei Umströmung von Körpern entsteht bei gleichmäßiger Anströmung durch die Zähigkeit entlang der Grenzfläche des Strömungsraumes (= Wand) eine wandnahe Zone, die durch die Auswirkungen der Haftbedingung beeinflusst ist, die sogenannte Reibungsgrenzschicht. In der wandfernen Strömung nimmt der Einfluss der Zähigkeit bei hohen Reynoldszahlen stark ab und die Reibung kann vernachlässigt werden. Man hat zwei Bereiche: wandnahe Reibungsgrenzschicht und reibungsfreie Außenströmung [5].

Die Grenzschichttheorie wurde 1904 von Prandtl entwickelt und unterteilt als mathematisches Modell den Strömungsraum in einen Bereich der Reibungsfreiheit, d.h. der Einfluss der Reibung kann vernachlässigt werden, und einen Bereich unter Reibungseinfluss. Der reibungsbehaftete Raum ist gekennzeichnet durch starke Geschwindigkeitsgradienten normal zur Wand  $\frac{\partial u}{\partial y}$ . Die Geschwindigkeitsgradienten entstehen aufgrund der endlichen Zähigkeit des Fluids und der Haftbedingung an der Wand, die zu einer Geschwindigkeit 0 führt und mit Abstand zur Wand sich immer mehr an die Geschwindigkeit in der freien Strömung annähert. Die Geschwindigkeitsgradienten sind in diesem Bereich klein, was gleichbedeutend mit kleinen Schubspannungen ist und die Vernachlässigung der Zähigkeit rechtfertigt.

Die Strömung in der Grenzschicht kann sowohl laminar als auch turbulent sein. Nur für ausreichend große Reynoldszahlen ist die Grenzschichttheorie gültig, es liegt dann eine sehr dünne Grenzschicht im Vergleich zu einer charakteristischen Länge des umströmten Körpers vor (vgl. [5], [18]).

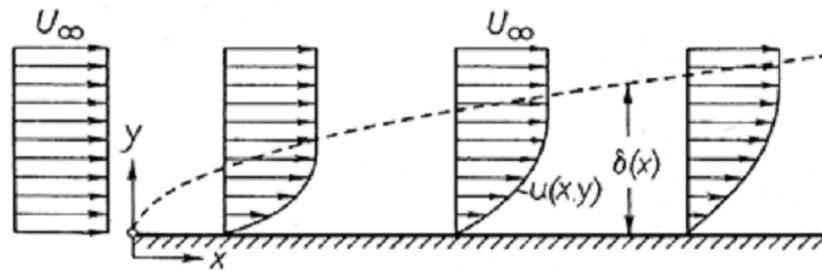


Abbildung 3.1: laminare Grenzschichtentwicklung an der ebenen Platte, aus:[18]

### 3.1.1 Laminare Grenzschicht an der ebenen Platte

An der Plattenvorderkante beginnt bei horizontaler Anströmung die Auswirkung des Haftens des Fluids an der Oberfläche. Die dünne Reibungsschicht wächst mit zunehmender Lauflänge  $x$  proportional zur Wurzel der kinematischen Viskosität  $\nu$  an.

$$\delta = \delta(x) \sim \sqrt{x} \quad (3.1-1)$$

Innerhalb dieser Schicht bildet sich eine laminare Strömung aus. Bei laminarer Strömung fließt das Fluid in Schichten, es kommt zu keinen Fluktuationen. Das Geschwindigkeitsprofil normal zur Wand hat einen kontinuierlichen Verlauf und die Ausbildung innerhalb der Grenzschicht ist in Abbildung 3.1 schematisch dargestellt.

Der Übergang von der Reibungsschicht in die reibungsfreie Schicht verläuft kontinuierlich, eine genaue Grenze lässt sich nicht feststellen und sie wird willkürlich eingeführt. Die mathematische Definition des Grenzschichtendes ist meist derjenige Normalabstand zur Platte, bei der eine Geschwindigkeit von 99 % der Freistromgeschwindigkeit erreicht wird ( $\delta_{99}$ ).

### 3.1.2 Turbulente Grenzschicht an der ebenen Platte

Mit zunehmender Lauflänge  $x$  entlang der Platte beginnt die Grenzschicht vom laminaren in den turbulenten Typ umzuschlagen. Man spricht von Turbulenz, wenn die Strömung grundsätzlich 3 dimensionale und hoch instationäre Fluktuationen aufweist. Es ändern sich in diesem Zustand alle Strömungsgrößen mit der Zeit.

#### Innerer Aufbau der turbulenten Plattengrenzschicht

Die turbulente Plattengrenzschicht besteht anders als die laminare aus mehreren Unterschichten. Der Aufbau wird in Abbildung 3.2 schematisch dargestellt und es sind 3 Schichten auszumachen (viskose Unterschicht (I), turbulente Innenschicht (II) und turbulente Außenschicht (III). Bei der Einführung der RANS-Gleichungen wurde die turbulente Scheinzähigkeit definiert. Die Schubspannung im Bereich turbulenter Grenz-



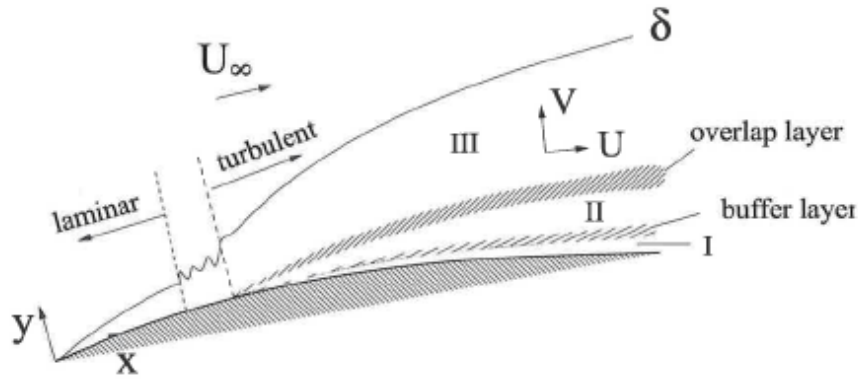


Abbildung 3.2: Schichtenstruktur der turbulenten Grenzschicht, aus:[20]

schichten lässt sich in die einzelnen Anteile unterteilen (laminarer bzw. turbulenter Anteil). Die gesamte Schubspannung ( $\tau_{\text{tot}}$ ) besteht aus dem laminaren ( $\tau_{\text{lam}}$ ) und aus dem turbulenten ( $\tau_{\text{turb}}$ ) Anteil. Die Zusammensetzung der Schubspannungen charakterisiert demnach die einzelnen Schichten.

$$\tau_{\text{tot}} = \tau_{\text{lam}} + \tau_{\text{turb}} \quad (3.1-2)$$

Zur universellen Darstellung wird die dimensionslose Wandkoordinate ( $y^+$ ) eingeführt. Die Geschwindigkeit ( $u$ ) parallel zur Wand wird ebenso dimensionslos gemacht ( $u^+$ ). Zum Dimensionslosmachen wird die Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$  verwendet, die wie folgt definiert ist:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.1-3)$$

Somit ergeben sich die dimensionslosen Wandvariablen zu:

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} \quad (3.1-4)$$

**VISKOSE UNTERSCHICHT** Die viskose Unterschicht erstreckt sich bis  $y^+ < 5$ . Der Anteil an turbulenter Scherspannung ist so gering („laminare Unterschicht“), dass sie vernachlässigt werden kann und die gesamte Schubspannung rein aus dem viskosen Anteil besteht. Es gilt universell [20]:

$$y^+ = u^+ \quad (3.1-5)$$

**TURBULENTE INNENSCHICHT** Im Bereich von  $y^+ > 50$  und  $\frac{y}{\delta} < 0.2$  überwiegt der turbulente Anteil an der Scherspannung. Dieser Bereich wird noch zur Wandschicht

gezählt und die Turbulenz ist nicht von den Verhältnissen außerhalb der Grenzschicht beeinflusst. Es gilt das logarithmische Wandgesetz

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B \quad (3.1-6)$$

mit der Karman Konstante  $\kappa = 0.41$  und  $B \approx 5.0$ . Das logarithmische Wandgesetz ist universell [20]

**TURBULENTE AUSSENSCHICHT** Die turbulente Außenschicht wird nicht mehr dem Einfluss der Wand zugeordnet und die Geschwindigkeitsverteilung weicht vom logarithmischen Wandgesetz ab. Die Abweichung nimmt dabei mit steigendem Druckgradienten im Freistrom zu. Das Geschwindigkeitsprofil wird wie der Nachlauf bei einer normalen Festkörperumströmung modelliert. Coles liefert z.B. diesen Ansatz (wake-law)

$$\frac{u^+ - u_{\log\text{-law}}^+}{U_{\infty}^+ - u_{\log\text{-law}}^+|_{y=\delta}} \approx Kh \left( \frac{y}{\delta} \right) \quad (3.1-7)$$

mit  $h(\eta) \approx 3\eta^2 - 2\eta^3$ , wobei  $\eta = \frac{y}{\delta}$  einen dimensionslosen Wandabstand definiert. Jedoch gilt dieser Ansatz nicht universell, da  $K = f\left(\frac{dP_{\infty}}{dx}\right)$  [20].

**BUFFER LAYER** Im Bereich  $5 < y^+ < 50$  nimmt der Einfluß der turbulenten Schubspannungen zu, sodass hier  $\tau_{\text{tot}} = \tau_{\text{lam}} + \tau_{\text{turb}}$  gilt. Als Übergangsschicht zwischen viskoser Unterschicht und dem Gültigkeitsbereich der logarithmischen Wandgesetzes ist diese Schicht mit dem Prandtlischen Mischungswegansatz modellierbar.

**ÜBERLAPPUNGSSCHICHT** In der Überlappungsschicht werden das logarithmische Wandgesetz und das Nachlaufgesetz kombiniert [20].

$$u^+ = \underbrace{\frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B}_{\text{log-law}} + \underbrace{\frac{2\mathcal{C}}{\kappa} h\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{\text{wake-law}} \quad (3.1-8)$$

mit  $\mathcal{C} = f\left(\frac{dP_{\infty}}{dx}\right)$

### 3.2 TRANSITION VON LAMINAR ZU TURBULENT

Das Einsetzen der Turbulenz ist kein punktueller Übergang, es ist vielmehr ein Bereich, in dem dieser Übergang passiert. Es finden viele komplexe Phänomene und Prozesse statt und die Physik dieser Zustandsänderung ist bis heute nicht vollständig geklärt.

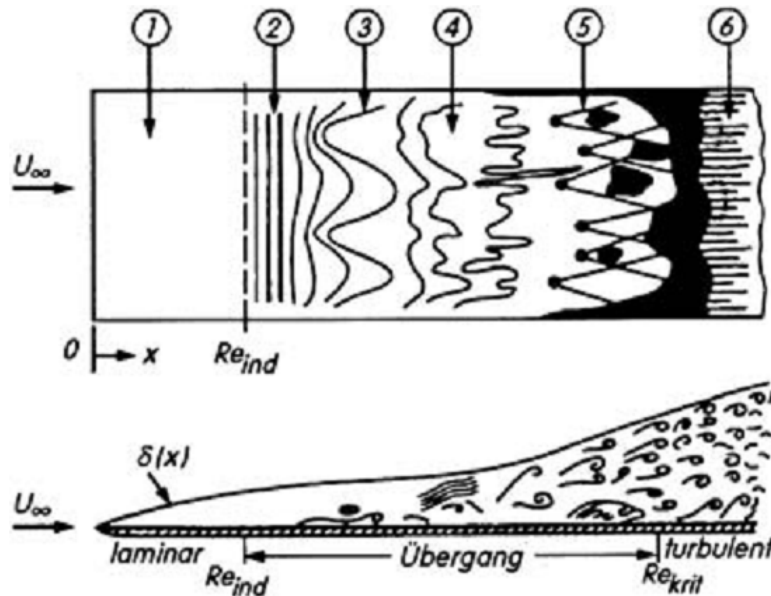


Abbildung 3.3: Prinzipskizze laminar-turbulenter Übergang an der ebenen Platte

Die unterschiedlichen Arten von Transition, die bei technischen Anwendungen auftreten werden dargestellt. Diese sind die natürliche Transition, die Bypass-Transition und Transition aufgrund einer Ablöseblase. Die Parameter, welche die verschiedenen Bildungsmechanismen einleiten, sind Stärke der Freistromturbulenz und Anströmrichtung.

### 3.2.1 Natürliche Transition

Der natürliche Transitionsprozess ist sehr gut bei Schlichting ([18]) beschrieben und tritt bei geringen Freistromturbulenzen von  $0 - 0,5\%$  auf. Der Ablauf des Überganges ist in der Skizze 3.3 dargestellt. Der Ablauf der Transition wurde experimentell und theoretisch erforscht und beginnt mit der laminaren Anlaufstrecke (1). Die Störungen außerhalb der Grenzschicht, wie Geräusche oder Turbulenz im Freistrom, gehen in die Grenzschicht über und erhöhen dort die Eigenmoden der laminaren Grenzschicht. Ist die induzierende Reynoldszahl  $Re_{ind}$  erreicht, bilden sich zuerst 2D Wellen, die sogenannten Tollmien-Schlichting-Wellen, normal zur Anströmungsrichtung aus. Diese Wellen und ihre Bildung werden durch die lineare Stabilitätstheorie beschrieben. Weiter stromabwärts wächst die Instabilität und es kommt zu 3D Störungen, die aufgrund ihrer charakteristischen Form  $\Lambda$ - Wirbel heißen (3). Danach zerfallen die  $\Lambda$ -Wirbel (4), es bilden sich Turbulenzflecken (5), welche die Ausgangspunkte für die vollturbulente Strömung sind. Die Turbulenzflecken breiten sich keilförmig stromabwärts aus und bilden sich an beliebigen Stellen. Ab  $Re_x > Re_{krit}$  ist die Grenzschicht vollturbulent (6).[18]

Diese Art der Transition findet man bei Flugzeugtragflächen, Windturbinen und jeg-

lichem Strömungskörper bei ruhigen Anströmbedingungen; sie spielt jedoch eine untergeordnete Rolle, da bei vielen technischen Anwendungen die turbulente Intensität höher ist.

### 3.2.2 *Bypass Transition*

Bei vielen Anwendungen tritt Transition bereits bei geringeren Reynoldszahlen als durch die lineare Stabilitätstheorie vorausgesagt auf. Dieser Mechanismus tritt bei Freistromturbulenzen mit  $0,5 < Tu < 10\%$  auf. Die hohe Freistromturbulenz beinhaltet bereits Instabilitäten, vor allem Fluktuationen in Strömungsrichtung ( $v'_u$ ), die in die Grenzschicht wirken, und im Transitionsprozess werden die ersten Phasen anders als bei der natürlichen Transition nicht durchlaufen. Es treten keine Tollmien-Schlichting-Wellen und je nach Intensität auch keine  $\Lambda$ -Wirbel auf [10]. Der Transitionsprozess wird hier durch den Zusammenbruch der Fluktuationen (Klebanoff modes) in Strömungsrichtung angestoßen, die laminare Grenzschicht beginnt wesentlich früher umzuschlagen. Der Name Bypass-Transition bezieht sich auf das Nicht-Auftreten der Phasen (2) und möglicherweise (3), wie in Abbildung 3.3 definiert.

Bypass-Transition tritt bei Strömungen in Turbomaschinen und vielen weiteren Anwendungen mit Durchströmungen auf. Bei den Simulationen für dieses Projekt tritt dieser Mechanismus ebenfalls auf.

### 3.2.3 *Transition durch Ablöseblase*

Transition kommt vor, wenn eine laminare Grenzschicht ablöst, sei es durch einen negativen Druckgradient oder nach Stolperdrähten. Die Ablöseblase ist der Ausgangspunkt für die Transition der gesamten Grenzschicht. Im abgelösten Bereich hat die Strömung den Charakter einer freien Scherschicht, die durch Störungen sehr leicht instabil wird und es beginnt der Transitionsprozess. Die einsetzende Turbulenz erzeugt einen vermehrten Impulsaustausch zur Wand ins Rückströmgebiet hinein. Dadurch tritt im wandnahen Bereich eine Beschleunigung auf und die Strömung kann sich wieder anlegen, es hat sich eine Ablöseblase gebildet. Die Größe der Blase hängt vom Transitionsprozess in der freien Scherschicht ab, bei dem alle Stadien wie im Falle der natürlichen Transition vorkommen. Stromabwärts der Blase ist die Grenzschicht turbulent [10].

Dieser Transitionsmechanismus tritt in technischen Anwendungen sehr häufig auf, insbesondere bei Umströmung von Profilen wie bei Tragflächen, Hubschrauber Rotoren oder axialen Turbomaschinen.

### 3.3 RELAMINARISIERUNG

Relaminarisierung oder auch Reversion beschreibt das Phänomen der umgekehrten Transition. Ausgehend vom turbulenten Zustand kann der laminare Zustand durch Beeinflussen der Strömung wiederhergestellt werden. In der Forschung war das Phänomen lange umstritten und wurde, verglichen mit Transitionsforschung, erst spät anerkannt. Intensive Messungen und Forschungstätigkeit gibt es seit den 1940er Jahren. Narasihma und Sreenivasan publizierten 1979 einen umfassenden Artikel zur Relaminarisierung, bei dem sie drei grundsätzliche physikalische Mechanismen identifizierten [17]. Beim ersten Mechanismus wird turbulente Energie durch externe Volumenkräfte wie z.B. Schwerkraft zerstört. Anhand einer kritischen Richardson Zahl kann man dieses Phänomen beschreiben. Der zweite Mechanismus tritt bei einer relativen Zunahme an Dissipation auf, indem die Reynoldszahl stark (unter eine kritische Reynoldszahl) absinkt. Für diese Arbeit entscheidend ist der dritte Mechanismus. Dieser kommt bei stark beschleunigten Strömungen zu tragen. Er wird bei den meisten Publikationen als einziger erforscht und wird im Folgenden beschrieben.

Generell wird unter Relaminarisierung keine vollständige Rückführung in den laminaren Zustand verstanden. Geschwindigkeitsschwankungen werden unter der Bedingung, dass ihr Einfluss auf die gemittelten Strömungsgrößen vernachlässigbar ist, akzeptiert und man spricht von „Quasi-Laminarität“. Das asymptotische Verhalten des Relaminarisierungsprozesses kann als weiterer Grund für dieses Verständnis genannt werden [15].

Der Begriff Relaminarisierung wird für den gesamten Prozess, nicht erst für das laminare oder quasi-laminare Ergebnis, verwendet. Tritt Reversion auf, verändert sich der Aufbau der Grenzschicht gravierend: Als erstes Merkmal wird sie dünner und das Geschwindigkeitsprofil entfernt sich vom universellen logarithmischen Wandgesetz. Damit verbunden steigt der Formfaktor an und sowohl Wandreibungsbeiwert als auch der Wärmeübertragungskoeffizient sinken auf laminares Niveau ab [6].

#### 3.3.1 Relaminarisierung in stark beschleunigten Strömungen

Der Ablauf von Relaminarisierung in stark beschleunigten Strömungen kann entlang eines typischen Versuchsaufbaus beschrieben werden. Der gesamte Ablauf lässt sich in 4 unterschiedliche Phasen einteilen. In einem Windkanal wird ein positiver Druckgradient durch Querschnittsreduktion aufgebracht, beginnend ab einem Punkt  $x_0$ . Stromaufwärts von  $x_0$  herrscht eine turbulente Grenzschicht vor. Ab  $x_0$  beginnt der Druckgradient, der Einfluss auf die turbulente Grenzschicht ist noch sehr gering und die gewöhnlichen turbulenten Wandgesetze sind gültig (vgl Abb. 3.4). Manche Autoren

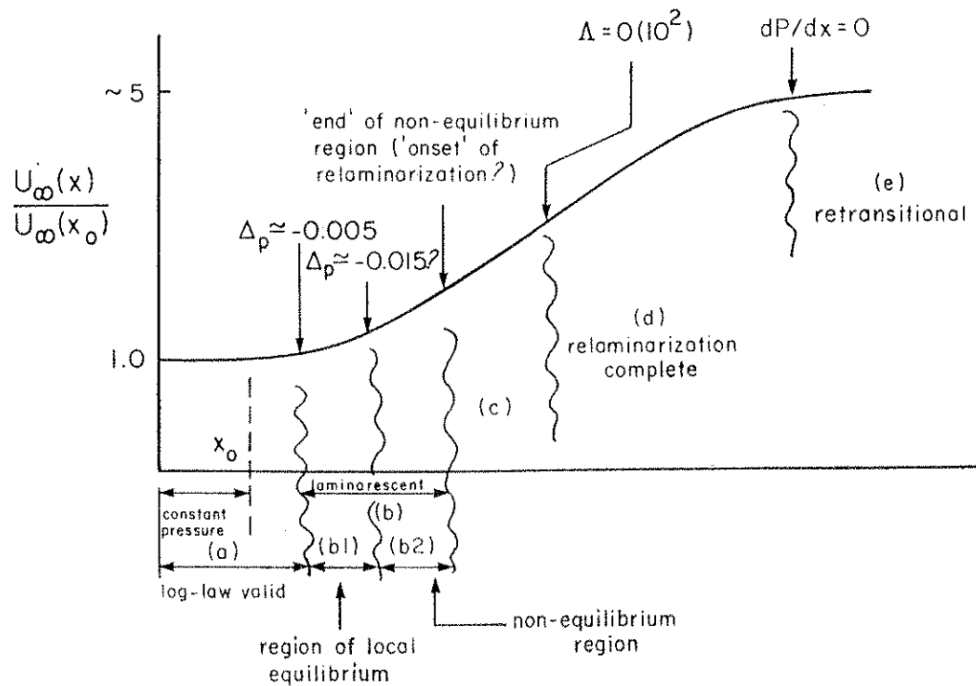


Abbildung 3.4: Phasen des Relaminarisierungsprozesses, aus: [19]

beschreiben einen leichten Anstieg des Wandreibungskoeffizienten ( $c_f$ ) in dieser ersten Phase.

Die weitere Beschleunigung wirkt sich nun auf die Grenzschicht aus und es kommt zu Abweichungen durch den Zusammenbruch des logarithmischen Wandgesetzes und anderen profunden Änderungen. Sreenivasan benennt die Zone „laminarrescent“, um die Möglichkeit der Relaminarisierung anzudeuten, die keineswegs die Folge sein muss [19]. Er unterteilt die Zone b in zwei Unterzonen. In Zone b1 befindet sich die Grenzschicht noch im Gleichgewicht trotz des zusätzlichen Einflusses des Druckgradienten. In Zone b2 kippt dieses Gleichgewicht, die Grenzschicht ist nach wie vor turbulent, zeichnet sich aber durch einen starken Spannungsgradienten normal zur Wand aus. Mit der Zunahme der Auswirkungen werden die Schwankungen in der Grenzschicht geringer und die Turbulenz nimmt ab (c). Die Zonen b und c laufen sehr dicht hintereinander ab, Mukund et al. sprechen von 20 bis 30 Grenzschichtdicken oder weniger. Zone d bezeichnet die abgeschlossene Relaminarisierung unter der beschriebenen Definition, dass die Effekte des Reynoldsspannungstensors keinen Einfluß auf die mittleren Strömungsgrößen aufweisen. Sie tritt unter Fortführung des Druckgradienten auf. Es bleiben jedoch Schwankungen in der Grenzschicht zurück. Sobald die Beschleunigung nachläßt, verursachen diese wiederum eine transitionelle Strömung (e). Mukund et al. zählen auch den Zustand der Vollturbulenz nach dem Ende des positiven Druckgradienten zum gesamten Relaminarisierungsvorgang [15].

### 3.3.2 Kriterien für Relaminarisierung

Ein definitives Kriterium für den Beginn von Relaminarisierung gibt es in der Literatur nicht. Es wurden viele Kriterien definiert. Mukund et al. geben einen Überblick über die wichtigsten Definitionen [15].

Ein weit verbreitetes Kriterium ist der dimensionslose Beschleunigungsfaktor  $K$  nach Laufer [15].

$$K(x) = \frac{\nu}{u_e^2} \frac{du_e}{dx} \quad (3.3-9)$$

Dabei ist  $u_e$  die Geschwindigkeit am Grenzschichttrand und  $x$  die Koordinate in Strömungsrichtung. Relaminarisierung tritt ab einem Wert größer als  $3 \cdot 10^{-6} - 3,5 \cdot 10^{-6}$  ein. Narasimha und Sreenivasan kritisieren an diesem Faktor, dass er nur aus Freistromparametern errechnet wird und damit kein passendes Kriterium für Relaminarisierung, einen Prozess innerhalb der Grenzschicht, darstellt.

Sie stellten 1973 einen neuen Parameter  $\Lambda(x)$  vor [16].  $\Lambda(x)$  ist ein Verhältnis aus Druckgradient mal Grenzschichtdicke zu einer charakteristischen Reynoldsspannung. Ihrer Annahme zu Folge überwiegen bei Relaminisierung die Druckkräfte in Strömungsrichtung bei weitem die Reynoldsschubspannungen.

$$\Lambda(x) = -\frac{dp}{dx} \frac{\delta}{\tau_w(x_0)} \quad (3.3-10)$$

Dabei ist  $\tau_w(x_0)$  die Wandschubspannung vor dem Beginn der Beschleunigung. Ab  $\Lambda \approx 50$  stellen sie einen Abfall der Turbulenz und den Übergang der Strömung in den quasi stationären Zustand fest. Von diesem Wert weg setzen sie die laminarisierte Zone an und berechnen sie mit quasi-laminaren Grenzschichtgleichungen.

Ein jüngeres Kriterium wurde von Brandt (1993) deklariert [15]. Er verwendet als Skalierungsfaktor die Freistromgeschwindigkeit  $u_\infty$ , bevor die Beschleunigung einsetzt.

$$K^*(x) = \frac{\nu}{u_\infty^2} \frac{du_e}{dx} \quad (3.3-11)$$

Sein kritischer Wert ist  $8,1 \cdot 10^{-6}$  für Beginn der Relaminarisierung. Der Vorteil dieses Parameters ist die einfache Berechnung durch die Kenntnis der Zuströmgeschwindigkeit.

## 3.4 WICHTIGE GRÖSSEN FÜR TURBULENZ, TRANSITION UND RELAMINISIERUNG

Es werden weitere wichtige Größen eingeführt, die in den Berechnungen verwendet werden und in den theoretischen Beschreibungen noch nicht vorgekommen sind.

### 3.4.1 Intermittenz $\gamma$

Der Übergang von laminar zu turbulent passiert nicht schlagartig. Die Strömung kann bei diesem Prozess lokal laminar oder turbulent sein und wechselt zwischen diesen Zuständen. Man sagt die Strömung hat intermittierenden Charakter. Die Intermittenz  $\gamma$  ist das zeitliche Verhältnis, in dem die Strömung turbulent ist.  $\gamma = 0$  bedeutet folglich laminare Strömung ohne eine Störung.  $\gamma = 1$  beschreibt vollständige Turbulenz. Der Anstieg des Intermittenzfaktors ist ein Zeichen für den Transitionsbereich und in weiterer Folge für die Relaminarisierung. Der Faktor spielt eine Rolle in der Modellfamilie der Intermittenzmodelle.

### 3.4.2 Turbulente kinetische Energie $k$

Die turbulente kinetische Energie ist eine Transportgröße, die in die turbulenten Grundgleichungen eingeführt wird, um sie zu schließen. Sie beschreibt den Energiegehalt in turbulenten Schwankungen und wird aus den fluktuierenden Geschwindigkeitsanteilen in alle drei Raumrichtungen errechnet.

$$k = \frac{1}{2} \left( \overline{(u'_i)^2} + \overline{(u'_j)^2} + \overline{(u'_k)^2} \right) \quad (3.4-12)$$

Die turbulente kinetische Energie ist keine direkt messbare physikalische Größe. Sie wird aus dem Boussinesq Ansatz für die turbulente Scheinzähigkeit abgeleitet und bildet eine zusammengesetzte Größe aus den fluktuierenden Geschwindigkeitskomponenten. Alle verwendeten RANS Modelle zur Transitionsmodellierung beinhalten eine  $k$ -Transportgleichung.

### 3.4.3 Laminare kinetische Energie $k_L$

Das Konzept der laminaren kinetischen Energie wurde von Mayle und Schulz 1996 eingeführt [11] und beschreibt den Energiegehalt der Schwankungsbewegungen im laminaren Bereich der Grenzschicht vor der Transition. LKE ist keine Turbulenzgröße im eigentlichen Sinn, da der Hauptanteil der Energie die Fluktuationen in Strömungsrichtung sind und die Schwankungen im prätransitionellen Bereich keine Turbulenz sind. Es handelt sich dabei um Klebanoff Schwingungen. Die laminare kinetische Energie wird von Mayle und Schulz mit  $k_L = \frac{1}{2} \overline{u_i'^2}$  angenähert. Sie entwickelten das Konzept mit dem Ziel die Entwicklung von starken Fluktuationen in Strömungsrichtung im Freistrom bei prätransitionellen Strömungen zu beschreiben. Diese stehen im direkten Zusammenhang mit dem Auftreten von Störungen in der laminaren Grenzschicht.



3.4.4 *Turbulentes Viskositätsverhältnis*  $\frac{\mu_t}{\mu}$ 

Das turbulente Viskositätsverhältnis ist das Verhältnis aus der turbulenten Scheinviskosität  $\mu_t$  und der dynamischen Viskosität  $\mu$ . Für die Berechnungen wird diese Größe als Randbedingung für die Freistromturbulenz bei allen verwendeten Modellen eingesetzt.

3.4.5 *Turbulenzgrad*  $Tu$ 

Der Turbulenzgrad ist eine wichtige Größe für die Turbulenz im Freistrom. Es treten auch im Freistrom Schwankungsbewegungen auf. Die beginnenden Instabilitäten in der Grenzschicht, die mit steigender Lauflänge und Reynoldszahl turbulenten Charakter erreichen, hängen mit der Turbulenz im Freistrom zusammen und werden durch diese angestoßen. Die Größe ist ebenfalls eine Verhältnisgröße und wird in Prozent angegeben. Sie wird gebildet aus dem Verhältnis der gemittelten lokalen Fluktuationsgeschwindigkeiten in Strömungsrichtung zur lokalen Freistromgeschwindigkeit  $u$  und lässt sich bei Annahme isotroper Turbulenz in eine Formulierung mit der turbulenten kinetischen Energie überführen.

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} \left( \overline{(u'_i)^2} + \overline{(u'_j)^2} + \overline{(u'_k)^2} \right)}}{u} = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}k}}{u} \quad (3.4-13)$$

Zusammen mit dem turbulenten Viskositätsverhältnis wird der Turbulenzgrad zur Bestimmung der Freistromturbulenz beim Eintritt in den Strömungsraum verwendet.

3.4.6 *Formparameter*  $H$ 

Das Verhältnis aus Verdrängungsdicke  $\delta^*$  zu Impulsverlustdicke  $\Theta$  gibt Rückschlüsse auf den Strömungszustand. Diese Relation ist als Formfaktor  $H$  bekannt und wie folgt definiert:

$$H = \frac{\delta^*}{\Theta} \quad (3.4-14)$$

An der ebenen Platte gelten die Werte um 2.59 für laminare Strömung und um 1.4 für turbulente Strömung [18]. Die Berechnung von  $\delta^*$  und  $\Theta$  ist bei modernen Computational Fluid Dynamics (CFD) Solvern schwierig. Der Grund liegt darin, dass diese beiden Größen integrale Größen sind. Die Methoden der modernen Programmpakete sind jedoch lokal formuliert.

### 3.4.7 *Impulsverlustdicken- Reynoldszahl $Re_{\Theta}$*

Diese Reynoldszahl wird mit der Impulsverlustdicke gebildet und bietet durch einen kritischen Wert ein gängiges Transitionskriterium an. Zum Einsatz kommt diese Zahl bei empirischen Korrelationsmodellierungen. Diese Korrelationen verbinden die Freistromturbulenz und die Impulsverlustdicken- Reynoldszahl beim Transitionsbeginn ( $Re_{\Theta t}$ ) [12]. Ein bekanntes Beispiel ist die Korrelation von Abu- Ghannam und Shaw [1]. Namensgebend ist diese Kennzahl für die Transitionsmodelle von Menter et al. [12].

---

## TURBULENZ- UND TRANSITIONSMODELLE

---

Dieses Kapitel befasst sich mit der Modellierung der physikalischen Phänomene, die im vorigen Kapitel beschrieben wurden. Zuerst werden die gängigsten Turbulenzmodelle beschrieben. Die Beschreibung der drei Transitionsmodelle, die in diesem Projekt untersucht werden, sind das Herzstück dieses Kapitels.

### 4.1 TURBULENZMODELLE

Das Schließungsproblem der Turbulenz macht es notwendig Modelle zur Beschreibung der Turbulenz zu entwickeln. Ausgehend vom Boussinesq-Ansatz gibt es Modelle, die mit weiteren Transportgrößen und Transportgleichungen das Schließungsproblem beheben. Die industriell sehr weit verbreitete Modelle sind z.B. das  $k - \epsilon$  Modell, das  $k - \omega$  Modell und die Kombination aus beiden, das Shear-Stress-Transport (SST) Modell. Diese Modelle sind Zwei-Gleichungsmodelle, da sie mit zwei zusätzlichen Transportgleichungen (z.B. für  $k$  und  $\epsilon$ ) die turbulenten Größen bestimmen.

#### 4.1.1 Das $k - \epsilon$ Modell

Das  $k - \epsilon$  Modell wurde in seiner Standardform 1971 von Launder und Spalding publiziert. Die turbulente Viskosität wird mit den beiden Größen turbulente kinetische Energie ( $k$ ) und ihre Dissipationsrate ( $\epsilon$ ) über einen Proportionalitätsfaktor ( $C_\mu$ ) berechnet.

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.1-1)$$

Das Modell hat seine Stärken in der Einfachheit und in der Robustheit und liefert vor allem gute Ergebnisse in Freistrombereichen, wo reine Turbulenz herrscht [7]. Es gibt auch einige Modifikationen des Standard  $k - \epsilon$  Modells, um die Schwächen auszumerken (RNG  $k - \epsilon$  und Realizable  $k - \epsilon$  Modell).

#### 4.1.2 Das $k - \omega$ Modell

Eine Weiterentwicklung des  $k - \epsilon$  Modells ist das  $k - \omega$  Modell. Publiziert von Wilcox 1998 verwendet es statt der Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie ihre spezifische Dissipationsrate ( $\omega$ ). Die Wirbelviskosität ergibt sich zu:

$$\nu_T = \frac{k}{\omega} \quad (4.1-2)$$

Um die turbulente Viskosität für die Impulsgleichungen zu berechnen, werden die zwei Transportgleichungen für  $k$  und  $\omega$  benötigt. Sie lauten:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left[ \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right] \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \beta_k \rho k \omega \quad (4.1-3)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \omega u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left[ \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right] \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + P_\omega - \beta_\omega \rho \omega^2 \quad (4.1-4)$$

Im Gegensatz zum vorherigen Turbulenzmodell kann diese Formulierung die Turbulenz in Wandnähe besser vorhersagen. Das  $k - \omega$  Modell ist auch die Grundlage für das  $k - k_l - \omega$  Transitionsmodell, das in diesem Projekt verwendet wird.

#### 4.1.3 Das Menter SST- $k-\omega$ Modell

Dieses Modell verknüpft die Vorzüge der  $k - \epsilon$ - und  $k - \omega$  Modelle. Das  $k - \epsilon$  Modell ist in Wandnähe nicht so genau, dafür berechnet es die Turbulenz im Freistrom sehr gut. Die  $k - \omega$  Formulierung hat sich hingegen in Wandnähe sehr bewährt. Die Idee ist nun ein Zwei- Zonen- Modell, bei dem die richtige Formulierung über eine Gewichtungsfunktion automatisch verwendet wird.

Die Transportgleichung für  $k$  entspricht dem  $k - \omega$  Modell. In der  $\omega$  Gleichung werden Terme hinzugefügt.

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \omega u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left[ \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right] \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + P_\omega - \beta_\omega \rho \omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\rho}{\sigma_{\omega,2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (4.1-5)$$

$F_1$  stellt dabei den automatischen Schalter zwischen den Formulierungen dar. Veröffentlicht wurde das Modell von Menter et al. und es ist das Ausgangsmodell für die hier verwendeten Intermittenz Transitionsmodelle.

## 4.2 TRANSITIONSMODELLIERUNG

Die modernen CFD-Solver haben zur Entwicklung von neuen einfachen Transitionsmodellen beigetragen. Ausgehend von der linearen Stabilitätstheorie mit dem  $e^N$ - Ansatz

hatten sich in den letzten Jahren eine Vielzahl an Transitionsmodellen herausgebildet. Meist beruhen die Modelle jedoch auf integralen oder nicht lokalen Strömungsgrößen, die den Einsatz in modernen CFD-Solvern erschweren [2]. Die Voraussetzungen für gute Verwendbarkeit von Transitionsmodellen beschreiben Menter und Langtry in [13]. Ein Transitionsmodell zum Einsatz in modernen CFD-Solvern

- kann einen kalibrierten Beginn und die Transitionslänge darstellen.
- kann die verschiedenen Transitionsmechanismen berechnen.
- ist lokal formuliert („Single Point Approach“).
- beeinflusst das zugrundeliegende Turbulenzmodell in voll turbulenten Gebieten nicht und konvergiert ähnlich schnell und stabil, wie dieses.
- ist unabhängig vom Koordinatensystem formuliert.

Für den industriellen Einsatz haben sich zwei Modellarten mit RANS- Ansatz herausgebildet. Auf der einen Seite gibt es einen phänomenologischen Zugang über die laminare kinetische Energie  $k_L$ , auf der anderen Seite gibt es einen korrelationsbasierenden Ansatz über die Intermittenz.

Das Programmpaket Ansys FLUENT bietet jeweils drei Modelle zur Verwendung an und sie werden in diesem Kapitel detailliert beschrieben. Auf die Angabe der vielen Modellkonstanten wird in diesem Rahmen verzichtet und auf die Modellveröffentlichungen oder [7] verwiesen.

#### 4.2.1 Das $k$ - $k_L$ - $\omega$ Modell

Dieses Modell basiert auf der Bousinesq- Hypothese und dem Konzept der laminaren kinetischen Energie  $k_L$ . Es stellt einen phänomenologischen (physikalischen) Zugang dar. In das  $k - \omega$  Modell wird eine zusätzliche Transportgleichung für die laminare kinetische Energie eingeführt.

Das Modell beruht auf der Entwicklung von Mayle und Schulz mit ihrer Transportgleichung für die laminare kinetische Energie [11], die sie in eine  $k - \epsilon$  Formulierung eingliederten. Das Problem ihres Modells ist die Verwendung von nicht- lokalen Größen im Modell; dieses wurde von Walters und Leylek 2004 behoben und in ein Single-Point-Modell übergeführt [22]. 2008 veröffentlichten Walters und Cokljat die Weiterentwicklung in das hier beschriebene Modell [21].

#### *Konzept*

Grundsätzlich besteht das Modell aus den Transportgleichungen für  $k$  und  $\omega$ , die ein reines Turbulenzmodell darstellen (vgl. 4.1.2). Die Fluktuationen im laminaren Bereich

werden über die zusätzliche laminare kinetische Energie (LKE)- Gleichung beschrieben (Klebanoff- Modes) und der Transitionsprozess ist über den Energieaustausch von LKE zu turbulente kinetische Energie (TKE) implementiert.

Grundsätzlich ist der Modellgleichungssatz ein rein turbulenter, bei dem Laminari- tät über die Dämpfung der Turbulenzproduktion erzeugt wird. Der Transitionsprozess wird über diese Dämpfungsfunktionen gesteuert. Ab einem kritischen Zeitskalenver- hältnis werden die Dämpfungsterme reduziert, sodass die turbulenten Gleichungen zum Tragen kommen. Fluktuationen im Bereich der laminaren Grenzschicht werden über die laminare kinetische Energie modelliert. Bei diesen Fluktuationen folgen die Autoren dem Verständnis von Mayle und Schulz [10] und betonen, dass diese keine turbulenten Schwankungen darstellen.

Die Autoren des Modells interpretieren Transition in einem reynolds-gemittelten Sinn als die Zunahme von Druck- Spannungen in den Reynolds-Spannungen. Die- ses Wachstum wirkt sich so aus, dass die laminaren Fluktuationen (hauptsächlich in Strömungsrichtung, vgl LKE und Klebanoff- Modes) in dreidimensionale isotrope Fluk- tuationen, also Turbulenz, übergeführt werden. Im Modell wird dieser Übergang als Energie- Übertrag von LKE zu TKE implementiert. In diesem Sinne ist die gesamte fluk- tuierende Energie die Summe aus LKE und TKE und der Übergang in die Turbulenz wird nicht als Produktion verstanden sondern als Neuverteilung der fluktuierenden Energie  $k_{TOT}$ .

Der Transitionsbeginn beruht auf lokalen Stömungszuständen und wird aus dem Verhältnis zwischen den Zeitskalen der Turbulenzproduktion und der molekularen Diffusion berechnet. Die Transition setzt ein, wenn die Skala der Turbulenzproduktion ausreichend klein gegenüber der Diffusion ist und einen kritischen Wert überschreitet. Dieses Kriterium wird für Bypass Transition verwendet. Im Falle natürlicher Transition wird das Verhältnis aus den Zeitskalen der Tollmien-Schlichting Wellen und der mo- lekularen Diffusion gebildet. Diese zwei dimensionslosen Parameter sind im Modell eingearbeitet und triggern den Transitionsbeginn.

Stromabwärts der Transition gibt das Modell eine voll turbulente Grenzschicht wie- der, die dimensionslosen Dämpfungsparameter haben, außer in der viskosen Unter- schicht, den Wert 1.

### *Transportgleichungen*

Die Transportgleichungen für dieses Drei- Gleichungsmodell lauten [21]:

$$\frac{Dk_T}{Dt} = P_k + R_{BP} + R_{NAT} - \omega k_T - D_T + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\alpha_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k_T}{\partial x_j} \right] \quad (4.2-6)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\omega}{Dt} = C_{\omega 1} \frac{\omega}{k} P_{k_T} + \left( \frac{C_{\omega R}}{f_W} - 1 \right) \frac{\omega}{k_T} (R_{BP} + R_{NAT}) - C_{\omega 2} \omega^2 \\ + C_{\omega 3} f_{\omega} \alpha_T f_w^2 \frac{\sqrt{k_T}}{d^3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\alpha_t}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (4.2-7)$$

$$\frac{Dk_l}{Dt} = P_{k_l} - R_{BP} - R_{NAT} - D_l + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \frac{\partial k_l}{\partial x_j} \right] \quad (4.2-8)$$

Die Produktionsterme von LKE und TKE lauten:

$$P_{k_l} = \nu_{T,l} S^2 \text{ und } P_{k_T} = \nu_{T,s} S^2 \quad (4.2-9)$$

Es wird sowohl der LKE als auch der TKE ein eigener Wert der Wirbelviskosität zugeordnet. Die Aufteilung in einen „small-scale“ Anteil  $\nu_{T,s}$  und einen „large-scale“ Anteil  $\nu_{T,l}$  folgt der Aufteilung des Energiespektrums aus [22]. Für die LKE wird der Anteil großer Wirbel herangezogen und für die turbulente Produktion wird der Anteil kleiner Wirbel im Energiespektrum verwendet. Dabei ist

$$\nu_{T,s} = f_W f_{INT} C_{\mu} \sqrt{k_{T,s}} \lambda_{eff} \quad (4.2-10)$$

wobei  $k_s$  die effektive „small-scale“ TKE ist.

$$k_{T,s} = f_{SS} f_W k_T \quad (4.2-11)$$

Der kinematische Wandeinfluß wird über eine effektive turbulente Längenskala  $\lambda_{eff}$  und eine Wanddämpfungsfunktion  $f_W$  eingefügt.

$$\lambda_{eff} = \min(C_{\lambda} d, \lambda_T), \text{ mit } \lambda_T = \frac{\sqrt{k_T}}{\omega} \quad (4.2-12)$$

$$f_W = \left( \frac{\lambda_{eff}}{\lambda_T} \right) \quad (4.2-13)$$

Den viskosen Wandeffekt modellieren die Autoren über eine viskose Dämpfungsfunktion  $f_v$  in Abhängigkeit von der turbulenten Reynoldszahl.

$$f_v = 1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{Re_T}}{A_v}\right), \text{ mit } Re_T = \frac{f_W^2}{\nu \omega} \quad (4.2-14)$$

„Shear-Sheltering“ ist über eine weitere Dämpfungsfunktion  $f_{SS}$  eingebaut:

$$f_{SS} = \exp\left[-\frac{C_{SS} \nu \Omega^2}{k_T}\right] \quad (4.2-15)$$

Der bekannte turbulente Viskositäts- Koeffizient  $C_\mu$  ist so definiert:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_S \left(\frac{S}{\omega}\right)} \quad (4.2-16)$$

Intermittenz- Effekte an der Turbulenz- Produktion sind über eine empirische Intermittenz- Dämpfungsfunktion  $f_{INT}$  implementiert.

$$f_{INT} = \min \left( \frac{k_l}{C_{INT} k_{TOT}}, 1 \right) \quad (4.2-17)$$

Die Produktion von LKE wird über die großen energiereichen Fluktuationen  $k_{T,l}$  in Wandnähe erreicht. Die Summe aus „small -scale “ und „large-scale “ Anteil ist die TKE ( $k = k_{T,s} + k_{T,l}$ ). Die turbulente „large-scale “ Scheinzähigkeit im Produktionsterm der LKE modellieren die Autoren mit:

$$k_{T,l} = \min \left[ f_{T,l} C_{11} \left( \frac{\Omega \lambda_{eff}^2}{\nu} \right) \sqrt{k_{T,s}} \lambda_{eff} + \beta_{TS} C_{12} Re_\Omega d^2 \Omega \frac{0,5 (k_l + k_{T,l})}{S} \right] \quad (4.2-18)$$

Dieser Ausdruck besteht aus zwei Termen. Der Erste beschreibt das Wachstum der Klebanoff-Modes, die zur Bypass-Transition führen. Im zweiten wird die natürliche Transition berücksichtigt. Die weiteren Relationen zur vollständigen Bestimmung von  $k_{T,l}$  lauten:

$$Re_\Omega = \frac{d^2 \Omega}{\nu} \quad (4.2-19)$$

$$\beta_{TS} = 1 - \exp \left( - \frac{\max (Re_\omega - C_{TS,crit}, 0)^2}{A_{TS}} \right) \quad (4.2-20)$$

$$f_{T,l} = 1 - \exp \left[ - C_{T,l} \frac{k_{T,l}}{\lambda_{eff}^2 \Omega^2} \right] \quad (4.2-21)$$

Die Dissipationsterme für LKE und TKE haben die Form:

$$D_T = \nu \frac{\partial \sqrt{k_T}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_T}}{\partial x_j} \quad (4.2-22)$$

$$D_L = \nu \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j} \quad (4.2-23)$$



In den Transportgleichungen von  $k_T$  und  $\omega$  ist eine turbulente Diffusivität  $\alpha_T$  enthalten:

$$\alpha_T = f_\nu C_{\mu, \text{std}} \sqrt{k_{T,s}} \lambda_{\text{eff}} \quad (4.2-24)$$

Die Dämpfungsfunktion  $f_\omega$  im Produktionsterm  $\left(C_{\omega 3} f_\omega \alpha_T f_w^2 \frac{\sqrt{k_T}}{d^3}\right)$  in der  $\omega$ - Gleichung dient der guten Wiedergabe der Wirbel am Grenzschichttrand.

Die übrigen Terme in den Transportgleichungen dienen dem Transitionsprozess, vor allem dem Umschichten von  $k_L$  zu  $k_T$ . Dazu sind die Terme  $R_{BP}$  und  $R_{NAT}$ , die Bypass- und natürliche Transition repräsentieren, mit gegengleichem Vorzeichen in den Modellgleichungen eingebaut.

$$R_{BP} = C_R \beta_{BP} k_L \frac{\omega}{f_w} \quad (4.2-25)$$

$$R_{NAT} = C_{R,NAT} \beta_{NAT} k_L \Omega \quad (4.2-26)$$

Die Transition startet sowohl bei Bypass-, wie auch bei natürlicher Transition, wenn die charakteristische Zeitskala für die Turbulenzproduktion geringer ist als die der molekularen Diffusion. Die folgenden Funktionen sind die Schalter für den Transitionsbeginn:

$$\beta_{BP} = 1 - \exp\left(-\frac{\Phi_{BP}}{A_{BP}}\right) \quad (4.2-27)$$

$$\Phi_{BP} = \max\left[\left(\frac{k_T}{\nu \Omega} - C_{BP, \text{crit}}\right), 0\right] \quad (4.2-28)$$

$$\beta_{NAT} = 1 - \exp\left(-\frac{\Phi_{NAT}}{A_{NAT}}\right) \quad (4.2-29)$$

$$\Phi_{NAT} = \max\left[\left(\text{Re}_\Omega - \frac{C_{NAT, \text{crit}}}{f_{NAT, \text{crit}}}\right), 0\right] \quad (4.2-30)$$

$$f_{NAT, \text{crit}} = 1 - \exp\left(-C_{NC} \frac{\sqrt{k_L d}}{\nu}\right) \quad (4.2-31)$$

Die Autoren liefern keine Hinweise auf die Berücksichtigung des Relaminarisierungseffektes.

#### 4.2.2 Intermittenz- Modelle

Ansys FLUENT bietet zwei Transitionsmodelle auf Basis der Intermittenz zur Auswahl. Das erste ist ein 4-Gleichungsmodell, das von Menter, Langtry et al. 2006 [12] publiziert wurde und als  $\gamma$ - $Re_{\Theta}$  Modell bekannt ist. Es ist in eine SST  $k - \omega$  Formulierung eingebunden und wird von FLUENT auch transitional- SST Modell genannt.

Das zweite ist eine Weiterentwicklung des  $\gamma$ - $Re_{\Theta}$  Modells. Es benötigt nur eine zusätzliche Gleichung zum SST  $k - \omega$  Modell und wird als Intermittenz- Modell bezeichnet ( $\gamma$  Modell).

##### *Das $\gamma$ - $Re_{\Theta}$ Modell*

Dieses Modell besteht aus zwei Komponenten. Einerseits stellen die Autoren ein allgemeines Rahmenwerk über zwei zusätzliche Transportgleichungen dar, in welches experimentelle Korrelationen eingefügt werden können und das somit einen CFD- Code mit diesen Korrelationen verbindet. Die zweite Komponente ist eine bestimmte Korrelation selbst, die von den Autoren stammt. Die Korrelationen basieren auf experimentellen Daten.

Das generelle Rahmenwerk des Modells wurde 2006 von Menter [12] und Langtry [9] veröffentlicht; 2009 wurden von ihnen auch die Korrelationen publiziert [8]. Dieses Modell ist insgesamt ein 4-Gleichungsmodell. Zur SST  $k - \omega$  Formulierung werden eine  $\gamma$ - Transportgleichung und eine  $Re_{\Theta t}$ - Gleichung eingeführt. Die Aufgabe der beiden zusätzlichen Gleichungen ist die Detektierung des Transitionsbeginnes und der Transitionslänge und sie dienen als Schalter des Produktionsterms in der  $k$ - Gleichung. Die Darstellung des Modells folgt den drei veröffentlichten Artikeln.

ÜBERFÜHRUNG IN SINGLE POINT APPROACH Viele Korrelationen für Transitionsmodelle triggern den Transitionsbeginn über  $Re_{\Theta}$ , eine Reynoldszahl bezogen auf die Impulsverlustdicke. Diese ist für einen modernen CFD Code schwierig zu errechnen, da  $\Theta$  eine integrale Größe ist. Menter et al. verwenden als Schalter eine Reynoldszahl bezogen auf die Wirbelstärke  $Re_V$ , die lokal errechnet werden kann.

$$Re_V = \frac{\rho y^2}{\mu} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\rho y^2}{\mu} S \quad (4.2-32)$$

Die Verwendung dieser Größe argumentieren sie auch physikalisch: Die Größe  $y^2 S$  beschreibt den Zuwachs an Störungen in der Grenzschicht und  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  dämpft die Störungen.  $y^2 S$  nimmt mit wachsender Grenzschichtdicke zu, wobei  $\mu$  konstant bleibt. Ab einem kritischen Wert von  $Re_V$  ist die Grenzschicht transitionell. Im weiteren verknüpfen sie  $Re_{\Theta}$  und somit ihre Transitionsbedingung mit  $Re_V$ . Der Verlauf von  $Re_V$  innerhalb der Grenzschicht kann mit  $Re_{\Theta}$  und einem Faktor skaliert werden, sodass es

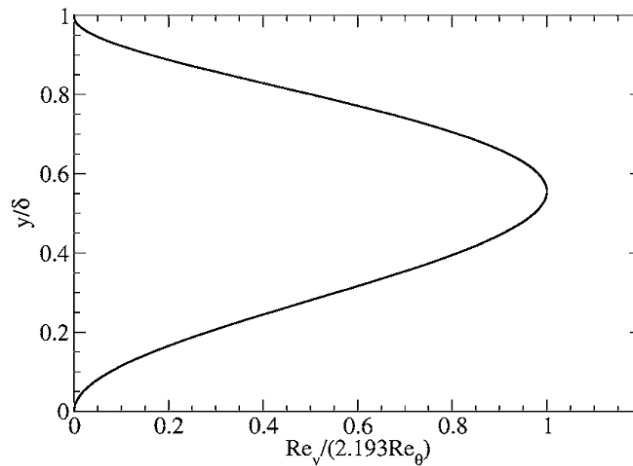


Abbildung 4.1: Skaliertes  $Re_V$  Verlauf in einer Blasius Grenzschicht, aus: [12]

ein Maximum mit Wert 1 gibt; eine exemplarische Darstellung erfolgt für eine Grenzschicht mit Blasius Lösung in Abbildung 4.1. Dieser Zusammenhang lautet:

$$Re_{\Theta} = \frac{Re_{V,max}}{2.193} \quad (4.2-33)$$

Der Zusammenhang basiert auf der Grenzschicht an der ebenen Platte. Wird ein Druckgradient aufgebracht, verändert sich die Form des Profils wie in Abbildung 4.1 gezeigt. Die relative Änderung des Zusammenhangs für  $Re_{\Theta}$  und  $Re_V$  über den Formfaktor  $H$  ist bei positiven Druckgradienten für die Formulierung des Modells vernachlässigbar. Bei einem negativen Druckgradient ist diese Änderung signifikant: Korrekturmaßnahmen können direkt über die Veränderung des Skalierungsfaktors aus Gleichung 4.2-33 oder indirekt in die Korrelationsformulierung eingebaut werden. Die Autoren berücksichtigen diese Abweichung in ihrer Korrelationsformulierung. Der Zusammenhang von  $Re_{\Theta}$  und  $Re_V$  wird für die Intermittenz- Transportgleichung benötigt.

**TRANSITIONSKRITERIUM**  $Re_{\Theta,t}$ , die Reynoldszahl, ab der Transition beginnt, wird über eine empirische Korrelation berechnet und ist eine Funktion der Freistromturbulenz und des Beschleunigungsfaktors von Thwaites  $\lambda_{\Theta}$ . Diese Korrelation bestimmt den Ausgangspunkt für den Beginn der Transition, ist dem Kriterium von Abu-Ghanam und Shaw [1] sehr ähnlich und beinhaltet die unterschiedlichen Transitionsarten in Abhängigkeit der Freistromturbulenz. Der Beschleunigungsfaktor, welcher bei empirischen Korrelationen verwendet wird, lautet:

$$\lambda_{\Theta} = \frac{\rho \Theta^2}{\mu} \frac{du}{ds} \quad (4.2-34)$$

Dabei bezeichnet  $\frac{du}{ds}$  die Beschleunigung in Strömungsrichtung. Für die ebene Platte kann auch geschrieben werden:

$$\lambda_{\Theta} = \frac{\rho\Theta^2}{\mu} \frac{du}{dx} = -\frac{\rho\Theta^2}{\mu} \frac{dv}{dy} \quad (4.2-35)$$

Die Freistromturbulenz wird in [%] angegeben und mittels der turbulenten kinetischen Energie errechnet 3.4-13.

$Re_{\Theta t}$  wird wie folgt berechnet:

$$Re_{\Theta t} = \begin{cases} [1173.51 - 589.428Tu + \frac{0.2196}{Tu^2}] F(\lambda_{\Theta}), & Tu \leq 1.3 \\ 331.50 [Tu - 0.5658] - 0.671F(\lambda_{\Theta}), & Tu > 1.3 \end{cases} \quad (4.2-36)$$

mit  $F(\lambda_{\Theta})$  wird der Druckgradient im Freistrom berücksichtigt.

$$F(\lambda_{\Theta}) = \begin{cases} 1 - [-12.986\lambda_{\Theta} - 123.66\lambda_{\Theta}^2 - 405.689\lambda_{\Theta}^3] e^{-\left(\frac{Tu}{1.5}\right)^{1.5}}, & \lambda_{\Theta} \leq 0 \\ 1 + 0.275 [1 - e^{-35.0\lambda_{\Theta}}] e^{\left(\frac{-Tu}{0.5}\right)}, & \lambda_{\Theta} > 0 \end{cases} \quad (4.2-37)$$

Die Formulierung der Korrelation erfolgt noch nicht lokal und ist auch nicht unabhängig vom Bezugssystem. Erst durch die Transportgleichung für  $\tilde{Re}_{\Theta t}$  passiert die Umrechnung in lokale Größen.  $\tilde{Re}_{\Theta t}$  stellt die lokale Impulsverlustdicken-Reynoldszahl bei Transitionsbeginn dar und wird als skalare Transportgröße behandelt.

**INTERMITTENZ- TRANSPORTGLEICHUNG** Die Intermittenzgleichung wird eingeführt, um über weitere Korrelationen den Wert der Intermittenz in jedem Netzpunkt zu berechnen. In Abhängigkeit dieses  $\gamma$  Wertes wird der Produktionsterm in der  $k$ -Gleichung des zugrundeliegenden Turbulenzmodells eingeschaltet und so die Transition stromabwärts des Transitionspunktes getriggert. Die Intermittenzgleichung lautet:

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\gamma}} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (4.2-38)$$

Bei Transition steigt der  $\gamma$ -Wert in der Grenzschicht an. Dies passiert über die beiden Quellterme in dieser Transportgleichung. Der eine ist die Transitionsquelle und besteht aus  $P_{\gamma 1}$  und  $E_{\gamma 1}$ , der andere beschreibt die Turbulenzerstörungs- / Relaminisierungsquelle bestehend aus  $P_{\gamma 2}$  und  $E_{\gamma 2}$ :

Die Quellterme für zunehmende Intermittenz sind definiert als:

$$P_{\gamma 1} = f(F_{\text{length}}, F_{\text{onset}}) \text{ und } E_{\gamma 1} = f(P_{\gamma 1}) = f(F_{\text{length}}, F_{\text{onset}}) \quad (4.2-39)$$

Die Funktionen  $F_{\text{length}}$  und  $F_{\text{onset}}$  sind die treibenden Kräfte hinter den Quelltermen.

$F_{\text{onset}}$  startet die Intermittenz-Produktion und ist eine Funktion der Wirbelstärke-Reynoldszahl  $Re_V$  in Verbindung mit einer kritischen Reynoldszahl  $Re_{\Theta c}$ , ab der die Intermittenz in der Grenzschicht anzuwachsen beginnt (ist nicht  $Re_{\Theta t}$ ).

$$F_{\text{onset}} = \frac{Re_V}{2.193Re_{\Theta c}} \quad (4.2-40)$$

Über diesen Zusammenhang wird das Transitionskriterium in die Intermittenzgleichung eingebracht.  $Re_{\Theta c}$  ist eine empirische Korrelation in Abhängigkeit von  $\tilde{Re}_{\Theta t}$ , die in der weiteren Transportgleichung berechnet wird. Die Korrelation lautet:

$$Re_{\Theta c} = \begin{cases} [\tilde{Re}_{\Theta t} - (-396.035 * 10^{-2} + (-120.656 * 10^{-4}) \tilde{Re}_{\Theta t} + (868.230 * 10^{-6}) \tilde{Re}_{\Theta t}^2 \\ + (-696.506 * 10^{-9}) \tilde{Re}_{\Theta t}^3 + (174.105 * 10^{-12}) \tilde{Re}_{\Theta t}^4)], & \tilde{Re}_{\Theta t} \leq 1870 \\ [\tilde{Re}_{\Theta t} - (593.11 + (\tilde{Re}_{\Theta t} - 1870.0) * 0.482)], & \tilde{Re}_{\Theta t} > 1870 \end{cases} \quad (4.2-41)$$

$F_{\text{length}}$  beschreibt die Transitionslänge und ist eine weitere empirische Korrelation in Abhängigkeit von  $\tilde{Re}_{\Theta t}$  in diesem Modell. Die Korrelation für  $F_{\text{length}}$  lautet:

$$F_{\text{length}} = \begin{cases} [398.189 * 10^{-1} + (-119.270 * 10^{-4}) \tilde{Re}_{\Theta t} + (-132.567 * 10^{-6}) \tilde{Re}_{\Theta t}^2], & \tilde{Re}_{\Theta t} < 400 \\ [263.40 + (-123.939 * 10^{-2}) \tilde{Re}_{\Theta t} + (194.548 * 10^{-5}) \tilde{Re}_{\Theta t}^2 + (-101.695 * 10^{-8}) \tilde{Re}_{\Theta t}^3], & 400 \leq \tilde{Re}_{\Theta t} < 596 \\ [0.5 - (\tilde{Re}_{\Theta t} - 596.0) * 3.0 * 10^{-4}], & 596 \leq \tilde{Re}_{\Theta t} < 1200 \\ [0.3188], & 1200 \leq \tilde{Re}_{\Theta t} \end{cases} \quad (4.2-42)$$

Die Terme zur Turbulenzreduzierung sind definiert als:

$$P_{\gamma 2} = f(F_{\text{turb}}, \Omega) \text{ und } E_{\gamma 2} = f(P_{\gamma 2}) = f(F_{\text{turb}}, \Omega) \quad (4.2-43)$$

Diese Terme sind dafür verantwortlich, dass die Intermittenz in der laminaren Grenzschicht 0 wird und ermöglichen die Berechnung von Relaminarisierung, in dem sie auch eingeschaltet sind, wenn das Transitionskriterium in  $F_{\text{onset}}$  nicht mehr gegeben ist.  $F_{\text{turb}}$  wird verwendet, um diese Terme in Regionen mit voller Turbulenz auszu-schalten (außerhalb der laminaren Grenzschicht oder der viskosen Unterschicht) und ist eine Funktion der turbulenten Reynoldszahl.

$\gamma$  entlang einer Wand hat den Wert 0; bei einem Inlet wird  $\gamma$  auf 1 gesetzt. Das ist auch der Grund, wieso das Modell nur für Transitionsmodellierung bei Wandgrenzschichten und nicht bei freien Scherschichten einsetzbar ist.

Das Modell ist weiters in der Lage, Transition durch eine laminare Ablöseblase zu berechnen. Es wird eine Korrekturformulierung eingeführt, damit die Größe der Ablöseblase und die Position des Wiederanlegens richtig berechnet und ein  $\gamma_{\text{sep}}$  bestimmt wird. Diese Korrektur ermöglicht, dass  $\gamma$  den Wert 1 übersteigt und somit die Produktion von  $k$  stark erhöht wird. Der Zusammenhang von  $Re_{\Theta}$  und  $Re_V$  dient dabei als Detektionswerkzeug für Separation, weil  $Re_V$  in einer laminaren Separationsblase viel größer ist als  $Re_{\Theta}$ .

Der effektive Intermittenzwert  $\gamma_{eff}$ , der an die k- Gleichung übergeben wird, ist der größere der beiden Intermittenzwerte:

$$\gamma_{eff} = \max(\gamma, \gamma_{sep}) \quad (4.2-44)$$

TRANSPORTGLEICHUNG FÜR IMPULSVERLUSTDICKEN- REYNOLDSZAHL BEIM TRANSITIONSBEGINN  $\tilde{Re}_{\theta t}$  Zur Berücksichtigung der empirischen Korrelationen wird die Transportgleichung der lokalen Impulsverlustdicken- Reynoldszahl eingeführt. Ausgehend vom Transitionskriterium, das nichtlokal formuliert ist, werden die lokalen Werte von  $\tilde{Re}_{\theta t}$  errechnet. Dabei wird  $\tilde{Re}_{\theta t}$  als skalare Transportgröße aufgefasst. Im Freistrom wird  $Re_{\theta t}$  aus der Korrelation gesetzt, über die Transportgleichung wird der Wert lokal in die Grenzschicht diffundiert. Damit werden die nichtlinearen Einflüsse der turbulenten Intensität im Freistrom berücksichtigt.

Die Gleichung für  $\tilde{Re}_{\theta t}$  lautet:

$$\frac{\partial(\rho \tilde{Re}_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \tilde{Re}_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{Re}_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (4.2-45)$$

Der Produktionsterm  $P_{\theta t}$  regelt die Transportgröße  $\tilde{Re}_{\theta t}$  außerhalb der Grenzschicht auf  $Re_{\theta t}$ , die aus der empirischen Korrelation kommt, ein.

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (Re_{\theta} - \tilde{Re}_{\theta t}) (1.0 - F_{\theta t}) \quad (4.2-46)$$

Für die Diffusion von  $\tilde{Re}_{\theta t}$  innerhalb der Grenzschicht ist die Funktion  $F_{\theta t}$  zuständig. Sie wird benutzt, um den Quellterm in der Grenzschicht auszuschalten und hat den Wert 0 im Freistrom und den Wert 1 in der Grenzschicht.

VERKNÜPFUNG MIT KINETISCHEM  $k - \omega$  MODELL Beim SST  $k - \omega$  Modell wird nur die Gleichung der turbulenten Energie angepasst. Dabei werden die Quellterme (Produktion und Destruktion) umformuliert. Die Transportgleichungen lauten:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = \tilde{P}_k - \tilde{D}_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4.2-47)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \alpha \frac{P_k}{\nu_t} - D_\omega + C d_\omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (4.2-48)$$

es gilt:

$$\tilde{P}_k = \gamma_{eff} P_k \quad (4.2-49)$$

und

$$\tilde{D}_k = \min [\max (\gamma_{eff}, 0.1), 1.0] D_k \quad (4.2-50)$$

$P_k$  und  $D_k$  sind die originalen Quellterme aus dem SST Modell.

Der Schalter im SST Modell ( $F_1$ , vergleiche Gleichung: 4.1-5), der zwischen  $k - \omega$  und  $k - \epsilon$  Formulierung wechselt, wird angepasst, um eine reine  $k - \omega$  Formulierung im Grenzschichtbereich zu gewährleisten. Es wird dabei eine neue Basisfunktion  $F_3$  eingeführt, in Abhängigkeit einer Wandabstandsreynoldszahl  $Re_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu}$

$$F_3 = \max \left( e^{-\left(\frac{Re_y}{120}\right)^8} \right) \quad (4.2-51)$$

Der Schalter  $F_1$  wird mit  $F_{1 \text{ orig}}$  als der originalen Schaltungsfunktion aus dem SST- $k - \omega$  Modell, somit zu:

$$F_1 = \max (F_{1 \text{ orig}}, F_3) \quad (4.2-52)$$

Bei diesem Modell sind die Auswirkungen von beschleunigten Strömungen, die zur Relaminarisierung führen können, berücksichtigt (Beschleunigungsfaktor  $\lambda_\Theta$ ). Über die Relaminarisierungsquelle wird Relaminarisierung explizit definiert.

#### *Das Intermittenz Modell ( $\gamma$ Modell)*

Das Intermittenz Modell ist eine Weiterentwicklung des  $\gamma - Re_\Theta$  Modells, damit eine einzige Transportgleichung der Intermittenz ausreicht, um die Transition zu berechnen. Man spart sich damit die  $Re_\Theta$ - Gleichung und somit Rechenaufwand. Es wurde 2015 in [14] veröffentlicht und die Darstellung erfolgt nach dem veröffentlichten Artikel.

Das Modell folgt dem Prinzip des  $\gamma - Re_\Theta$  Modells, alle Größen lokal zu berechnen und dabei auf empirische Korrelationen zurückzugreifen. Angeregt durch das  $k - k_l - \omega$  Modell wird das Modell auf eine zusätzliche Transportgleichung zum hinterliegenden Turbulenzmodell reduziert. Ein weiteres Ziel ist eine Formulierung unabhängig vom Bezugssystem zu erreichen.

**INTERMITTENZ TRANSPORTGLEICHUNG** Die Transportgleichung der Intermittenz hat sich formal nicht verändert zum Ausgangsmodell und lautet:

$$\frac{\partial (\rho \gamma)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (4.2-53)$$

Die beiden Terme  $P_\gamma$  und  $E_\gamma$  stellen wieder die Transitionsquelle und die Turbulenzzerstörungs/ Relaminarisierungs - quelle dar, mit denen die empirischen Transitions-

bedingungen in das Modell eingebracht werden. Die Formulierung von  $E_\gamma$  ist identisch zum  $\gamma - Re_\Theta$ -Modell. Der Produktionsterm ist etwas einfacher formuliert:

$$P_\gamma = F_{\text{length}} \rho S \gamma (1 - \gamma) F_{\text{onset}} \quad (4.2-54)$$

Die Transitionslänge wird bestimmt durch  $F_{\text{length}}$ . Im Ursprungsmodell war das eine Funktion in Abhängigkeit von  $\tilde{Re}_{\Theta t}$ . Im  $\gamma$ -Modell ist  $F_{\text{length}}$  eine Konstante mit Wert 100. Der Transitionsbeginn wird über die Funktion  $F_{\text{onset}}$  eingebracht, die gleich lautet wie im Ausgangsmodell (4.2-40). Der Unterschied liegt in der Formulierung von  $Re_{\Theta c}$ , die keine Abhängigkeit von  $\tilde{Re}_{\Theta t}$  aufweist und auch als einzige Korrelation im gesamten Modell verblieben ist.

$$Re_{\Theta c} = f(Tu_L, \lambda_{\Theta L}) = C_{Tu1} + C_{Tu2} \exp[-C_{Tu3} Tu_L F_{PG}(\lambda_{\Theta L})] \quad (4.2-55)$$

In der Formulierung dieser Korrelation liegt auch der wesentliche Unterschied zum  $\gamma$ - $Re_\Theta$ -Modell:  $Tu_L$  und  $\lambda_{\Theta L}$  werden streng lokal formuliert und eine weitere Transportgleichung wird nicht benötigt.

Für die lokale Turbulenzintensität wird die Freistromgeschwindigkeit  $u_\infty$  aus Gleichung (3.4-13) durch  $\omega d_W$  ersetzt. Es ergibt sich:

$$Tu_L = \min\left(100 \frac{\sqrt{2k/3}}{\omega d_W}, 100\right) \quad (4.2-56)$$

Für die Umformulierung des Beschleunigungsfaktors zu einer lokal berechenbaren Größe ersetzen die Autoren  $\Theta$  aus Gleichung 4.2-35 durch den Wandabstand ( $d_W$ ). Hintergrund ist die Annahme, dass die Transition mittig in der Grenzschicht aktiviert wird und dieses Längenmaß ungefähr der Impulsverlustdicke entspricht:  $d_W = \delta/2 \sim \Theta$ . Der gesamte Ausdruck wird auch skaliert, dass er in Grenzschichtmitte mit den Beschleunigungsfaktoren aus Falkner-Skan Profilen übereinstimmt und lautet:

$$\lambda_{\Theta L} = -7.57 * 10^{-3} \frac{dV}{dy} \frac{d_W^2}{\nu} + 0.0128 \quad (4.2-57)$$

Die Funktion  $F_{PG} = F_{PG}(\lambda_{\Theta L})$  berücksichtigt den Druckgradienten im Freistrom und damit verbunden die Abweichungen in der Verknüpfung von  $Re_V$  und  $Re_\Theta$  in Gleichung 4.2-40.



VERKNÜPFUNG MIT SST  $k - \omega$  MODELL Die Einbindung in das Turbulenzmodell folgt dem Ursprungsmodell, die Änderung der Intermitenz durch den Transitionsbeginn wird in den Quelltermen der  $k$ -Gleichung sichtbar.

$$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j k)}{\partial x_j} = \tilde{P}_k + P_k^{lim} - \tilde{D}_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4.2-58)$$

$$\frac{\partial (\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \alpha \frac{P_k}{\nu_t} - D_\omega + C d_\omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (4.2-59)$$

es ist:

$$\tilde{P}_k = \gamma_{eff} P_k \quad (4.2-60)$$

und

$$\tilde{D}_k = \min(\gamma, 0.1) D_k \quad (4.2-61)$$

$P_k$  und  $D_k$  sind dabei die originalen Quellterme aus dem SST Modell.

Ein zusätzlicher Produktionsterm  $P_k^{lim}$  wurde eingeführt. Er hat die Aufgabe die  $k$ -Produktion auch bei geringen Freistrom- Turbulenzen (nahe 0) zu gewährleisten, weil das SST- Modell bei diesen Turbulenzgraden eine (zu) lange Lauflänge benötigt, um Turbulenz zu generieren. Eingeschaltet wird der Term ab  $\gamma > 0.2$ , wenn das Transitionsmodell zugeschaltet ist. Die zusätzliche Produktion schaltet sich aus, sobald die Transition abgeschlossen ist.

Abschließend wird auch, wie im Ausgangsmodell, der Schalter zwischen der  $k - \epsilon$  und der  $k - \omega$  Formulierung abgeändert. (Siehe dazu Gleichungen 4.2-51 und 4.2-52). Bei diesem Modell ist durch die Terme der Relaminarisierungsquellen Relaminarisierung ebenfalls explizit definiert.



---

## MESSUNG VON TRANSITION UND RELAMINARISIERUNG

---

Im Zuge des TAKE OFF Projektes RELAM, das am Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik durchgeführt wird, wurden Messungen an der ebenen Platte durchgeführt. Bader et al. führten die Experimente im Grenzschichtwindkanal des Institutes für Strömungslehre und Wärmeübertragung der TU Graz durch und veröffentlichten sie in [3] und [4]. Es erfolgt eine Darstellung der Messergebnisse, die als Validierung und Vergleichsbasis für die Simulationen dienen, nach den veröffentlichten Artikeln. Die erste Versuchsreihe behandelt reine Transitionsmessung mit keinem aufgeprägten Druckgradienten. Bei der zweiten Versuchsreihe war das Ziel Relaminarisierung zu detektieren, die bei stark beschleunigten turbulenten Strömungen auftritt.

### 5.1 WINDKANAL

Die Messungen wurden im Grenzschichtwindkanal des ISW an der TU Graz durchgeführt. Es handelt sich dabei um einen Windkanal Göttinger Bauart mit einer geschlossenen Messstrecke. Abbildung 5.1 liefert eine Skizze. Über die beiden Ventilatoren wird die Strömung im Kanal, mit einer maximalen volumenstromäquivalenten Geschwindigkeit von 30m/s, angetrieben. Die Austrittsquerschnittsfläche der Düse ist 2m breit

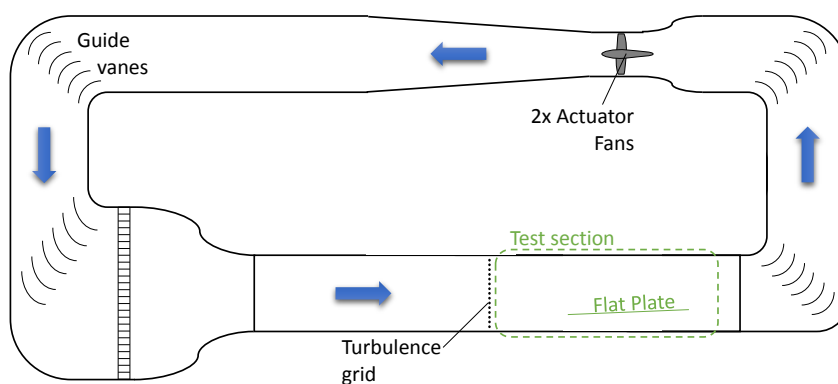


Abbildung 5.1: Skizze des Grenzschichtwindkanals

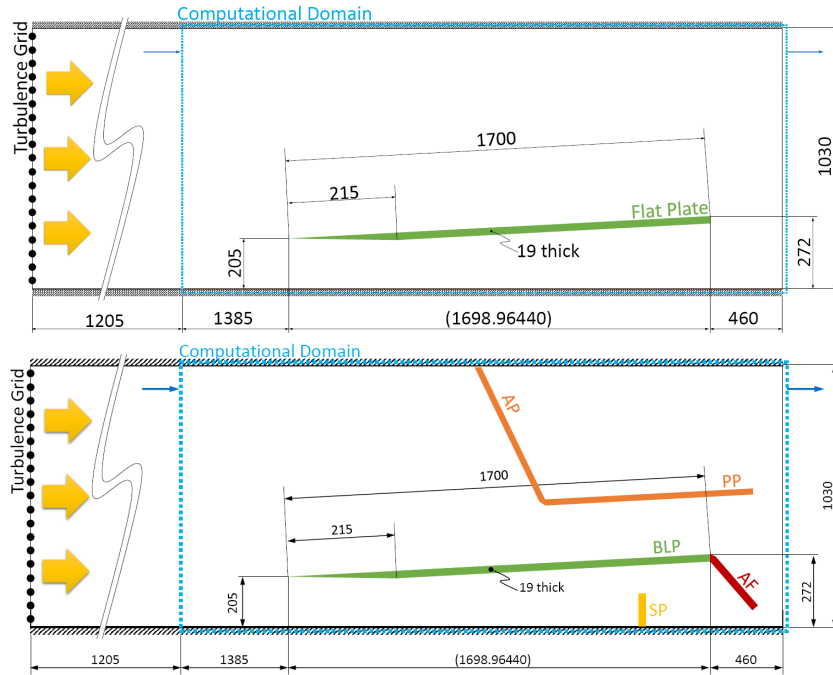


Abbildung 5.2: Detaillierte Schemata der Messaufbauten aus: [4] und [3]

Messverfahren	5m/s		10m/s	
	Start	Ende	Start	Ende
Preston tube	600	950	350	650
Thermographie	675	1075	350	625
Hitzdrahtanemometer	650	-	350	700
LIV	775		450	

Tabelle 5.1: Übersicht über die gemessenen Transitionsbereiche, Positionen in mm ab Platten-vorderkante

und 1m hoch. Daran schließt sich ein 6m langer Kanal an. Von diesem sind die hinteren 2.6m die eigentliche Messstrecke, in der die Platte montiert ist.

Der Windkanal hat für die Vermessung der Platte ein zu geringes Freistromturbulenzniveau von circa 1%, daher wurde ein Turbulenzgitter eingebaut. Dieses besteht aus gleichmäßig verteilten zylindrischen Rohren und erhöht die Turbulenz auf 3% bis 4%. Der Beginn der numerischen Domäne für die Simulation der Messungen beginnt nach dem Turbulenzgitter, 1385mm vor der Plattenvorderkante.

Alle Messpunkte liegen innerhalb des numerischen Domäne. Dort werden die Freistromgeschwindigkeit, der Turbulenzgrad und die turbulente kinetische Energie vermessen, die als Randbedingungen für die numerischen Simulationen verwendet werden.

## 5.2 TRANSITIONSMESSUNG

Bei der Transitionsmessung wurde eine Konfiguration ohne Druckgradient vermessen. Abbildung 5.2 oben zeigt den schematischen Aufbau der Windkanalsituation. Die Platte ist leicht angestellt (ca  $2^\circ$ ); daraus resultiert eine leichte Beschleunigung der Strömung und es wird gewährleistet, dass die Strömung an der Vorderkante nicht ablöst. Bei dieser Messung wurden zwei Konfigurationen vermessen, bei denen die Anströmgeschwindigkeit verändert wurde. Fall I wurde mit 10m/s Anströmgeschwindigkeit durchgeführt und bei Fall II wurde auf 5m/s reduziert. Bei der Transitionsmessung wurden mehrere Messmethoden verwendet: Preston-Tubes, Hitzdrahtanemometer und thermographische Aufnahmen. Besonderes Augenmerk wurde auf die Erprobung der Laser-Interferenz-Vibrometrie (LIV) gelegt. Die anderen Messungen wurden zur Validierung der LIV verwendet. In Tabelle 5.1 ist der Beginn und das Ende der Transitionzone, wie sie für die beiden Fälle und die unterschiedlichen Messverfahren gefunden wurden, übersichtsmäßig dargestellt. Auffallend ist eine gute und übereinstimmende Aussage durch die klassischen Methoden (Preston tubes, Thermographie und Hitzdrahtanemometer). Beim 5m/s Fall wurde am Ende der Messstrecke nicht vollständige Turbulenz gemessen, deshalb ist für das Ende der Transitionzone kein Wert angegeben. Bei den Ergebnissen der LIV gibt es nur einen Wert, der die ungefähre Mitte des Transitionsbereichs darstellt. Aus diesen Messergebnissen wird für den Vergleich mit der Simulation ein Mittelwert errechnet. Die weiteren detaillierten Messergebnisse werden zusammen mit den Simulationsergebnissen im folgenden Kapitel dargestellt.

## 5.3 RELAMINARISIERUNGSMESSUNG

Für die Relaminarisierungsmessung wurde die Messstrecke adaptiert. In der Abbildung 5.2 unten ist die Adaptierung schematisch abgebildet. Der Druckgradient wird über eine Beschleunigungsplatte (AP) realisiert, die ca. bei 800 mm stromabwärts der Plattenvorderkante beginnt. Zwischen der Kanaldecke und dem oberen Ende der Beschleunigungsplatte existiert ein kleiner Spalt, damit der Wirbel, der sich dort ausbildet, reduziert wird. Die Neigung der Beschleunigungsplatte ist einstellbar und es wurden zwei Stellungen vermessen:  $10^\circ$  und  $20^\circ$ . Am Ende der Beschleunigungsplatte ist eine parallele Platte (PP) zur Messoberfläche eingebaut. Um zu gewährleisten, dass es eine parallele Anströmung an der Vorderkante gibt, wurde an der Messplatte eine bewegliche Einstellklappe (AF) montiert. Bei zwei Konfigurationen (Anströmgeschwindigkeit von 5m/s) wurde eine Stolperkante in Abstand von 335mm von der Vorderkante über die gesamte Plattenbreite platziert. Der Sinn dieser Stolperkante ist eine turbulente Strömung hinter der Stolperkante zu realisieren, da bei der langsamen

Anströmgeschwindigkeit der natürliche Umschlag zu spät auftritt um noch weitere Effekte zu generieren und zu messen.

Drei verschiedene Konfigurationen wurden vermessen

- Fall I  $U_{\infty} = 9\text{m/s}, \alpha = 20^{\circ}$ , ohne Stolperkante
- Fall II  $U_{\infty} = 5\text{m/s}, \alpha = 20^{\circ}$ , mit Stolperkante
- Fall III  $U_{\infty} = 5\text{m/s}, \alpha = 10^{\circ}$ , mit Stolperkante

Bei Fall I wurde der kritische Beschleunigungsfaktor mit  $K = 3 \cdot 10^{-6}$  nicht erreicht, bei den anderen beiden Fällen wurde dieser Richtwert überschritten. Bei den Messungen wurde Relaminarisierung detektiert. Zwar konnte keine Relaminarisierung über die gesamte Grenzschichtdicke festgestellt werden, jedoch wurde am inneren Bereich der Grenzschicht (in Wandnähe) eine Reduktion der Fluktuationen detektiert. Die weiteren Messergebnisse werden zum Vergleich zusammen mit den Simulationsergebnissen in Kapitel 8 dargestellt und diskutiert.

---

## SIMULATIONSVORBEREITUNG- PREPROCESSING

---

Ausgehend von den Grundlagen (physikalische Phänomene und deren Modellierung) beschreibt dieser Abschnitt den Prozess einer CFD- Simulation. Nach einem kurzen Überblick über den gesamten Prozess werden die Schritte bis zur eigentlichen Simulation dargelegt. Den Abschluss des Kapitels bildet die Darstellung der Auswerterroutine und der Auswertepositionen für die Ergebnisdarstellung in den folgenden Kapiteln.

### 6.1 PROZESSÜBERBLICK

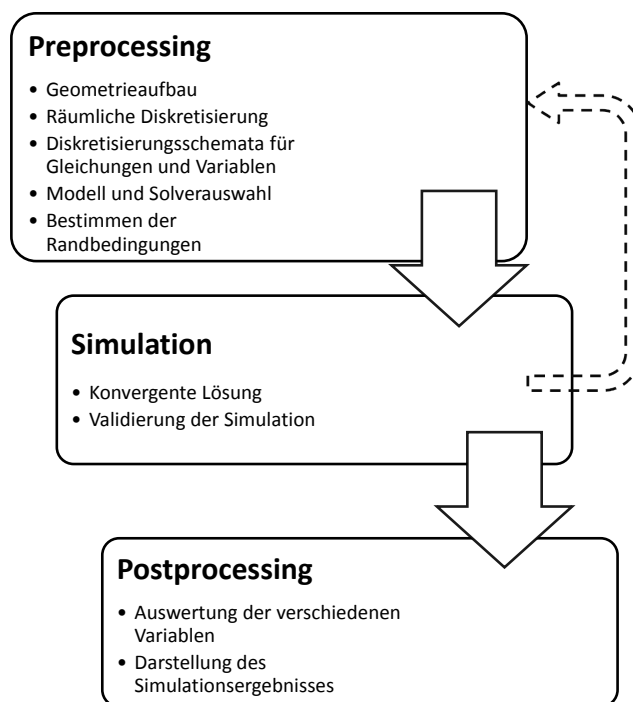


Abbildung 6.1: Prozessbild CFD Simulation

Die eigentliche Lösung des Strömungsproblems ist das Kernstück einer CFD- Simulation. Um diese durchführen zu können, sind Vorarbeiten notwendig (Preprocessing). Beim Preprocessing wird zuerst die Geometrie des Strömungsproblems erstellt, danach erfolgt die örtliche Diskretisierung (Berechnungsnetz). Dabei wird der Strömungsraum in finite Volumenelemente aufgeteilt, was die Basis der numerischen Berechnung ist.

In jedem Volumenelement werden bei der Berechnung die Strömungsgleichungen gelöst. Wenn die Qualität des Rechennetzes ausreichend für das jeweilige Problem, ist kann mit dem Aufsetzen der Simulation begonnen werden. Dabei werden die Diskretisierungsschemata für die Gleichungen und die Lösungsroutine (Solver) bestimmt. Um die Simulation starten zu können müssen die Randbedingungen gesetzt werden.

In Abbildung 6.1 sind der Präprozess und die weiteren Schritte schematisch dargestellt. Beim Berechnen ist das Ziel zweifach. Einerseits muss eine numerisch konvergente Lösung gefunden werden und andererseits muss diese Lösung physikalisch plausibel und validiert sein. Um eine Lösung zu erreichen, sind im Normalfall eine oder mehrere Schleifen notwendig, bei der das Rechennetz oder andere Einstellungen überarbeitet werden müssen.

Mit der konvergenten und validierten Lösung kann die Auswertung und die Darstellung der Ergebnisse durchgeführt werden. Dies stellt den Postprozess dar.

## 6.2 VERWENDETE PROGRAMMPAKETE

Für die Simulation im Zuge dieser Arbeit werden für die jeweiligen Prozessschritte unterschiedliche Programmpakete verwendet. Die 3D- Berechnungsnetze werden mit HEXPRESS<sup>TM</sup>/Hybrid der Firma NUMECA generiert. HEXPRESS<sup>TM</sup>/Hybrid eignet sich sehr gut zur schnellen und einfachen Herstellung von unstrukturierten Berechnungsnetzen bei Geometrien mit starken Unterschieden in der benötigten örtlichen Auflösung.

Der eigentliche Simulationsvorgang erfolgt mit dem Solver Ansys FLUENT. Dieser kommerzielle Code ist universell für strömungstechnische Problemstellungen einsetzbar und bietet neben mehreren Turbulenzmodellen auch drei Transitionsmodelle für RANS- Modellierung.

Der Post-Prozess und die Auswertung der Daten wird mit dem Programm EnSight von CEI Inc. durchgeführt.

## 6.3 GEOMETRIE

Der Messaufbau wird in allen seinen Details dreidimensional dargestellt. Die numerische Domäne beginnt 1.385m stromaufwärts der Plattenvorderkante mit dem Inlet und endet 0.460m stromabwärts der Plattenhinterkante mit dem Outlet. Die restlichen Systemgrenzen werden durch den Kanal gebildet. Der geometrische Aufbau ist in Kapitel 4 beim Messaufbau beschrieben. Es wurden keine weiteren Vereinfachungen bei der Geometrieerstellung vorgenommen.

Die aufgelöste Geometrie und die Benennung der unterschiedlichen Teile für die Transitionssimulation zeigt Abbildung 6.2. Für die Fälle der Relaminarisierung wurden ebenfalls alle Details aufgelöst. Alle zusätzlichen Einbauten bei den Messungen



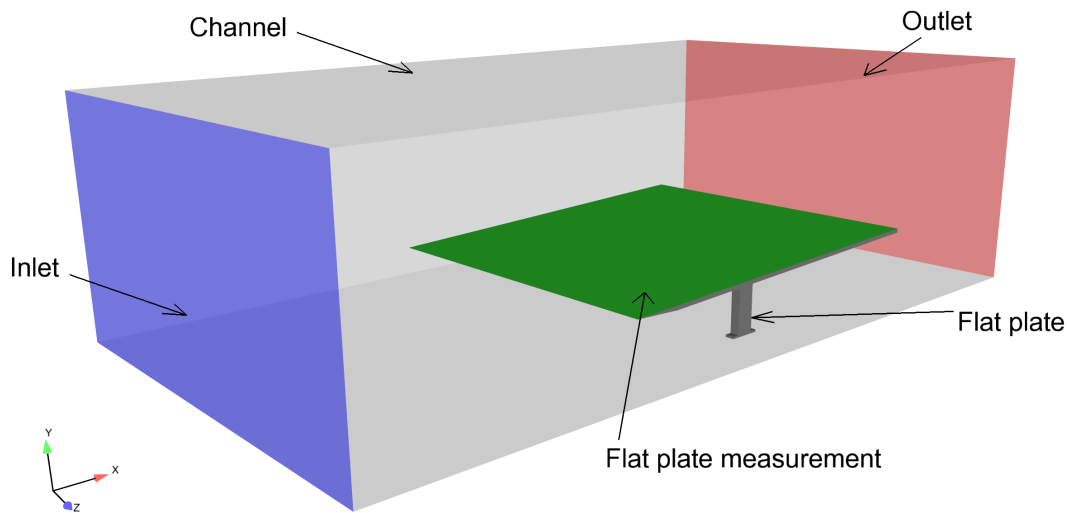


Abbildung 6.2: Aufbau der Geometrie für die Transitionssimulation

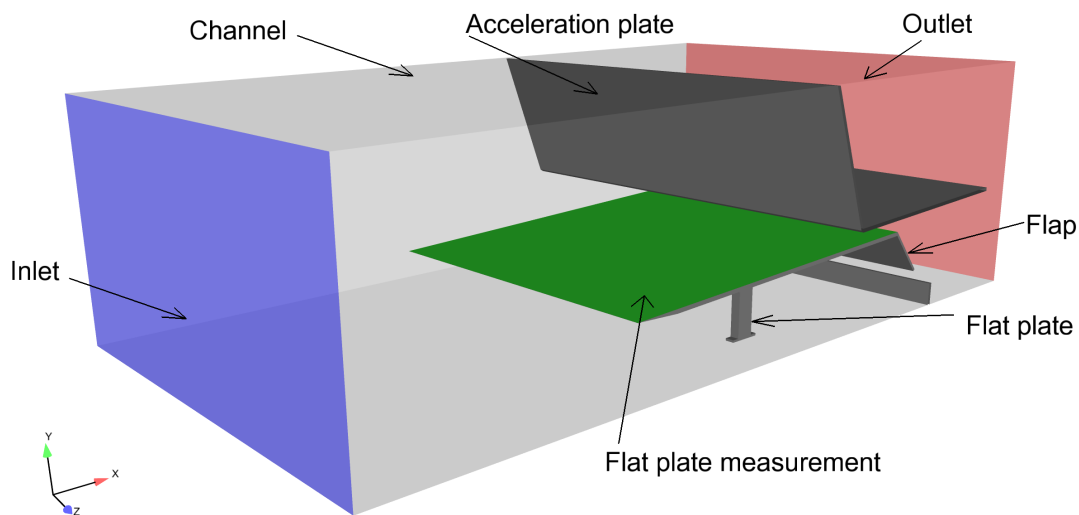


Abbildung 6.3: Erweiterung der Geometrie für die Simulation der Relaminarisierungsmessung

wurden im virtuellen Windkanal wiedergegeben. In Abbildung 6.3 ist die numerische Domäne für diese Fälle ersichtlich. Die obere Seite der Platte ist als eigenständiger Bauteil definiert (flat plate measurement), da sie die Bezugsebene der Auswertungen ist.

## 6.4 BERECHNUNGSNETZ

Die Netzgenerierung erfolgte mit dem Programm HEXPRESS™ /Hybrid der Firma NUMECA. Ausgehend von der Geometrie wurde ein unstrukturiertes Berechnungsnetz erstellt. Die Netzerstellung mit HEXPRESS™ /Hybrid bietet große Vorteile bei Strömungsproblemen mit unterschiedlicher benötigter örtlicher Netzauflösung. Aus-

gehend von einer Basis Zellgröße (entspricht der maximalen Größe) für den gesamten Strömungsraum kann man den verschiedenen Teilen eine feinere Auflösung zuweisen. HEXPRESS<sup>TM</sup> /Hybrid erstellt ein Hexaeder dominiertes Rechnetz, bei dem sehr flexibel Wandzellen eingefügt werden können. Die Bedingungen zur Netzerstellung kommen zum einen aus den Anforderungen für Transitionsmodelle und zum anderen dürfen die Netze nicht zu groß sein, um mit ihnen vernünftig rechnen zu können.

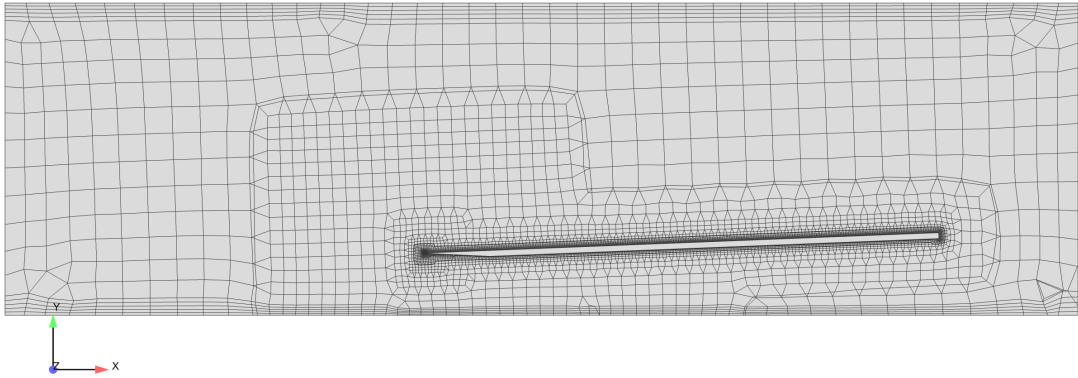


Abbildung 6.4: Globale Netzansicht für Transitionssimulation, 2D Schnitt

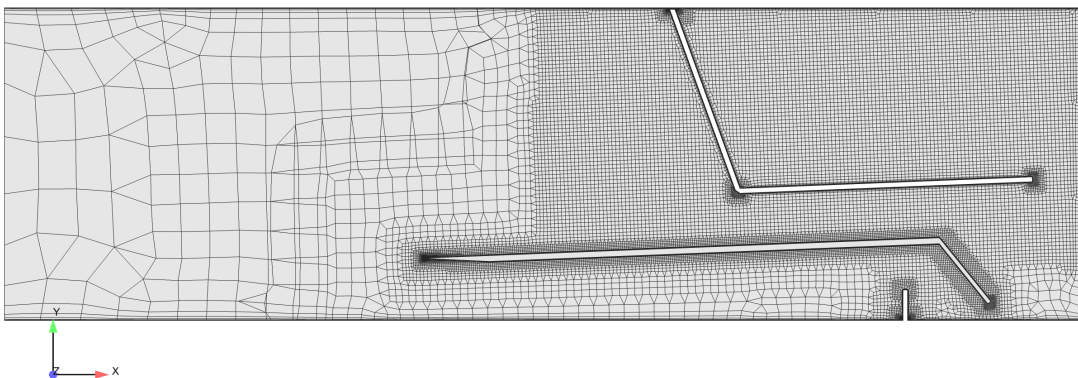
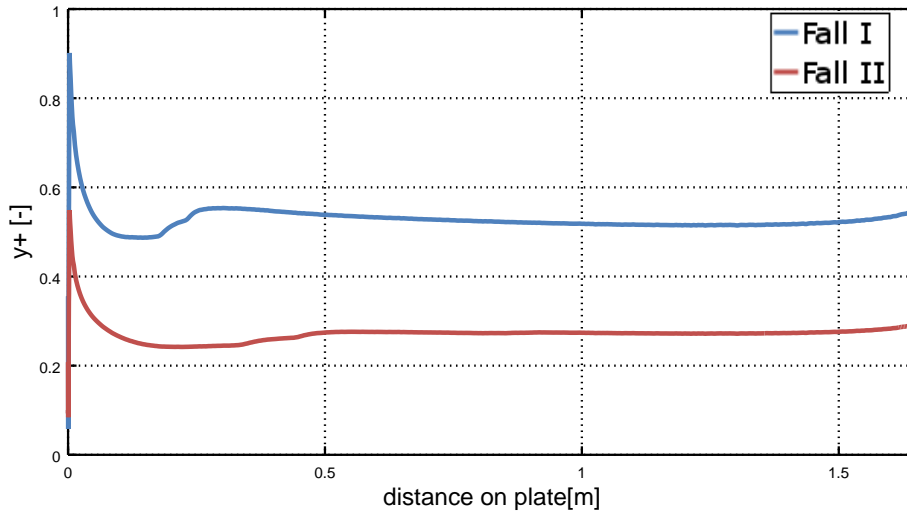
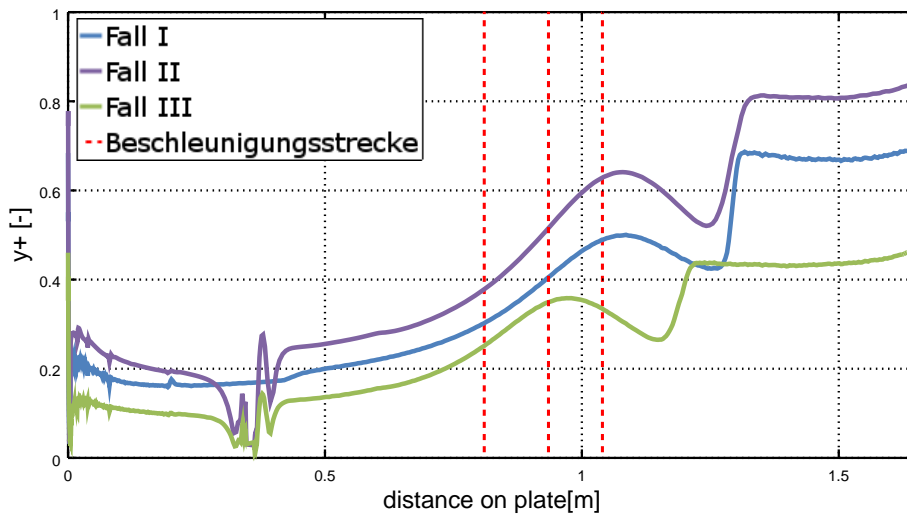


Abbildung 6.5: Globale Netzansicht für Relaminarisierungssimulation, 2D Schnitt

Für die Transitionsmodelle existiert die Anforderung für die erste Zellgröße an der Wand von  $y^+ \leq 1$  und von einem Wachstumsverhältnis von ca. 1.1 für die Zellen normal zur Wand ([7]). Die Stelle im Strömungsbereich, an der diese Bedingungen vorgeschrieben wurden, ist die Oberseite der ebenen Platte. Abbildung 6.6 zeigt die Verläufe des  $y^+$  Wertes für die einzelnen Simulationsfälle. Einen Eindruck der Netzfeinheit an der Platte liefert auch das rechte Bild von Abbildung 6.7. Für die Transitionsmodellierung wurde ein Berechnungsnetz erstellt, das für beide Fälle verwendet wurde. Das erklärt den starken Unterschied im  $y^+$  Verlauf in Abbildung 6.6a. Ein 2D Schnitt in Abbildung 6.4 zeigt die starken Unterschiede der Zellgrößen und die genaue Auflösung an der Platte. Durch das Auftreffen der Strömung an der Plattenvorderkante kommt es dort zu starken Gradienten und eine feine Auflösung ist notwendig. Dieses Netzdetail ist links in Abbildung 6.7 dargestellt.



(a) Transitionssimulation



(b) Relaminarisierungssimulation

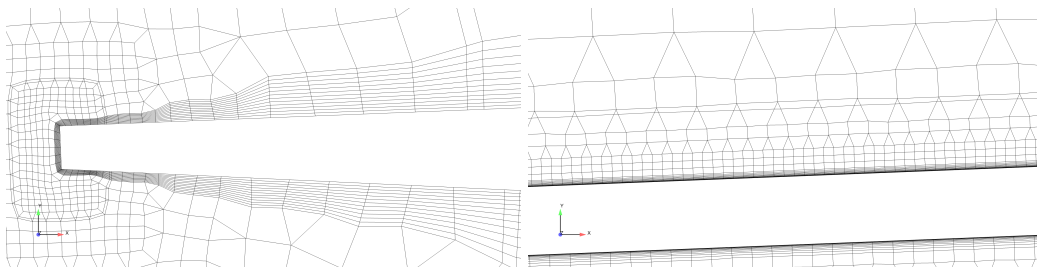
Abbildung 6.6: dimensionsloser Wandabstand  $y^+$  der Wandzellen entlang der Platte

Abbildung 6.7: Netzdetails, links Plattenvorderkante; rechts Wandauflösung

Bei der Relaminarisierungssimulation gibt es für jeden Fall ein eigenes Netz, da sich die Geometrie und die Randbedingungen für jede Konfiguration unterscheiden. In Abbildung 6.6b sind die  $y^+$  Werte der Wandzellen dargestellt. Bei der Netzerstellung wurde jedoch auf die unterschiedlichen Simulationsgeschwindigkeiten geachtet

Fall	Zellen	Knoten
Transition	20167630	19522386
Relaminarisierung Fall I	35204257	36157151
Relaminarisierung Fall II	26296379	25714536
Relaminarisierung Fall III	33725712	34783839

Tabelle 6.1: Daten der Rechennetze

und es ergeben sich somit andere Verfeinerungsstufen je Fall. Für diese Netze wurde ein großer Bereich in der Nähe der Beschleunigungsstrecke global verfeinert, um die starken Änderungen in der Simulation abbilden zu können (refinement box), wie Abbildung 6.5 zeigt. Erkennbar ist die wesentlich feinere Auflösung der wandnahen Zone im Unterschied zur Transitionssimulation (siehe Abbildung 6.4) aufgrund der höheren Geschwindigkeiten.

Zur Netzerstellung wurde die Neigung der Platte berücksichtigt, sodass an der Plattenoberseite eine gleichmäßige und parallele Netzstruktur gegeben ist und die Qualität der Zellen hoch ist. Die Anzahl der Netzknoten für den jeweiligen Fall sind in Tabelle 44 dargestellt.

## 6.5 SOLVER SET-UP UND DISKRETISIERUNG

Für die Simulation wird der Coupled Pressure Based Solver ausgewählt, da die Problemstellung im niedrigen  $Ma$  Zahl- Bereich stattfindet und dieser Solver für die Transitionsmodelle empfohlen wird [7]. In der Tabelle 6.2 sind die Diskretisierungsschemata für die Gleichungen der jeweiligen Transportgrößen aufgelistet. Grundsätzlich wird alles mit 2. Ordnung upwind diskretisiert. In [7] ist diese Art des Diskretisierung empfohlen. Diskretisierung mit 2. Ordnung bedeutet, dass die Differentiale in den Transportgleichungen mit Differenzenquotienten bis zur zweiten Ordnung linearisiert werden. Bei der upwind-Diskretisierung werden zur Bildung der Differenzen Quotienten nur Zellenwerte, die stromaufwärts (bei örtlicher Diskretisierung) oder zeitlich davor (bei zeitlicher Diskretisierung) liegen, verwendet.

Gleichung	Diskretisierung
Pressure	Second Order
Momentum	Second Order Upwind
Turbulent Kinetic Energy	Second Order Upwind
Specific Dissipation Rate	Second Order Upwind
Intermittency	Second Order Upwind
Momentum Thickness Reynoldsnumber	Second Order Upwind
Laminar Kinetic Energy	Second Order Upwind

Tabelle 6.2: Diskretisierung

Temperatur	T	19°C
Dichte	$\rho$	1,19154kg/m <sup>3</sup>
Viskosität	$\nu$	15,28039 * 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s

Tabelle 6.3: Stoffwerte Luft

Transitionssimulation		Relaminarisierungssimulation	
Part	Type	Part	Type
Inlet	Velocity-Inlet	Inlet	Velocity-Inlet
Outlet	Pressure-Outlet	Outlet	Pressure-Outlet
Flat Plate	Wall	Flat Plate	Wall
Flat Plate Measurement	Wall	Flat Plate Measurement	Wall
Channel	Wall	Channel	Wall
		Acceleration Plate & Flap	Wall

Tabelle 6.4: Randbedingungen

6.6 RANDBEDINGUNGEN FÜR DIE SIMULATION

Für die Berechnung wird Luft verwendet; die eingestellten Stoffdaten sind für die gemessenen Temperatur gesetzt und in Tabelle 6.3 abgebildet. Eine weitere globale Einstellung ist der „operating pressure“. Dieser ist wie in der Messung 0,977 bar. Gravitation wird in der Simulation nicht berücksichtigt.

Die eingestellten numerischen Randbedingungen sind in Tabelle 6.4 für die Transitions- und Relaminarisierungsmessung dargestellt.

6.6.1 Turbulenz- Randbedingungen

Die 3 bzw. 4 zusätzlichen Gleichungen für die Turbulenz und Transitionsmodellierung erfordern weitere Randbedingungen. Es müssen die Inlet- bzw. Freistrom- Turbulenzgrößen angegeben werden. In Tabelle 6.5 werden die eingesetzten Größen für die jeweiligen Modelle aufgelistet. Die turbulente Intensität  $Tu$  und das turbulente Viskositätsverhältnis  $\frac{\mu_t}{\mu}$  kommen dabei für alle drei Modelle vor und es werden dieselben Werte für jedes Modell (in Abhängigkeit vom berechneten Fall) ausgewählt. Für das  $k - k_l - \omega$  Modell hat die Größe  $k_l$  den Wert  $1 * 10^{-6} \frac{m^2}{s^2}$ . Für die Intermittenzmodelle wird  $\gamma$  am Einlass auf 1 gesetzt.

$k - k_l - \omega$	$\gamma - Re_{\Theta}$	$\gamma$
$k_l$	$\gamma$	$\gamma$
$Tu$	$Tu$	$Tu$
$\frac{\mu_t}{\mu}$	$\frac{\mu_t}{\mu}$	$\frac{\mu_t}{\mu}$

Tabelle 6.5: Turbulenzgrößen am Eintritt

Fall	Tu[%]	$\frac{\mu_t}{\mu}$ [-]
Transitions Fall I	40	300
Transitions Fall II	35	154
Relaminarisierung Fall I	40	280
Relaminarisierung Fall II	35	154
Relaminarisierung Fall III	35	154

Tabelle 6.6: Werte der Turbulenz- Randbedingungen

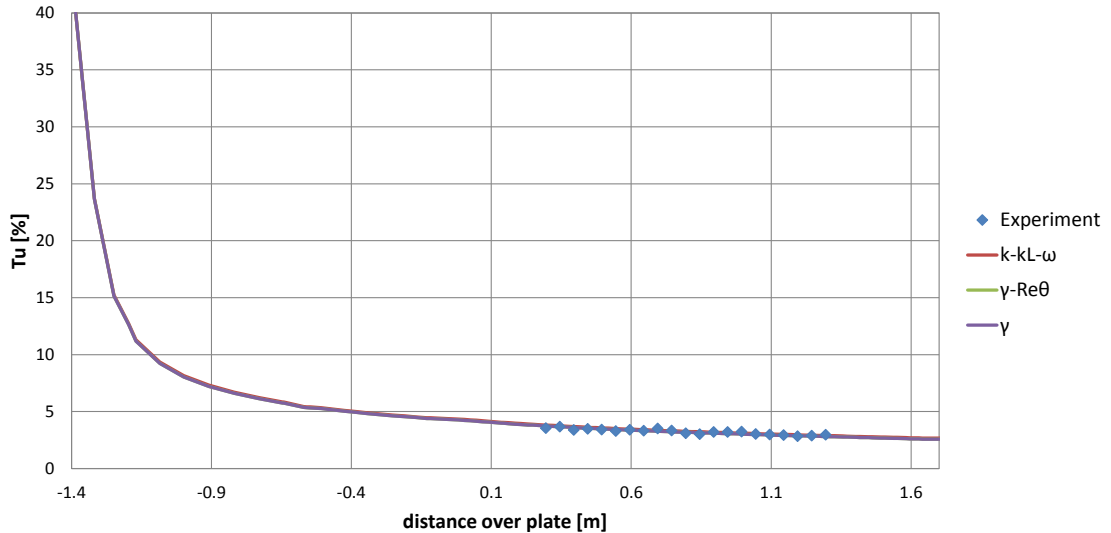


Abbildung 6.8: Abfall der Freistromturbulenz über die Domäne

Die Turbulenzwerte im Freistrom zeigen bei den verwendeten Modellen einen rasanten Abfall ab Eintritt in den Strömungsraum. Diese Dissipation an Turbulenz ist kein physikalischer Effekt und muss durch richtiges Einstellen kompensiert werden. Die Werte von  $Tu$  und  $\frac{\mu_t}{\mu}$  am Eintritt wurden deswegen über eine analytische Beziehung aus [7] berechnet. Mit ihr kann auf Basis der gewünschten Turbulenz an der Plattenvorderkante die einzustellende Turbulenz am Eintritt abgeschätzt werden.

Aufgrund der langen Einlaufänge ergeben sich für die Simulationen die Werte, die in Tabelle 6.6 aufgelistet sind. Diese Werte zeigen eine extreme Turbulenz an, die jedoch im Verlauf der 1.385m Einlauf dissipiert, wie Abbildung 6.8 exemplarisch für den Fall I der Transitionssimulation zeigt.

## 6.7 AUSWERTUNG

Die detaillierte Auswertung der Grenzschichtgrößen erfolgt entlang einer Schnittebene. Die Montagefüße an der Plattenunterseite erzeugen Auswirkungen auf die Verteilung der Wandschubspannung an der Plattenoberseite. Zum Auswerten werden die Bereiche mit den geringsten Einflüssen dieser Störungen ausgewählt. Die Schnittebene bei der Transitionssimulation befindet sich ca. bei 1/3 der Plattenbreite. Für die Relaminarisierungssimulation ergibt sich eine andere Position in Plattenmitte, da der Flap die

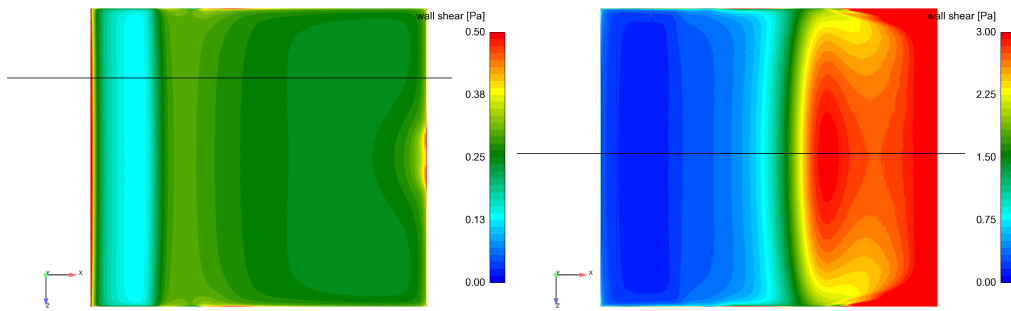


Abbildung 6.9: Verteilung der Wandschubspannung mit der Position der Auswerteebene

Auswirkungen des Fußes am Plattenende abschirmt. Abbildung 6.9 zeigt die Wandschubspannung. Die schwarzen Linien stellen die Position der Schnittebenen dar.

Die Validierung der gesamten Simulation erfolgt über den Vergleich der Freistromgrößen. Entlang der Platte sind diese Größen in einem Abstand zur Platte von 80 bzw. 82 mm durch die Messdaten vorhanden. Ebenfalls in dieser Höhe werden die Simulationen ausgewertet, immer parallel zur Platte.

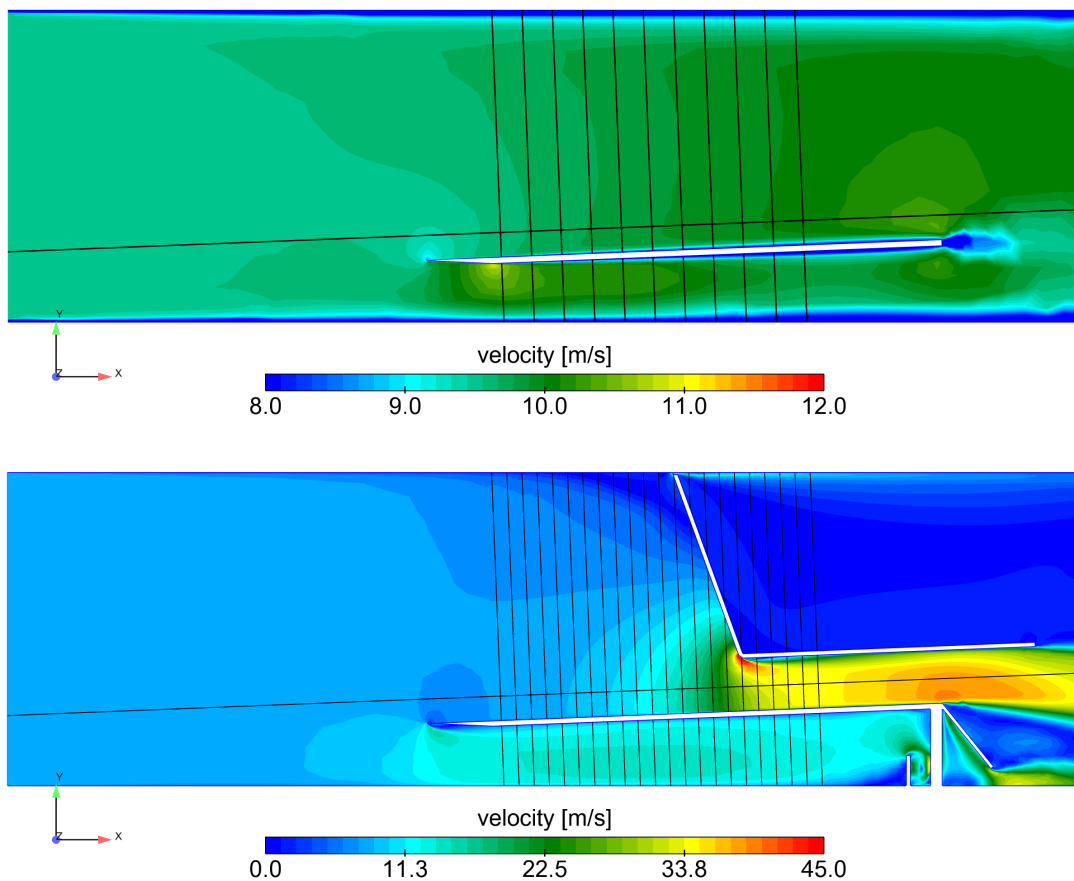


Abbildung 6.10: Auswertelinien im Strömungsraum, links Transition, rechts Relaminarisierung

An der Plattenoberseite erfolgt die Auswertung der Geschwindigkeits- und anderer Profile an den gleichen Positionen wie in der Messung. Die Dichte an Auswertelinien

ist im Unterschied zur Messung bei der Transitionssimulation etwas geringer (nur alle 100 mm). Die Messpositionen sind in Bezug zur Plattenvorderkante benannt. Die erste Linie befindet sich 245 mm stromabwärts, die letzte Linie ist bei 1145 mm.

Bei der Relaminarisierungssimulation werden die Geschwindigkeitsprofile in allen Messebenen ausgewertet. Die Auswertelinien sind in Abbildung 6.10 in schwarz abgebildet. Die Linien parallel zur Platte stellen dabei die Freistromlinie dar.



---

## 3D-SIMULATION DER TRANSITIONSMESSUNG AN DER EBENEN PLATTE

---

Die Simulation der Transitionsmessung erfolgte in zwei Fällen. Fall I hat eine Nennanströmgeschwindigkeit von 10m/s und Fall II eine Nennanströmgeschwindigkeit von 5m/s. Im Folgenden werden die Ergebnisse der Simulation dargestellt. Ein Augenmerk wird vor allem auf das Geschehen innerhalb der Grenzschicht gelegt.

### 7.1 VALIDIERUNG DER SIMULATIONEN

Die Validierung der Simulationen erfolgte für beide Fälle auf dieselbe Art. Die Messungen liefern auch Messdaten entlang der Platte im Freistrom. Als Validierungsgrundlage dient der Vergleich der Geschwindigkeit, des Turbulenzgrads und der turbulenten kinetischen Energie zwischen Simulation und Messergebnissen. Die Messdaten, die zum Vergleich herangezogen wurden, befinden sich in 82mm oberhalb der Platte und somit außerhalb der Grenzschicht. Entlang dieser Linie wurden die Ergebnisse aus der Simulation ausgewertet.

Die erste Übereinstimmung betrifft die Geschwindigkeit. Die Messung mit dem LIV Verfahren gibt nur eine Geschwindigkeitsrichtung, nämlich jene in Strömungsrichtung parallel zur Platte ( $v_u$ ), wieder. Weiters sind die tatsächlich gemessenen Geschwindigkeiten etwas niedriger als die Nenngeschwindigkeiten. Diese zwei Aspekte sind in der Simulation und in der Auswertung berücksichtigt und in Abbildung 7.1 dargestellt. Die beiden Diagramme zeigen eine sehr gute Übereinstimmung von Simulation und Messung hinsichtlich der Geschwindigkeit. Man erkennt die leichte Beschleunigung durch die Neigung der Platte. Der Unterschied zwischen den Modellen ist äußerst gering. Der Geschwindigkeitsverlauf des  $k - k_l - \omega$  Modells weist etwas höhere Werte auf. Die Lösung des  $\gamma - Re_\Theta$  Modells ist nicht erkennbar, da sie ident mit dem Verlauf des  $\gamma$  Modells ist.

Die Untersuchung der Transitionsmodelle fordert auch eine Validierung der Simulation hinsichtlich Turbulenzverhalten. Bei den Messungen wurden die Schwankungs-

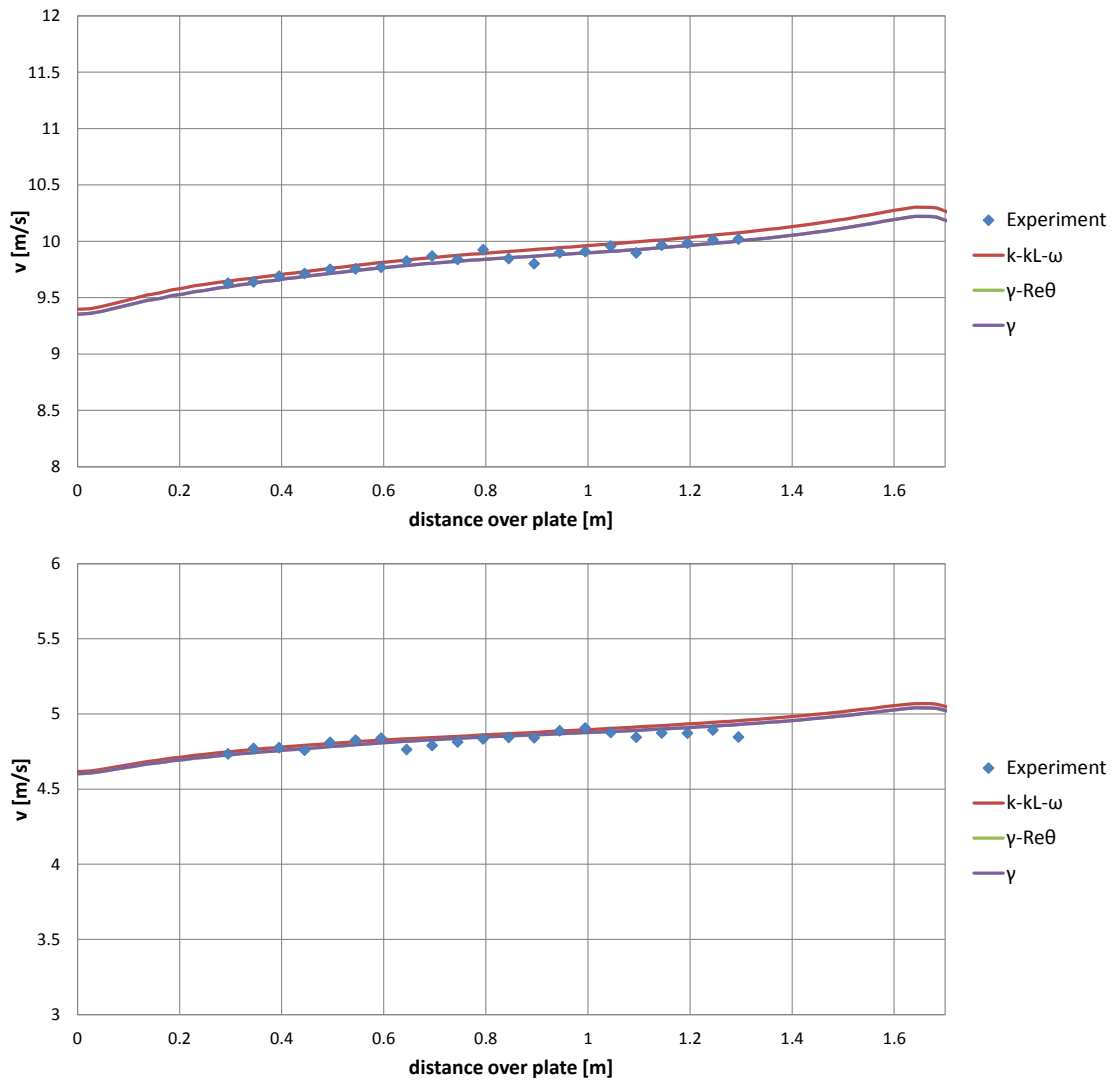


Abbildung 7.1: Vergleich der Freistromgeschwindigkeit  $v_u$ , parallel zur Platte in 82mm Höhe für Fall I & II

größen der Geschwindigkeit ( $v'_{u \text{ RMS}}$ ) ermittelt und mit folgender Definition der Turbulenzgrad in Prozent berechnet:

$$Tu = \frac{\sqrt{v'_{u^2}}}{v_u} * 100 = \frac{v_{u \text{ RMS}}}{v_u} * 100 \quad (7.1-1)$$

Aus der Simulation wurde der Turbulenzgrad über die turbulente kinetische Energie mit der Annahme isotroper Turbulenz berechnet:

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}k}}{v_u} * 100 \quad (7.1-2)$$

Die Freistromturbulenz stimmt ebenfalls sehr gut überein und folgt dem Trend der Messung. Es ergeben sich aber kleine Unterschiede in Abhängigkeit vom Modell. Das  $k - k_l - \omega$ -Modell weist einen etwas höheren Turbulenzgrad auf als die beiden Inter-

mittenzmodelle. Die beiden Intermittenzmodelle berechnen einen identen Turbulenzverlauf im Freistrom, die Kurven sind deckungsgleich.

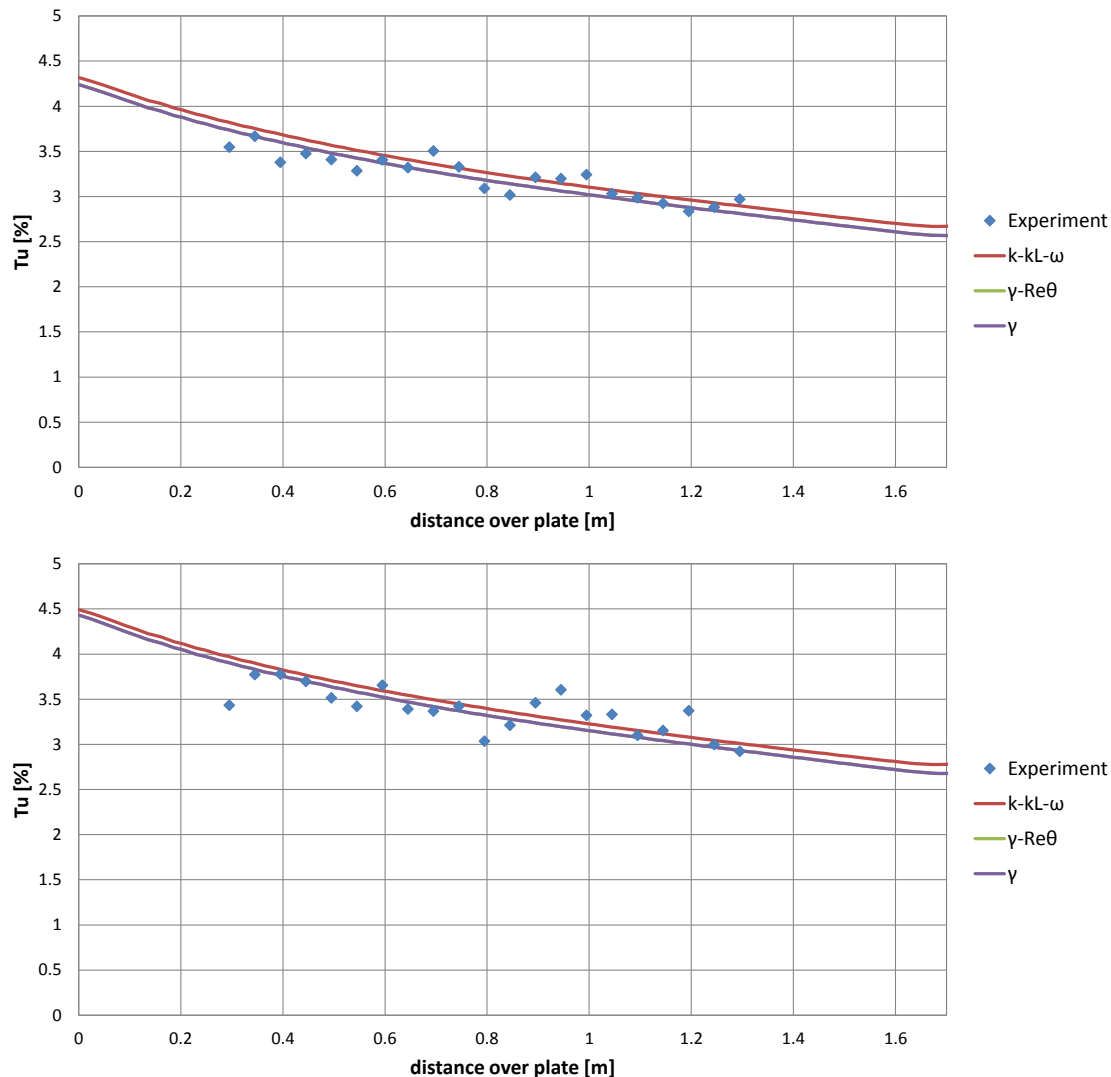


Abbildung 7.2: Vergleich des Freistromturbulenzgrades  $Tu$  parallel zur Platte in 82mm Höhe für Fall I & II

Mit der sehr guten Übereinstimmung der relevanten Freistromvariablen ist die Simulation validiert und die Analyse der Transitionsmodelle kann durchgeführt werden.

## 7.2 FALL I: ANSTRÖMGESCHWINDIGKEIT 10m/s

Die Simulation wurde stationär durchgeführt. Das Konvergenzverhalten ist sehr gut. Innerhalb von ca. 250 Iterationsschritten wurde Konvergenz erreicht. Die Konvergenz wurde einerseits über die Residuen aller Variablen und andererseits über die Entwicklung des gemittelten Widerstandskoeffizienten entlang der Platte festgestellt. Die Entwicklung der Residuen bis zur Konvergenz zeigt Abbildung 7.3. Dargestellt sind exemplarisch zwei Verläufe der unterschiedlichen Modellfamilien.

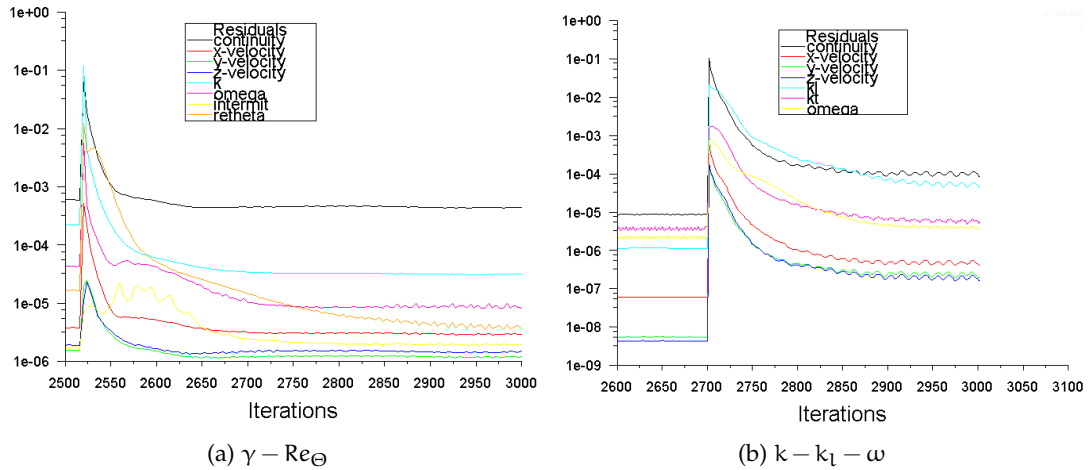


Abbildung 7.3: exemplarische Residuen der beiden Modellfamilien für Fall I

Der dimensionslose globale Wandreibungsbeiwert setzt die Wandschubspannung zum dynamischen Druck in Beziehung und ist wie folgt definiert:

$$c_f = \frac{\tau_w}{\frac{\rho}{2} u_\infty^2} \tag{7.2-3}$$

Als Bezugsgeschwindigkeit dient die Eintrittsfreistromgeschwindigkeit, die im unbeschleunigten Fall entlang der Platte konstant ist.

Mit dem dimensionslosen Wandreibungsbeiwert ( $c_f$ ) lässt sich der Zustand der Strömung schnell interpretieren. Der Verlauf der Wandschubspannung entlang der Platte beginnt mit einem Abfall, der charakteristisch für den laminaren Strömungszustand ist. Im transitionellen Bereich steigt der Beiwert zügig an, erreicht bei vollständiger Turbulenz ein lokales Maximum und bleibt für den turbulenten Bereich nahezu konstant.

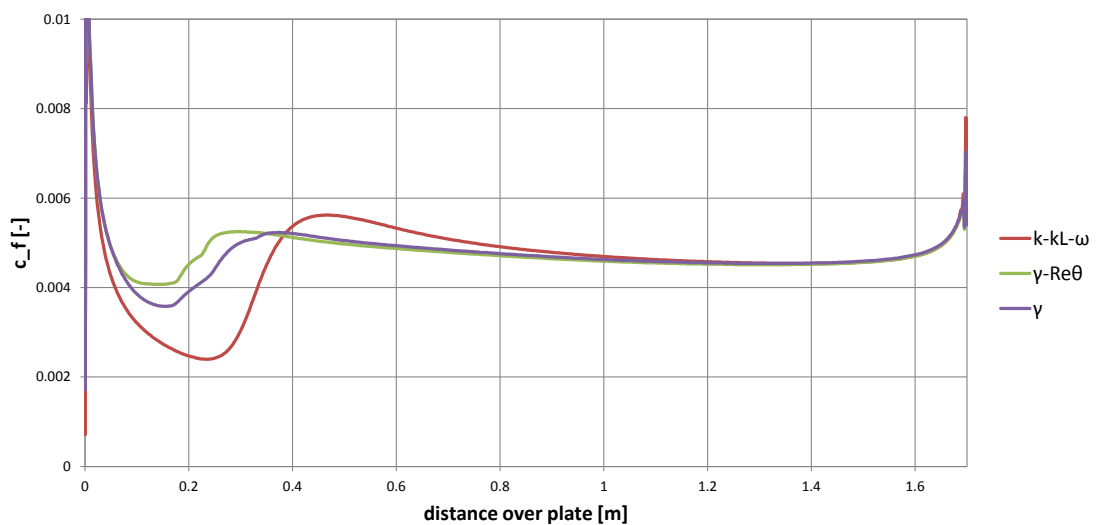


Abbildung 7.4: Wandreibungsbeiwert entlang der Platte für Fall I

Modell	10m/s		
	Start	Ende	Länge
Messung	350	650	300
$k - k_L - \omega$	237	468	231
$\gamma - Re_{\ominus}$	144	302	158
$\gamma$	158	375	217

Tabelle 7.1: Übersicht über die simulierten Transitionsbereiche, Positionen in mm ab Platten-vorderkante

In Abbildung 7.4 sind die  $c_f$ - Verläufe für alle drei Modelle dargestellt. Sie weisen den beschriebenen Verlauf und vor allem den Anstieg im transitionellen Bereich auf, zeigen also das Transitionsverhalten. Der sprunghafte Anstieg am Ende der Platte ist auf die Querschnittserweiterung des Kanals durch das Ende der Platte zurückzuführen. Ein direkter Vergleich mit Messwerten ist nicht möglich, da keine Wandschubspannungen gemessen wurden.

Für die Bewertung der Position und Länge des Transitionsbereiches wird als Beginn der Transition das lokale Minimum und für vollständige Turbulenz das lokale Maximum des dimensionslosen Wandreibungskoeffizienten angenommen. Die so ermittelten Werte zeigt Tabelle 7.1; es sind die mit verschiedenen Messmethoden gewonnen gemittelten Werte beige gestellt. Auffallend ist in erster Linie, dass der Beginn der Transition bei allen Modellen zu früh stattfindet. Die beiden Modellfamilien unterscheiden sich hier sehr, wobei das Modell mit der laminaren kinetischen Energie die Strömung länger laminar hält (ca. 100 mm). Die Intermittenzmodelle beginnen wesentlich früher turbulent zu werden. Bei der Länge des Transitionsbereiches gibt es ebenso Abweichungen. Die durchschnittliche Länge der Transition der Messungen ist bei 300 mm. Die Simulation ergibt Längen zwischen 158 mm und 231 mm, dabei berechnet das  $\gamma - Re_{\ominus}$  Modell den kürzesten Bereich. Hier tritt auch ein Unterschied zwischen den beiden Intermittenzmodellen auf.

Diese Ergebnisse bestätigen sich in der Darstellung der Wandschubspannungsverteilung. In Abbildung 7.5 erkennt man am Rand die Einflüsse der Wirbel an der Unterseite durch die Befestigung.

Ein unmittelbarer Vergleich mit den Messdaten kann über die Geschwindigkeitsprofile angestellt werden. Dazu zeigt Abbildung 7.6 die dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile in Strömungsrichtung sowohl der Messung als auch der Simulation. Dabei ist auf der Abszisse die dimensionslose Geschwindigkeit  $u^*$  in Strömungsrichtung dargestellt. Auf der Ordinate ist der dimensionslose Wandabstand  $y^*$  normal zur Platte aufgetragen. Sie sind folgendermaßen definiert:

$$y^* = \frac{y}{\delta(x)} \quad (7.2-4)$$

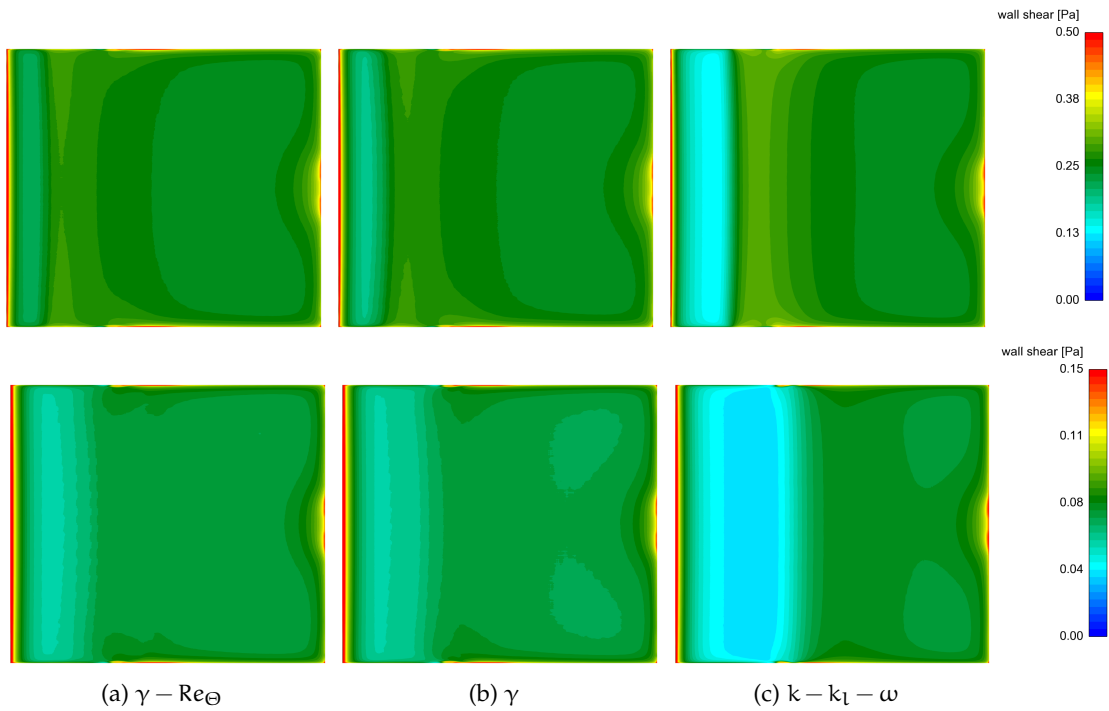


Abbildung 7.5: Wandschubspannungsverteilung an der Plattenoberseite, Fall I oben, Fall II unten

$$u^* = \frac{u(y)}{U_{\infty(x)}} \quad (7.2-5)$$

Zum Dimensionslosmachen werden die lokale Freistromgeschwindigkeit und die Grenzschichtdicke verwendet. Die Grenzschichtdicke entspricht dabei dem Normalabstand zur Platte bei 99% der lokalen Freistromgeschwindigkeit. Als zusätzliche Referenz wurde die  $1/7$  Potenznäherung für eine vollständige turbulente Grenzschicht eingefügt. Dieses Profil stellt eine gute Näherung dar und ist wie folgt definiert:

$$u^* = (y^*)^{\frac{1}{7}} \quad (7.2-6)$$

An der Stelle MP245 sind keine Messdaten vorhanden. In der Simulation beginnt hier bei den Intermittenzmodellen bereits leicht das transitionelle Verhalten. Der Unterschied zum anderen Modell ist an diesem Auswertepunkt am größten. Im nächsten Auswertepunkt MP345 ist das gemessene Profil bereits im transienten Bereich, zeigt aber noch stark laminares Verhalten; erkennbar ist dies durch den Abstand zur  $1/7$  Potenzlösung. Die Geschwindigkeitsprofile der Intermittenzmodelle, die ab diesem Messpunkt ident sind, folgen dem gemessenen Profil erstaunlich gut. Das  $k - k_l - \omega$  Modell ist noch wesentlich laminarer und unterscheidet sich hier von der Messung. Mit der zunehmenden Lauflänge zeigen sowohl die Messung als auch die Simulationsergebnisse turbulentes Verhalten. Interessant ist, dass das Profil der  $k - k_l - \omega$  Lösung

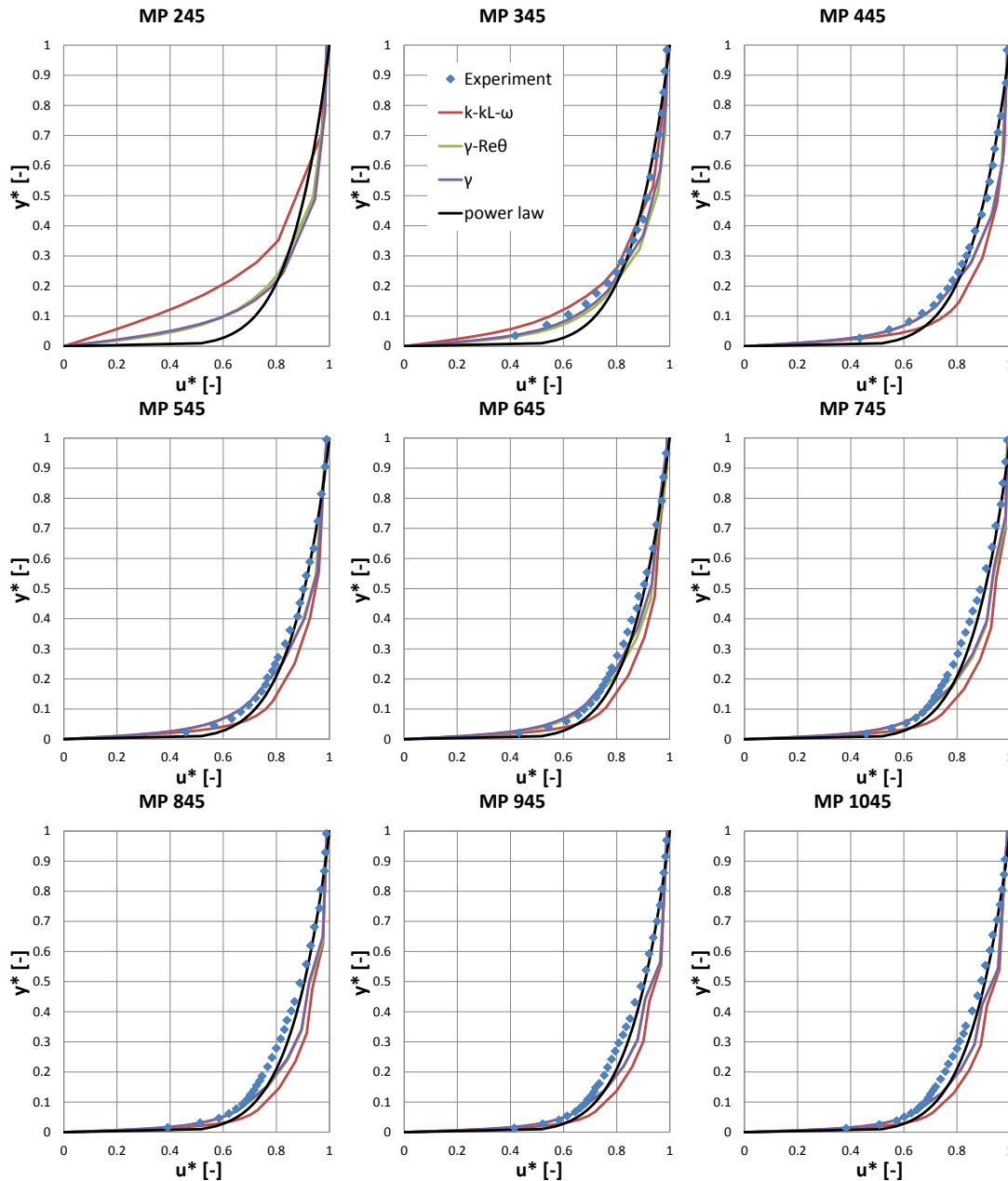


Abbildung 7.6: dimensionslose Geschwindigkeitsprofile entlang der Platte, Fall I

bis zum MP345 immer laminarer als die anderen Modelle ist. Danach ergibt das Modell jedoch eine turbulenterer Lösung und überschätzt so die Messung. Das deckt sich auch mit dem Verlauf des Reibungsbeiwertes in Abbildung 7.4, wo genau beim Abstand 0.39 das  $k - k_l - \omega$  Modell die Verläufe der Intermittenzmodelle schneidet und von da an einen höheren  $c_f$  Wert produziert. Ab MP745 überschätzen alle Modelle die gemessenen Geschwindigkeitsprofile und erzeugen eine höhere Turbulenz, erkennbar durch den steileren Gradienten ab  $y^* = 0$  und das bauchigere Profil.

Im Unterschied zum  $c_f$  Verlauf, bei dem das  $k - k_l - \omega$  Modell die Transitionslänge und Position besser errechnete, zeigen die dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile, dass die Intermittenzmodelle näher an der Realität sind und den Messungen besser

folgen.

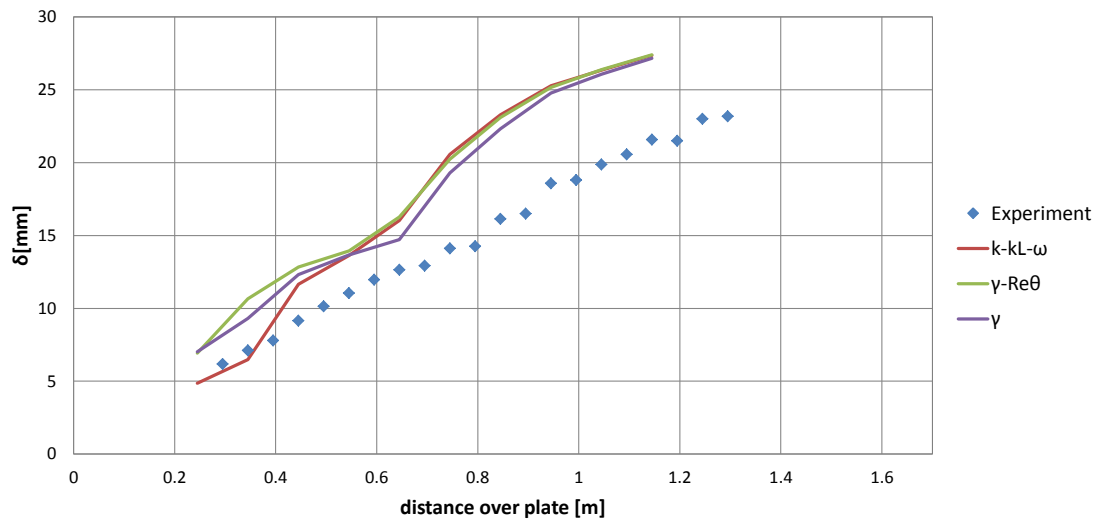


Abbildung 7.7: Grenzschichtdicke entlang der Platte für Fall I

Die Auswertung der Grenzschichtdicke entlang der Platte in Abbildung 7.7 zeigt Abweichungen zu den Messungen und zwar für alle drei Modelle. Dabei ist die simulierte Grenzschichtdicke teilweise bis zu 40% größer als die aus den Messdaten errechnete. Gründe dafür können in unterschiedlichen Auswertemethoden liegen (z.B. Art der Interpolation zwischen den Messpunkten/Netzpunkten), aber auch der frühere Umschlag bei allen Modellen spielt für die größere Grenzschichtdicke eine Rolle.

Die genaue Entwicklung der Turbulenz kann über Turbulenzprofile bzw. die Profile der turbulenten kinetischen Energie betrachtet werden. Die TKE wird als eigene Transportgröße in allen drei Transitionsmodellen gelöst und ist somit unmittelbar als Ergebnis aus der Simulation vorhanden. Die Messdaten werden in ähnlicher Weise aufbereitet, wie sie zur Validierung benötigt wurden. Mit der Annahme isotroper Turbulenz in der Messung wurde  $k$  wie folgt berechnet:

$$k = \frac{3}{2}(v_{u \text{ RMS}})^2 \quad (7.2-7)$$

In den Diagrammen in Abbildung 7.8 sind TKE Werte über den dimensionsbehafteten Wandabstand (in mm) aufgetragen. Diese Darstellung wurde gewählt, um das Wachstum der Grenzschicht über die Plattenlänge darzustellen. Wenn die TKE einen konstanten Wert aufweist ist der Freistrom erreicht und das markiert das Ende der Grenzschicht. Klar erkennbar ist das erhöhte Niveau der fluktuierenden Energie innerhalb der Grenzschicht, sowohl bei den Ergebnissen der Messung als auch bei der Simulation. Im Freistrom berechnen alle drei Transitionsmodelle die TKE übereinstimmend mit der Messung. Im hinteren Teil der Platte (ab MP745) sind die Werte der



Simulation im Freistrom leicht größer als die der Messung.

Innerhalb der Grenzschicht stimmen Simulation und Messung nicht sehr gut überein. Der qualitative Verlauf, dass die Maximalwerte entlang der Platte leicht abnehmen und sich die TKE auf größere Bereiche ausbreitet, wird von allen Modellen wiedergegeben. Die quantitative Übereinstimmung ist jedoch nicht gegeben.

Der gänzlich unterschiedliche Verlauf in Wandnähe (Wert 0 der TKE an der Wand bei den Simulationsergebnissen) ergibt sich dadurch, dass die Auswertung an diesem Punkt bei den Simulationen möglich ist, bei den Messungen jedoch nicht bis an die Wand gemessen werden kann.

Das  $k - k_1 - \omega$ -Modell löst als zusätzliche Transportgleichung zur Transitionsmodellierung die Variable  $k_1$ . Die Besonderheiten dieses Modells, der Transfer der LKE zur TKE und somit die Zunahme der Turbulenz, sind in Abbildung 7.9 dargestellt. In rot ist die TKE dargestellt. Ausgehend von MP245 bis zu MP545 ist der Anteil der laminaren Fluktuationen an der gesamten Fluktuationsenergie ( $k_{tot}$ ) sehr hoch und nimmt mit zunehmendem turbulenten Charakter der Grenzschicht ab. In Wandnähe verschwinden die laminaren Fluktuationen auch im voll turbulenten Zustand nicht vollständig. Physikalisch ist das über die viskose Unterschicht erklärbar.

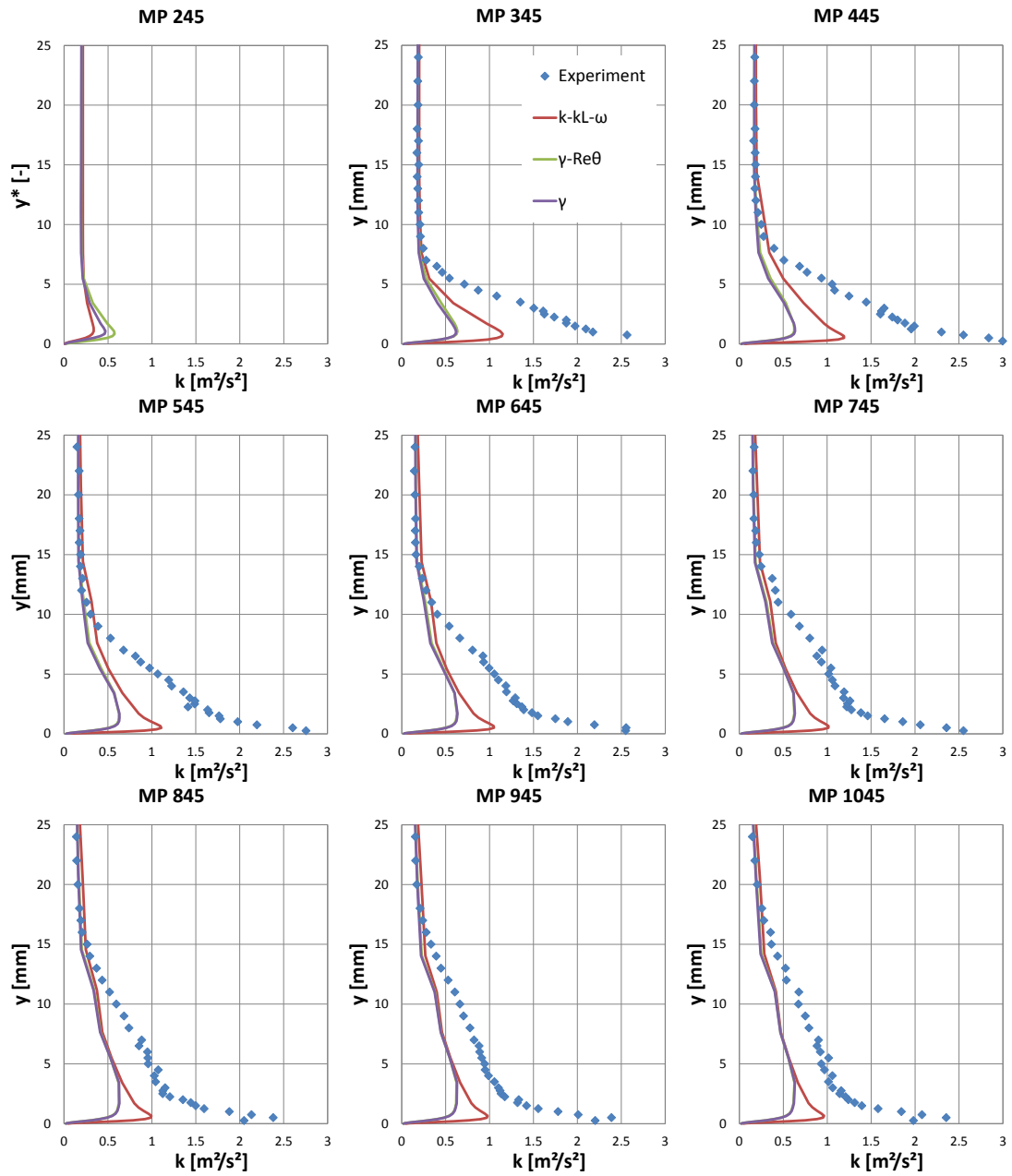


Abbildung 7.8: Profile der turbulenten kinetischen Energie entlang der Platte, Fall I

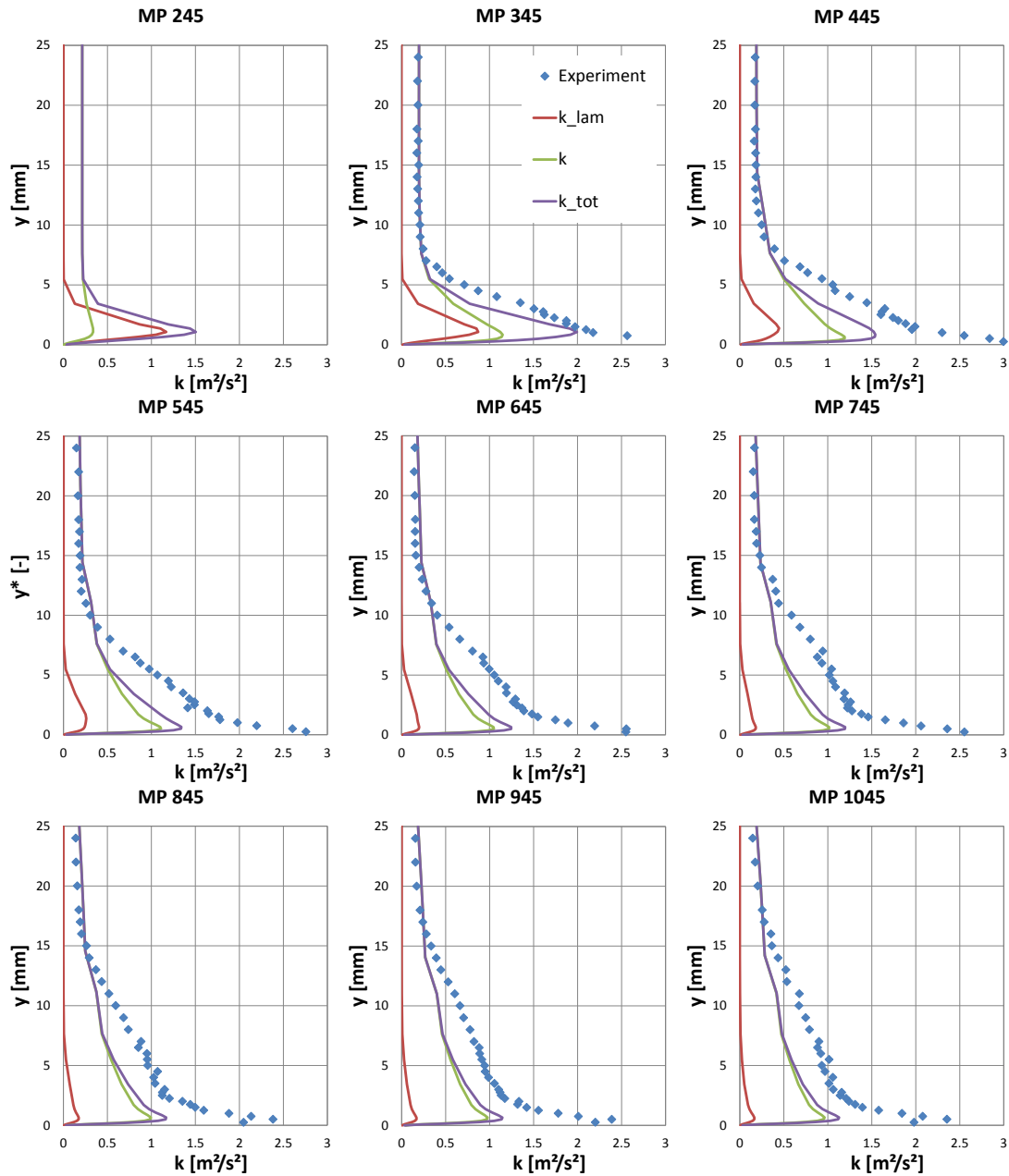


Abbildung 7.9: Profile der fluktuierenden Energien des  $k - k_l - \omega$  Modells entlang der Platte, Fall I

## 7.3 FALL II: ANSTRÖMGESCHWINDIGKEIT 5 m/s

Beim Fall II ist die Anströmgeschwindigkeit mit 5 m/s halb so hoch. Daraus folgt, dass die Transition wesentlich später stattfindet. Die Simulation erfolgt ebenfalls stationär. Für den Fall I haben die Modelle gute bis sehr gute Übereinstimmung mit den Messdaten ergeben.

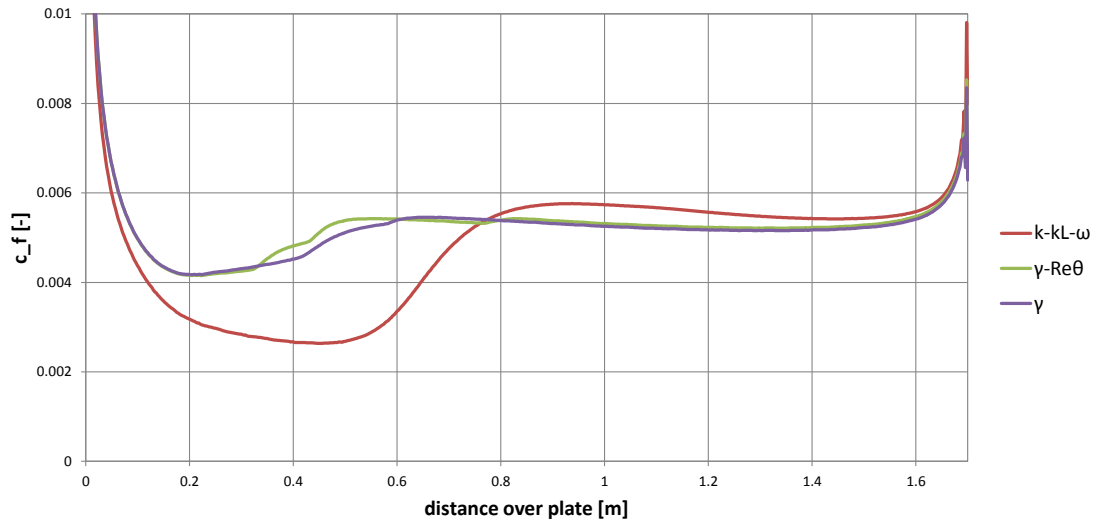


Abbildung 7.10: Wandreibungskoeffizient entlang der Platte für Fall II

Modell	5 m/s		
	Start	Ende	Länge
Messung	650	1000	350
$k - k_L - \omega$	451	940	490
$\gamma - Re_{\Theta}$	226	558	332
$\gamma$	218	670	452

Tabelle 7.2: Übersicht über die gemessenen und simulierten Transitionsbereiche, Positionen in mm ab Plattenvorderkante

Für Fall II sieht man die verschobene Transition in Abbildung 7.10 durch die Darstellung des Reibungskoeffizienten. Qualitativ ist der Verlauf von laminar nach turbulent über den charakteristischen Abfall der Wandschubspannung und den Anstieg durch das Zunehmen der Fluktuationen erkennbar. Die Messung ergibt für diesen Fall eine durchschnittliche Transitionslänge von 350mm beginnend ab 650mm hinter der Plattenvorderkante. Die Auswertung von Position und Länge für die Simulation zeigt Tabelle 7.2. Außer dem  $\gamma - Re_{\Theta}$  Modell, das die Transitionslänge ein klein wenig unterschätzt, berechnen die anderen Modelle wesentlich längere Transitionsabschnitte als die Messung ergibt. Alle Ergebnisse eint, dass sie viel zu früh beginnen turbulent zu werden. Die Startposition der Transitionsbereiche unterscheidet sich anhand der Modellfamilie. Das  $k - k_L - \omega$  Modell stimmt hier mit der Messung am besten überein.

Für den absoluten Wert des Reibungsbeiwertes kann kein Vergleich angestellt werden, da die Messungen dazu nicht gemacht wurden.

Im direkten Vergleich der berechneten Wandschubspannungsverteilungen von Fall I und Fall II in Abbildung 7.5 ist ersichtlich, dass der Transitionsbeginn im Fall II weiter hinten liegt, jedoch nicht so weit, wie gemessen wurde. Hier zeigt sich, dass die Modelle eine zu kurze laminare Anlaufphase berechnen.

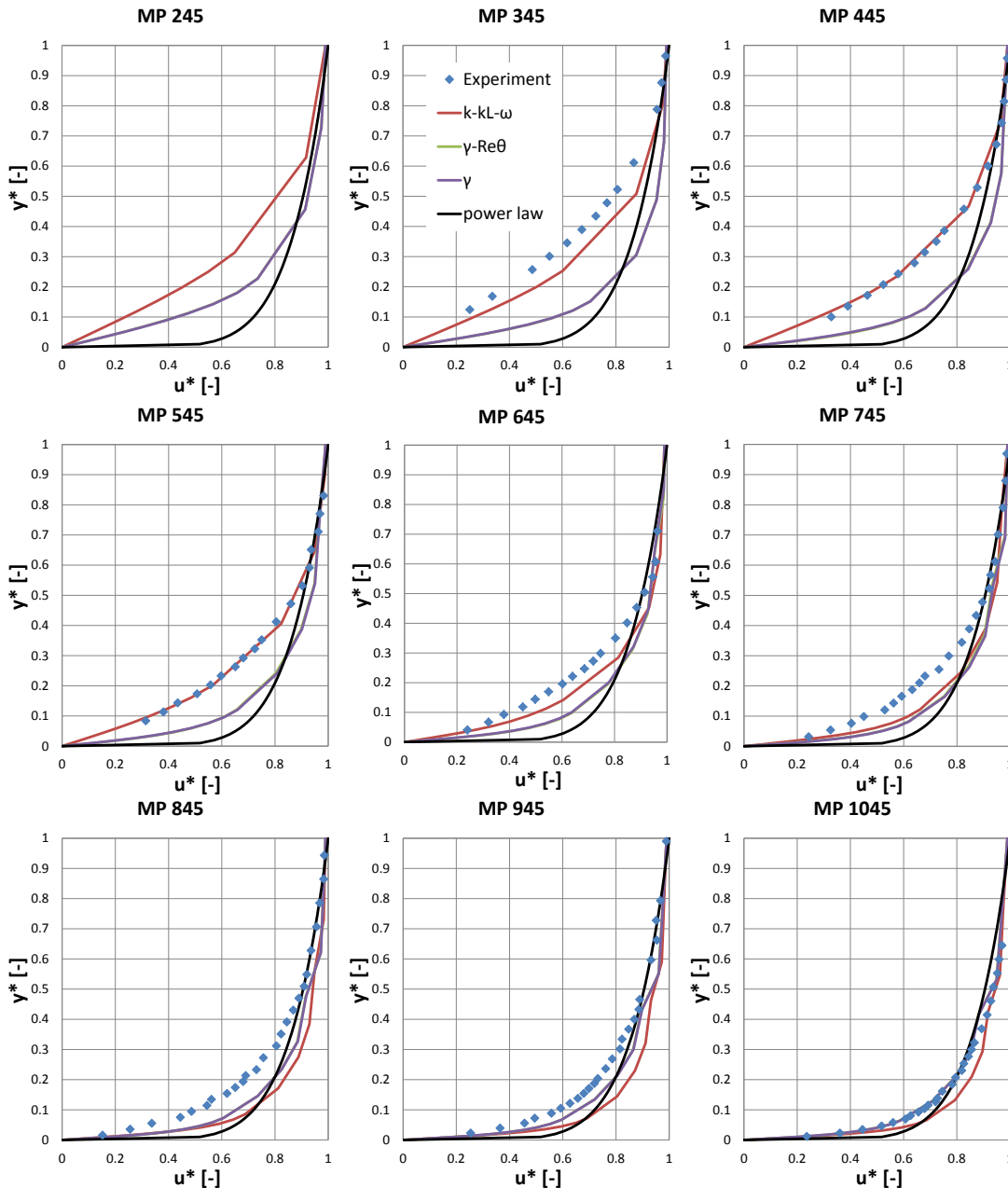


Abbildung 7.11: dimensionslose Geschwindigkeitsprofile entlang der Platte für Fall II

Bei der Darstellung der dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile (7.11) wird dies noch offensichtlicher. Ab MP345, also ab der ersten Messposition, sind die Geschwindigkeitsprofile turbulenter als gemessen. Die Verwendung der laminaren Fluktuatio-

nen als eigene Transportgleichung bietet beim  $k - k_l - \omega$  Modell Vorteile. Dieses Modell schafft es am längsten den laminaren Charakter der Grenzschicht zu berechnen. Es folgt der Messung im laminaren Bereich (bis MP645) sehr gut. Danach tritt das gleiche Phänomen wie in Fall I auf: Das Geschwindigkeitsprofil eilt der Messung voraus und es ist durchgehend turbulenter. Wie bereits im Fall I schneidet der Wandreibungskoeffizient die Lösungen der Intermittenzmodelle in einem Punkt (Abstand 760mm). Ab diesem Punkt sind die Profile des  $k - k_l - \omega$  Modells turbulenter.

Die beiden Intermittenzmodelle unterscheiden sich in den Geschwindigkeitsprofilen nicht. Das Geschwindigkeitsprofil stimmt erst am Ende des gemessenen Transitionsbereiches mit der Messung überein (MP1045), davor sind sie turbulenter als gemessen.

Das  $\gamma - Re_\Theta$  und das  $\gamma$  Modell zeigen in den Geschwindigkeitsprofilen und auch im Freistrom (siehe Abbildung 7.2) sehr ähnliche Ergebnisse. Eine Darstellung der Intermittenzverteilung in Plattennähe zeigt die Unterschiede der beiden Modelle. Für Abbildung 7.12 wurde der gesamte Strömungsbereich parallel zur Platte geschnitten. Die dargestellten Höhen sind 0.5, 1.0 und 1.5mm. Im Freistrom ist bei beiden Modellen die Intermittenz auf 1 eingestellt, wie in der Modellbeschreibung erwähnt. Der Schnitt bei 0.5mm gibt die viskose Unterschicht wieder. Die Schnittebene mit 1.5mm Abstand ragt im vordersten Plattenbereich bereits aus der Grenzschicht heraus, worauf der Intermittenzwert von 1 hinweist. Der stärkste Unterschied zwischen den beiden Modellen ergibt sich über die Plattenbreite. Das  $\gamma - Re_\Theta$  Modell berechnet einen bauchigen Verlauf, das einfachere  $\gamma$ -Modell simuliert eine gerade Verteilung. Erkennbar ist auch der Unterschied in der Länge der Transitionszone, die beim  $\gamma$  Modell länger ist.

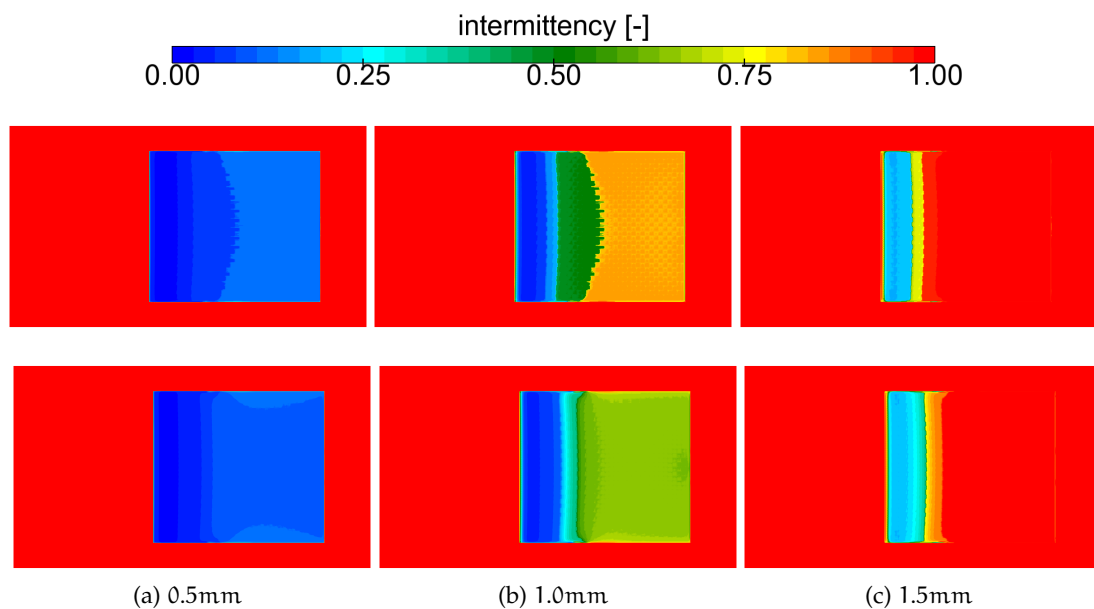


Abbildung 7.12: Intermittenzverteilung an der Plattenoberseite,  $\gamma - Re_\Theta$  oben,  $\gamma$  unten

---

### 3D-SIMULATION DER RELAMINARISIERUNGSMESSUNG AN DER EBENEN PLATTE

---

Dieses Kapitel behandelt die Simulation der Relaminarisierungsmessung im Windkanal. Drei Konfigurationen wurden bei den Experimenten im Windkanal vermessen (siehe Kap. 5), bei denen die Parameter Anströmgeschwindigkeit und Neigung der Beschleunigungsplatte verändert wurden.

Die drei Fälle sind:

- Fall I  $U_\infty = 9\text{m/s}, \alpha = 20^\circ$ , ohne Stolperkante
- Fall II  $U_\infty = 5\text{m/s}, \alpha = 20^\circ$ , mit Stolperkante
- Fall III  $U_\infty = 5\text{m/s}, \alpha = 10^\circ$ , mit Stolperkante

Diese drei Fälle wurden simuliert und werden hier beschrieben. Zuerst wird die Validierung der Simulation dargestellt und im Anschluß werden die Ergebnisse der einzelnen Fälle im Vergleich zu den Messergebnissen diskutiert. Das Hauptaugenmerk der Auswertung liegt auf den Vorgängen innerhalb der Grenzschicht. Bei der Auswertung der einzelnen Fälle werden für jeden die Wandschubspannung, die Wandreibungsbeiwerte und die Geschwindigkeitsprofile dargestellt. Weiters wird bei jedem Fall jeweils ein anderer weiterführender Aspekt der Ergebnisse beleuchtet (z.B. Turbulenzprofile, Intermittenzprofile).

Bei diesen Simulationen wurde zusätzlich zu den drei Transitionsmodellen ( $\gamma$ -,  $\gamma - Re_\Theta$ -, und  $k - k_l - \omega$  Modell) eine Simulation mit einem reinen Turbulenzmodell (SST  $k - \omega$  Modell) durchgeführt. Die Simulationen erfolgten alle stationär. Für diesen Messaufbau gibt es aufgrund der teilweise starken Umlenkungen und Ablösungen keine reine stationäre Lösung. Die Ergebnisse der Simulation verändern sich auch im konvergenten Zustand etwas und man bekommt eine quasistationäre Lösung. Wegen der Netzgröße und den entstehenden Datenmengen wurde dieses System nicht instationär simuliert. Beim Abbruch der konvergenten stationären Simulation wurde darauf geachtet, dass sich die Lösung im Mittelwert der Schwankungen befand.

## 8.1 VALIDIERUNG DER SIMULATION

Die Validierung der Simulation erfolgt auf dieselbe Weise wie in Kapitel 7.1. Die Messdaten sind in 80mm Höhe oberhalb der Platte vorhanden. Entlang dieser Linie erfolgt auch die Auswertung der Simulationsergebnisse im Freistrom.

Die erste Überprüfung betrifft die Freistromgeschwindigkeit. Die Betrachtung der Geschwindigkeit erfolgt im Koordinatensystem der Platte. In Abbildung 8.1 ist der Verlauf der Geschwindigkeitskomponente  $v_u$  parallel zur Platte (entlang der Platte, beginnend bei der Vorderkante) dargestellt. Die gemessene Geschwindigkeit ist etwas geringer als die Nenngeschwindigkeit, was in den Randbedingungen der Simulation berücksichtigt wurde. Die Abbildungen für die drei Fälle zeigen eine sehr gute Übereinstimmung von Simulation und Messdaten. Die beiden Intermittenzmodelle und das SST  $k - \omega$  Modell weisen nur geringste Abweichungen auf. Im Gegensatz dazu zeigt das  $k - k_l - \omega$  Modell für alle drei Fälle im Bereich des Beschleunigungsabfalles (das ist am Ende der geometrischen Beschleunigung) geringere Freistromgeschwindigkeiten an. Das liegt daran, dass dieses Modell eine kleinere Ablöseblase beim Übergang von der Beschleunigungsplatte auf den verkleinerten Kanalquerschnitt ermittelt und die zusätzliche Beschleunigung, die sowohl in der Realität als auch bei den anderen Modellen auftritt, nicht abbildet. Am Ende der Ablöseblase tritt bei allen Simulationen durch die Querschnittserweiterung, die die Strömung wahrnimmt, eine Reduktion der Geschwindigkeit ein. Jedoch nimmt danach die Geschwindigkeit wieder zu und es kommt zu einer weiteren Beschleunigung. Diese Beschleunigung hat als Ursache die wachsende Grenzschicht an der Platte und an der Decke (parallele Beschleunigungsplatte), sodass die maximale Freistromgeschwindigkeit erst am Ende der Platte (bei 1.7m) erreicht ist. Ab da nimmt die Geschwindigkeit spürbar ab, was auf die Querschnittserweiterung des Kanals zurückzuführen ist.

Im beschleunigten Fall ist die Validierung der Geschwindigkeit kritischer als im Fall ohne Druckgradienten, da erst durch die Übereinstimmung des Beschleunigungsgradienten dieselben Zustände erreicht werden, die zur Relaminarisierung führen können. Als weitverbreitete Kennzahl dient dazu der Beschleunigungsfaktor  $K$  nach Lauder. Abbildung 8.2 zeigt die Auswertung dieses Koeffizienten für alle drei Fälle. Dargestellt wird der Beschleunigungsfaktor entlang der Platte beginnend kurz vor der geometrischen Querschnittsverengung bis zum Ende der Platte. Der kritische Bereich, ab dem Relaminarisierung auftritt, ist mit Ober- und Untergrenze als dünne strichlierte Linie eingetragen (vgl. Kapitel 3.3.2). Obwohl die Freistromgeschwindigkeit für alle Fälle sehr gut übereinstimmt, treten bei dieser Darstellung Abweichungen zur Messung auf. Bei allen Simulationen ist der maximale Beschleunigungsfaktor höher als in der Messung. Weiters ist die Änderung des Beschleunigungsfaktors bei den Simulationen stärker. Im Gegensatz zur Messung überschießt die Simulation den Maximalwert, sinkt danach schneller ab und weist einen geringeren Minimalwert auf. Im Unterschied zur



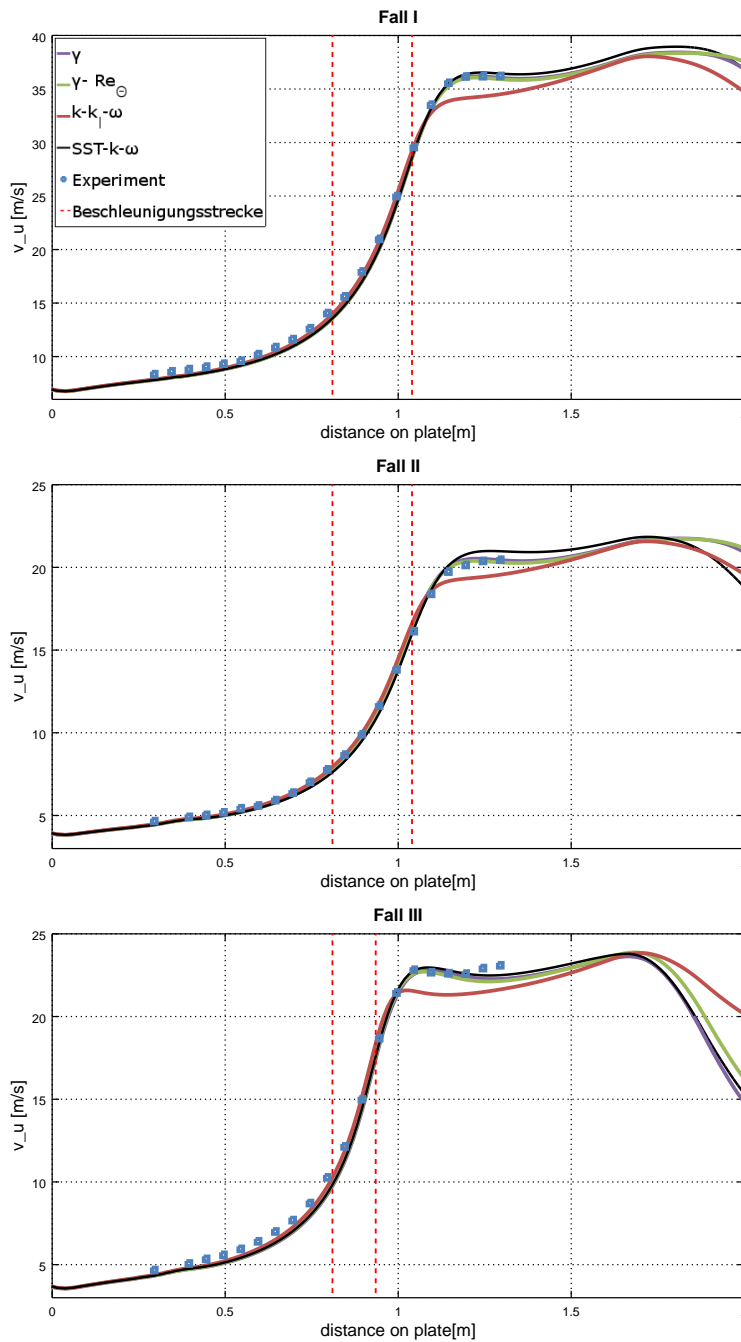


Abbildung 8.1: Vergleich der Freistromgeschwindigkeit  $v_u$ , parallel zur Platte in 80mm Höhe für Fall I, II & III

Messung zeigen alle Modelle über eine kurze Strecke (bei  $20^\circ$  Anstellung: 1.2 – 1.3m, bei  $10^\circ$  Anstellung: 1.05 – 1.15m) einen negativen K-Wert. Diese Verzögerung tritt auch bei den Abbildungen der Freistromgeschwindigkeit auf. Ein Grund für die Abweichungen des K-Wertes könnte die höhere örtliche Auflösung der Daten bei den Simulationen sein.

Wie bei der Freistromgeschwindigkeit liegen beim Beschleunigungsfaktor ebenso die Ergebnisse der verschiedenen Modellfamilien etwas auseinander. Die Ergebnisse der Intermittenzmodelle und des SST  $k - \omega$  Modells, die alle derselben Modellfamilie ent-

springen, liegen für alle drei Fälle übereinander, sodass zum Teil nicht jede Linie erkennbar ist. Das  $k - k_1 - \omega$  Modell hat immer eine etwas abweichende Lösung. Dabei bestätigt sich das Ergebnis aus der Freistromgeschwindigkeit dadurch, dass das Ergebnis dieses Modells von allen Modellen den niedrigsten maximalen Beschleunigungswert aufweist und den anderen Modellen nacheilt.

Dass sich die Transitionsmodelle und das reine Turbulenzmodell sowohl bei der Freistromgeschwindigkeit als auch beim Beschleunigungsfaktor im Fall der Beschleunigung kaum merkbar unterscheiden, ist als sehr positiv zu bemerken. Es bedeutet, dass die Modelle im Freistrombereich (außerhalb der Grenzschicht), wo weder Transition noch Relaminarisierung auftreten, zu gleichen Ergebnissen kommen und somit eine wesentliche Forderung für Transitionsmodelle/ Relaminarisierungsmodelle (vgl. Kap. 4.2) erfüllt ist. Es bedeutet weiter, dass die Unterschiede in der Grenzschicht als Transition/ Relaminarisierung interpretiert werden können. Die Einteilung der drei Fälle in einen unterkritischen und zwei überkritische, wie sie bei der Messung durchgeführt wurden, bestätigen die Abbildungen sehr deutlich.

Die Berechnung der Freistromturbulenz aus den Messdaten und Simulationsdaten erfolgt unter denselben Annahmen und mit denselben Relationen wie in Kapitel 7.1. Abbildung 8.3 zeigt die Verläufe der Freistromturbulenz in Prozent für die Simulationen und die Messungen entlang der Platte für alle drei Fälle. Bei der Darstellung der Messdaten wurden zusätzlich die gemessenen Abweichungen aufgetragen (strichlierte Linien in blau). Beim Einstellen der Turbulenzrandbedingungen wurde darauf geachtet, dass die Freistromturbulenz der Intermittenzmodelle die Messergebnisse genau trifft. Für alle Fälle wurde dies, soweit möglich, erreicht. Bei den beiden anderen Modellen wurden dieselben Turbulenz- Randbedingungen verwendet, um Vergleichbarkeit zwischen den Modellen zu erreichen. Die Abweichungen, die zum Teil wesentlich größer sind als die Messungenauigkeit, sind somit auf die unterschiedliche Modellformulierungen zurückzuführen.

Die ermittelte Turbulenz der beiden Intermittenzmodelle ist, wie bei den Transitionsimulationen, deckungsgleich. Alle Ergebnisse der Simulation zeigen einen stärkeren Abfall der Freistromturbulenz als die Messung. Vor allem bei den Intermittenzmodellen sinkt die Turbulenz auf ein signifikant geringeres Niveau ab. Das  $k - k_1 - \omega$  Modell zeigt immer das höchste Freistromturbulenzniveau an und sinkt auch nicht soweit ab. Die Lösung des SST  $k - \omega$  Modells ist für Fall I und III nur geringfügig unterschiedlich zum  $k - k_1 - \omega$  Modell. Bei Fall II zeigt dieses Modell für die erste Plattenhälfte den geringsten Turbulenzgrad an. Gut erkennbar ist besonders bei Fall I und II, aber auch bei Fall III, das Ende der Platte bei 1.7m durch den starken Anstieg der Turbulenz. Die Querschnittserweiterung des Messkanals führt zu Ablösungen und somit zu einem starken Anstieg dieser Freistromgröße.

Das Einstellen der Turbulenzrandbedingungen ist, wie in Kapitel 6 beschrieben wurde, geprägt von einem starken Abfall, der nicht physikalisch ist. Die Steuerungsmöglichkeiten, um den gewünschten Freistromturbulenzverlauf zu erreichen, sind sehr gering.

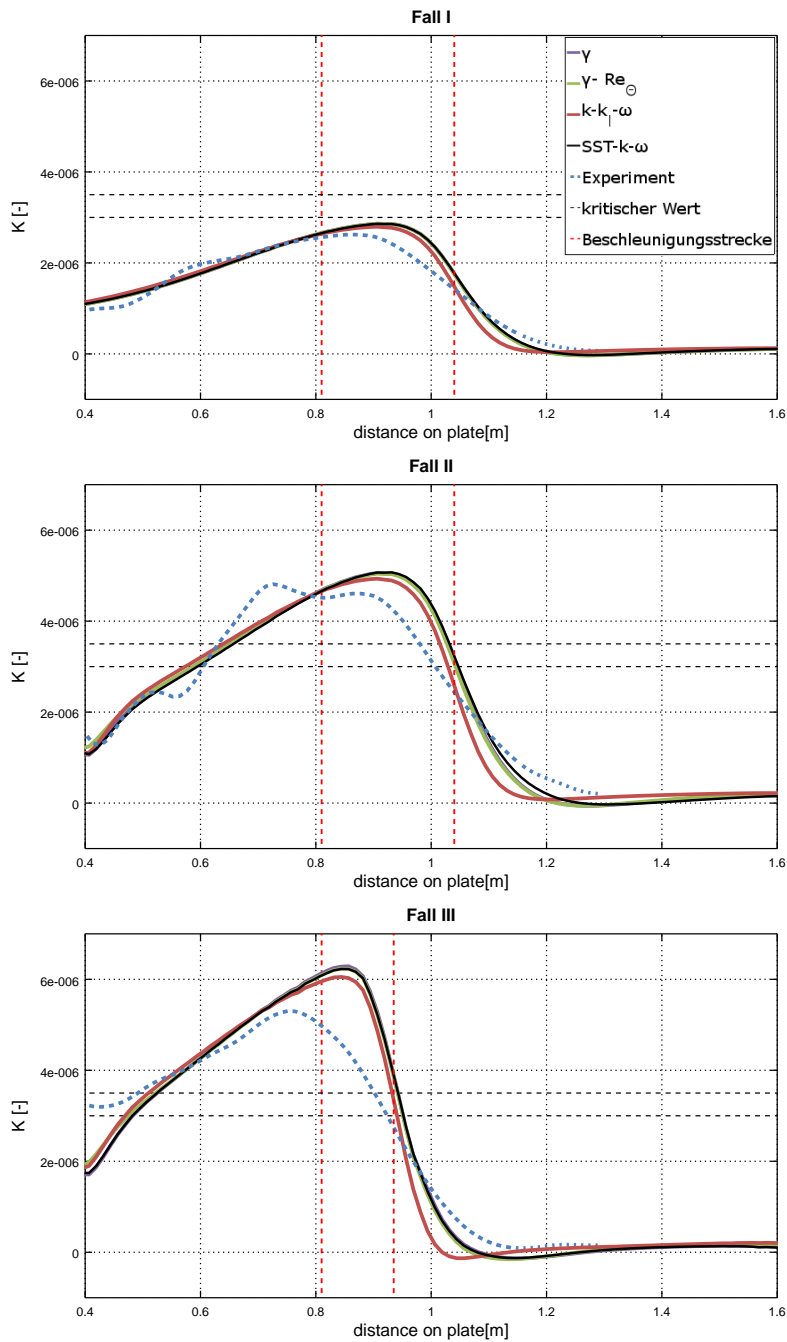


Abbildung 8.2: Vergleich des Beschleunigungsfaktors  $K$ , parallel zur Platte in 80mm Höhe für Fall I, II & III

Dennoch ermitteln die Modelle im Großen und Ganzen den Trend des Freistromverlaufes aus der Messung.

Die Diskussion der Freistromgrößen in Bezug zu den Messergebnissen zeigt eine sehr gute Übereinstimmung hinsichtlich Freistromgeschwindigkeit und jeweils eine sehr gute bis gute Übereinstimmung des Beschleunigungsfaktors und der Freistromturbulenz. Die weitere Analyse der Modelle kann aufgrund dieser Validierung durchgeführt werden.

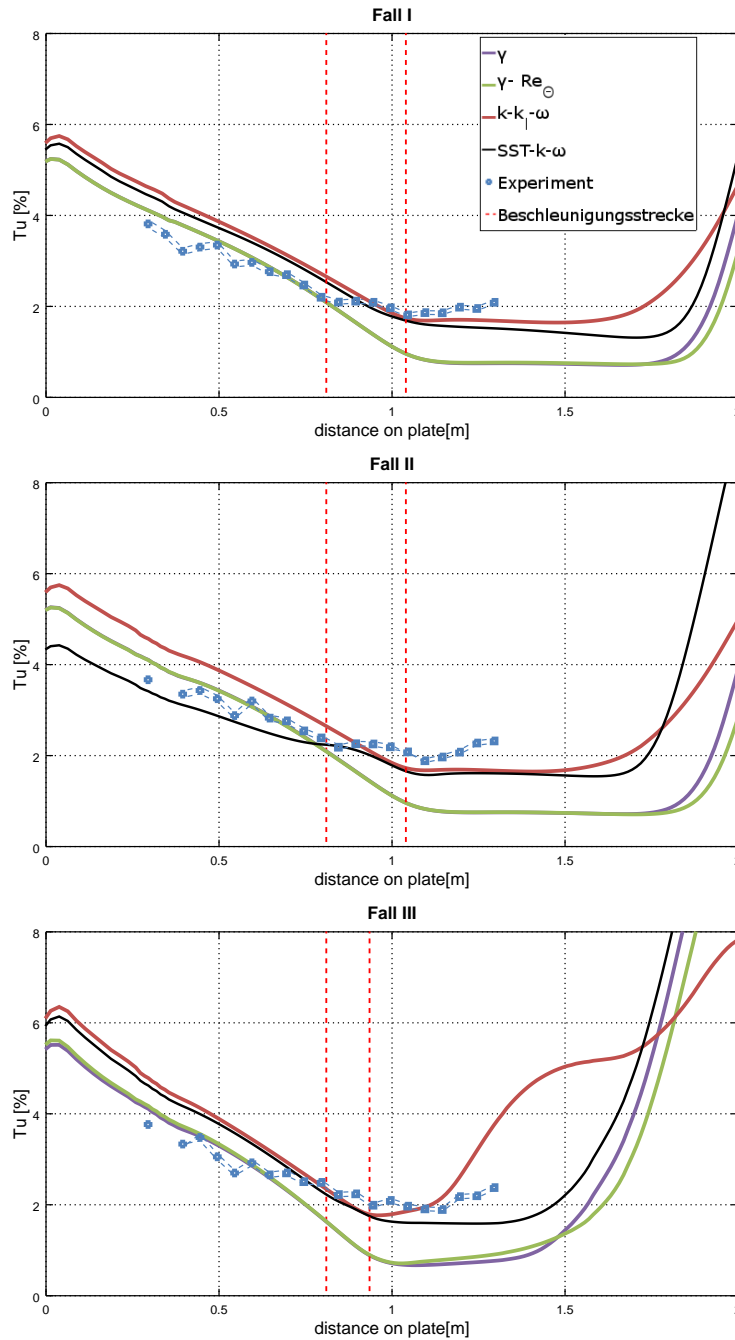


Abbildung 8.3: Vergleich der Freistromturbulenz  $Tu$ , parallel zur Platte in 80mm Höhe für Fall I, II & III

## 8.2 FALL I: ANSTRÖMGESCHWINDIGKEIT 9m/s, 20° NEIGUNG

Diese Konfiguration hat zwar von allen dreien die höchste Anströmgeschwindigkeit, der Beschleunigungsfaktor überschreitet jedoch den kritischen Bereich (siehe Abbildung 8.2) nicht. Die Beschleunigungsplatte hat einen Anstellwinkel von 20°. Nach der Theorie befindet sich diese Konfiguration genau unter dem kritischen Bereich für Relaminarisierung. Die geometrische Querschnittsreduktion beginnt 810mm stromabwärts der Vorderkante der ebenen Platte und endet bei 1040mm (vgl. Abbildungen

aus Kapitel 8.1).

Bei der Simulation dieses Falles wurde für das  $\gamma$  Modell eine starke Netzabhängigkeit detektiert. Dieses Faktum wird vor der weiteren Ergebnisdarstellung hier diskutiert.

Die Verteilung der Wandschubspannung gibt einen groben Überblick über den Zustand der Grenzschicht. Typischerweise nimmt die Wandschubspannung von der Plattenvorderkante weg ab (laminarer Strömungszustand) und steigt im transitionellen Bereich bis zum vollständigen Umschlag in den turbulenten Zustand an. Nach der Theorie beginnt bei Relaminarisierung die Wandschubspannung wieder zu sinken und steigt danach bei der Retransition sprunghaft an (vgl. Kapitel 3.3). Quer zur Platte sollten diese Änderungen überall mit Ausnahme der jeweiligen Randbereiche in gleichem Maße stattfinden.

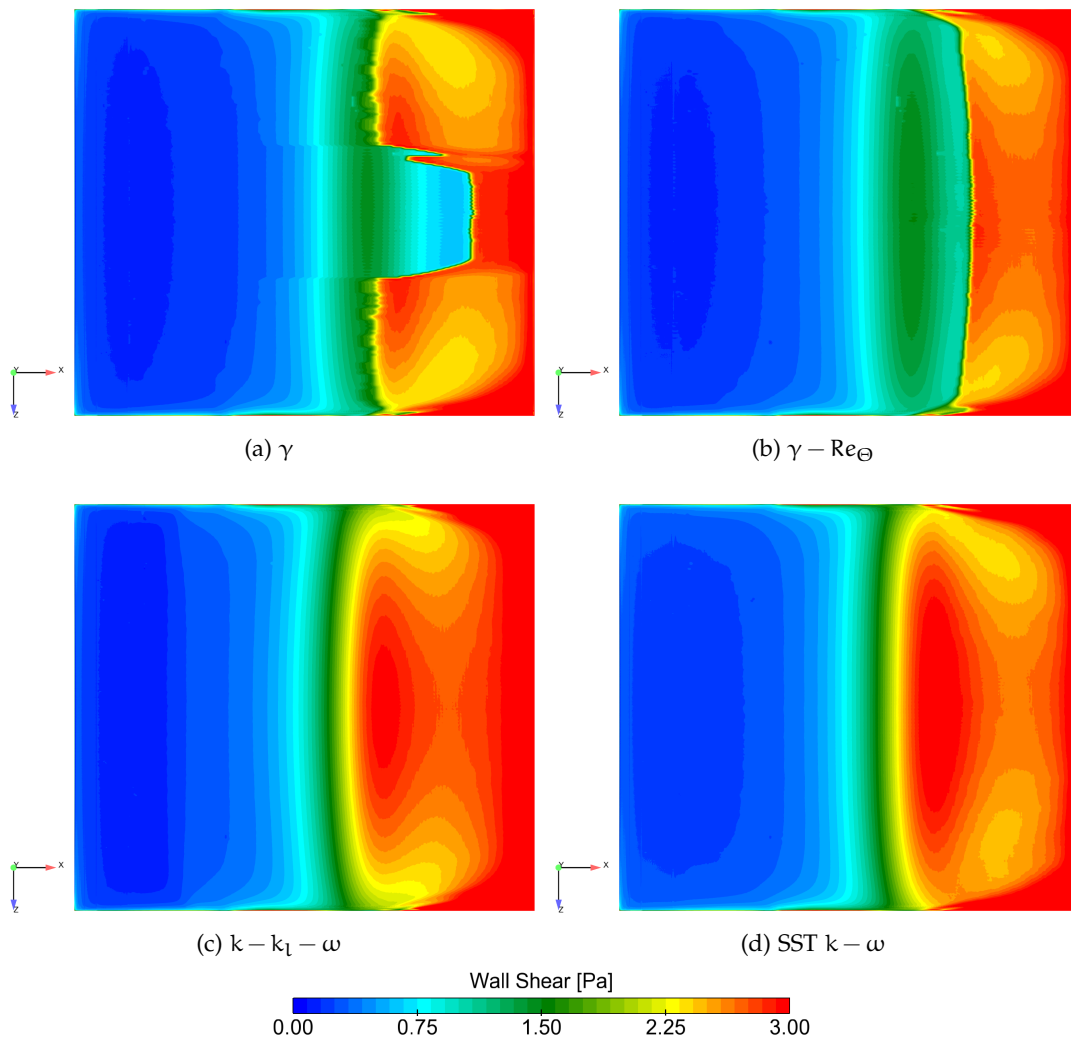


Abbildung 8.4: Wandschubspannungsverteilung an der Plattenoberseite, Fall I (Netz1)

In Abbildung 8.4 ist die Wandschubspannungsverteilung für alle Modelle dargestellt. Alle Modelle außer dem  $\gamma$  Modell zeigen über die Plattenbreite kontinuierliche Verläufe an. Beim Intermittenzmodell treten hier unphysikalische Sprünge auf. Diese Sprünge sind auf ein plötzliches Umschalten des Modells aufgrund geringfügiger Unterschiede der ankommenden Strömungsvariablen erklärbar. Eine nähere Untersuchung dieses Phänomens zeigte eine starke Netzabhängigkeit des Modells auf. Dafür wurde ein weiteres Netz (Netz 2) erstellt, das vom Eintritt in die numerische Domäne bis zur Plattenvorderkante eine durchgehende, gleichmäßige und feine Zellenverteilung aufweist. Die Abbildungen 8.5a und 8.5b zeigen einen Schnitt durch die beiden Netze. Die Position des Schnittes ist parallel zur Platte in 20mm Höhe; zusätzlich ist in gelb die Platte eingezeichnet. Deutlich erkennbar ist bei Netz 2 die regelmäßige Verteilung der Knoten im Zuströmbereich der Domäne. Mit diesem Netz wurden das  $\gamma$  und  $\gamma - Re_{\Theta}$  Modell erneut berechnet.

Die weiteren Bilder in Abbildung 8.5 zeigen die Ergebnisse der Wandschubspannung im direkten Vergleich. Die Ergebnisse von Netz 2 sind sehr interessant und zeigen für das  $\gamma$  Modell immer noch Unstetigkeiten in der Wandschubspannungsverteilung auf, jedoch in stark veränderter Form.

Bei Netz 1 ist in der Mitte der Zuström-Domäne eine Einbuchtung durch große Zellen erkennbar, die in etwa die Breite der berechneten Einbuchtung in der Wandschubspannung aufweist. Erkennbar ist dabei der Übergang von großen regelmäßigen Hexaedern auf kleinere regelmäßige Hexaeder über Pyramiden-Elemente. Dieser Übergang verursacht numerische Diffusion, die lokal zu unterschiedlichen Werten der Strömungsgrößen führt und stromabwärts die unterschiedlichen Ergebnisse innerhalb der Grenzschicht erzeugt. Für das Netz 2 treten diese Übergänge bei kleineren Zellgrößen auf, was zu der höheren Anzahl an Unstetigkeiten bei geringerer Breite führt. Das  $\gamma - Re_{\Theta}$  Modell weist, wie beim vorigen Netz, diese Sprünge nicht auf. Die doch deutliche Änderung der Ergebnisse in diesem Fall zeigt eine Netzabhängigkeit an.

Das  $\gamma$  Modell zeigt für beide Netze eine Netzabhängigkeit auf. Für die weitere Darstellung werden die Ergebnisse von Netz 1 verwendet, damit die Vergleichbarkeit zu den anderen Modellen erhalten bleibt. Die anderen Modelle zeigten keine Netzabhängigkeit auf. Zusätzlich zur Auswertung in der Mitte der Platte, wie sie in Kapitel 6.7 beschrieben ist, wird für das  $\gamma$  Modell eine Auswerteebene am Rand eingefügt. Diese entspricht von der Lage in etwa der Auswerteebene aus dem Kapitel 7, die in Abbildung 6.9 gezeigt wird. Ziel ist, die unterschiedlichen oben beschriebenen Ergebnisse auszuwerten.

Die Darstellung des Wandreibungsbeiwertes ( $c_f$ ) liefert eine schnelle Übersicht über die Fähigkeit der Modelle Transition und Relaminarisierung zu berechnen. Bei der Auswertung der Relaminarisierungssimulationen wird nicht der globale Wandreibungsbeiwert ( $c_f$ ) verwendet (vgl. Abb 7.4). Für diese Auswertungen wird der lokale Wandrei-

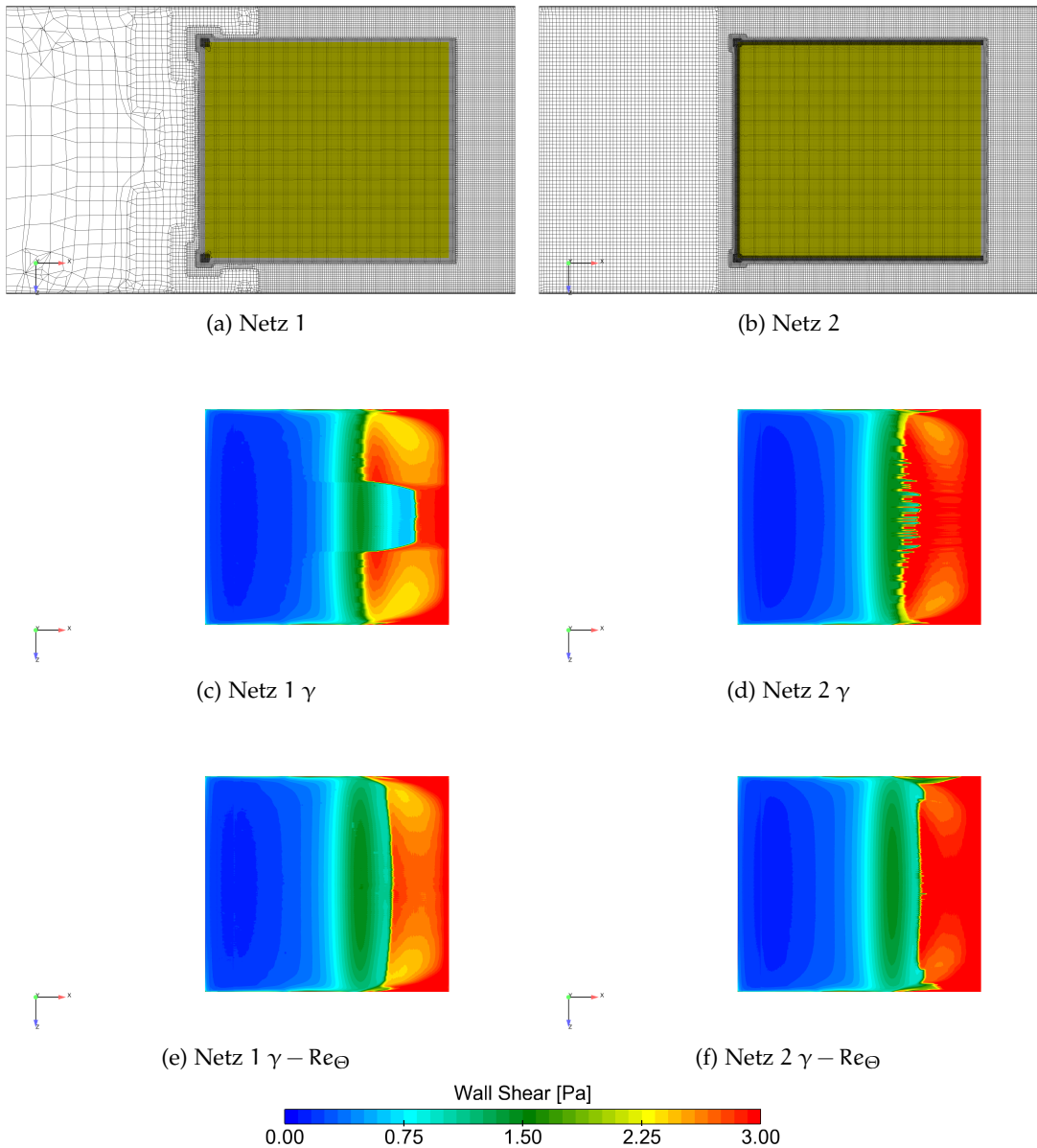


Abbildung 8.5: Vergleich der Wandschubspannungsverteilung mit unterschiedlichen Netzen, Fall I

bungsbeiwert  $c'_f$  aus Skalierungsgründen eingeführt. Dieser wird im Unterschied zum globalen Beiwert mit der lokalen Freistromgeschwindigkeit gebildet.

$$c'_f = \frac{\tau_w}{\frac{\rho}{2} v_{u\infty}^2} \quad (8.2-1)$$

Der Verlauf des Wandreibungskoeffizienten charakterisiert den Zustand der Strömung. Wie bei der Wandschubspannung fällt der Wandreibungskoeffizient vom Beginn der Platte im laminaren Zustand der Grenzschicht ab. Im transitionellen Bereich steigt er an und erreicht sein Maximum, wenn die Strömung vollständig turbulent ist. Das gilt

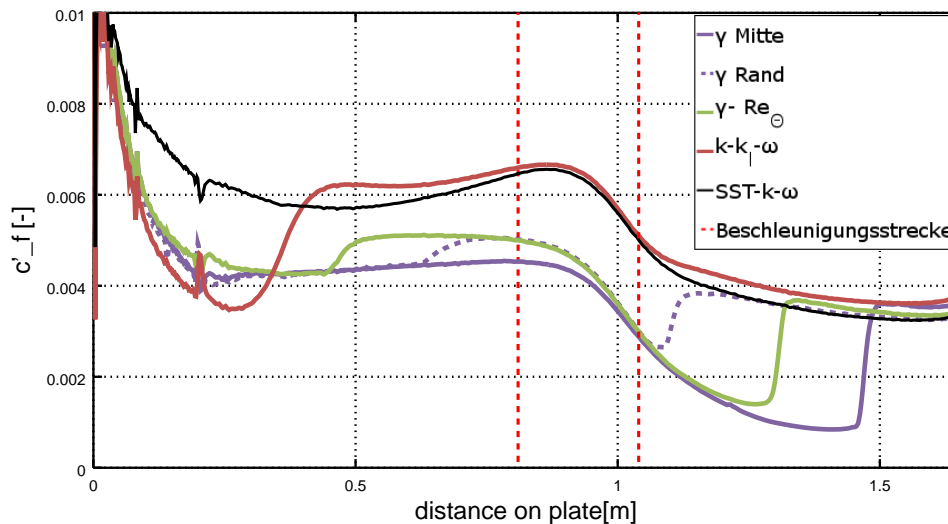


Abbildung 8.6: lokaler Wandreibungsbeiwert entlang der Platte für Fall I

für unbeschleunigte Strömung. Für die untersuchten Fälle mit Strömungen mit starker Beschleunigung steigt der Wandreibungsbeiwert mit Zunahme der Geschwindigkeit (nach dem Umschlag auf turbulent) weiter an. Wenn die Wirkung der Beschleunigung geringer wird, sinkt der lokale  $c_f$ -Wert auf das Niveau einer unbeschleunigten Strömung für den Fall, dass keine Relaminarisierung auftritt. Tritt Relaminarisierung auf, kommt es im Bereich nach der stärksten Beschleunigung zu einer starken Reduktion des Beiwertes bis auf das laminare Niveau. Der letzte Abschnitt im Prozess der Relaminarisierung ist die sprunghafte Retransition, bei der die Grenzschicht wieder turbulent wird. Relaminarisierung bzw. Quasilaminarität kann mit diesem Beiwert detektiert werden.

In Abbildung 8.6 sind die Verläufe des Wandreibungsbeiwertes dargestellt. Ein direkter Vergleich zu Messdaten ist nicht möglich, da die Wandschubspannung nicht gemessen wurde.

Gleich zu Plattenbeginn zeigt sich der Unterschied zwischen den Modellen klar. Das reine Turbulenzmodell zeigt den typischen Abfall bei vollständiger Turbulenz an. Die drei Transitionsmodelle zeigen im Unterschied dazu einen stärkeren Abfall des Beiwertes an, was dem laminaren Verlauf des Wandreibungsbeiwertes entspricht. Durch die Bypass-Transition ab Position 0.35m steigen die Werte der Transitionsmodelle an und sie weisen Turbulenz auf. Das  $k - k_l - \omega$  Modell steigt auf die gleiche Höhe wie das reine Turbulenzmodell. Der Verlauf des SST  $k - \omega$  Modells weist auch im Bereich zwischen 0.5 und 1m höhere Werte auf, was sich auf die Beschleunigung zurückführen lässt. Im Unterschied zum  $k - k_l - \omega$  Modell zeigen die beiden Intermittenzmodelle ein geringeres Niveau nach der Transition an. Die Auswertung des  $\gamma$  Modells in der Mitte zeigt keine Transition an, wogegen die Lösung am Rand diese zeigt.

Im Bereich um 1m, am Ende der Beschleunigungsstrecke, sinken alle Verläufe nach unten, zeigen also eine Reduktion des Wandreibungsbeiwertes an. Die Intermittenzmo-



delle sinken soweit ab, dass sie laminares Niveau erreichen und hier quasilaminare Verhalten zeigen beziehungsweise Relaminarisierung voraussagen. Im weiteren Verlauf zeigen diese beiden Modelle jeweils an unterschiedlichen Stellen einen sprunghaften Anstieg des Beiwertes auf turbulentes Niveau, was den Vorgang der Retransition beschreibt. Im Unterschied dazu stimmen die anderen beiden Modelle überein und bleiben immer auf turbulentem Niveau.

Die Unstetigkeiten im Verlauf, vor allem an Position 0.2m lassen sich auf die Übergänge im Netz zurückführen. An diesen Positionen verändert sich der Knotenabstand und es ergeben sich dadurch kleine Sprünge im Wandschubspannungsverlauf.

Fall I ist laut Theorie ein unterkritischer Fall, das bedeutet Relaminarisierung ist nicht erwartbar. Für die beiden Intermittenzmodelle ist die Beschleunigung nach dieser Auswertung stark genug, um Relaminarisierung zu berechnen. In der Formulierung der Modelle (vgl. Kapitel 4.2.2) wurden die Relaminarisierungsquellen beschrieben. Diese erklären auch ihre Fähigkeit, dieses Phänomen zu berechnen. Im Gegensatz dazu berechnet das  $k - k_l - \omega$  Modell, das für die laminare-turbulente Transition entwickelt wurde, keine Relaminarisierung. Der Verlauf des Wandreibungsbeiwertes folgt dem  $k - \omega$  Modell und bleibt so entlang der Platte immer turbulent.

Sehr gut lassen sich die 4 Phasen des Relaminarisierungsprozesses bei den Intermittenzmodellen aufzeigen: ausgehend von einer turbulenten Grenzschicht (ca 0.4 – 0.75m) wird durch starke Beschleunigung die Grenzschicht verändert. Dabei steigt in diesem zweiten Schritt der Wandreibungsbeiwert leicht an (0.75 – 0.95m). Der dritte Prozessschritt ist die eigentliche Relaminarisierung. Der Wandreibungsbeiwert sinkt auf laminares Niveau ab (0.95 – 1.3m) um im vierten Schritt sprunghaft wieder turbulent zu werden (ab ca. 1.3m, stark vom Modell abhängig).

Einen detaillierten Einblick in die Grenzschichtvorgänge und den direkten Vergleich mit den Messdaten erlauben die Geschwindigkeitsprofile an ausgewählten Punkten entlang der Platte. Die Darstellung in Abbildung 8.7 erfolgt in den Koordinaten dimensionsloser Wandabstand  $y^+$  und dimensionslose Geschwindigkeitskomponente parallel zur Platte  $v_u^+$ . Die Diagramme sind halb logarithmisch aufgetragen. Die Profile werden an 12 Messpunkten entlang der Platte dargestellt. Zum besseren Vergleich wird den Diagrammen die analytische Näherung für den Verlauf der turbulenten Grenzschicht in Form des logarithmischen Wandgesetzes (vgl. Kapitel 3.1.2) hinzugefügt. Für den Vergleich eines laminaren Profils wird in allen Abbildungen der Verlauf der Blasius-Lösung dargestellt. Die Blasius-Lösung entspricht dem laminaren Geschwindigkeitsprofil in einem unbeschleunigten Fall und die Grenzschichtdicke wächst entlang der Platte an. Das Anwachsen der Grenzschicht im unbeschleunigten Fall ist wesentlich stärker als im beschleunigten, der hier behandelt wird. Aus Skalierungsgründen ist das abgebildete Blasius Profil für alle Diagramme dasselbe und es wurde das Profil an der Plattenposition von 445mm dafür gewählt.

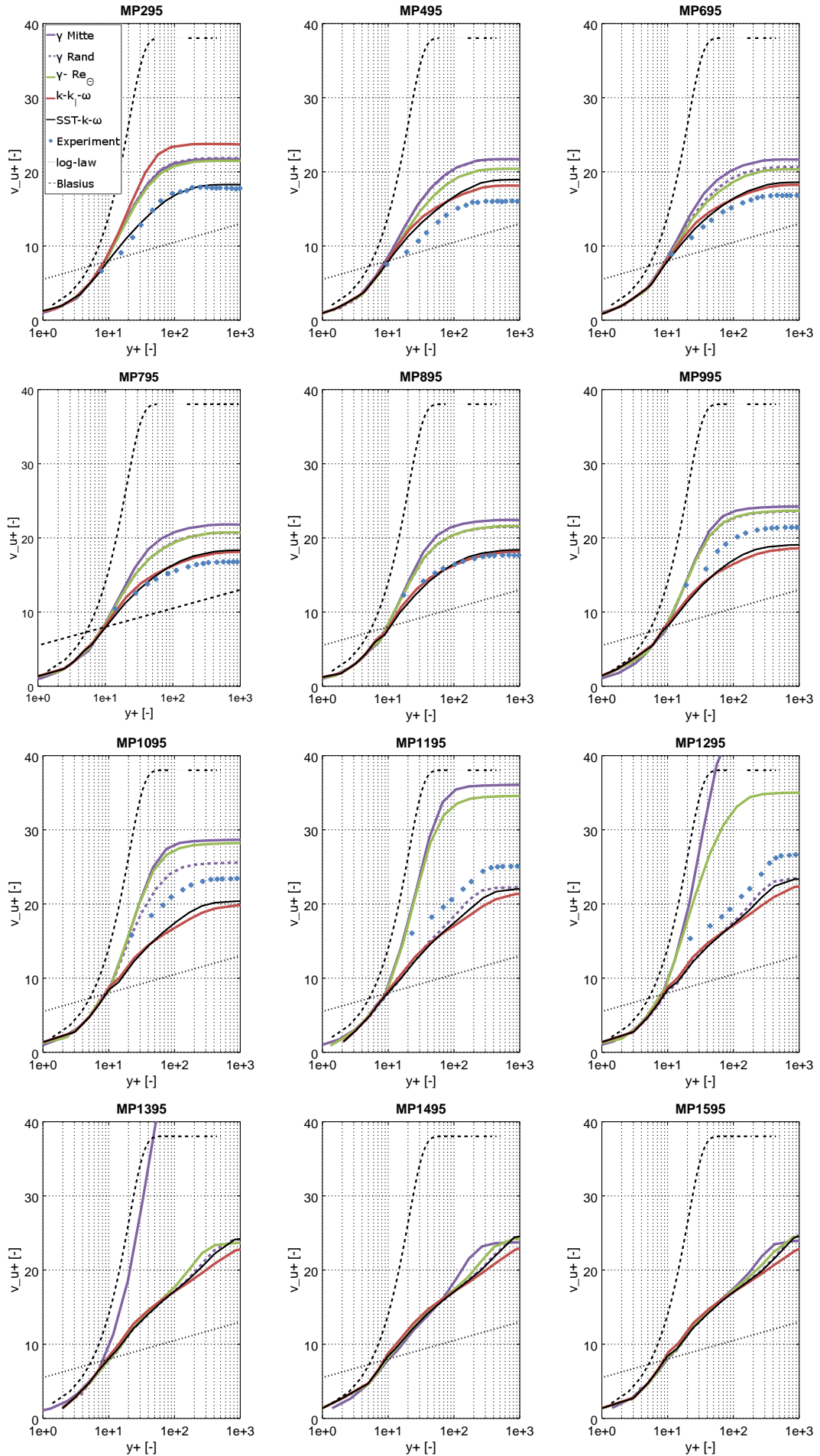


Abbildung 8.7: dimensionslose Geschwindigkeitsprofile entlang der Platte, Fall I

MP295 befindet sich im laminaren Bereich. Alle Modelle zeigen klar laminares Verhalten, wenn auch das reine Turbulenzmodell von der Neigung am nächsten dem logarithmischen Wandgesetz ist. Das SST  $k - \omega$  Modell stimmt nahezu perfekt mit dem gemessenen Profil überein. Wiederum zeigt sich hier, dass die beiden Intermitenzmodelle im laminaren Bereich idente Lösungen errechnen. Interessant ist, dass die Messergebnisse die niedrigsten Werte anzeigen, obwohl die Simulationen in diesem Punkt etwas höhere Geschwindigkeiten errechnen (siehe Abbildung 8.1). Der Grund liegt im Einfluss der Wandschubspannung beim Erstellen der dimensionslosen Größen. Für die Messergebnisse wurden diese über den Geschwindigkeitsgradienten der untersten Messpunkte ermittelt [3]. Es kann sein, dass sie in diesem Punkt etwas überschätzt wurden ( $\tau_w \uparrow \Rightarrow v_u^+ \downarrow$ ). Die genaue Übereinstimmung mit dem SST  $k - \omega$  Modell, das an dieser Position den Wandreibungsbeiwert durch die rein turbulente Herangehensweise ebenfalls überschätzt (siehe Abbildung 8.6), kann dafür als Grund angeführt werden.

Bei dieser Konfiguration tritt bei den Messungen Bypass- Transition auf und in Punkt MP495 ist die Transition in der Messung noch nicht ganz abgeschlossen. Die Simulationen zeigen das ebenfalls an. Wie bei der Darstellung des  $c_f'$ -Wertes liegen hier das  $k - \omega$  und das  $k - k_l - \omega$  Modell übereinander. Die beiden Intermitenzmodelle zeigen ebenfalls sehr ähnliche Verläufe auf, wobei das  $\gamma$  Modell noch am wenigsten turbulent ist. Interessant ist, dass die eigentlich unterschiedlichen Ergebnisse dieses Modells für Mitte und Rand bis hierher deckungsgleich sind. Die unterschiedliche Lage der Transition je nach Position entlang der Plattenbreite wird in den nächsten beiden Messpunkten sichtbar. Die Lösung von  $\gamma$ -Rand ist bei MP695 sichtbar und von MP795 bis MP995 deckungsgleich mit dem  $\gamma - Re_\Theta$  Modell.

Im Bereich von MP695 bis MP895 zeigen alle Verläufe Turbulenz an. Die Übereinstimmung von Messung,  $k - \omega$ - und  $k - k_l - \omega$  Modell ist durchgehend gegeben. Die beiden Intermitenzmodelle zeigen hier höhere  $v_u^+$  Werte, was mit den niedrigeren Wandreibungsbeiwerten im Vergleich zu den anderen Modellen in Einklang steht. Die Diagramme von MP895 bis MP1095 sind im Bereich der Beschleunigung. Die Auswirkung davon erkennt man bei den Verläufen durch einen Anstieg der  $v_u^+$  Werte. Vor allem ab MP995 bewegt sich die Messung von der rein turbulenten Lösung weg. Das SST  $k - \omega$ - und das  $k - k_l - \omega$  Modell bleiben durchgehend turbulent (auch bei den späteren Messpunkten). Die Veränderung der Messung ist somit als Relaminarisierung deutbar. Diese Relaminarisierung erfasst aber nicht die gesamte Grenzschicht. Im starken Unterschied dazu sind die Lösungen der Intermitenzmodelle zu bewerten. Der Wandreibungsbeiwert dieser Modelle hat bereits Relaminarisierung und Retransition angezeigt. Bei den Geschwindigkeitsprofilen wird das erneut sichtbar. Vor allem bei MP1195 und MP1295 sind die Profile steil und dem laminaren Blasius-Profil sehr ähnlich. MP1295 ist der letzte gemessene Punkt. Die Messdaten liegen innerhalb der Grenzschicht nahezu auf einer Geraden und zeigen wieder ein vollständiges turbulentes Profil. Die Modelle, die Relaminarisierung anzeigen, werden an unterschiedlichen

Messpunkten wieder turbulent. Die früheste Retransition tritt beim  $\gamma$  Modell am Rand auf. Das Ergebnis dieses Modells im Mittelschnitt wird am spätesten turbulent und stimmt erst bei MP1495 wieder mit den anderen Modellen überein. Die Lösung des  $\gamma - Re_{\Theta}$  Modells ist bereits ab MP1395 wieder vollständig turbulent.

Für die Auswertepunkte (ab MP1395), für die keine Messergebnisse mehr vorliegen, berechnen die Modelle (außer der oben beschriebenen Abweichung des  $\gamma$  Modells) übereinstimmend turbulente Geschwindigkeitsprofile. Bei dieser halblogarithmischen Darstellung entspricht dieses turbulente Profil einer Geraden.

Die Diskussion von Fall I ergibt folgende Aussagen über die Modelle:

- SST  $k - \omega$  Modell

Das reine Turbulenzmodell dient als Referenzmodell und berechnet in diesem Sinne immer Turbulenz. Bei Fall I stimmen die Messung und dieses Modell oft sehr gut überein.

- $k - k_l - \omega$  Modell

Dieses Transitionsmodell zeigt entlang der Platte gut den laminar/turbulenten Umschlag im Zuge der Bypass- Transition. Bei diesem unterkritischen Fall zeigt es keine Relaminarisierung an, es bleibt der Platte entlang immer turbulent. Da die Relaminarisierung bei den Messdaten dieses Falles auch nur sehr bedingt sichtbar wurde, sind die Abweichungen zu den Messdaten gering.

- $\gamma$  Modell

Das einfachere der beiden Intermittenzmodelle zeigt eine starke Netzabhängigkeit und ermittelt entlang der Plattenbreite zwei Lösungen. Beide zeigen Transition, Relaminarisierung und auch die Retransition an, jedoch bei unterschiedlichen Positionen entlang der Platte. Obwohl der Fall laut Theorie unterkritisch ist, zeigt das Modell starke Relaminarisierung an.

- $\gamma - Re_{\Theta}$  Modell

Dieses Modell zeigt ebenso Transition, Relaminarisierung und Retransition, jedoch wesentlich stärker als die Messungen und die Auslegung des Falles vermuten ließen.

### 8.3 FALL II: ANSTRÖMGESCHWINDIGKEIT 5 m/s, 20° NEIGUNG

Dieser Fall hat eine Nennanströmgeschwindigkeit von 5 m/s. Der Anstellwinkel der Beschleunigungsplatte beträgt 20°. Durch die geringe Anströmgeschwindigkeit wäre der Umschlag von laminar auf turbulent sehr weit im hinteren Teil der Platte. Um eine turbulente Grenzschicht beim Beginn der Beschleunigungsplatte zu erhalten, ist an

Position 335 mm eine Stolperkante vorhanden. Die geometrische Querschnittsreduktion beginnt 810 mm stromabwärts der Vorderkante der ebenen Platte und endet bei 1040 mm. Dieser Fall hat einen maximalen Beschleunigungsfaktor von ca.  $5 \cdot 10^{-6}$  und ist somit überkritisch. Laut Theorie sollte sowohl in der Messung als auch in den Simulationen Relaminarisierung auftreten.

Die Konturplots der Wandschubspannung an der Platte liefern einen ersten Einblick in die Ergebnisse. Abbildung 8.8 zeigt die Ergebnisse aller vier berechneten Modelle. Gut erkennbar ist die Stolperkante, die die Platte unterbricht und die Strömung stromabwärts turbulent macht. Es zeigt sich hier ein ähnliches Ergebnis wie in Fall I. Die Intermittenzmodelle zeigen den erwarteten Verlauf der Wandschubspannung bei stark beschleunigter Strömung mit Relaminarisierung. Das  $k - k_l - \omega$  Modell zeigt wieder sehr ähnliches Verhalten wie das  $k - \omega$  Modell. In dieser Darstellung sind auch der Randeinfluss und die stärkste Ausprägung der gesuchten Phänomene im Mittelschnitt sichtbar. Das Ergebnis des  $\gamma - Re_\Theta$  Modells zeigt in der Mitte eine Einbuchtung der Wandschubspannung und ein anderes Ergebnis am Rand, wie die Lösung des  $\gamma$  Modells bei Konfiguration I. Die Unterschiede sind zwar nicht gravierend, zeigen aber dennoch deutliche Netzabhängigkeiten bei den Intermittenzmodellen auf. Das verwendete Netz entspricht dem Netz, das in Kapitel 6 vorgestellt und in Abbildung 8.5a gezeigt wurde. Die Breite der Unstetigkeitsstelle entspricht hier ebenfalls der Breite der großen Zellen. Interessant dabei ist, dass nicht einmal die Stolperkante, die eine Höhe von 15 mm hat, die Unterschiede aus der Anströmung vollständig beseitigt.

Kurioserweise zeigt die Lösung des  $\gamma$  Modells hier keine Netzabhängigkeit und es kommt zu keinen Unstetigkeitsstellen im Ergebnis. Bei der weiteren Auswertung werden für das  $\gamma - Re_\Theta$  Modell wieder beide Lösungen angegeben ( $\gamma - Re_\Theta$  Mitte entspricht der Lösung im Mittelschnitt und  $\gamma - Re_\Theta$  Rand ist die Lösung im äußeren Plattendrittel).

Die Darstellung des lokalen Wandreibungskoeffizienten  $c_f'$  ermöglicht die Identifizierung der Strömungszustände. In Abbildung 8.9 sind die Ergebnisse von Fall II dargestellt. Aufgetragen ist der Beiwert entlang der Platte. Im Bereich von 0.3 bis 0.4 m ist eine Unstetigkeitsstelle auszumachen, diese entspricht der Stolperkante. Im Bereich vor der Stolperkante zeigen die drei Transitionsmodelle einen übereinstimmenden Verlauf mit deutlichem Unterschied und niedrigerem Wert zum Ergebnis des SST  $k - \omega$  Modells. Nach der Stolperkante sind alle Modelle turbulent. Ab 0.65 m zeigt sich der Unterschied der beiden Ergebnisse des Vier-Gleichungsmodells, wobei der Mittelschnitt einen geringeren Wert anzeigt, wie in Abbildung 8.8b ebenfalls erkennbar ist. Der Verlauf des  $k - k_l - \omega$  Modells folgt der reinen turbulenten Lösung beinahe deckungsgleich. Ein Detail wiederholt sich auch in Fall II: Die turbulenten Verläufe der Intermittenzmodelle weisen geringere (turbulente) Werte auf als das  $k - \omega$  Modell. Am Ende der Beschleunigungsstrecke (ab 1.04 m) sinken alle Modelle ab (der Geschwin-

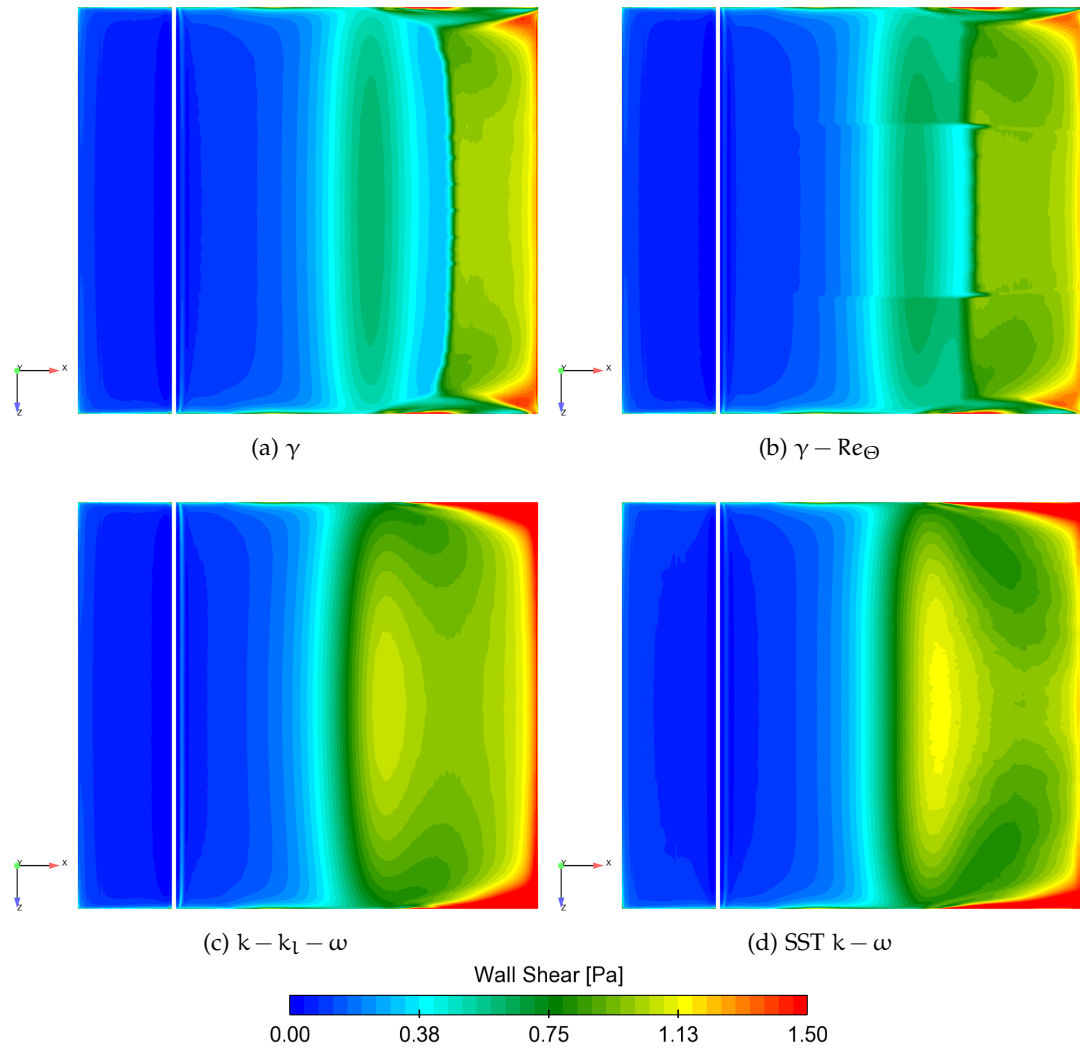


Abbildung 8.8: Wandschubspannungsverteilung an der Plattenoberseite, Fall II

digkeitsgradient an der Wand nimmt durch das Ende der Beschleunigung ab). Die beiden Intermittenzmodelle sinken soweit ab, dass der Wandreibungskoeffizient bis in den laminaren Bereich absinkt. Nach kurzer Lauflänge steigt der Wandreibungskoeffizient sprunghaft auf das turbulente Niveau der anderen Modelle an; Retransition tritt auf.

Für die detaillierte Analyse der Grenzschichtvorgänge werden die Geschwindigkeitsprofile in dimensionslosen Wandkoordinaten angegeben. In Abbildung 8.10 sind sie bis zu MP695 in 200mm Schritten angegeben. Von Messpunkt 795 bis zu MP1595 sind weitere 9 Profile in 100mm Abständen entlang der Platte dargestellt.

An der Stelle MP295 ist der Zustand der Strömung laminar, wie die Messergebnisse anzeigen. Die Transitionsmodelle ermitteln hier übereinstimmend ein laminares Geschwindigkeitsprofil. Die Lösung des SST  $k - \omega$  Modells neigt sich mehr in Richtung der Gerade des logarithmischen Wandgesetzes und zeigt hier sowohl zu den Messda-

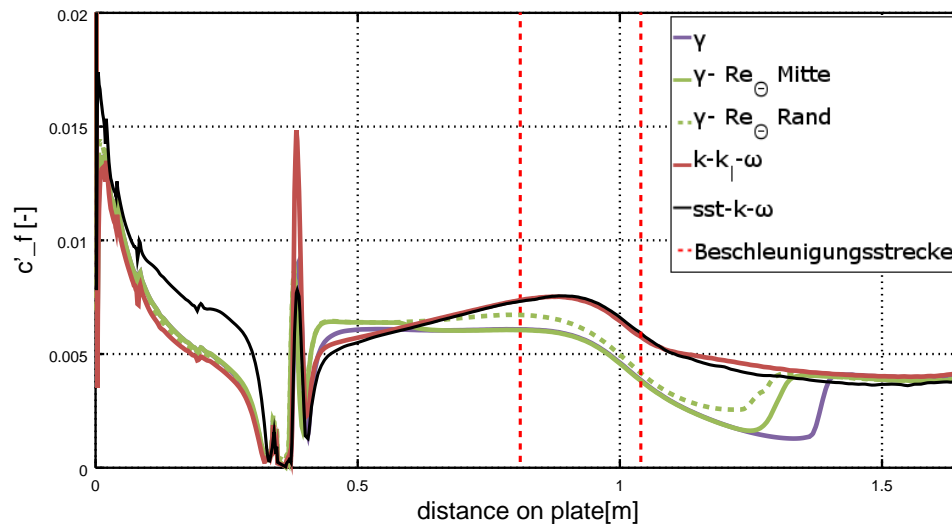


Abbildung 8.9: lokaler Wandreibungsbeiwert entlang der Platte für Fall II

ten als auch zu den Simulationsergebnissen eine erwartete Abweichung. Bei MP495, der ausreichend hinter der Stolperkante liegt, sodass sich die Strömung wieder beruhigt hat, ist volle Turbulenz zu erwarten. An dieser Stelle berechnen alle Modelle übereinstimmend Turbulenz. Es zeigt sich jedoch ein Unterschied zu den Messdaten, die genau auf dem Wandgesetz (im Bereich dessen Gültigkeit) liegen. Die Verläufe der Simulationsergebnisse weisen im Bereich  $10 < y^+ < 200$  Geraden auf. Der Unterschied zu den Messdaten liegt im Winkel zum Wandgesetz. Bei MP695 zeigen die Simulationsergebnisse einen gekrümmten Verlauf, den die Messdaten erst im Bereich der Beschleunigungsstrecke (MP895) aufweisen. Von MP695 bis MP895 bleibt die Form der Simulationen relativ unverändert und die Messdaten nehmen bis MP895 diesen Verlauf an.

Es zeigt sich auch bei diesem Fall, dass die Geschwindigkeitsprofile durch die Beschleunigung vom Rand der Grenzschicht weg nach innen hin gestreckt werden. Der Verlauf des reinen Turbulenzmodelles im Bereich der Beschleunigung, der sich dort dem Verlauf der Blasius-Lösung annähert, deutet das an. Die vollständige Umwandlung in ein relaminarisiertes Profil ist schwierig zu definieren. Von den Messdaten her zeigt das Profil in MP1295 die stärkste Laminarität. Bis dorthin erreichen das  $k - k_l - \omega$  und das SST  $k - \omega$  Modell die beste Übereinstimmung mit den Messdaten. Die weiteren Simulationsergebnisse zeigen nach der Beschleunigung ebenfalls eine gravierende Umschichtung der Profile an. Das  $\gamma$  Modell und das  $\gamma - Re_\Theta$  Modell im Mittelschnitt steigen ab MP1095 stark an und nähern sich dem Blasius-Profil an. Bei MP1295 fallen die Ergebnisse auseinander und das  $\gamma - Re_\Theta$  Modell zeigt an diesem Punkt die beste Übereinstimmung mit den Messdaten. Im Gegensatz dazu zeigt das  $\gamma$  Modell noch (zu) starke Laminarität an. Das entspricht der Darstellung des Wandreibungsbeiwertes in Abbildung 8.9, wo die Retransition bei diesem Modell ebenfalls später auftritt. Ab MP1395 zeigen wieder alle Modelle vollständig turbulentes Verhalten.

Die unterschiedliche Position von Relaminarisierung und Retransition bei der Lösung des  $\gamma - Re_{\Theta}$  Modells ist sichtbar. Der Unterschied zwischen der Lösung von Rand und Mitte tritt im Geschwindigkeitsprofil erst an Position MP695 auf (Anm: Die Lösung in der Mitte ist von MP695 bis zu MP1195 ident mit dem Ergebnis des  $\gamma$  Modells und von diesem überdeckt). Das bedeutet, dass die Geschwindigkeit nicht diejenige Strömungsgröße ist, welche die unterschiedlichen Lösungen erzeugt. Weiter stromabwärts sind die Unterschiede in den beiden Lösungen nicht sehr stark (MP695 bis MP1095). Die unterschiedliche Position der Retransition führt zwischen MP1195 und MP1295 zu starken Unterschieden, ab MP1395 stimmen die Lösungen wieder überein.

Die turbulente kinetische Energie wird bei jedem Modell über eine eigene Transportgleichung bestimmt. In den folgenden Diagrammen (Abbildung 8.11) sind die Profile der TKE aufgetragen. Wie in Kapitel 7 ist die Darstellung dimensionsbehaftet durchgeführt. Es sind alle Modelle und die Messdaten abgebildet. Die TKE der Messdaten wurde aus den Fluktuationen mit der Annahme isotroper Turbulenz auf gleiche Weise wie in Gleichung 7.2-7 beschrieben berechnet.

Die Übereinstimmung von Simulation und Messung im Freistrom wurde in Abbildung 8.3 gezeigt. Bei den Turbulenzprofilen wird diese Übereinstimmung wieder sichtbar. Für alle Diagramme in Abbildung 8.11 zeigt sich im Bereich von 20 bis 25mm Abstand zur Platte die Übereinstimmung der Freistromwerte, wobei die Ergebnisse der Intermittenzmodelle ein etwas geringeres Turbulenzniveau anzeigen (siehe dazu auch Abbildung 8.3). Die Übereinstimmung zur Messung in Wandnähe ist bei allen Messpunkten nicht gegeben. Die Simulationen berechnen direkt an der Wand den Wert 0, die Messung zeigt das nicht an. Die Messdaten liefern für die unmittelbare Wandnähe durch die Messmethodik keine Aussage. Jedoch zeigen die Messdaten bei MP695 bis MP895 in Wandnähe einen Abfall der TKE wie ihn die Simulationen auch wiedergeben.

Auch bei dieser Darstellungsart können die unterschiedlichen Lösungen der Intermittenzmodelle zu den anderen beiden Modellen festgestellt werden. Ab MP695 errechnen die Intermittenzmodelle grundsätzlich ein geringeres Turbulenzniveau in der gesamten Grenzschicht. Der Unterschied zwischen den beiden Intermittenzmodellen ist beim Großteil der Auswertepunkte so gering, dass die Kurven übereinander liegen (die Linie des  $\gamma - Re_{\Theta}$  Modells ist dadurch oft überdeckt und nicht sichtbar). Dass diese Modelle die Relaminarisierung ermitteln, zeigt sich einerseits durch die sehr geringe Abnahme der maximalen turbulenten kinetischen Energie in der Grenzschicht. Relaminarisierung kann hier andererseits dadurch interpretiert werden, dass die Absolutwerte der TKE konstant bleiben. Bei steigender Freistromgeschwindigkeit nimmt dadurch der relative Einfluss der Fluktuationen ab. Die Fluktuationen werden sozusagen eingefroren und der Turbulenzgrad nimmt ab, es lässt sich Quasilaminarität feststellen. In der gängigen Theorie wird genau das als Relaminarisierung bezeichnet.



Ein weiterer Mechanismus, die Retransition, wird durch die Turbulenzprofile sichtbar. Das „Einfrieren“ der Fluktuationen führt nach dem Ende der Beschleunigung zu einem sprunghaften Anstieg der TKE. Die Retransition läuft im Gegensatz zur Transition so schnell ab, dass hier andere Mechanismen zum Tragen kommen [17]. Die Diagramme von MP1395 bis MP595 zeigen für die Intermittenzmodelle genau diesen starken und sprunghaften Anstieg an.

Dass das  $k - k_l - \omega$  Modell nicht relaminarisiert, kann hier ebenso erkannt werden. Die Absolutwerte steigen durchgehend an, unabhängig von der Beschleunigung. Daraus folgt, dass der Einfluss der Fluktuationen mit der steigenden Geschwindigkeit konstant bleibt und nicht abnimmt. Die Absolutwerte der TKE sind auch von allen Modellen durchgehend am höchsten.

Die Diskussion von Fall II ergibt folgende Aussagen über die Modelle:

- SST  $k - \omega$  Modell

Wie bei Fall I ist das reine Turbulenzmodell die Referenzlösung. Im Fall II zeigt sich, dass in den turbulenten Abschnitten (Bereich ab Stolperkante bis Mitte der Beschleunigungsstrecke) dieses Modell den anderen überlegen ist und die Übereinstimmung zu den Messdaten sehr hoch ist. Bei den Abschnitten, wo Relaminarisierung auftritt, versagt das Modell erwartbar.

- $k - k_l - \omega$  Modell

Außer im laminaren Bereich (das ist in Fall II der Bereich vor der Stolperkante) zeigt dieses Modell immer turbulente Strömung an. Es vermag bei dieser überkritischen Konfiguration nicht Relaminarisierung zu berechnen.

- $\gamma$  Modell

Das Drei-Gleichungsmodell berechnet alle Stadien von Transition, Relaminarisierung und Retransition. Der Grad der Laminarität weicht jedoch weit von den gemessenen Ergebnissen ab. Ebenso ist die Position der Retransition zu weit stromabwärts, was eine Folge der stark ausgeprägten Relaminarisierung zu sein scheint.

- $\gamma - Re_{\Theta}$  Modell

Bei Fall II folgt dieses Modell den Messungen im Bereich der Relaminarisierung am besten (vgl. MP1295 in Abbildung 8.10). In den turbulenten Abschnitten kommt es aber nicht an die Ergebnisse des SST  $k - \omega$  Modells heran. Ebenfalls hat sich eine gewisse Netzabhängigkeit bei den Simulationen gezeigt.

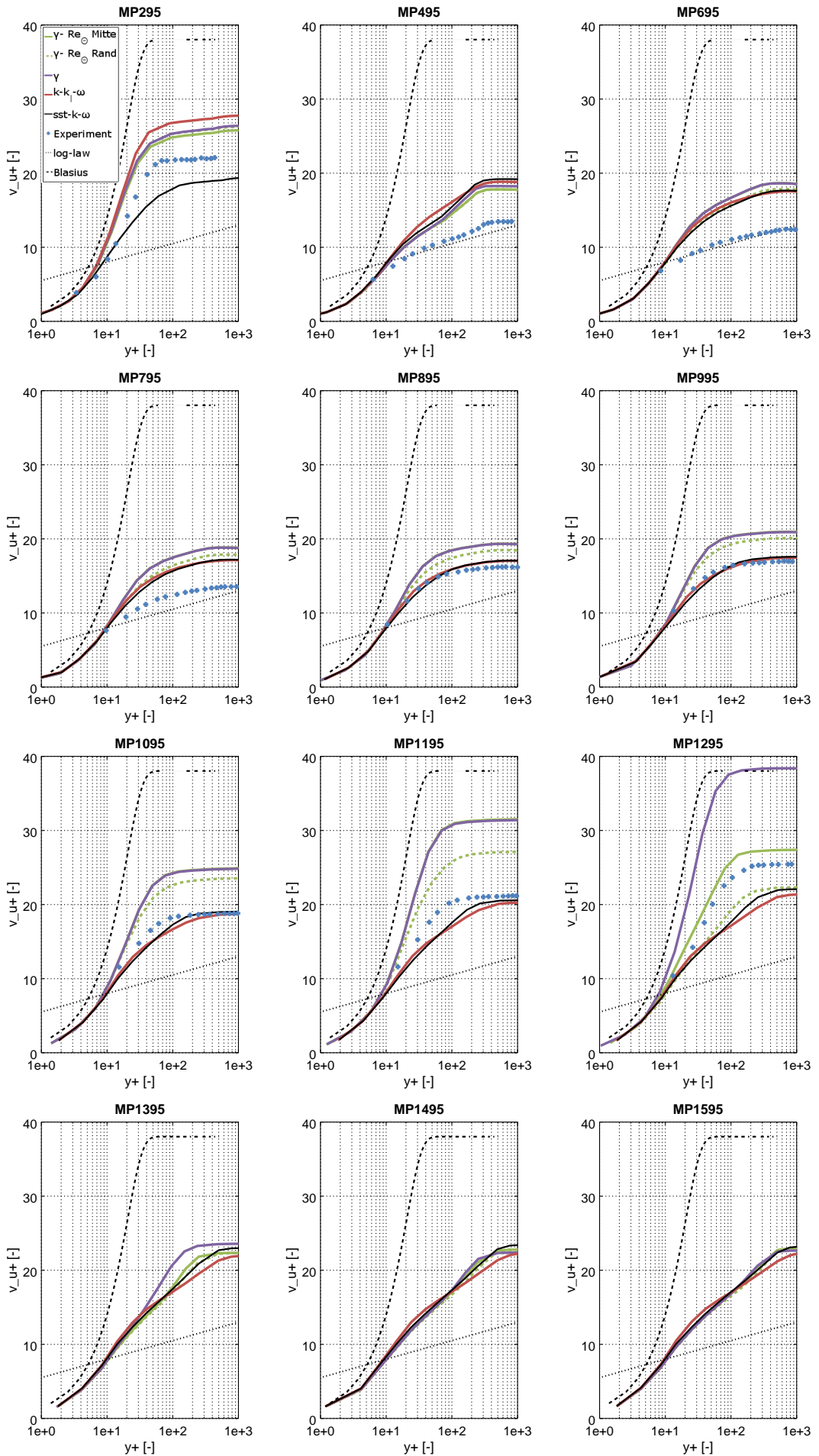


Abbildung 8.10: dimensionslose Geschwindigkeitsprofile entlang der Platte, Fall II

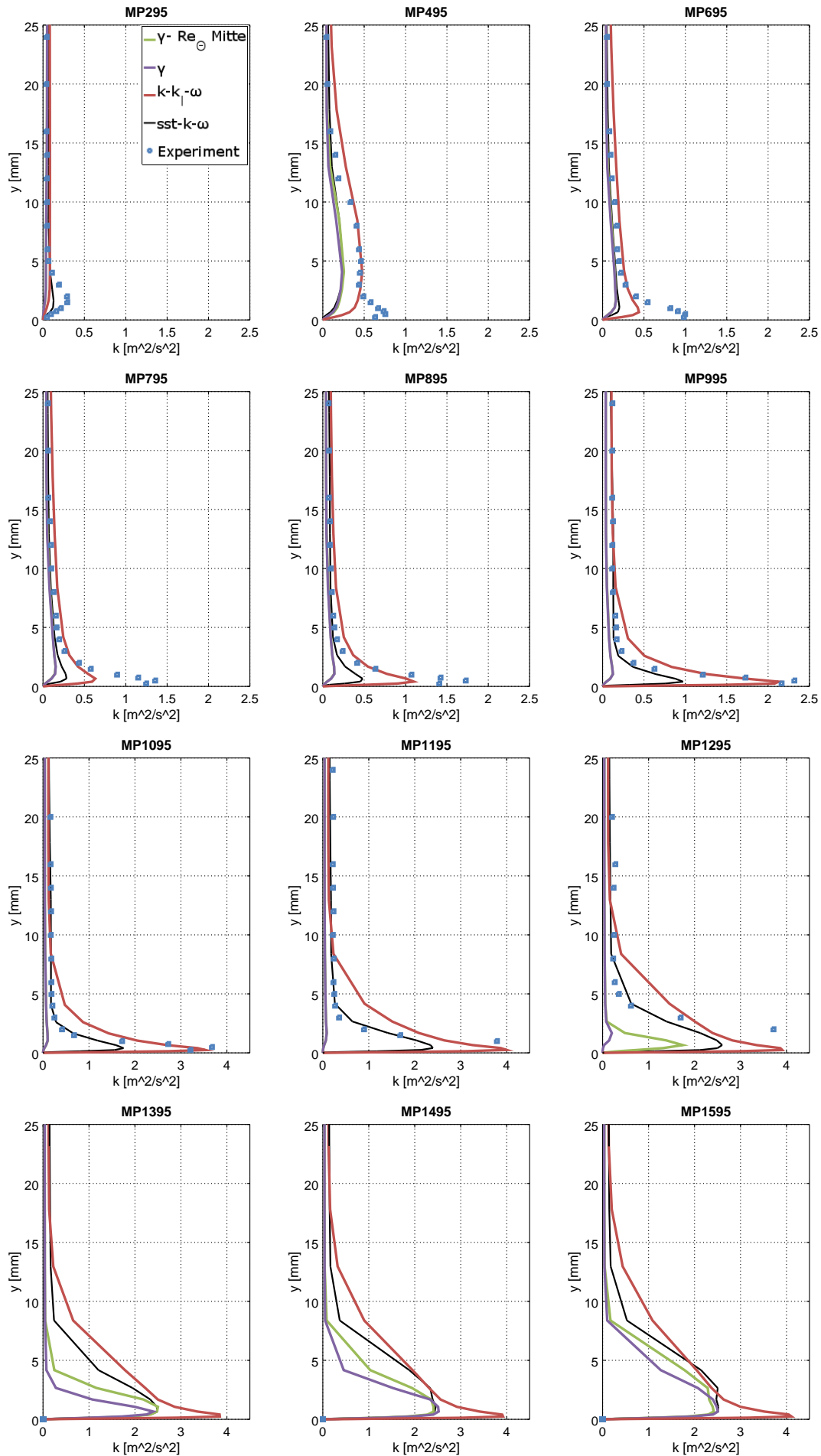


Abbildung 8.11: Profile der turbulenten kinetischen Energie entlang der Platte, Fall II

## 8.4 FALL III: ANSTRÖMGESCHWINDIGKEIT 5m/s, 10° NEIGUNG

Fall III hat gleich wie Fall II eine Anströmgeschwindigkeit von 5 m/s, ebenso ist die Stolperkante hier Teil der Messung und der Simulationen. Der Unterschied zu Fall II liegt im Anstellwinkel der Beschleunigungsplatte. Der Anstellwinkel beträgt 10°. Daraus ergibt sich vor allem ein höherer Beschleunigungsfaktor, wie Abbildung 8.2 zeigt. Der maximale Beschleunigungsfaktor beträgt in der Messung  $5.5 \cdot 10^{-6}$ , bei der Simulation ca.  $6 \cdot 10^{-6}$ . Die Konfiguration ist somit überkritisch. Weiters verschiebt sich die Lage der Beschleunigungsstrecke. Der Beginn ist bei 810 mm nach der Vorderkante, das Ende ist bei 935 mm.

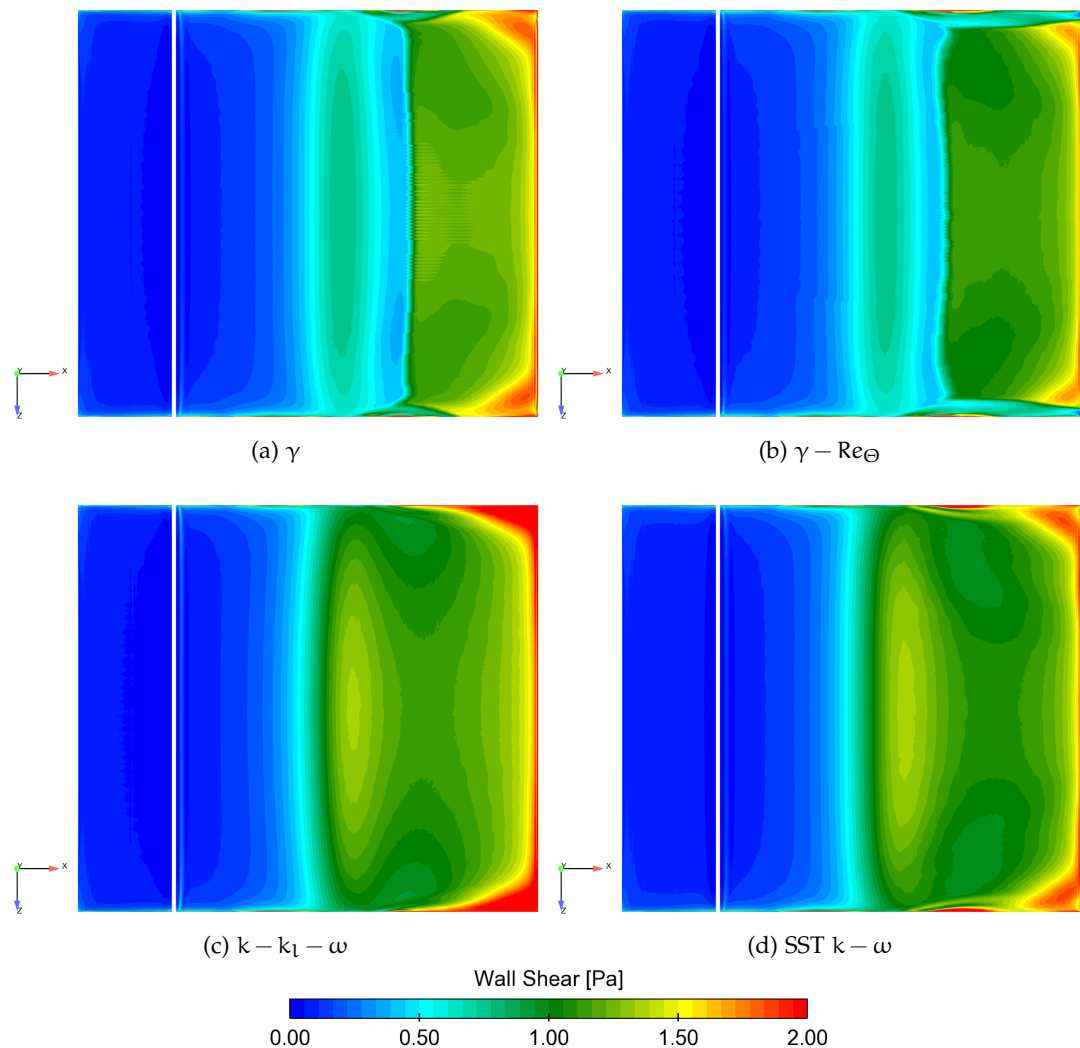


Abbildung 8.12: Wandschubspannungsverteilung an der Plattenoberseite, Fall II

Die Wandschubspannungsverteilung an der Platte ist für alle Modelle in Abbildung 8.12 abgebildet. Das Ergebnis für Fall III ist dem von Fall II sehr ähnlich. Ein Unterschied ist der höhere Wert der mittleren Wandschubspannung, was sich an der veränderten Skalierung ablesen lässt. Klar erkennbar ist wiederum die Unterbrechung der

Konturplots durch die Stolperkante. Die beiden Intermittenzmodelle zeigen den erwarteten Verlauf mit Anstieg der Wandschubspannung entlang der Platte im unbeschleunigten Bereich und im ersten Bereich der Beschleunigungsstrecke. Danach kommt der Abfall der Wandschubspannung und im letzten Viertel der Platte ist der starke Anstieg der Wandschubspannung auszumachen. Das  $k - k_l - \omega$ - und das  $k - \omega$  Modell zeigen nach der Stolperkante einen kontinuierlichen Anstieg und weisen den Abfall der Wandschubspannung nicht auf.

Zu bemerken ist, dass bei diesem Fall keines der Modelle irgendwelche Unstetigkeiten oder versetzte Ergebnisse berechnet. Das verwendete Netz entspricht demjenigen aus Fall I und II.

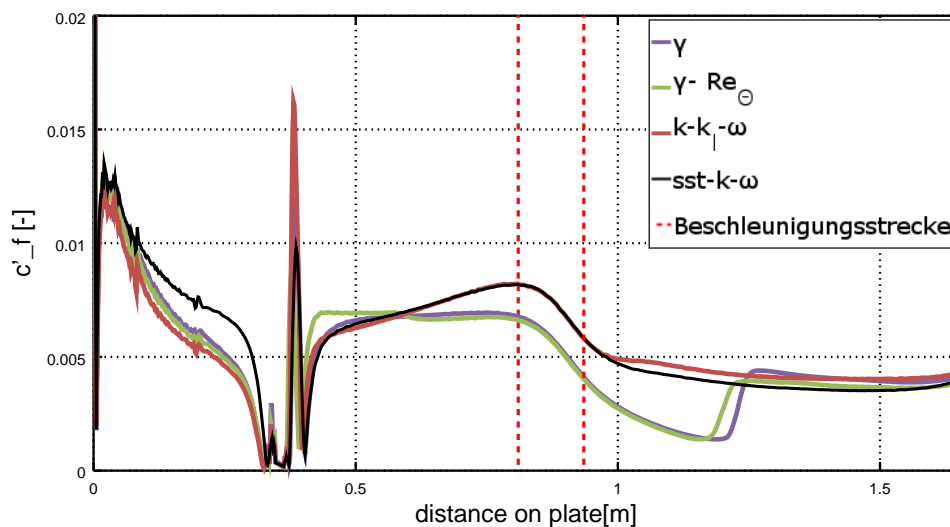


Abbildung 8.13: lokaler Wandreibungsbeiwert entlang der Platte für Fall III

Die Darstellung des lokalen Wandreibungsbeiwertes unterstreicht den Eindruck der Wandschubspannungsverteilung. Sehr gut erkennbar ist die Unstetigkeitsstelle im Verlauf aller Ergebnisse durch die Stolperkante. Die Stolperkante erzeugt den turbulenten Zustand in der Strömung, was durch den abrupten Anstieg des Wandreibungsbeiwertes auf das turbulente Niveau gezeigt ist. Vor der Stolperkante sind die Verläufe der einzelnen Modelle wieder gut unterscheidbar in die Transitionsmodelle, die den laminaren Abfall ermitteln, und das SST  $k - \omega$  Modell, das den turbulenten Verlauf entlang der Platte berechnet.

Vor dem Eintritt der Relaminarisierung wird in der Literatur (z.B. [15]) ein Anstieg des turbulenten Wandreibungsbeiwertes detektiert. Die beiden Modelle, die Relaminarisierung berechnen, zeigen diesen Anstieg hier nicht an (ebenso bei Fall II), im Gegensatz dazu zeigen die anderen beiden Modelle genau diesen Anstieg an. Die beiden letztgenannten berechnen aber keine Relaminarisierung. Die Werte des Wandreibungsbeiwertes der beiden Intermittenzmodelle bleiben wiederum etwas unterhalb des SST  $k - \omega$  Modells. Bader et al. bemerken in [3], dass Relaminarisierung erst nach dem Ende der geometrischen Beschleunigung auftritt. Das kann in Abbildung 8.13 für die

Simulationsergebnisse bestätigt werden. Für Fall II endet die Querschnittsverengung bei 935mm. Der niedrigste Wert des lokalen Wandreibungsbeiwertes und somit der Endpunkt der Relaminarisierung tritt bei ca. 1200mm auf. Die Ergebnisse dieser Konfiguration zeigen auch, dass die beiden Intermittenzmodelle die Retransition beinahe an derselben Position ermitteln.

Die Darstellung der Geschwindigkeitsprofile erfolgt auf idente Weise wie bei den ersten beiden Fällen dieses Kapitels. Die Geschwindigkeitsprofile von Fall III sind denjenigen aus Fall II bis zu MP895 sehr ähnlich. Ab dort beginnen sie sich aufgrund des unterschiedlichen Beschleunigungsfaktors anders zu entwickeln. Auffallend ist, dass bei MP295 das Profil des  $k - \omega$  Modells die Messdaten am besten wiedergibt. Die anderen Modelle zeigen laminareres Verhalten an. Die Unterschiede zwischen Messung und den Simulationen, die vor allem den Bereich zwischen MP495 und MP895 betreffen, können einerseits in den Modellen liegen, die trotz vollständiger Turbulenz dem Verlauf des logarithmischen Wandgesetzes nicht gänzlich folgen. Andererseits kann es, wie bei Fall I bemerkt an einer Überschätzung der Wandschubspannung bei den Messdaten liegen. Der Unterschied im turbulenten Bereich zwischen den Intermittenzmodellen und den beiden anderen erklärt sich auch durch den geringeren Wandreibungsbeiwert (entspricht auch einer geringeren Wandschubspannung), wie er in Abbildung 8.13 auftritt.

Im Bereich der Beschleunigungsstrecke (MP895 und MP995) stimmen das  $k - k_l - \omega$  Modell und das SST  $k - \omega$  Modell mit den Messungen am besten überein. Weiter stromabwärts sind die Verläufe der Messung der laminaren Blasius Lösung sehr ähnlich und auch die Intermittenzmodelle ermitteln einen sehr ähnlichen Verlauf. Zu bemerken ist hier, dass Relaminarisierung bedingt durch den steileren Winkel der Beschleunigungsplatte bereits früher auftritt als bei den anderen Fällen. In MP1195 fallen das  $\gamma$  und das  $\gamma - Re_\Theta$  Modell auseinander. Das  $\gamma$  Modell ermittelt wiederum einen wesentlich laminareren Verlauf als das Vier-Gleichungsmodell.

Interessant ist, dass bei MP1295 die Modelle der Messung vorausseilen und bereits alle wieder vollständig turbulentes Verhalten ermitteln. Die Messung zeigt in diesem Punkt noch Laminarität an und Retransition tritt erst ein wenig später außerhalb des Messbereiches auf. Die letzten drei Auswertungspunkte zeigen für alle Modelle in bekannter Weise vollständig turbulentes Verhalten an. Erkennbar ist dies durch den nahezu linearen Verlauf in der halblogarithmischen Darstellungsweise. Im Bereich  $y^+ < 5$  ist der Verlauf der viskosen Unterschicht erkennbar, die in dieser Darstellung keine Gerade ist.

Bei allen drei Relaminarisierungsfällen ist der Unterschied zwischen den beiden Intermittenzmodellen meist gering. Bei diesen Modellen wird die Intermittenz in einer eigenen Transportgleichung gelöst. Die Unterschiede der Ergebnisse liegen auch in der Modellierung dieser Strömungsgröße. Beim Drei-Gleichungsmodell unterliegt die

Größe festgesetzten Funktionen, beim Vier-Gleichungsmodell hängt diese Größe von einer weiteren Transportgleichung ab. In Abbildung 8.15 sind die Intermittenzprofile in Wandnähe dargestellt. Es wurde eine dimensionsbehaftete Darstellung gewählt. Es ist die Intermittenz der beiden Modelle über den Wandabstand zur Platte aufgetragen (bis 8mm).

Die Intermittenz als dimensionslose Größe beschreibt den Zeitanteil an Turbulenz. In MP295, der im laminaren Bereich liegt, ist der größte Bereich mit Intermittenz  $< 1$  ersichtlich. Nach der Stolperkante zeigt sich ein gänzlich anderes Bild. Die Intermittenz der Strömung, die mittlerweile turbulent ist, weist bereits bei 2mm Abstand von der Platte einen Wert von 1 auf (bei MP295 ist der  $\gamma$ -Wert an Position 2 bei 0.2). Das Profil der Intermittenz bleibt bis zu MP895 konstant. Auch unterscheiden sich die beiden Modelle bis zu diesem Punkt nur geringfügig. Die Auswirkungen der Beschleunigungsstrecke beginnen bei beiden Modellen ab MP995. Man erkennt einerseits, dass sich das Profil wieder aufzurichten beginnt. Das bedeutet, dass in der wandnahen Zone der Zeitanteil der Turbulenz zurückgedrängt wird. Andererseits zeigt sich, dass die beiden Modelle auseinanderfallen. Die Auswirkungen zeigen sich aber an diesem Punkt noch nicht im Geschwindigkeitsprofil. Erst beim nächsten Auswertepunkt (MP1095), bei dem die Intermittenzprofile sich noch stärker unterscheiden und sich noch weiter aufrichten, sind die Auswirkungen davon im dimensionslosen Geschwindigkeitsprofil zu sehen. Bei MP1195 ist eine interessante Entwicklung bemerkbar. Die Intermittenzverteilung des  $\gamma - Re_{\Theta}$  Modells ist unter die des anderen Modells gesunken. Die Auswirkung ist unmittelbar im Geschwindigkeitsprofil zu sehen: Das  $\gamma$  Modell zeigt einen laminareren Verlauf. Ab MP1295 zeigen die beiden Modelle wieder einen sehr flachen Intermittenzverlauf an, was einem voll turbulenten Geschwindigkeitsprofil gleichzusetzen ist. Derselbe Verlauf findet sich bei den weiteren Auswertepunkten stromabwärts.

Es wurde schon bemerkt, dass die Retransition etwas anders verläuft als die standardmäßige Transition. Retransition läuft wesentlich schneller ab als Transition und der Zustand der Grenzschicht ist ebenfalls anders. Die beiden Intermittenzmodelle zeigen dies ebenso an. Die turbulenten Intermittenzprofile vor der Relaminarisierung (MP495 bis MP895) zeigen einen anderen Verlauf als die turbulenten Profile nach der Relaminarisierung (ab MP1295). Die Intermittenzprofile danach sind wesentlich flacher und somit sind sie stärker turbulent. Das zeigt sich auch in der höheren Wand Schubspannung in diesem Bereich der Platte, wie es Abbildung 8.13 darstellt.

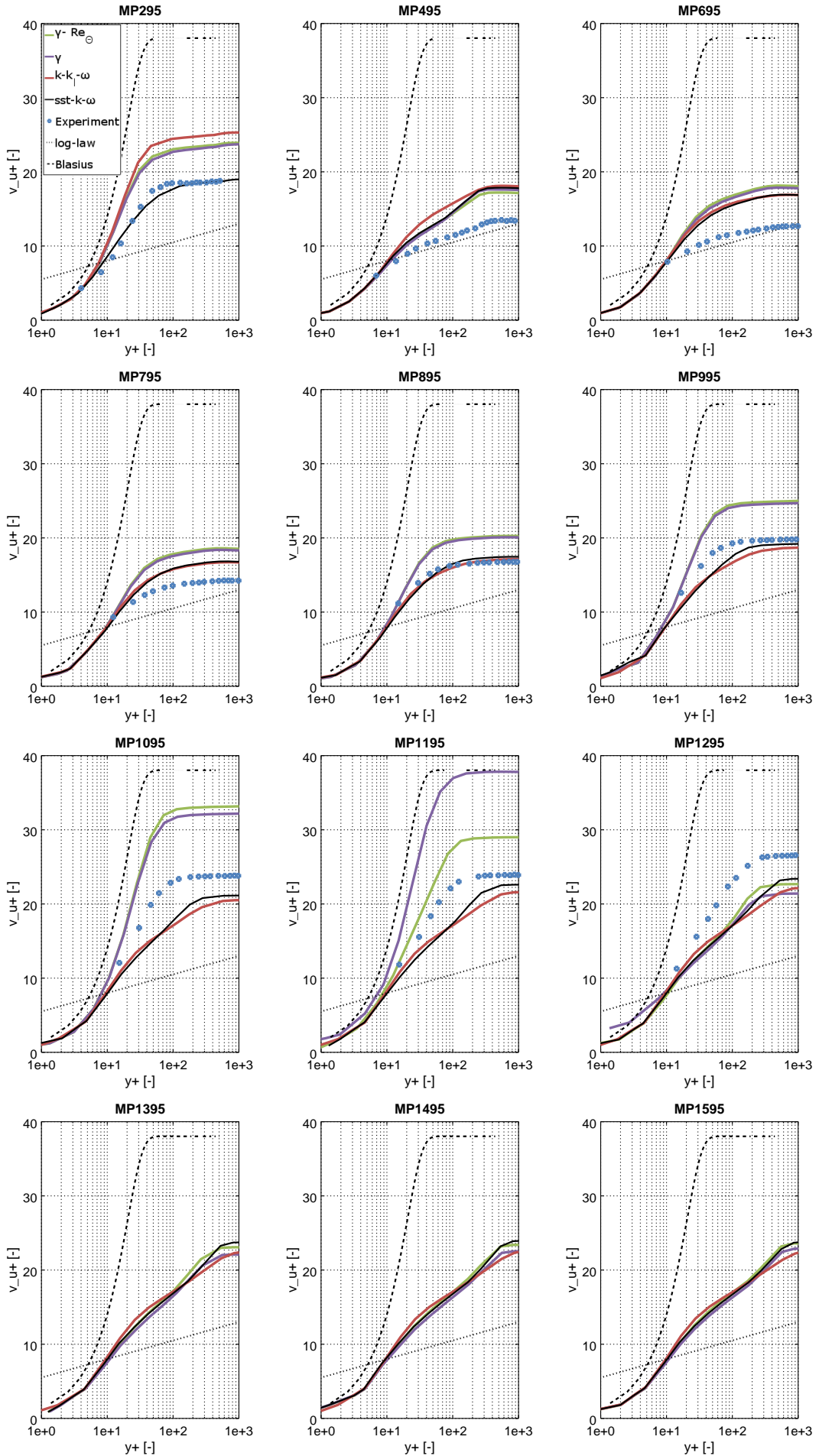


Abbildung 8.14: dimensionslose Geschwindigkeitsprofile entlang der Platte, Fall III



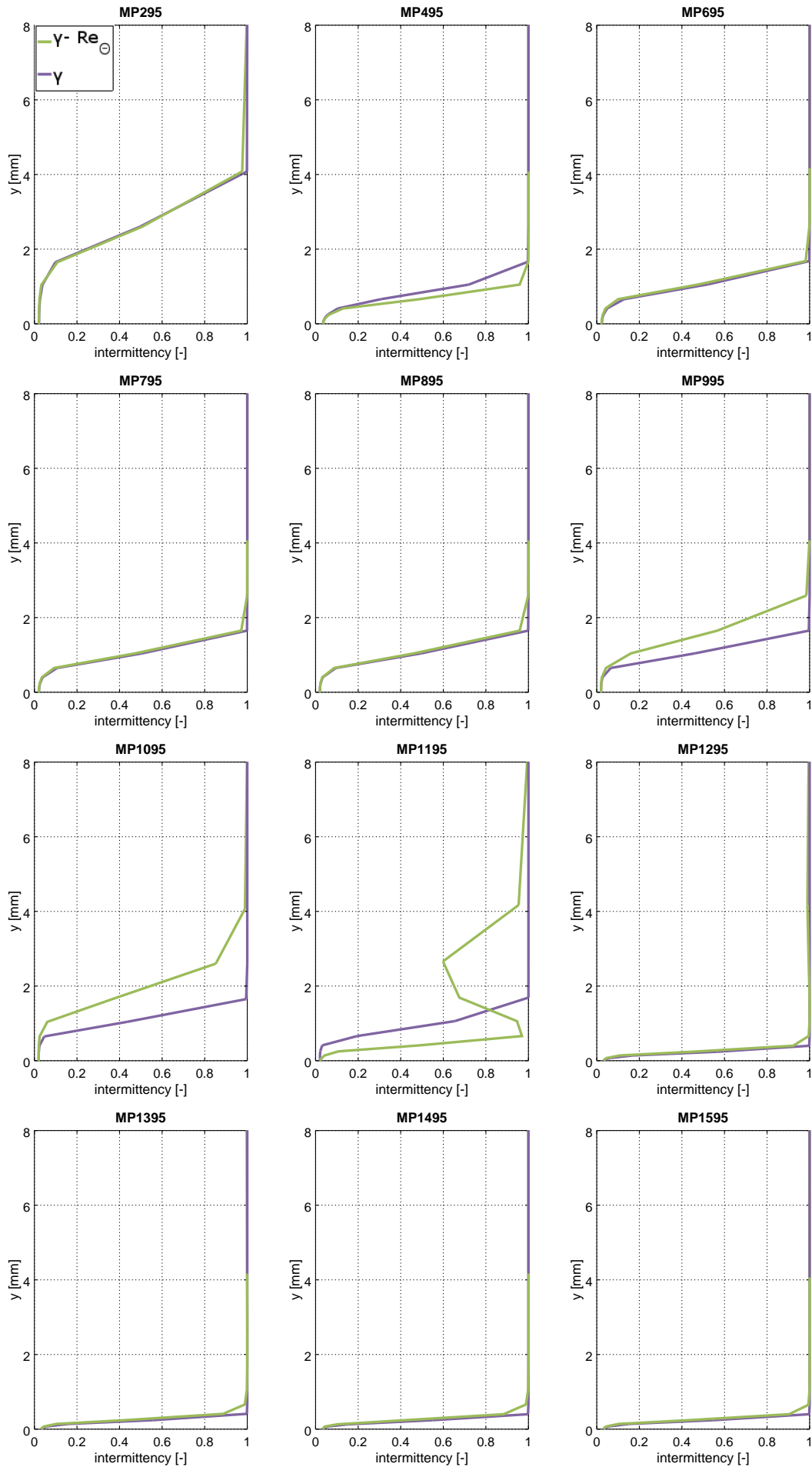


Abbildung 8.15: Intermittenzprofile entlang der Platte, Fall III

Die Diskussion zu Fall III bestätigt die Aussagen über die Modelle und lässt sich zusammenfassen:

- SST  $k - \omega$  Modell

Im turbulenten Bereich ist dieses reine Turbulenzmodell den Transitionsmodellen überlegen und bietet daher eine gute Referenzlösung für das vollständige turbulente Verhalten an.

- $k - k_l - \omega$  Modell

Als Transitionsmodell zeigt es gute Eigenschaften beim laminar/turbulenten Übergang. In Fall III der Relaminarisierung versagt es und liefert ab dem laminar/turbulenten Umschlag eine rein turbulente Lösung und folgt dem SST  $k - \omega$  Modell.

- $\gamma$  Modell

Das Drei-Gleichungsmodell berechnet auch in diesem Fall alle Stadien von Transition, Relaminarisierung und Retransition. Es über- und unterschätzt aber alle Teilmodi: im turbulenten Bereich zeigt es auch bei größeren  $y^+$  Werten einen gewissen Grad an Laminarität. Bei Relaminarisierung ist es ebenfalls viel laminarer, als die Messung anzeigt. Danach retransiiert es aber schneller als in der Messung.

- $\gamma - Re_{\Theta}$  Modell

Dieses Modell ist auch in diesem Fall in der Lage, die Abfolge von Transition, Relaminarisierung und Retransition zu berechnen. Im Gegensatz zum  $\gamma$  Modell über- und unterschätzt es die Geschwindigkeitsprofile nicht so stark und folgt der Messung besser. Das liegt wahrscheinlich an der komplexeren Modellstruktur und den dahinter liegenden Korrelationen.

---

## FAZIT

---

Drei Transitionsmodelle ( $k - k_l - \omega$  Modell von Walters und Cokljat, das  $\gamma - Re_\Theta$  Modell von Menter et al. und das  $\gamma$  Modell ebenfalls von Menter et al.) wurden auf ihre Fähigkeit, Transition und Relaminarisierung zu berechnen, untersucht.

Dabei wurden die Messungen an der ebenen Platte, die im Zuge des RELAM Projektes durchgeführt wurden ([3] und [4]), mit dem kommerziellen CFD- Solver FLUENT berechnet. Der Windkanal wurde virtuell aufgebaut und dreidimensional mit allen Details aufgelöst. Bei der Netzerstellung wurde an der Plattenoberfläche auf ein sehr feines Netz ( $y^+ < 1$ ) geachtet, damit die Vorgänge in der Grenzschicht richtig aufgelöst werden.

Die Transitionssimulation erfolgte in einer unbeschleunigten Konfiguration mit zwei unterschiedlichen Anströmgeschwindigkeiten (5 und 10m/s). Für die Relaminarisierung wurden 3 verschiedene Fälle simuliert (Anstellwinkel der Beschleunigungsplatte und Anströmgeschwindigkeit wurden verändert).

Die Validierung der Simulationen erfolgte über die Freistromgeschwindigkeit und über die Freistromturbulenz. Bei der Auswertung wurde insbesondere auf die Ergebnisse in der Grenzschicht geachtet, indem entlang der Platte dimensionslose Geschwindigkeitsprofile erstellt wurden. Die Wandschubspannungsverteilung und der Verlauf des Wandreibungsbeiwertes wurden ebenso für jeden Fall ausgewertet.

**TRANSITIONSSIMULATION** Bei der Transitionssimulation zeigt sich, dass alle drei Modelle in der Lage sind, den Übergang von laminar zu turbulent zu berechnen. Jedoch berechnen alle Modelle in beiden Fällen den Beginn der Transition zu früh. Das  $k - k_l - \omega$  Modell ermittelt den Beginn in beiden Fällen am weitesten stromabwärts und gibt damit die besten Ergebnisse, was sich aus der Formulierung dieses Modells über die LKE ergibt. Die Intermittenzmodelle haben Schwierigkeiten, die Strömung ausreichend lange laminar zu halten. Die turbulenten Geschwindigkeitsprofile werden jedoch von den Intermittenzmodellen besser wiedergegeben. Die Geschwindigkeitsprofile des  $k - k_l - \omega$  Modells zeigt einen stärker gekrümmten Verlauf (d.h. turbulenteren) an.

Die Länge des Transitionsbereiches wird im 10m/s Fall unterschätzt und im 5m/s Fall überschätzt. Hier zeigt sich eine Abhängigkeit von den Anströmbedingungen. Bei höherer Geschwindigkeit ist die TKE höher und die Modelle schlagen zu schnell auf turbulente Strömung um (d.h. im Bereich der Grenzschicht ist die Dissipation zu niedrig). Bei geringerer Geschwindigkeit ermitteln die Modelle zu wenig Turbulenz im Freistrom und die Strömung bleibt länger laminar als gemessen, obwohl die Transition früher beginnt als in der Messung.

Für den industriellen Einsatz sind die Modelle grundsätzlich geeignet, wenn man den Reibungswiderstand eines Objektes berechnen möchte (genauere Ermittlung ist dadurch möglich). Für die exakte Bestimmung des Transitionsbeginns und die Länge der Transition eignen sich die Modelle noch nicht, da die Ergebnisse von den Messungen zu stark abweichen.

**RELAMINARISIERUNGSSIMULATION** Bei der Relaminarisierungssimulation wurde zusätzlich das SST  $k - \omega$  Modell als vollturbulente Referenzlösung mitberechnet, damit die Unterschiede zwischen beschleunigter turbulenter Grenzschicht und beschleunigter relaminarisierter Grenzschicht sichtbar werden.

Bei der Relaminarisierungssimulation zeigt sich, dass das  $k - k_t - \omega$  Modell ein reines Transitionsmodell ist. Dieses Modell war in keinem Fall in der Lage, Relaminarisierung zu ermitteln, und folgt, sobald es turbulent ist, der Lösung des SST  $k - \omega$  Modells. Die Geschwindigkeitsprofile dieser beiden Modelle weisen mit den gemessenen Profilen im turbulenten Bereich entlang der Platte jedoch eine bessere Übereinstimmung als die beiden anderen Modelle auf.

Die Intermittenzmodelle sind beide in der Lage, die Abfolge von Transition, Relaminarisierung und Retransition zu berechnen. Beide Modelle ermitteln auch im unterkritischen Fall ( $K < 3 * 10^{-6}$ ) diese Abfolge. Bei der Relaminarisierung selbst überschätzt vor allem das  $\gamma$  Modell die gemessene Laminarität. Die Geschwindigkeitsprofile des  $\gamma - Re_{\Theta}$  Modells bei der Relaminarisierung laminarisieren nicht so stark und stimmen so am ehesten mit der Messung überein. Beide Intermittenzmodelle zeigen bei den Relaminarisierungssimulationen Netzabhängigkeit; die genaue Ursache ließ sich aber im Zuge dieser Arbeit nicht herausfinden.

---

## LITERATURVERZEICHNIS

---

- [1] B. Abu-Ghanam and R. Shaw. Natural transition of boundary layers: The effects of turbulence, pressure gradient, and flow history. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 22(5):213–228, 1980.
- [2] B. Aupoix, D. Arnal, H. Bézard, B. Chaouat, F. Chedevergne, S. Deck, V. Gleize, P. Grenard, and E. Laroche. Transition and turbulence modeling. *AerospaceLab*, (2):1–13, 2011.
- [3] P. Bader, M. Pschernig, W. Sanz, J. Woisetschläger, F. Heitmeir, W. Meile, and G. Brenn. Flat-plate boundary layers in accelerated flow. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2016: Turbine Technical Conference and Exposition*, number GT2016-56044, 2016.
- [4] P. Bader, W. Sanz, J. Peterleithner, J. Woisetschläger, F. Heitmeir, W. Meile, and G. Brenn. Detecting transition in flat plate flow with Laser Interferometric Vibrometry (LIV). In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2016: Turbine Technical Conference and Exposition*, number GT2016-56043, 2016.
- [5] H. Herwig and B. Schmandt. *Strömungsmechanik: Eine Einführung in die Physik und die mathematische Modellierung von Strömungen*. Springer-Verlag, 3. edition, 2015.
- [6] M. Ichimiya, I. Nakamura, and S. Yamashita. Properties of a relaminarizing turbulent boundary layer under a favorable pressure gradient. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 17(1):37–48, 1998.
- [7] ANSYS Inc. *Ansys Fluent Theory Guide*. 15. edition, 2013.
- [8] R. Langtry and F. Menter. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes. *AIAA Journal*, 47(12):2894–2906, 2009.
- [9] R. Langtry, F. Menter, S. Likki, Y. Suzen, P. Huang, and S. Völker. A correlation-based transition model using local variables Part II: Test cases and industrial applications. *Journal of Turbomachinery*, 128(3):423–434, 2006.
- [10] R. Mayle. The role of laminar-turbulent transition in gas turbine engines. *Journal of Turbomachinery*, 113(4):509–537, October 1991.
- [11] R. Mayle and A. Schulz. The path to predicting bypass transition. In *ASME 1996 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition*, number V001T01A065, pages 1–8. American Society of Mechanical Engineers, 1996.

- [12] F. Menter and R. Langtry. A correlation-based transition model using local variables part I: Model formulation. *Journal of Turbomachinery*, 128(3):413–422, 2006.
- [13] F. Menter, R. Langtry, and S. Völker. Transition modelling for general purpose CFD codes. *Flow, Turbulence and Combustion*, 77(1-4):277–303, 2006.
- [14] F. Menter, P. Smirnov, T. Liu, and R. Avancha. A one-equation local correlation-based transition model. *Flow, Turbulence and Combustion*, 95(4):583–619, 2015.
- [15] R. Mukund, P. Viswanath, R. Narasimha, A. Prabhu, and J. Crouch. Relaminarization in highly favourable pressure gradients on a convex surface. *Journal of Fluid Mechanics*, 566:97–115, 2006.
- [16] R. Narasimha and K. Sreenivasan. Relaminarization in highly accelerated turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 61(03):417–447, 1973.
- [17] R. Narasimha and K. Sreenivasan. Relaminarization of fluid flows. *Advances in applied mechanics*, 19:221–309, 1979.
- [18] H. Schlichting and K. Gersten. *Grenzschicht- Theorie*. Springer-Verlag, 10. edition, 2006.
- [19] K. Sreenivasan. Laminarescent, relaminarizing and retransitional flows. *Acta Mechanica*, 44(1-2):1–48, 1982.
- [20] H Steiner. Vorlesungsskriptum Höhere Strömungslehre und Wärmeübertragung. 2012.
- [21] D. Walters and D. Cokljat. A three-equation Eddy-Viscosity model for Reynolds-Averaged Navier-Stokes simulations of transitional flow. *Journal of Fluids Engineering*, 130(12):121401 1–14, 2008.
- [22] D. Walters and J. Leylek. A new model for boundary-layer transition using a single-point RANS approach. In *Proceedings of ASME 2002 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, pages 67–79. American Society of Mechanical Engineers, 2002.

U:I:O:G:D