



Christoph Wimmer BSc.

Resonanzerscheinung bei gekoppelten Netzen unter Berücksichtigung der Nichtlinearität der Petersenspule

Masterarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Elektrotechnik-Wirtschaft

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuerin

Dipl.-Ing. Elisabeth Hufnagl

Betreuer

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Lothar Fickert

Institut für Elektrische Anlagen

Graz, September 2016

Danksagung

Mit dieser hier vorliegenden Arbeit schließe ich mein Masterstudium Elektrotechnik-Wirtschaft an der Technischen Universität Graz ab. Sie ist am Institut für elektrische Anlagen entstanden.

Den größten Dank spreche ich meiner Familie aus, die es mir erst überhaupt ermöglichte an der technischen Universität in Graz zu studieren.

Meiner Betreuerin, Frau DI Elisabeth Hufnagl, danke ich für Ihre immer bereit stehende Hilfe zur Bewältigung von Problemen und auftretenden Fragen.

Herrn Prof. Lothar Fickert danke ich für seine tatkräftige Betreuung und Unterstützung sowie für die Ermöglichung dieser Arbeit.

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

13.09.2016

Datum



Unterschrift

Kurzfassung

Diese Arbeit soll weitere Methoden und dadurch Ergebnisse zu den bereits vorliegenden erbringen, belegen oder bei Auftritt von Unterschieden diese erörtern, um daraus neue Erkenntnisse zu erlangen.

Es wird die Verlagerungsspannung an einer Sternpunktsspule eines mit einem 110-kV-System parallel geführten 30-kV-System untersucht. Die Parallelführung entlang einer Freileitungstrasse auf einem gemeinsamen Gestänge erstreckt sich über eine kurze Distanz. Aufgrund der Parallelführung der Systeme ergibt sich eine kapazitive Kopplung und damit eine Auswirkung des 110-kV-Systems auf das 30-kV-System, dies gilt auch für die entgegengesetzte Richtung. Es wird im Näheren die Auswirkung eines Erdschlusses auf der 110-kV-Seite auf die 30-kV-Seite betrachtet. Bei den Untersuchungen wird das Sättigungsverhalten der Sternpunktsspule des 30-kV-Netzes berücksichtigt. Dafür wird der Strom/Spannungs-Kurvenverlauf einer in Sättigung getriebenen Spule definiert. Die so gewonnenen Erkenntnisse werden mit früheren Untersuchungen verglichen und dienen als Grundlage für weitere Forschungen.

Schlüsselwörter : Erdschluss, kapazitive Kopplung, symmetrische Komponenten, Resonanz, lineares/nichtlineares Verhalten, Petersonspule, magnetische Sättigung, Simulation, LTSpice, Matlab

Abstract

This thesis will show some further methods and should bring new results to those already preceding investigations. Differences between the results, will be discussed and new insights are gained.

The investigation is about the residual voltage of an arc suppression coil (ASC) from a 30-kV-system, that is parallel conducted to a 110-kV-system. The coupled overhead power lines are parallel over a short distance. There is a coupling between these two systems through the parallel conduct. This is the reason why there are coupling effects from the 110-kV-system to the 30-kV-system. These effects exist also bi-directional. In a deeper analysis the effects from the 110-kV-system to the 30-kV-system are investigated, in the case of an 110-kV-system earth fault. A focus is also on the saturation of the 30-kV-system ASC. Another point is the definition of the current/voltage-curve of a saturated coil. The results of this investigation are compared with the preceding investigations. This serves also as base for further research.

Keywords: Earth fault, capacitive coupling, symmetrical components, resonance, linear/nonlinear behavior, arc suppression coil, magnetic saturation, simulation, LTSpice, Matlab

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	7
1 Kurzfassung	8
1.1 Ziele	8
1.2 Methodik	8
1.3 Ergebnisse	8
1.4 Schlussfolgerung und Ausblick	8
2 Einleitung	9
2.1 Überblick	9
3 Technische Grundlagen	12
3.1 Spule	12
3.2 Umwandlung Parallel in Seriell	13
3.3 Umwandlung einer Spannungsquelle in eine Stromquelle	16
3.4 Definition des Knickpunktes einer Erregungskurve	17
3.5 Definition der B-H-Kennlinie	18
3.5.1 Anschluss einer realen Spule an eine Spannungsquelle	19
3.5.2 Anschluss einer realen Spule an eine Stromquelle	23
3.6 Vernachlässigung von Mit- und Gegensystem	26
4 Methodik und Ergebnisse	27
4.1 Ermittlung der benötigten Kenndaten für die Simulation	27
4.2 Ermittlung des Luftspalts	30
4.3 Zusammenhang der elektrischen Widerstände und Reaktanzen	32
4.4 Simulation mittels Spannungsquelle mit LTSpice	35
4.4.1 Simulation der linearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität	35
4.4.2 Ermittlung der Spannungs-Strom-Kennlinie der Spule	40
4.4.3 Simulation der nichtlinearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität	46
4.5 Simulation mittels Spannungsquelle mit Simscape	48
4.5.1 Simulation der linearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität	48
4.5.2 Berechnung der Resonanzkapazität	51
4.5.3 Ermittlung der Spannungs-Strom-Kennlinie der Spule	54
4.5.4 Simulation der nichtlinearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität	56
4.6 Umwandlung einer Spannungsquelle in eine Stromquelle	59
4.7 Simulation mittels Stromquelle mit LTSpice	60
4.7.1 Simulation der linearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität	60

4.7.2	Simulation der nichtlinearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität	62
4.8	Simulation mittels Stromquelle mit Simscape	64
4.8.1	Simulation der linearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität . .	64
4.8.2	Simulation der nichtlinearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität	66
5	Zusammenfassung	69
	Literaturverzeichnis	72

Abkürzungsverzeichnis

γ	Winkel, Leitwert
Λ	magnetische Leitwert
μ	Permeabilität
Φ	magnetischer Fluss
ϕ	Winkel
Ψ	verketteter Fluss
Θ	magnetische Durchflutung
A	Fläche
B	Blindleitwert (Suszeptanz)
B	magnetische Flussdichte
C_K	Koppelkapazität
C_{Netz}	gesamte Leiter-Erde-Kapazität
D	Durchmesser
f	Frequenz
G	Wirkleitwert (Konduktanz)
H	magnetische Feldstärke
I	Strom
L	Induktivität
l	mittlere Eisenlänge
N	Windungsanzahl
P	Wirkleistung
Q	Blindleistung
R	Wirkwiderstand (Resistanz)
r	Radius
R_{CU}	Wicklungs-Verlust-Widerstand
R_{mag}	magnetischer Widerstand
S	Scheinleistung
U	Spannung
U_{NE}	Verlagerungsspannung
X	Blindwiderstand (Reaktanz)
Y	Admittanz
Z	Impedanz
ESB	Ersatzschaltbild

1 Kurzfassung

1.1 Ziele

Die Definition des Strom-Kurvenverlaufes einer durch eine Spannungsquelle in Sättigung getriebenen Spule. Sowie die Definition des Spannungs-Kurvenverlaufes einer durch eine Stromquelle in Sättigung getriebenen Spule. Es wird eine Berechnung und ggf. eine Dimensionierung der Spule vollführt und anschließend wird die Verlagerungsspannung, die entlang der Spule bei linearen und nichtlinearen Verhalten der Spule abfällt, ermittelt.

1.2 Methodik

Es erfolgt eine Herleitung der benötigten Zusammenhänge für die Definition der Kurvenverläufe und für die Berechnung der Spule. Für die Ermittlung der Verlagerungsspannung wird ein erstelltes Modell der Ersatzschaltung in LTSpice und in Matlab Simscape Simulink simuliert. Die daraus erhaltenen Ergebnisse werden alle in Matlab ausgewertet und grafisch dargestellt.

1.3 Ergebnisse

Die Ergebnisse sind, die Definition der Zusammensetzung der einzelnen Kurvenverläufe für Strom und Spannung einer in Sättigung getriebenen Spule. Die Erkenntnis, dass bei linearem Verhalten der Spule eine immer höher werdende Verlagerungsspannung entlang der Spule abfällt, je näher der Resonanzpunkt getroffen wird und bei nichtlinearem Verhalten der Spule die Verlagerungsspannung aufgrund der Sättigung begrenzt ist. Weiters, dass das verwendete Modell in LTSpice nicht ausreicht um die Nichtlinearität der Spule ausreichend zu beschreiben.

1.4 Schlussfolgerung und Ausblick

Die genaue Auswirkung der Sättigung einer Spule auf den Verlauf des Stromes oder der Spannung. Die unterschiedlichen Ergebnisse aufgrund eines linearen und nichtlinearen Verhaltens der Spule und die Erkenntnis, dass der ohmsche Wicklungs-Widerstand einen sehr ausgeprägten Einfluss auf die Höhe der Verlagerungsspannung im Resonanzpunkt hat. Aufgrund dessen müsste eine genaue Bestimmung der Spule erfolgen mit eventueller anschließender Ermittlung eines zusätzlichen, seriellen Widerstandes für die Begrenzung des Spannungsabfalles entlang der Spule.

2 Einleitung

2.1 Überblick

Der Anstoß für diese Masterarbeit geht aus einem technischen Bericht [1] hervor, der am Institut für elektrische Anlagen der TU Graz verfasst wurde.

Kurzfassung technischer Bericht [1] :

Ausgangslage ist die Parallelführung eines 30-kV-Systems und eines 110-kV-Systems auf einer Freileitungstrasse mit geringer Länge, siehe Abbildung 2.1.

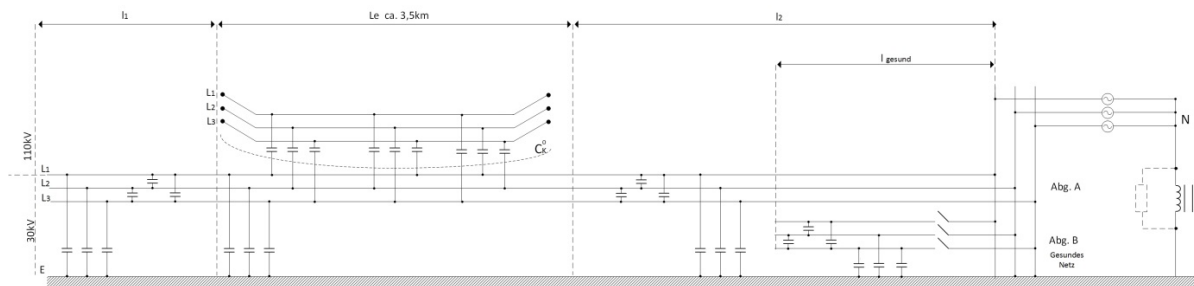


Abbildung 2.1: 110-/30-kV-Netzschema mit 3-A-Sternpunktsspule, [1]

Untersucht werden die Auswirkungen der Unsymmetrien bei einem 110-kV-Erdschluss auf das 30-kV-Netz, welche sich aufgrund der Kopplung der beiden Systeme ergeben. Das 30-kV-Netz ist mittels einer fixen 3-A-Sternpunktsspule gelöscht. Es kam dabei unter anderem zu einer Analyse des Nullsystems unter Berücksichtigung eines linearen und nichtlinearen Verhaltens der Spule. Dabei wird im Genaueren die Verlagerungsspannung U_{NE} (Spannungsabfall an der 3-A-Spule, siehe Abbildung 2.3) im Falle einer immer größer werdenden Resonanz betrachtet, welche aufgrund der Zu- oder Wegschaltung von Leitungen im gesunden 30-kV-Netz entstehen kann. Die **Kurzfassung des technischen Berichts** [1], sowie die Abbildungen 2.1 sind aus [1] entnommen.

Die erhaltenen Ergebnisse für das nichtlineare Verhalten der Spule sind dabei nicht eindeutig, wie Abbildung 2.2 aus [1] zeigt.

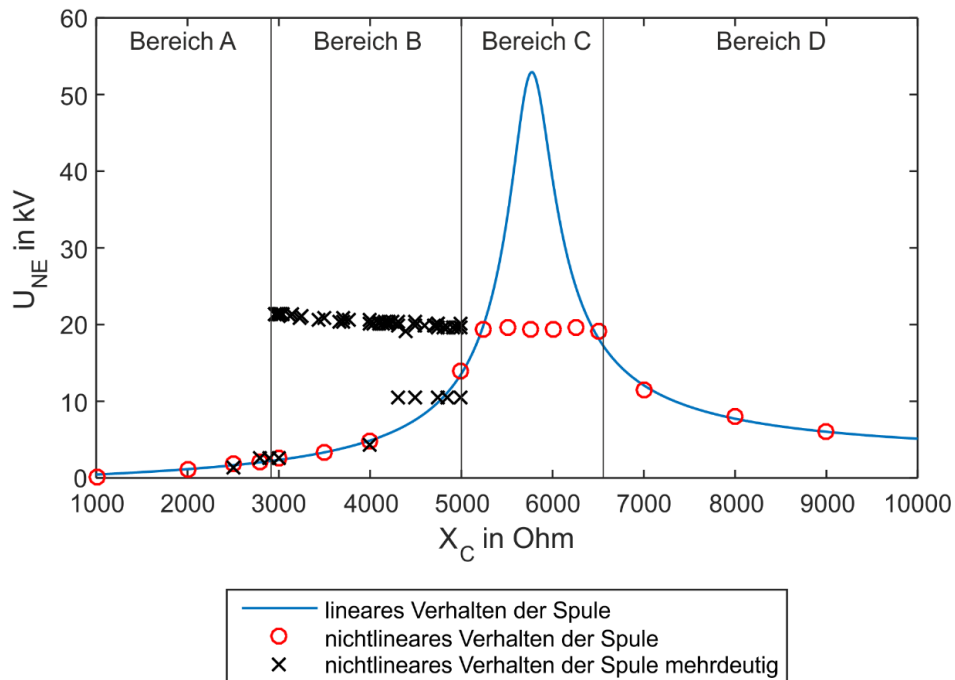


Abbildung 2.2: Lineares und nichtlineares Verhalten der Sternpunktsspule, [1]

Der mehrdeutige Bereich B ist der Anstoß für diese hier vorliegende Arbeit.

Die Aufgabe dieser Arbeit ist es, die in Abbildung 2.3 dargestellte Ersatzschaltung näher zu untersuchen, die erhaltenen Ergebnisse mit denen aus dem technischen Bericht [1] gegenüber zustellen und die aufgrund der unterschiedlichen Herangehensweisen eventuell entstehenden Unterschiede zu bewerten.

Der wesentliche Unterschied zwischen dieser Arbeit und dem technischen Bericht [1] ist, dass in dieser Masterarbeit das reale serielle Ersatzschaltbild (ESB) der Spule verwendet wird. Im technischen Bericht [1] findet das reale parallele ESB Verwendung. Weiters werden für die Aufgabenstellungen Simulationsmodelle erstellt. Die dafür nötigen Kenndaten folgen aus einer Berechnung der Spule. Der Unterschied bei den Ergebnissen besteht darin, dass sie in dieser Arbeit durch eine Simulation erlangt werden, im technischen Bericht [1] sind diese analytisch ermittelt.

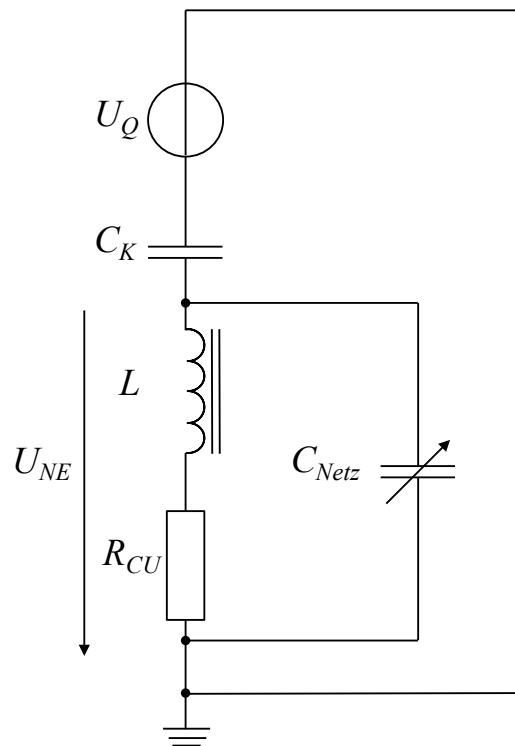


Abbildung 2.3: Ersatzschaltung, Nullsystem der Parallelführung des 110-kV- und 30-kV-Systems

Die methodische Vorgehensweise ist:

- Berechnung der Kenndaten und ggf. Dimensionierung der 3-A-Sternpunktspule für die Simulation.
- Definition des Strom-Kurvenverlaufes einer in Sättigung getriebenen Spule mittels einer Spannungsquelle.
- Definition des Spannungs-Kurvenverlaufes, wenn die Spule mittels einer Stromquelle in Sättigung getrieben ist.
- Simulation der Ersatzschaltung in Abbildung 2.3 mittels unterschiedlicher Simulationsprogramme (LTSpice, Matlab).
- Auswertung und Diskussion der erhaltenen Ergebnisse.

3 Technische Grundlagen

In diesem Punkt 3 „Technische Grundlagen“ sind alle benötigten und verwendeten Grundlagen für die wissenschaftliche Behandlung, Analyse und Erarbeitung der oben aufgezählten Ziele dieser Arbeit angeführt.

Es ist die Annahme getroffen, dass nur die Grundwelle bei einer Frequenz von $f = 50 \text{ Hz}$ betrachtet wird und diese rein sinusförmig ist. Diese Annahme gilt für die gesamte nachstehende Arbeit.

3.1 Spule

Nachstehend sind die grundlegenden Gleichungen und Zusammenhänge der Größen einer Spule angegeben. Diese werden in weiterer Folge für die Berechnung und Dimensionierung der Spule benötigt.

Zusammenhang der Basisgrößen einer Spule:

$$\Phi = B \cdot A = \mu \cdot H \cdot A = \mu \cdot \frac{N \cdot I}{l} \cdot A = \frac{\mu \cdot A}{l} \cdot \Theta = \Lambda \cdot \Theta \quad (3.1)$$

Die magnetische Durchflutung Θ ist mittels

$$\Theta = \sum I = N \cdot I \quad (3.2)$$

definiert.

Der magnetische Fluss Φ für eine Windung wird folgendermaßen bestimmt:

$$\Phi = L \cdot I \rightarrow L = \frac{\Phi}{I} \quad (3.3)$$

Für eine Anzahl von N Windungen wird Φ_m mit ihnen multipliziert und es ergibt sich der verkettete magnetische Fluss Φ_{gm} . In weiterer Folge ist der verkettete Fluss immer mit Φ bezeichnet.

$$\Phi_{gm} = N \cdot \Phi_m \quad (3.4)$$

Der magnetische Widerstand R_{mag} der Spule ergibt sich wie folgt:

$$R_{mag} = \frac{1}{\Lambda} = \frac{l}{\mu \cdot A} = \frac{l}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} \quad (3.5)$$

Die Gleichungen 3.1, 3.2, 3.3 und 3.5 sind aus [2] entnommen.

Die Gleichung 3.4 ist sinngemäß aus [3] entnommen.

3.2 Umwandlung Parallel in Seriell

In diesem Unterpunkt erfolgt die Ermittlung des Zusammenhanges zwischen dem realen parallelen und seriellen Ersatzschaltbild der Spule, siehe Abbildung 3.2. Die Gleichungen 3.10 und 3.11 werden später benötigt, um den parallelen Widerstandswert und Reaktanzwert in ihre äquivalenten seriellen Werte zuwandeln.

Nachfolgend sind die Beziehungen und Gleichungen für die Umwandlung der Widerstände und Reaktanzen von einer Parallelschaltung in eine Serienschaltung und umgekehrt angeführt:

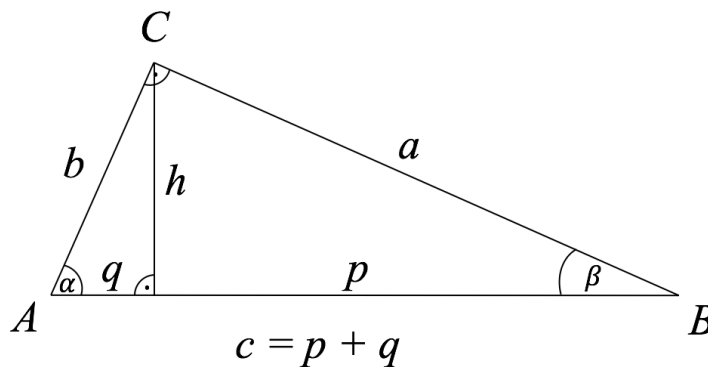


Abbildung 3.1: Rechtwinkliges Dreieck, [4]

$$\begin{aligned}
 \gamma &= 90^\circ & \alpha + \beta &= 90^\circ \\
 A &= \frac{1}{2} \cdot h \cdot c = \frac{1}{2} a \cdot b \\
 \text{Pythagoras:} & & c^2 &= a^2 + b^2 \\
 \text{Höhensatz:} & & h^2 &= p \cdot q \\
 \text{Kathetensatz:} & & a^2 &= c \cdot p & b^2 &= c \cdot q
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Die Abbildung 3.1 und die Gleichungen in 3.6 sind aus [4] entnommen.

Die Abbildung 3.2 zeigt das Ersatzschaltbild parallel und seriell der Spule und die dazugehörigen Zeigerdiagramme. Diese sind gemeinsam überlagert dargestellt.

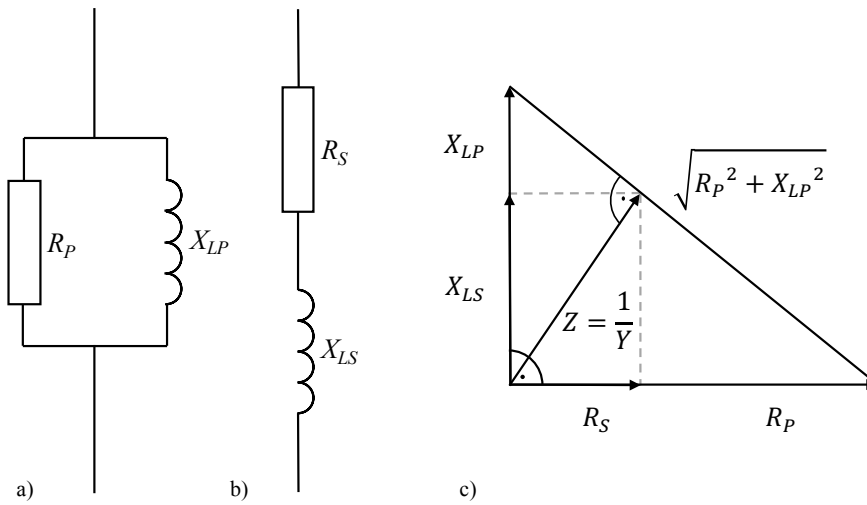


Abbildung 3.2: Parallel- und Serieller Ersatzschaltung einer Spule

Nachstehend erfolgt die Ermittlung des Flächeninhaltes des gesamten Dreiecks auf zwei verschiedene Arten:

$$A = \frac{R_P \cdot X_{LP}}{2} \quad A = \frac{Z \cdot \sqrt{R_P^2 + X_{LP}^2}}{2} \quad (3.7)$$

Durch Gleichsetzen der beiden Flächeninhalte aus der Gleichung 3.7 ergibt sich ein Zusammenhang mit Z . Dieser ist nachstehend aufgezeigt:

$$Z = \frac{R_P \cdot X_{LP}}{\sqrt{R_P^2 + X_{LP}^2}} \quad (3.8)$$

Mittels der Anwendung des Kathetensatzes, aus Gleichung 3.6 an dem Zeigerdiagramm in Abbildung 4.3 ergibt sich:

$$Z^2 = R_S \cdot R_P \quad Z^2 = X_{LS} \cdot X_{LP} \quad (3.9)$$

Wenn die Gleichung 3.8 mit der ersten Gleichung aus 3.9 gleich gesetzt wird, ergibt sich ein Zusammenhang zwischen der Impedanz, Admittanz und dem seriellen Widerstands- wert der Spule, siehe Gleichung 3.10. Führt man dies ebenfalls für die zweite Gleichung aus 3.9, durch ergibt sich der Zusammenhang zwischen der Impedanz, Admittanz und der seriellen Reaktanz der Spule, siehe Gleichung 3.11.

$$R_S \cdot R_P = \left(\frac{R_P \cdot X_{LP}}{\sqrt{R_P^2 + X_{LP}^2}} \right)^2 \quad (3.10)$$

$$R_S = \frac{R_P^2 \cdot X_{LP}^2}{R_P \cdot (R_P^2 + X_{LP}^2)} = \frac{\frac{1}{R_P}}{\frac{R_P^2 + X_{LP}^2}{R_P^2 \cdot X_{LP}^2}} = \frac{\frac{1}{R_P}}{\frac{1}{X_{LP}^2} + \frac{1}{X_{LP}^2}} = \frac{G}{Y^2}$$

$$\begin{aligned} -X_{LS} \cdot X_{LP} &= \left(\frac{R_P \cdot X_{LP}}{\sqrt{R_P^2 + X_{LP}^2}} \right)^2 \\ X_{LS} &= -\frac{R_P^2 \cdot X_{LP}^2}{X_{LP} \cdot (R_P^2 + X_{LP}^2)} = -\frac{\frac{1}{X_{LP}}}{\frac{R_P^2 + X_{LP}^2}{R_P^2 \cdot X_{LP}^2}} = -\frac{\frac{1}{X_{LP}}}{\frac{1}{X_{LP}^2} + \frac{1}{X_{LP}^2}} = -\frac{B}{Y^2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

3.3 Umwandlung einer Spannungsquelle in eine Stromquelle

In diesem Unterpunkt sind die allgemein gültigen Gleichungen für die Umwandlung einer linearen Spannungsquelle in eine Stromquelle bzw. umgekehrt angeführt.

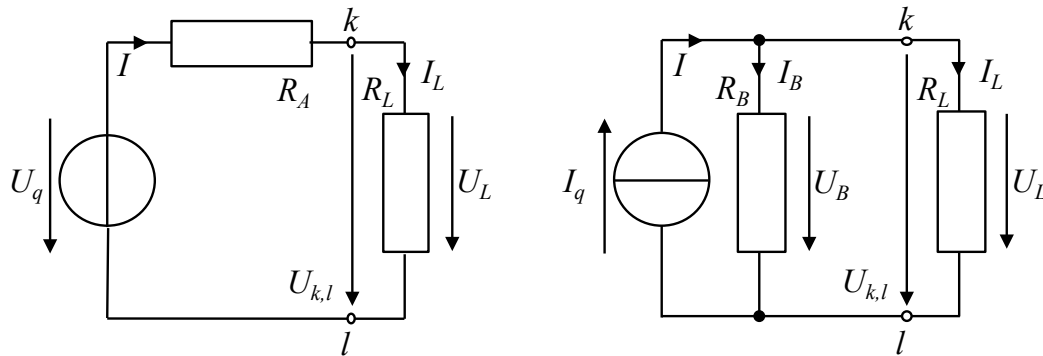


Abbildung 3.3: Äquivalenz von realen Quellen, [5]

Die Abbildung 3.3 ist aus [5] entnommen.

$$\begin{aligned}
 U_{k,l} &= U_q \frac{R_L}{R_A + R_L} & I_L &= I_q \frac{R_B}{R_B + R_L} \\
 I_L &= \frac{U_{k,l}}{R_L} = \frac{U_q}{R_A + R_L} & U_{k,l} &= R_L I_L = R_B I_q \frac{R_L}{R_B + R_L}
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

Äquivalenz, wenn $R_A = R_B = R_i$
 und $U_q = R_i I_q$

$$\begin{aligned}
 I_L &= I_q \frac{R_i}{R_i + R_L} & U_{k,l} &= U_q \frac{R_L}{R_i + R_L}
 \end{aligned}$$

Die Gleichungen in 3.12 sind aus [5] entnommen.

Eine Spannungsquelle U_q mit einem Innenwiderstand R_i in Serie ist äquivalent zu einer Stromquelle I_q und einem parallelen Innenwiderstand R_i , wenn bei Verwendung des Verbraucherzählpfeilsystem (VZS) folgender Zusammenhang gilt. Wörtlich entnommen aus [5].

$$U_q = R_i I_L \tag{3.13}$$

Die Gleichungen 3.13 ist aus [5] entnommen.

3.4 Definition des Knickpunktes einer Erregungskurve

Der Knickpunkt (knee-point) einer Erregungskurve ist als der Punkt definiert, bei dem es bei einer Steigerung der Spannung um 10 % zu einer Steigerung des Stromes um 50 % kommt. Inhaltlich entnommen aus [6].

In Abbildung 3.4 ist der Knickpunkt (knee-point) einer Erregungskurve schematisch dargestellt.

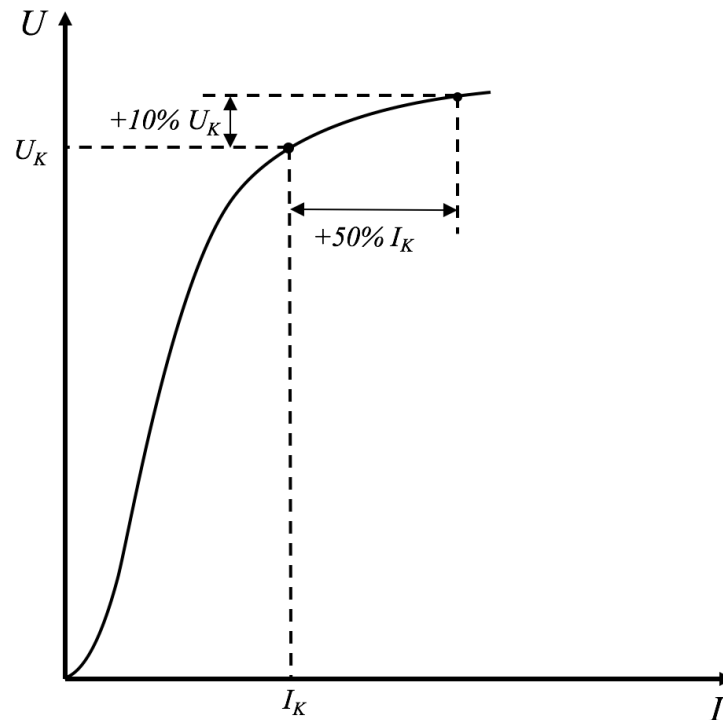


Abbildung 3.4: Definition des Knickpunktes einer Erregungskurve [6]

Die Abbildung 3.4 ist aus [6] entnommen.

Die Gleichung 3.14 zeigt die Berechnung des Knickpunktes (knee-point).

$$\frac{I_K(U_{K+10\%}) - I_K(U_K)}{I_K(U_K)} = 0,5 \cong 50\% \quad (3.14)$$

3.5 Definition der B-H-Kennlinie

In diesem Unterpunkt wird der Zusammenhang zwischen den Größen magnetische Flussdichte B mit dem magnetischen Fluss Φ und der magnetischen Feldstärke H mit dem Strom I genauer betrachtet.

In der Abbildung 3.5 ist die Näherung an eine ideale Magnetisierungskurve einer Spule ersichtlich. Die Skalierung wurde willkürlich gewählt, dies gilt für alle Abbildungen.

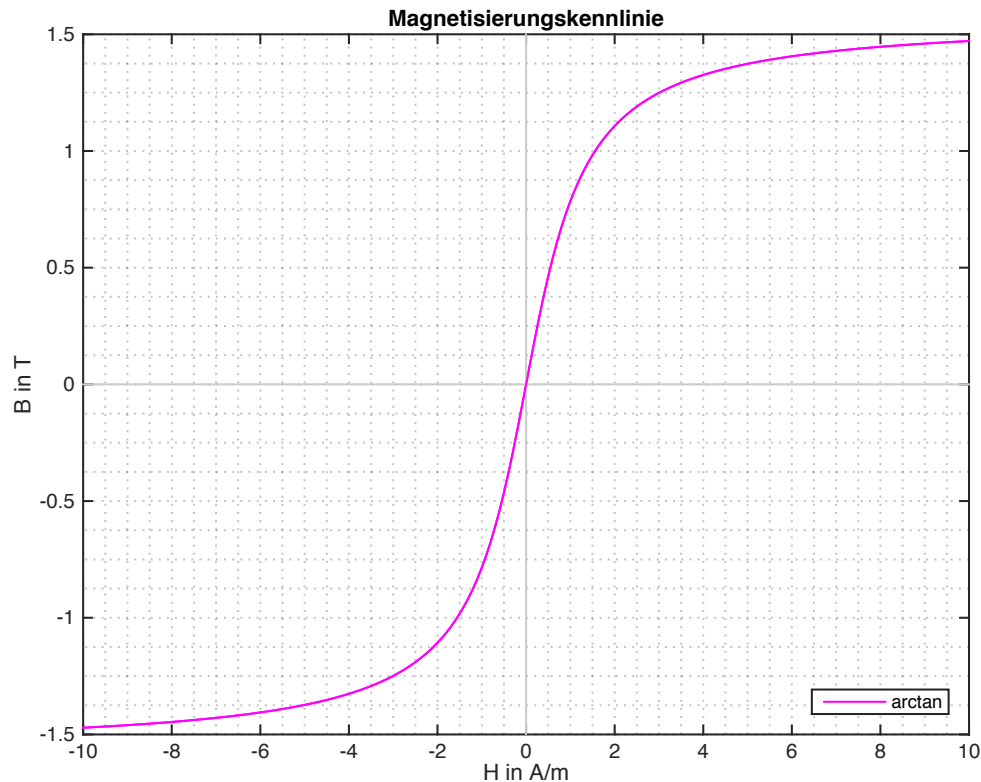


Abbildung 3.5: Magnetisierungskennlinie

Nachfolgend wird der Zusammenhang zwischen einer Magnetisierungskurve (B-H-Kennlinie) und einer Spannungs-Strom-Kennlinie (U-I-Kennlinie) gezeigt.

$$\Phi = B \cdot A \rightarrow \Phi \sim B \quad (3.15)$$

Induktionsgesetz [2]:

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (3.16)$$

$$H = \frac{N \cdot I}{l} \rightarrow H \sim I \quad (3.17)$$

3.5.1 Anschluss einer realen Spule an eine Spannungsquelle

Es erfolgt eine genaue Definition des Kurvenverlaufes einer Spule. Die Spule ist durch Anschluss an eine Spannungsquelle in Sättigung getrieben. Hierzu wird die in Abbildung 3.5 gezeigte Magnetisierungskurve durch drei Geraden mit unterschiedlicher Steigung stückweise angenähert, siehe Abbildung 3.6.

Die Abbildung 3.6 zeigt die angenäherte Magnetisierungskennlinie (B-H-Kennlinie) und ihre Unterteilung.

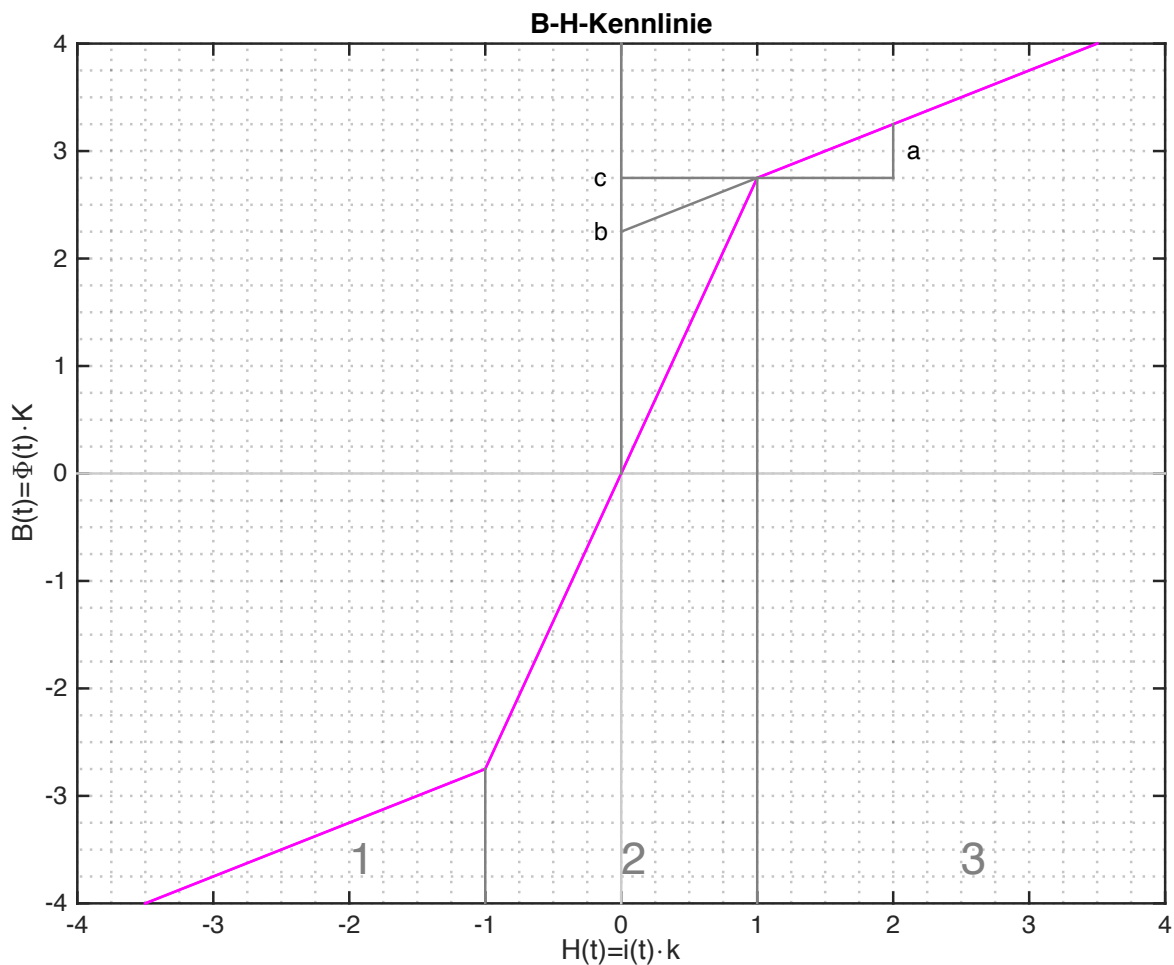


Abbildung 3.6: B-H-Kennlinie

Wie in der Abbildung 3.6 zu erkennen ist, ist die Kennlinie in 3 Bereiche eingeteilt. Die einzelnen Bereiche werden durch die Funktion

$$y = k \cdot x + d \quad (3.18)$$

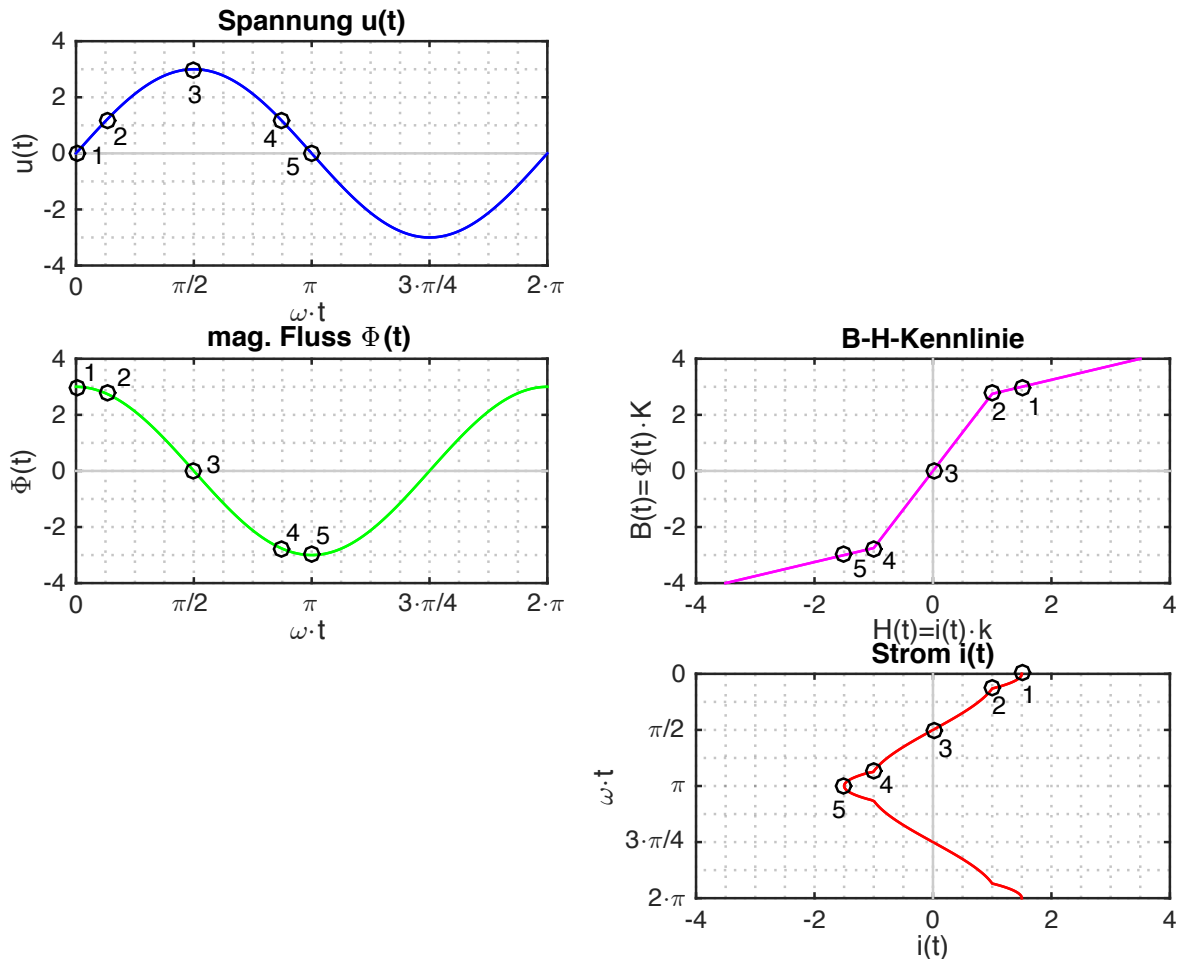
beschrieben. Dadurch ergibt sich in den jeweiligen Bereichen ein Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte $B(t)$ und der magnetische Feldstärke $H(t)$:

Bereiche der Kennlinie	
1	$B(t) = a \cdot H(t) - b$
2	$B(t) = c \cdot H(t)$
3	$B(t) = a \cdot H(t) + b$

 Tabelle 3.1: Zusammenhang zwischen $B(t)$ und $H(t)$

Es wird nun fiktiv eine Spule mit der in Abbildung 3.6 gezeigten B-H-Kennlinie an eine Spannungsquelle angeschlossen. Die Amplitude der Spannung $u(t)$ ist so gewählt, dass sich die Spule in Sättigung befindet.

In der Abbildung 3.7 ist der Zusammenhang der magnetischen Flussdichte $B(t)$ mit der magnetischen Feldstärke $H(t)$ über den magnetischen Fluss $\Phi(t)$ bzw. der Spannung $u(t)$ mit dem Strom $i(t)$ ersichtlich.


 Abbildung 3.7: Zusammenhang des Stromes $i(t)$ mit der Spannung $u(t)$

Durch die punktweise Integration der Spannung $u(t)$, die die Funktion $u(t) = 3 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ besitzt, ergibt sich der magnetische Fluss $\Phi(t)$ mit der Funktion $\Phi(t) = 3 \cdot \cos(\omega \cdot t)$. Mittels Kombination der einzelnen Punkte des Flusses $\Phi(t)$ mit der B-H-Kennlinie ergibt sich der Kurvenverlauf des Stromes $i(t)$ der in Sättigung getriebenen Spule.

Wie bereits aus Unterpunkt 3.5 bekannt, ist $\Phi \sim B$ und $H \sim I$. Wenn die Annahme getroffen wird, dass die in den vereinfacht dargestellten Gleichungen

$$B(t) = \Phi(t) \cdot K \quad (3.19)$$

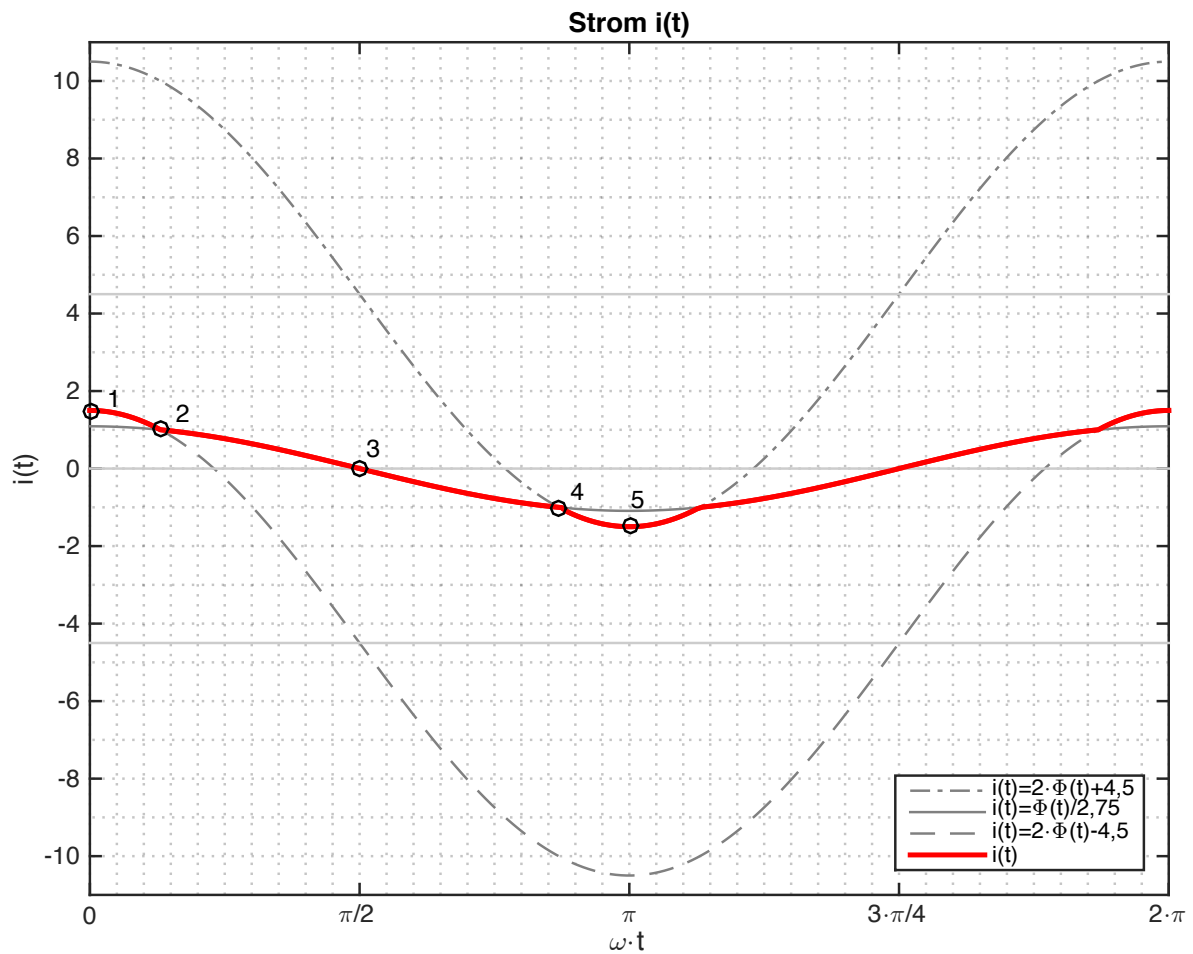
$$H(t) = i(t) \cdot k \quad (3.20)$$

enthaltenen Faktoren K und k gleich eins sind, erhält man mit dem Zusammenhang von $B(t)$ und $H(t)$ aus Tabelle 3.1 folgende Beziehungen für den Strom $i(t)$:

Bereiche der Kennlinie	
1	$i(t) = \frac{1}{a} \cdot \Phi(t) + \frac{b}{a}$
2	$i(t) = \frac{\Phi(t)}{c}$
3	$i(t) = \frac{1}{a} \cdot \Phi(t) - \frac{b}{a}$

Tabelle 3.2: Zusammenhang zwischen $i(t)$ und $\Phi(t)$

Die einzelnen Ströme $i(t)$ aus Tabelle 3.2 sind in Abbildung 3.8 ersichtlich, unter der Berücksichtigung, dass $a = 0,5$, $b = 2,25$ und $c = 2,75$ ist. Der resultierende Verlauf des in rot gehaltenen Stromes $i(t)$ ist durch die drei einzelnen Strömen definiert und ergibt sich durch ihre Überschneidungen.


 Abbildung 3.8: Zusammensetzung des Stroms $i(t)$

Es ist zu erkennen, dass sich die Sättigung mittels Stromspitzen in der positiven sowie in der negativen Halbwelle bemerkbar macht. Die Stromspitze in der positiven Halbwelle entsteht durch den positiven Sättigungsbereich der B-H-Kennlinie. Die negative Stromspitze durch den negativen Sättigungsbereich der B-H-Kennlinie.

3.5.2 Anschluss einer realen Spule an eine Stromquelle

In diesem Abschnitt erfolgt, ähnlich wie im voran gegangenen, eine genaue Definition eines Kurvenverlaufes, nämlich der des magnetischen Flusses $\Phi(t)$ bzw. durch die Ableitung des magnetischen Flusses $\Phi(t)$ der der Spannung $u(t)$. Dieses Mal wird die Spule durch Anschluss an eine Stromquelle in Sättigung getrieben.

Hierzu wird wieder fiktiv eine Spule mit der in Abbildung 3.6 gezeigten B-H-Kennlinie an eine Stromquelle angeschlossen. Die Amplitude des Stromes $i(t)$ ist so gewählt, dass sich die Spule in Sättigung befindet.

In der Abbildung 3.9 ist das gleiche Prinzip wie in Abbildung 3.7 dargestellt. Mit dem bereits erwähnten Unterschied, dass die Spule an eine Stromquelle angeschlossen ist.

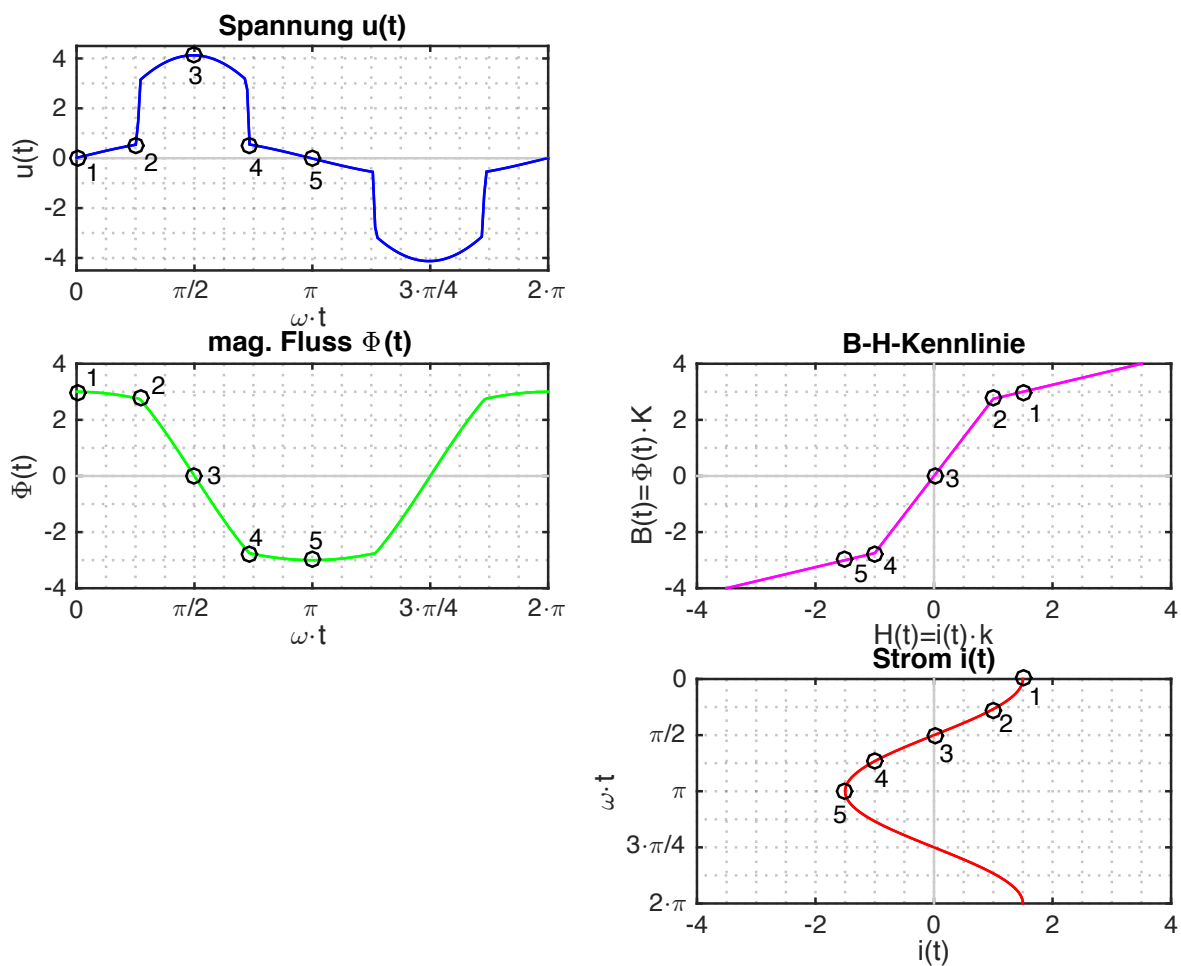


Abbildung 3.9: Zusammenhang der Spannung $u(t)$ mit dem Strom $i(t)$

Führt man hier ebenfalls eine punktweise Kombination des Stromes $i(t)$, der die Funktion $i(t) = 1,5 \cdot \cos(\omega \cdot t)$ hat, mit der B-H-Kennlinie durch, ergibt sich der Verlauf des magnetischen Flusses $\Phi(t)$. Durch die Ableitung des Flusses $\Phi(t)$ nach dem Induktionsgesetz (Gleichung 3.16) erhält man den Spannungsverlauf $u(t)$.

Geht man von den gleichen Annahmen aus, die in Unterpunkt 3.5.1 getroffen sind, ergeben sich mit der Tabelle 3.1 drei unterschiedliche Funktionen für den magnetischen Fluss $\Phi(t)$, siehe Tabelle 3.3.

Bereiche der Kennlinie	
1	$\Phi(t) = a \cdot i(t) - b$
2	$\Phi(t) = c \cdot i(t)$
3	$\Phi(t) = a \cdot i(t) + b$

Tabelle 3.3: Zusammenhang zwischen $\Phi(t)$ und $i(t)$

Diese drei einzelnen mag. Flüsse $\Phi(t)$ (Tabelle 3.3) sind in Abbildung 3.10 ersichtlich, unter Berücksichtigung von $a = 0,5$, $b = 2,25$ und $c = 2,75$. Der resultierende Verlauf des in grün gehaltenen magnetischen Flusses $\Phi(t)$ ist durch die drei einzelnen Flüsse definiert und ergibt sich durch ihre Überschneidungen.

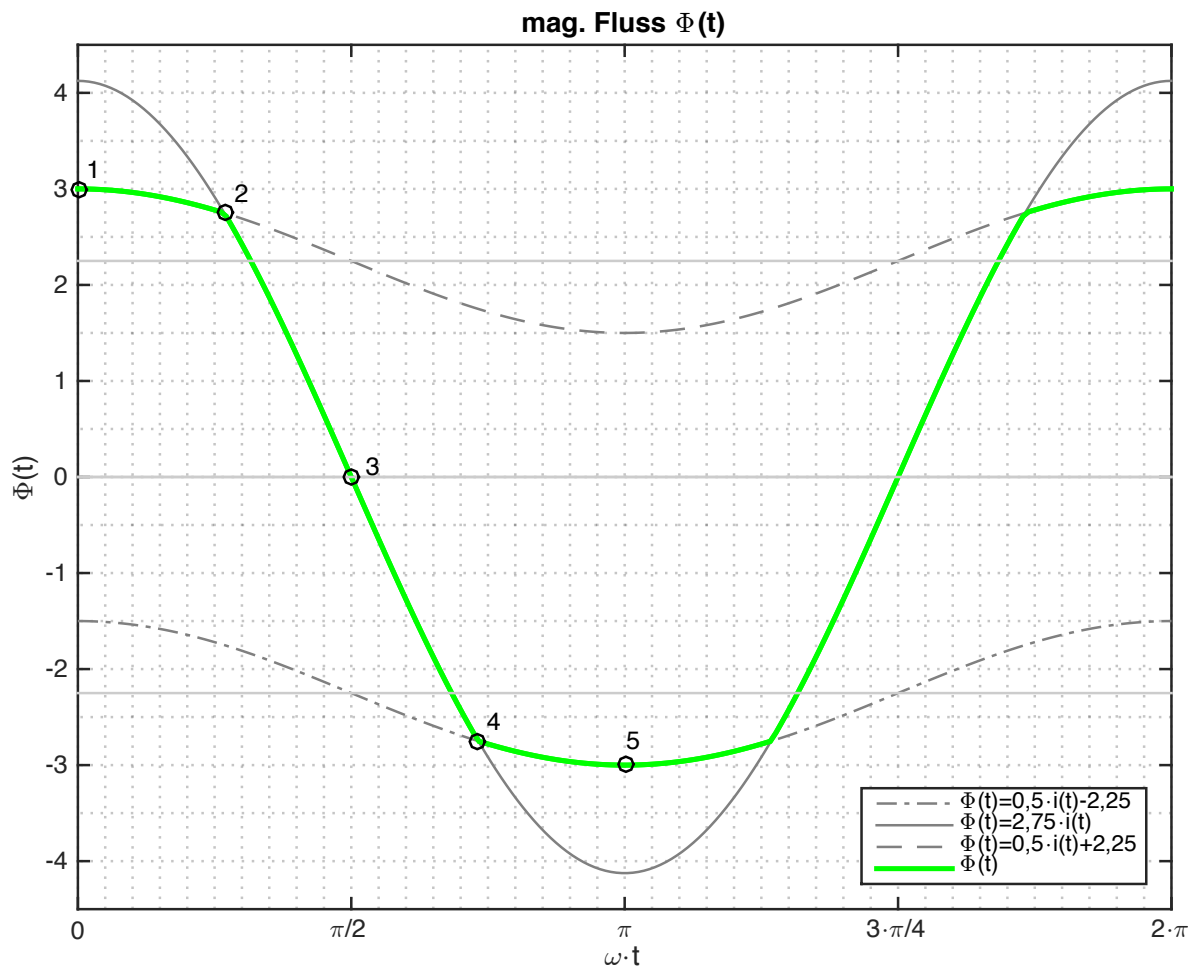


Abbildung 3.10: Zusammensetzung des magnetischen Flusses $\Phi(t)$

Wie im vorstehenden ist auch hier eine Auswirkung durch die Sättigung erkennbar. Sie macht sich durch ein Abflachen des Kurvenverlaufes sowohl in der positiven als auch in der negativen Halbwelle des magnetischen Flusses $\Phi(t)$ bemerkbar. Die Abflachung der positiven Halbwelle ergibt sich durch den positiven Sättigungsbereich und die Abflachung in der negativen Halbwelle ergibt sich durch den negativen Sättigungsbereich der B-H-Kennlinie.

3.6 Vernachlässigung von Mit- und Gegensystem

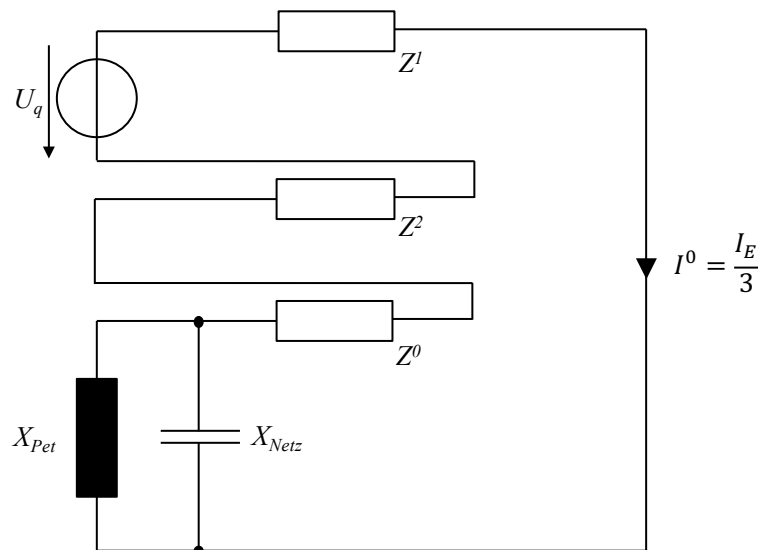


Abbildung 3.11: Symmetrische Komponenten, einpoliger Erdkurzschluss

Bemerkung zu den Vernachlässigungen: Bei einer numerischen Analyse des Stromflusses – dargestellt nach dem System der symmetrischen Komponenten – zeigt sich, dass die Serienschaltung von Mitsystem - Gegensystem - Nullsystem mit der Phasenspannung der Phase L1 als treibender Spannung als Serienschaltung einer impedanzbehafteten Spannungsquelle und einer hochohmigen Last interpretiert werden darf. Dabei wird die Quellimpedanz der Spannungsquelle durch die Serienschaltung des Mit- und Gegensystems gebildet, und die „Last“ besteht aus dem Nullsystem. Mit Zahlenwerten hinterlegt, nimmt die Serienschaltung von Mit- und Gegensystem nur einen Bruchteil der Gesamtimpedanz (Mit-, Gegen- und Nullsystem) ein und kann daher vernachlässigt werden. Wörtlich entnommen aus [7].

Im Sinne eine Vereinfachung des Verfahrens sind die abgeleiteten Rechenergebnisse in der Regel auf $\pm 10\%$ genau. Wörtlich entnommen aus [7].

4 Methodik und Ergebnisse

In diesem Punkt sind alle verwendeten Methoden, die für die wissenschaftliche Ermittlung der Ergebnisse der oben gestellten Ziele nötig sind, angeführt. Weiters sind auch die durch die Anwendung dieser Methoden (Simulationen) erhaltenen Ergebnisse in grafischer Form dargestellt und ihre Auswirkungen und Bedeutung angeführt.

4.1 Ermittlung der benötigten Kenndaten für die Simulation

Um in weiterer Folge eine Simulation der 3-Ampere-Sternpunktsspule unter den geforderten Bedingungen durchführen zu können, müssen gewisse benötigte Größen dieser Spule durch Annahmen, Berechnungen und Dimensionierungen aus den bekannten, geometrischen Kenndaten ermittelt werden.

Die Abbildung 4.1 zeigt den schematischen Aufbau eines Eisenkerns einer fiktiven Modellspule für die Simulation ohne Luftspalt.

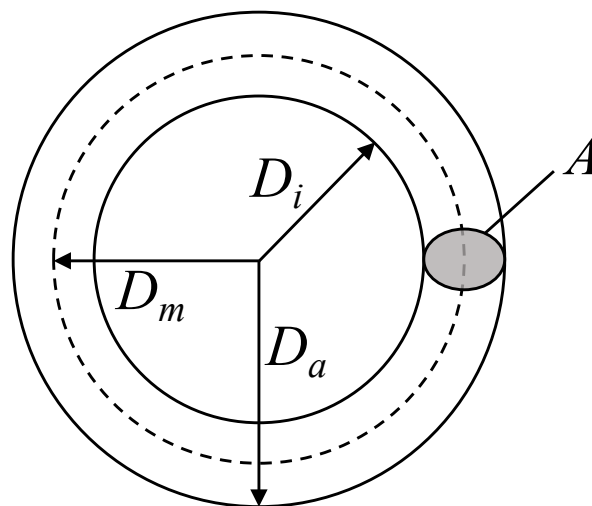


Abbildung 4.1: Eisenkern der Ringspule ohne Luftspalt

Die geometrischen Kenndaten der fiktiven 3-Ampere-Sternpunktsspule sind in der Tabelle 4.1 aufgelistet. Sie sind aus der Kenndatensammlung des Institutes entnommen. Der spezifische Leitwert γ ist aus [5] entnommen.

Kenndaten der Spule Teil 1			
f	50 Hz	D_{CU}	0,9 mm
U_{System}	30 kV	D_a	195 mm
I_n	3 A	D_i	144 mm
N	3024	γ	56 $\frac{S \cdot m}{mm^2}$
ϕ	5,04°	B_i	0,76 T
L_n	1562,4 mH	$B_{Sättigung}$	2,03 T

Tabelle 4.1: Kenndaten der Modellspule, Teil 1

Berechnung der Fläche A des Eisen-Kern-Querschnitts:

$$A = \left(\frac{D_a - D_i}{2} \right)^2 \cdot \pi = \left(\frac{195 \text{ mm} - 144 \text{ mm}}{2} \right)^2 \cdot \pi = 2042,82 \text{ mm}^2 \quad (4.1)$$

Ermittlung des Radius r des Eisen-Kern-Querschnitts:

$$r = \frac{D_a - D_i}{2} = \frac{195 \text{ mm} - 144 \text{ mm}}{2} = 25,5 \text{ mm} \quad (4.2)$$

D_m entspricht dem mittleren Eisendurchmesser und ergibt sich wie folgt:

$$D_m = D_i + r = 144 \text{ mm} + 25,5 \text{ mm} = 169,5 \text{ mm} \quad (4.3)$$

l_m gibt den Umfang des mittleren Eisendurchmessers D_m an:

$$l_m = \frac{\pi}{2} \cdot (D_a + D_i) = \frac{\pi}{2} \cdot (195 \text{ mm} + 144 \text{ mm}) = 532,5 \text{ mm} \quad (4.4)$$

Die Induktivität L wird wie folgt berechnet:

$$L = \frac{\Phi \cdot N}{I} = \frac{B \cdot A \cdot N}{I} \quad (4.5)$$

$$L = \frac{B_i \cdot A \cdot N}{I_n} = \frac{0,76 \text{ T} \cdot 2042,82 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 3024}{3 \text{ A}} = 1,565 \text{ H}$$

Dieses Ergebnis stimmt mit der Nenninduktivität L_n in der Tabelle 4.1 annähernd überein.

Die effektive Permeabilitätszahl μ_{eff} wird wie folgt ermittelt

$$\phi = \mu \cdot \frac{N \cdot I}{l} \cdot A \longrightarrow \frac{L \cdot I}{N} = \mu_o \cdot \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{l} \cdot A \quad (4.6)$$

$$\mu_{eff} = \frac{L_n \cdot l_m}{N^2 \cdot A} = \frac{1,5624 \text{ H} \cdot 532,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{3024^2 \cdot 2042,82 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 35,44 \cdot \mu_o$$

Der durch den Luftspalt unterbrochene Magnetkern wirkt also wie ein geschlossener Magnetkern mit der Länge l_1 und dem Querschnitt A_1 der aus einem Material mit der „effektiven Permeabilität“

$$\mu_{eff} = \frac{\mu}{1 + \frac{\mu}{\mu_0} \frac{l_0}{l_1}} \quad (4.7)$$

hergestellt ist. Wörtliche entnommen aus [3].

Berechnung des magnetischen Eisenwiderstandes R_{mag} der Ringspule:

$$R_{mag} = \frac{l_m}{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot A} = \frac{532,5 \cdot 10^{-3} m}{(35,44 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}) \frac{H}{m} \cdot 2042,82 \cdot 10^{-6} m^2} = 5,85 MH^{-1} \quad (4.8)$$

Für die Ermittlung des ohmschen Widerstandes R_{CU} der Ringspule, wird die Länge l des Wickeldrahtes und die Querschnittsfläche A_{CU} des Wickeldrahtes benötigt. Die Berechnung erfolgte mit den Formel 4.9, 4.10 und 4.11.

$$l_{CU} = \pi \cdot 2 \cdot r \cdot N = \pi \cdot 2 \cdot 25,5 mm \cdot 3024 = 484,5 m \quad (4.9)$$

$$A_{CU} = \left(\frac{D_{CU}}{2} \right)^2 \cdot \pi = \left(\frac{0,9 mm}{2} \right)^2 \cdot \pi = 0,6362 mm^2 \quad (4.10)$$

$$R_{CU} = \frac{l_{CU}}{\gamma \cdot A_{CU}} = \frac{484,5 m}{56 \frac{S \cdot m}{mm^2} \cdot 0,6362 mm^2} = 13,6 \Omega \quad (4.11)$$

Die Gleichung 4.11 ist aus [5] entnommen.

Der magnetische Fluss bei der Sättigung wird wie folgt errechnet:

$$\Phi_S = B_{Sättigung} \cdot A = 2,03 T \cdot 2043 \cdot 10^{-6} m^2 = 4,14729 mWb \quad (4.12)$$

4.2 Ermittlung des Luftspalts

Im vorstehenden Kapitel wird die effektive Permeabilität μ_{eff} ermittelt, siehe Gleichung 4.6. Aufgrund dessen, dass die wahre Größe der relativen Permeabilität $\mu_{r, Fe}$ und die Länge l_O des Luftspalts nicht bekannt sind, wird die Annahme $\mu_{r, Fe} = 4000$ getroffen. Durch diese Annahme wird in weiterer Folge der sich dadurch entsprechend ergebende Luftspalt l_O ermittelt.

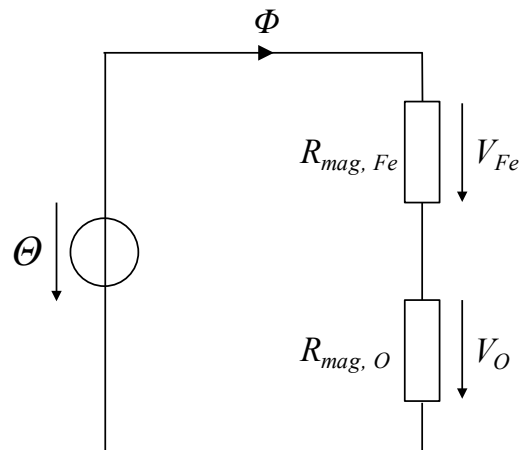


Abbildung 4.2: Magnetisches Ersatzschaltbild der Spule

Die für die Berechnung der Länge des Luftspaltes l_O benötigten Kenndaten sind in Tabelle 4.1 ersichtlich.

Der beim Nennpunkt herrschende magnetische Fluss Φ wird wie folgt ermittelt:

$$\Phi = B_i \cdot A = 0,76 T \cdot 2042,82 \text{ mm}^2 = 1,55 \text{ mWb} \quad (4.13)$$

Berechnung der magnetische Durchflutung Θ :

$$\Theta = N \cdot I_n = 3024 \text{ Wdg} \cdot 3 \text{ A} = 9072 \text{ AWdg} \quad (4.14)$$

Mittels der magnetischen Durchflutung Θ und dem magnetischem Fluss Φ wird der magnetische Gesamtwiderstand R_{mag} ermittelt.

$$\Theta = \Phi \cdot R_{mag} \rightarrow R_{mag} = \frac{\Theta}{\Phi} = \frac{9072 \text{ AWdg}}{1,55 \text{ mWb}} = 5,85 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{Vs}} \quad (4.15)$$

Bei der Berechnung des magnetischen Eisenwiderstandes $R_{mag, Fe}$ ist $\mu_{r, Fe} = 4000$ angenommen.

$$\begin{aligned} R_{mag, Fe} &= \frac{l_m}{\mu_{r, Fe} \cdot \mu_0 \cdot A} \\ &= \frac{532,5 \text{ m} \cdot 10^{-3}}{(4000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}) \text{ VAs} \cdot 2042,82 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 51,86 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{Vs}} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Durch die Subtraktion des magnetischen Eisenwiderstandes $R_{mag, Fe}$ von dem magnetischen Gesamtwiderstand R_{mag} ergibt sich der magnetische Luftwiderstand $R_{mag, O}$.

$$\begin{aligned} R_{mag} &= R_{mag, Fe} + R_{mag, O} \\ R_{mag, O} &= R_{mag} - R_{mag, Fe} = 5,85 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs} - 51,86 \cdot 10^3 \frac{A}{Vs} = 5,8 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Mittels dem Wissen über die Größe des magnetischen Luftwiderstandes $R_{mag, O}$ wird auf die Länge des Luftspalts l_O geschlossen.

$$\begin{aligned} R_{mag, O} &= \frac{l_O}{\mu_{r, O} \cdot \mu_0 \cdot A} \\ l_O &= R_{mag, O} \cdot \mu_{r, O} \cdot \mu_0 \cdot A = \\ &= 5,8 \text{ MH}^{-1} \cdot (1 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}) \frac{H}{m} \cdot 2042,82 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = \\ &= 0,01489 \text{ m} \hat{=} 14,89 \text{ mm} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Zur Kontrolle wird mittels der Gleichung 4.6 die Induktivität L der Spule berechnet.

$$\begin{aligned} L &= N^2 \cdot \frac{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot A}{l} = \frac{N^2}{R_{mag}} \rightarrow R_{mag, Fe} \ll R_{mag, O} \rightarrow L \approx \frac{N^2}{R_{mag, O}} \\ L &\approx N^2 \cdot \frac{\mu_{r, O} \cdot \mu_0 \cdot A}{l_O} = 3024^2 \cdot \frac{(1 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}) \frac{H}{m} \cdot 2042,82 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}{14,89 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 1,58 \text{ H} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Wird dieses Ergebnis mit der bekannten Nenninduktivität L_n verglichen, erkennt man, dass diese sehr gut übereinstimmen. Den maßgeblichen Einfluss auf die Größe der Induktivität L übt der Luftspalt l_O aus.

4.3 Zusammenhang der elektrischen Widerstände und Reaktanzen

Nachfolgend werden die benötigten Größen der fiktiven Modellspeule aus den bekannten elektrischen Kenndaten ermittelt und mit den berechneten Größen aus den geometrischen Kenndaten verglichen. Generalbemerkung: Verluste durch den Eisen-Ring-Kern der Speule werden vernachlässigt, sowie auch die Verluste der Kapazität.

Die elektrischen Kenndaten der fiktiven 3-Ampere-Sternpunktsspeule sind in der Tabelle 4.2 aufgelistet. Sie sind wie die Kenndaten aus Tabelle 4.1 aus der Kenndatensammlung des Institutes entnommen.

Kenndaten der Speule Teil 2		
U_{Phn} (\approx real)	I_n (\approx real)	$P_{Verluste 75^\circ C}$ (\approx real)
17,32 kV	3,1 A	1,39 kW

Tabelle 4.2: Kenndaten der Modellspeule, Teil 2

Die effektive Phasennennspannung U_{Phn} der Speule ermittelt sich wie folgt:

$$U_{Phn} = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = \frac{30 \text{ kV}}{\sqrt{3}} = 17,32 \text{ kV} \quad (4.20)$$

Berechnung der Scheinleistung S der Sternpunktsspeule:

$$S = U_{Phn} \cdot I_n = 17,32 \text{ kV} \cdot 3,1 \text{ A} = 53,692 \text{ kVA} \quad (4.21)$$

Wirkleistung P :

$$P = S \cdot \cos(\phi) = 53,692 \text{ kVA} \cdot \cos(5,04^\circ) = 53,48 \text{ kW} \quad (4.22)$$

Blindleistung Q :

$$Q = S \cdot \sin(\phi) = 53,692 \text{ kVA} \cdot \sin(5,04^\circ) = 4,72 \text{ kVar} \quad (4.23)$$

Ermittlung der Impedanz \underline{Z} der Sternpunktsspeule und deren Betrag Z :

$$Z = \frac{U_{Phn}}{I_n} = \frac{17,32 \text{ kV}}{3,1 \text{ A}} = 5587,1 \Omega \quad (4.24)$$

$$\underline{Z} = 5587,1 \Omega \cdot e^{j5,04^\circ} = (5565,5 + j490,8) \Omega$$

Berechnung des parallelen Verlustwiderstandes R_P der Speule sowie deren Leitwert G :

$$R_P = \frac{P}{I_n^2} = \frac{53,48 \text{ kW}}{(3,1 \text{ A})^2} = 5565,5 \Omega \rightarrow G = \frac{1}{R_P} = 0,1797 \text{ mS} \quad (4.25)$$

Äquivalent dazu erfolgt die Ermittlung der parallelen Reaktanz X_{LP} und Suszeptanz B :

$$X_{LP} = \frac{Q}{I_n^2} = \frac{4,72 \text{ kVar}}{(3,1 \text{ A})^2} = 490,8 \Omega \rightarrow B = -\frac{1}{X_{LP}} = -2,037 \text{ mS} \quad (4.26)$$

Durch den in Gleichung 4.25 erhaltenen Leitwert G und die in 4.26 erhaltenen Suszeptanz B ergibt sich die Admittanz \underline{Y} sowie deren Betrag Y :

$$\begin{aligned} \underline{Y} &= \frac{1}{\underline{Z}} = (G + jB) = (0,1797 - j2,037) \text{ mS} \\ Y &= \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{(0,1797 \text{ mS})^2 + (2,037 \text{ mS})^2} = 2,045 \text{ mS} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Mit der Gleichung 3.10 ist es nun möglich den seriellen Verlustwiderstand der Sternpunktsspule zu ermitteln:

$$R_S = \frac{G}{Y^2} = \frac{0,1797 \text{ mS}}{(2,045 \text{ mS})^2} = 42,97 \Omega \quad (4.28)$$

Durch die angegeben geschätzte Verlustleistung $P_{Verluste 75^\circ\text{C}} \approx 1,39 \text{ kW}$ im Nennpunkt, ist es möglich den dazugehörigen Verlustwiderstand bei einer Temperatur $T = 75^\circ\text{C}$ zu berechnen.

$$R_{S 75^\circ\text{C}} = \frac{P_{Verluste 75^\circ\text{C}}}{I_n^2} = \frac{1,39 \text{ kW}}{(3,1 \text{ A})^2} = 144,6 \Omega \quad (4.29)$$

Wird der Wert des unter Gleichung 4.29 errechnete Widerstandes $R_{S 75^\circ\text{C}}$ für die Raumtemperatur $T = 20^\circ\text{C}$ ermittelt, erhält man

$$\begin{aligned} R_{CU 20^\circ\text{C}} &= \frac{R_{CU 75^\circ\text{C}}}{(1 + \alpha \cdot (T - T_0))} = \\ &= \frac{144,6 \Omega}{(1 + 3,93 \cdot 10^{-3} \cdot (75 - 20))} = 118,9 \Omega \end{aligned} \quad (4.30)$$

Der Temperaturkoeffizient $\alpha = 3,93 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$ ist aus [5] entnommen.

Wie ersichtlich ist, gibt es einen Unterschied zwischen den aus den geometrischen und elektrischen Kenndaten ermittelten Widerstandswerten. Dies wird späteres bei den Simulationen berücksichtigt.

Mit der Gleichung 3.11 ist es nun möglich die serielle Reaktanz der Sternpunktsspule zu ermitteln:

$$X_{LS} = -\frac{B}{Y^2} = -\frac{-2,037 \text{ mS}}{(2,045 \text{ mS})^2} = 487,1 \Omega \quad (4.31)$$

Werden die Induktivitätswerte der seriellen und parallelen Reaktanz ermittelt und miteinander verglichen, ist nur ein geringer Unterschied zuerkennen. Dieser Unterschied wird wie der der Widerstandswerte bei den Simulationen berücksichtigt.

$$L_P = \frac{X_{LP}}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{490,8 \Omega}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz}} = 1,5623 \text{ H} \quad (4.32)$$

$$L_S = \frac{X_S}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{487,1 \Omega}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz}} = 1,55 \text{ H} \quad (4.33)$$

Weiters wird der Phasenwinkel ϕ_S berechnet:

$$\phi_S = \tan^{-1} \left(\frac{X_{LS}}{R_S} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{487,1 \Omega}{42,97 \Omega} \right) = 84,96^\circ \quad (4.34)$$

4.4 Simulation mittels Spannungsquelle mit LTSpice

Wie bereits erwähnt wird die Sternpunktsspule mit ihren gegebenen Bedingungen in einem Simulationsprogramm simuliert. Das verwendete Simulationsprogramm ist „LTSpice IV for OS X“ von „Linear Technology Corporation“.

4.4.1 Simulation der linearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität

In diesem Punkt werden Simulationen mit einer Spule mit linearem Verhalten durchgeführt. Dabei wird die Netzkapazität C_{Netz} des gesunden 30-kV-Systems von $3\ \mu\text{F}$ bis $10\ \mu\text{F}$ in $0.01\ \mu\text{F}$ Schritten erhöht. Dadurch ist gewährleistet, dass der Resonanzpunkt der Parallelschaltung durch die reale Spule und der Ersatznetzkapazität C_{Netz} sehr gut getroffen wird. Die schrittweise Erhöhung hat zur Folge, dass man sich immer näher an den Resonanzpunkt heran tastet, diesen erreicht und ihn dann wieder Schritt für Schritt verlässt. Die Simulationsdauer ist auf 5 s festgelegt. In diesem Zeitraum sind sämtliche Anfangsschwingungen abgeklungen. Die Abtastzeit (Rechenschritt-Dauer) ist mit $1\ \mu\text{s}$ definiert.

In den nachfolgenden Diagrammen sind, mit wenigen Ausnahmen, immer die Effektivwerte der Ergebnisse (Verlagerungsspannungen U_{NE}) ersichtlich.

Der Effektivwert (RMS → Root Mean Square) der Spannungen

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dx} \quad (4.35)$$

wird jeweils ab dem Zeitabschnitt nach der zweiten Sekunde bis zum Ende der Simulationsdauer (5s) berechnet. Dies ist so definiert, damit nur über den stationären Verlauf der Effektivwert ermittelt wird und die transienten Einschwingvorgänge keine Verfälschung hervorrufen.

Der Spitzen-Spitzen-Wert der treibenden Spannung im Falle eines 110-kV-seitigen Erdschluss ist:

$$U_{SS} = \frac{U_N \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{110\ \text{kV} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 89,8\ \text{kV} \quad (4.36)$$

In der Tabelle 4.3 sind die Kenndaten, die für die Simulation notwendig sind, aufgelistet. Ihre jeweilige Ermittlung bzw. Berechnung ist in den voran gegangenen Punkten dokumentiert und ersichtlich. Die Koppelkapazität C_K ist aus [1] entnommen.

Kenndaten für die Simulation			
\hat{U}	89,8 kV	f	50 Hz
C_K	19,89 nF	C_{Netz}	variabel
geometrische Abmessungen			
L	1,565 H	R_{CU}	13,6 Ω
gemessenen elektrischen Größen			
L_S	1,55 H	R_{CUS}	42,97 Ω
Verlustleistung			
L	1,565 H	$R_{CU 20^\circ C}$	118,9 Ω

Tabelle 4.3: Kenndaten für die Simulation

Die Abbildung 4.3 zeigt die Ersatzschaltung für die Simulation mit einer linearen Spule.

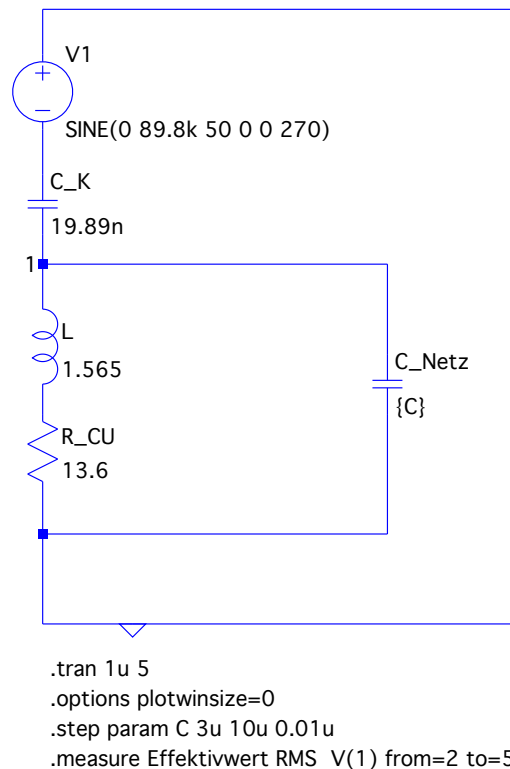


Abbildung 4.3: Schaltbild für die Simulation der linearen Spule

Die Schaltung besteht aus einer Quelle $V1$, die die treibende Spannung erzeugt, einer Koppelkapazität C_K , einer realen linearen Spule, die durch L und R_{CU} symbolisiert ist und einer Ersatzkapazität C_{Netz} parallel zu der Spule, die die Leiter-Erde-Kapazitäten des gesunden 30-kV-System repräsentieren.

Der Zusatztext **SINE(0 89.8k 50 0 0 270)** bei der Quelle $V1$ bedeutet: sinusförmige Kurvenform, 0 V Offset, 89,8 kV Spitze-Spitze-Amplitude der treibenden Spannung, 50 Hz Frequenz, 0 s Verzögerungszeit, $0 \frac{1}{s}$ Dämpfungsfaktor, und 270° Phasenlage (Zünden des Fehler-Lichtbogens im Spannungsmaximum).

Der Zusatztext unter der Ersatzschaltung bedeutet:

- **.tran 1u 5**, ist eine nichtlineare transiente Analyse mit einer Abtastzeit von $1\mu\text{s}$ und einer Simulationsdauer von 5 s.
- **.options plotwinsize=0** alle Messdaten werden verwendet (angezeigt)
- **.step param C 3u 10u 0.01u**, schrittweise Erhöhung der Netzkapazität C_{Netz} in dem Bereich $3\mu\text{F}$ bis $10\mu\text{F}$ in $0.01\mu\text{F}$ Schritten.
- **.measure Effektivwert RMS V(1) from=2 to=5**, Ermittlung der effektiven Spannungsgröße U_{NE} zwischen dem Knotenpunkt 1 und Erde.

Die Simulation wird für die in Tabelle 4.3 angegebenen Kenndaten in LTSpice durchgeführt. Die erhaltenen Ergebnisse werden mittels MATLAB verarbeitet und in der Form eines Diagrammes aufbereitet und dargestellt. Dies gilt für alle nachfolgenden Diagramme. Bei dem Programm MATLAB wird die Version R2014b verwendet.

In der Abbildung 4.4 sind die durch die Simulation errungenen Ergebnisse, also der Effektivwert der Verlagerungsspannung U_{NE} über die kapazitive Reaktanz $X_{C_{Netz}}$, die durch die schrittweise Änderung der Kapazität C_{Netz} erhöht wird, ersichtlich.

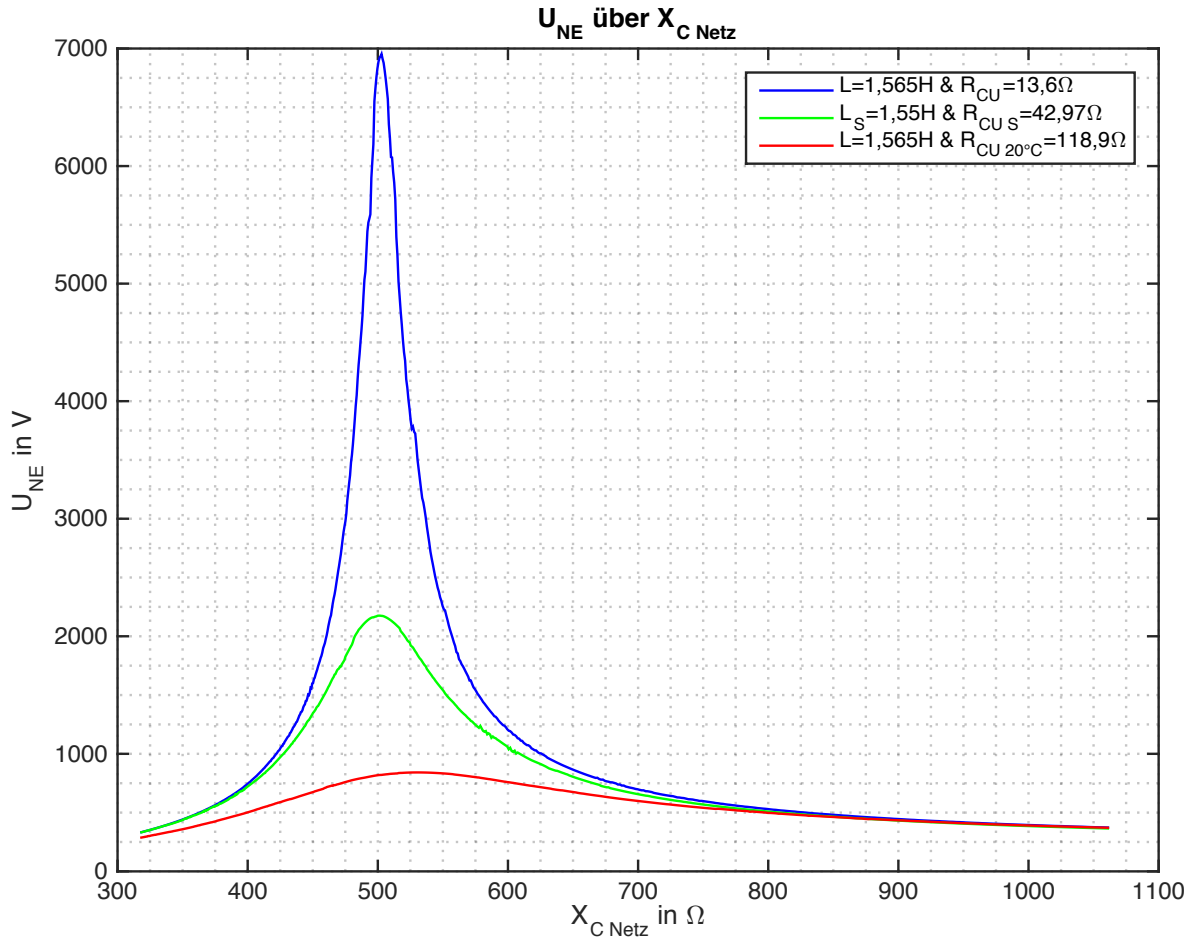


Abbildung 4.4: Spannungsverlauf von U_{NE} über $X_{C_{Netz}}$ bei linearer Spule

Wird ein Vergleich der drei erhaltenen Kennlinien, gegeben durch die unterschiedlichen Kenndaten, vollzogen, so ist erkennbar, dass eine sehr große Abhängigkeit der Verlagerungsspannung U_{NE} vom seriellen Wicklungs-Widerstand existiert. Je höher dessen Wert ist, umso geringer ist der Spannungsabfall entlang der linearen Spule im Resonanzfall.

Weiters ist erkennbar, dass sich der Resonanzpunkt aufgrund der Änderung der drei unterschiedlichen Kenndaten für die Spule nicht ausschlaggebend ändert. Dies bedeutet: Der Verlustwiderstand der Spule hat keinen nennenswerten Einfluss auf die Impedanz der Spule, mit der Berücksichtigung, bezogen auf die simulierten Kenndaten der Spule.

In Abbildung 4.5 ist versuchsweise der Verlustwiderstand mit $R_{CU} = 1 \Omega$ angenommen. Die auftretende höchste Verlagerungsspannung ist $U_{NE} \approx 62 \text{ kV}$. Vergleicht man dies nun mit dem höchstmöglichen auftretenden Spannungswert $U_{NE} \approx 7 \text{ kV}$ in Abbildung 4.4, die bei einem Widerstandswert $R_{CU} = 13,6 \Omega$ entsteht, bestätigt dies die Aussage:

„Es besteht eine starke Abhängigkeit des Spannungsabfalles entlang der Spule von deren ohmschen Wicklungs-Widerstand“

von vorhin, bei seriellem ESB. Wenn der ohmsche Widerstand der Spule weiter gegen Null getrieben wird, würde die Verlagerungsspannung noch weiter steigen. Dies wird später in dieser Arbeit auch analytisch nachgewiesen, siehe Punkt 4.5.2.

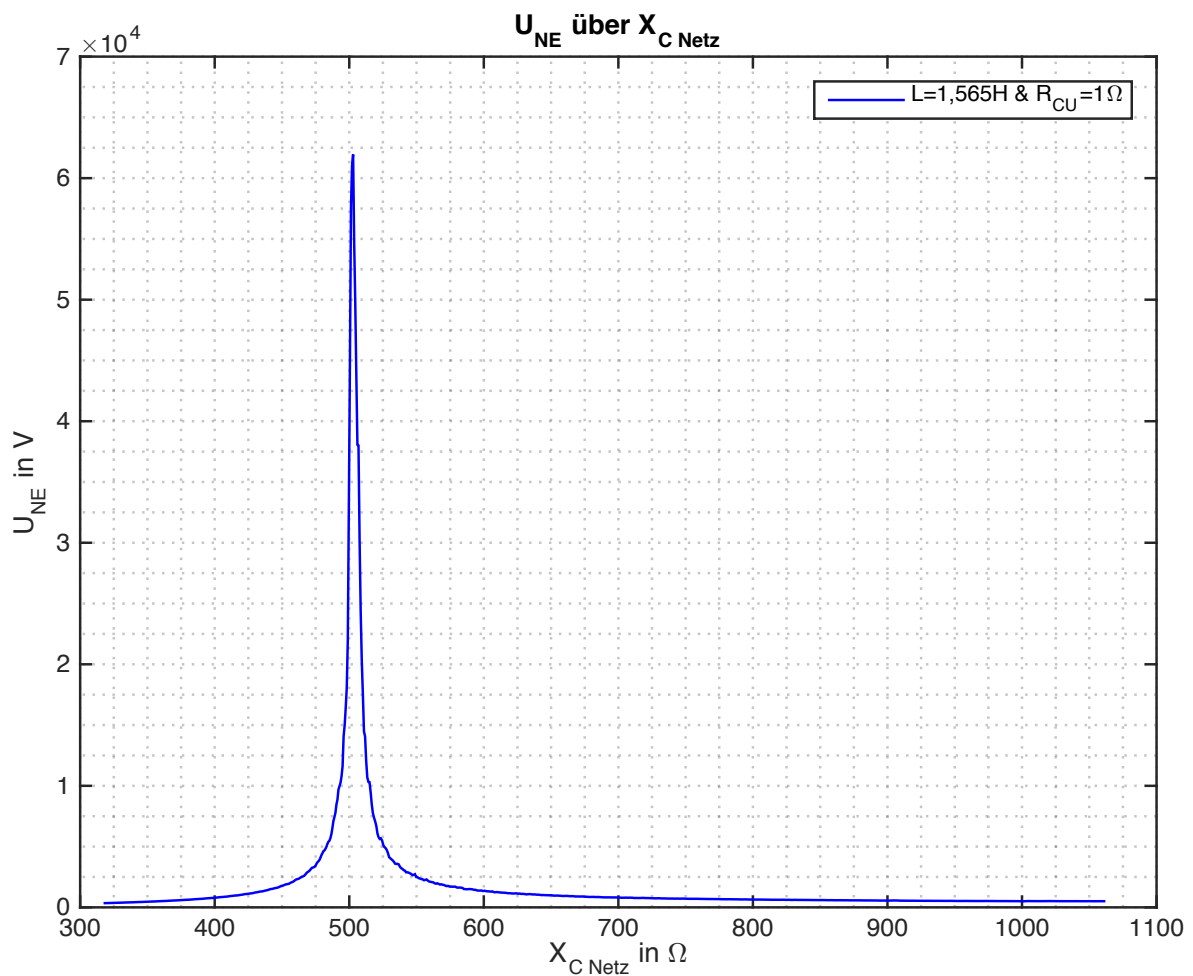


Abbildung 4.5: Spannungsverlauf von U_{NE} über $X_{C Netz}$ bei linearer Spule

4.4.2 Ermittlung der Spannungs-Strom-Kennlinie der Spule

In weiterer Folge wird die Auswirkung eines nichtlinearen Verhaltens einer Spule auf die Verlagerungsspannung U_{NE} betrachtet. Dazu muss die nichtlineare Charakteristik der Spule für die Simulation in LTSpice definiert werden. Dies geschieht, in dem die Spule nicht über einen fixen Wert (Parameter) sondern über eine komplexe mathematische Funktion definiert wird. Die Ermittlung und Definition dieser Funktion erfolgt nachstehend.

Die Abbildung 4.6 zeigt den Verlauf des Arkustangens, $\text{atan}(x)$ und des Tangens Hyperbolicus, $\text{tanh}(x)$.

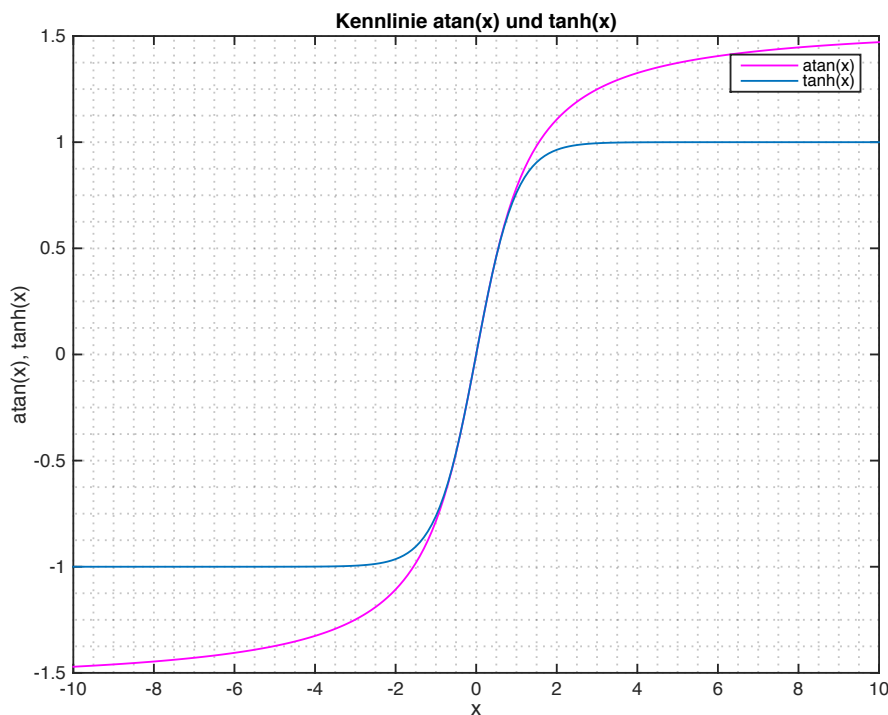


Abbildung 4.6: Verlauf des $\text{atan}(x)$ und $\text{tanh}(x)$

Der $\text{atan}(x)$ liefert einen plausibleren Näherungsverlauf für einen nichtlineare Spule als der $\text{tanh}(x)$, vergleiche mit magnetischer Kennlinie in Abbildung 3.6. Dieser weist einen sehr starken Übergang (Knick) zu seinem Endwert, Sättigung auf. Der $\text{atan}(x)$ verläuft sanfter. Aufgrund dessen wird der $\text{atan}(x)$ als Funktion für das nichtlineare Verhalten der Induktivität L gewählt.

Um eine nichtlineare Spule simulieren zu können, wird der Induktivität L , die in Gleichung 4.37 angeführte Funktion $flux$ zugewiesen. Die Funktion $flux$, siehe Gleichung 4.37,

ist aus [8] entnommen.

$$flux = \{L \cdot I_S\} \cdot atan\left(\frac{x}{\{I_S\}}\right) \quad (4.37)$$

Die Gleichung 4.37 setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Der erste Teil ist das Produkt der Induktivität L und des Sättigungsstromes I_S . Dieses Produkt ergibt den magnetischen Fluss Φ , siehe Gleichung 3.3. Der zweite Teil besteht aus der Funktion des Arkustangens. Dieser ist so gewählt, dass der in Punkt 3.4 definierte Knickpunkt der Induktivität bei dem Sättigungsstrom I_S erfolgt. Die Variable x repräsentiert $I(L)$ den Strom, der durch die Induktivität fließt. Die geschwungenen Klammern sind für Variablen notwendig die ihre Größe zeitlich nicht verändern.

In der Abbildung 4.7 ist die Ersatzschaltung der Simulation für die Aufnahme der Spannungs-Strom-Kennlinie (U-I-Kennlinie) einer nichtlinearen Spule dargestellt.

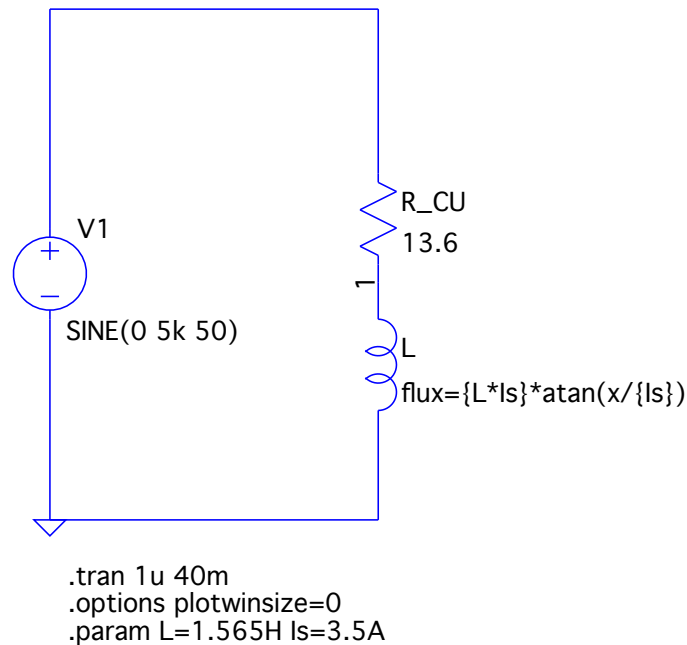


Abbildung 4.7: Schaltbild für die Simulation der Spannungs-Strom-Kennlinie

Erläuterung des Zusatztextes, Abbildung 4.7:

- **SINE(0 5k 50)** sinusförmige Spannung, 0 V Offset, 5 kV Spitze-Spitze-Amplitude, 50 Hz Frequenz.
- **flux = $\{L \cdot I_S\} \cdot atan\left(\frac{x}{\{I_S\}}\right)$** , siehe Definition oben.
- **.tran 1u 40m**, ist eine nichtlineare transiente Analyse mit einer Abtastzeit von $1 \mu s$ und einer Simulationsdauer von 40 ms.

- `.options plotwinsize=0` alle Messdaten werden verwendet (angezeigt)
- `.param L=1.565H IS=3.5A`, L hat den Wert 1.565 H und der Strom im Knickpunkt beträgt $I_S=3.5$ A.

In der Abbildung 4.8 sind die erhaltenen Ergebnisse der Simulation gezeigt. Es ist schematisch der Zusammenhang der Spannung $u_{V1}(t)$ mit dem Strom $i_L(t)$ über die Spannungs-Strom-Kennlinie (U-I-Kennlinie) dargestellt.

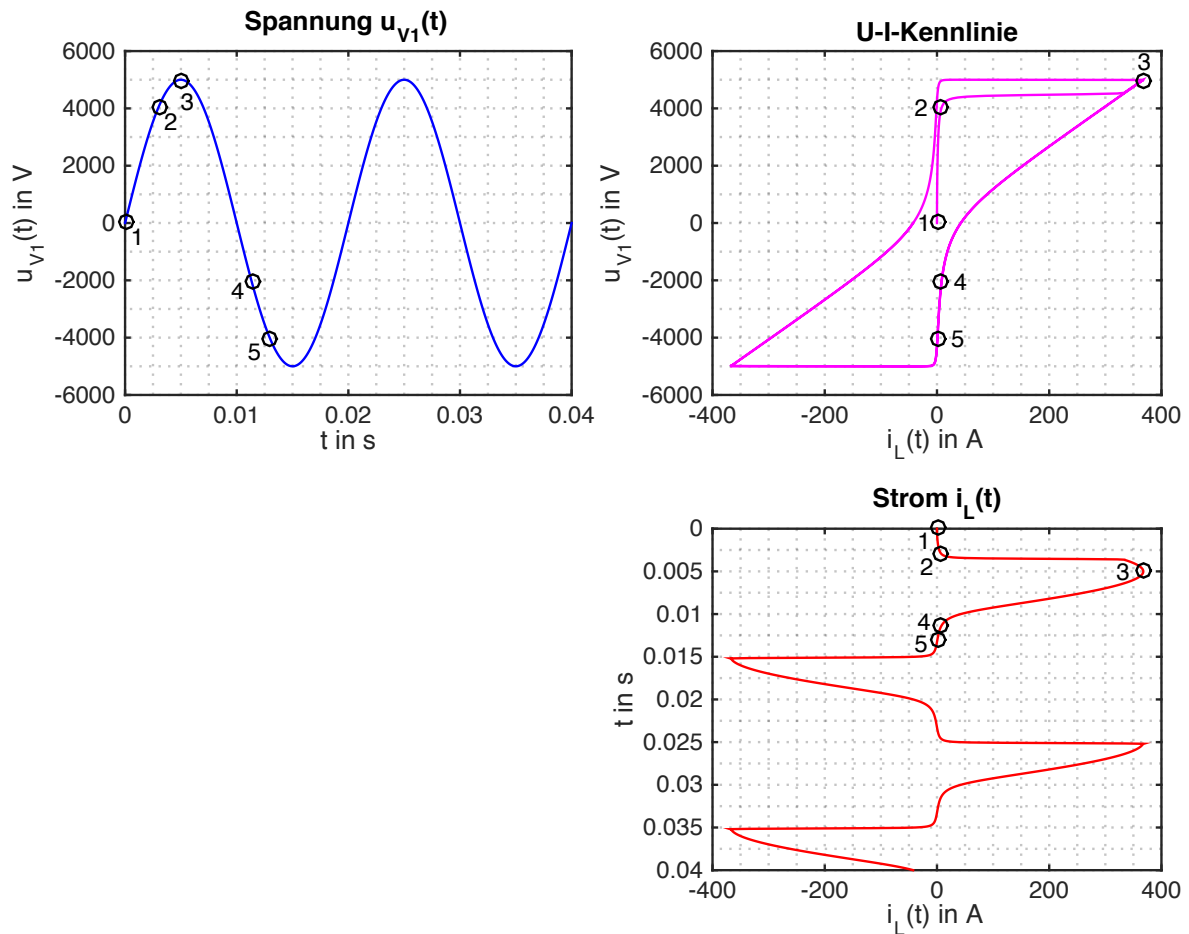


Abbildung 4.8: Zusammenhang der Spannung und des Stromes

Wird der Kurvenverlauf des Stromes $i_L(t)$ in Abbildung 4.8 mit der Definition des Stromes $i(t)$ in der Abbildung 3.8 gleichgesetzt, ist eine gute Übereinstimmung zu erkennen. Der sehr steile Anstieg ab der zweiten Halbwelle ist auf die Gerade im positiven sowie im negativen Sättigungsbereich in der U-I-Kennlinie zurückzuführen.

In der Abbildung 4.9 ist die Spannungs-Strom-Kennlinie der Spule (aus Abbildung 4.8) separat für die Ermittlung des Sättigungspunktes dargestellt.

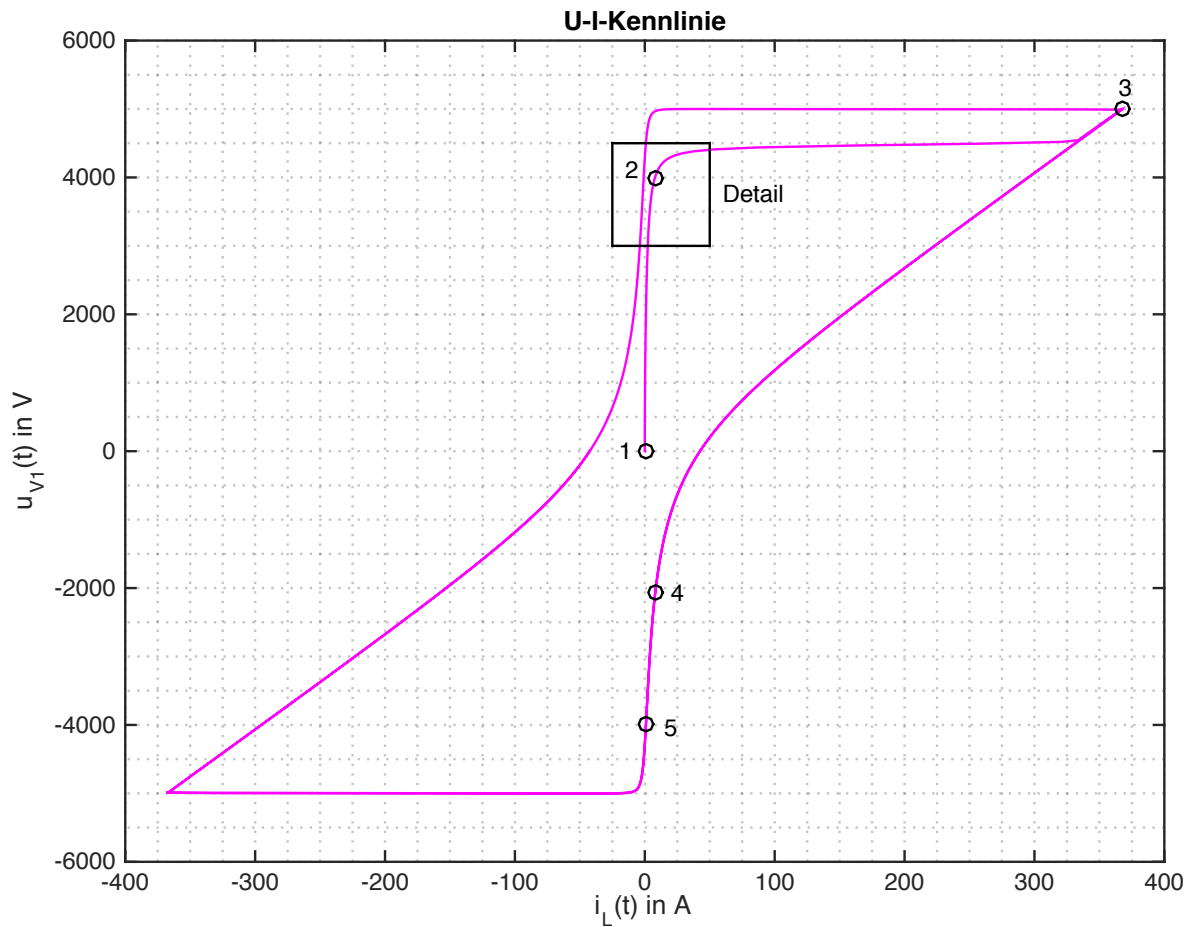


Abbildung 4.9: Spannungs-Strom-Kennlinie der Spule

Der relevante Bereich der Kennlinie für die Überprüfung des Kickpunktes der U-I-Kennlinie ist einer sehr kleiner, daher wird dieser, für eine genauere Bestimmung, nochmals vergrößert. Der betreffende Bereich ist in Abbildung 4.9 mittels Detail gekennzeichnet. Die vergrößerte Detailansicht ist in Abbildung 4.10 ersichtlich.

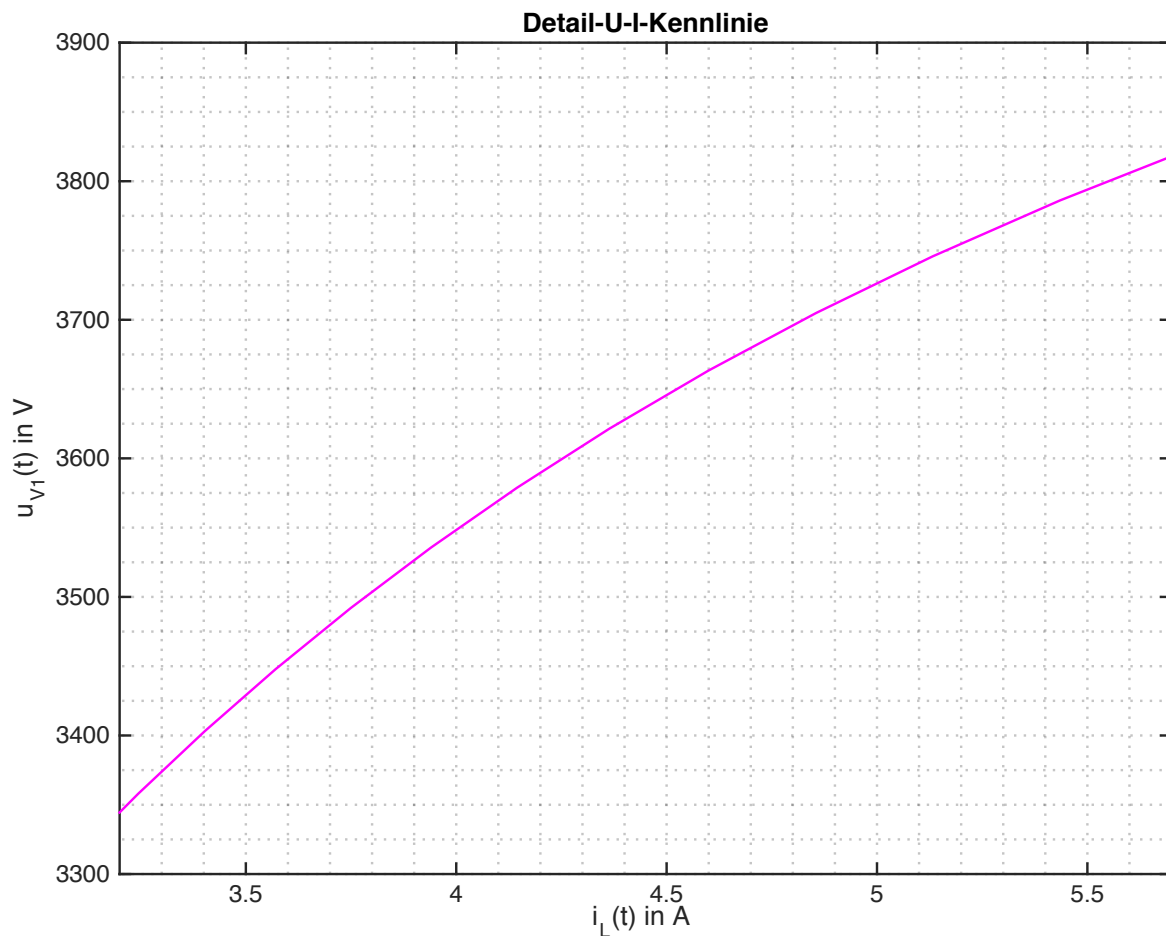


Abbildung 4.10: Ausschnitt aus der Spannungs-Strom-Kennlinie im Bereich des Sättigungspunktes der Spule

Wird die zum Strom $i_L(t) = 3.5 \text{ A}$ zugehörige Spannung ermittelt $u_{V1}(t) \approx 3425 \text{ V}$, kann mit der im Unterpunkt 3.4 angeführten Definition überprüft werden, ob hier wirklich der Sättigungspunkt (knee-point) vorliegt. Es gilt die Annahme, dass nur die Grundwelle bei einer Frequenz von $f = 50 \text{ Hz}$ betrachtet wird und diese rein sinusförmig ist.

$$U_{+10\%} = 3,425 \text{ kV} \cdot 1,1 = 3,7675 \text{ kV} \quad (4.38)$$

Bei einer Spannung von $3,7675 \text{ kV}$ fließt ein Strom in der Höhe von ca. $5,35 \text{ A}$ durch die Spule. Dies bedeutet eine Erhöhung des Stromes von 53% und dadurch ist der Definition des Kickpunktes genüge getan.

$$\frac{I(U_{+10\%} = 3,7675 \text{ kV}) - I(U = 3,425 \text{ kV})}{I(U = 3,425 \text{ kV})} = \frac{5,35 \text{ A} - 3,5 \text{ A}}{3,5 \text{ A}} = 0,529 \hat{=} +52,9\% \quad (4.39)$$

Für den besseren Vergleich ist in Abbildung 4.11 der Zusammenhang der Spannung und des Stromes einer linearen Spule ersichtlich.

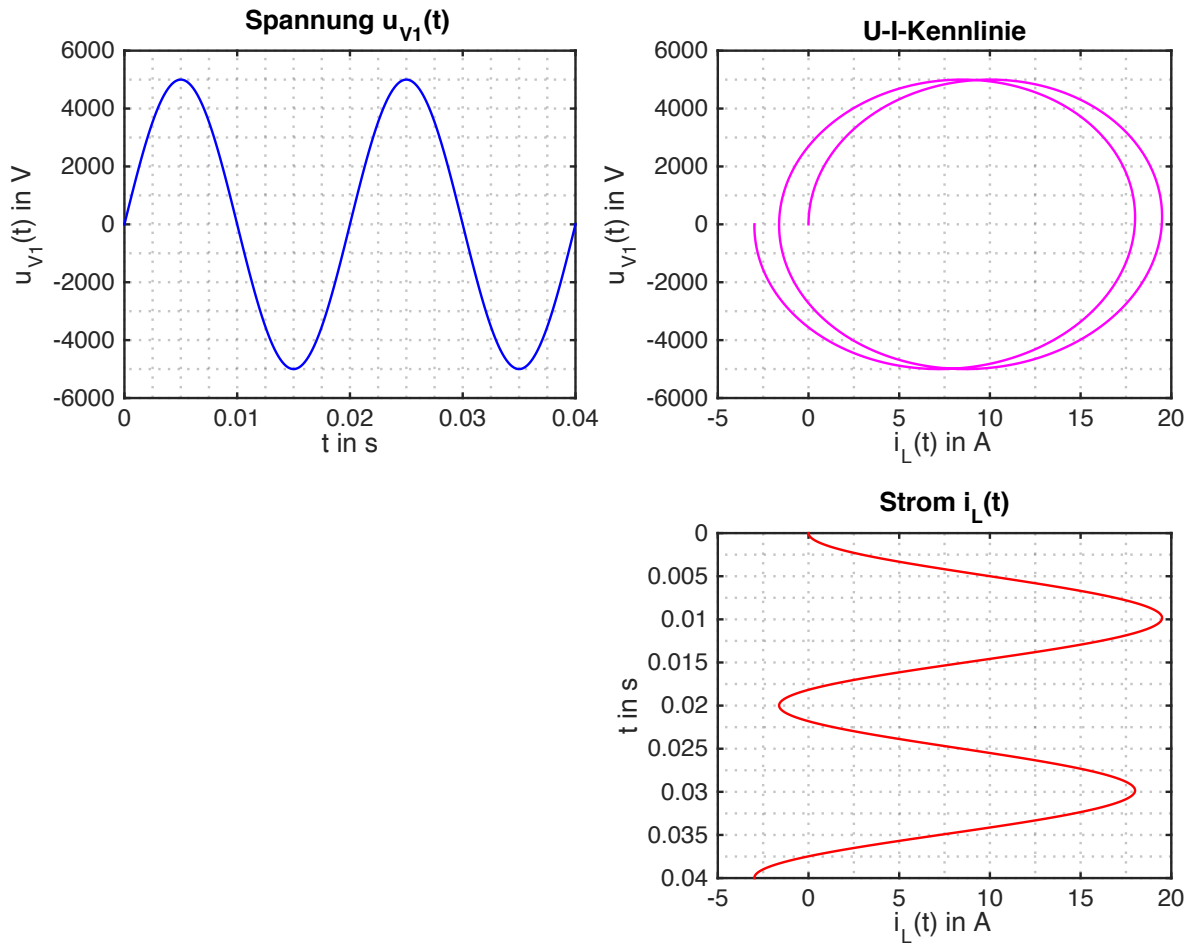


Abbildung 4.11: Zusammenhang der Spannung und des Stromes

4.4.3 Simulation der nichtlinearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität

Diese Simulationen erfolgen gleich wie die in Punkt 4.4.1 durchgeführten Simulationen. Der Unterschied besteht darin, dass eine nichtlineare Spule simuliert wird. Die genaue Definition der Nichtlinearität der Spule ist im Unterpunkt 4.4.2 zuvor behandelt. Die Simulationen werden mit denselben Kenndaten (Tabelle 4.3) durchgeführt.

In der Abbildung 4.12 ist die Ersatzschaltung der Simulation mit der nichtlinearen Spule ersichtlich. Die Erklärung der einzelnen Textzeilen in der Ersatzschaltung sind weiter oben zu entnehmen.

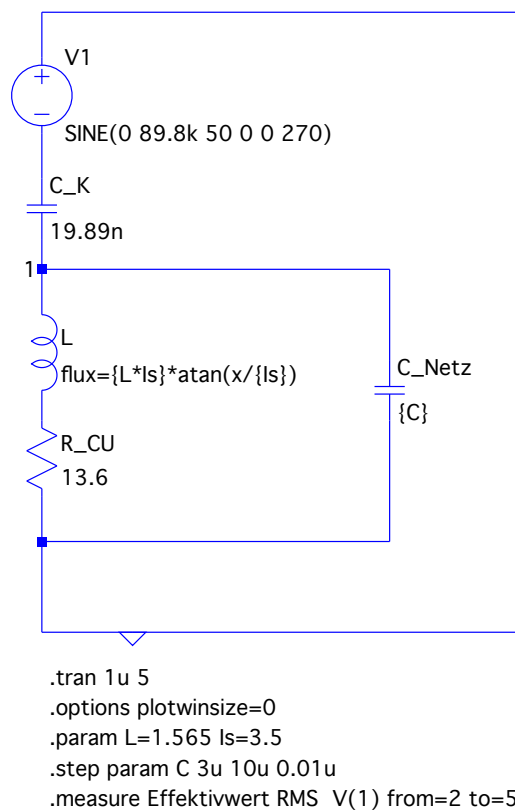


Abbildung 4.12: Schaltbild für die Simulation der nichtlinearen Spule

In der Abbildung 4.13 wird der Effektivwert der Verlagerungsspannung U_{NE} aufgetragen, über die kontinuierlich erhöhte kapazitive Reaktanz $X_{C\text{Netz}}$ dargestellt.

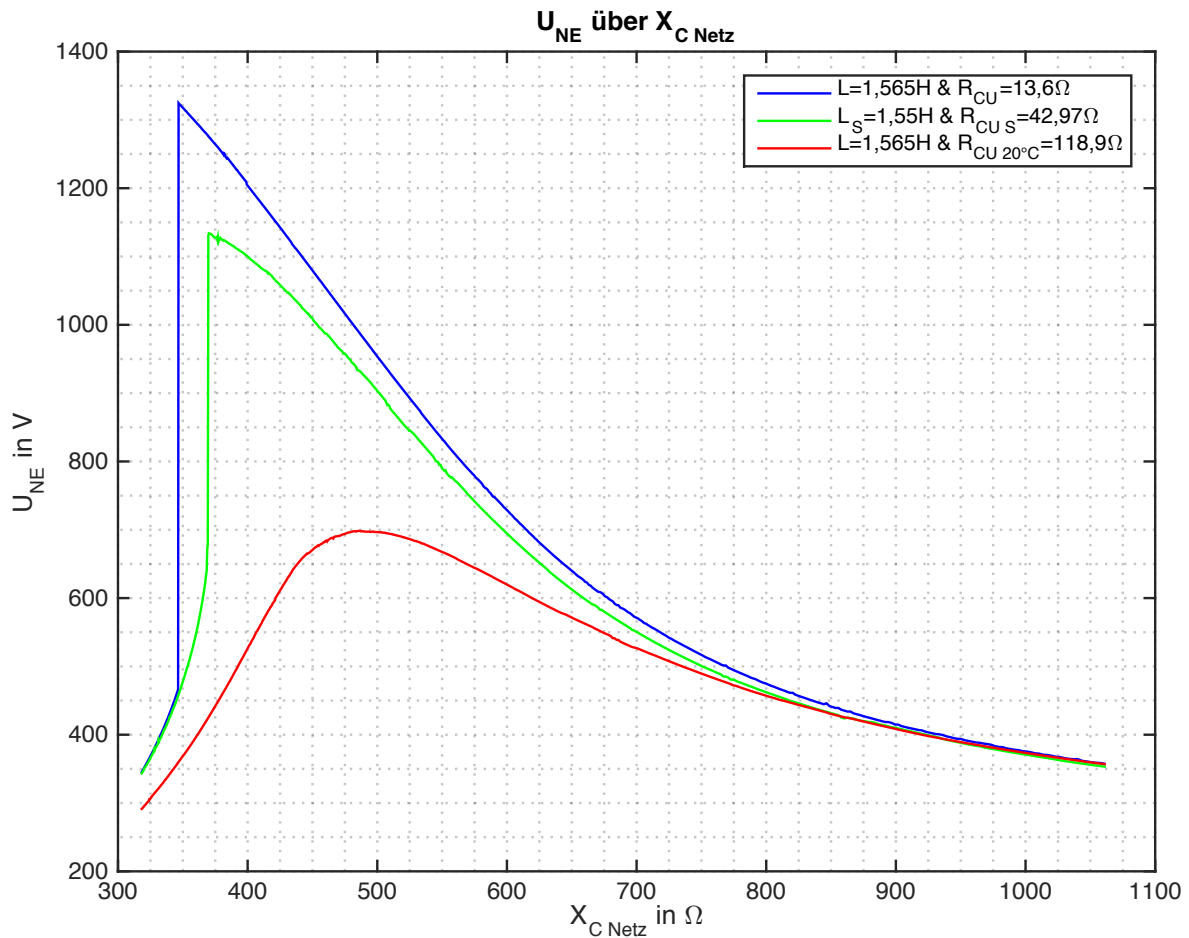


Abbildung 4.13: Spannungsverlauf von U_{NE} über $X_{C\text{Netz}}$ bei nichtlinearer Spule

Durch die Analyse der drei Kennlinien ist erkennbar, dass es bei niedrigem ohmschen Verlustwiderstand einen Spannungssprung (Sprungstelle) gibt. Weiters ist auffällig, dass der Höchstwert des Spannungsabfalles entlang der Spule bei einer anderen Kapaziti-venreaktanz $X_{C\text{Netz}}$ als bei einem linearem Verhalten der Spule ist. Dies bedeutet, der Resonanzpunkt ist verschieden. Dieser sollte ähnlich wie bei der linearen Spule in der Nähe von der Impedanz der Spule liegen.

$$\begin{aligned}
 X_L &= L \cdot \omega = 1,565 \text{ H} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} = 491,66 \Omega \\
 Z_S &= \sqrt{R_{CU}^2 + X_L^2} = \sqrt{(13,6 \Omega)^2 + (491,66 \Omega)^2} = 491,85 \Omega
 \end{aligned}
 \tag{4.40}$$

Es ist drauf zu schließen, dass die Funktion *flux* die Änderung der Induktivität L nicht ausreichend beschreibt. Dadurch kann dieses Modell für die Simulation einer nichtlinearen Spule unter den geforderten Bedingungen nicht angewendet werden.

4.5 Simulation mittels Spannungsquelle mit Simscape

Durch die Nicht-Anwendbarkeit des Modells in LTSpice für die nichtlineare Spule, wird die Simulation mittels Simscape in MATLAB vollführt. Um einen repräsentativen Vergleich der bereits bekannten Ergebnisse der linearen Spule zu ermöglichen, wird die lineare Spule auch in MATLAB simuliert.

4.5.1 Simulation der linearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität

In diesem Unterpunkt wird die Simulation bei einem linearen Verhalten der Spule simuliert. Weiters werden die erhaltenen Ergebnisse mit denen aus Punkt 4.4.1 verglichen und auf etwaige Unterschiede eingegangen. Die Simulationen erfolgen mit den Kenndaten aus der Tabelle 4.3.

In der Abbildung 4.14 ist die Ersatzschaltung der Simulation mit linearer Spule ersichtlich.

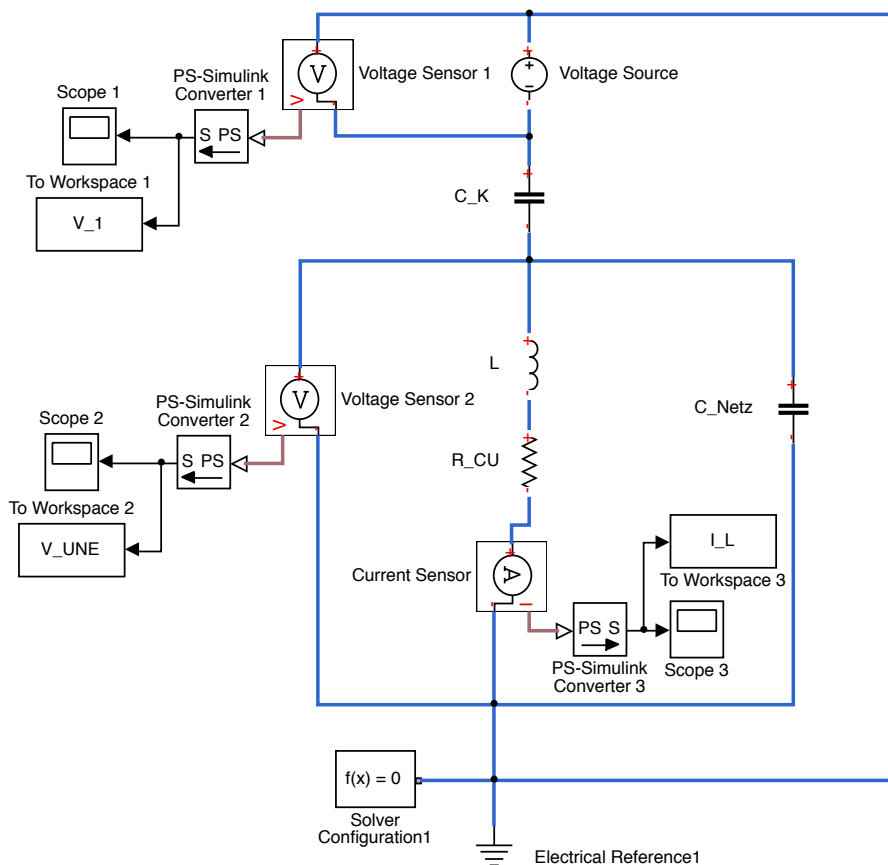


Abbildung 4.14: Schaltbild für die Simulation bei linearer Spule

Die in Abbildung 4.14 gezeigte Schaltung besteht aus einer Quelle *Voltage Source*, die die treibende Spannung erzeugt, einer Koppelkapazität C_K , einer realen linearen Spule die durch L und R_{CU} symbolisiert ist und einer Ersatzkapazität C_{Netz} parallel zu der Spule, die die Leiter-Erde-Kapazitäten des gesunden 30-kV-System repräsentieren.

Des weiteren besteht diese Schaltung aus mehreren Sensoren sowohl für die Messung der Spannung *Voltage Sensor* als auch für den Strom *Current Sensor*. Die *PS – Simulink Converter* konvertieren das physikalische Input-Signal in ein Simulink Output-Signal. *Scope* dient zur Anzeige von Signalen während der Simulation. *To Workspace* wird benötigt um in weiterer Folge die Daten in einem M-File auswerten zu können. Die *Solver – Configuration* wird benötigt um die Schaltung simulieren zu können. Als Solver wird der von Matlab vorgeschlagene Solver *ode15s (stiff/NDF)* verwendet. Die oberhalb angeführten Erklärungen für *Voltage/Current Sensor*, *PS – Simulink Converter*, *Scope*, *To Workspace* und *Solver – Configuration* sind inhaltlich aus der Hilfe in Simulink (MATLAB) entnommen.

In der Abbildung 4.15 ist der Effektivwert der Verlagerungsspannung U_{NE} über die kontinuierlich erhöhte kapazitive Reaktanz $X_{C\text{ Netz}}$ ersichtlich.

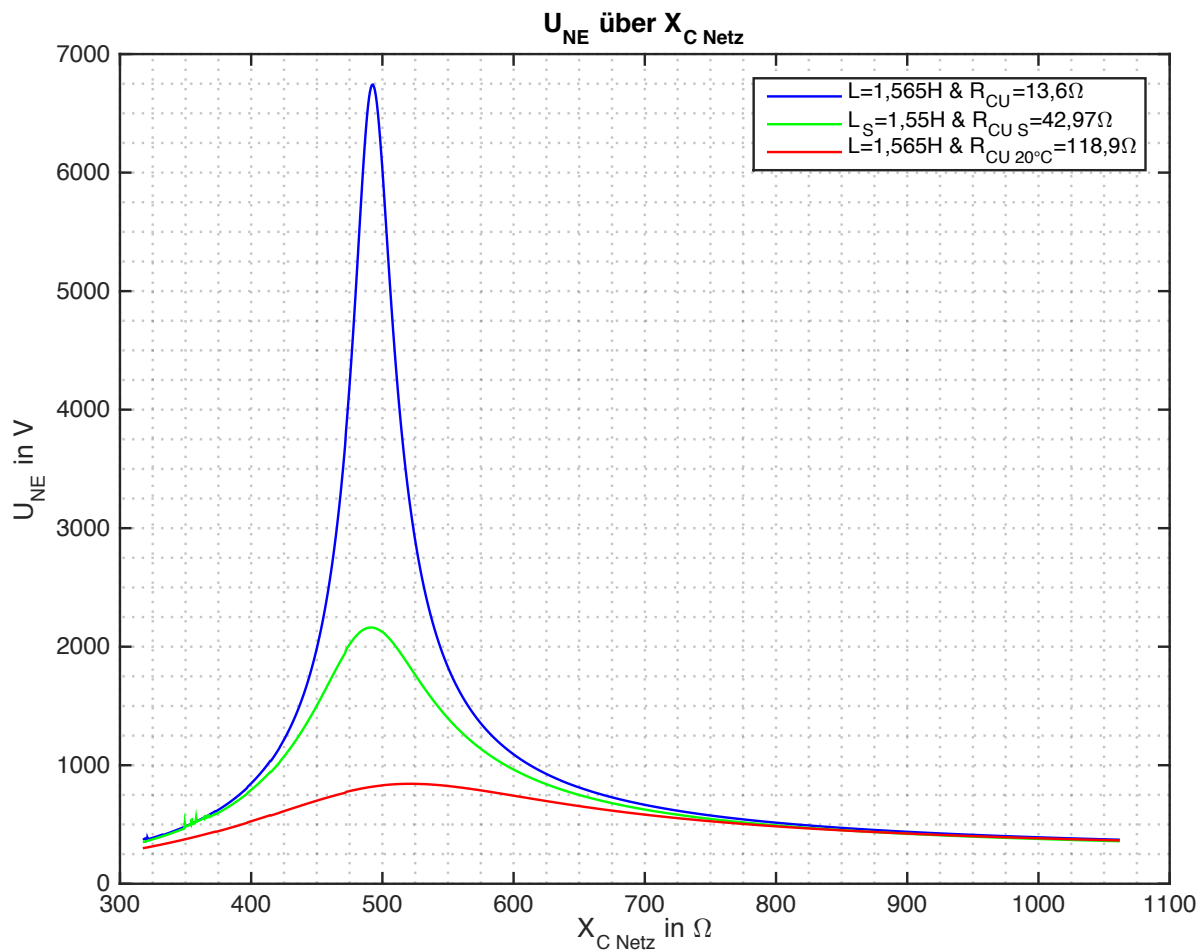


Abbildung 4.15: Spannungsverlauf von U_{NE} über $X_{C\text{ Netz}}$ bei linearer Spule

Werden die erhaltenen Ergebnisse aus diesem Punkt mit denen aus Punkt 4.4.1 für einen Vergleich herangezogen, so ist eine sehr gute Übereinstimmung zu erkennen. Durch diese Übereinstimmung gelten für diese Ergebnisse alle bereits dort gewonnenen Erkenntnisse.

4.5.2 Berechnung der Resonanzkapazität

Durch die Erkenntnis, dass der ohmsche Widerstand der Spule einen großen Einfluss auf die höchst mögliche auftretende Verlagerungsspannung U_{NE} hat, also sich auf den Resonanzpunkt auswirkt, wird die Gesamtimpedanz der Ersatzschaltung (Abbildung 2.3) ermittelt um im nächsten Schritt einen Zusammenhang zwischen der Größe des Wicklungswiderstandes R_{CU} und der Größe der Netzkapazität C_{Netz} im Resonanzfall zu generieren. Es wird eine linear Spule betrachtet.

$$\begin{aligned} \underline{Z}_S &= R_{CU} + j\omega L \\ \underline{Z}_{ges} &= \frac{\underline{Z}_S \cdot X_{Netz}}{\underline{Z}_S + X_{Netz}} + X_K = \frac{(R_{CU} + j\omega L) \cdot \frac{1}{j\omega C_{Netz}}}{(R_{CU} + j\omega L) + \frac{1}{j\omega C_{Netz}}} + \frac{1}{j\omega C_K} \end{aligned} \quad (4.41)$$

Durch komplexe Erweiterung der Gleichung 4.41, Null setzen des Imaginärteils und auflösen nach C_{Netz} erhält man eine quadratische Gleichung.

$$\begin{aligned} \text{Im}(\underline{Z}_{ges}) &= 0 \\ C_{Netz}^2 + C_{Netz} \cdot \left(C_K - \frac{2 \cdot L}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} \right) + \frac{1 - \omega \cdot L \cdot C_K}{R^2 \cdot \omega^2 + \omega^4 \cdot L^2} &= 0 \\ p &= C_K - \frac{2 \cdot L}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} \\ q &= \frac{1 - \omega \cdot L \cdot C_K}{R^2 \cdot \omega^2 + \omega^4 \cdot L^2} \end{aligned} \quad (4.42)$$

Mittels der Lösungsformel für die quadratische Gleichung und durch einsetzen der Kenn-
daten aus den geometrischen Abmessungen (Tabelle 4.3) ergibt sich

$$\begin{aligned} C_{Netz1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ C_{Netz1} &= 6,462 \cdot 10^{-6} \text{ F} \angle 0,003 \\ C_{Netz2} &= 6,462 \cdot 10^{-6} \text{ F} \angle -0,003 \end{aligned} \quad (4.43)$$

Wie man an Gleichung 4.43 gut erkennen kann, sind die Lösungen nahezu identisch und werden in weiterer Folge auch so angenommen. Der Winkel ergibt sich aufgrund von Rundungsfehler und wird vernachlässigt.

Durch die Gleichung 4.43 kann bei Erhöhung des Verlustwiderstand R_{CU} , im Bereich zwischen 0Ω und 500Ω in 1Ω schritten, immer die zugehörige Resonanzkapazität $C_{Netz Resonanz}$ ermittelt werden.

In der Abbildung 4.16 ist die Resonanzreaktanz $X_{C_{Netz\ Resonanz}}$ über dem Verlustwiderstand R_{CU} ersichtlich.

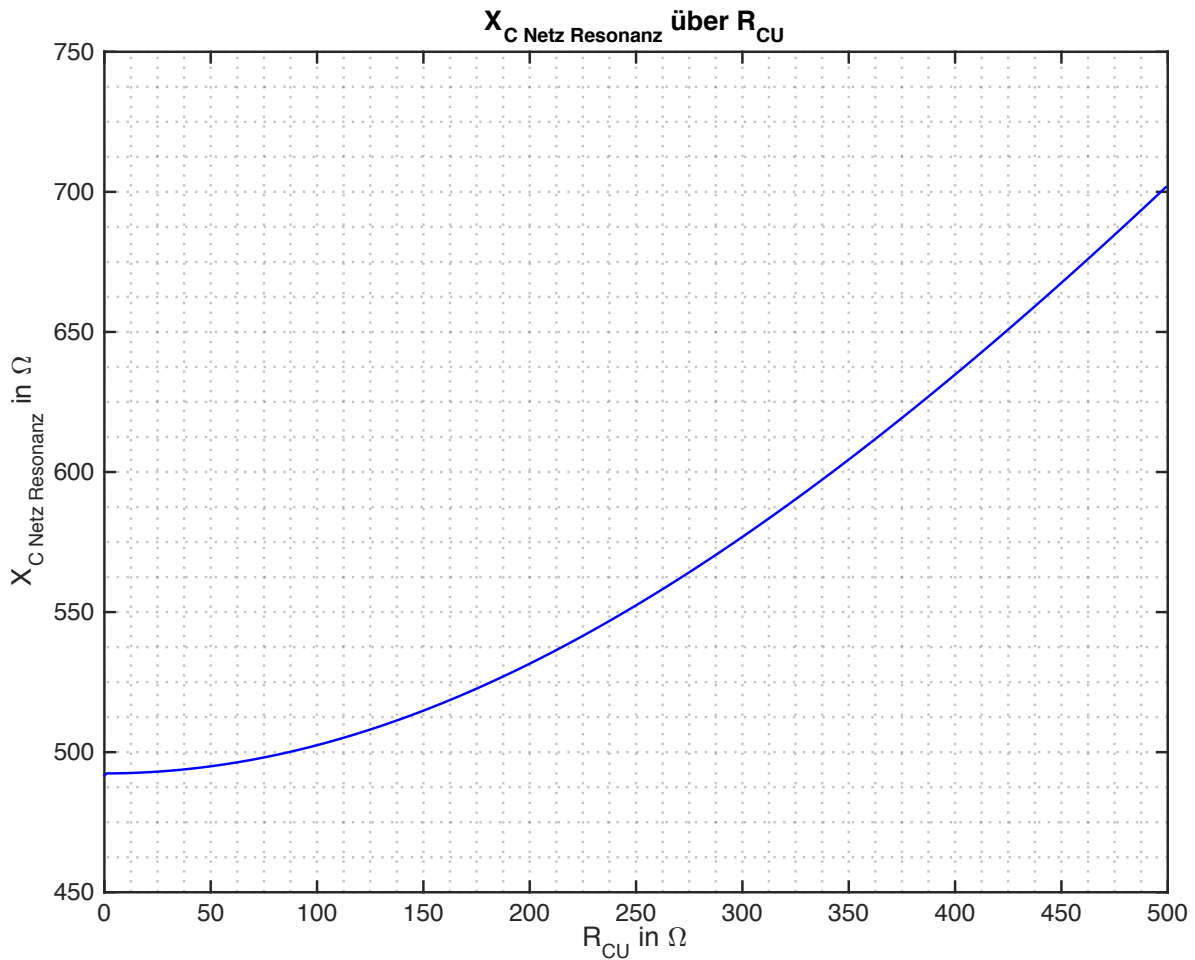


Abbildung 4.16: $X_{C_{Netz\ Resonanz}}$ über R_{CU}

Es ist gut zu erkennen, dass sich durch die Erhöhung des ohmschen Verlustwiderstandes die benötigte Kapazität bzw. die kapazitive Reaktanz, die für den Resonanzfall gegeben sein muss, auch erhöht.

Durch die Ermittlung der jeweiligen Resonanzkapazität $C_{Netz\ Resonanz}$ bei einem bestimmten R_{CU} , sind nun alle Größen im Resonanzpunkt bekannt. Werden diese Daten für die Simulation herangezogen, enthalten die Ergebnisse für die Verlagerungsspannung U_{NE} immer die höchst möglich auftretende Spannung des jeweiligen Falls.

In der Abbildung 4.17 ist die Verlagerungsspannung U_{NE} bei veränderlichem Verlustwiderstand R_{CU} im Resonanzpunkt ersichtlich.

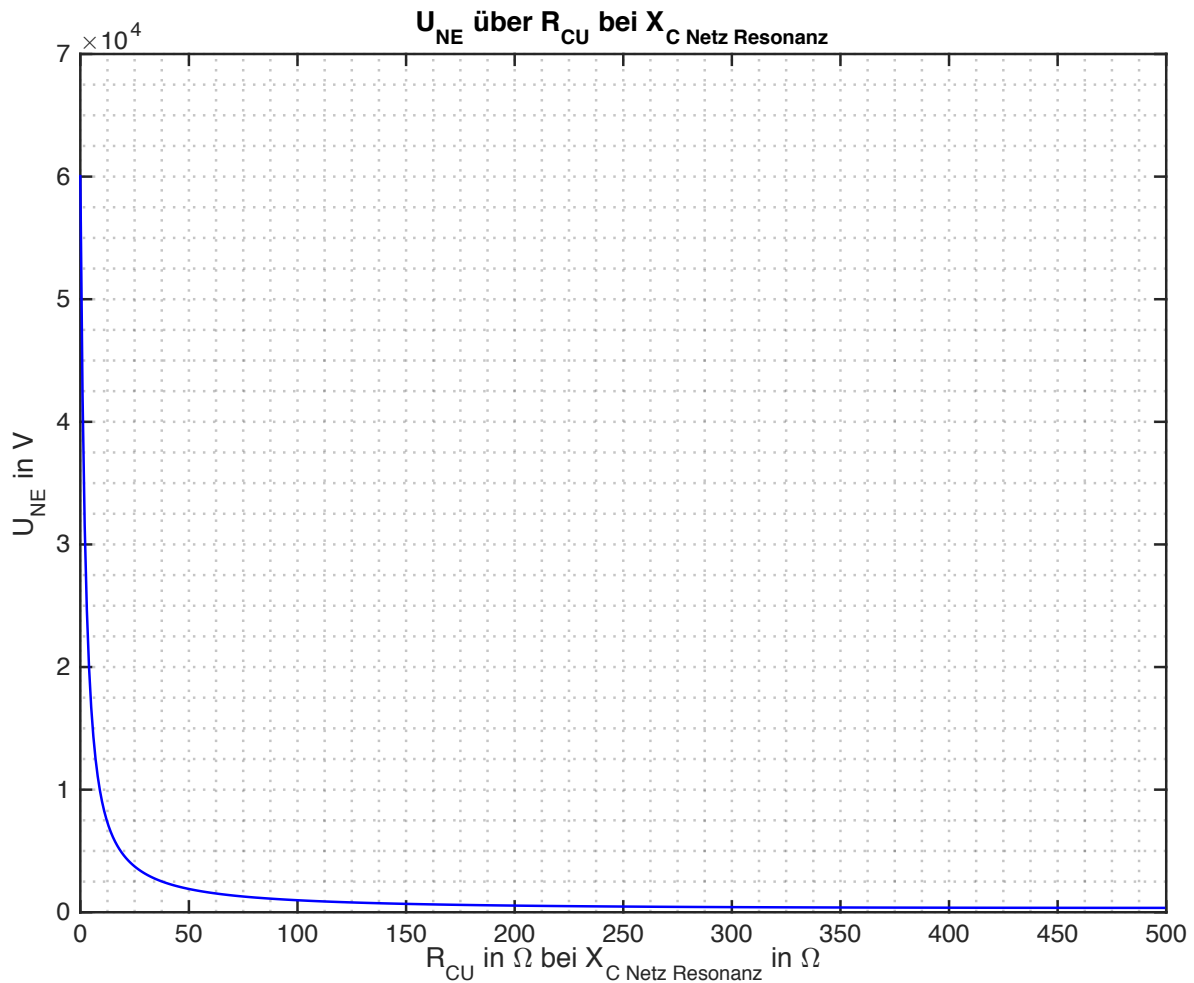


Abbildung 4.17: U_{NE} über R_{CU} bei X_C Netz Resonanz

Die Bewertung der Ergebnisse bestätigt die bereits gewonnene Erkenntnis:

„Es besteht eine starke Abhängigkeit des Spannungsabfalles entlang der Spule von deren ohmschen Wicklungs-Widerstand“

Werden die bereits ermittelten Ergebnisse der linearen Spule in LTSpice und Simscape mit der Abbildung 4.17 verglichen, ist eine Übereinstimmung auszumachen.

4.5.3 Ermittlung der Spannungs-Strom-Kennlinie der Spule

Da das Modell in LTSpice für die Beschreibung der nichtlinearen Spule nicht ausreichend ist, wird nun ein fertiges Modell für eine nichtlineare Spule in Simscape verwendet. Diese benötigt für die Nichtlinearität, die Nenninduktivität L , Sättigungsinduktivität L_S und den magnetischen Fluss Φ_S , der bei der Sättigung herrscht sowie die Anzahl der Wicklungswindungen N . Die relevanten Kenndaten sind in Tabelle 4.4 aufgelistet.

Kenndaten der nichtlinearen Spule			
L_n	1,565 H	L_S	0,01 H
Φ_S	4,25 mWb	N	3024

Tabelle 4.4: Kenndaten der nichtlinearen Spule

Der magnetische Fluss Φ_S beeinflusst die Spannung, bei der die Induktivität in Sättigung geht. Sie ist mittels Gleichung 4.12 berechnet. Die Sättigungsinduktivität L_S beeinflusst den Kurvenverlauf im Bereich der Sättigung. Sie ist mit $L_s = 0.01 H$ gewählt. Dies wurde durch empirisches Vorgehen ermittelt, wobei sie so gewählt ist, dass die U-I-Kennlinie (Abbildung 4.19) der U-I-Kennlinie in Abbildung 4.8 ähnelt.

Die Abbildung 4.18 zeigt die Ersatzschaltung für die Ermittlung der Spannungs-Strom-Kennlinie (U-I-Kennlinie) einer nichtlinearen Spule für eine sinusförmige Anspeisung.

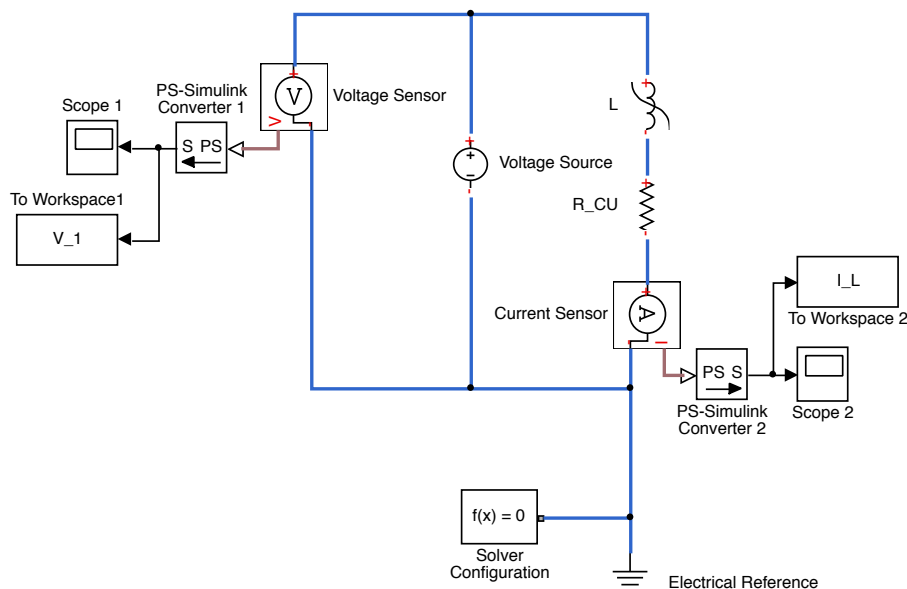


Abbildung 4.18: Schaltbild für die Simulation der Spannungs-Strom-Kennlinie

In der Abbildung 4.19 sind die erhaltenen Ergebnisse gleich wie in Abbildung 4.8 dargestellt. Es ist der schematische Zusammenhang der Spannung und des Stromes über die Spannungs-Strom-Kennlinie ersichtlich.

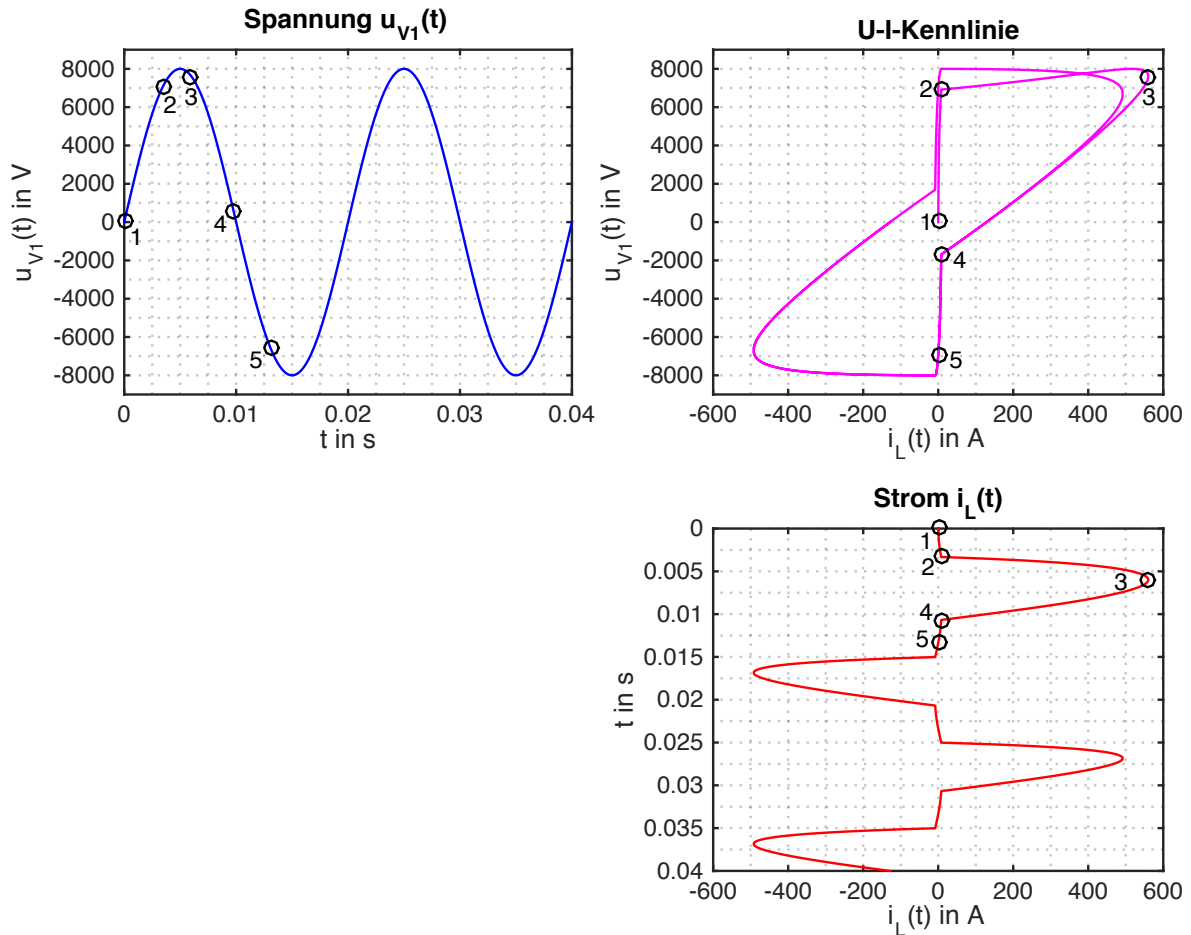


Abbildung 4.19: Zusammenhang der Spannung und des Stromes

Der Vergleich der Abbildung 4.19 mit 4.8 ergibt eine Ähnlichkeit. Der Unterschied ist aber darin ersichtlich, dass die U-I-Kennlinie in Simscape nicht so starke Übergänge in Sättigungsbereichen aufweist. Weiters weist der Verlauf von $i_L(t)$ ein Überschwingen in der ersten positiven Halbwelle auf. Dies kann auf die erste Magnetisierung des Eisen zurückgeführt werden. Die Spannungsamplitude ist so gewählt, dass sich die Spule in Sättigung befindet. Die Auswirkungen dieser Unterschiede werden im nachfolgend Punkt behandelt.

4.5.4 Simulation der nichtlinearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität

Ähnlich wie bei der Simulation der nichtlinearen Spule in LTSpice erfolgt auch hier die gleiche Simulation wie im Unterpunkt 4.5.1. Aber wieder mit dem Unterschied, dass eine nichtlineare Spule simuliert wird. Die Definition der nichtlinearen Spule ist dem Unterpunkt 4.4.2 zu entnehmen. Die Simulationen werden mit den Kenndaten aus der Tabelle 4.3 durchgeführt.

In der Abbildung 4.20 ist die Ersatzschaltung der Simulation mit nichtlinearer Spule ersichtlich.

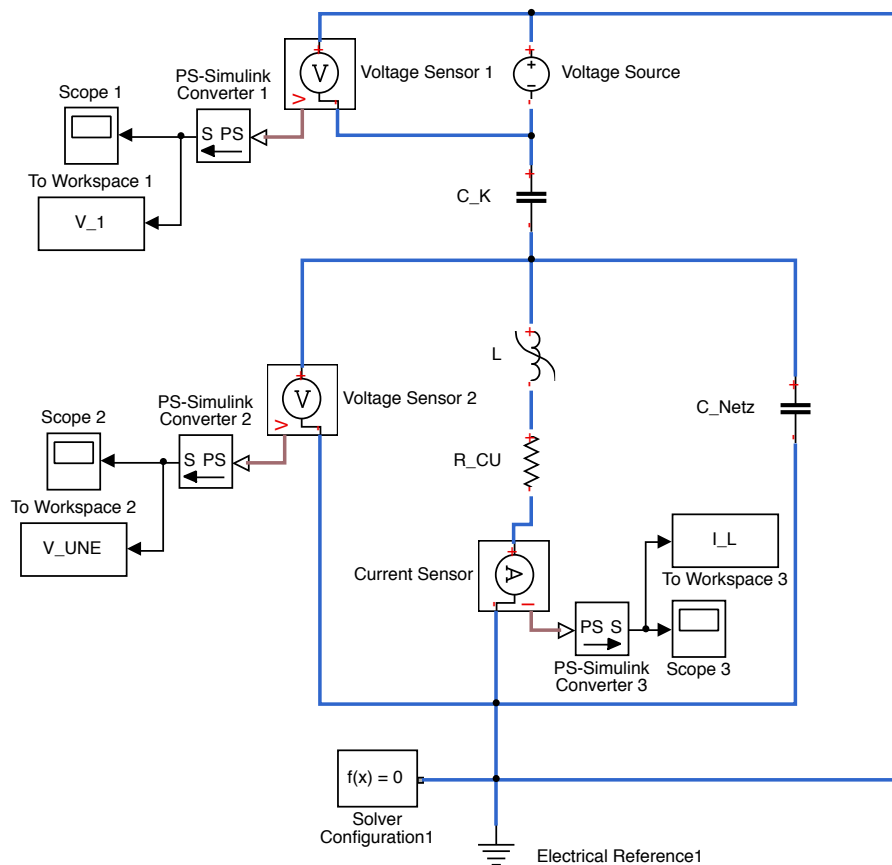


Abbildung 4.20: Schaltbild für die Simulation bei nichtlinearer Spule

Die Bedeutung der einzelnen Blockschaltbilder in obiger Abbildung sind in den vorhergehenden Simulationen genauer behandelt und erklärt.

In der Abbildung 4.21 sind die beiden Modelle lineare Spule und nichtlineare Spule in Simscape simuliert, unter den Kenndaten aus den geometrischen Abmessungen, für den direkten Vergleich miteinander dargestellt.

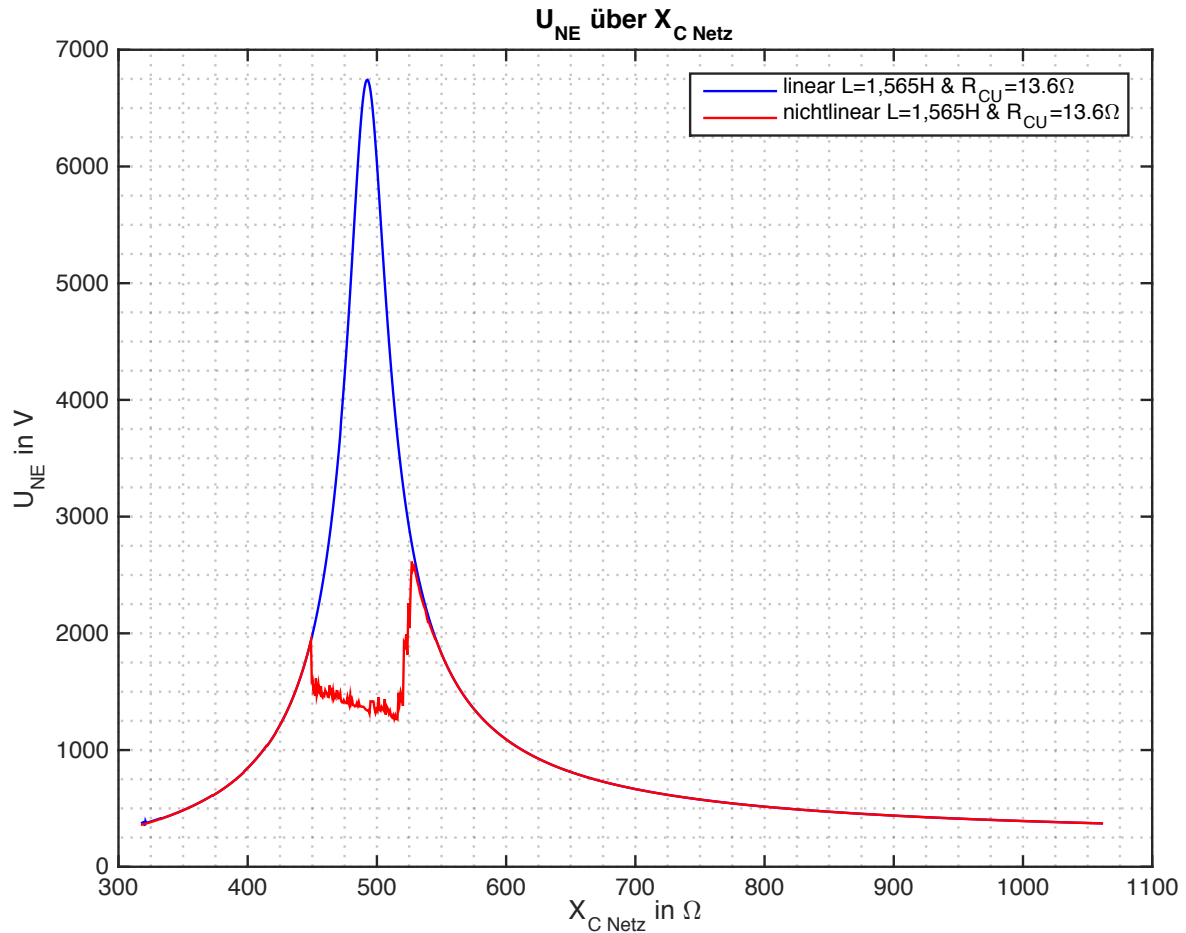


Abbildung 4.21: Spannungsverlauf von U_{NE} über $X_{C\text{ Netz}}$ bei nichtlinearer Spule

Die begrenzendende Wirkung des Spannungsabfalles entlang der Spule durch das nichtlineare Verhalten der Spule ist sehr gut erkennbar. Der unruhige Verlauf im nichtlinearen Bereich lässt sich auf die Simulation zurückführen. Durch diese Gegenüberstellung ergibt sich die Erkenntnis, dass an der Spule nie ein höherer Spannungsabfall als 2750 V abfällt. Weiters ist bei der Simulation kein mehrdeutiger Bereich, wie im technischen Bericht [1], entstanden.

In der Abbildung 4.21 sind Vollständigkeit halber die Ergebnisse, der Kenndaten, grafisch dargestellt.

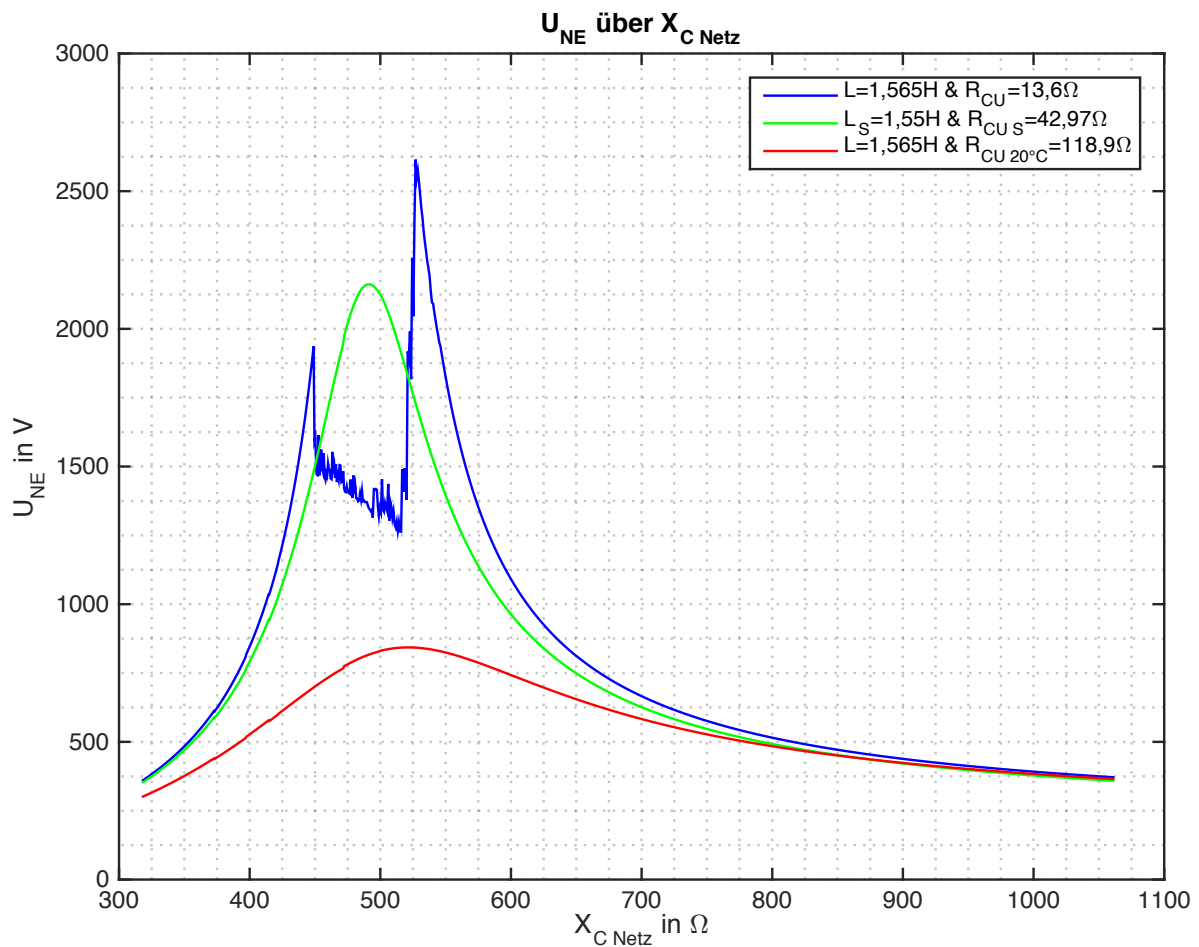


Abbildung 4.22: Spannungsverlauf von U_{NE} über $X_{C\text{ Netz}}$ bei nichtlinearer Spule

Werden die oben erhaltenen Kennlinien mit dem höherem Widerstandswert aus den Simulationsergebnissen mit denen aus Abbildung 4.15 gegenüber gestellt, so ist kein nennenswerter Unterschied erkennbar. Dies bedeutet, der Verlustwiderstand der Wicklung ist groß genug und hat dadurch genügend Einfluss auf die Verlagerungsspannung, sodass die Spule nicht in die Sättigung getrieben wird.

4.6 Umwandlung einer Spannungsquelle in eine Stromquelle

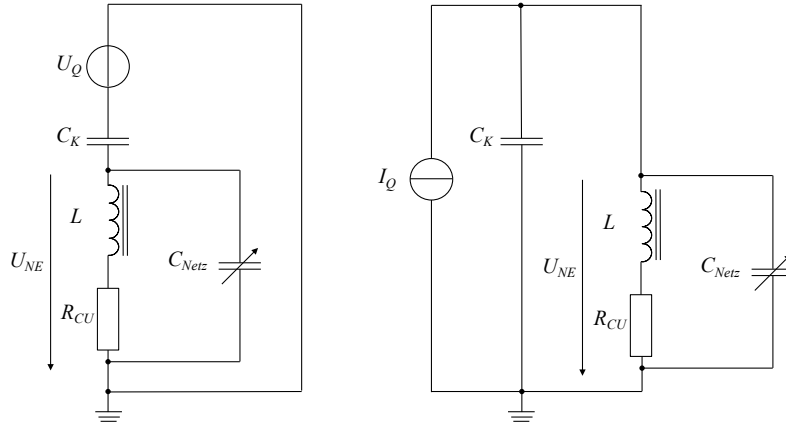


Abbildung 4.23: Ersatzschaltung mit Spannungs- und Stromquelle

Aufgrund dessen, dass die Koppelkapazität C_K bei einer Frequenz von $f = 50 \text{ Hz}$ einen kapazitiven Widerstandswert

$$X_K = \frac{1}{C_K \cdot \omega} = \frac{1}{19,89 \text{ nF} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz}} = 160 \text{ k}\Omega \quad (4.44)$$

ergibt, ist die Quelle, über die die Ersatzschaltung gespeist wird, einer Stromquelle ähnlicher als einer Spannungsquelle.

Durch den großen Betrag von X_K wird der restliche Widerstandswert der Ersatzschaltung vernachlässigt. Denn der Betrag der Spulenimpedanz ist

$$\begin{aligned} X_L &= L \cdot \omega = 1,565 \text{ H} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} = 491,66 \Omega \\ Z &= \sqrt{R_{CU}^2 + X_L^2} = \sqrt{(13,6 \Omega)^2 + (491,66 \Omega)^2} = 491,85 \Omega \end{aligned} \quad (4.45)$$

und dieser beträgt

$$\frac{Z}{|X_K|} \cdot 100 = \frac{491,85 \Omega}{160 \text{ k}\Omega} \cdot 100 = 0,3 \% \quad (4.46)$$

Bei dieser Berechnung ist die Netzkapazität $C_{Netz} = 0$ angenommen und beeinflusst somit die Parallelschaltung nicht. Diese Vernachlässigung führt im Resonanzpunkt der Parallelschaltung (C_{Netz} groß genug, dass Resonanz erreicht wird) zu einem maximalen Fehler von 10%. Der Gesamtwiderstand der Ersatzschaltung wird mit $|X_i = 160 \text{ k}\Omega|$ angenommen.

Die Amplitude der Stromquelle berechnet sich wie folgt

$$I_{\text{Stromquelle}} = \frac{U}{|X_i|} = \frac{89,8 \text{ kV}}{160 \text{ k}\Omega} = 0,56 \text{ A} \quad (4.47)$$

4.7 Simulation mittels Stromquelle mit LTSpice

Die nachfolgenden Simulationen entsprechen denen, die bereits durchgeführt sind. Der Unterschied besteht darin, dass die Ersatzschaltungen nicht über eine Spannungsquelle sondern mittels einer Stromquelle gespeist werden.

4.7.1 Simulation der linearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität

Die hier vollführte Simulation entspricht der Simulation aus dem Unterpunkt 4.4.1. Die Simulation erfolgt mit den gleichen bereits bekannten Kenndaten aus der Tabelle 4.3.

In der Abbildung 4.24 ist die bereits bekannte Ersatzschaltung mittels einer Versorgung über die Stromquelle ersichtlich.

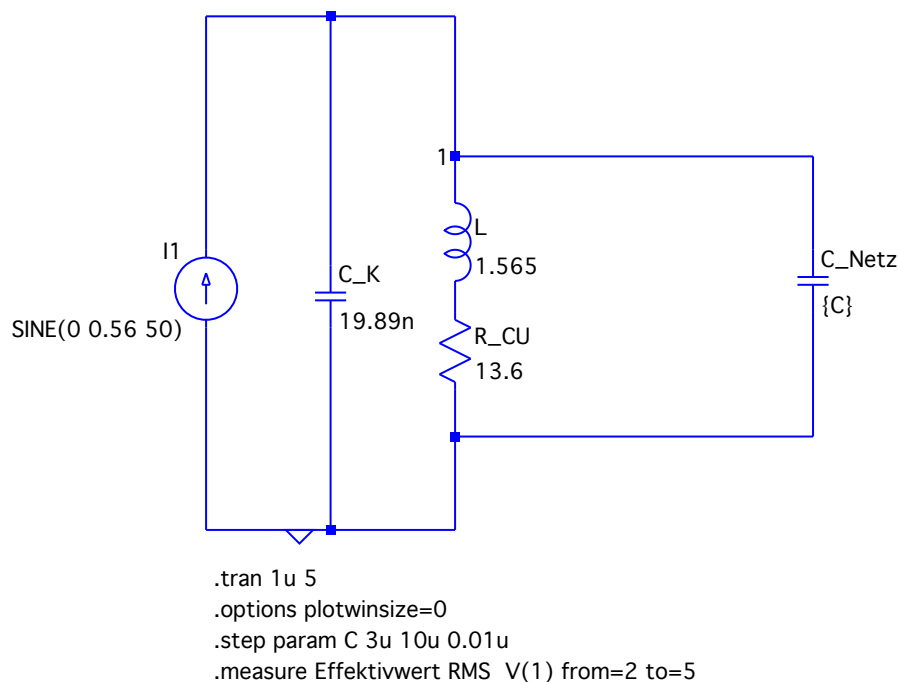


Abbildung 4.24: Schaltbild für die Simulation der linearen Spule

Der Zusatztext **SINE(0 0.56 50)** bei der Quelle *I1* bedeutet sinusförmige Kurvenform, 0 A Offset, 0.56 A Spitze-Spitze-Amplitude des Stromes, 50 Hz Frequenz.

Alle anderen Zusatztexte in obiger Abbildung sind bei den schon durchgeführten Simulationen zu entnehmen.

In der Abbildung 4.25 wird der Effektivwert der Verlagerungsspannung U_{NE} über die kontinuierlich erhöhte, kapazitive Reaktanz $X_{C_{Netz}}$ dargestellt.

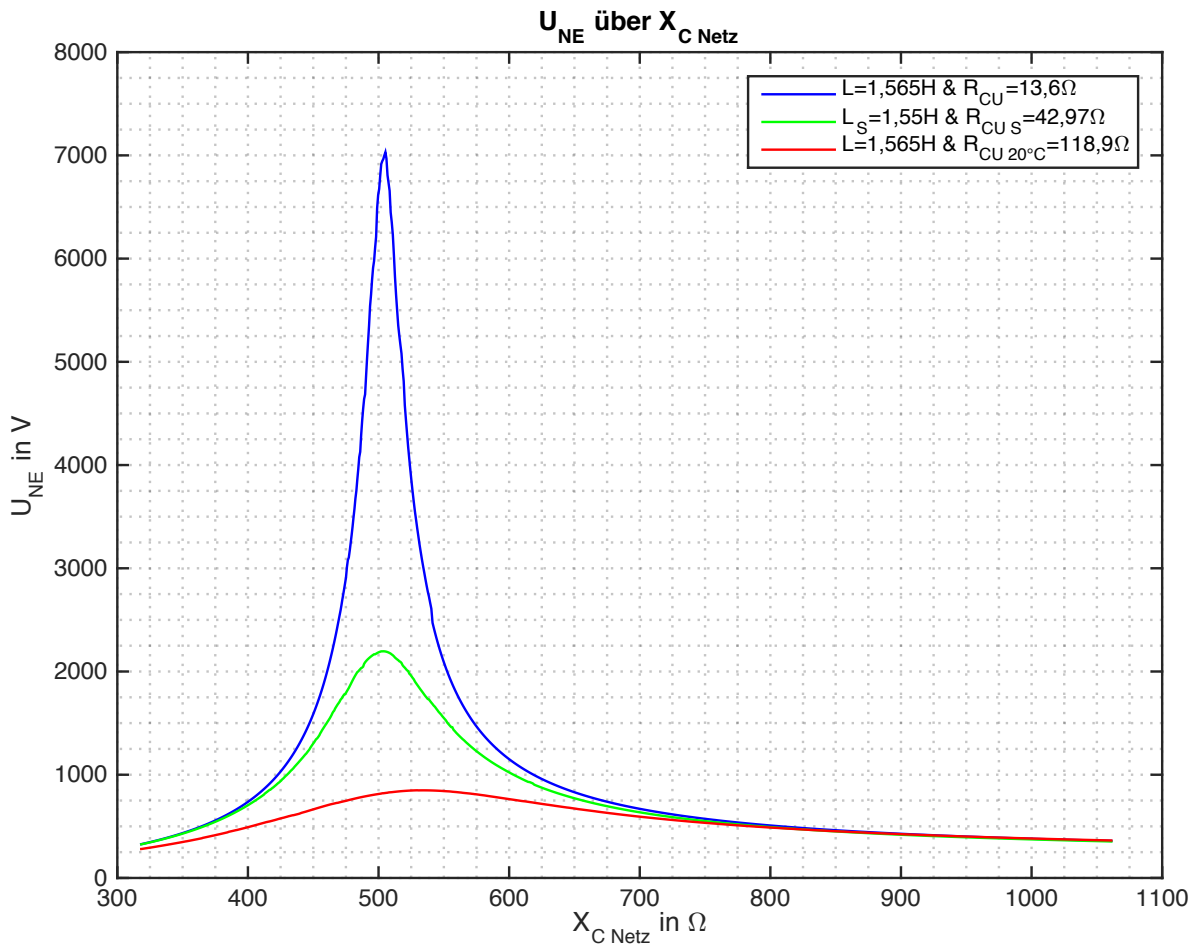


Abbildung 4.25: Spannungsverlauf von U_{NE} über X_{Netz} bei linearer Spule

Durch den Vergleich der Abbildung 4.25 mit Abbildung 4.4 ist ersichtlich, dass die erhaltenen Ergebnisse dieselben sind.

Aufgrund dessen ist daraus zu schließen, dass die Art der Quelle (Spannungs- oder Stromquelle) bei linearen Verhältnissen keinen Einfluss auf die Verlagerungsspannung ausübt. Weiters wird die Äquivalenz von Quellen ein weiteres Mal bestätigt, siehe Punkt 3.3.

4.7.2 Simulation der nichtlinearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität

Wie bereits in der vorherigen Simulation wird auch die Simulation mit nichtlinearer Spule aus Unterpunkt 4.4.3 mittels einer Stromquelle betrachtet.

Die Ersatzschaltung für diese Simulation ist aus der Abbildung 4.26 zu entnehmen.

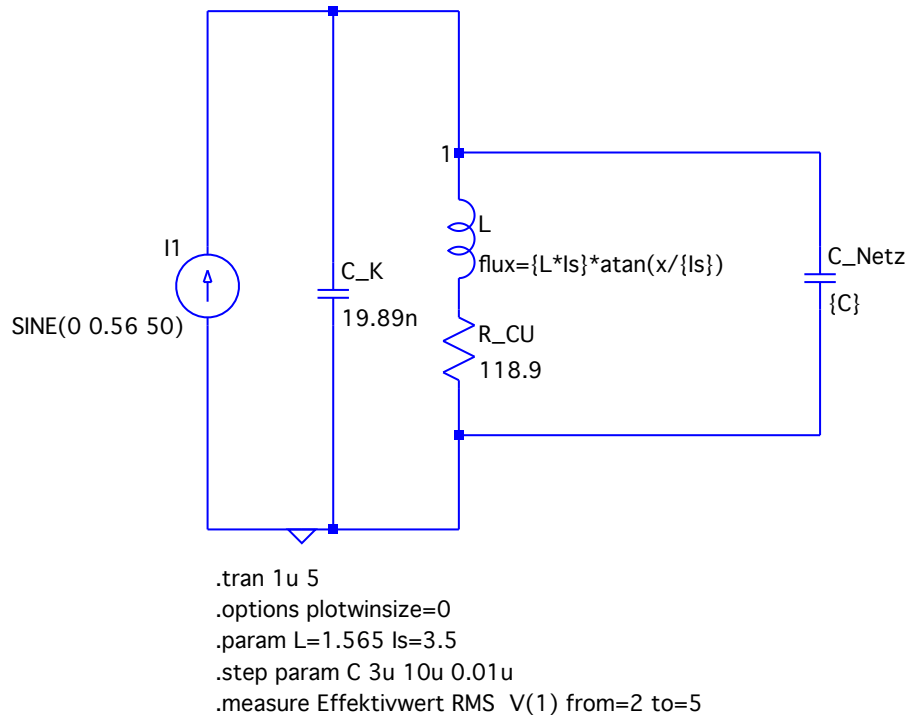


Abbildung 4.26: Schaltbild für die Simulation der nichtlinearen Spule

Die Definition der Funktion $flux$ ist in Punkt 4.4.2 ausführlich aufgezeigt.

In der Abbildung 4.27 sind die Ergebnisse mittels der bereits bewährten Darstellung, Effektivwert der Verlagerungsspannung U_{NE} über die kontinuierlich erhöhte kapazitive Reaktanz $X_{C_{Netz}}$ dargestellt.

Durch Analyse der Ergebnisse erhält man die gleiche Folgerung wie in Unterpunkt 4.4.3, dass dieses Modell der nichtlinearen Spule mit der Funktion $flux$ nicht ausreicht, um die Nichtlinearität zu beschreiben.

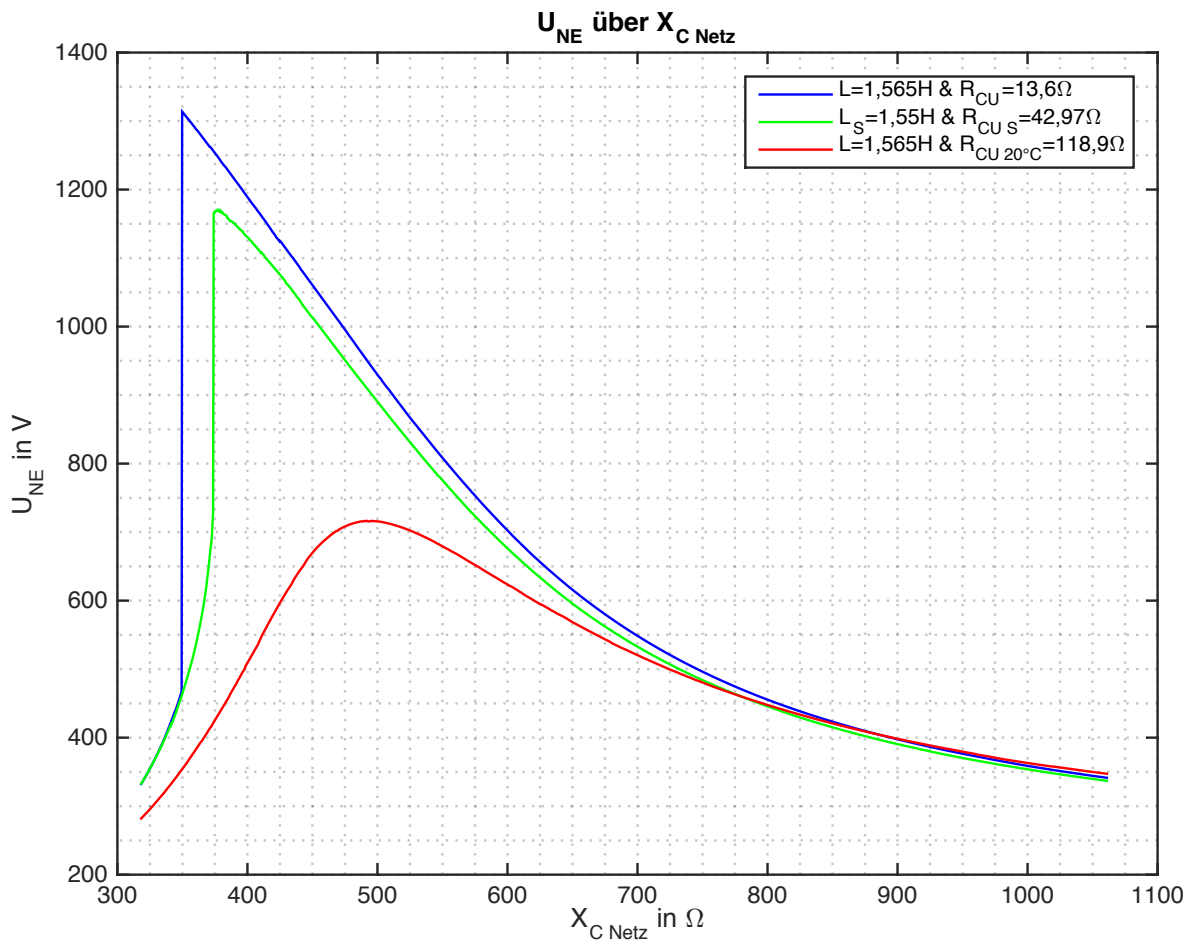


Abbildung 4.27: Spannungsverlauf von U_{NE} über $X_{C\text{ Netz}}$ bei nichtlinearer Spule

4.8 Simulation mittels Stromquelle mit Simscape

Vollständigkeitshalber werden die in Matlab mittels Simscape (Unterpunkt 4.5) simulierten Ersatzschaltungen auch umgewandelt und über eine Stromquelle anstatt mit einer Spannungsquelle betrachtet.

4.8.1 Simulation der linearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität

Diese Simulation entspricht der aus dem Punkt 4.5.1 mit der bereits oben erwähnten Änderung.

Die erhaltene und relevante Ersatzschaltung mit linearer Spule für die Simulation ist aus der Abbildung 4.28 zu entnehmen.

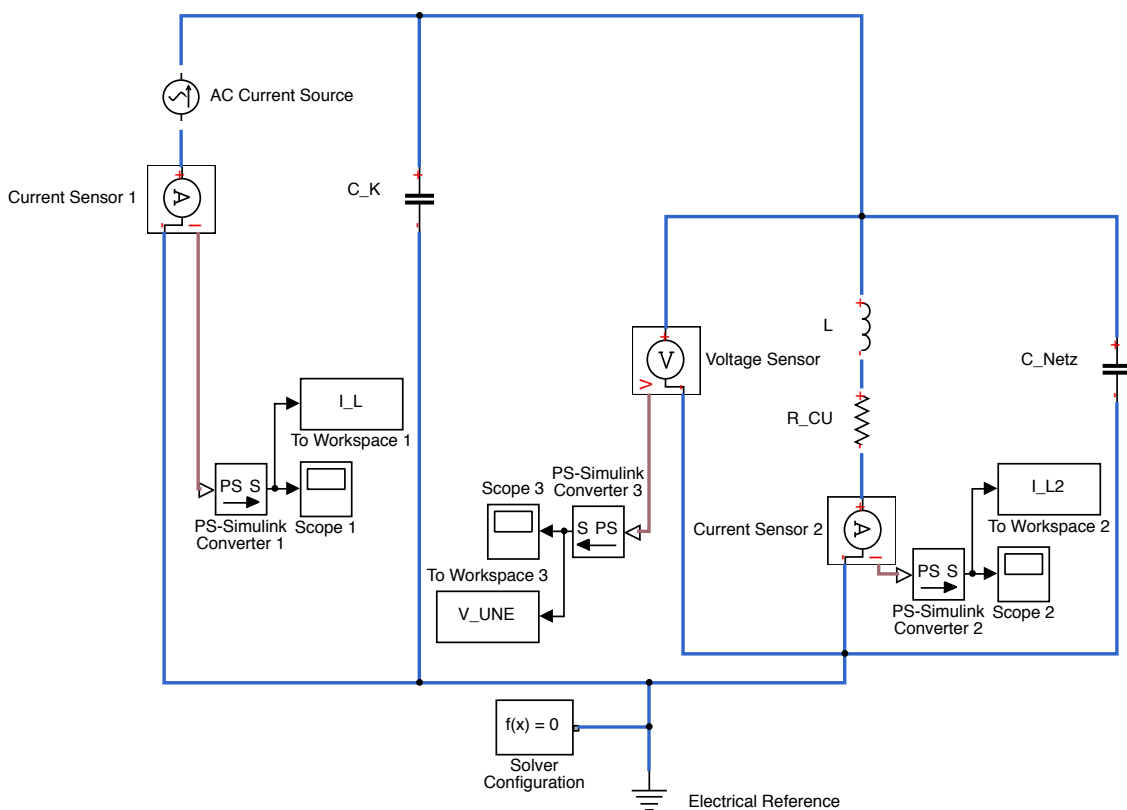


Abbildung 4.28: Schaltbild für die Simulation der linearen Spule

Die Schaltung besteht aus den gleichen Komponenten, wie die, die bereits bekannt sind. Die Quelle ist nun eine *AC Current Source*, die den Strom erzeugt, der durch die Schaltung fließt und an den jeweiligen Bauteilen einen Spannungsabfall generiert.

Die Ergebnisse der Simulationen sind in Abbildung 4.29 dargestellt und entsprechen denen aus der Simulation im Unterpunkt 4.5.1. Die daraus abgeleiteten Erkenntnisse sind dort bereits ausführlich angeführt.

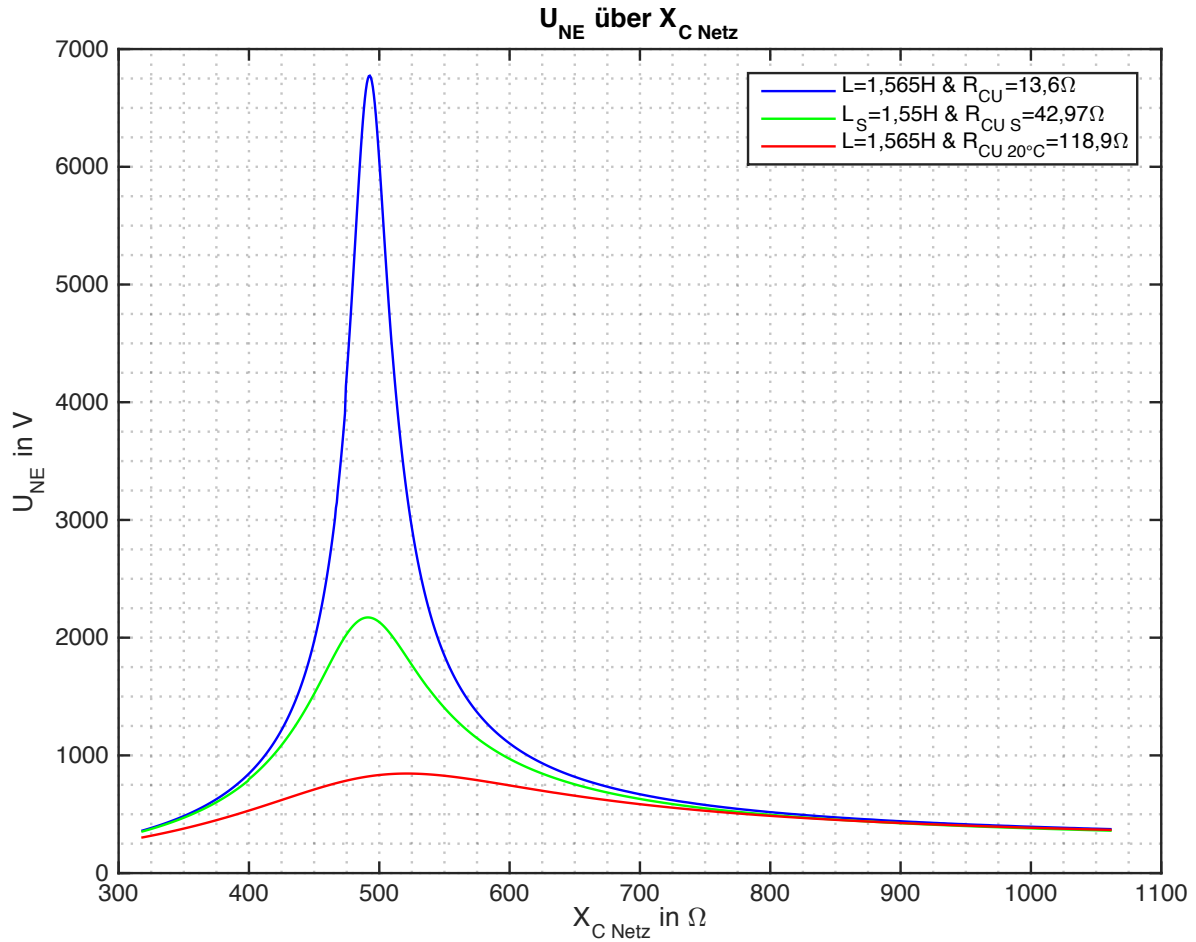


Abbildung 4.29: Spannungsverlauf von U_{NE} über X_{Netz} bei linearer Spule

4.8.2 Simulation der nichtlinearen Spule bei veränderlicher Netzkapazität

Die nachfolgende Simulation ist die Simulation aus dem Unterpunkt 4.5.4. Sie ist auch wieder über eine Strom- statt einer Spannungsquelle gespeißt.

Die Schaltung für die Simulation mit Berücksichtigung des nichtlinearen Verhaltens der Spule ist in der Abbildung 4.30 dargestellt.

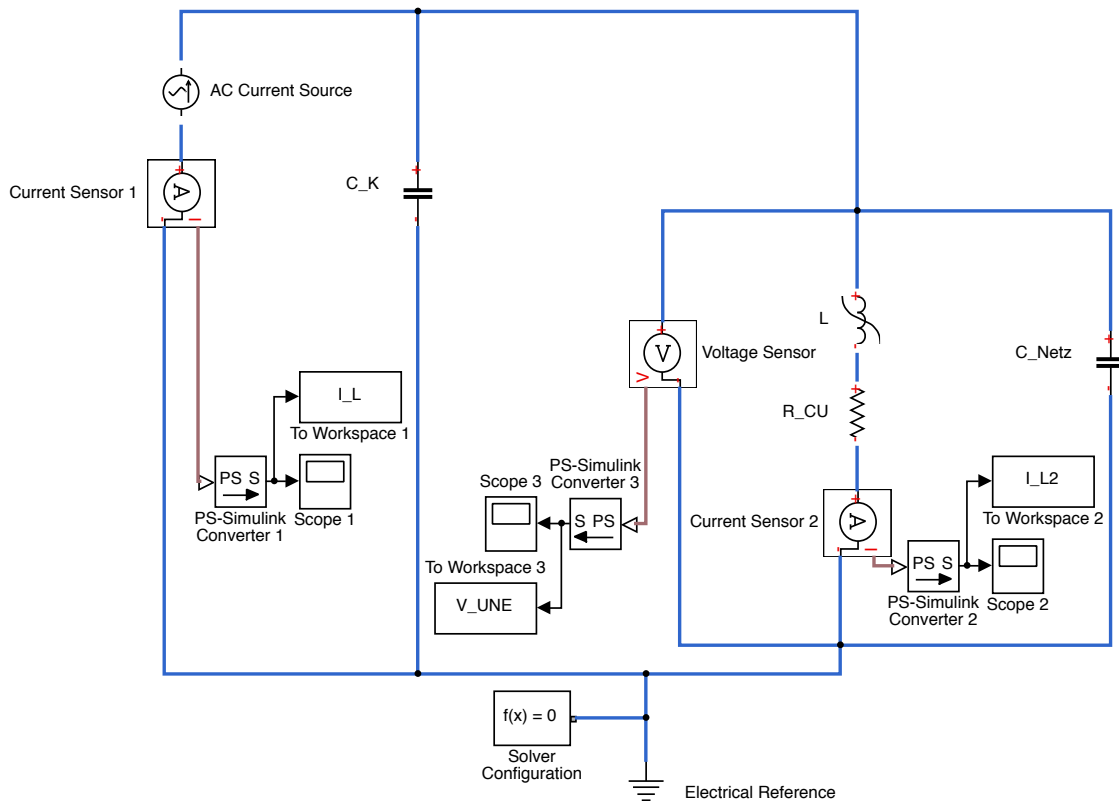


Abbildung 4.30: Schaltbild für die Simulation der nichtlinearen Spule

Die für die Definition des nichtlinearen Verhaltens der Spule gewählten Annahmen und Kenndaten sind dieselben wie die bereits weiter oben angeführten, sowie die Bedeutung der einzelnen Blockschaltbilder der Ersatzschaltung.

In der Abbildung 4.31 sind wieder die beiden Modelle lineare Spule und nichtlineare Spule in Simscape, simuliert unter den Kenndaten aus den geometrischen Abmessungen, für den direkten Vergleich miteinander dargestellt. Wird diese Abbildung mit der Abbildung 4.21 verglichen, ist erkennbar, dass die Ergebnisse dieselben sind.

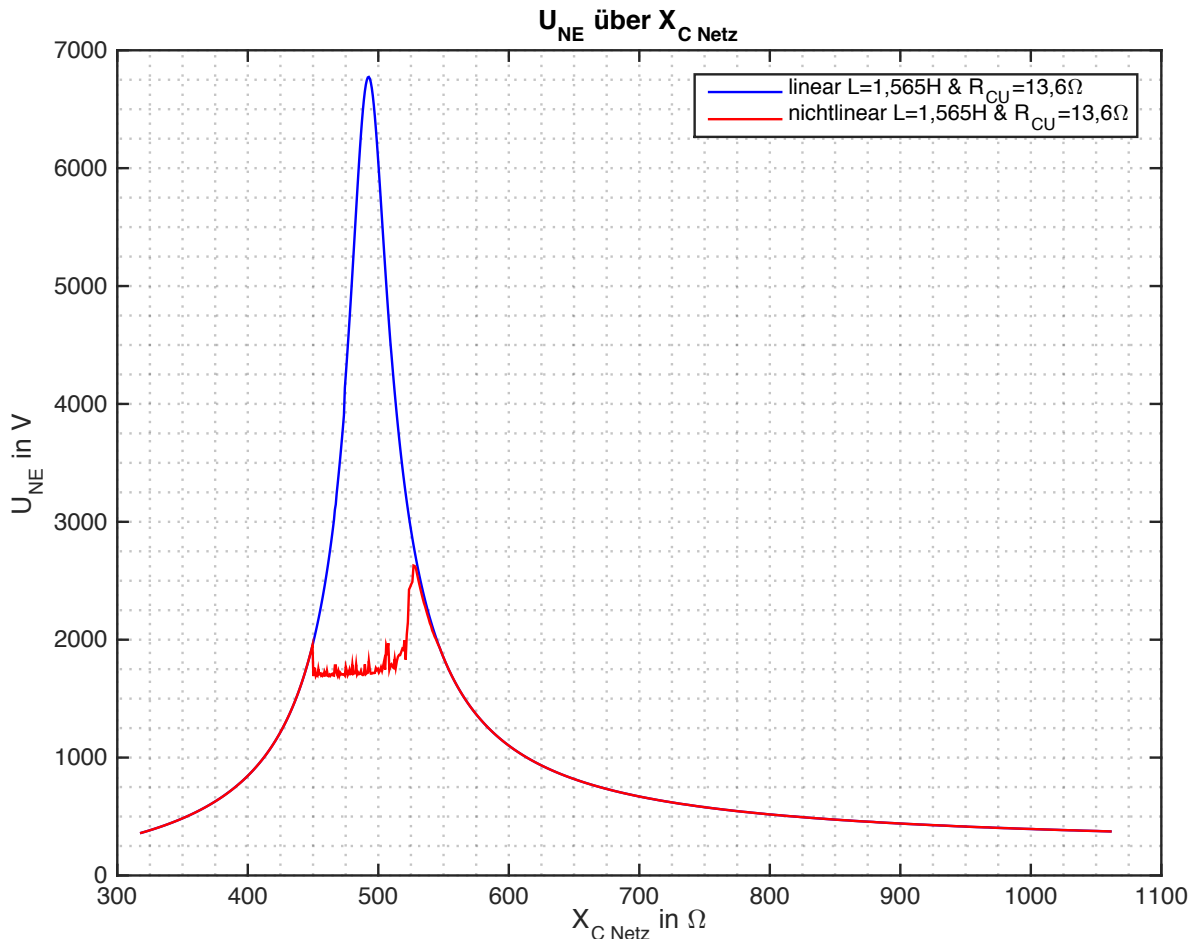


Abbildung 4.31: Spannungsverlauf von U_{NE} über $X_{C\text{ Netz}}$ bei nichtlinearen Spule

Vollständigkeitshalber sind auch die beiden andern Kenndaten simuliert und nachfolgend die Ergebnisse der Simulationen grafisch dargestellt. Aufgrund der mittlerweile schon öfter bestätigten Äquivalenz der Ergebnisse zwischen Spannungs- und Stromquelle wird hier nicht mehr genauer auf die Erkenntnisse aus den Simulationen eingegangen, für die erlangten Erkenntnisse siehe Punkt 4.5.4.

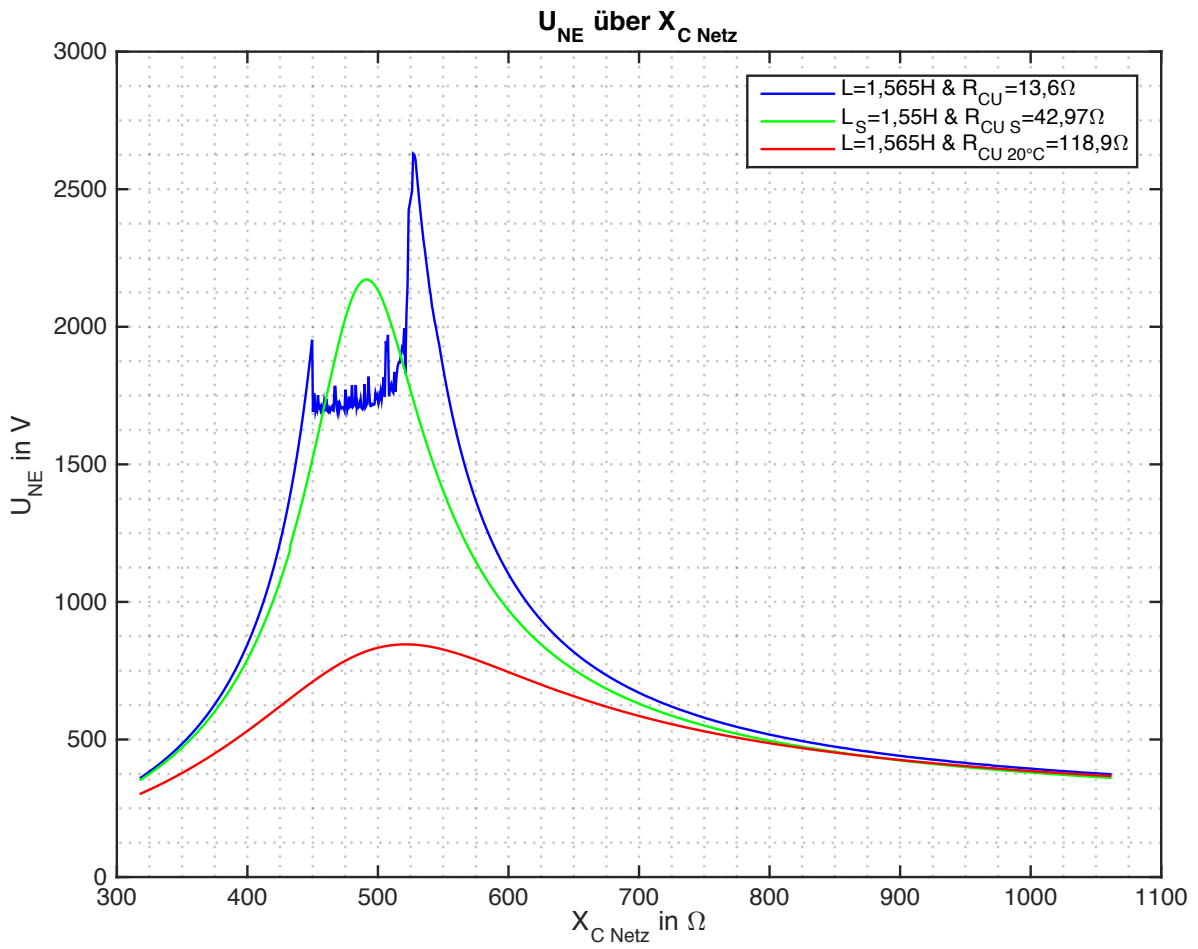


Abbildung 4.32: Spannungsverlauf von U_{NE} über X_{Netz} bei nichtlinearen Spule

5 Zusammenfassung

In der hier vorliegenden Arbeit sind Untersuchungen für eine Problemstellung erfolgt, die bereits am Institut für elektrische Anlagen an der TU Graz untersucht wurden. Es geht dabei unter anderem um die kapazitive Kopplung zweier System (110kV und 30kV), die sich auf einer kurzen Distanz, einer Freileitungstrasse, auf einem Gestänge befinden.

Da bei diesen Untersuchungen am Institut aber bei den Ergebnissen, wie in Punkt 2 beschrieben, ein mehrdeutiger Bereich entstand, soll diese Arbeit Aufschluss darüber geben, ob dies bei einer anderen Betrachtungsweise bzw. Herangehensweise auch der Fall ist. Des weiteren wird eine genaue Analyse der Strom-/Spannungs-Kurvenverläufe einer in Sättigung getriebenen Spule vollführt. Die für die Simulation benötigten Kenndaten sind durch eine ausführliche Berechnung und Dimensionierung der Spule gegeben. Weiters wird eine Bestätigung für die Äquivalenz der Spannungsquelle und der Stromquelle geliefert.

Für eine genaue Definition des Stromverlaufes einer durch eine Spannungsquelle in Sättigung getriebene Spule wird zuerst der Punkt festgelegt, ab wann sich eine Spule in Sättigung befindet. Dafür wird der so genannte Knickpunkt (knee-point) definiert. In Anlehnung an eine reale Hysterese wird eine angenäherte B-H-Kennlinie einer fiktiven Spule angenommen. Diese Spule ist mit einer ausreichend hohen Spannungsamplitude versorgt, sodass sie sich in Sättigung befindet. Aufgrund dessen entsteht ein nicht rein sinusförmiger Verlauf des Stromes, der durch die Spule fließt. Der Verlauf weist sowohl im positiven als auch im negativen Höchstwertbereich eine Stromspitze auf. Der Grund dafür ist die Sättigung der Spule ab dem Knickpunkt. Dies kann mathematisch mit einer stückweisen linearen Funktion beschrieben werden. Ab dem Knickpunkt im positiven und negativen Bereich weist die Funktion eine andere Steigung und Offset auf. Aufgrund dessen steigt der Strom schneller an, wenn sich die Spule in Sättigung befindet und erzeugt somit eine Stromspitze in der positiven und negativen Halbwelle.

Diese Erläuterung gilt auch für den Spannungsverlauf einer durch eine Stromquelle in Sättigung getriebene Spule. Nur ist hier zu beachten, dass der magnetische Fluss durch die Sättigung beeinträchtigt wird und die Spannung sich aufgrund der zeitlichen Ableitung des Flusses ergibt.

Um die Simulationen so einfach wie möglich, aber so genau wie nötig, durchführen zu können, wird das Mit- und Gegensystem bei der Anwendung der symmetrischen Komponenten vernachlässigt und nur das Nullsystem betrachtet. Dies entspricht auch der Vorgehensweise im Technischem Bericht [1].

Damit die Simulation der Ersatzschaltung erfolgen kann, müssen die Kenndaten der Spule ermittelt, berechnet, dimensioniert und ggf. angenommen werden. Da es hier unterschiedliche Ergebnisse gibt, werden diese in den Simulationen berücksichtigt und die dadurch entstehenden Unterschiede in den erhaltenen Ergebnissen genauestens betrachtet.

Die erste Simulation erfolgt in LTspice, bei einer linearen Spule. Die erhaltenen Ergebnisse zeigen in grafischer Darstellung den großen Einfluss des seriellen ohmschen Wicklungs-Widerstandes auf die Verlagerungsspannung sehr deutlich. Die daraus geschlossene Erkenntnis ist, wie in Punkt 4.4.1 bereits angeführt:

„Es besteht eine starke Abhängigkeit des Spannungsabfalles entlang der Spule von dem ohmschen Wicklungs-Widerstand“

Die zweite Simulation erfolgt in LTSpice. Hierbei wird die Nichtlinearität also der Einfluss der Sättigung auf den Spannungsabfall entlang der Spule betrachtet. Allerdings reicht das verwendete Modell nicht aus, um die Nichtlinearität der Spule zu beschreiben. Dies ist auf den plötzlichen Sprung in der Kennlinie zurückzuführen.

Aus diesem Grund werden dieselben Simulationen noch einmal in Matlab Simulink Simscape vollführt.

Die Ergebnisse der linearen Spule in Matlab decken sich mit denen aus der Simulation in LTSpice und bestätigen die damit gewonnene Erkenntnis. Um die Auswirkung des ohmschen Widerstandes auf die Verlagerungsspannung besser zu verdeutlichen, ist eine Ermittlung der Resonanzkapazität bei unterschiedlichen Größen des ohmschen Wicklungs-Widerstandes erfolgt. Die somit gewonnenen Kenndaten, die für den jeweiligen Resonanzpunkt nötig sind, werden für die Simulation benötigt, um den maximalen Spannungsabfall entlang der Spule im Resonanzpunkt zu erhalten. Der Einfluss des Widerstandes auf die Verlagerungsspannung ist ersichtlich.

Da die Simulation in LTSpice für die nichtlineare Spule nicht aussagekräftig ist, wird ein Modell der Ersatzschaltung mit einer nichtlinearen Spule in Matlab simuliert. Die erhaltenen Ergebnisse bestätigen die erwarteten, dass die Verlagerungsspannung die entlang der Spule abfällt, ab einer gewissen Größe durch die Nichtlinearität, also aufgrund der Sättigung der Spule, begrenzt wird und nicht mehr weiter ansteigt.

Vollständigkeitshalber werden aufgrund dessen, dass auch eine genaue Analyse des Spannungsverlaufes einer durch eine Stromquelle in Sättigung getriebenen Spule vorgenommen wurde, die bereits durchgeführten Simulationen mittels einer Stromquelle anstatt einer Spannungsquelle simuliert. Die erhaltenen Ergebnisse decken sich mit den bereits bekannten.

Die wesentlichen Unterschiede zu dem technischen Bericht [1] sind, dass in [1] das reale lineare Ersatzschaltbild der Spule verwendet wird. Dadurch ist die Erkenntnis gewonnen worden, dass es einen großen Einfluss auf den Spannungsabfall entlang der Spule durch den ohmschen Widerstand der Spule gibt. Die dadurch erhaltenen Ergebnisse enthalten keinen mehrdeutigen Bereich, wie in Abbildung 2.2.

Literaturverzeichnis

- [1] L. Fickert, E. Hufnagl, Technischer Bericht: Untersuchung zur Kritikalität des Parallelbetriebes des 110-kV-Netzes mit einem auf dem gleichen Gestänge mitgeführten 30-kV-Netz und einer 3-A-Spule, TU Graz Institut für Elektrische Anlagen, Im Auftrag der Oberösterreich Netz GmbH, 2. März 2016.
- [2] W. Renhart, Ergänzende Unterlagen zur Vorlesung Grundlagen der Elektrotechnik (ET)(437.209) für das Bachelorstudium Elektrotechnik (Teil 2), Vorlesungsunterlagen zur Vorlesung Grundlagen der Elektrotechnik (ET) am Institut für Grundlagen und Theorie der Elektrotechnik der TU-Graz, 13.Dezember 2011.
- [3] K. Küpfmüller, W. Mathis, A. Reibiger, Theoretische Elektrotechnik, Springer, 18.Auflage.
- [4] L. Papula, Mathematische Formelsammlung, Für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Springer Vieweg, 11. Auflage, Sommer 2014.
- [5] W. Renhart, Ergänzende Unterlagen zur Vorlesung Grundlagen der Elektrotechnik (ET) Teil 1 437.207 VO 1,5 SSt., Vorlesungsunterlagen zur Vorlesung Grundlagen der Elektrotechnik (ET) am Institut für Grundlagen und Theorie der Elektrotechnik der TU-Graz, 3.Oktober 2011.
- [6] GEC Measurements, Protective Relays Applications Guide, GEC Measurements, reprinted by Balding+Mansell Limited, London & Wisbech, Jahr 1975.
- [7] L. Fickert, T. Mallits, E. Schmutzner, Effiziente Berechnung von Erdschlussströmen in gelöschten Netzen und Betrachtungen zu Globalen Erdungssystemen, TU Graz Institut für Elektrische Anlagen, 9. Internationale Energiewirtschaftstagung an der TU Wien, IEWT 2015.
- [8] The Arbitrary Inductor model, LTwiki, <http://www.ltwiki.org>, 10.Mai 2016.