

Die zum Eingriff kommenden Flanken sind eben und legen sich in neuem Zustande, Abb. 2179, beiderseits an den unter dem gleichen Winkel  $\alpha$  ausgefrästen Zähnen an. Tritt durch Abnutzung der Bolzen eine Vergrößerung der Teilung ein, so rückt die Kette auf dem Rade weiter nach außen, Abb. 2180; die Flächenberührung bleibt aber erhalten. Zu diesen günstigen Auflageverhältnissen treten als weitere Vorteile das geringe Gleiten der Zähne und der geräuschlose Lauf, selbst bei hohen Geschwindigkeiten. Derartige Ketten sind bis zu 7 m/sek und zur Übertragung großer Leistungen von mehreren hundert Pferdestärken im Gebrauch.

Stolzenberg und Co., Berlin-Reinickendorf, führen sie mit Teilungen von  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{3}{4}$ , 1,  $1\frac{1}{4}$ ,  $1\frac{1}{2}$ ,  $1\frac{3}{4}$  und  $2\frac{1}{4}$  Zoll engl. und in Breiten von 12,7 bis 256 mm, Wippermann, Hagen i. W., mit Teilungen zwischen 8 und 50,8 mm und Breiten bis zu 336 mm aus.

Für die Wahl der Teilung und der Kettenbreite ist der Auflagedruck in den Bolzen in erster, die Festigkeit der Kette in zweiter Linie maßgebend; die Betriebsbelastung muß deshalb gering sein und etwa  $\frac{1}{30}$  der Bruchfestigkeit der Kette betragen. Der Teilkreisdurchmesser  $D$ , Abb. 2179, bestimmt sich in gleicher Weise wie im Falle der Abb. 2176 aus:

$$D = \frac{t}{\sin \frac{180^\circ}{z}}$$

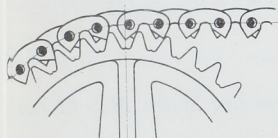


Abb. 2180. Eingriff nach Abnutzung der Zahnkette.

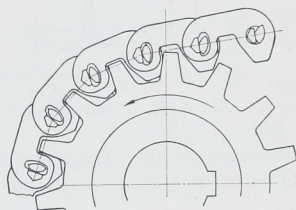


Abb. 2181. Morsekette.

Zahnzahlen unter 15 und Achsentfernungen von weniger als dem  $1\frac{1}{2}$ , sowie mehr als dem  $3\frac{1}{2}$ fachen Durchmesser des großen Rades sollen vermieden werden. Die Übersetzung darf Werte bis zu 1 : 6,5, ausnahmsweise 1 : 8 erreichen.

An der von der Westinghouse Bremsen Gesellschaft, Hannover, ausgeführten Morsekette, Abb. 2181, sind zur Verringerung der Reibung und Abnutzung die Bolzen durch Schneiden ersetzt.

Achtundzwanzigster Abschnitt.

## Schwungräder.

### A. Zweck und Wirkungsweise der Schwungräder.

Schwungräder dienen zur vorübergehenden Aufspeicherung von Arbeit, häufig mit dem Sonderzweck, den Gang der Maschinen gleichförmiger zu machen. Oft werden sie gleichzeitig als Riemen- oder Seilscheiben ausgebildet. Bei Kraftmaschinen geben sie dann die erzeugte Leistung ab; bei Arbeitsmaschinen nehmen sie die zum Betrieb nötige Energie auf. An Dynamomaschinen sind Schwungräder häufig Träger der Wicklung oder der Pole.

Ein mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1$  umlaufendes Rad vom Trägheitsmoment  $J$  besitzt eine Wucht, ein Arbeitsvermögen oder eine lebendige Kraft  $A_1 = \frac{J \cdot \omega_1^2}{2}$ ,

die als Beschleunigungsarbeit aufgebracht werden mußte, um das Rad auf die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1$  zu bringen. Das Rad kann aber die Wucht auch wieder abgeben, wenn es aus der Bewegung zur Ruhe gebracht wird, wie das z. B. an Spindelpressen, Abb. 2182, beim Prägen geschieht. Das Schwungrad  $S$  wird durch Anpressen der linken dauernd laufenden Tellerscheibe  $T_1$  auf steigende Geschwindigkeit gebracht, weil  $S$  bei dem gleichzeitig eintretenden Niederschrauben der Spindel an der Scheibe  $T_1$  in immer

größeren Abstände von der Welle anliegt. Im Augenblick des Aufsetzens des Stempels auf das zu prägende Stück rückt der Anschlag  $A_1$  die Scheibe  $T_1$  vom Umfang des Schwungrades ab, um die beiden wegen der beim Prägvorgang eintretenden Verzögerung des Schwungringes nicht aufeinander gleiten zu lassen. Das Prägen wird also von der

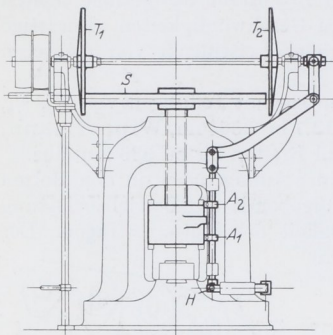


Abb. 2182. Spindelpresse.

Wucht des Schwungrades allein bestritten. Zum Wiederhochschrauben der Spindel dient die rechte Teller-scheibe  $T_2$ , die nach dem Prägen mittels des Handgriffs  $H$  zum Anliegen gebracht, in der höchsten Spindelstellung durch den Anschlag  $A_2$  wieder abgeschaltet wird. Gewöhnlich wird die Wirkung der Schwungräder nur zwischen zwei Grenzdrehzahlen  $n_1$  und  $n_2$  oder -winkelgeschwindigkeiten  $\omega_1$  und  $\omega_2$  ausgenutzt. Dann ist die vom Rad abwechselnd aufzunehmende und abzugebende Arbeit  $A_s$  dargestellt durch die Differenz der lebendigen Kräfte:

$$\begin{aligned} A_s &= A_2 - A_1 = \frac{J}{2} (\omega_2^2 - \omega_1^2) = \frac{J \cdot \pi^2}{2 \cdot 30^2} (n_2^2 - n_1^2) \\ &= \frac{J}{182,4} (n_2^2 - n_1^2). \end{aligned} \quad (712)$$

Ersetzt man das Trägheitsmoment  $J$  durch das Produkt aus der Masse  $M$  und dem Quadrat des Trägheitshalbmessers  $R_s$ , so wird:

$$A_s = \frac{M \cdot R_s^2}{2} (\omega_2^2 - \omega_1^2) = \frac{M \cdot R_s^2}{182,4} (n_2^2 - n_1^2) = \frac{M}{2} (v_2^2 - v_1^2), \quad (713)$$

wobei  $v_1$  und  $v_2$  die am Trägheitshalbmesser gemessenen Umlaufgeschwindigkeiten sind.

## 1. Schwungräder an Werkzeugmaschinen.

Zwischen zwei in weiterem Abstände liegenden Grenzdrehzahlen werden Schwungräder an manchen Werkzeugmaschinen, wie Stanzen, Scheren und Pressen benutzt, indem während der Pausen zwischen den einzelnen Schnitten oder Arbeitsvorgängen die Masse des Rades unter Erhöhung der Umlaufzahl beschleunigt wird. Für den Arbeitsvorgang steht dann neben der Leistung des antreibenden Motors die im Rad aufgespeicherte lebendige Kraft bereit. Die Wucht solcher Schwungräder pflegt man bei der höchsten Drehzahl  $n_2$  etwa 2 bis 3 mal so groß wie die Arbeit  $A$ , die bei einem Arbeitsvorgang erforderlich ist, zu nehmen. Aus der Bedingung, daß dabei die Hälfte bzw. zwei Drittel der Wucht ausgenutzt wird, folgt, daß  $\frac{J \cdot \omega_1^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{J \cdot \omega_2^2}{2}$  bzw.  $\frac{2}{3} \frac{J \cdot \omega_2^2}{2}$  und somit die Winkelgeschwindigkeit unter Gleiten des Riemens oder Schlüpfen des Motorankers auf  $\omega_1 = 0,7 \omega_2$  bzw.  $0,78 \omega_2$  sinken müßte, wenn nicht ein Teil der Arbeit vom Antriebmotor geleistet würde.

## 2. Schwungräder für Ilgner-Umformer.

In großem Maßstabe werden diese Vorgänge beim Ilgner-Umformer ausgenutzt, der dazu dient, die durch den Betrieb von Fördermaschinen oder schweren Walzwerken hervorgerufenen großen Belastungsschwankungen zu mildern. Würde man die Antriebmotoren unmittelbar ans Netz anschließen, so entstanden beim Anfahren der Fördermaschinen und beim Fassen der Walzen ganz unzulässige Stromstöße und Spannungsschwankungen, die alle andern am Netz liegenden Betriebe empfindlich stören würden. Ilgner schaltet deshalb ein schweres, raschlaufendes Schwungrad ein, das während der Pausen große Energiemengen aufspeichert, während der Arbeitszeiten aber wieder hergibt. Abb. 2183 stellt schematisch eine solche Anlage dar. An das Netz angeschlossen ist der ständig

laufende Motor *I*. Seine Welle trägt das Schwungrad *S* und die während der Pausen leerlaufende Anlaßdynamo *II* für den Walzwerkmotor *III*, so daß dieser in keiner unmittelbaren Verbindung mit dem Netz steht. Der dem Motor *I* zugeführte Strom wird dazu benutzt, die Geschwindigkeit des Schwungrades, die während des Walzens gesunken war, wieder an die obere Grenze zu bringen. Soll gewalzt werden, so wird die Anlaßdynamo erregt; ihr Strom treibt den Motor *III* an, wobei die nötige Energie zum Teil durch den Motor *I* aus dem Netz, zum Teil aus dem Schwungrad unter Verminderung seiner Umlaufgeschwindigkeit auf das 0,9...0,85fache unter Schlüpfen des Ankers des Motors *I* entnommen wird. Dadurch, daß Ilgner das Schwungrad unter hohen oberen Geschwindigkeiten von 100 bis 150 m/sek laufen läßt, läßt es möglich, gewaltige Energiemengen aufzuspeichern und die Belastungsschwankungen des Netzes wirksam zu dämpfen.

### 3. Schwungräder an Kolbenmaschinen.

An Kolbenkraft- und -arbeitsmaschinen haben die Schwungräder eine zweifache Aufgabe, nämlich, beim Anlassen die Strecklagen des Kurbeltriebs überwinden zu helfen, während des normalen Laufs aber die Winkelgeschwindigkeit der Welle genügend gleichförmig zu machen.

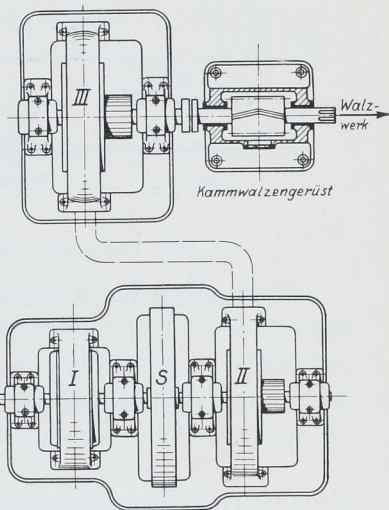


Abb. 2183. Ilgner-Umformer.

## B. Berechnung der Schwungräder auf Grund der Arbeitsfähigkeit.

### 1. Berechnung an Hand des Tangentialdruckdiagrammes.

Auf S. 612 war an Abb. 1062 gezeigt worden, daß der die Kurbelwelle antreibende Tangentialdruck einer Einzylindermaschine erheblichen Schwankungen unterliegt und bald größer, bald kleiner als der von der Maschine zu überwindende Widerstand ist. Die über der Widerstandslinie liegende Überschubarbeit  $A_s$  muß vom Schwungrad unter geringer Steigerung der Umlaufgeschwindigkeit aufgespeichert und während der Zeit, wo das Drehmoment zur Überwindung des Widerstandes nicht ausreicht, unter Verringerung der Geschwindigkeit wieder abgegeben werden. Wie diese Arbeit an mehrachsigen Maschinen unter Beachtung der Versetzung der Kurbeln gegeneinander zu ermitteln ist, wurde an Abb. 1064 und 1067 dargetan. Dabei sei hervorgehoben, daß bei der Berechnung des Schwungrades stets die größte, während eines Spieles auftretende Über- oder Unterschubarbeit maßgebend ist. Für dieselbe kann die algebraische Summe mehrerer Teilflächen in Frage kommen, wenn gleichartige Flächen durch eine kleinere entgegengesetzter Art unterbrochen sind. Vgl. in der Beziehung die beiden Unterschubarflächen in der linken Hälfte der Abb. 1067. Falls in einer einachsigen Anlage eine Arbeitsmaschine durch die Kolbenstange unmittelbar mit der Kraftmaschine gekuppelt ist, läßt sich die im Schwungrad aufzuspeichernde Arbeit einfacher durch Übereinanderzeichnen der Kolbenüberdrucklinien, in Abb. 1065 also durch den Inhalt einer der gestrichelten Flächen bestimmen.

Abb. 2184 zeigt die Drehkraftlinie einer einachsigen, einfach wirkenden Viertaktverbrennungsmaschine mit dem links wiedergegebenen Druckverlauf. Die während des dritten Hubes erzeugte Nutzarbeit muß zum größten Teil von einem genügend schweren Schwungrade aufgenommen werden, weil sich das Kräftespiel auf vier Hübe oder zwei

Umdrehungen der Welle verteilt. Günstigere Verhältnisse zeigen in der Beziehung Zweitakt- sowie doppelwirkende Verbrennungs- und Dampfmaschinen, an welchen die Vorgänge nach zwei oder sogar nach einem einzigen Hube wiederkehren, wenn der Druckverlauf auf beiden Seiten des Kolbens der gleiche ist.

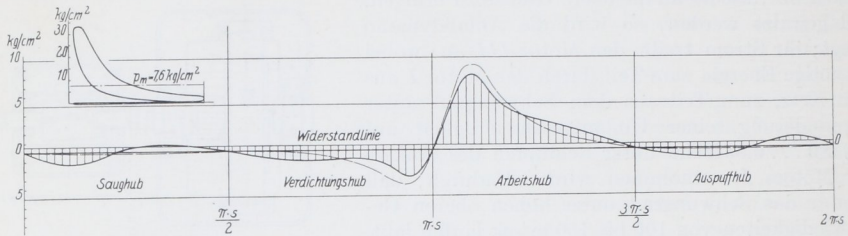


Abb. 2184. Drehkraftlinie einer einfach wirkenden Viertaktverbrennungsmaschine.

Zur Ermittlung des Schwungradgewichts an Kolbenmaschinen wird die Grundgleichung (713) zweckmäßigerweise dadurch umgestaltet, daß man  $v_2^2 - v_1^2$  durch  $(v_2 + v_1)(v_2 - v_1) = 2 v_m \frac{v_2 - v_1}{v_m} \cdot v_m = 2 v_m^2 \cdot \delta_s$  ersetzt, wobei  $\frac{v_2 + v_1}{2}$  genügend genau der mittleren Betriebsgeschwindigkeit  $v_m$  entspricht,

$$\delta_s = \frac{v_2 - v_1}{v_m} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_m} = \frac{n_2 - n_1}{n_m} \tag{714}$$

aber Ungleichförmigkeitsgrad heißt. Er gibt an, um welchen Betrag die äußersten Geschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_2$  der Schwungmasse von der mittleren bei normaler Drehzahl der Maschine abweichen. Damit wird:

$$A_s = M \cdot v_m^2 \cdot \delta_s = J \cdot \omega_m^2 \cdot \delta_s \tag{715}$$

In dem Falle, daß die Schwungmasse im wesentlichen in einem durch Arme mit der auf der Welle verkeilten Nabe verbundenen Kranze verwirklicht ist, wie es für die meisten Schwungräder der Kolbenmaschinen zutrifft (Speichenschwungräder), darf an Stelle des Trägheitshalbmessers  $R_s$  der Schwerpunktabstand des Kranzquerschnittes von der Drehachse gesetzt und auf ihn auch die Geschwindigkeit  $v_m$  bezogen, d. h. durch  $v_k$  ersetzt werden. Damit wird:

$$A_s = M \cdot v_k^2 \cdot \delta_s \tag{716}$$

Bei Scheibenschwungrädern muß man dagegen auf das Trägheitsmoment  $J$  zurückgehen.

Der Ungleichförmigkeitsgrad, Zusammenstellung 165, hängt von dem Zweck, dem die Maschine dient, ab; beispielweise kann man sich an Pumpen, Gebläsen und Schneidwerken mit größeren Ungleichförmigkeitsgraden und leichteren Schwungrädern begnügen als beim Antrieb von Stromerzeugern.

Zusammenstellung 165. Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta_s$  der Schwungräder von Kolbenmaschinen.

Pumpmaschinen, Gebläse und Schneidwerke . . . . .	1 : 15 . . . 1 : 30,
Werkstattbetriebsmaschinen . . . . .	1 : 30 . . . 1 : 40,
Antriebsmaschinen von Webereien und Papierfabriken . . . . .	1 : 40,
Antriebsmaschinen von Mühlen . . . . .	1 : 50,
Spinnereimaschinen für niedrige Garnnummern . . . . .	1 : 60,
Spinnereimaschinen für hohe Garnnummern . . . . .	1 : 100,
Gleichstromerzeuger . . . . .	1 : 100 . . . 1 : 200
Stromerzeuger für Lichtbetrieb ohne Akkumulatoren . . . . .	1 : 150,
Drehstromerzeuger . . . . .	1 : 300.

Von der nach Formel (716) nötigen Masse des Schwungrades  $M = \frac{A_s}{v_k^2 \cdot \delta_s}$  brauchen

im Kranz in Rücksicht auf die Mitwirkung der Arme nur etwa  $\frac{9}{10}$  verwirklicht zu werden. Daraus ergibt sich das Kranzgewicht:

$$G_k = 0,9 M \cdot g = 8,83 \frac{A_s}{v_k^2 \cdot \delta_s} \quad (717)$$

und der Kranzquerschnitt  $F_k$  auf Grund der Guldinschen Regel bei einem Einheitsgewicht  $\gamma$  des gewöhnlich verwandten Gußeisens von  $7,25 \text{ kg/dm}^3$  aus  $G_k = \frac{2 \pi R_s \cdot F_k \cdot \gamma}{10}$ :

$$F_k = \frac{10 G_k}{2 \pi \cdot 7,25 \cdot R_s} = 0,22 \frac{G_k}{R_s} \text{ in cm}^2, \quad (718)$$

wenn  $R_s$  in Meter eingeführt wird.

Stahlguß verlangt mit  $7,85 \text{ kg/dm}^3$  Einheitsgewicht:

$$F_k = 0,203 \frac{G_k}{R_s} \text{ cm}^2. \quad (719)$$

Das Gewicht des ganzen Rades  $G_s$  liegt zwischen  $1,15 G_k$  bei gedrungener und  $1,5 G_k$  bei leichter Ausbildung.

Vielfach pflegt das Arbeitsvermögen durch das Schwungmoment  $GD^2$  gekennzeichnet zu werden. Dabei ist  $D$  der Trägheitsdurchmesser oder an Speichenschwungrädern genügend genau der mittlere Schwungringdurchmesser in Meter und  $G$  das auf  $D$  bezogene Gewicht in Kilogramm, das längs eines Kreises vom Durchmesser  $D$  verteilt, die gleiche Wirkung wie das ganze Rad hätte. Mit dem Arbeitsvermögen steht das Schwungmoment nach den Gleichungen (713) und (714) in der Beziehung:

$$A_s = \frac{GD^2 (n_2^2 - n_1^2)}{g \cdot 4 \cdot 182,4} = \frac{GD^2 (n_2^2 - n_1^2)}{7160} \quad (720)$$

und

$$A_s = \frac{GD^2 (n_2 + n_1) (n_2 - n_1)}{7160} = \frac{GD^2 \cdot n^2 \cdot \delta_s}{3580}. \quad (721)$$

Auf das Kranzgewicht bezogen wird mit  $G = \frac{G_k}{0,9}$

$$A_s = \frac{G_k \cdot D^2 \cdot n^2 \cdot \delta_s}{3320}. \quad (722)$$

Zwischen dem Trägheitsmoment  $J$  und dem Schwungmoment  $GD^2$  gilt:

$$GD^2 = 4g \cdot J = 39,2 J, \quad (723)$$

weil  $GD^2$  auch als  $\int dG \cdot d^2$  und  $J = \int dM \cdot r^2$  gedeutet werden können, wenn  $d$  und  $r$  die Durch- bzw. Halbmesser sind, die zu  $dM$  und  $dG$  gehören, so daß  $GD^2 = \int dG \cdot d^2 = \int g \cdot dM \cdot 4r^2 = 4g \cdot J$  wird.

Bei dem beschriebenen Verfahren werden die Kurven der Massenkräfte unter der Voraussetzung ermittelt, daß die Winkelgeschwindigkeit des Rades  $\omega$  stets gleich sei. Das ist tatsächlich nicht zutreffend, da  $\omega$  zunimmt, wenn die Überschubarbeit im Schwungrade aufgespeichert wird, dagegen sinkt, wenn das Rad diese Arbeit wieder hergibt. Diesen Fehler vermeidet Wittenbauer bei der Berechnung der Schwungräder mit Hilfe des Massenwuchtdiagrammes [XXVIII, 1], auf das näher einzugehen aber zu weit führen würde. Der beim gewöhnlichen Verfahren entstehende Fehler ist naturgemäß um so kleiner, je geringer der Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta_s$  ist und macht sich praktisch höchstens bei sehr niedrigen Drehzahlen geltend, bei denen manche Gebläse- und Pumpmaschinen noch laufen müssen, darf dagegen in den übrigen Fällen meist vernachlässigt werden.

Bei der Bemessung der Schwungräder sind noch folgende Punkte zu beachten: der Ungleichförmigkeitsgrad muß kleiner sein als die Empfindlichkeit des Reglers, um das

Zucken des letzteren während der einzelnen Arbeitsspiele zu vermeiden. Ferner dürfen die Eigenschwingungszahlen des Rades samt der Welle, wenn mehrere Maschinen im Parallelbetrieb auf Drehstromnetze arbeiten, nicht mit den Impulszahlen der Drehkraftlinien ( $n, 2n, 3n \dots$ ) übereinstimmen, weil sonst die Maschinen bei eintretender Resonanz außer Takt fallen können [XXVIII, 2]. Manchmal wird bei parallel laufenden Wechselstrommaschinen verlangt, daß die Winkelabweichung bestimmte Grenzen nicht überschreite, damit die durch die verschiedene Stellung der Ankerwicklungen gegenüber den Magnetpolen bedingten Störungen nicht zu groß werden [XXVIII, 3].

## 2. Berechnung von Schwungrädern ohne Aufzeichnung der Drehkraftlinie.

Ohne Aufzeichnung der Drehkraftlinie lassen sich Schwungräder von Kolbenmaschinen angenähert dadurch berechnen, daß der aufzuspeichernde Arbeitsüberschuß  $A_s$  bei Maschinen gleicher Art in einem bestimmten Verhältnis zur mittleren Arbeit während eines Spieles steht. Die letztere beträgt, wenn  $N$  die Leistung der Maschine in Pferdestärken,  $n$  die Drehzahl in der Minute ist: an doppelt wirkenden Dampfmaschinen, bei denen sich das Spiel nach jedem Hub wiederholt,  $60 \cdot 75 \cdot N/2n$ , an Zweitaktverbrennungs- und einfach wirkenden Dampfmaschinen, bei denen sich das Spiel nach jeder Umdrehung wiederholt,  $60 \cdot 75 \cdot N/n$ , an Viertaktmaschinen, an denen sich das Spiel nach je zwei Umdrehungen wiederholt,  $2 \cdot 60 \cdot 75 N/n$ .

$A_s$  kann also allgemein durch  $c_0 \cdot N/n$  ausgedrückt werden, wobei  $c_0$  in erster Linie von der Art der Maschine, außerdem aber noch von der Wirkung der hin und hergehenden Massen abhängt. Grundsätzlich läßt sich der zweite Einfluß an Abb. 1065 erkennen, wo der vom Schwungrad aufzunehmende Arbeitsüberschuß annähernd um die Beschleunigungsarbeit verkleinert wird, weil die Überdrucklinie ziemlich genau durch den Nullpunkt der Massenkraftlinie geht.

In Formel (717) eingeführt, folgt aus:

$$G_k = \frac{8,83 \cdot c_0 \cdot N}{v_k^2 \cdot \delta_s \cdot n} \text{ mit } 8,83 c_0 = c$$

das Kranzgewicht:

$$G_k = \frac{c \cdot N}{n \cdot v_k^2 \cdot \delta_s} \quad (724)$$

und das Schwungmoment:

$$GD^2 = \frac{365 \cdot c \cdot N}{n^3 \cdot \delta_s} \quad (725)$$

Die Angaben über  $c$  in Zusammenstellung 166 sind, soweit sie sich auf Dampfmaschinen beziehen, dem Buch von Tolle, Regelung von Kraftmaschinen, soweit sie Verbrennungsmaschinen betreffen, unter Umrechnung auf Formel (724) einem Aufsätze von Güldner [XXVIII, 4] entnommen.  $\frac{P_b}{P}$  ist das Verhältnis

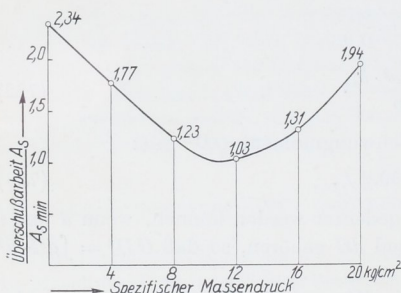








Abb. 2185. Schwungradarbeit in Abhängigkeit vom Massendruck bei einem bestimmten Ungleichförmigkeitsgrad nach Langer.

des größten Beschleunigungsdruckes zum größten Kolbenüberdruck. An kleineren und mittleren Verbrennungsmaschinen können die Massenkräfte wegen der hohen Zünddrucke praktisch vernachlässigt werden, wie Abb. 2184 zeigt, wo die ausgezogene Drehkraftlinie, welche die Massenwirkung berücksichtigt, fast denselben Arbeitsüberschuß liefert wie die gestrichelte, bei welcher die Massenkräfte vernachlässigt sind. An Großgasmaschinen haben dagegen die Massen nach Untersuchungen von Langer [XXVIII, 5] erheblichen Einfluß auf die Gleichförmigkeit des Ganges und führen nach Abb. 2185 zu einem ausgeprägten Kleinstwert der Überschubarbeit, wenn der Massendruck 11 kg bezogen auf 1 cm<sup>2</sup> der Kolbenfläche beträgt.

Zusammenstellung 166.  
Festwert *c* zur Berechnung von Schwungrädern ohne Aufzeichnung der Drehkraftlinie.

## Verbrennungsmaschinen.

	Zylinderzahl	Kurbelversetzung	Arbeitsweise	Leuchtgasmaschinen	Kraftgasmaschinen	Petroleummotoren	Benzinmotoren	Gleichdruckölmotoren
	1	—	Viertakt Zweitakt	90 000 ... 99 000 36 000 ... 39 600	99 000 ... 108 000 39 600 ... 43 200	94 500 ... 103 500 37 800 ... 41 400	76 500 ... 85 500 30 600 ... 34 200	110 700 ... 114 200 44 300 ... 45 700
	1 doppelt-wirkend	—	Viertakt Zweitakt	55 400 ... 60 900 9 550 ... 10 500	60 900 ... 66 500 10 500 ... 11 400	58 100 ... 63 700 10 000 ... 11 000	47 100 ... 52 600 8 100 ... 9 100	68 100 ... 70 300 11 700 ... 12 100
	2	0° 360°	Viertakt Zweitakt	35 900 ... 39 500	39 500 ... 43 100	37 700 ... 41 300	30 500 ... 34 100	44 200 ... 45 600
	2	180°	Viertakt Zweitakt	58 100 ... 63 900 7 560 ... 8 330	63 900 ... 69 700 8 330 ... 9 080	61 000 ... 66 800 7 950 ... 8 700	49 400 ... 55 200 6 430 ... 7 180	71 400 ... 73 800 9 310 ... 9 620
	3	120°	Viertakt Zweitakt	20 300 ... 22 400 3 560 ... 3 910	22 400 ... 24 400 3 910 ... 4 270	21 300 ... 23 400 3 730 ... 4 090	17 300 ... 19 300 3 020 ... 3 380	25 000 ... 25 800 4 380 ... 4 520
	4	180°	Viertakt	4 320 ... 4 750	4 750 ... 5 180	4 540 ... 4 970	3 670 ... 4 100	5 310 ... 5 490

Kleinere Verbrennungsmaschinen mit Aussetzerreglung müssen rund das doppelte Kranzgewicht bekommen.

Einzylinderdampfmaschinen												
ohne Kondensation					mit Kondensation							
Füllung $\frac{P_b}{P}$	→				1	1	1	1	1	1	1	1
	6	4	3	2								
0,05	9600	9000	8500	7800	10000	9700	8900	8500	8000	7500	—	—
0,1	8700	8300	8100	7500	9100	8800	8300	8100	7800	7400	—	—
0,2	7200	7200	7100	7000	7500	7400	7100	7200	7400	7000	6800	—
0,3	6100	6300	6500	6900	6400	6500	6400	6400	7000	6900	—	—
0,4	5500	6000	6300	—	5700	6000	6100	6100	6600	6900	—	—
0,5	5300	6000	6300	—	5300	5700	—	—	6200	6800	—	—
0,6	—	6200	—	—	5200	4800	—	—	—	6800	—	—
Zwillingsdampfmaschinen							2900	2400	2000	1500		
Dreizylinderdampfmaschinen					1400							

### C. Bestimmung des Trägheitsmomentes von Schwungscheiben und -rädern.

Auf Schwungscheiben ohne Arme, Abb. 2186, wie sie bei hohen Winkelgeschwindigkeiten z. B. an Ilgner-Umformern zweckmäßig und notwendig werden, muß man stets Formel (712) anwenden. Sofern nicht bekannte Ausführungen Anhaltspunkte geben, entwirft man die Scheibe zunächst gefühlmäßig, rechnet das Trägheitsmoment und die Festigkeitsverhältnisse nach und trifft, wenn nötig, Abänderungen.  $J$  läßt sich dabei nach der Begriffsbestimmung des Trägheitsmomentes  $J = \int dM \cdot r^2$  leicht wie folgt finden. Die Masse des Elementarringes in Abb. 2186 vom Querschnitt  $dr \cdot b$  im Abstand  $r$  von der Drehachse ist  $dM = \frac{b \cdot dr \cdot 2\pi \cdot r \cdot \gamma}{g}$  und somit:

$$J = \int \frac{2\pi \cdot \gamma \cdot b \cdot r^3 \cdot dr}{g} = \frac{2\pi \cdot \gamma}{g} \int b \cdot r^3 \cdot dr = C \int_{r_0}^{r_a} b \cdot r^3 \cdot dr. \quad (726)$$

Trägt man nun senkrecht zu verschiedenen Halbmessern  $r$  die zugehörigen Produkte  $b \cdot r^3$  auf, so stellt der Inhalt  $F$  der Fläche das Integral dar, das, mit  $C$  multipliziert,  $J$  liefert. Will man  $J$  in  $\text{mkgsek}^2$  finden, so sind  $b$  und  $r$  in Meter einzusetzen und  $F$  in  $\text{m}^3$  zu ermitteln, während  $C$  für Gußeisen  $\frac{2\pi \cdot 7250}{9,81} = 4640$ ,

für Stahlguß  $\frac{2\pi \cdot 7850}{9,81} = 5030 \frac{\text{kgsek}^2}{\text{m}^4}$  ist.

**Zahlenbeispiel 1.** An dem im Maßstabe 1:40 gezeichneten halben Schnitt einer Schwungscheibe aus Stahlguß, Abb. 2186, ergibt sich z. B.

im Abstände  $r_1 = 0,875 \text{ m}$ :  $b_1 = 0,190 \text{ m}$ ; (Ordinate I),  
 $b_1 \cdot r_1^3 = 0,190 \cdot 0,875^3 = 0,127 \text{ m}^4$

im Abstände  $r_2 = 2,0 \text{ m}$ :  $b_2 = 0,84 \text{ m}$ ; (Ordinate II),  
 $b_2 \cdot r_2^3 = 0,84 \cdot 2^3 = 6,72 \text{ m}^4$

Flächeninhalt  $F = 8,027 \text{ cm}^2$ ;

$1 \text{ cm}^2 = 0,4 \cdot 1 = 0,4 \text{ m}^3$ .

$$J = C \cdot F = 5030 \cdot 8,027 \cdot 0,4 = 16150 \text{ mkgsek}^2.$$

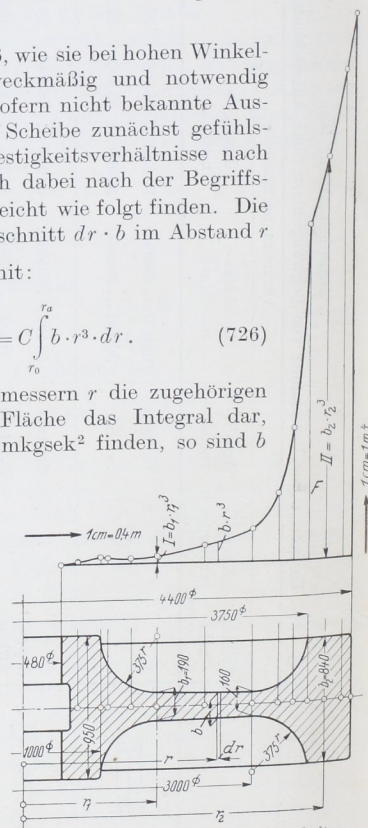


Abb. 2186. Ermittlung des Trägheitsmomentes einer Schwungscheibe.



An Hand der Kurve, Abb. 2186, ist es leicht, die Beträge, welche die einzelnen Teile der Scheibe zum Trägheitsmoment beisteuern, festzustellen. Den Hauptanteil liefert naturgemäß der Kranz von 840 mm Breite und 325 mm Stärke mit  $11750 \text{ mkgsek}^2$  oder 77,8%.

Bei einer Umfangsgeschwindigkeit  $v_2 = 100 \text{ m/sek}$  oder  $\omega_2 = \frac{v_2}{R_a} = \frac{100}{2,2} = 45,5 \text{ m/sek}$  Winkelgeschwindigkeit und  $n_2 = 434$  Umläufen in der Minute besitzt die Scheibe eine Wucht:

$$A_2 = \frac{J \cdot \omega_2^2}{2} = \frac{16150 \cdot 45,5^2}{2} = 16718000 \text{ mkg}.$$

Sinkt ihre Winkelgeschwindigkeit während eines Arbeitsvorganges innerhalb 60 Sekunden auf  $\omega_1 = \psi \cdot \omega_2 = 0,85 \omega_2$ , so hat sie  $A_2 - A_1 = A_2 (1 - \psi^2) = 16718000 (1 - 0,85^2) = 4639000 \text{ mkg}$  abgegeben oder im Durchschnitt  $N = \frac{4639000}{60 \cdot 75} = 1030$  Pferdestärken geleistet.

An der Hauptförderanlage des Schachtes Rhein-Elbe I/II der Gelsenkirchener Bergwerksgesellschaft, die durch zwei Elektromotoren von je 1600 PS Leistung angetrieben wird, sind die zwei Gleichstromanlaßdynamos auf je 2600 KW Höchstleistung, die zwei dauernd laufenden, am Netz liegenden Drehstrommotoren auf je 1000 PS berechnet, während die zwei Schwungräder von je 50 t Gewicht bis 90 m/sek Umfangsgeschwindigkeit haben [XXVIII, 6].

Das vorstehend beschriebene Verfahren zur Ermittlung des Trägheitsmoments läßt sich ohne Schwierigkeit auch auf Speichenschwungräder anwenden, wenn man  $dM$

allgemeiner als  $f \cdot dr \cdot \frac{\gamma}{g}$  auffaßt, wobei  $f$  den Inhalt der Fläche bedeutet, in der das Rad durch einen Zylinder vom Halbmesser  $r$  geschnitten wird. Im Bereich der Nabe und des Kranzes ist also  $f$  durch  $2\pi r \cdot b$ , im Bereich der Arme durch die Summe der Armquerschnitte dargestellt. Zur Ermittlung des Trägheitsmoments trägt man nach:

$$J = \int dM \cdot r^2 = \frac{\gamma}{g} \int f \cdot r^2 \cdot dr = C_1 \int f \cdot r^2 \cdot dr \quad (727)$$

das Produkt  $f \cdot r^2$  über den zum zugehörigen Abständen  $r$  auf;  $C_1$  ist für Gußeisen 739, für Stahlguß  $800 \frac{\text{kgsek}^2}{\text{m}^4}$ . Den Anteil des Kranzes wird man zweckmäßigerweise häufig rechnerisch aus:

$$J_k = 2\pi R_s^3 \cdot F_k \cdot \frac{\gamma}{g} = C \cdot R_s^3 \cdot F_k \quad (728)$$

ermitteln.

**Zahlenbeispiel 2.** Die Anwendung auf die Nabe und die Arme des Schwungrades Abb. 2212 zeigt Abb. 2187 unter Benutzung der folgenden Einzelwerte:

Halbmesser $r$ cm	$f$ cm <sup>2</sup>	$f \cdot r^2$ cm <sup>4</sup>
15,5	2725	656000
22	6640	3220000
27,5	8300	6280000
27,5	851	644000
66	764	3330000
105	682	7530000
144	604	12520000
182,5	530	17660000

Inhalt der Fläche Abb. 2187  $F = 5,10 \text{ cm}^2$ ; Maßstab:  $1 \text{ cm}^2 = 0,025 \text{ m}^4$ ,

$$J' = C_1 \cdot F = 739 \cdot 5,10 \cdot 0,025 = 94 \text{ mkgsek}^2.$$

Trägheitsmoment des Kranzes:  $J_k = C \cdot R_s^3 \cdot F_k = 4640 \cdot 1,913^3 \cdot 0,028 = 910 \text{ mkgsek}^2$ .  
Gesamtträgheitsmoment:  $J = 94 + 910 = 1004 \text{ mkgsek}^2$ .

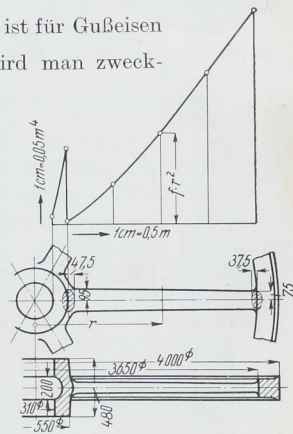


Abb. 2187. Ermittlung des Trägheitsmoments der Arme und der Nabe des Schwungrades Abb. 2212. Maßstab des Rades 1:50.

Will man nach dem Verfahren das Schwungmoment  $GD^2$  bestimmen, so braucht  $C$  nur durch  $C' = 182200$  für Gußeisen, 197300 für Stahlguß und  $C_1$  durch  $C'_1 = 7250$  für Gußeisen, 7850 für Stahlguß ersetzt zu werden.

Für das vorstehend berechnete Rad ergibt sich nach (723):

$$GD^2 = 39,2 J = 39380 \text{ kgm}^2.$$

### D. Konstruktive Durchbildung der Schwungräder.

Der Werkstoff der Schwungräder, insbesondere des Kranzes, hängt in Rücksicht auf die Beanspruchung durch die Fliehkraft von der Kranzgeschwindigkeit ab. Bis zu 30 m/sek genügt Gußeisen, bei größeren Geschwindigkeiten müssen Gußeisensorten

hoher Festigkeit, besondere Verstärkungsmittel, Stahlguß und Stahl verwendet werden, die naturgemäß die Schwungräder erheblich verteuern.

Schwungräder für geringe Umfangsgeschwindigkeiten erhalten Formen nach Abb. 2188 und 2189. Das erste, für von Hand betriebene Maschinen, z. B. Rübenschneider, Häckselmaschinen usw., bestimmt, hat elliptischen Kranzquerschnitt und gekrümmte Arme. Auf einem von ihnen sitzt ein Auge zur Befestigung des Handgriffes. Das zweite bezweckt an einer Drehbank mit Fußbetrieb, die Strecklagen der an der Kröpfung angreifenden Treibstange überwinden zu helfen; es

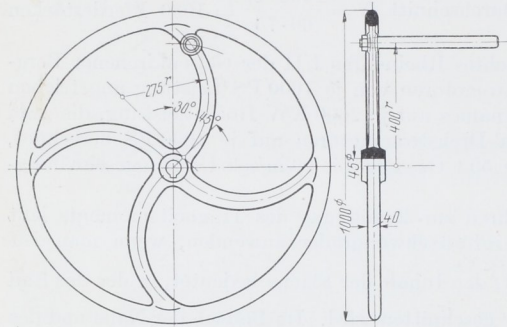


Abb. 2188. Schwungrad für von Hand betriebene Maschinen. M. 1:20.

ist gleichzeitig als Schnurscheibe mit mehreren Rillen zur Veränderung der Spindel-drehzahlen ausgebildet.

Räder für größere Laufgeschwindigkeiten können bis zu 4,4 m Durchmesser, sofern es der Einbau in die Maschine gestattet, aus einem Stück gegossen werden, größere

müssen in Rücksicht auf den Versand auf der Bahn geteilt werden. Beträchtliche Schwierigkeiten bietet die Vermeidung von Gußspannungen; sie zu beschränken, muß in Rücksicht auf die Wirkungen, die das Auseinanderfliegen von Schwungrädern hat, sowohl der Konstrukteur, als auch der Former und Gießer mit allen Mitteln bestrebt sein. Die Ursache der Gußspannungen ist, wie auf S. 161 näher dargelegt wurde, in ungleichmäßiger Abkühlung der Teile der Räder, des oft schweren Kranzes und der Nabe gegenüber den dünneren Armen, zu suchen. □- und T-förmige Kranzquerschnitte, Abb. 2201 und 2194 sind deshalb vorteilhafter als solche von rechteckiger Grundform.

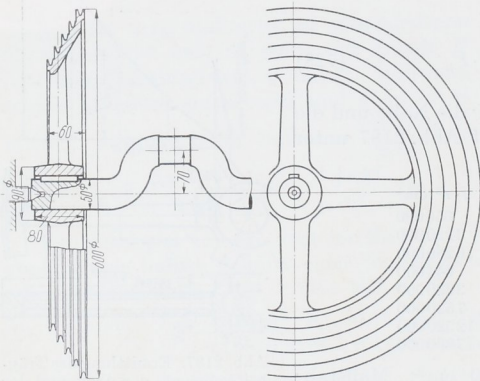


Abb. 2189. Schnurscheibenschwungrad. M. 1:10.

Größte Sorgfalt ist den Übergängen der einzelnen Teile ineinander zu schenken. Weiterhin lassen sich die Spannungen durch Sprengen der Nabe oder Teilen des Rades erheblich vermindern, Mittel, von denen fast stets an Rädern von drei Meter Durch-

messer an Gebrauch gemacht wird. Das nicht selten zu beobachtende starke Klaffen der Fuge, sowie die längs derselben auftretenden Verschiebungen beim Sprengen lassen auf oft recht beträchtliche Spannungen schließen. Erst nachdem sich die Spannungen ausgeglichen haben, wird das Rad an der Nabe und am Kranz bearbeitet und auf der Welle unter Vermeidung unnötiger zusätzlicher Spannungen befestigt. Dazu kann das Ausgießen der Fugen mit Zink nach dem Sprengen vorteilhaft sein, das sich namentlich bei mehr als zwei Fugen empfehlen dürfte. Den Armen nach Abb. 2188 durch Krümmen eine nachgiebige Form zu geben, ist nur bei ganz geringer Kranzgeschwindigkeit zulässig, da größere Fliehkräfte hohe Biegespannungen an Stelle der günstigeren Zugbeanspruchungen bei gerader Gestalt hervorrufen würden.

Der Gießer muß durch genügend nachgiebige Formstoffe und Formen und durch rechtzeitiges Freilegen des Gußstückes oder einzelner Teile desselben zur Verminderung der Spannungen beitragen. An Stahlgußrädern sind die letzteren durch nachträgliches Ausglühen und ganz langsames gleichmäßiges Abkühlen möglichst zu beseitigen.

Sehr große Räder werden häufig aus einzelnen, getrennt hergestellten Teilen zusammengebaut, Abb. 2072.

Die Schwungradkranz pflegt man wegen des ruhigeren Ein-drucks beim Laufen an der Außenfläche und längs schmaler Rand-leisten  $a$ , Abb. 2190, ab-zurehen.

Werden Schwungrä-der gleichzeitig als Pol-träger von Dynamomaschinen benutzt, so verbindet man die meist einzeln hergestellten Pole mit dem Kranz durch Schrauben nach Abb. 2190 bis 2192 oder durch Verspannen in schwalbenschwanzförmigen Nuten, Abb. 2193. Abb. 2190 und 2191

beziehen sich auf aus einem Ganzen bestehende geschmiedete oder gegossene Flußstahlpole. In Abb. 2190 sind zwei Armsterne oder Arme  $\Gamma$ -förmigen Querschnitts verwendet, um den Platz für die von innen her eingesetzten Befestigungsschrauben zu gewinnen. Ist der Kranz sehr dick, so empfiehlt es sich, die Pole durch radial von außen her eingesetzte Schrauben, Abb. 2191, zu halten. Abb. 2192 zeigt einen aus einzelnen Blechen zusammengenieteten Pol, bei dem ein hindurchgestecktes Rundisen als Mutter für die Schraube dient. Teurer ist die Befestigung der Pole mittels Schwalbenschwänzen, Abb. 2193, die hauptsächlich bei hohen Geschwindigkeiten an Maschinen mit massivem Anker verwendet wird und deshalb im Abschnitt 29 näher behandelt ist.

Beispiele von Schwungrädern für mittlere Umfangsgeschwindigkeit geben die Abb. 2194, 2201, 2212, 2214; vgl. auch Abb. 2072. Ein leichteres, einteiliges, am Ende einer Welle sitzendes Rad von 3 m Durchmesser ist in Abb. 2194 dargestellt. Der  $\Gamma$ -förmige Kranz und die hohl ausgebildete Nabe ermöglichen gute Übergänge zu den Armen. Auf der Welle ist das Rad durch Tangentkeile und zwei kräftige Schrumpringe befestigt.

Besondere Sorgfalt ist auf die Kranzverbindungen zwischen den Armen geteilter Räder zu verwenden. Die Verbindungsmittel müssen die Fliehspannungen im Kranz,

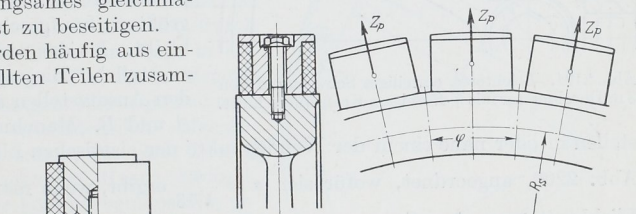


Abb. 2191.

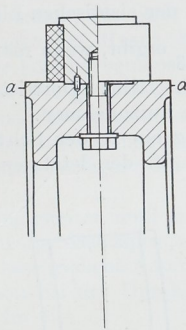


Abb. 2190.

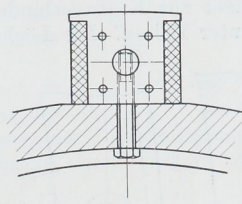


Abb. 2192.

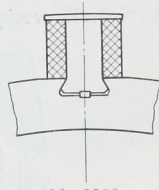


Abb. 2193.

Abb. 2190 bis 2193. Polbefestigungen an Dynamomaschinen.

die sich zu einer Mittelkraft in der Schwerlinie zusammenfassen lassen, möglichst aber auch die an den Stoßstellen auftretenden Biegemomente übertragen können. Der

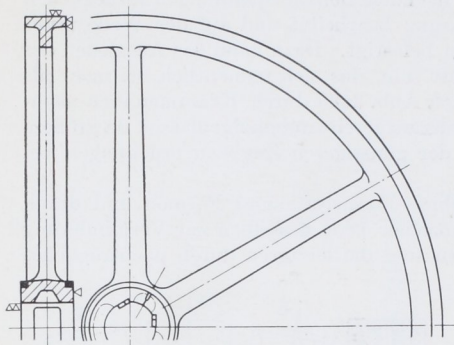


Abb. 2194. Leichteres, einteiliges Schwungrad von 3 m Durchmesser mit T-förmigem Kranzquerschnitt.

ersten Forderung wird am besten genügt, wenn man die Verbindungsmittel in der Schwerlinie selbst, Abb. 2212, oder symmetrisch zu ihr anordnet, Abb. 2197 und 2198. Biegemomente können durch Vorspannung an der Kranzaußen- und -innenfläche, z. B. durch Schrupftringe, Abb. 2199, oder durch Spreng- oder Arbeitsleisten in genügendem Abstände voneinander, Abb. 2212, übertragen werden, wenn die letzteren unter Vorspannung so stark aneinander gepreßt werden, daß ihre Anlage auch bei der größten Laufgeschwindigkeit sichergestellt bleibt. Ist das nicht der Fall, so entstehen zusätzliche Biegespannungen im Kranz an den Ansatzstellen der Arme, Abb. 2217, bei A und B. Manchmal findet man die Stoßstellen in oder nahe einem der Wendepunkte der elastischen Linie der Kranzabschnitte,

Abb. 2200, angeordnet, wofür sich  $\alpha = \frac{\varphi}{4,73}$  ergibt, wenn man lediglich die durch die Fliehkraft erzeugten Spannungen in Betracht zieht. Dort ist das Biegemoment Null; es bleibt daher nur die Längskraft im Kranz aufzunehmen.

In Abb. 2212 dient zur Kranzverbindung ein in der Schwerlinie liegender, durch zwei Keile verspannter Bolzen. Die Löcher für den letzteren sind im Grunde weiter

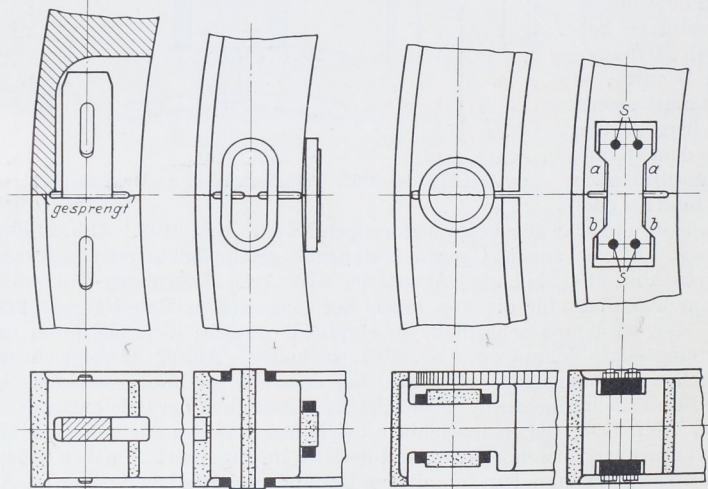


Abb. 2195 bis 2198. Kranzverbindungen.

gegossen und nur bei *a* aufgebohrt, so daß der Bolzen festsetzt. Einfacher und billiger ist eine nach innen zu offene Aussparung im Kranz, Abb. 2195, in welcher ein Flacheisen und zwei Keile die Kraftübertragung übernehmen. Abb. 2196 und 2197 zeigen Schrupftringe, Abb. 2198 Schrupfplatten, welche letztere sich beim Einziehen an den Flächen *a* und *b* verspannen und beim Laufen einen Teil der Kraft durch Paßschrauben *s*

aufnehmen. Bei mäßigen Kräften ordnet man die Verbindungsmittel auf den beiden Seitenflächen des Kranzes an, Abb. 2197 und 2198, bei größeren auch an der Innen- oder Außenfläche, Abb. 2199, um, wie oben erwähnt, die Biegemomente übertragen zu können, muß dann aber die äußeren gut sichern, damit sie nicht durch die Eigenfliehkraft weggeschleudert werden. Schwierig ist die zuverlässige Beurteilung der beim Zusammenschrupfen erzeugten Kräfte. Sind sie zu klein, so erfüllen die Verbindungsmittel ihre Aufgabe unvollkommen; sind sie zu groß, so entstehen unnötig hohe Spannungen. In beiden Fällen können beim Laufen beträchtliche Nebenbeanspruchungen auftreten.

Ein zwischen den Armen geteiltes und an der Fuge bearbeitetes leichteres Rad für mäßige Geschwindigkeiten zeigt Abb. 2201. Der Kranz ist U-förmig gestaltet und an den Stoßstellen durch Schrauben verbunden, die durch ihre Lage in der Hohlung an einem kleineren Hebelarm biegend wirken, als bei voll rechteckigem Kranzquerschnitt. Ungünstig ist die nicht unbeträchtliche Massenanhäufung zwischen den Armen, die beim Laufen zusätzliche Biegespannungen im Kranz bedingt. Die Hälften solcher Räder können voneinander getrennt hergestellt werden. Oft gießt man sie aber auch unter Einschalten einer Sprengfuge zusammen, weil sich dadurch die Übereinstimmung der Stoßflächen leichter und oft unter geringerer Nacharbeit erreichen läßt.

Bei höheren Geschwindigkeiten muß jedoch in Rücksicht auf die ungünstige Beanspruchung des Kranzes die vorstehend beschriebene Anordnung der Teilfuge zwischen den Armen vermieden werden, wie schon bei der Durchbildung der Zahnräder und Riemenscheiben wiederholt betont und im Berechnungsbeispiel 5, S. 1212, zahlenmäßig nachgewiesen wurde. Ein längs zweier Arme geteiltes Schwunrad gibt Abb. 2214 wieder. Nahe dem Kranz und der Welle angeordnete Schrauben verbinden die beiden Radhälften.

Breite Seil- und Riemenscheibenschwunräder versieht man mit zwei oder mehr Armsternen, Abb. 2214, teilt sie bei sehr großen Abmessungen auch der Breite nach in Rücksicht auf Gewicht und Herstellung und verschraubt dann die einzelnen getrennten Scheiben miteinander.

Gußeiserner Kränze bei höheren Geschwindigkeiten als 30 m/sek zu benutzen, ist möglich, wenn die Gußspannungen oder Nebenbeanspruchungen der Kränze an den Ansatzstellen der Arme vermieden oder wenigstens beschränkt werden.

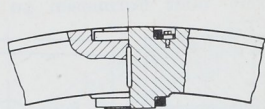


Abb. 2199. Kranzverbindung.

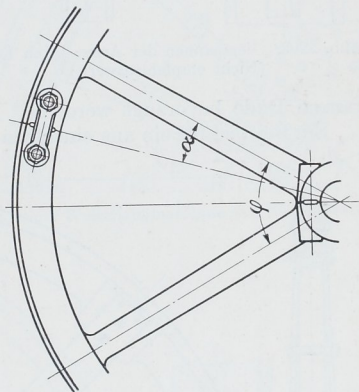


Abb. 2200. Kranzverbindung.

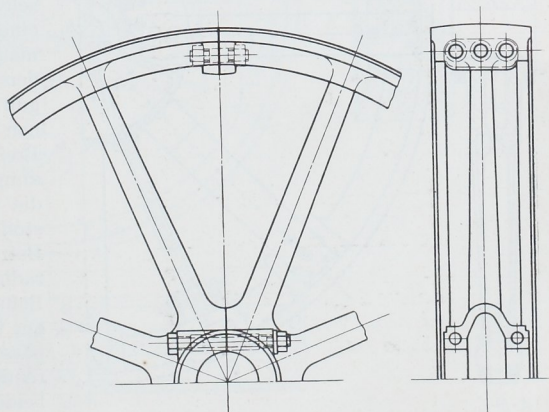


Abb. 2201. Zwischen den Armen geteiltes, an der Fuge bearbeitetes Rad.

Das führt dazu, den Kranz als einen einfachen, geteilten oder ungeteilten Ring zu gießen und ihn mit der Nabe durch getrennt gegossene Arme oder durch solche aus Breit- oder Formeisen zu verbinden. Noch vollkommener ist die Verwendung von Blechscheiben an Stelle von Armen, die durch eine genügende Zahl von Schrauben mit dem Kranz fest verbunden, einen Teil der Fliehkraftwirkung aufnehmen. Vgl. die Seilscheibe Abb. 2153 und 2154 für 40 m/sec Seilgeschwindigkeit mit zahlreichen Paßringen zwischen dem Kranz und den Blechscheiben. Hervorgehoben sei, daß an raschlaufenden Rädern vielfach einteilige Naben in Rücksicht auf den leichteren Zusammenbau, die sicherere Befestigung auf den Wellen und die gleichmäßige Ausbildung der Spannungen im

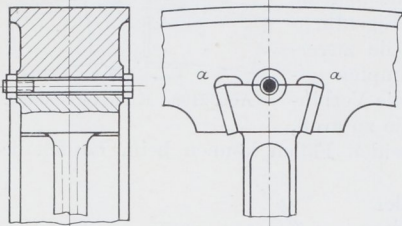


Abb. 2202. Verspannen der Arme durch Keile. (Nicht empfehlenswert.)

ganzen Rade bevorzugt werden.

Ein Beispiel für ein aus einzelnen Teilen zusammengesetztes Riemenscheibenschwungrad bietet Abb. 2072. Zweckmäßig

erscheint die Verbindung der Arme mit dem Kranz durch Schrauben, welche die an dieser Stelle auftretenden Kräfte auf einfache und naturgemäße Weise als Längskräfte aufnehmen.

Sehr bedenklich ist demgegenüber das Verspannen der Arme durch Keile nach Abb. 2202, die bei unrichtigem Eintreiben beträchtliche Zusatzspannungen im Kranze, namentlich in den Kehlen bei *a* erzeugen.

An dem für 62 m/sec Kranzgeschwindigkeit bestimmten Rad für eine elektrisch betriebene Walzenzugmaschine, Abb. 2203, ist der zwischen den Armen geteilte Kranz aus Stahlguß hergestellt und mit der gußeisernen Nabe durch acht Paar Arme aus Breiteisen verbunden. Die Verwendung von Stahl war in Rücksicht auf die Festigkeit, aber auch auf den stoßhaften und stark schwankenden Betrieb geboten. Die Übertragung der radialen Kräfte ist durch besondere Paßringe und -schrauben, diejenige der tangentialen durch seitliches Einpassen der Arme sichergestellt, während die Stoßstelle des Kranzes durch beiderseits aufgesetzte, sehr kräftige Schrumpringe geschlossen und durch besondere Spannstangen mit der Nabe verbunden ist zwecks Ausschaltung

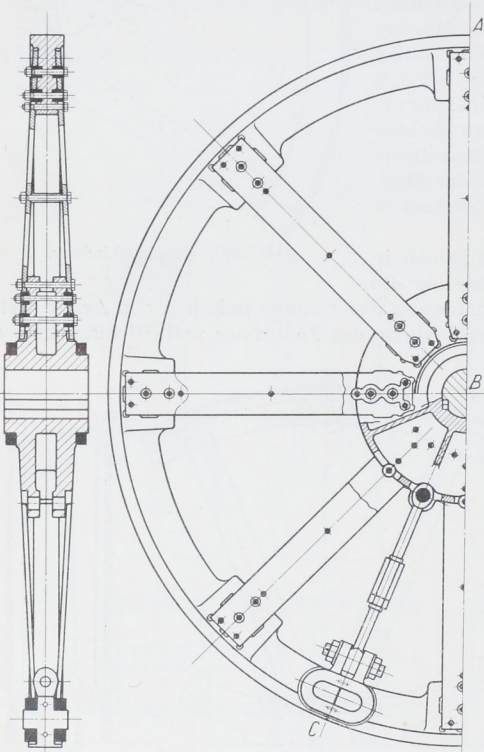


Abb. 2203. Schwungrad einer Walzenzugmaschine für 62 m/sec Kranzgeschwindigkeit.

der Biegebeanspruchung des Kranzes durch die Fliehkraft beim Laufen. Der Kranz wiegt 7160, das ganze Rad 14050 kg.

Eine amerikanische Ausführung eines Schwungrades für eine Walzenzugmaschine gibt Abb. 2204 wieder. Sein Kranz besteht aus zahlreichen miteinander vernieteten Blechscheiben, die mit der gußeisernen Nabe durch gegenseitig versteifte Blechtafeln verbunden sind. Neuerdings ersetzt man die Arme durch Scheiben mit größeren Aussparungen und geht schließlich bei sehr hohen Umfangsgeschwindigkeiten zu vollen Stahlscheiben über. So zeigen Abb. 2205 und 2206 Schwungräder der Motorenfabrik Deutz A.-G., Köln-Deutz, von gleichem Schwungmoment, das eine in geteilter Ausführung unter Verbindung der Hälften durch zwei kräftige Bolzen im Kranz und vier Schrauben an

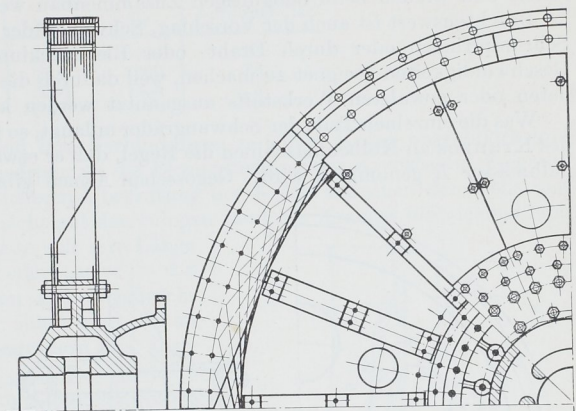


Abb. 2204. Schwungrad einer Walzenzugmaschine aus Blechplatten.

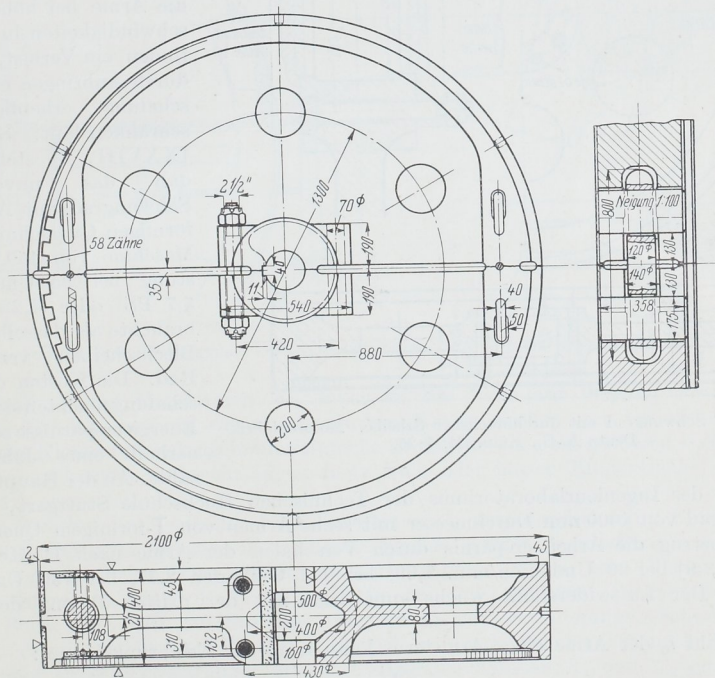


Abb. 2205. Schwungrad mit durchbrochener Scheibe. Motorenfabrik Deutz A. G., Köln. M. 1:25.

der Nabe, das andere einteilig, um zwischen die Kuppelflange der Kurbel- und der Anschlußwelle geschaltet werden zu können. Die Leistung der Maschine wird im zweiten Falle durch zehn eingepaßte Schrauben an das Rad abgegeben und durch fünf, durch

beide Flansche hindurchgehende Schrauben an die Anschlußwelle weitergeleitet. Die Zentrierscheiben  $Z$  dienen nur als Paßmittel während des Aufreibens der Schraubenlöcher und werden beim endgültigen Zusammenbau weggelassen.

Beachtenswert ist auch der Vorschlag, Schwungräder durch Aufziehen von stählernen Schrumpfringen oder durch Draht- oder Blechwicklungen unter Spannung für hohe Geschwindigkeiten geeignet zu machen, weil dadurch die hohe Festigkeit durchgeschmiedeten oder gewalzten Werkstoffs ausgenutzt werden kann [XXVIII, 7].

Was die einzelnen Teile der Schwungräder anlangt, so gilt für den Außenhalbmesser  $R_a$  des Kranzes an Kolbenmaschinen die Regel, daß er etwa gleich dem fünffachen Kurbelhalbmesser  $R$  genommen wird. Gegossenen Armen gibt man meist elliptischen Querschnitt und ordnet dabei

die große Achse in der Radebene an, man findet aber auch I-förmige, seltener dagegen hohlrunde Formen. Die meist angewandte Verjüngung nach außen zu liegt gewöhnlich zwischen 3:4 und 4:5. Nicht unbeträchtlich ist der Widerstand, den die Arme bei höheren Geschwindigkeiten in der Luft finden, ein Verlust, der sich durch Anbringen einer Verschalung erheblich einschränken läßt. Scholtes [XXVIII, 8] stellte fest, daß das unverschaltete Schwungrad mit Armen I-förmigen Querschnitts einer Maschine von 450 PS Leistung bei 95 Umdr./min. 5,7 PS oder 1,2% mehr brauchte als dasselbe durch Blechscheiben verkleidete Rad. Die Kosten der Verschalung machten sich durch Energieersparnisse schon innerhalb eines Jahres bezahlt. An der Hauptdampf-

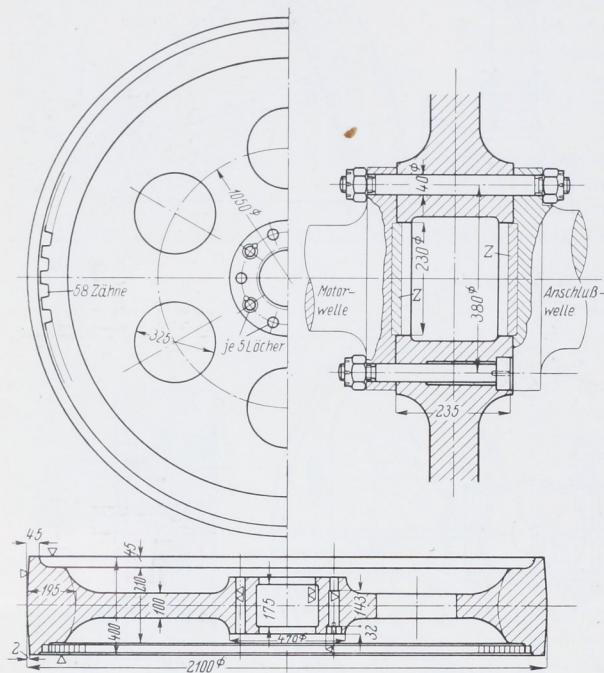


Abb. 2206. Schwungrad mit durchbrochener Scheibe. Motorenfabrik Deutz A.-G., Köln. M. 1:25.

maschine des Ingenieurlaboratoriums der Technischen Hochschule Stuttgart, die ein Schwungrad von 4000 mm Durchmesser mit sechs Armen von I-förmigem Querschnitt besitzt, betrug die Arbeitersparnis durch Verschalen der Arme nach E. Heinrich [XXVIII, 9] bei 90 Umläufen/min. 1,66, bei 111 Umläufen 2,77, bei 130 Umläufen 4,4 PS. Der Luftwiderstand wuchs annähernd mit der dritten Potenz der Umlaufzahl.

Die Zahl  $i_0$  der Arme eines Armsterns kann nach der Erfahrungsformel:

$$i_0 = \frac{1}{9} \cdot \sqrt{D_a^{\text{mm}}}, \quad (729)$$

entsprechend folgenden Zahlen genommen werden:

$i_0 =$	4	6	8	10	12 Arme
bei Durchmessern bis	2100	2100...4000	4000...6600	6600...9800	über 9800 mm.



53 Schwungräder wiesen folgende Armzahlen und Durchmesser auf:

Armzahl	Durchmesser		Anzahl der Schwungräder
	von	bis	
6	1800	5000	21
8	3200	7500	26
10	6000	11400	3
12	7500	8000	3

Je nachgiebiger die Arme und ihre Verbindungen mit dem Kranz ausgebildet und je größer ihre Zahl ist, um so niedriger ist die Beanspruchung des Kranzes auf Biegung.

Die Nabe muß wegen der sicheren Überleitung der Kräfte zwischen der Welle und den Armen kräftig und in Rücksicht auf den ruhigen Lauf des Kranzes hinreichend lang sein. Selbst bei schmalen Kranzen soll ihre Länge sichern Sitzes halber  $> 1,5 d$  oder besser  $> 2 d$  genommen werden, wenn  $d$  den Bohrungsdurchmesser bedeutet. Viel länger führt man sie an breiten Riemen- oder Seilswungrädern aus, allerdings unter Einschalten von Aussparungen im Innern. Die Verbindungsschrauben geteilter Naben ordnet man nahe der Welle an unter möglicher

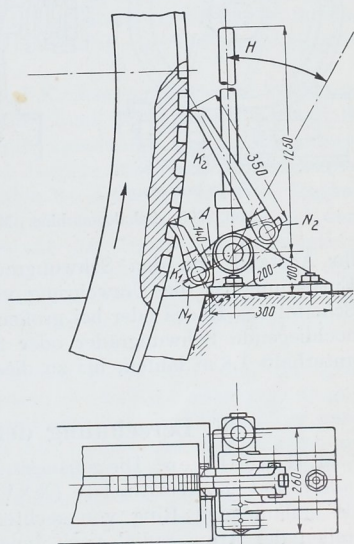
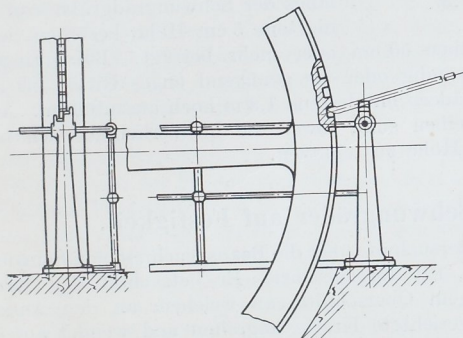


Abb. 2207. Schalten des Schwungrades mittels Schaltstange. Abb. 2208. Andrehvorrichtung. M. 1:15.

Einschränkung von Hebelarmen, an denen sie die Nabe auf Biegung beanspruchen können. Zur Übertragung der wechselnden Kräfte reichen nur bei kleinen Drehmomenten Klemmverbindungen oder einfache Treibkeile aus; bei größeren Kräften muß man zwei zueinander senkrecht angeordnete Keile oder besser Tangentkeile, Abb. 2203 und 2212, anwenden.

Dem Zwecke, die Maschinen beim Zusammenbau, insbesondere beim Einstellen der Steuerung oder beim Anlassen in bestimmte Kurbel- oder Kolbenstellungen zu bringen, dienen Schaltwerke oder Andrehvorrichtungen, die in eine Verzahnung am Kranze eingreifen. Einige Beispiele zeigen die Abb. 2207 bis 2209. Die einfachste Form ist ein Bock, Abb. 2207, zur Stützung einer Brech- oder Schaltstange. Sehr häufig benutzt man an mittelgroßen Maschinen doppelt wirkende Schaltwerke nach Abb. 2208. Die beiden an dem zweiarmigen Hebel  $A$  sitzenden Klinken  $K_1$  und  $K_2$  greifen beim Hin- und Herbewegen des Handhebels  $H$  abwechselnd in die Zähne des Schwungradkranzes ein und bewegen dabei das Rad im Sinne des Pfeils. Beim Zurücklegen des Hebels kommen beide Klinken außer Eingriff, stützen sich dabei aber gegen die Nasen  $N_1$  und  $N_2$ , um beim Aufrichten wieder betriebsbereit zu sein. Große Maschinen verlangen besondere, meist elektrisch betriebene Andrehvorrichtungen, die beim Anspringen der

Maschine selbsttätig außer Eingriff treten müssen, z. B. nach Abb. 2209, wo das mit der Verzahnung  $Z$  an der Innenfläche des Kranzes  $K$  kämmende Ritzel  $R$  auf einem steilen Schraubengewinde  $S$  sitzt, längs welchem es sich nach rechts schraubt und außer Eingriff kommt, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades größer als die des Ritzels wird.

Zur Verhütung von Unfällen sind alle Schwungräder von Kraftmaschinen, aber auch alle übrigen im Verkehrsbereich liegenden Schwungräder samt den anschließenden

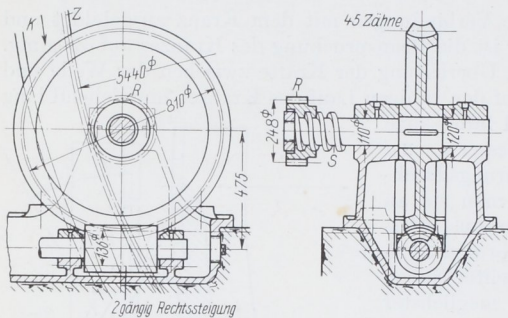


Abb. 2209. Schaltmaschine. M. 1:25.

Riemen- oder Seilzügen zu umfriedigen. Diese Umfriedigungen müssen genügende Höhe und hinreichenden Abstand vom Rad haben oder so beschaffen sein, daß man nicht hindurchgreifen kann. Wegen der Einzelheiten vgl. die Vorschriften der verschiedenen Berufsgenossenschaften [XXVIII, 14]. Z. B. können die Umfriedigungen nach denjenigen der chemischen Industrie aus Geländern mit Zwischenstangen von mindestens einem Meter Höhe und Fußleisten längs der Schwungradgrube von wenigstens 5 cm Höhe bestehen, wenn ihr Abstand von den Schwungradarmen 50 cm oder mehr beträgt. Bei geringerer Entfernung ist die Umfriedung vollwandig oder als genügend enges Gitter bis zum Scheitel des Rades oder bei großen Rädern mindestens 1,8 m hoch auszuführen. Auch hochliegende Schwungräder oder Scheiben sind, soweit sie im Verkehrsbereich noch unterhalb 1,8 m laufen, bis zu dieser Höhe zu schützen.

## E. Berechnung der Schwungräder auf Festigkeit.

1. Grundlagen. Die genaueste Untersuchung über die Beanspruchung von Schwungrädern hat K. Reinhardt [XXVIII, 10] durchgeführt. Er betrachtet den Kranz als umlaufenden Ring von rechteckigem Querschnitt, an welchem an den Ansatzstellen der Arme radial nach innen gerichtete Kräfte angreifen und wendet auf ihn die allgemeinen Grundgleichungen der Elastizitätslehre an. Dabei setzt er lediglich einen ebenen Spannungszustand in allen zur Drehachse senkrechten Ebenen voraus. Die Ableitung und der Rechnungsgang sind naturgemäß ziemlich verwickelt. Auf die größte Beanspruchung hat in erster Linie das Verhältnis der Kranzdicke zum Durchmesser Einfluß, in zweiter aber auch die Größe der Strecke, längs welcher die radialen Kräfte wirken, an der also die Arme ansetzen. Lange Ansatzflächen sind günstig. Auf der Theorie der gekrümmten Balken, also der Annahme, daß auch die Querschnitte des Kranzes eben bleiben und hyperbolische Spannungsverteilung gelte, fußen Grashof [XXVIII, 11] und Tolle [XXVIII, 3]. In noch weiterer Vereinfachung nehmen u. a. Goebel [XXVIII, 12] und Schenk [XXVIII, 13] ebene Spannungsverteilung in den Kranzquerschnitten an, benutzen also die für gerade Balken gültigen Beziehungen. Durch eingehende Vergleichsrechnungen wies nun Reinhardt nach, daß die einfacheren Verfahren der zweiten und dritten Art bei starken Kränzen gegenüber der genaueren Rechnung 15 bis 25% Abweichung ergeben. Die Abweichungen wachsen mit zunehmender Dicke der Kränze, können aber in Kauf genommen werden, da die Gußspannungen gegossener Räder erhebliche, durch Rechnung nicht verfolgbare Störungen bedingen und da die Voraussetzung aller Festigkeitsrechnungen, daß Verhältnismäßigkeit zwischen Spannungen und Formänderungen bestehe, für das am häufigsten verwendete Gußeisen nur annähernd zutrifft. Man pflegt diese Umstände, ebenso wie

zusätzliche Spannungen, die durch die konstruktive Durchbildung oder beim Zusammenbau entstehen können, durch niedrige Werte der zulässigen Beanspruchung zu berücksichtigen. Besondere Beachtung verdient die Möglichkeit des Durchgehens mancher Maschinen.

Zu den Spannungen infolge der konstruktiven Durchbildung gehören diejenigen durch Massenanhäufungen im Kranz und Schwächungen des Kranzquerschnittes, Kerbwirkungen an den Übergangstellen zwischen den einzelnen Teilen, namentlich aber die durch Teilung der Räder entstehenden. Sie sind, soweit sie sich rechnerisch verfolgen lassen, in dem Abschnitte über genauere Berechnung von Schwungrädern näher behandelt.

Die beim Zusammenbau, etwa durch nicht genügendes oder zu starkes Anspannen von Schrauben- oder Schrumpferverbindungen entstehenden Störungen der Spannungsverteilung, die namentlich schädlich sind, wenn die Kräfte Hebelarme finden, an denen sie auf Biegung wirken, lassen sich nur auf Grund von meist unsicheren Annahmen rechnerisch verfolgen.

Zum Durchgehen der Maschinen sei bemerkt, daß Kraftmaschinen beim Versagen oder zu spätem Einsetzen der Reglerwirkung, manchmal auch bei plötzlichem Wegfall des Widerstandes eine höhere Drehzahl als die normale annehmen. In der Beziehung ist namentlich der früher häufig benutzte Antrieb des Reglers durch Riemen schon oft verhängnisvoll geworden. Beim Abfallen oder Zerreißen des Riemens sinkt der Regler in die Ruhelage und stellt große Füllung ein, was rasche Steigerung der Drehzahl der Maschine zur Folge hat. Dabei wachsen aber alle von der Umfangsgeschwindigkeit abhängigen Kräfte und Beanspruchungen dem Quadrat der Drehzahl entsprechend; das Rad fliegt, sobald an irgendeiner Stelle die Bruchfestigkeit des Werkstoffes erreicht wird, auseinander und ruft nun Zerstörungen hervor, die der in ihm aufgespeicherten Wucht entsprechen.

Bei Wasserturbinen ist die Steigerung der Drehzahl im Leerlauf beim Versagen des Reglers von der Bauart und etwaigen Schwankungen des Gefälles abhängig: an gewöhnlichen Francisturbinen beträgt die Leerlaufdrehzahl das 1,6 . . . 1,8fache der normalen, einer Steigerung der Beanspruchungen auf das 2,6 . . . 3,2fache entsprechend, an schnelllaufenden Francis- und Propellerturbinen kann die Leerlaufdrehzahl auf das 2,5-, bei Anlagen mit stark wechselndem Gefälle bis zu etwa dem 3fachen der normalen Drehzahl steigen. Die Beanspruchungen wachsen dabei auf das 6,2 . . . 9fache.

In Rücksicht auf die Verwendbarkeit an verschiedenen Maschinen empfiehlt es sich, die Festigkeitsverhältnisse der Schwungräder, ähnlich wie diejenigen der Riemenscheiben, vgl. S. 1201, auf eine obere Grenzgeschwindigkeit oder -drehzahl zu berechnen, gußeisener Speichenschwungräder z. B. auf 30 m/sek.

Die Grundlage der im folgenden angegebenen Berechnung der Speichenschwungräder bilden die Ausführungen über die Berechnung der Riemenscheiben, S. 1200 u. f. Als Unterschiede sind hervorzuheben, daß die auf S. 1201 unter b), c) und d) genannten Kräfte, nämlich zu übertragende Umfangskräfte, der Achsialdruck und der Flächendruck zwischen Riemen und Scheibe, nur in dem Falle in Betracht kommen, daß das Schwungrad gleichzeitig als Riemen- oder Seilscheibe dient, daß aber die unter e) genannten Beschleunigungs- und Verzögerungskräfte dem Zweck der Schwungräder entsprechend eine wichtige Rolle spielen und genau beachtet werden müssen und daß schließlich das Kranzgewicht schwerer Räder in ähnlicher Weise wie der unter c) genannte Achsdruck auf die Arme senkrecht nach unten wirkt und sich im Gegensatz zu Abb. 2088 auf alle Arme verteilt. Die gerade in der oberen Hälfte des Rades liegenden Arme werden auf Druck bzw. auf Druck und Biegung, diejenigen in der unteren Hälfte auf Zug bzw. auf Zug und Biegung meist aber in sehr geringem Maße in Anspruch genommen.

2. Überschlägliche Berechnung von Schwungrädern. Bei dieser für langsam laufende Räder genügenden Berechnung beschränkt man sich, ähnlich wie bei Riemenscheiben, auf die Ermittlung der Zugspannungen im Kranz nach Formel (679), der Biege-

spannungen in den Armen, die bei der Überleitung der Überschußarbeit zwischen der Nabe und dem Kranz und durch etwaige Umfangskräfte entstehen und auf die Berechnung der Verbindungsmittel gesprengter Naben oder geteilter Räder. Für die mittlere Zugspannung im Kranz pflegt man an gußeisernen Schwungrädern gewöhnlich nicht mehr als  $k_z = 67 \text{ kg/cm}^2$ , einer Kranzgeschwindigkeit:

$$v_k = \sqrt{\frac{g \cdot k_z}{\gamma}} = \sqrt{\frac{981 \cdot 67 \cdot 1000}{7,25}} = 3000 \text{ cm/sek oder } 30 \text{ m/sek}$$

entsprechend, zuzulassen und nur an Kränzen, bei denen die gleichmäßige Inanspruchnahme gesichert ist, bis höchstens  $100 \text{ kg/cm}^2$  oder  $v = 36,8 \text{ m/sek}$  zu gehen. Beim Austausch der Energie zwischen der

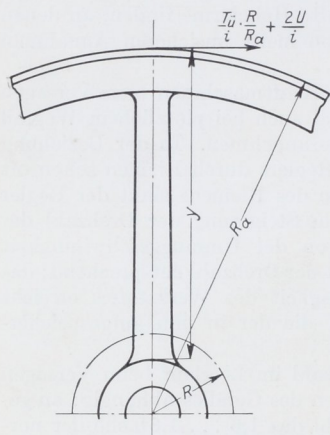


Abb. 2210. Zur Berechnung der Schwungradarme.

Welle und dem Kranz ist der größte überschießende Tangentialdruck maßgebend, dargestellt durch die größte Ordinate der in Abb. 1064 oder 1067 durch senkrechte Strichlage hervorgehobenen Fläche. Hat derselbe die Größe  $T_a$  und ist er, wie üblich, auf den Kurbelkreis vom Halbmesser  $R$  bezogen, so stellt  $\frac{T_a \cdot R}{R_a}$  die Kraft am Umfang des Schwungrades, Abb. 2210, und

$$M_b = \frac{T_a \cdot R}{i \cdot R_a} \cdot y$$

das Biegemoment dar, das einen einzelnen Arm an der Nabe belastet. Hat das Rad auch noch die Leistung der Maschine durch Riemen oder Seile abzugeben, so erhöht sich das Moment entsprechend Formel (680) um  $\frac{2U \cdot y}{i}$ , so daß das Widerstandsmoment eines Armes:

$$W = \frac{\pi a_1^2 \cdot b_1}{4} = \left( \frac{T_a \cdot R}{R_a} + 2U \right) \frac{y}{i \cdot k_b} \quad (730)$$

sein muß. Bei der Teilung eines Rades längs einer Armebene sind die Armhälften so zu verstärken, daß sie Widerstandsmomente von je  $\frac{W}{2}$  aufweisen. Gibt man ihnen halb-elliptischen Querschnitt geometrisch ähnlicher Form wie den ungeteilten Armen, Abb. 2214, so müssen die Halbachsen  $a_2 = 1,27 a_1$  und  $b_2 = 1,27 b_1$  sein. Auch in den Armen läßt man unter Beachtung der wechselnden Belastung durch die Tangentialdrucke nur mäßige Beanspruchungen, z. B. an gußeisernen Rädern,  $k_b = 100 \dots 180 \text{ kg/cm}^2$ , zu.

Von den Verbindungsmitteln gesprengter Naben gilt bei leichten Schwungrädern das bei den Riemenscheiben S. 1203 Gesagte. Sie werden häufig auf die Fliehkraft einer Radhälfte berechnet. Ist das Rad geteilt, so muß die Kranzverbindung geeignet sein, mindestens die Kraft  $F_k \cdot \sigma_z$  zu übertragen. Bei raschlaufenden Rädern müssen auch die an den Stoßstellen wirkenden Momente, vgl. Berechnungsbeispiel 5, S. 1286 beachtet und in geeigneter Weise aufgenommen werden.

3. Genauere Ermittlung der Beanspruchung von Schwungrädern. Für dieselbe sei in Rücksicht auf die meist größere Stärke der Kränze die Theorie der gekrümmten Balken herangezogen. Dieselbe verlangt zunächst eine Berichtigung der Formel (679), bei deren Ableitung eine gleichmäßige Verteilung der Zugspannung über den Kranzquerschnitt vorausgesetzt war. Schneidet man aus einem Kranz vom Außenhalbmesser  $R_a$  und dem Innenhalbmesser  $R_i$ , Abb. 2211, ein Stück unter dem Zentrivinkel  $\psi$  heraus, so bleibt dieser Winkel, wenn sich der Ring beim Laufen um  $\varrho_k$  in radialer Richtung erweitert, unverändert erhalten. Dabei werden sämtliche Ringfasern

um das gleiche Maß  $\lambda_k = \delta_k \cdot \psi$  verlängert; verschiedene Beträge nimmt aber die Dehnung an, der die Fasern unterliegen, weil diese verschieden lang sind. An der inneren von der Länge  $R_i \cdot \psi$  beträgt:

$$\varepsilon_i = \frac{\lambda_k \cdot \psi}{R_i \cdot \psi} = \frac{\lambda_k}{R_i},$$

an der mittleren  $\varepsilon = \frac{\lambda_k}{R_s}$ . Wie die Dehnungen verhalten sich aber auch nach dem Proportionalitätsgesetz die Spannungen:

$$\frac{\sigma_{z_i}}{\sigma_z} = \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon} = \frac{R_s}{R_i},$$

so daß diejenige längs des Innenrandes auf:

$$\sigma_{z_i} = \sigma_z \cdot \frac{R_s}{R_i} = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} \cdot \frac{R_s}{R_i} \quad (731)$$

steigt, die an der Außenfläche aber auf:

$$\sigma_{z_a} = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} \cdot \frac{R_s}{R_a} \quad (732)$$

sinkt. Die Spannungsverteilung ist durch ein Hyperbel, Abb. 2211, gekennzeichnet.

Die weitere Untersuchung erfolgt zweckmäßigerweise auf dem bei der genaueren Berechnung von Riemenscheiben, S. 1203, angegebenen Wege. Sie sei in kurzen Zügen wiederholt. Man ermittelt zunächst die Kranzerweiterung in radialer Richtung durch die Fliehspannung nach Formel (683)  $\varrho_k = \alpha_k \cdot \sigma_z \cdot R_s$ , die Verlängerung  $\lambda_A$  der Arme durch die Eigenfliehkraft an Hand von Abb. 2085 und Formel (684) aus  $\lambda_A = \alpha_A \cdot \frac{\gamma \cdot \omega^2}{g} \cdot F'' \cdot \xi$  und durch WFormänderungsdreiecke nach Abb. 2086 die statisch unbestimmte Längskraft  $X_A$  in den Armen aus  $X' = \frac{(\varrho_k - \lambda_A) \cdot f_m}{\alpha_A \cdot l}$  und  $X'' = \frac{(\varrho_k - \lambda_A) \cdot J_k}{\alpha_k \cdot R_s^3 \cdot C}$ . Dabei muß  $C$  in Rücksicht auf die an Schwungrädern meist größere Stärke des Kranzes in radialer Richtung genauer nach:

$$C = \frac{1}{8} \frac{\varphi}{\sin^2 \varphi/2} + \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} \quad (733)$$

unter Benutzung der folgenden Zahlen (siehe Zusammenstellung 167, S. 1282) bestimmt werden.

Bezüglich der Ableitung der Formel (733) muß auf die Reinhardttsche Arbeit [[XXVIII, 10] verwiesen werden. Bemerkte sei nur, daß die dort auf S. 62 unter Nr (39) angeführte Formel sich mit den hier benutzten Bezeichnungen auf die Form:

$$\alpha_k \cdot R_s \cdot \sigma_z = \lambda_A + \frac{X_A \cdot \alpha_A \cdot l}{f_m} + \frac{X_A \cdot \alpha_k \cdot R_s^3}{J_k} \cdot C$$

Erweiterung des Kranzes
Verlängerung des Arms durch Eigenfliehkraft
Verlängerung des Arms durch  $X_A$ 
Verchiebung des Kranzes durch  $X_A$

bringen läßt, wobei die Bedeutung der einzelnen Glieder beim Vergleich mit Formel (682) ersichtlich wird. Der Wert von  $\frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k}$  liegt zwar meist in der Nähe von 1, darf aber bei der genaueren Ermittlung der Spannungen nicht unberücksichtigt bleiben, weil  $C$  durch den zahlenmäßig kleinen Unterschied von

$$\frac{1}{8} \frac{\varphi}{\sin^2 \varphi/2} + \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \quad \text{und} \quad \frac{1}{\varphi} \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k}$$

gegeben ist. Das gilt um so mehr, je größer die Kranzdicke in radialer Richtung ist.

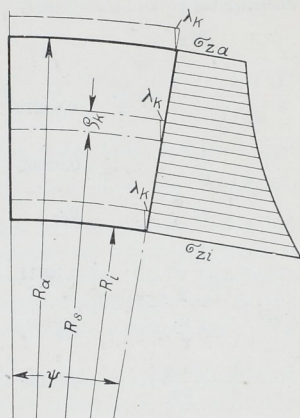


Abb. 2211. Spannungsverteilung in breiten Schwungringen.

## Zusammenstellung 167. Hilfswerte bei der Berechnung von Schwungrädern.

Armszahl $i_0$	4	6	8	10	12	16
Zentriwinkel $\varphi$	90°	60°	45°	36°	30°	22,5°
oder	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{8}$
$\frac{1}{8} \frac{\varphi}{\sin^2 \frac{\varphi}{2}} + \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}$	0,64270	0,95661	1,27393	1,59190	1,91006	2,54656
$\frac{1}{\varphi}$	0,63662	0,95493	1,27324	1,59155	1,90986	2,54648
$\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}$	0,5	0,86603	1,34076	1,53884	1,86603	2,51367
$\frac{1}{2 \sin \frac{\varphi}{2}}$	0,70711	1,0	1,30656	1,61800	1,93830	2,56290
$\sin^2 \frac{\varphi}{2}$	0,5	0,25	0,14645	0,09549	0,06699	0,03806
$\frac{1}{2} - \frac{\sin \varphi}{2\varphi}$	0,18169	0,08651	0,04984	0,03225	0,02253	0,01276
$\frac{1}{2} \sin \frac{\varphi}{2}$	0,35356	0,25	0,19134	0,15451	0,12941	0,09755
$\frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\varphi} \cos \frac{\varphi}{2}$	0,18646	0,12795	0,10100	0,07789	0,06511	0,04895

Die durch die Armkraft  $X_A$  bedingten Biegemomente im Kranz ergeben sich auf Grund der Theorie der gekrümmten Balken an den Ansatzstellen der Arme:

$$M_{bX} = -X_A \cdot R_s \left( \frac{1}{\varphi} \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \right), \quad (734)$$

mitten zwischen den Armen:

$$M'_{bX} = +X_A \cdot R_s \left( \frac{1}{2 \sin \varphi/2} - \frac{1}{\varphi} \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} \right). \quad (735)$$

Bei der Ermittlung des Biegemomentes  $M_0$ , das durch die starre Verbindung der Arme mit dem Kranz entsteht, ist sowohl die Wirkung von  $T_{\bar{u}}$  auf sämtliche, als auch gegebenenfalls diejenige der Umfangskraft  $U$  auf die Hälfte der Arme zu berücksichtigen. Demgemäß geht Formel (694) über in:

$$M_0 = \pm \frac{\varphi \left( U + T_{\bar{u}} \cdot \frac{R}{2R_s} \right) y \cdot l \cdot J_k}{2\pi (R_s \cdot \varphi \cdot J_A + l \cdot J_k)}. \quad (736)$$

Die Wirkung von etwaigen Riemern und Seilen wird wiederum aus dem Achsdruck  $A$  berechnet. Das Biegemoment über den Ansatzstellen der Arme ist:

$$M_{bA} = + \frac{A \cdot R_s}{2} \left[ \sin^2 \frac{\varphi}{2} - \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} \left( \frac{1}{2} - \frac{\sin \varphi}{2\varphi} \right) \right], \quad (737)$$

das mitten dazwischen:

$$M'_{bA} = - \frac{A \cdot R_s}{2} \left[ 2 \sin^2 \frac{\varphi}{4} - \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} \left( \frac{1}{2} - \frac{\sin \varphi}{2\varphi} \right) \right]. \quad (738)$$

Außerdem entsteht im Kranzquerschnitt über den Armen eine Druckkraft:

$$N = \frac{A}{2} \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (739)$$

Von den durch die konstruktive Durchbildung bedingten Spannungen lassen sich die Wirkung von Massenanhäufungen oder Schwächungen des Kranzquerschnittes

wiederum genügend genau durch entsprechende Einzelkräfte beurteilen. Eine in der Mitte zwischen zwei Armen sitzende Anhäufung vom Gewicht  $G'$  und dem Schwerpunkt-Abstande  $R'$  von der Drehachse erzeugt, falls der Kranz durchläuft, an den Ansatzstellen der Arme ein Biegemoment:

$$M_{0G'} = \frac{G'}{g} \omega^2 \cdot R' \cdot R_s \left[ \frac{1}{2} \sin \frac{\varphi}{2} - \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} \left( \frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\varphi} \cos \frac{\varphi}{2} \right) \right]. \quad (740)$$

Ist die Stoßstelle nicht biegefest, so gilt Formel (691).

Die Verbindungsmittel an den Kranzstoßstellen sind in erster Linie auf die Längskraft im Kranz  $F_k \cdot \sigma_z = \frac{F_k \cdot \gamma \cdot v_k^2}{g}$  zu berechnen. Wie sie aber auch zur Aufnahme der an diesen Stellen wirkenden Biegemomente herangezogen werden können, ist in Beispiel 5 unter b) gezeigt. Bietet die Aufnahme dieser Biegemomente Schwierigkeiten, so erhöhen sich die Beanspruchungen der Querschnitte  $A$  und  $B$ , Abb. 2217. Erhebliche Zusatzspannungen kann die Anordnung der Verbindungsmittel außerhalb der Kranzschwerlinie bedingen, wenn die entsprechenden Formänderungen möglich sind. Vgl. hierzu die Ausführungen zu Abb. 2081 auf S. 1206.

Kränze von Schwungrädern, die als Polträger von Dynamomaschinen ausgebildet sind, werden zusätzlich durch die Fliehkräfte, welche die Pole entwickeln, belastet. Ihre Wirkung kann man sich in erster Annäherung gleichmäßig auf alle Kranzquerschnitte verteilt denken. Sind  $z$  Pole im gleichen Abstand voneinander vorhanden, so ist der Zentriwinkel, auf den ein Pol entfällt  $\varphi_0 = \frac{2\pi}{z}$  und die Länge des Bogens, auf welcher die Fliehkraft  $Z_p$  eines Pols längs des Schwerpunktkreises zu verteilen ist,  $\varphi_0 \cdot R_s$ . Somit entfallen auf einen Zentimeter dieses Bogens  $\frac{Z_p}{\varphi_0 \cdot R_s} = \frac{z \cdot Z_p}{2\pi R_s}$  kg, während die Fliehkraft, die ein Kranzstück von 1 cm Länge entwickelt  $Z_{1\text{cm}} = F_k \cdot \frac{1 \cdot \gamma \cdot v_k^2}{g R_s}$  ist. Mithin wird die mittlere Fliehspannung  $\sigma_z = \frac{z \cdot Z_p}{g R_s}$  im Kranz auf:

$$\sigma'_z = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} \cdot \frac{Z_{1\text{cm}} + \frac{z \cdot Z_p}{2\pi R_s}}{Z_{1\text{cm}}} = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} + \frac{z \cdot Z_p}{2\pi \cdot F_k} \quad (741)$$

erhöht. Die größte Zugspannung am Innenrand des Kranzes steigt entsprechend Formel (731) auf:

$$\sigma'_{zi} = \sigma'_z \cdot \frac{R_s}{R_i}. \quad (742)$$

Diese in allen Kranzquerschnitten gleichen Spannungen sind Mittelwerte. In Wirklichkeit wird die durch die Eigenfliehkraft des Kranzes entstehende Grundspannung überlagert durch Spannungswellen, welche die einzelnen Pole erzeugen. Unter den Befestigungsschrauben oder im Falle der Befestigung der Pole durch Schwalbenschwänze, unter den Randzacken, entstehen dabei um so beträchtlichere Spannungserhöhungen, je kleiner die Polzahl und je geringer die Stärke und Widerstandsfähigkeit des Kranzes gegenüber Biegung ist, vgl. [XXVIII, 15].

Die genauere Berechnung der Arme hat neben der Wirkung der Tangentialdrucke und etwaiger Umfangskräfte nach (730) noch die Wirkung der Eigenfliehkraft  $Z_A$  nach Formel (695) und der Längskraft  $X_A$  zu berücksichtigen, die an der Nabe Zugspannungen in Höhe von  $\sigma_z = \frac{Z_A + X_A}{f_n}$ , am Kranz von  $\sigma_z = \frac{X_A}{f_e}$  erzeugen. Hier bedingt das Biegemoment  $M_0$  noch  $\sigma_{e0} = \pm \frac{M_0}{W_e}$ .

Die Wirkung des Achsdruckes auf die Arme in den Fällen, wo das Schwungrad auch zur Abgabe der Maschinenleistung durch Riemen oder Seile dient, ist von untergeordneter

Bedeutung und darf meist vernachlässigt werden. Dasselbe gilt von der Inanspruchnahme durch das Eigengewicht  $G_k$  der Kränze.

4. Beispiele. **Berechnungsbeispiel 3.** Das Schwungrad der Wasserwerkmaschine Tafel I ist bei einem Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta_s = 1/20$  zu berechnen und durchzubilden. Werkstoff: Gußeisen.

Bei dem in Abb. 1067 dargestellten Verlauf der Drehkraftlinie ist die Überschußfläche am linken Ende am größten und deshalb für die Berechnung des Schwungrades maßgebend. Inhalt 2,11

$\text{cm}^2$ . Bei einem Kraftmaßstab  $1 \text{ cm} = 4000 \text{ kg}$  und einem Längenmaßstab  $1 \text{ cm} = 0,16 \text{ m}$  (vgl. Abb. 1064), entspricht  $1 \text{ cm}^2$  640 kgm. Somit wird die Überschußarbeit:

$$A_s = 2,11 \cdot 640 = 1350 \text{ kgm.}$$

Außendurchmesser des Schwungrades  $D_a = 5R = 5 \cdot 800 = 4000 \text{ mm}$ . Abstand des Schwerpunkts von der Drehachse  $R_s$  geschätzt zu 1910 mm. Kranzgeschwindigkeit  $v_k$  bei der normalen Drehzahl der Maschine von  $n = 50$  Umläufen je Minute:

$$v_k = \frac{\pi n}{30} \cdot R_s = \frac{\pi \cdot 50}{30} \cdot 1,91 = 10,0 \text{ m/sek.}$$

Kranzgewicht nach (717):

$$G_k = 8,83 \frac{A_s}{v_k^2 \cdot \delta_s} = 8,83 \cdot 1350 \cdot 20 = 2380 \text{ kg.}$$

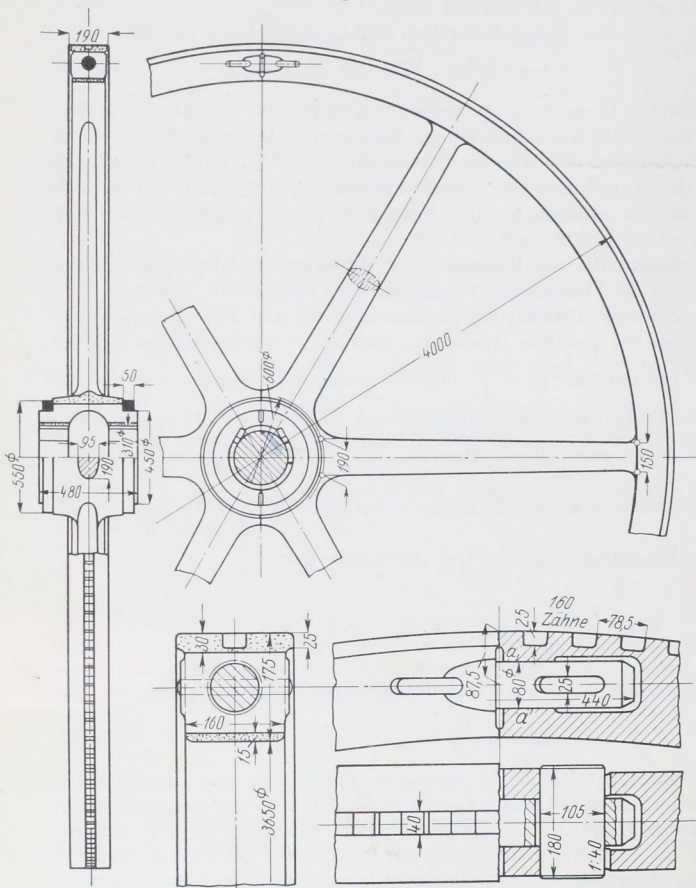


Abb. 2212. Schwungrad der Wasserwerkmaschine Tafel I. M. 1:30 und 1:10.

Kranzquerschnitt (718):

$$F_k = 0,22 \frac{G_k}{R_s} = 0,22 \cdot \frac{2380}{1,91} = 274 \text{ cm}^2.$$

Gewählt  $160 \cdot 175 \text{ mm}$  Querschnitt von  $280 \text{ cm}^2$  Inhalt, Abb. 2212. (Die schmalen Seitenränder gleichen sich annähernd mit den Lücken der Schaltverzahnung aus.)

Schwerpunkt Abstand  $R_s = 2000 - 87,5 = 1912,5 \text{ mm}$  in genügender Übereinstimmung mit dem oben geschätzten Maße. Das Rad ist mit sechs Armen versehen und durch eine zwischen den Armen angeordnete Sprengfuge geteilt. Auf der Welle wird es durch Tangenteile und Schrumpringe gehalten. Das Trägheitsmoment beträgt nach S. 1269



1004 m kg sek<sup>2</sup>, das Schwungmoment  $GD^2 = 39380 \text{ kgm}^2$ . Die Festigkeitsberechnung ist in Beispiel 5 auf S. 1286 durchgeführt.

**Berechnungsbeispiel 4.** Für die auf den gleichen Grundlagen wie die Wasserwerkmaschine nach S. 138 durchgebildete Betriebsmaschine ist das Seilscheibenschwungrad für eine Höchstleistung von  $N_e = \eta \cdot N_i = 0,85 \cdot 313 \approx 270 \text{ PS}_e$  bei  $D = 4000 \text{ mm}$  Durchmesser und einem Ungleichförmigkeitsgrad  $\delta_s = 1/40$  zu berechnen und zu entwerfen. Vergleichshalber sei die gleiche Umlaufzahl der Maschine von 50 in der Minute zugrunde gelegt.

Umfangsgeschwindigkeit:

$$v = \frac{\pi n}{30} \cdot \frac{D}{2} = \frac{\pi \cdot 50}{30} \cdot 2 = 10,47 \text{ m/sek.}$$

Umfangskraft:

$$U = \frac{75 \cdot N_e}{v} = \frac{75 \cdot 270}{10,47} = 1940 \text{ kg.}$$

Gewählt: Beste Hanfseile von  $d = 50 \text{ mm}$  Durchmesser; Belastungszahl  $k_n = 10 \text{ kg/cm}^2$ . Seilzahl:

$$i = \frac{4U}{\pi d^2 \cdot k_n} = \frac{4 \cdot 1940}{\pi \cdot 5^2 \cdot 10} = 9,9 \text{ Seile.}$$

Ausgeführt 12 Seile. Dadurch sinkt die spezifische Belastung auf  $k_n = 8,25 \text{ kg/cm}^2$ . Seilscheibenbreite unter Benutzung der normalen Rillenprofile nach DIN 121  $b = 810 \text{ mm}$ , Abb. 2213. (Ein Doppelriemen müßte bei  $k_n = 14,5 \text{ kg/cm}$  Belastung  $b' = 134 \text{ cm}$  Breite erhalten.)

Kranzgewicht aus der an Abb. 1064 ermittelten Überschußarbeit  $A_s = 1130 \text{ mkg}$  nach (717):

$$G_k = 8,83 \frac{A_s}{v_k^2 \cdot \delta_s} = 8,83 \frac{1130 \cdot 40}{10,21^2} = 3830 \text{ kg,}$$

wobei die Kranzgeschwindigkeit  $v_k$  unter Schätzung des Halbmessers des Schwerpunktkreises  $R_s = 1950 \text{ mm}$  zu  $v_k = 10,21 \text{ m/sek}$  angenommen ist.

Kranzquerschnitt (718):

$$F_k = 0,22 \cdot \frac{G_k}{R_s} = \frac{0,22 \cdot 3830}{1,95} = 432 \text{ cm}^2.$$

Ausgeführt 450 cm<sup>2</sup>, vgl. Abb. 2213. Die sich dabei ergebende Kranzstärke von 23 mm am Grunde der Rillen ist gießtechnisch gerade noch ausführbar.

Das Rad, Abb. 2214, ist längs zweier Arme geteilt und der Kranz mit zwei kräftigen Versteifungstippen versehen, an denen die beiden sechsarmigen Speichensterne ansetzen. Dadurch

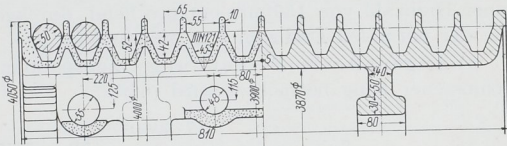


Abb. 2213. Kranz des Seilscheibenschwungrades zur Betriebsmaschine Beispiel 4. M. 1:10.

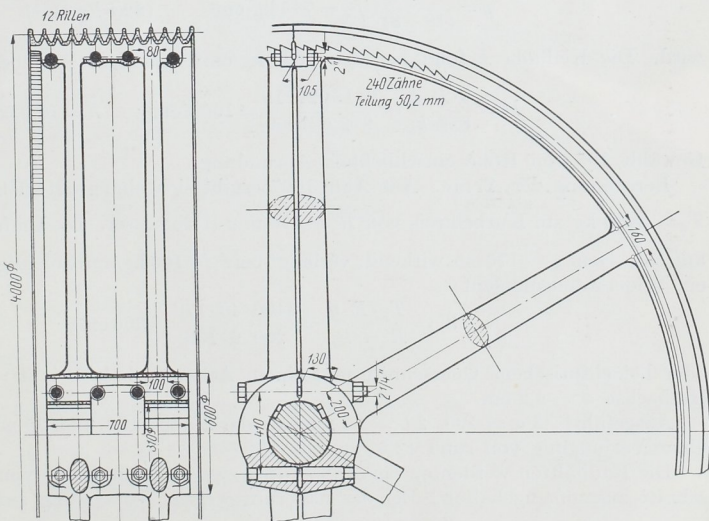


Abb. 2214. Seilscheibenschwungrad zur Betriebsmaschine Beispiel 4. M. 1:30.

wird eine günstige Anordnung der Verbindungsschrauben ermöglicht und der Kranz geringen Biegespannungen ausgesetzt. Das Rad wird unter Einschaltung einer Sprengfuge längs eines Armpaares gegossen.

**Berechnungsbeispiel 5.** Berechnung des Schwungrades der Wasserwerkmaschine Tafel I, Abb. 2212, auf Festigkeit.

Die folgenden Rechnungen sind auf Grund der höchsten bei Gußeisen üblichen Kranzgeschwindigkeit von  $v_k = 30$  m/sek, einer Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 15,7$ /sek oder einer Drehzahl von 150/min entsprechend, durchgeführt. In Klammern sind die Werte bei der normalen Drehzahl von 50/min oder  $v_k = 10$  m/sek beigefügt.

a) Angenäherte Berechnung. Zugspannung im Kranz, wenn derselbe als geschlossener Ring betrachtet wird (679):

$$\sigma_z = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} = \frac{7,25 \cdot 3000^2}{1000 \cdot 981} = 66,5 \text{ kg/cm}^2 \quad (7,39 \text{ kg/cm}^2).$$

Kranzverbindung durch Bolzen und Keil. Im Kranzquerschnitt wirksame Kraft:

$$P = F_k \cdot \sigma_z = 280 \cdot 66,5 = 18620 \text{ kg} \quad (2070 \text{ kg}).$$

Geschätzt: Bolzendurchmesser  $d = 80$  mm, Keilstärke  $s = 25$  mm. Zugbeanspruchung des Bolzens im Restquerschnitt neben dem Keilschlitz:

$$\sigma_z = \frac{P}{\frac{\pi}{4} d^2 - d \cdot s} = \frac{18620}{\frac{\pi}{4} 8^2 - 8 \cdot 2,5} = 615 \text{ kg/cm}^2 \quad (68,3 \text{ kg/cm}^2).$$

Zur Verminderung des Flächendrucks zwischen Keil und Bolzen sind Verstärkungsnocken, Abb. 2212 unten, angebracht, wobei:

$$p = \frac{18620}{(18-8) \cdot 2,5} = 745 \text{ kg/cm}^2 \quad (82,8 \text{ kg/cm}^2)$$

wird. Die Keilhöhe  $h$  folgt bei  $k_b = 1000$  kg/cm<sup>2</sup> zulässiger Biegebeanspruchung aus:

$$h^2 = \frac{6 \cdot P \cdot L}{8 \cdot s \cdot k_b} = \frac{6 \cdot 18620 \cdot 18}{8 \cdot 2,5 \cdot 1000} = 100,5 \text{ cm}^2; \quad h = 10,03 \text{ cm}.$$

Gewählt 105 mm Höhe einschließlich Abrundung.

Berechnung der Arme. Aus Abb. 1067 ergibt sich eine größte Überschußkraft von  $T_{\bar{u}} = 5400$  kg am Kurbelkreis von  $R = 400$  mm Halbmesser. Die Umfangskraft  $\frac{T_{\bar{u}} \cdot R}{R_s}$  am Hebelarm  $y = 170$  cm wirkend, verlangt bei  $k_b = 100$  kg/cm<sup>2</sup> zulässiger Biegespannung ein Widerstandsmoment:

$$W = \frac{T_{\bar{u}} \cdot R \cdot y}{R_s \cdot i \cdot k_b} = \frac{5400 \cdot 40 \cdot 170}{200 \cdot 6 \cdot 100} = 306 \text{ cm}^3$$

oder bei elliptischem Querschnitt und einem Achsenverhältnis  $a : b = 2 : 1$  eine große Halbachse  $a = 9,2$  cm.

Ausgeführt:  $2a = 190$ ,  $2b = 95$  mm an der Nabe; 150 und 75 mm am Kranz bei einer Verjüngung von rund 4 : 5.

Die Radhälften werden an der Nabe durch zwei Schrumpfringe von  $5 \times 5$  cm<sup>2</sup> Querschnitt zusammengehalten. Bei der näherungsweise Berechnung auf die volle Fliehkraft einer Radhälfte von  $\frac{G}{2} = 1885$  kg Gewicht nach S. 1203 ergeben sich folgende Zahlen. Fliehkraft einer Radhälfte:

$$Z = \frac{G}{2g} \cdot \omega^2 \cdot \xi \frac{2R_s}{\pi} = \frac{1885}{981} \cdot 15,7^2 \cdot 0,79 \cdot 0,637 \cdot 191,25 = 45600 \text{ kg}.$$

Beanspruchung der Schrumpfringe:

$$\sigma_z = \frac{Z}{4F} = \frac{45600}{4 \cdot 5 \cdot 5} = 456 \text{ kg/cm}^2 \quad (50,7 \text{ kg/cm}^2).$$

b) Genauere Nachrechnung des Schwungrades auf Grund der Theorie der gekrümmten Balken. Durch Pluszeichen sind im folgenden Zug-, durch Minuszeichen Druckspannungen, durch die oben stehende Zahl die Beanspruchung an der Außenfläche des Kranzes, durch die untenstehende diejenige an der Innenfläche gekennzeichnet.  $F_k = 280 \text{ cm}^2$ ,  $J_k = 7146 \text{ cm}^4$ ,  $W_k = 817 \text{ cm}^3$ , Armlänge  $l = 1530 \text{ mm}$ ,  $\varphi = 60^\circ$ , Trägheitsmoment des Armquerschnitts am Kranze  $J_A = 1242 \text{ cm}^4$ .

Beanspruchung des Kranzes an der Innenfläche:

$$\sigma_{zi} = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} \cdot \frac{R_s}{R_i} = 66,5 \cdot \frac{191,3}{182,5} = 69,7 \text{ kg/cm}^2$$

(7,75 kg/cm<sup>2</sup>),

an der Außenfläche:

$$\sigma_{za} = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g} \cdot \frac{R_s}{R_a} = 66,5 \cdot \frac{191,3}{200} = 63,6 \text{ kg/cm}^2$$

(7,06 kg/cm<sup>2</sup>).

Ermittlung der Längskraft  $X_A$  in den Armen.  
Radiale Kranzerweiterung nach Formel (683)

$$Q_k = \alpha_k \cdot \sigma_z \cdot R_s = \frac{66,5 \cdot 191,3}{1000000} = 0,0127 \text{ cm}.$$

Armverlängerung durch die Eigenfliehkraft nach Abb. 2215 bei einem Abszissenmaßstab 1 cm = 10 cm, einem Ordinatenmaßstab 1 cm = 20 cm,  $F = 65 \text{ cm}^2$  Flächeninhalt, der also tatsächlich  $65 \cdot 200 = 13000 \text{ cm}^2$  darstellt und  $\xi = 93,5 \text{ cm}$  Schwerpunktabstand:

$$\lambda_A = \alpha_A \cdot \frac{\gamma \cdot \omega^2}{g} \cdot F \cdot \xi = \frac{0,00725 \cdot 15,7^2}{1000000 \cdot 981} 13000 \cdot 93,5 = 0,00221 \text{ cm}.$$

Die Formänderungsdreiecke, Abb. 2216, sind mit:

$$X' = \frac{(Q_k - \lambda_A) \cdot f_m}{\alpha_A \cdot l} = \frac{1000000 \cdot 0,01049 \cdot \pi \cdot 8,5 \cdot 4,25}{153} = 7780 \text{ kg}$$

und

$$X'' = \frac{(Q_k - \lambda_A) \cdot J_k}{\alpha_k \cdot R_s^3 \cdot C} = \frac{1000000 \cdot 0,01049 \cdot 7146}{191,3^3 \cdot 0,001681} = 6370 \text{ kg}$$

aufgezeichnet, wobei sich  $C$  aus Formel (733):

$$C = \frac{1}{8 \sin^2 \varphi/2} + \frac{1}{4} \text{ctg} \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{\varphi} \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k}$$

$$= 0,95661 - 0,95493 \cdot \frac{280 \cdot 191,3^2}{280 \cdot 191,3^2 + 7146} = 0,001681$$

ergab. Der in den folgenden Rechnungen wiederholt benutzte Wert  $\frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k}$  ist gleich 0,9993. Abb. 2216 liefert  $X_A = 3500 \text{ kg}$ . Dieses erzeugt in den durchlaufenden Kranzabschnitten die folgenden Spannungen: an den Ansatzstellen der Arme herrührend von:

$$M_{bX} = -X_A \cdot R_s \left( \frac{1}{\varphi} \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} - \frac{1}{2} \text{ctg} \frac{\varphi}{2} \right) = -3500 \cdot 191,3 \cdot \left( \frac{3}{\pi} \cdot 0,9993 - \frac{1}{2} \text{ctg} 30^\circ \right)$$

$$= -59070 \text{ cmkg}; \quad \sigma_{bX} = -\frac{59070}{817} = \mp 72,3 \text{ kg/cm}^2,$$

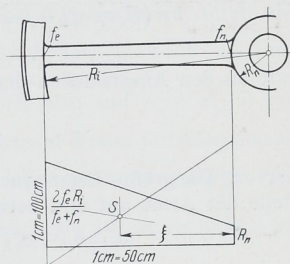


Abb. 2215. Ermittlung der Verlängerung der Arme durch die Eigenfliehkraft.

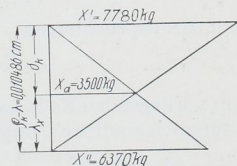


Abb. 2216. Formänderungsdreiecke zur Bestimmung der Längskraft  $X_A$  in den Armen des Schwungrades Abb. 2212.

mitten zwischen den Armen durch:

$$M'_{b,x} = + X_A \cdot R_s \left( \frac{1}{2 \cdot \sin \varphi/2} - \frac{1}{\varphi} \frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k} \right) = + 3500 \cdot 191,3 \left( \frac{1}{2 \cdot \sin 30^\circ} - \frac{3}{\pi} \cdot 0,9993 \right) \\ = + 30610 \text{ cmkg}; \quad \sigma'_{b,x} = \frac{30610}{817} = \pm 37,5 \text{ kg/cm}^2.$$

Das durch die starre Verbindung der Arme mit dem Kranz bedingte Moment:

$$M_0 = \pm \frac{\varphi \left( U + T_u \cdot \frac{R}{2} R_a \right) \cdot y \cdot l \cdot J_k}{2\pi (R_s \cdot \varphi \cdot J_A + l \cdot J_k)} = \pm \frac{\left( 0 + 5400 \cdot \frac{40}{2} \cdot 200 \right) \cdot 170 \cdot 153 \cdot 7146}{6 \left( 191,3 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 1242 + 153 \cdot 7146 \right)} = 12460 \text{ kgcm}$$

ruft an den Ansatzstellen der Arme ungünstigstenfalls:

$$\sigma_{b,0} = \mp \frac{12460}{817} = \mp 15,3 \text{ kg/cm}^2$$

hervor. Die größte Beanspruchung auf Zug an der Kranzinnenfläche tritt an der Ansatzstelle der Arme auf und beträgt:

$$\sigma_i = \sigma_{z,i} + \sigma_{b,x} + \sigma_{b,0} = 69,6 + 72,3 + 15,3 = 157,2 \text{ kg/cm}^2,$$

während diejenige an der Außenfläche mitten zwischen zwei Armen:

$$\text{ist.} \quad \sigma_a = \sigma_{z,a} + \sigma'_{b,x} = 63,5 + 37,5 = 101 \text{ kg/cm}^2$$

Die zusätzliche Beanspruchung des Kranzes in den Feldern mit Kranzverbindungen ergibt sich daraus, daß die durch die Armkräfte  $X_A$  an den Stoßstellen bedingten Momente nicht oder nur unvollkommen aufgenommen werden können. Je weniger das der Fall ist, um so mehr nähert sich die Beanspruchung dem oberen Grenzwert, der sich aus Abb. 2217 ergibt, wenn die Stücke  $AC$  und  $BC$  als gleichmäßig durch je  $X_A/2$  belastete Freitragler aufgefaßt werden. Dabei entstehen in  $A$  und  $B$  Biegemomente:

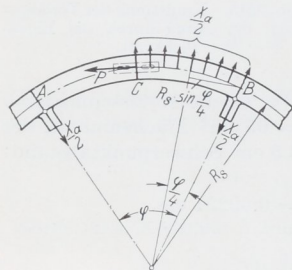


Abb. 2217. Zur Berechnung der Nebenbeanspruchung des Kranzes.

$$M_{b,s} \leq \frac{X_A \cdot R_s (1 - \cos \varphi/2)}{\varphi} = \frac{3500 \cdot 191,3 (1 - \cos 30^\circ)}{\pi/3} = 85520 \text{ kgcm}$$

und Beanspruchungen:

$$\sigma_{b,s} \leq \mp \frac{85520}{817} = \mp 104,7 \text{ kg/cm}^2.$$

Am vorliegenden Rade kann demnach die größte Zugspannung am Innérand bei 30 m/sek Laufgeschwindigkeit ungünstigstenfalls  $157,2 + 104,7 = 261,9 \text{ kg/cm}^2$  erreichen.

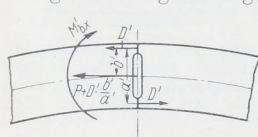


Abb. 2218. Aufnahme des Biegemomentes  $M'_{b,x}$ .

Was die Möglichkeit anlangt, Biegemomente an den Stoßstellen aufzunehmen, so kann dazu die Vorspannung der Verbindungsmittel benutzt werden, die so zu bemessen ist, daß die Stoßfuge selbst bei der größten Geschwindigkeit nicht zu klaffen beginnt. Einen Anhalt über die dazu nötigen Kräfte gibt folgende Betrachtung. Dem mitten zwischen den Armen wirkenden Moment  $M'_{b,x}$  kann nach Abb. 2218 durch ein Kräftepaar  $D' \cdot a'$  das Gleichgewicht gehalten werden, wobei  $a' = 15,2 \text{ cm}$  den mittleren Abstand der beiden Sprengflächen bedeutet. Um nun in der äußeren  $D' = \frac{M'_{b,x}}{a'} = \frac{30610}{15,2} = 2014 \text{ kg}$  zu erzeugen, müssen im

Bolzen bei der höchsten Laufgeschwindigkeit mindestens  $P + \frac{D' \cdot a'}{b'} = 18620 + \frac{2014 \cdot 15,2}{7,25}$

= 22840 kg wirken. Der Bolzen ist dabei mit  $\sigma_z = \frac{P + D' \cdot \frac{a'}{b'}}{\frac{\pi}{4} d^2 - d \cdot s} = \frac{22840}{30,3} = 754 \text{ kg/cm}^2$  im

Restquerschnitt neben dem Keilschlitz beansprucht. Die Vorspannkraft kann nach S. 235 zufolge der elastischen Formänderung der Bolzen, Keile und Kranzenden kleiner sein; doch ist sowohl ihre Berechnung wegen der zu machenden Annahmen, als auch ihre Erzeugung in der notwendigen Größe beim Zusammenbau unsicher.

Die Beanspruchung der Arme an der Nabe von  $\sigma_b = 101,6 \text{ kg/cm}^2$  wird durch die Kraft  $X_A$  um  $\sigma_{zA} = \frac{X_A}{f_n} = \frac{3500}{126,8} = 27,6 \text{ kg/cm}^2$  erhöht, durch das Moment  $M_0$  um

$\sigma_{b0} = \frac{M_0}{W_n} = \frac{12460 \cdot 4}{\pi \cdot 9,5^2 \cdot 4,75} = 37 \text{ kg/cm}^2$  vermindert, stellt sich also auf  $\sigma_b + \sigma_{zA} - \sigma_{b0} = 101,6 + 27,6 - 37 = 92,2 \text{ kg/cm}^2$ . Der Ansatzquerschnitt am Kranz unterliegt einer

Zugspannung  $\sigma'_{zA} = \frac{X_A}{f_e} = \frac{3500}{88,4} = 39,6 \text{ kg/cm}^2$  und einer Biegespannung zufolge des

Moments  $M_0$   $\sigma_{b0} = \frac{M_0}{W_e} = \frac{12460}{165,7} = 75,2 \text{ kg/cm}^2$  also einer höchsten Beanspruchung von  $\sigma'_{zA} + \sigma_{b0} = 39,6 + 75,2 = 114,8 \text{ kg/cm}^2$ .

Die Inanspruchnahme der Schrumpfringe ist, abgesehen von den durch die Tangentkeile erzeugten Spannungen durch die Wirkung der Eigenfliehkräfte  $Z_A = 3190 \text{ kg}$  und der Längskräfte  $X_A = 3500 \text{ kg}$  in den drei Armen einer Radhälfte:

$$(Z_A + X_A)(1 + 2 \cdot \sin 30^\circ) = (3190 + 3500)(1 + 2 \cdot 0,5) = 13374 \text{ kg},$$

die Eigenfliehkraft der Nabe 970 kg sowie diejenige der Schrumpfringe 228 kg, in Summe 14572 kg gegeben. Sie erzeugen  $146 \text{ kg/cm}^2$  Nutzspannung.

**Berechnungsbeispiel 6.** Zum Vergleich seien die wichtigsten am Seilscheibenschwungrad, Abb. 2214, ermittelten Zahlen bei einer größten Seilgeschwindigkeit von 30 m/sek sowie in Klammern bei 10,47 m/sek zusammengestellt.

Mittlere Zugspannung im Kranz  $\sigma_z = 66,5$  (7,39)  $\text{kg/cm}^2$ , größte an der Innenfläche  $\sigma_{zi} = 69,9$  (7,77)  $\text{kg/cm}^2$ , an der Außenfläche  $\sigma_{za} = 64$  (7,12)  $\text{kg/cm}^2$ .

Kranzerweiterung  $q_k = 0,0130 \text{ cm}$ , Armverlängerung durch die Eigenfliehkraft  $\lambda_k = 0,00237 \text{ cm}$ , Kranzquerschnitt  $F_k = 450 \text{ cm}^2$ , Abstand des Schwerpunktes von der Drehachse  $R_k = 195 \text{ cm}$ , Trägheitsmoment  $J_k = 6400 \text{ cm}^4$ .

$$\frac{F_k \cdot R_k^2}{F_k \cdot R_k^2 + J_k} = \frac{450 \cdot 195^2}{450 \cdot 195^2 + 6400} = 0,9996.$$

Längskraft in einem Armpaare  $X_A = 4150 \text{ kg}$ .

Beanspruchung des Kranzes an den Ansatzstellen der Arme:

durch  $X_A$   $\sigma_{bX} = \mp 106,3 \text{ kg/cm}^2$ , durch  $M_0$   $\sigma_{bM_0} = \mp 65,6 \text{ kg/cm}^2$ .

Der Ermittlung von  $M_0$  sind die Zahlen der Betriebsmaschine bei  $n = 50$  Umdr/min. zugrundegelegt, insbesondere ist  $U = \frac{75N}{v} = \frac{75 \cdot 270}{10,47} = 1940 \text{ kg}$  und  $T_{\bar{u}} = 6500 \text{ kg}$  aus Abb. 1064 eingesetzt worden.

Der Achsdruck oder der Auflagedruck der Seile bedingt  $\sigma_{bA} = \pm 126,8 \text{ kg/cm}^2$  über den Ansatzstellen der Arme.

Druckspannung im Kranz durch die Seile  $-\sigma_d = -3,6 \text{ kg/cm}^2$ .

Größte Zugspannung am inneren Rand:

$$\sigma_{zi} + \sigma_{bX} + \sigma_{b0} - \sigma_d = 69,9 + 106,3 + 65,5 - 3,6 = 238,1 \text{ kg/cm}^2.$$

Beanspruchung des Kranzes mitten zwischen den Armen:

$$\text{durch } X_A \quad \sigma'_{bX} = \pm 54,6 \text{ kg/cm}^2, \text{ durch den Achsdruck } \sigma'_{bA} = \mp 36,9 \text{ kg/cm}^2.$$

Größte Zugspannung an der Außenfläche:  $\sigma_{za} + \sigma'_{bX} = 64 + 54,6 = 118,6 \text{ kg/cm}^2$ .

Beanspruchung der Arme an der Nabe bei einem Widerstandsmoment eines Armpaares  $W_n = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot a_1^2 \cdot b_1 = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 10^2 \cdot 5 = 785 \text{ cm}^3$  nach (730) unter Benutzung der vorstehend angeführten Werte für  $U$  und  $T_u$ :

$$\sigma_b = \left( \frac{2U}{i_0} + \frac{T_u \cdot R}{i_0 \cdot R_n} \right) \cdot \frac{y}{W_n} = \left( \frac{2 \cdot 1940}{6} + \frac{6500 \cdot 40}{6 \cdot 200} \right) \frac{170}{785} = 187 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma_{b0} = \frac{M_0}{W_n} = \frac{44200}{785} = 56,3 \text{ kg/cm}^2.$$

Zugspannung durch die Längskraft  $X_A$  in den ungeteilten Armen:

$$\sigma_{zA} = \frac{X_A}{2f_n} = \frac{4150}{2 \cdot 157} = 13,2 \text{ kg/cm}^2.$$

Größte Spannung:  $\sigma_b + \sigma_{zA} - \sigma_{b0} = 187 + 13,2 - 56,3 = 143,9 \text{ kg/cm}^2$ .

Beanspruchung der Arme am Kranz: durch  $M_0$   $\sigma_{b0} = 109,9 \text{ kg/cm}^2$ , durch  $X_A$   $\sigma_z = 20,6 \text{ kg/cm}^2$ . Größte Spannung  $109,9 + 20,6 = 130,5 \text{ kg/cm}^2$ .

Die geteilten Arme genügen der auf S. 1144 geforderten Bedingung; ihre Hälften weisen  $\frac{J}{e'} = \frac{1615}{7,5} = 215 \text{ cm}^3$  auf, das, wie verlangt, rund halb so groß wie das Widerstandsmoment eines vollen Armes ist.

Von den Verbindungsmitteln der beiden Scheibenhälften werden die Kranzschrauben durch die Kraft  $F_k \cdot \sigma_z = 450 \cdot 66,5 = 29900 \text{ kg}$  mit  $\sigma_z = 570 \text{ kg/cm}^2$  auf Zug beansprucht. Die acht Schrauben an der Nabe sind durch die Kräfte  $X_A$  und die Eigenfliehkräfte  $Z$  zweier Armpaare von zusammen  $27200 \text{ kg}$ , sowie durch die Fliehkraft der halben Nabe von  $1870 \text{ kg}$  mit  $192 \text{ kg/cm}^2$  belastet. Auf die Fliehkraft einer Radhälfte von  $77000 \text{ kg}$  berechnet, sind sie mit  $510 \text{ kg/cm}^2$  beansprucht.

### Neunundzwanzigster Abschnitt.

## Schaufeln, Trommeln, Scheiben und Räder an rotierenden Kraft- und Arbeitsmaschinen.

### I. Allgemeines und Arten der rotierenden Kraft- und Arbeitsmaschinen.

Die rotierenden Kraft- und Arbeitsmaschinen haben in neuerer Zeit durch ihre Vorteile: unmittelbare Erzeugung oder Ausnutzung gleichförmiger Drehbewegung, Einfachheit und billige Ausführung, geringen Raumbedarf und die Möglichkeit, sehr große Leistungen zu beherrschen, technisch und wirtschaftlich größte Bedeutung gewonnen. Sie verdrängen die Kolbenmaschinen mit den hin- und hergehenden, durch Triebkräfte und Massenwirkung ungünstig beanspruchten Gestängen auf immer weiteren Gebieten. Sehr gefördert wurde ihre Entwicklung durch die Elektrotechnik, welche, bei ihren eigenen Maschinen auf Drehbewegung angewiesen, bestrebt sein mußte, diese Art der Bewegung auch auf allen Anwendungsgebieten elektrischer Maschinen zur Geltung zu bringen, namentlich da für beide Maschinenarten hohe Laufgeschwindigkeit vorteilhaft ist. Selbst die gegenüber den Kolbenmaschinen in manchen Fällen niedrigeren Wirkungsgrade der rotierenden, z. B. der Kreiselpumpen, sind nicht immer ausschlaggebend.