

oder die große, in der Scheibenebene anzuwendende Halbachse:

$$a_1 = \sqrt[3]{\frac{5,09 \cdot U \cdot y}{i \cdot k_b}} \quad (680 \text{ a})$$

Bei der Teilung von Scheiben längs einer Armebene gilt es, den Armhälften Widerstandsmomente von je $\frac{W}{2} \text{ cm}^3$ zu geben. Bei halbelliptischem Querschnitt müssen dann die Halbachsen $a'_1 = 1,27 a_1$ und $b'_1 = 1,27 b_1$ sein.

Auch in den Armen pflegt man die zulässige Beanspruchung k_b niedrig, an gußeisernen Rädern zu 100 bis 150 kg/cm² anzunehmen.

Die genauere Berechnung der Arme sowie die Untersuchung der Wirkung der unter β bis δ angeführten Kräfte findet sich auf Seite 1209.

An der Nabe greifen die radial gerichteten Kräfte in den Armen, der Achsdruck A und die durch Keile oder sonstige Befestigungsmittel ausgeübten Kräfte an. Ihre Wirkung in geschlossenen Naben zu verfolgen, ist nicht möglich; sie geben aber die Grundlage für die Ermittlung der Beanspruchung der Verbindungsmittel geteilter Naben. An gesprengten pflegt man die Verbindungsmittel der größeren Sicherheit wegen, aber auch in Rücksicht auf das kräftige Anpressen an der Welle sowie auf den Umstand, daß der Kranz gelegentlich springen kann, auf die volle Fliehkraft Z einer Scheibenhälfte zu berechnen. Beträgt deren Gewicht $G/2$, so wird:

$$Z = \frac{G}{2g} \cdot \omega^2 \cdot \xi \cdot \frac{2R_s}{\pi} \approx 0,000324 \xi \cdot G \cdot \omega^2 \cdot R \approx 0,000324 \xi \cdot G \cdot \frac{v^2}{R}, \quad (681)$$

wobei $\frac{2R_s}{\pi}$ der Abstand des Schwerpunkts des Kranzes und $\xi = 0,7 \dots 0,8$ eine Berichtigungszahl ist, die den Einfluß der Nabe und der Arme auf die Lage des Gesamtschwerpunktes berücksichtigt. An Scheiben gedrungener Form gilt der kleinere, an luftig gestalteten der größere Wert. Einen Anhalt gibt die Scheibe Abb. 2073, für welche $\xi = 0,755$ ist.

An geteilten Scheiben sind die Verbindungsmittel der vollen Fliehkraft Z einer Scheibenhälfte ausgesetzt, Abb. 2083 und dabei so zu verteilen und anzuordnen, daß sie keine schädlichen Hebelarme finden und keine Biegemomente beim Anziehen der Schrauben oder Laufen der Scheiben hervorrufen. Man rückt sie dicht an die Welle sowie unter Anwendung von Doppelmutterschrauben so nahe wie irgend möglich an den Kranz heran und nimmt die von ihnen erzeugten Kräfte durch Spreng- oder Arbeitsflächen a in unmittelbarer Nähe auf. Grob fehlerhaft ist die Verbindung in Abb. 2081 rechts, wie des näheren auf Seite 1213 dargetan ist. Die Schrauben am Kranz, Abb. 2083, wird man auf die in demselben wirkende Kraft $P = \sigma_s \cdot F_k$ berechnen, die an der Nabe sitzenden aber wiederum so stark wählen, daß sie möglichst für sich allein die Fliehkraft einer Scheibenhälfte aufnehmen können. Alle Schrauben sind sorgfältig und gleichmäßig anzuziehen und, falls sie Erschütterungen ausgesetzt sind, gut zu sichern.

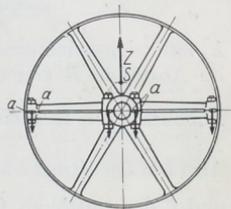


Abb. 2083. Aufnahme der Fliehkraft an geteilten Scheiben.

2. Genauere Berechnung der Scheiben.

Zur genaueren Ermittlung der Beanspruchung von Riemenscheiben müssen wegen der statischen Unbestimmtheit der Aufgabe die auftretenden Formänderungen herangezogen werden. Der Kranz dehnt sich beim Laufen aus und bekommt einen größeren Durchmesser. Wäre er vollkommen frei, so würde er sich nach Abb. 2084, in welcher die stark ausgezogenen Linien einen Scheibenausschnitt vom Zentriwinkel $\varphi = \frac{360^\circ}{i_0}$ in der Ruhelage schematisch wiedergeben, beim Laufen überall um ϱ_k cm erweitern und in die gestrichelte Form übergehen. i_0 ist hierbei die Zahl der Arme eines Armsternes.

An dieser Formänderung hindern ihn aber die Arme, in denen eine Längskraft X_A entsteht, deren Größe sich aus der Bedingung ergibt, daß der Zusammenhang zwischen den Armen und dem Kranz erhalten bleiben muß. Der Kranz wird durch die Kräfte X_A der dünnen Linie entsprechend wellenförmig verbogen und an der genannten Stelle um δ_k nach innen verschoben. Beträgt nun die Verlängerung der Arme durch X_A λ_X cm und verlängert sich der Arm durch die Eigenfliehkraft um λ_A cm, so muß:

$$\varrho_k = \lambda_A + \lambda_X + \delta_k \quad (682)$$

sein, eine Beziehung, die die Bestimmung von X_A ermöglicht.

Der Kranzumfang verlängert sich längs des Schwerpunktkreises vom Halbmesser R_s unter der Wirkung der Zugspannung $\sigma_z = \frac{\gamma \cdot v_k^2}{g}$ um den Betrag $\lambda_k = \alpha_k \cdot \sigma_z \cdot 2\pi R_s$, wenn α_k die Dehnungszahl des Werkstoffs des Kranzes ist. λ_k entspricht eine Vergrößerung des Kreishalbmessers, also eine Kranzerweiterung:

$$\varrho_k = \frac{\lambda_k}{2\pi} = \alpha_k \cdot \sigma_z \cdot R_s. \quad (683)$$

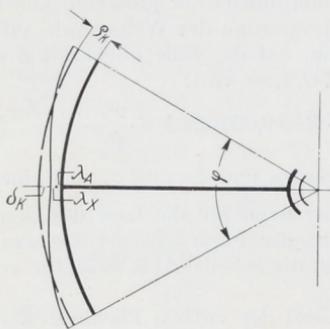


Abb. 2084. Formänderungen an Riemenscheiben.

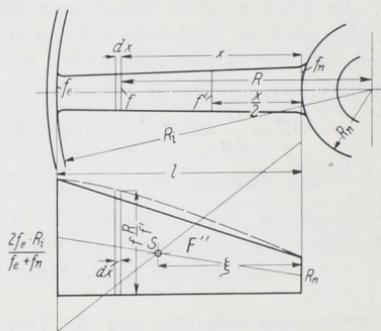


Abb. 2085. Ermittlung der Verlängerung λ_A der Arme durch die Eigenfliehkraft.

λ_A läßt sich zeichnerisch nach Abb. 2085 finden. Hat der nach außen zu verjüngte Arm im Abstände R von der Drehachse oder x von der Nabe den Querschnitt f , so ist die Fliehkraft des Elementarteils $f \cdot dx \cdot dZ = \frac{dG}{g} \cdot \omega^2 \cdot R = \frac{f \cdot dx \cdot \gamma}{g} \cdot \omega^2 \cdot R$. Sie verlängert den

Arm auf der Strecke x um $\alpha_A \frac{dZ}{f'} \cdot x$, wenn α_A die Dehnungszahl des Werkstoffs der Arme und f' den mittleren Querschnitt im Abstände $x/2$ bedeutet. Hierbei ist die Verjüngung des Armes auf der Strecke x vernachlässigt und dieses Stück durch ein gleichdickes vom mittleren Querschnitt f' ersetzt. Unter dieser Annahme wird die Verlängerung des ganzen Armes:

$$\lambda_A = \alpha_A \int \frac{dZ}{f'} \cdot x = \frac{\alpha_A \cdot \gamma \cdot \omega^2}{g} \int \frac{f}{f'} \cdot R \cdot x \cdot dx.$$

Trägt man nun die Größe $\frac{f}{f'} \cdot R$ über dem zugehörigen Abstände R auf, so ergibt sich bei der üblichen Verjüngung der Arme im Verhältnis 3 : 4 bis 4 : 5 eine annähernd trapezförmige Fläche F'' mit den Endordinaten R_n und $\frac{2f_e \cdot R_i}{f_e + f_n}$, wenn f_n den Armquerschnitt an der Nabe, f_e am Kranz (Endquerschnitt) bedeuten. $\int \frac{f}{f'} \cdot R \cdot x \cdot dx$ ist das statische Moment des Elementarstreifens dieser Fläche und somit das Integral $\int \frac{f}{f'} \cdot R \cdot x \cdot dx$ das

statische Moment der gesamten Fläche, bezogen auf den Nabenrand. Die Armverlängerung läßt sich also durch:

$$\lambda_A = \frac{\alpha_A \cdot \gamma \cdot \omega^2}{g} \cdot F'' \cdot \xi \tag{684}$$

ausdrücken und mithin durch Aufzeichnen von F'' und Ermitteln des Schwerpunktabstands ξ bestimmen. In Abb. 2085 ist die gestrichelt gezeichnete genaue Fläche durch das kräftig umrissene Trapez ersetzt und daran ξ in bekannter Weise ermittelt.

λ_X und δ_k findet man aus den Formänderungsdreiecken, Abb. 2086. Würde der gesamte Unterschied zwischen ϱ_k und λ_A , der nach (682) $\varrho_k - \lambda_A = \lambda_X + \delta_k$ ist, allein durch Verlängern des Armes von der Länge l und dem mittleren Querschnitt f_m (bei ganz unnachgiebigem Kranze) erzeugt werden müssen, so wäre dazu eine Kraft:

$$X' = \frac{(\varrho_k - \lambda_A) \cdot f_m}{\alpha_A \cdot l} \tag{685}$$

nötig. Sollte $\varrho_k - \lambda_A$ dagegen (bei völlig starrem Arm) nur durch Radialverschiebung des Kranzes nach innen ausgeglichen werden, so müßte dazu eine Kraft:

$$X'' = \frac{(\varrho_k - \lambda_A) \cdot J_k}{\alpha_k \cdot R_s^3 \cdot C} \tag{686}$$

aufgewendet werden, wie sich aus der von Reinhardt angegebenen Formel [XXVI, 25, Seite 62, Formel (39)] ableiten läßt. J_k ist das Trägheitsmoment des Kranzquerschnitts und

$$C = \frac{1}{8} \frac{\varphi}{\sin^2 \frac{\varphi}{2}} + \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{\varphi}$$

ein nur vom Zentriwinkel φ oder der Armzahl in einem Armstern i_0 abhängiger Festwert, vergleiche die folgende Zahlenreihe. Zwischen φ im Bogenmaß und i_0 besteht die Beziehung

$\varphi = \frac{2\pi}{i_0}$. Die Gleichung für C findet man aus der genaueren Formel (733) zur Berechnung von Schwungrädern, wenn man

die Größe $\frac{F_k \cdot R_s^2}{F_k \cdot R_s^2 + J_k}$ vernachlässigt, was bei den im Verhältnis zum Scheibenhalmesser dünnen Kranzen gewöhnlicher Riemenscheiben zulässig ist. In weiterer Vereinfachung und zugunsten größerer Sicherheit der Rechnung kann an Stelle von R_s der Außenhalmmesser R gesetzt werden. (Riemenscheiben mit dickeren Kranzen, die gleichzeitig als Schwungräder wirken sollen, müssen nach Formel (733) berechnet werden.)

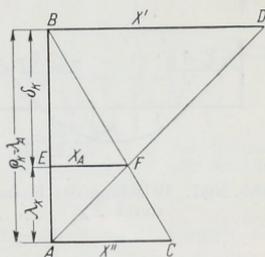


Abb. 2086. Formänderungsdreiecke zur Ermittlung von X_A .

Armzahl in einem Armstern i_0	4	6	8	10	12	16
Zentriwinkel φ	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{8}$
Festwert C	0,006079	0,001681	0,0006925	0,0003503	0,0002011	0,0000836

Trägt man nun gemäß Abb. 2086 in den Endpunkten der Strecke $AB = \varrho_k - \lambda_A$ die Kräfte X' und X'' senkrecht zu AB auf, so kann man an den Formänderungsdreiecken ABC und ABD die Verlängerung des Armes und die Radialverschiebung des Kranzes bei beliebigen Kräften ablesen. Das Lot EF im Schnittpunkt F der Linien AD und BC liefert die gesuchte Kraft X_A . Sie verlängert nämlich den Arm um $AE = \lambda_X$ und verschiebt den Kranz um $BE = \delta_k$ radial derart nach innen, daß

$$AE + BE = \lambda_X + \delta_k = AB = \varrho_k - \lambda_A$$

ist, erfüllt also, die oben angegebene Bedingung.

Die Kraft X_A beansprucht den Kranz auf Biegung, die Arme auf Zug. Die entstehenden Spannungen lagern sich über die durch die Fliehkraft erzeugten. Denkt man sich das zum Zentriwinkel φ gehörige Kranzstück nach Abb. 2087 gerade gestreckt, so erhellt, daß es annähernd als ein eingespannter, gleichmäßig durch X_A belasteter Träger von der Länge $R_k \cdot \varphi \approx R \cdot \varphi$ betrachtet werden darf, der an den Enden, also an den Ansatzstellen der Arme durch das Moment:

$$M_{b,x} = -\frac{X_A \cdot R \cdot \varphi}{12}, \quad (687)$$

mitten dazwischen aber halb so hoch durch:

$$M'_{b,x} = +\frac{X_A \cdot R \cdot \varphi}{24} \quad (688)$$

belastet ist.

Hier und im folgenden ist durch die Vorzeichen der Momente angegeben, in welchem Sinne sie wirken. Positive verstärken die Krümmung des Kranzes, negative vermindern sie.

Das Moment $M_{b,x}$ erzeugt am inneren Kranzumfange

Zugspannungen und erhöht daher die dort vorhandene Fliehspannung um:

$$\sigma_b = \frac{X_A \cdot R \cdot \varphi}{12 W} = \frac{X_A \cdot R \cdot \varphi}{2 B \cdot s_k^2},$$

wenn B die Breite, s_k die Stärke des Kranzes ist.

Ferner wird der Kranz nach Abb. 2088 durch den Auflagedruck des Riemen auf der Scheibe

be $p = \frac{A}{D \cdot b}$ auf Biegung

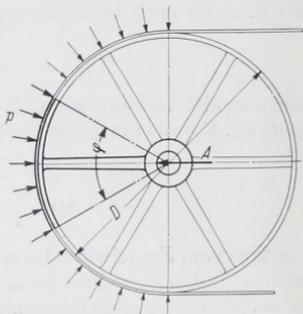


Abb. 2088. Wirkung des Auflagedrucks des Riemen.

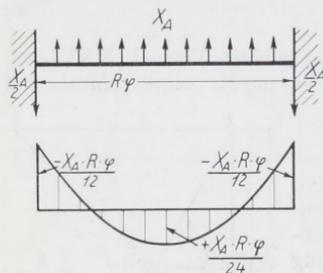


Abb. 2087. Belastung des Kranzes durch X_A .

beansprucht. Ein Kranzstück zwischen zwei Armen, also über dem Zentriwinkel φ , ist mit $p \cdot b \cdot \varphi \cdot R = \frac{A \cdot \varphi}{2}$ kg belastet, wodurch über den Armen das Moment:

$$M_{b,A} = +\frac{A \cdot R \cdot \varphi^2}{24}, \quad (689)$$

mitten dazwischen:

$$M'_{b,A} = -\frac{A \cdot R \cdot \varphi^2}{48} \quad (690)$$

entsteht. Die erzeugten Spannungen sind entgegengesetzter Art wie die durch X_A hervorgerufenen und obere Grenzwerte, da ein Teil der Belastung durch den Kranz an die Arme der vom Riemen freien Scheibenhälfte weitergeleitet wird. Schließlich wird der Kranz noch durch das Moment M_0 nach Formel (694) in Anspruch genommen.

Besonders hohe Spannungen entstehen durch zwischen den Armen angeordnete Kranzstöße. Auf die Bedenklichkeit der Verbindung Abb. 2081 rechts war schon auf Seite 1203 aufmerksam gemacht worden. Entsteht schon beim Anziehen der Schrauben durch den Hebelarm x a) ein zusätzliches Biegemoment im Kranz, so ist dieser beim Laufen an den Ansatzstellen der Arme nicht allein b) dem Biegemoment ausgesetzt, das die Fliehkraft $\frac{Z_A}{2}$ der Werkstoffanhäufung an der Stoßstelle erzeugt, sondern auch c) demjenigen der Eigenfliehkraft der Kranzenden, weil die Schrauben entlastet und schließlich locker werden. Dabei vermindert sich allerdings das unter a) genannte Moment infolge des Anziehens der Schrauben und verschwindet ganz, wenn

die letzteren lose sind. Das Moment b) ergibt sich aus dem Gewicht G' der Flansche samt den Schrauben und dem Abstand R' ihres Schwerpunktes von der Drehachse:

$$M_{bG'} = -\frac{Z_A}{2} \cdot R \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \approx -\frac{\omega^2}{2g} \cdot G' \cdot R' \cdot R \cdot \sin \frac{\varphi}{2}, \quad (691)$$

das unter c) angeführte aus dem Produkt der Masse des Kranzstücks $AB \frac{\gamma}{g} \cdot F_K \cdot R \cdot \frac{\varphi}{2}$, der

Zentrifugalbeschleunigung $\frac{\omega^2 \cdot R \cdot \sin \frac{\varphi}{4}}{\frac{\varphi}{4}}$ und dem mittleren Hebelarm $AC \approx R \cdot \sin \frac{\varphi}{4}$:

$$M_{bK} = -2 \frac{\gamma \cdot \omega^2}{g} \cdot F_K \cdot R^3 \sin^2 \frac{\varphi}{4}. \quad (692)$$

Günstiger ist die Ausführung des Stoßes nach Abb. 2089, wo die beim Anziehen entstehende Längskraft in den Schrauben durch zwei Sprengleiten oder Arbeitsflächen, ohne ein Biegemoment zu erzeugen, aufgenommen wird, wenn die Fuge nicht vor dem Zusammenschrauben klappt.

Beim Laufen entstehen aber auch in diesem Falle zum Teil hohe Nebenbeanspruchungen im Kranz:

1. falls die Schrauben nicht die volle Kraft $P = F_K \cdot \sigma_z$ aufnehmen,

2. weil die Schrauben am Hebelarm x , Abb. 2089, gegenüber dem Kranz angreifen,

3. durch die Massenwirkung der Flansche und Schrauben,

4. wenn die Verbindung gegenüber den Biegemomenten an der Stoßstelle nicht genügend widerstandsfähig ist.

Zu 1) Die Schrauben müssen so stark angezogen und vorgespannt sein, daß in ihnen bei der vollen Laufgeschwindigkeit mindestens die Kraft $P = F_K \cdot \sigma_z$ herrscht. Genügt die Vorspannung nicht oder sind die Schrauben zu schwach bemessen, so übertragen sie nur einen Teil der Fliehkräfte; der Rest wirkt biegend nach Art des Moments M_{bK} , Formel (692). Dieses Moment erreicht die volle angegebene Größe und gefährdet die Scheibe bei raschem Lauf in hohem Maße, wenn sich die Schrauben lösen, z. B. infolge von Erschütterungen oder stoßhaftem Betrieb.

Zu 2) Der Hebelarm x bedingt eine Beanspruchung des Flansches auf Biegung, deren Wirkung sich aber, ähnlich wie bei Rohren, auch in die anschließenden Teile des Kranzes hinein fortpflanzt. Sie ist um so geringer, je kleiner die Formänderungen, je kräftiger und steifer also die Flansche ausgebildet werden.

Zu 3) Falls die Stoßstelle biegefest durchgebildet ist, darf man das Kranzstück zwischen den beiden benachbarten Armen als einen an den Enden eingespannten Träger von der Länge $R \cdot \varphi$, Abb. 2090 und die Massenwirkung $Z' = \frac{\omega^2}{g} G' \cdot R'$ als eine Einzelkraft auffassen. Sitzt der Stoß, wie meist üblich, mitten zwischen zwei Armen, so entstehen in den Punkten A und B negative Biegemomente, an der Stoßstelle selbst aber ein positives in Höhe von:

$$M_{bG'} = \frac{\omega^2}{g} \cdot G' \cdot R' \cdot \frac{R \cdot \varphi}{8} = 0,125 \frac{\omega^2}{g} \cdot G' \cdot R' \cdot R \cdot \varphi. \quad (693)$$

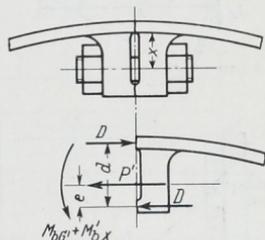


Abb. 2089. Stoß des Kranzes mit Sprengleiten oder Arbeitsflächen.

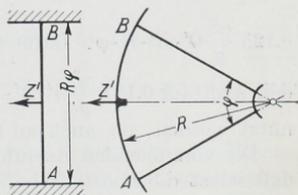


Abb. 2090. Massenwirkung des Verbindungsflansches.

Zu 4) Zu dem zuletzt genannten Biegemoment tritt an der Stoßstelle noch das durch die Armkraft X_a bedingte nach Formel (688) $M'_{bX} = + \frac{X_a \cdot R \cdot \varphi}{24}$. Die Stoßstelle gegenüber der Summe dieser beiden Momente biegefest zu machen, ist schwierig. Gleichgewicht kann nach Abb. 2089 nur durch ein Kräftepaar mit dem Moment:

$$D \cdot d = M_{bG'} + M'_{bX}$$

geschaffen werden. Um aber die äußeren Sprengflächen mit D kg gegeneinander zu pressen und nicht klaffen zu lassen, muß in den Schrauben eine zusätzliche Kraft $P' = \frac{D \cdot d}{e}$

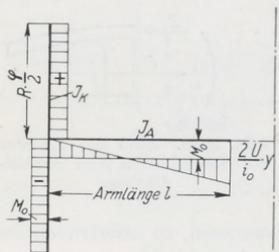
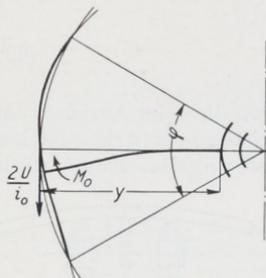


Abb. 2091. Zur Ermittlung des Biegemomentes M_0 .

wirken. Die Schrauben sind also viel höher, als man gemeinhin annimmt, belastet. P' wird um so kleiner, je größer e ist: ein großes e vermehrt aber das Gewicht der Flansche und ihre unter c) ermittelte Massenwirkung. In der Regel werden die Biegemomente nur zum Teil von den Schrauben aufgenommen werden, der Rest erhöht die Beanspruchung der Kranzenden auf Biegung, wie unter a) erläutert. Der Versuch, die Verteilung der Momente auf die Schrauben und die Kranzstücke zu bestimmen, erscheint wegen der unsicheren Annahmen, die dabei gemacht werden müssen, aussichtslos. Man berechnet zweckmäßigerweise die Scheiben in zwei Grenzfällen: α) unter der zu günstigen Annahme, daß die Stoßstelle die Momente voll und ganz aufnehmen kann, β) unter der ungünstigen, daß sich die Schrauben gelöst haben. Vgl. Zahlenbeispiel 5 und 6.

Ein Weg, die Beanspruchung zu erniedrigen, ist, die Stoßstelle nicht mitten zwischen den Armen, sondern näher einem der Arme unter etwa $\frac{\varphi}{4,73}$ Grad, vgl. Abb. 2200, anzuordnen.

Dort ist nämlich das durch die Armkraft bedingte Moment rechnermäßig Null; außerdem sinkt aber auch das durch die Massenwirkung des Flansches und der Verbindungsschrauben erzeugte auf $0,0555 \frac{\omega^2}{g} \cdot G' \cdot R' \cdot R \cdot \varphi$ gegenüber

$0,125 \frac{\omega^2}{g} \cdot G' \cdot R' \cdot R \cdot \varphi$. Dafür steigt allerdings das Biegemoment im Kranz am nächstliegenden Arm auf $0,131 \frac{\omega^2}{g} \cdot G' \cdot R' \cdot R \cdot \varphi$. An Schwungrädern ist dieser Weg schon öfter benutzt worden, ob auch an Riemen- und Seilscheiben, ist dem Verfasser nicht bekannt.

Die vorstehenden Ausführungen, ebenso wie das Zahlenbeispiel 5, Seite 1212, zeigen, daß selbst die konstruktiv vollkommenere Form des Stoßes nach Abb. 2089 zu hohen Nebenbeanspruchungen der Schrauben und des Kranzes führt. Stark gefährdet sind Scheiben mit solchen Verbindungen, wenn die Schrauben sich lösen. Alle diese Umstände weisen dringend darauf hin, Kranzstöße zwischen den Armen zu vermeiden.

Bei der näheren Untersuchung biegefest mit dem Kranz verbundener Arme, insbesondere also der Arme an gegossenen Scheiben, ist zu beachten, daß dem Moment $M_{bV} = \frac{U \cdot y}{i|2}$ nach Abb. 2082 ein Moment vom Kranz her entgegenwirkt, weil die Arme dort je nach der Steifigkeit des Kranzes als mehr oder weniger eingespannt angesehen werden müssen.

Der Kranz wird wellen-, der Arm aber S-förmig verbogen, Abb. 2091. Das an der Ansatzstelle der Arme wirkende Moment M_0 findet man aus der Bedingung, daß dort die Neigungswinkel der elastischen Linien des Kranzes und des Armes gleich groß

sein müssen, nach der Beziehung (31) an Hand von Abb. 2091 unten. Dort ist zur Vereinfachung angenommen, daß der gebogene Kranz gerade gestreckt werden darf. Legt man der Formänderung des Armes das Trägheitsmoment J_A des mittleren Armquerschnitts zugrunde, vernachlässigt also die Verjüngung der Arme, so muß:

$$\frac{2 \alpha_k}{J_k} \cdot M_0 \cdot R \cdot \frac{\varphi}{2} = \frac{\alpha_A}{J_A} \left(\frac{U \cdot y \cdot l}{i_0} - M_0 \cdot l \right)$$

sein, woraus mit $\alpha_k = \alpha_A$ und $i_0 = \frac{2\pi}{\varphi}$:

$$M_0 = \frac{\varphi \cdot U \cdot y \cdot l \cdot J_k}{2\pi (R \cdot \varphi \cdot J_A + l \cdot J_k)} \quad (694)$$

folgt.

Zu β (Seite 1202). Durch die Eigenfliehkraft des Armes wird die Ansatzstelle an der Nabe am höchsten beansprucht. Mit den in Abb. 2092 eingetragenen Bezeichnungen ist die Fliehkraft eines im Abstände R gelegenen Elements vom Rauminhalt $f \cdot dR$ durch

$f \cdot dR \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot \omega^2 \cdot R$ und die gesamte Fliehkraft des Armes

durch $\frac{\gamma}{g} \omega^2 \int_{R_n}^{R_i} f \cdot R \cdot dR$ dargestellt. Trägt man nun die

Produkte $f \cdot R$ in den zugehörigen Abständen R auf, so ist das Integral durch den Inhalt der entstehenden Fläche gegeben, der nach der Simpsonschen Regel durch $\frac{l}{6} (y_n + 4 y_m + y_e)$ ausgedrückt werden kann, wenn y_n und y_e die Endordinaten, y_m diejenige in der Mitte der Fläche ist. Unter Einführung ihrer wirklichen Werte wird:

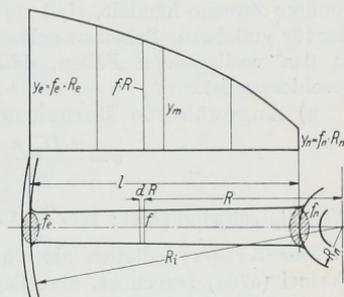


Abb. 2092. Zur Ermittlung der Eigenfliehkraft des Armes.

$$Z_A = \frac{\gamma \cdot \omega^2 \cdot l}{6g} \left[f_n \cdot R_n + 4 f_m \cdot \left(R_n + \frac{l}{2} \right) + f_e \cdot R_i \right]$$

und mit $f_m \approx \frac{f_n + f_e}{2}$:

$$Z_A = \frac{\gamma \cdot \omega^2 \cdot l}{6g} [f_n (2 R_n + R_i) + f_e (R_n + 2 R_i)] \quad (695)$$

Zu γ) Die Kraft X_A erzeugt in den Armen Zugspannungen in Höhe von $\sigma_z = \frac{X_A}{f_n}$ an der Nabe, $\sigma_z = \frac{X_A}{f_e}$ an der Ansatzstelle am Kranz, wenn die Scheibe nur einen Armstern hat.

Dem unter δ) angeführten Achsdruck sind vor allem die im Bereich des vom Riemen umspannten Bogens der Scheibe liegenden Arme ausgesetzt. Sofern man ungünstigerweise das zum Winkel φ gehörige Kranzstück, Abb. 2088, für sich betrachtet, also vernachlässigt, daß der Kranz einen Teil der Belastung auch auf die Nebenarme, und sogar auf diejenigen in der vom Riemen freien Hälfte überträgt, wird die Druckkraft, welcher die Arme unter dem Riemen ausgesetzt sind.

$$P_A = A \cdot \sin \frac{\gamma}{2}; \quad (696)$$

denn der Flächendruck p zwischen Riemen und Scheibe, dem A das Gleichgewicht hält, berechnet sich bei gleichmäßiger Verteilung auf der Scheibenoberfläche, halber Umschlingung und einer Riemenbreite b aus $p = \frac{A}{D \cdot b}$. Auf einen der Arme entfällt

dann eine Belastung von $P_A = \frac{D}{2} \cdot 2 \sin \frac{\varphi}{2} \cdot b \cdot p = A \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$. Praktisch dürften die Arme dieser

Belastung tatsächlich in dem Augenblick ausgesetzt sein, wo sie durch die Ebene der Wellen, auf denen die Scheiben sitzen, hindurchlaufen. P_A beansprucht die Arme auf Druck bzw. Knickung. (Die Verteilung des Achsdrucks auf sämtliche Arme einer Riemenscheibe ist wegen der mehrfachen statischen Unbestimmtheit der Scheibe schwierig zu ermitteln, bietet auch zufolge der dabei zu machenden unsicheren Annahmen wenig Aussicht auf zuverlässige Werte [XXVI, 26, S. 120]. Die Nebenbeanspruchung auf Biegung, der die Arme außerhalb der Wellenebene ausgesetzt sind, dürfte gering sein).

Dient schließlich die Riemenscheibe gleichzeitig als Schwungrad, so tritt zu den vorstehend berechneten Spannungen noch die Beanspruchung durch die vom Kranz abwechselnd aufzuspeichernde und wieder abzugebende Energie, vgl. Abschnitt 28.

Berechnungsbeispiel 4. Nachrechnung der Festigkeitsverhältnisse der gußeisernen Riemenscheibe, Abb. 2073, bei $n_2 = 200$ Umdrehungen in der Minute. Übertragene Leistung $N = 1000$ PS. Unwichtige Einzelrechnungen sind weggelassen. Da es sich in den Berechnungsbeispielen 4, 5 und 6 um Einzelausführungen von Scheiben für besondere Zwecke handelt, sind sie für die Betriebsgeschwindigkeit, die übrigens nahe der für gußeiserne Scheiben zulässigen Grenze liegt, nachgerechnet. Zu beachten bleibt in den vorliegenden Fällen, daß das Durchgehen einer Dampfmaschine nicht ausgeschlossen ist.

a) Angenäherte Berechnung. Umfangsgeschwindigkeit:

$$v = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n_2}{60} = \frac{\pi \cdot 256,5 \cdot 200}{60} = 2690 \text{ cm/sek.}$$

$$\text{Winkelgeschwindigkeit: } \omega = \frac{\pi \cdot n_2}{30} = \frac{\pi \cdot 200}{30} = 20,94 \frac{1}{\text{sek.}}$$

Der Kranz, lediglich als ein mit der Geschwindigkeit v umlaufender Ring nach Formel (679a) berechnet, unterliegt der Zugspannung:

$$\sigma_z = 7,39 \cdot 10^{-6} v^2 = 7,39 \cdot 10^{-6} \cdot 2690^2 = 53,6 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Arme werden durch die Umfangskraft:

$$U = \frac{75 N}{v} = \frac{75 \cdot 1000}{26,9} = 2790 \text{ kg}$$

am Hebelarm $y = 96$ cm nach Formel (680) an der Nabe mit:

$$\sigma_{bU} = \frac{2 U \cdot y}{i \cdot W} = \frac{8 U \cdot y}{i \cdot \pi \cdot a^2 \cdot b} = \frac{8 \cdot 2790 \cdot 96}{16 \pi \cdot 8,9^2 \cdot 4,4} = 122 \text{ kg/cm}^2$$

beansprucht.

Zur Berechnung der Nutzzugspannung in den zwei Schrumpfringen, die die gesprengte Nabe zusammenhalten, wurde das Gewicht der gesamten Scheibe $G = 6230$ kg berechnet. In Formel (681) eingesetzt, wird die Beanspruchung der Ringe auf Zug höchstens:

$$\sigma_z = \frac{Z}{4f} = 0,000324 \xi \cdot \frac{G \cdot v^2}{4f \cdot R} = 0,000324 \cdot 0,755 \cdot \frac{6230 \cdot 2690^2}{4 \cdot 7,6 \cdot 9,5 \cdot 128,3} = 298 \text{ kg/cm}^2.$$

b) Genauere Nachrechnung. Ermittlung der Kraft X_A . Radiale Erweiterung des Kranzes:

$$e_k = \alpha_k \cdot \sigma_z \cdot R_s = \frac{53,6 \cdot 126,4}{1000000} = 0,00678 \text{ cm.}$$

Die Verlängerung λ_A eines Armes durch die Eigenfliehkraft wurde an Abb. 2085 bestimmt.

$$R_n = 28 \text{ cm und } \frac{2f_e \cdot R_i}{f_e + f_n} = \frac{2 \pi \cdot 6,65 \cdot 3,5 \cdot 124,5}{\pi (6,65 \cdot 3,5 + 8,9 \cdot 4,4)} = 92,8 \text{ cm}$$

liefern die Endordinaten der Fläche F'' . Flächeninhalt bei einem Abszissenmaßstab 1:25, einem Ordinatenmaßstab 1:50, also einem Flächenmaßstab 1:1250 $F'' = 1250 \cdot 4,65 = 5830 \text{ cm}^2$. Schwerpunktabstand $\xi = 56,9$ cm.

$$\lambda_A = \frac{\alpha_A \cdot \gamma}{g} \omega^2 \cdot F'' \cdot \xi = \frac{7,25 \cdot 20,94^2}{1000000 \cdot 981 \cdot 1000} \cdot 5830 \cdot 56,9 = 0,001075 \text{ cm,}$$

$$e_k - \lambda_A = 0,00678 - 0,001075 = 0,005705 \text{ cm.}$$

Zur Aufzeichnung der Formänderungsdreiecke Abb. 2092a dienen:

$$X' = \frac{(\rho_k - \lambda_A) \cdot f_m}{\alpha_A \cdot l} = \frac{0,005705 \cdot 96 \cdot 1000000}{96,5} = 5680 \text{ kg}$$

und

$$X'' = \frac{(\rho_k - \lambda_A) \cdot J_k}{\alpha_k \cdot R_s^3 \cdot C} = \frac{0,005705 \cdot 172,5 \cdot 3,8^3 \cdot 1000000}{126,4^3 \cdot 0,0006925 \cdot 12} = 3220 \text{ kg.}$$

Sie führen zu $X_A = 2050 \text{ kg}$ in einem Armpaare.

$$\text{Trägheitsmoment des Kranzquerschnitts: } J_k \approx \frac{B \cdot s_k^3}{12} = \frac{172,5 \cdot 3,8^3}{12} = 789 \text{ cm}^4,$$

$$\text{Widerstandsmoment: } W_k = \frac{2 \cdot J_k}{s_k} = \frac{2 \cdot 789}{3,8} = 415 \text{ cm}^3.$$

Trägheitsmoment des mittleren Armquerschnittes:

$$J_A = \frac{\pi}{4} a_m^3 \cdot b_m = \frac{\pi}{4} \cdot 7,78^3 \cdot 3,95 = 1460 \text{ cm}^4.$$

Die Biegespannung im Kranz an der Ansatzstelle der Arme, die X_A und

$$M_0 = \frac{\varphi \cdot U \cdot y \cdot l \cdot J_k}{2 \pi (R \cdot \varphi \cdot J_A + l \cdot J_k)} = \frac{2790 \cdot 96 \cdot 96,5 \cdot 789}{8 \left(128,3 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1460 + 96,5 \cdot 789 \right)} = 11400 \text{ cmkg}$$

erzeugen, beträgt:

$$\sigma_b = \frac{0,0833 \cdot X_A \cdot R \cdot \varphi + M_0}{W_k} = \frac{0,0833 \cdot 2050 \cdot 128,3 \cdot \frac{\pi}{4} + 11400}{415} = \mp 69 \text{ kg/cm}^2.$$

Das obere Vorzeichen kennzeichnet hier und im folgenden die Art der Spannung an der Außen-, das untere diejenige an der Innenfläche des Kranzes.

σ_b erhöht die durch die Fliehkraft bedingte Spannung von $53,6 \text{ kg/cm}^2$ an der Kranzinnenfläche um 129% auf $122,6 \text{ kg/cm}^2$.

Der Flächenndruck zwischen Riemern und Scheibe erzeugt nach Formel (690) mit $A = 3U$:

$$\sigma_b = \frac{A \cdot R \cdot \varphi^2}{48 W_k} = \frac{3 \cdot 2790 \cdot 128,3 \cdot \pi^2}{48 \cdot 415 \cdot 16} = \mp 33,2 \text{ kg/cm}^2$$

in den Armen und die doppelt so hohe Spannung von $\pm 66,5 \text{ kg/cm}^2$ über den Armen.

Die Beanspruchung der Arme setzt sich bei $f_n = \pi \cdot 8,9 \cdot 4,4$

$= 123$ und $f_e = \pi \cdot 6,65 \cdot 3,5 = 73,1 \text{ cm}^2$ aus den folgenden einzelnen Spannungen zusammen.

a) Die Umfangskraft U erzeugt an der Nabe, wie oben ermittelt, $\sigma_{bU} = 122 \text{ kg/cm}^2$ Biegespannung,

β) die Eigenfliehkraft nach (695):

$$Z_A = \frac{\gamma \cdot \omega^2 \cdot l}{6g} [f_n (2R_n + R_i) + f_e (R_n + 2R_i)]$$

$$= \frac{7,25 \cdot 20,94^2 \cdot 96,5}{1000 \cdot 6 \cdot 981} \cdot [123 (2 \cdot 28 + 124,5) + 73,1 (28 + 2 \cdot 124,5)] = 2210 \text{ kg}$$

bedingt:

$$\sigma_{zZ} = \frac{Z_A}{f_n} = \frac{2210}{123} = 18 \text{ kg/cm}^2,$$

γ) die Längskraft X_A in einem Armpaar:

$$\sigma_{zX} = \frac{X_A}{2f_n} = \frac{2050}{2 \cdot 123} = 8,3 \text{ kg/cm}^2 \text{ Zugspannung.}$$

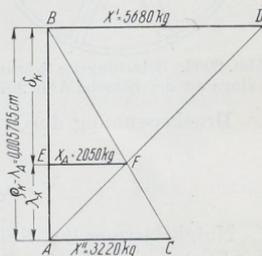


Abb. 2092a.

Die höchste Zugspannung im betrachteten Querschnitt ergibt sich zu:

$$\sigma = \sigma_{bU} + \sigma_{zZ} + \sigma_{zX} = 122 + 18 + 8,3 = 148,3 \text{ kg/cm}^2.$$

δ) Die Belastung durch den Achsdruck $A \cdot \sin \frac{\varphi}{2} = 3 \cdot 2790 \cdot \sin 22,5^\circ = 3200 \text{ kg}$ ruft

Druckspannungen in Höhe von $\sigma_d = \frac{A \cdot \sin \frac{\varphi}{2}}{2 f_n} = \frac{3200}{2 \cdot 123} = 13 \text{ kg/cm}^2$ hervor. Auch die Beanspruchung der Arme auf Knickung ist gering. Am mittleren Querschnitt beträgt der Trägheitshalbmesser $i = \frac{b}{2} = \frac{3,95}{2} = 1,98 \text{ cm}$; damit wird das Schlankheitsverhältnis $\frac{l}{i} = \frac{96,5}{1,98} = 48,7$. Mithin ist die Tetmajersche Formel maßgebend. Knickspannung nach (20):

$$K_k = K \left[1 - c_1 \frac{l}{i} + c_2 \left(\frac{l}{i} \right)^2 \right] = 7760 \left[1 - 0,01546 \cdot 48,7 + 0,00007 \cdot 48,7^2 \right] = 3200 \text{ kg/cm}^2.$$

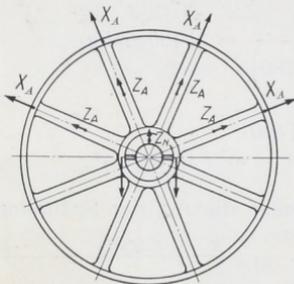


Abb. 2093. Belastung der Schruppfringe an der Scheibe Abb. 2073.

Sicherheit gegen Ausknicken:

$$\ominus_T = \frac{K_k}{\sigma_d} = \frac{3200}{13} = 246 \text{ fach.}$$

Beanspruchung der Arme im Endquerschnitt am Kranze. Zugspannung durch X_A :

$$\sigma_{zX} = \frac{X_A}{2 \cdot f_e} = \frac{2050}{2 \cdot 73,1} = 14 \text{ kg/cm}^2,$$

Biegespannung durch das Moment M_0 nach (694):

$$\sigma_b = \frac{4 M_0}{2 \cdot \pi \cdot a_e^2 \cdot b_e} = \frac{4 \cdot 11400}{2 \cdot \pi \cdot 6,65^2 \cdot 3,5} = 47 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\sigma_z + \sigma_b = 14 + 47 = 61 \text{ kg/cm}^2.$$

Druckspannung durch den Achsdruck:

$$\sigma_d = \frac{A \cdot \sin \frac{\varphi}{2}}{2 f_e} = \frac{3200}{2 \cdot 73,1} = 21,9 \text{ kg/cm}^2.$$

Nutzbelastung der Schruppfringe. Sie setzt sich nach Abb. 2093 zusammen aus der Wirkung der Kräfte X_A , der Eigenfliehkräfte der Arme Z_A , der Fliehkraft der Nebenhälfte Z_N und ihrer eigenen Fliehspannung beim Laufen. Wirkung der Kräfte X_A :

$$2 X_A (\cos 22\frac{1}{2}^\circ + \cos 67\frac{1}{2}^\circ) = 2 \cdot 2050 \cdot (0,924 + 0,383) = 5360 \text{ kg}$$

Wirkung der Kräfte Z_A :

$$2 Z_A (\cos 22\frac{1}{2}^\circ + \cos 67\frac{1}{2}^\circ) = 2 \cdot 2210 \cdot (0,924 + 0,383) = 5780 \text{ ,,}$$

$$\text{Fliehkraft der Nebenhälfte } Z_N = 4200 \text{ ,,}$$

$$\text{Summe: } \underline{15340 \text{ kg}}$$

Nutzzugspannung in den Ringen: $\sigma_z = \frac{15340}{4 \cdot 7,6 \cdot 9,5} = 53,2 \text{ kg/cm}^2$.

Eigenfliehspannung: $\sigma_f = \frac{\gamma \cdot v^2}{g} = \frac{7,85 \cdot 611^2}{1000 \cdot 981} \approx 3 \text{ kg/cm}^2$.

Summe der Spannungen: $\sigma_z + \sigma_f = 53,2 + 3 = 56,2 \text{ kg/cm}^2$.

Berechnungsbeispiel 5. Die Beanspruchung der Scheibe Abb. 2073 ist zu untersuchen, wenn sie zweiteilig unter Anordnung der Stöße mitten zwischen zwei Armpaaren ausgeführt würde.

Bei Berechnung der Kranzverbindung auf die im Kranz wirksame Kraft:

$$F_k \cdot \sigma_z = 700 \cdot 53,6 = 37520 \text{ kg}$$

entfallen auf eine der 16 längs der Fuge gleichmäßig verteilten Schrauben

$$P = \frac{37520}{16} = 2345 \text{ kg.}$$

Nach Zusammenstellung 71, Seite 234, genügen bei $c = 0,045 \text{ 1}^1/4''$ Schrauben, die durch $\sigma_z = 407 \text{ kg/cm}^2$ beansprucht sind. Sie haben $t = 108 \text{ mm}$ gegenseitigen Abstand. Der Flansch muß bei $k_b = 250 \text{ kg/cm}^2$ Spannung im Querschnitt I, Abb. 2094,

$$h = \sqrt{\frac{6 P \cdot x}{t \cdot k_b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 2345 \cdot 4}{10,8 \cdot 250}} = 4,57 \text{ cm}$$

stark sein. Gewählt: 45 mm. Durch die große Ausrundung wird die Beanspruchung erheblich günstiger.

An dieser Scheibe seien die auf Seite 1206 näher besprochenen Nebenbeanspruchungen, soweit es möglich ist, zahlenmäßig verfolgt. Der Fall 1), daß die Schrauben nicht die volle

Kraft $P = F_k \cdot \sigma_z$ aufnehmen, werde unter der ungünstigen Annahme, daß sich alle Schrauben gelöst haben, durch gerechnet. Das Gewicht G' beider Flansche samt Verbindungsschrauben beträgt $\approx 100 \text{ kg}$, der Schwerpunktabstand

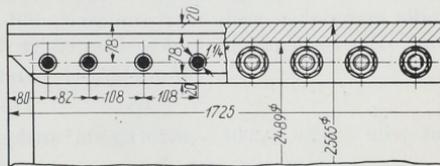
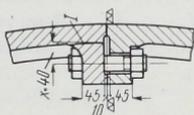


Abb. 2094. Zwischen den Armen angeordnete Kranzverbindung der Scheibe
Abb. 2073 (Unzulässig).

von der Drehachse R' 120,5 cm. Damit wird das Biegemoment, das die Fliehkraft der Werkstoffanhäufung $\frac{Z_A}{2}$ an den Ansatzstellen der Arme im Kranz erzeugt, nach Formel (691):

$$M_{bG'} = -\frac{\omega^2}{2g} \cdot G' \cdot R' \cdot R \cdot \sin \frac{\varphi}{2} = -\frac{20,94^2}{2 \cdot 981} \cdot 100 \cdot 120,5 \cdot 128,3 \cdot \sin 22,5^\circ = -132200 \text{ cmkg,}$$

dasjenige durch die Eigenfliehkraft der Kranzenden (692):

$$M_{bK} = -\frac{2\gamma \cdot \omega^2}{g} \cdot F_k \cdot R^3 \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{4} = -\frac{2 \cdot 7,25 \cdot 20,94^2}{1000 \cdot 981} \cdot 700 \cdot 128,3^3 \cdot \sin^2 11^1/4^\circ = -364700 \text{ cmkg.}$$

Beide wirken im gleichem Sinne und führen zu zusätzlichen Biegespannungen:

$$\sigma_b = \mp \frac{M_{bG'} + M_{bK}}{W_k} = \mp \frac{132200 + 364700}{415} \approx 1200 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Höhe dieser Spannungen kennzeichnet die große Gefahr, der die Scheibe beim Lösen der Verbindungsschrauben ausgesetzt ist.

Die unter 2. angeführte Wirkung der Kraft P in den Schrauben am Hebelarm x läßt sich nicht verfolgen, ohne nähere, ziemlich willkürliche und unsichere Annahmen über die Formänderungen der Flansche zu machen.

3. Das durch die Fliehkraft Z_a der Flansche und Schrauben an der Ansatzstelle der Arme bedingte Biegemoment nach Formel (693):

$$M_{bG'} = -0,125 \frac{\omega^2}{g} \cdot G' \cdot R' \cdot R \cdot \varphi = -0,125 \frac{20,94^2}{981} \cdot 100 \cdot 120,5 \cdot 128,3 \cdot \frac{\pi}{4} = -67900 \text{ cmkg}$$

erzeugt Biegespannungen von:

$$\sigma_{bG'} = \mp \frac{M_{bG'}}{W_k} = \mp \frac{67900}{415} = \mp 164 \text{ kg/cm}^2.$$

Zugspannungen bilden sich an der Innenfläche des Kranzes aus. Zu der durch X_a und M_0 bedingten Biegespannung $\sigma_b = \mp 69 \text{ kg/cm}^2$ und der Fliehschpannung $\sigma_z = +53,6 \text{ kg/cm}^2$ addiert, erhält man den unteren Grenzwert der Beanspruchung

des Kranzes an der Ansatzstelle der Arme $\sigma = + 286,6 \text{ kg/cm}^2$, d. i. das 5,35 fache der Fließspannung σ_x in dem als frei umlaufender Ring betrachteten Kranz.

4. Bei biegefesten Ausbildung der Stoßstelle ist die Summe der Momente:

$$M_{bG'} + M'_{bX} = + 132200 + 8600 = + 140800 \text{ cmkg}$$

aufzunehmen. Soll derselben durch das Moment $D \cdot d$ nach Abb. 2089 das Gleichgewicht gehalten werden, so wird bei $d = 9,8 \text{ cm}$ $D = 14380 \text{ kg}$ und die zusätzliche Belastung der Schrauben:

$$P' = \frac{D \cdot d}{e} = \frac{14380 \cdot 9,8}{3} = 47000 \text{ kg.}$$

Auf eine Schraube entfallen 2940 kg Belastung, welche die Beanspruchung auf 917 kg/cm^2 bringen.

Wie auf Seite 1208 erläutert, werden die Biegemomente z. T. durch die erhöhte Anspannung der Schrauben aufgenommen, z. T. vermehren sie die Beanspruchung des Kranzes auf Biegung. Einen oberen Grenzwert für die Beanspruchung des Kranzes findet man daher, wenn man annimmt, daß $M_{bG'} + M'_{bX}$ allein vom Kranz aufgenommen wird. Die Beanspruchung desselben steigt dann an der Ansatzstelle der Arme um:

$$\frac{M_{bG'} + M'_{bX}}{W_k} = \frac{140800}{415} = \mp 340 \text{ kg/cm}^2$$

auf $+ 69 + 53,6 + 340 = 462,6 \text{ kg/cm}^2$ an der Kranzinnenfläche; d. i. das 8,65 fache von σ_x .

Die Anordnung der Stoßstelle unter etwa $\frac{\varphi}{4,73}$ Grad ermäßigt das dort wirkende Moment auf:

$$-0,0555 \cdot \frac{\omega^2}{g} \cdot G' \cdot R' \cdot R \cdot \varphi = -0,0555 \cdot \frac{20,94^2}{981} \cdot 100 \cdot 120,5 \cdot 128,3 \cdot \frac{\pi}{4} = -30320 \text{ cmkg,}$$

D auf 3093, P' auf 10110 kg und die Beanspruchung der Schrauben auf 516 kg/cm^2 . An der Ansatzstelle der Arme erhöht sich freilich die größte Zugspannung an der Kranzinnenfläche um:

$$\mp 0,131 \cdot \frac{\omega^2}{g} \cdot G' \cdot R' \cdot R \cdot \varphi \cdot \frac{1}{W_k} = 0,131 \cdot \frac{20,94^2}{981} \cdot 100 \cdot 120,5 \cdot 128,3 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{415} = 172 \text{ kg/cm}^2$$

auf $+ 69 + 53,6 + 172 = + 294,6 \text{ kg/cm}^2$.

Sehr ungünstig ist die Beanspruchung des längeren Kranzendes in dem Falle, daß sich die Verbindungsschrauben lösen, weil einerseits die Massenanhäufung an einem größeren Hebelarme wirkt, andererseits aber auch die Eigenfließkraft des längeren Kranzendes beträchtlich größer wird.

Das Zahlenbeispiel zeigt deutlich, in welchem Maße die Beanspruchungen einer Scheibe mit durchlaufendem Kranz durch das Anbringen eines Stoßes zwischen zwei Armen gesteigert werden. Die Teilfuge einer so rasch laufenden Scheibe muß unbedingt in einer Armebene angeordnet werden und die Verbindung unter Verstärkung der in dieser Ebene liegenden Arme durchgebildet werden, weil diese auch die Fließkraft, welche die Flansche und Schrauben entwickeln, übernehmen müssen.

Abb. 2095 zeigt eine solche Verbindung, an der neben den Armen je ein Paar besonders starke Schrauben sitzen, um die Nebenbeanspruchung des Kranzes auf Biegung einzuschränken.

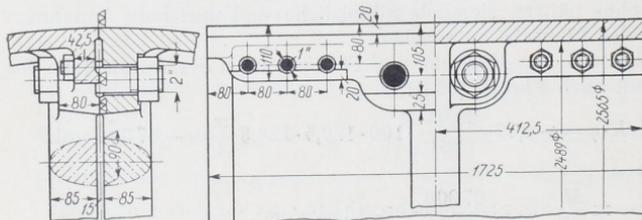


Abb. 2095. Kranzverbindung der Scheibe Abb. 2073.

Die übrigen Schrauben konnten schwächer genommen und daher in geringerem Abstände von der Kranzinnenfläche angebracht werden.

Berechnungsbeispiel 6. Nachrechnung der mit $n_1 = 60$ Umdrehungen in der Minute laufenden geteilten Scheibe, Abb. 2072. Die Beanspruchungen der Arme, die durch die Schwungradwirkung der Scheibe entstehen, sollen unberücksichtigt bleiben.

Kranzquerschnitt $F_k = 830 \text{ cm}^2$. Trägheitsmoment $J_k = 18800 \text{ cm}^4$. Abstand der Scheibenoberfläche von der Schwerlinie $e_1 = 3,9 \text{ cm}$, des Innenrandes der Versteifungsrippe $e_2 = 18,3 \text{ cm}$. Armquerschnitt an der Nabe (unter Vernachlässigung der Verstärkung durch die großen Abrundungen) $f_n = \pi \cdot a_n \cdot b_n = \pi \cdot 16,5 \cdot 8,25 = 428 \text{ cm}^2$, am Kranz $f_e = 270 \text{ cm}^2$. Die Eigenfliehkraft eines Armes beträgt 6020 kg.

Die Beanspruchungen der Scheibe sind in zwei Grenzfällen berechnet. Unter A) sind die Kräfte X_A in den Armen nach dem auf Seite 1204 erläuterten Verfahren ermittelt unter der Voraussetzung, daß die Stoßstellen durch die Kranzschrauben so verspannt sind, daß der Kranz als ein durchlaufender, biegefestester Träger angesehen werden darf. In Wirklichkeit wird der Kranz an den Stoßstellen mehr oder weniger nachgiebig sein, wodurch die Belastung der Arme wächst, wie man leicht einsieht, wenn man sich die tangentialen Kranzschrauben ausgeschaltet oder gelöst denkt. Dann muß die volle Fliehkraft, die die Kranzstücke entwickeln, von den Armen aufgenommen werden.

Damit ergibt sich der zweite, unter B) behandelte Grenzfall. Zwischen beiden liegt die wirkliche Beanspruchung der Scheibe.

A) 1. Grenzfall. Kranz durchlaufend. Umfangsgeschwindigkeit:

$$v = \frac{\pi \cdot D_1 \cdot n_1}{60} = \frac{\pi \cdot 853,5 \cdot 60}{60} = 2680 \text{ cm/sek.}$$

Zugspannung im Kranz nach (679a):

$$\sigma_z = 7,39 \cdot 10^{-6} \cdot v^2 = 7,39 \cdot 10^{-6} \cdot 2680^2 = 53,1 \text{ kg/cm}^2.$$

Radiale Erweiterung des Kranzes: $\rho_k = 0,02256 \text{ cm}$, Verlängerung der Arme durch die Eigenfliehkraft: $\lambda_A = 0,00318 \text{ cm}$.

$X' = 20960$, $X'' = 13370 \text{ kg}$; daraus $X_A = 8150 \text{ kg}$.

Zwecks Ermittlung der Spannungen in den Kranzstücken kann man sich die Fliehkraft Z eines Kranzabschnittes, Abb. 2096a:

$$\begin{aligned} Z &= M \cdot \omega^2 \cdot R_s = F_k \cdot R_k \cdot \varphi \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot \omega^2 \cdot R_k \cdot \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} \approx 2 F_k \cdot \frac{\gamma \cdot v^2}{g} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \\ &= \frac{2830 \cdot 7,25 \cdot 2680^2 \cdot \sin 18^\circ}{981 \cdot 1000} = 27230 \text{ kg} \end{aligned}$$

in zwei Teile $Z_1 + Z_2$ so zerlegt denken, daß der Kraft Z_1 durch Längskräfte von je $\frac{X_A}{2}$ in den Armen, der Kraft Z_2 aber durch Längsspannungen im Kranze, die sich

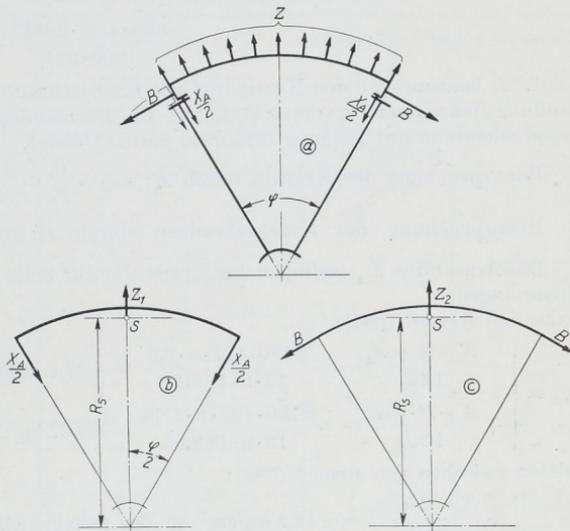


Abb. 2096a—c.

zu Mittelkräften B zusammenfassen lassen, das Gleichgewicht gehalten wird. Z_1 ergibt sich aus Abb. 2096b zu $Z_1 = \frac{2 X_A}{2} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} = X_A \cdot \cos \frac{\varphi}{2}$ und mithin $Z_2 = Z - Z_1 = Z - X_A \cdot \cos \frac{\varphi}{2}$, während aus Abb. 2096c:

$$\begin{aligned} 2 B \cdot \sin \frac{\varphi}{2} = Z_2 \quad \text{oder} \quad B &= \frac{Z - Z_1}{2 \sin \frac{\varphi}{2}} = F_k \cdot \frac{\gamma \cdot v^2}{g} - \frac{X_A}{2} \cdot \text{ctg} \frac{\varphi}{2} \\ &= \frac{830 \cdot 7,25 \cdot 2680^2}{1000 \cdot 981} - \frac{8150}{2} \text{ctg } 18^\circ = 31520 \text{ kg} \end{aligned}$$

folgt. B beansprucht den Kranz und die Kranzschrauben auf Zug, wenn man die Verbindungsflanche starr voraussetzt, also die Formänderungen, die sie infolge ihrer Inanspruchnahme auf Biegung erfahren, vernachlässigt.

$$\text{Beanspruchung des Kranzes durch } B: \sigma_{zB} = \frac{B}{F_k} = \frac{31520}{830} = 38 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{Beanspruchung der Kranzschrauben durch } B: \sigma_z = \frac{B}{z \cdot F_1} = \frac{31520}{8 \cdot 18,87} = 209 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Armkräfte X_A bedingen im Kranz die auf Seite 1206 ermittelten Momente und Spannungen

nahe den Armen (687):

$$\sigma_{bx} = \begin{cases} -\frac{X_A \cdot R \cdot \varphi \cdot e_1}{12 J_k} = -\frac{8150 \cdot 427 \cdot \pi \cdot 3,9}{12 \cdot 5 \cdot 18800} = -37,8 \text{ kg/cm}^2 \text{ an der Scheibenoberfläche,} \\ +\frac{X_A \cdot R \cdot \varphi \cdot e_2}{12 J_k} = +\frac{8150 \cdot 427 \cdot \pi \cdot 18,3}{12 \cdot 5 \cdot 18800} = +177 \text{ kg/cm}^2 \text{ am Innenrand der Versteifungsrippe,} \end{cases}$$

mitten zwischen den Armen (688):

$$\sigma'_{bx} = \begin{cases} +\frac{X_A \cdot R \cdot \varphi \cdot e_1}{24 J_k} = +18,9 \text{ kg/cm}^2 \text{ an der Scheibenoberfläche,} \\ -\frac{X_A \cdot R \cdot \varphi \cdot e_2}{24 J_k} = -88,7 \text{ kg/cm}^2 \text{ am Innenrand der Versteifungsrippe.} \end{cases}$$

Die vier Anschlußschrauben von $1\frac{1}{2}''$ Durchmesser sind durch X_A und die Fliehkraft der Kranzflanche $Z' = 6600$ kg beansprucht mit:

$$\sigma_z = \frac{X_A + Z'}{4 \cdot F_1} = \frac{8150 + 6600}{4 \cdot 8,39} = 440 \text{ kg/cm}^2.$$

B) 2. Grenzfall. Die Kranzschrauben haben sich gelöst; die Arme haben die volle Fliehkraft Z der Kranzstücke aufzunehmen.

Die letzteren werden dann, als an den Enden frei aufliegende, durch die gleichmäßig verteilte Fliehkraft Z belastete Balken betrachtet, mitten zwischen den Armen am stärksten beansprucht mit:

$$\sigma''_{bx} = \begin{cases} +\frac{Z \cdot R \cdot \varphi \cdot e_1}{8 J_k} = +\frac{27230 \cdot 427 \cdot \pi \cdot 3,9}{8 \cdot 5 \cdot 18800} = +189 \text{ kg/cm}^2 \text{ an der Scheibenoberfläche,} \\ -\frac{Z \cdot R \cdot \varphi \cdot e_2}{8 J_k} = -\frac{27230 \cdot 427 \cdot \pi \cdot 18,3}{8 \cdot 5 \cdot 18800} = -889 \text{ kg/cm}^2 \text{ am Innenrand der Versteifungsrippe.} \end{cases}$$

Die Biegespannung fällt nach den Enden zu auf Null.

Eine Übersicht über die Beanspruchung der Teile der Scheibe in den beiden Grenzfällen bietet die folgende Zusammenstellung. In derselben sind auch die Wirkung des Momentes M_0 , des Flächendruckes unter dem Riemen, der Umfangskraft U , der Eigenfliehkraft der Arme und des Achsdrucks, deren Ermittlung keine Schwierigkeiten und Besonderheiten bietet, näher angegeben und in den letzten Zeilen die ungünstigste

Beanspruchung, welcher die einzelnen Teile unterliegen, ermittelt. Wieweit sich das Moment M_0 bei dem kleinen Hebelarm, an dem die Armschrauben wirken, ausbilden kann, ist fraglich. Deshalb sind die größten Beanspruchungen doppelt, nämlich unter Ausschluß der durch M_0 bedingten Spannungen und — eingeklammert — unter Berücksichtigung derselben angegeben.

Die über den Bruchstrichen stehenden Zahlen beziehen sich auf die Außenfläche des Kranzes, die darunter stehenden auf die Innenkante der Mittelrippen.

Beanspruchung der Riemenscheibe Abb. 2072 in kg/cm².

Lfd. Nr.	Kraft	Grenzfall A, Kranz durchlaufend				Grenzfall B, Kranz in Einzelteile zerlegt			
		Kranz		Arme		Kranz		Arme	
		über den Armen	mitten zwischen d. Armen	an der Nabe	am Kranz	über den Armen	mitten zwischen d. Armen	an der Nabe	am Kranz
1	B	+ 38	+ 38	—	—	—	—	—	—
2	X_A (Grenzfall A)	- 37,8 + 177	+ 18,9 - 88,7	+ 19,1	+ 29,8	—	—	—	—
3	Z (Grenzfall B)	—	—	—	—	—	+ 189 - 889	+ 63,6	+ 101
4	M_0	± 48,4 ± 87,5	—	± 29	± 58,4	—	—	—	—
5	Flächendruck unter d. Riemen bzw. Achsdruck	+ 32 - 150,4	- 16 + 75,2	- 6	- 9,5	—	- 18,3 + 85,8	- 6	- 9,5
6	U	—	—	± 105,7	—	—	—	± 105,7	—
7	Eigenfliehkraft der Arme	—	—	+ 14,1	—	—	—	+ 14,1	—
8	Größte Beanspruchung	unter dem Riemen	1 + 2 (+ 4) + 5 + 32,2 (+ 80,6) + 64,6 (+ 152,1)	1 + 2 + 5 + 40,9 + 24,5	2 (+ 3) + 5 + 6 + 7 + 132,9 (+ 161,9)	2 (+ 4) + 5 + 20,3 (+ 78,7)	3 + 5 + 170,7 - 803,2	3 + 5 + 6 + 7 + 177,4	3 + 5 + 91,5
		auf riemenfreier Seite	1 + 2 (+ 3) + 0,2 (+ 48,6) + 215 (+ 302,5)	1 + 2 + 56,9 - 50,7	2 (+ 4) + 7 + 33,2 (+ 62,2)	2 (+ 4) + 29,8 (+ 88,2)	3 + 189 - 889	3 + 7 + 77,7	3 + 101

Bei richtigem Zusammenbau werden die Beanspruchungen nahe den im Grenzfall A berechneten liegen. Die größte Zugspannung des Kranzes von 215,4 kg/cm², die durch das Moment M_0 sogar auf 302,9 kg/cm² gesteigert werden kann, ist jedoch wesentlich höher als diejenige der Scheibe des Berechnungsbeispiels 4 (122,6 kg/cm²), die mit der gleichen Geschwindigkeit läuft. Sie ist nur zulässig, weil sich bei der einfachen Form der einzelnen Stücke Gußspannungen ausschalten lassen. Weiterhin muß aber auch spannungsfreier Zusammenbau und dazu eine sehr genaue und sorgfältige Bearbeitung, so daß alle Fugen gut passen und schließen, verlangt werden.

Die Beanspruchung der Kranzverbindungs-schrauben durch B ist:

$$\sigma_z = \frac{B}{z \cdot F_1} = \frac{31520}{8 \cdot 18,87} = 209 \text{ kg/cm}^2.$$

Die vier Armschlußschrauben von 1 $\frac{1}{2}$ '' Durchmesser sind durch X_A und die Fliehkraft der Kranzverbindung $Z' = 6600$ kg beansprucht mit:

$$\sigma_z = \frac{X_A + Z'}{4 \cdot F_1} = \frac{8150 + 6600}{4 \cdot 8,39} = 440 \text{ kg/cm}^2.$$

Bei der Verbindung der Arme mit der Nabe haben die sorgfältig eingepaßten Schrauben die Fliehkraft der Arme aufzunehmen und das Moment der Umfangskraft auf die Nabe zu

übertragen. Auf einen Arm entfällt $\frac{U}{5}$, wenn man annimmt, daß sich an der Übertragung die Hälfte der Arme beteiligen. In bezug auf den gemeinsamen Schwerpunkt der drei Schraubenquerschnitte S , Abb. 2097, wirkt es am Hebelarm a und erzeugt die Querkräfte Q_1 und Q_2 in den Schrauben. Für diese gilt zunächst die Gleichgewichtsbedingung:

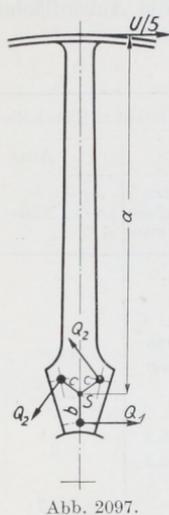


Abb. 2097.

$$\frac{U}{5} \cdot a = Q_1 \cdot b + 2Q_2 \cdot c.$$

Unter der Voraussetzung, daß alle Bolzen gleichmäßig anliegen und daß der Arm den auftretenden Kräften gegenüber sehr widerstandsfähig ist, darf man Q_1 und Q_2 verhältnismäßig den Hebelarmen setzen, an denen sie gegenüber S wirken und erhält damit:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{b}{c} \quad \text{und} \quad Q_1 = \frac{U}{5} \cdot \frac{a \cdot b}{b^2 + 2c^2}; \quad Q_2 = \frac{U}{5} \cdot \frac{a \cdot c}{b^2 + 2c^2}.$$

Die näher an S liegenden Schrauben sind niedriger belastet; es genügt daher

$$Q_1 = \frac{2790}{5} \cdot \frac{384 \cdot 15,1}{15,1^2 + 2 \cdot 16,8^2} = 4080 \text{ kg}$$

zu ermitteln, dem eine Scherspannung von:

$$\sigma_{s_1} = \frac{4Q_1}{2\pi \cdot d^2} = \frac{2 \cdot 4080}{\pi \cdot 7^2} = 53,1 \text{ kg/cm}^2$$

entspricht. Endlich ergeben X_A und die Fliehkräfte noch eine zweite radial

gerichtete Scherspannung von $\sigma_{s_2} = \frac{8150 + 6600 + 6020}{6 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 7^2} = 90 \text{ kg/cm}^2$,

wenn man annimmt, daß sich die Kraft auf alle drei Schrauben gleichmäßig verteilt. Die Zusammensetzung der beiden Teilspannungen liefert:

$$\sigma_s = \sqrt{\sigma_{s_1}^2 + \sigma_{s_2}^2} = \sqrt{53,1^2 + 90^2} = 104,5 \text{ kg/cm}^2.$$

J. Ausrückbare Riementriebe und Wendegertriebe.

In Verbindung mit Fest- und Losscheiben ist der Riemen das wichtigste Mittel, Antriebe von kleiner und mittlerer Leistung ein- und auszuschalten. Gewöhnlich ist auf der treibenden Welle eine breite Scheibe A , Abb. 2098, befestigt, die den Riemen ständig mitnimmt, aber die zweite Welle nur antreibt, wenn der Riemen auf der mit dieser dauernd verbundenen Festscheibe F liegt. Er läuft dagegen leer, wenn er auf die daneben angeordnete, mit Laufsitz auf der Welle aufgepaßte Leerscheibe L geschoben wird; die dabei ausgeschaltete zweite Welle kommt zum Stillstande. Die seitliche Verschiebung des Riemens erfolgt am besten möglichst nahe seiner Auflaufstelle auf die getriebene Scheibe und ist nur während der Bewegung möglich, setzt also voraus, daß der Riemen läuft. Will man die dadurch bedingte Leerlaufarbeit vermeiden und den Riemen schonen, so muß die auf der treibenden Welle oder einem besonderen feststehenden Zapfen angeordnete Losscheibe, Abb. 2099, zum Ein- und Ausschalten mit der Festscheibe gekuppelt und in Bewegung gesetzt werden, ehe der Riemen verschoben werden kann. Dadurch wird nicht allein die Konstruktion verwickelter; beim Einschalten unter Belastung müssen auch die Scheiben so stark aneinander gedrückt werden, daß die entstehende Reibung den Arbeitswiderstand an der getriebenen Welle überwindet. Bei großen Kräften wird das oft schwierig; entweder ist dann die Möglichkeit vorzusehen, die Maschine oder den Wellenstrang im Leerlauf einrücken zu können oder die Verwendung einer Kupplung geboten. Bei der Berechnung wird man die Leerlaufleistung mit 10 bis 20% der vollen ansetzen.