

Für die Wangen ist das Moment M_2 maßgebend, da am vorliegenden Kopf ausnahmsweise J_2 kleiner als J_1 ist, vgl. (398):

$$M_2 = M_1 \frac{(2J_1 - J_2) + 3l \cdot J_w}{(2J_2 - J_1) + 3l \cdot J_w} = 3750 \frac{(2 \cdot 229 - 144) + 3 \cdot 23,8 \cdot 35,1}{(2 \cdot 144 - 229) + 3 \cdot 23,8 \cdot 35,1} = 3400 \text{ cm kg,}$$

$$\sigma = \sigma_{b_2} + \sigma_z = \frac{M_2 \cdot e}{J_w} + \frac{P}{2F_w} = \frac{3400 \cdot 1,88}{35,1} + \frac{20800}{2 \cdot 8 \cdot 3,75} = 183 + 347 = 530 \text{ kg/cm}^2.$$

Beanspruchung der Wange an der Stelle, wo der Keilstellbolzen durchtritt. Das Trägheitsmoment ist bei einem Lochdurchmesser von 32 mm:

$$J'_w = \frac{(8 - 3,2) \cdot 5,5^3}{12} = 66,6 \text{ cm}^4, \text{ der Querschnitt } F' = (8 - 3,2) \cdot 5,5 = 26,4 \text{ cm}^2$$

und mithin die Beanspruchung:

$$\sigma' = \frac{M_1 \cdot e'}{J'_w} + \frac{P}{2F'} = \frac{3750 \cdot 2,75}{66,6} + \frac{20800}{2 \cdot 26,4} = 155 + 395 = 550 \text{ kg/cm}^2.$$

Zufolge der doppelten Kerbwirkung der Hohlkehle in der Aussparung und des Loches für die Stellschraube dürfte diese Spannung wesentlich erhöht werden.

Achtzehnter Abschnitt.

Achsen und Wellen.

I. Arten, Begriff und Baustoffe der Achsen und Wellen.

Man kann gerade Achsen und Wellen, biegsame Wellen und Kurbelwellen unterscheiden. Gerade Achsen und Wellen sind Träger schwingender oder umlaufender Maschinenteile. Achsen, ausschließlich oder vorwiegend auf Biegung beansprucht, können entweder als feste oder ruhende Achsen, um die sich andere Maschinenteile bewegen oder als laufende ausgebildet sein. Im letzten Falle dienen Lager zu ihrer Stützung, während die von ihnen getragenen Teile aufgekeilt oder in sonst geeigneter Weise mit ihnen fest verbunden sind. Beispiele bieten Abb. 1285 in der festen Achse einer Trommel mit dem zugehörigen Antriebrade und die Eisenbahnwagenachse Abb. 1265. Das geringe Drehmoment, das in dieser durch die Zapfenreibung entsteht, kann gegenüber den Biegemomenten vernachlässigt werden.

Wellen sind stets dadurch gekennzeichnet, daß sie größere Drehmomente zu übertragen haben, neben denen allerdings meist auch Biegemomente wirken. Sie finden ausgedehnte Anwendung an Triebwerken und an Kraft-, Arbeits- und Werkzeugmaschinen aller Art. In Abb. 1287 ist dieselbe Aufgabe wie in Abb. 1285 durch eine Welle gelöst. Stehende Achsen und Wellen an Turbinen usw. sind häufig noch durch erhebliche Längskräfte auf Zug, Druck oder Knickung in Anspruch genommen.

Biegsame Wellen dienen zum Antrieb beweglicher Werkzeuge, Geräte und kleiner Maschiner

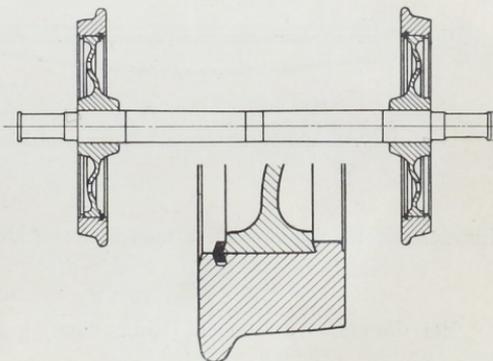


Abb. 1265. Eisenbahnwagenachse.

Kurbelwellen vermitteln in Verbindung mit dem Kurbeltrieb die Umsetzung von schwingenden oder umlaufenden Bewegungen in schwingende oder hin und her gehende oder umgekehrt.

Als Baustoffe kommen vor allem Flußstahl, bei hohen Beanspruchungen Siemens-Martin- und Nickelstahl in Betracht; seltener finden sich Gußeisen, Stahlguß und Holz. Flußstahl ist allen anderen überlegen, nicht allein wegen der größeren Festigkeit, sondern auch zufolge der härteren und glatteren Oberfläche, die er bei richtiger Bearbeitung bietet und die sowohl wegen der Schonung der Lager, als auch wegen der Verminderung der Reibung sehr wichtig ist. Die hauptsächlichsten Querschnittformen sind der Kreis und der Kreisring (hohle Achsen und Wellen).

II. Gerade Achsen und Wellen.

A. Berechnung der geraden Achsen und Wellen.

Die Berechnung erstreckt sich 1. auf genügende Festigkeit gegenüber den auftretenden Momenten und etwaigen Längskräften; an den Tragstellen ist der Flächen-

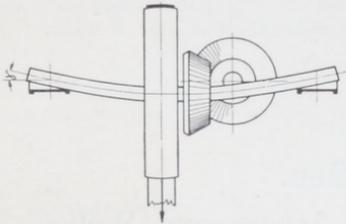


Abb. 1266. Störung des Eingriffs von Kegelrädern infolge der Durchbiegung der Welle.

druck und die Sicherheit gegen Warmlaufen mitbestimmend. In vielen Fällen sind aber auch 2. die Formänderungen maßgebend. Beispielsweise kann die Durchbiegung einer Welle, Abb. 1266, den Eingriff der Kegelräder stören und zu unruhigem Lauf führen. An einem Laufkran, Abb. 1267, läßt die Verwendung ungleich langer Wellen zwischen dem Motor und den Laufrollen Ecken eintreten, da die kurze Welle eine geringere Verdrehung als die lange erfährt, so daß das durch diese angetriebene Rad zurückbleibt.

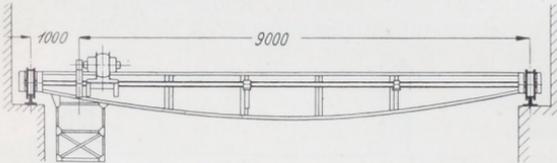


Abb. 1267. Laufkran mit ungleich langen Antriebwellen.

1. Berechnung der geraden Achsen und Wellen auf Festigkeit.

Für den vollen Kreisquerschnitt vom Durchmesser d wird das gegenüber einem Biegemoment M_b nötige Widerstandsmoment:

$$W = \frac{\pi}{32} d^3 \approx \frac{d^3}{10} = \frac{M_b}{k_b}, \quad (402)$$

für den Kreisringquerschnitt vom äußeren Durchmesser d_a und dem lichten d_i :

$$W = \frac{\pi}{32} \frac{d_a^4 - d_i^4}{d_a} \approx \frac{1}{10} \frac{d_a^4 - d_i^4}{d_a} = \frac{M_b}{k_b}, \quad (403)$$

Bei dünnen Wandungen (Rohrwellen) geht dieser Ausdruck durch Einsetzen der Wandstärke $s = \frac{d_a - d_i}{2}$ und des mittleren Wandungsdurchmessers $d_m = \frac{d_a + d_i}{2}$ über in:

$$\begin{aligned} W &= \frac{\pi}{4} \frac{d_a^2 + d_i^2}{2} \cdot \frac{d_a + d_i}{2} \cdot \frac{d_a - d_i}{2}, \\ &= \frac{\pi}{4} \frac{d_a^2 + d_i^2}{2} \cdot d_m \cdot s \end{aligned}$$

oder, wenn d_a und d_i im ersten Bruch durch d_m ersetzt werden, in:

$$W = \frac{\pi}{4} d_m^2 \cdot s. \quad (404)$$

Der bei Benutzung dieser Formel auftretende Fehler ist bei geringen Wandstärken klein und beträgt für:

$$\begin{array}{cccc} d_i/d_a = 0,95 & 0,9 & 0,85 & 0,8 \\ & 2,5 & 5,0 & 7,4 & 9,8^0/0. \end{array}$$

Ein Drehmoment M_a ruft in einem vollen Kreisquerschnitt die Spannung:

$$\tau_a = \frac{M_a}{\frac{\pi}{16} d^3} \approx \frac{5 \cdot M_a}{d^3}, \quad (405)$$

in einem Kreisringquerschnitt:

$$\tau_a = \frac{M_a}{\frac{\pi}{16} \frac{d_a^4 - d_i^4}{d_a}} \approx \frac{5 M_a \cdot d_a}{d_a^4 - d_i^4} \quad (406)$$

hervor, verlangt also in beiden Fällen ein Widerstandsmoment:

$$W = \frac{M_a}{2 k_d},$$

wenn man von der zulässigen Beanspruchung auf Drehung k_d ausgeht. Immerhin wird der Umstand, daß eine auf Biegung beanspruchte Achse bei zahlenmäßig gleich hohen Momenten nach den Formeln (402) und (403) größere Stärke bekommen muß, als eine auf Drehung beanspruchte, dadurch teilweise wieder aufgehoben, daß die zulässige Beanspruchung auf Schub rund 0,8 von derjenigen auf Längsspannung sein soll, gleiche Art der Kraftwirkung, z. B. schwellend oder wechselnd, vorausgesetzt.

Bei der Wahl der zulässigen Beanspruchungen nach der Zusammenstellung 2, S. 12, die in Rücksicht auf die Folgen, die Verbiegungen oder sonstige Beschädigungen wichtiger Achsen und Wellen haben können, mäßig hoch genommen zu werden pflegen, ist die Art der Kraftwirkung sorgfältig zu beachten. So ist die in den Seitenwänden fest gelagerte Trommelachse der Laufkatze, Berechnungsbeispiel 4, Abb. 1285, nur schwellend belastet und darf bei 900 kg/cm² Spannung mit 85 mm Durchmesser ausgeführt werden. Läßt man sie auf Zapfen in besonderen Lagern laufen, Abb. 1286, so wird die Beanspruchung wechselnd. Bei einer zulässigen Spannung von 500 kg/cm² ist 120 mm Stärke erforderlich.

An Wasserradachsen aus Eichenholz kann $k_b = 60$ kg/cm² bei wechselnder Beanspruchung genommen werden.

Falls das Drehmoment, wie an den Wellen sehr gleichmäßig belasteter Wasserturbinen, unveränderlich ist, darf man nahe an die Werte für ruhende Belastung gehen. Eichene Wasserradwellen vertragen $k_d = 50-60$ kg/cm². Gußeisen soll besonders bei wechselnder Kraftwirkung vermieden werden. Stöße sind durch Verringerung der Beanspruchungen zu berücksichtigen.

Wirkt an irgendeiner Stelle neben dem Drehmoment M_a gleichzeitig ein Biegemoment M_b , so legt man der Berechnung das ideale Moment nach Formel (43):

$$M_i = \frac{1}{3} M_b + \frac{2}{3} \sqrt{M_b^2 + (\alpha_0 M_a)^2} = k_b \cdot W,$$

Kreis- oder Kreisringquerschnitt der Welle vorausgesetzt, zugrunde. Die von Bach eingeführte Berichtigungsziffer $\alpha_0 = \frac{k_b}{1,3 \cdot k_d}$ berücksichtigt dabei die häufig verschiedene Art und Höhe der zulässigen Spannungen. So kommt es vor, daß das Drehmoment einer Welle nahezu unveränderlich ist, k_d also hoch, etwa 900 kg/cm², angenommen werden kann, während die Beanspruchung auf Biegung wechselt und k_b nur 500 kg/cm² betragen darf. In dem Falle ist $\alpha_0 = \frac{500}{1,3 \cdot 900} = 0,43$.

Für k_b sind die Zahlen der Zusammenstellung 2, S. 12, einzusetzen, da die Formel von der größten auftretenden Dehnung ausgeht und die derselben entsprechende Längs-

spannung angibt. Der Sicherheitsgrad ist, wie auf S. 46 kurz ausgeführt wurde, an Hand der Bruchfestigkeit:

$$\varrho = \frac{K_b}{k_b} \text{ bzw. } \frac{K_z}{k_b}$$

zu beurteilen.

Will man dagegen die Sicherheit ϱ' gegen Überschreiten der Fließgrenze und das damit verbundene Auftreten der ersten bleibenden Formänderungen ermitteln, so wird die größte Schubspannung maßgebend. Die Momente sind nach der Formel (45):

$$M_{d_i} = \sqrt{M_b^2 + M_d^2}$$

zusammensetzen, während sich die entsprechende Schubspannung aus $\tau_d = \frac{16 M_{d_i}}{\pi d^3}$ ergibt und die Sicherheit nach:

$$\varrho' = \frac{\tau_i}{\tau_d} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_s}{\tau_d}$$

zu beurteilen ist, wobei σ_s die Spannung an der Fließgrenze des Werkstoffes bedeutet.

Hohle Achsen und Wellen sind günstig in bezug auf die Ausnutzung des Baustoffes, da nach Abb. 1268 die Widerstandsmomente bei allen Verhältnissen d_i/d_a in geringerem Maße als die Gewichte abnehmen. Das an Schiffs- und schweren Maschinenwellen übliche Ausbohren auf $d_i = 0,4 d_a$ verringert das Widerstandsmoment nur um 2,6%, das Gewicht dagegen um 16%. Verhältnismäßig noch geringer wählt man die Wandstärken hohler Fahrzeug- und Lafettenachsen, die den besonderen Anforderungen entsprechend auch mit kegeligen Schäften, Bunden und Ansätzen hergestellt werden.

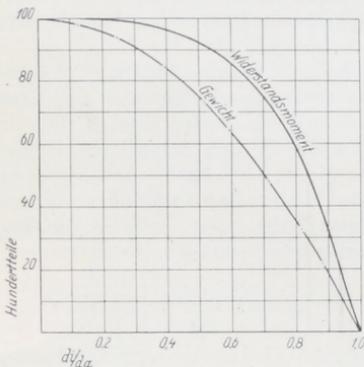


Abb. 1268. Wirkung des Ausbohrens von Wellen.

Umgekehrt sind Eindrehungen der Widerstandsfähigkeit sehr abträglich; eine solche auf 80% des Durchmessers vermindert das Widerstandsmoment um rund die Hälfte, abgesehen davon, daß derartige Eindrehungen, namentlich mit scharfen Hohlkehlen, wie Kerben wirken und die Achsen und Wellen gegen Stöße äußerst empfindlich machen [III, 7 u. 8]. Auch Keilnuten verringern die

Widerstandsfähigkeit; vielfach werden deshalb die Stellen, wo irgend welche Stücke aufgekeilt werden sollen, um die Nutentiefe verstärkt, gleichzeitig mit dem Zweck, das Aufziehen der Teile und das Eintreiben der Keile zu erleichtern.

Bei Triebwerkwellen liegt häufig die Aufgabe vor, eine bestimmte Leistung N in Pferdestärken bei der Winkelgeschwindigkeit ω oder der Drehzahl n in der Minute zu übertragen. Dann folgt zunächst das Drehmoment M_d aus:

$$75 N = \frac{M_d \cdot \omega}{100} \quad \text{mit} \quad \omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$$

$$M_d = \frac{30 \cdot 7500}{\pi} \cdot \frac{N}{n} = 71\,620 \frac{N}{n} \quad (407)$$

Setzt man dasselbe gleich $\frac{\pi d^3}{16} \cdot k_d$, so wird:

$$d = \sqrt[3]{\frac{365\,000}{k_d} \cdot \frac{N}{n}} = 71,5 \sqrt[3]{\frac{N}{n} \cdot \frac{1}{k_d}} \quad (408)$$

Hiernach ist der Wellendurchmesser bei einer bestimmten Beanspruchung nur von dem

Verhältnis $\frac{N}{n}$ abhängig; anders ausgedrückt, mit ein und derselben Welle lassen sich durch Erhöhen der Umlaufgeschwindigkeit größere, verhältnismäßig den Drehzahlen steigende Leistungen übertragen. Beispielweise kann eine Flußstahlwelle von $d = 60$ mm Durchmesser bei $k_d = 500 \text{ kg/cm}^2$ und $n = 40$ Umdrehungen in der Minute:

$$N = \frac{\pi d^3}{16} \cdot \frac{k_d}{71620} \cdot n = \frac{\pi \cdot 6^3}{16} \cdot \frac{500}{71620} \cdot 40 \approx 12,$$

bei $n = 3000$ aber 900 Pferdestärken weiterleiten. Hohe Drehzahlen führen demnach zu geringen Gewichten, sowohl der Wellen wie auch aller übrigen Triebwerkteile und zu niedrigen Kosten der Gesamtanlagen. Die Steigerung der Lauf- und Betriebsgeschwindigkeiten ist einer der wichtigsten Wege, auf dem weitere Fortschritte des Maschinenbaues zu suchen sind. Freilich ist man durch die Art der zu treibenden Maschinen an gewisse Grenzen gebunden. So empfiehlt die Berlin-Anhaltische Maschinenbau-A.-G. Dessau, die Hauptwellenleitungen zum Antriebe schnell laufender Arbeitsmaschinen, wie sie in Holzbearbeitungswerkstätten oder Spinnereien gebräuchlich sind, etwa 250, höchstens 400 Umdrehungen in der Minute machen zu lassen und dort, wo die angetriebenen Maschinen keine bedeutenden Drehzahlen erfordern, 100 bis 150 minutliche Umdrehungen zu nehmen. Anzustreben sind dabei die normalen Lastdrehzahlen der DIN 112, Zusammenstellung 124a, die möglichst genau unter Last erreicht werden sollen.

Zusammenstellung 124a. Lastdrehzahlen von Triebwerkwellen nach DIN 112.

25, 28, 32, 36, 40, 45, 50, 56, 63, 71, 80, 90, 100, 112, 125, 140, 160, 180, 200, 225, 250, 280, 320, 360, 400, 450, 500, 560, 630, 710, 800, 900, 1000, 1120, 1250, 1400, 1600.

Die Formel (408) wird auch zur Berechnung normaler Triebwerkwellen benutzt. Dabei wählt man aber die Beanspruchung k_d niedrig, sowohl wegen der unvermeidlichen Biegemomente, die vom Gewicht der Welle selbst, dem der aufgesetzten Riemenscheiben und Kupplungen und von den Riemenzügen herrühren, wie auch wegen der Schwächungen, die durch das Einarbeiten von Keilnuten entstehen. Man pflegt folgende Beanspruchungen einzusetzen und erhält damit die dahinter angegebenen Formeln für Triebwerkwellen:

aus weichem Flußstahl $k_d = 200 \text{ kg/cm}^2$, $d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$, (409)

aus Stahl $k_d = 300$ „ $d = 10,6 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$, (410)

Bach empfiehlt bei gewöhnlichem Walzeisen sogar nur:

$$k_d = 120 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{und} \quad d = 14,4 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad (411)$$

zu nehmen.

Für die Formel (409) gilt, ausgehend von den normalen Wellendurchmessern der DIN 114 zwischen 25 und 200 mm, die folgende Zahlenreihe:

Zusammenstellung 125. Zusammenhang zwischen dem Durchmesser d , dem Verhältnis $\frac{N}{n}$ und dem Drehmoment M_d in Formel (409).

$d =$	25	30	35	40	45	50	55	60	mm		
$\frac{N}{n} =$	0,0090	0,0156	0,0247	0,0369	0,0527	0,0723	0,0961	0,125			
$M_d =$	614	1060	1680	2510	3580	4910	6530	8480	kgcm		
$d =$	70	80	90	100	110	125	140	160	180	200	mm
$\frac{N}{n} =$	0,198	0,296	0,422	0,578	0,769	1,130	1,59	2,37	3,375	4,63	
$M_d =$	13470	20100	28600	39300	52300	76700	107800	160800	229000	314200	kgcm

Die Verteilung der Lager an einem längeren Wellenstrange wird man möglichst der Belastung und der Beanspruchung der Wellen anpassen, die freilich oft durch Umstellen oder Auswechseln von Maschinen Änderungen erfahren können. An durchlaufenden Wellen, Abb. 1269, darf man den Mittelfeldern größere Längen l_{II} als den Endfeldern l_I geben, weil die Wellen in jenen als beiderseitig eingespannte, in den Endfeldern dagegen als an einem Ende eingespannte, am anderen frei aufliegende Träger betrachtet werden dürfen. Denkt man sich die Belastung durch die aufgesetzten Riemenscheiben, Riemenzügen usw. gleichmäßig mit q kg auf jeden Zentimeter der Länge verteilt und zu dem 4,5fachen des Eigengewichts der Welle angenommen, so wird bei dem Querschnitt

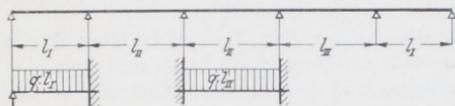


Abb. 1269. Mehrfach gelagerte Welle.

$f = \frac{\pi d^2}{4}$, dem Einheitsgewichte $\gamma_1 = 7,8$ kg/dm³:

$$q = 4,5 \cdot f \cdot l \cdot \frac{\gamma_1}{1000} = 4,5 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot 1 \cdot \frac{7,8}{1000} = 0,035 \frac{\pi d^2}{4}$$

Damit ergeben sich unter Benutzung der Grundgleichung für die Biegung $M_b = W \cdot k_b$ in den beiden Fällen:

$$M_b = \frac{q \cdot l_I^2}{8} = 0,035 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{l_I^2}{8} = \frac{\pi d^3}{32} \cdot k_b \quad \text{I}$$

$$M_b = \frac{q \cdot l_{II}^2}{12} = 0,035 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{l_{II}^2}{12} = \frac{\pi d^3}{32} \cdot k_b \quad \text{II}$$

$$l_I = \sqrt{\frac{d \cdot k_b}{0,035}} \quad \quad \quad l_{II} = \sqrt{\frac{d \cdot k_b}{0,0233}}$$

Mit $k_b = 350$ kg/cm² für wechselnde Beanspruchung bei weichem Flußstahl wird:

$$l_I \approx 100 \sqrt{d}; \quad l_{II} \approx 125 \sqrt{d} \quad (412)$$

Verschiedenen Durchmessern entsprechen folgende Werte:

$d =$	3	4	5	6	7	8	9	10	12,5 cm
$l_I =$	170	200	220	240	260	280	300	320	350 cm
$l_{II} =$	210	250	280	300	330	350	370	400	440 cm

Die angeführten Maße sind lediglich Richtwerte, die je nach den Umständen — Lage der anzutreibenden Maschinen, Anordnung der Deckenbalken oder Säulen und Pfeiler, Verteilung und Größe der Belastung — abgeändert werden können und müssen. Zahnradtriebe und Kupplungen, ferner Stellen, an denen größere Leistungen aufzunehmen oder abzugeben sind, soll man möglichst in die Nähe von Lagern legen und lange überstehende Enden vermeiden, weil sie als Freitragler sehr ungünstig beansprucht sind. Ohne Rücksicht auf den Unterschied zwischen den Mittel- und Endfeldern gibt die Berlin-Anhaltische Maschinenbau A.-G. als durchschnittliche Entfernung der Lager die nachstehenden Zahlen:

30	40	50	60	70	80	90	100	110	mm Durchmesser
1,70	1,80	1,90	2,00	2,10	2,20	2,30	2,40	2,50	m,

die bis zu 50% vergrößert werden können, wenn alle Riemenscheiben dicht an den Lagern sitzen.

Besondere Berechnung und Durchbildung unter Ermittlung der auftretenden Biege- und Drehmomente erfordern die Hauptantriebswellen größerer Anlagen.

2. Berechnung der geraden Achsen und Wellen auf Formänderung.

Ein Beispiel für den Einfluß der Durchbiegung war in der Welle für das Kegelradpaar, Abb. 1266, angeführt. Aber nicht allein die Durchbiegung, sondern auch die

Neigung der elastischen Linie ist zu beachten. So würde in dem erwähnten Falle dadurch, daß die Kegelräder in der Nähe eines der Lager angeordnet würden, keine Abhilfe möglich sein, weil wohl die Räder nahezu auf gleiche Höhe kämen, die Mittellinie des einen aber infolge der größeren Neigung der elastischen Linie schräg bliebe und die Zähne ecken würden. Starke Neigung der elastischen Linie bedingt in langen Lagern eine ungleichmäßige Verteilung des Auflagedrucks und Kantenpressungen; als Folge davon kann Warmlaufen und Fressen eintreten. So klappt ein Zapfen in einer 500 mm langen, wagrechten Schale bei einer Neigung $\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma = \frac{1}{1000}$ auf der einen Seite um $\frac{1}{2}$ mm. Wenn

die Formänderung dauernd dieselbe bleibt, die Achse also stets in der gleichen Richtung und gleich stark belastet ist, kann der Fehler durch entsprechende Neigung der Lager- schale oder durch Einschaben und Einlaufenlassen des Zapfens im Lager beseitigt werden. Dagegen ist im Falle wechselnder Formänderungen, wie sie bei Kraft- und Arbeits- maschinen vielfach vorkommen, nur durch Verstärken der Welle, Näherrücken der Lager, manchmal durch Anwendung beweglicher Lager Abhilfe möglich.

Als Grenze für den Neigungswinkel der elastischen Linie an den Lagerstellen sieht man den eben erwähnten Wert:

$$\gamma = \frac{1}{1000}$$

an, wenn nicht besondere Umstände, z. B. der dauernd gute Lauf von Kegelrädern, noch geringere Werte verlangen. Für eine in ihrer Mitte durch eine Einzelkraft P beanspruchte zylindrische Achse von der Länge l wird:

$$\gamma = \frac{1}{16} P \cdot l^2 \cdot \frac{\alpha}{J}; \quad (413)$$

im Falle gleichmäßiger Belastung mit q kg/cm Länge:

$$\gamma = \frac{1}{24} q \cdot l^3 \cdot \frac{\alpha}{J}. \quad (414)$$

Hat die Achse Absätze, oder wirken mehrere größere Einzelkräfte, so kann zur genaueren Untersuchung das Mohrsche Verfahren, vgl. die Ausführungen über die Berechnung statisch unbestimmter Wellen, benutzt werden.

Durch das Festlegen des Grenzwertes für γ ist auch die Größe der Durchbiegung bei gegebener Belastung und Form der Welle bestimmt. Denn aus der Durchbiegung eines zylindrischen, in der Mitte durch P belasteten Körpers:

$$\delta = \frac{1}{48} P \cdot l^3 \cdot \frac{\alpha}{J},$$

folgt durch Division mit der Gleichung (413):

$$\frac{\delta}{\gamma} = \frac{1}{3} l$$

und durch Einführen des Grenzwertes $\gamma = \frac{1}{1000}$:

$$\delta = \frac{1}{3000} l.$$

Die Durchbiegung darf also $\frac{1}{3000}$ der Länge nicht überschreiten. In ähnlicher Weise wird für die gleichmäßig belastete Achse:

$$\delta = \frac{5}{384} q \cdot l^4 \cdot \frac{\alpha}{J},$$

$$\frac{\delta}{\gamma} = \frac{5}{16} l$$

oder

$$\delta = \frac{1}{3200} l.$$

Hervorzuheben ist, daß Achsen und Wellen gleicher Gestalt und Belastung annähernd dieselben Formänderungen erfahren, gleichgültig, ob sie aus weicheren oder härteren Stahlsorten bestehen, weil deren Dehnungszahlen α nur wenig verschieden sind, so daß also der Ersatz einer Achse aus weichem Flußstahl, die zu große Formänderungen aufweist, durch eine gleiche aus härterem trotz größerer Festigkeit keinen Vorteil bringt.

Aber auch den bei der Beanspruchung auf Drehung auftretenden Verwindungen ist volle Beachtung zu schenken. Jeder Wechsel in der Belastung, z. B. durch Ein- oder Ausschalten einer Maschine, wirkt auf die Größe der Verdrehung und ist im ganzen Wellenstrang und an allen von ihm betriebenen Maschinen als Ruck um so stärker fühlbar, je länger und schwächer der Wellenstrang und je größer der Energiewert der ein- oder ausgeschalteten Maschine ist. Neben dieser Federung der Welle kann sich eine Änderung der Umdrehzahl bemerkbar machen, wenn die Antriebmaschine je nach der Höhe der Belastung verschiedene Geschwindigkeit annimmt oder wenn der Antriebsriemen mehr oder weniger stark gleitet. Für die Federung pflegt man an Triebwerkwellen $\frac{1^0}{4}$ auf den laufenden Meter durch die normale Belastung zuzulassen und leitet damit die folgende Formel ab:

Der Verdrehungswinkel ψ einer vollen Welle vom Durchmesser d und der Länge l ist nach Zusammenstellung 9, hder Nr 1 im Bogenmaße:

$$\psi = \frac{32}{\pi} \cdot \frac{M_d}{d^4} \cdot \beta \cdot l \approx 10 \frac{M_d}{d^4} \cdot \beta \cdot l.$$

Mit dem Grenzwert $\frac{\psi}{l} = \frac{0,25}{100} \cdot \frac{\pi}{180}$, der Schubzahl β für weichen Flußstahl $= \frac{1}{830000}$ cm²/kg

und unter Einführung von $M_d = 71620 \frac{N}{n}$ wird:

$$d^4 = 10 \frac{M_d \cdot \beta \cdot l}{\psi} = \frac{10 \cdot 71620 \cdot 18000 \cdot N}{830000 \cdot 0,25 \cdot \pi \cdot n} = 19800 \frac{N}{n}$$

$$\text{oder} \quad d = 11,9 \sqrt[4]{\frac{N}{n}} \approx 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}} \quad (415)$$

Da die Schubzahl β für härteren Stahl $\frac{1}{850000}$ cm²/kg unwesentlich verschieden ist, müssen alle Stahlwellen, gleichgültig welcher Härte, dieselbe Stärke bekommen, solange der Verdrehungswinkel bestimmend ist.

Einen Vergleich der Ergebnisse der vorstehenden Formel mit denjenigen der Nr (409) und (410) zeigt Abb. 1270, welche die sich ergebenden Durchmesser in Abhängigkeit von dem Verhältnis $\frac{N}{n}$ darstellt.

Danach liegt die Linie der Wellendurchmesser nach Formel (415), die von den Formänderungen ausgeht, bei kleinen Werten von $\frac{N}{n}$ bis zu den Punkten A und B über den Linien nach den Formeln

(409) und (410) auf Grund der Festigkeit. Somit ist die Verdrehung bei niedrigen Werten von $\frac{N}{n}$ maßgebend, und zwar für weichen Flußstahl solange $\frac{N}{n}$ kleiner als 1 (Punkt A), für härteren solange $\frac{N}{n}$ kleiner als 4,43 (Punkt B) ist, Zahlen, die bei den gewöhnlichen raschlaufenden Triebwerkwellen nicht erreicht werden, so daß die meisten

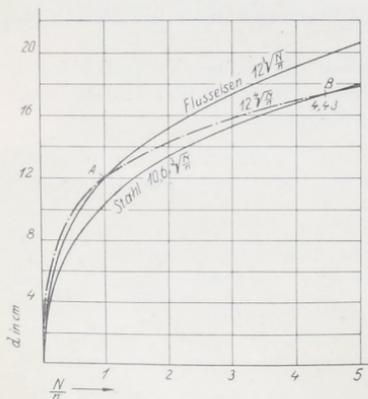


Abb. 1270. Vergleich der Formeln 409, 410 und 415 zur Berechnung von Getriebewellen.

einschlägigen Firmen nur die Formel $d = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}}$ anführen und benutzen. Ihre Anwendung wird durch die folgende Zahlenreihe erleichtert. Bei gegebener Leistung und Umdrehzahl braucht man nur das Verhältnis $\frac{N}{n}$ zu ermitteln und den zum nächst größeren Werte gehörigen Wellendurchmesser zu nehmen. Die Zahlen gelten wiederum für die normalen Triebwerkwellen nach DIN 114 von 25 bis 200 mm Durchmesser.

Zusammenstellung 126. Zusammenhang zwischen dem Wert $\frac{N}{n}$ und dem Durchmesser d auf Grund der Formel (415) $d = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}}$.

$\frac{N}{n}$	0,0019	0,0039	0,0072	0,0123	0,0198	0,0301	0,0441	0,0625	0,1158
d	25	30	35	40	45	50	55	60	70 mm
$\frac{N}{n}$	0,1975	0,3164	0,4822	0,7061	1,1774	1,8526	3,1605	5,0625	7,716
d	80	90	100	110	125	140	160	180	200 mm

Bei Anwendung der falschen Formel wird der Fehler recht beträchtlich. Beispielsweise verlangt die Festigkeitsformel für weichen Flußstahl, wenn $\frac{N}{n} = \frac{400}{100} = 4$ ist, 19,1 cm Durchmesser. Die Verdrehungsformel dagegen nur 17 cm Durchmesser. Die Wellen, die Widerstandsmomente von 685 bzw. 482 cm³ haben, stehen in bezug auf die Festigkeit im Verhältnis 1,42 zu 1.

An Werkzeugmaschinen müssen die Wellen, insbesondere die Hauptspindeln, reichlich gefestigt gehalten werden, um das Federn zu vermeiden, das bei Veränderungen des Schnittdrucks unsaubere und ungenaue Bearbeitung bedingt.

3. Wirkungen von Eigenschwingungen.

An Wellen, die periodisch regelmäßig wirkenden Kräften ausgesetzt sind, verstärken sich die Eigenschwingungen durch Resonanz häufig derart, daß beträchtliche Störungen des Ganges der Maschinen und unzulässige Erhöhungen der Spannungen, selbst Brüche, eintreten. Die Schwingungen können sowohl von Biege- wie auch von Drehmomenten herrühren. Die ersteren rufen oft weithin fühlbare Erschütterungen des Fundamentes oder des Bodens, das Anlaufen von Dynamoankern am Gehäuse bei geringem Luftzwischenraum oder das Warmlaufen von Lagern durch Kantendruck infolge zu großer Durchbiegungen hervor. Die in den Drehmomenten begründeten Torsionsschwingungen machen sich äußerlich meist wenig bemerkbar, haben aber schon manche Schiffswelle plötzlich brechen lassen.

Die Untersuchung solcher Wellen läuft darauf hinaus, die Eigenschwingungszahl unter dem Einfluß der auf der Welle sitzenden Massen zu ermitteln und die Übereinstimmung mit der Periodenzahl der antreibenden Kräfte oder gewissen Vielfachen davon zu vermeiden. An Wellen, auf denen die einzelnen Massen, wie etwa die Scheiben auf einer Dampfturbinenwelle, dicht nebeneinander sitzen, ist eine durch die elastische Durchbiegung bedingte Hauptschwingungszahl maßgebend; an Wellen mit n Massen in größeren Abständen voneinander entstehen $n - 1$ verschiedene Schwingungszahlen durch die elastischen Verdrehungen der zwischen den einzelnen Massen liegenden Wellenstücke. Praktisch ist es zulässig, die „kritischen Geschwindigkeiten“ zu durchlaufen, da die Ausschläge nach dem Überschreiten derselben abnehmen und die Maschine wieder ruhig läuft. Falls die Betriebsgeschwindigkeit einer kritischen Drehzahl entspricht oder ihr zu nahe kommt, ist Abhilfe durch Verändern der Größe oder der Verteilung der Massen möglich. Schrifttum: [XVIII, 1 bis 10].

B. Konstruktive Durchbildung der Achsen und Wellen.

Man unterscheidet glatte Wellen, Formwellen und hohle Wellen.

Für die Mehrzahl der Triebwerkanlagen und Vorgelege mit mäßiger Belastung genügen glatte, rein zylindrische Wellen, die fertig bezogen, höchstens mit Keilnuten versehen, sonst aber ohne jede nachträgliche Bearbeitung verwandt werden. Auch im übrigen Maschinenbau sucht man, soweit irgend möglich, mit einfachen, glatten Wellen auszukommen.

Nach der DIN 114 steigen ihre Durchmesser zwischen 25 und 60 mm um je 5, zwischen 60 und 110 mm um 10, zwischen 110 und 140 mm um 15, darüber hinaus bis zu 500 mm Durchmesser um je 20 mm.

Die Längen, die normalerweise bis zu 8 m betragen, wähle man, soweit es die Beförderungs- und Einbauverhältnisse zulassen, möglichst groß, um Kupplungen zu sparen. Das DIN-Buch 6 empfiehlt allerdings, unter 7 m zu bleiben.

An langen Wellenleitungen nimmt die Leistung meist nach dem einen Ende zu ab; zwecks Ersparnis an Wellengewicht und wegen der geringeren Kosten der Lager, Kupplungen und anderen Teile empfiehlt es sich dann, die einzelnen Wellenstücke entsprechend der Abnahme der Leistung abzustufen. Werden z. B. von 40 Pferdestärken auf der ersten Strecke 15, auf der mittleren 10 und auf der Endstrecke 15 PS bei 150 Umdrehungen in der Minute abgegeben, so ist das erste Stück auf 40 PS zu berechnen und muß, da

$\frac{N}{n} = \frac{40}{150} = 0,267$ ist, nach Zusammenstellung 126 $d_1 = 90$ mm Durchmesser erhalten.

Am zweiten Stück wird $\frac{N}{n} = \frac{25}{150} = 0,167$; $d_2 = 80$ mm; am dritten $\frac{N}{n} = \frac{15}{150} = 0,1$; $d_3 = 70$ mm.

Die Verbindung zwischen den einzelnen Wellenstücken vermitteln Stufenkupplungen, die am einen Ende nach der schwächeren, am andern nach der stärkeren Welle ausgebohrt sind. Empfehlenswerter ist, das Ende der dickeren Welle auf den Durchmesser der dünneren abzdrehen und eine gewöhnliche Kupplung zu verwenden. Um aber mit wenig Sorten von Lagern und sonstigen Teilen auszukommen, beschränke man sich selbst bei einer größeren Anlage nur auf wenige Wellendurchmesser. Durch den in neuerer Zeit mehr und mehr angewandten Gruppenantrieb, bei dem die Maschinen in kleineren Gruppen zusammengefaßt, von Elektromotoren angetrieben werden, wird die Vereinheitlichung besonders erleichtert; es gibt Anlagen, die Wellen von nur ein und demselben Durchmesser aufweisen, so daß auch alle Lager, Riemenscheiben, Kupplungen usw. gleiche Bohrungen besitzen und untereinander vertauscht werden können.

Bei Wellen von bedeutenderem Gewicht, z. B. bei den Hauptantriebswellen größerer Anlagen, lohnt es sich, die Berechnung auf Grund der an ihnen wirkenden Momente durchzuführen und Formwellen auszubilden, die zweckmäßigerweise zur Ersparnis an Werkstoff, annähernd die Form gleicher Festigkeit, Abb. 1281, erhalten. Konstruktiv sind dabei zwischen den einzelnen Querschnitten allmähliche Übergänge durch gute Ausrundungen oder kegelige Formen zu schaffen, starke und scharfe Absätze und Einkerbungen dagegen sorgfältig zu vermeiden, weil sie, wie schon oben hervorgehoben, die Widerstandsfähigkeit, namentlich bei hartem Baustoff, erheblich beeinträchtigen. An Stellen, wo Keile nötig werden, pflegt man die Querschnitte um die Nutentiefe zu verstärken, nicht allein zur Beseitigung der mit Nuten verbundenen Schwächung, sondern auch wegen des leichteren Einziehens und Lösen der Keile.

Formwellen werden auch an Maschinen aller Art dann notwendig, wenn Absätze feste Bunde oder verschiedene Passungen verlangt werden.

Allen Sitzstellen wird man normale Durchmesser nach DIN 3, S. 181, geben, um die der gewählten Passung entsprechenden Meßwerkzeuge benutzen zu können. Sind an ein und derselben Welle mehrere Sitzarten hintereinander anzubringen, so ist sorgfältig darauf zu achten, daß sich die Teile ohne Beschädigung der Sitzflächen aufringen lassen. Soll z. B. das Wellenende, Abb. 1271, nach dem System der Einheitswelle bei a mit einem Laufsitz wegen der Stützung in einer Lagerbüchse, bei b mit einem Fest-

sitz, etwa zum Auftreiben eines einteiligen Zahnrades versehen sein, so muß die Welle abgesetzt werden. Denn der Sitz *a* würde bei einer durchweg gleich starken Welle beim Aufbringen des Rades leicht verdorben werden, abgesehen davon, daß man dessen Nabe über eine sehr lange Strecke hinweg auftreiben müßte. Reicht für die Stelle *a* ein Durchmesser von 60 mm aus, so muß der Sitz *b* mindestens den nächsten Normaldurchmesser, also 62 mm, bekommen.

Im Falle, daß nach dem System der Einheitsbohrung gearbeitet wird, bekommt *b* zwar denselben Nenn Durchmesser, tatsächlich aber infolge der Toleranzunterschiede der beiden Sitzarten einen größeren. Nach Abb. 273 betragen nämlich die Abmaße am Laufsitz — 0,03 bis — 0,06 mm, am Festsitz dagegen + 0,02 bis + 0,04 mm, so daß die Stelle *a* im Mittel 59,955, die Stelle *b* 60,03 mm stark wird. Hier genügen also schon die geringen Passungsunterschiede, die noch insofern vorteilhaft sind, als sie das Auftreiben des Zahnrades durch die bessere Führung erleichtern, die die Nabe längs der Welle findet.

Ist aber nach den Abb. 1272 und 1274 das Zahnrad außen, das Lager innen angeordnet, so ist eine völlig glatte Einheitswelle, Abb. 1272, möglich, dagegen ein Absatz im Falle der Einheitsbohrung, Abb. 1274, nötig.

Hohle Wellen mit dünner Wandstärke — Rohrwellen — eignen sich wegen ihres geringen Gewichtes und verhältnismäßig großen Widerstandsmomentes besonders zu Übertragungen bei großen Entfernungen zwischen den einzelnen Unterstützungen. Gelegentlich benutzt man Hohlwellen, wenn es sich darum handelt, Kraft von einer durch sie hindurchgehenden vollen Welle abzunehmen oder an dieselbe abzugeben. Durch eine Kupplung

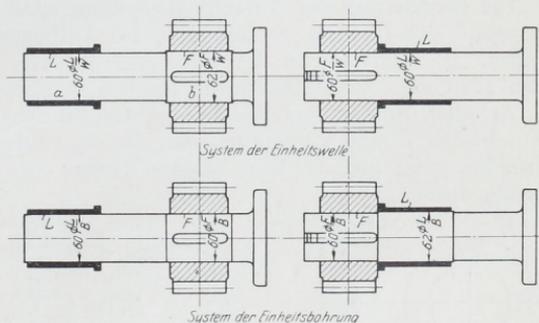


Abb. 1271 bis 1274. Ausbildung von Wellenenden nach den beiden Passungssystemen.

können beide miteinander verbunden, durch Ausschalten der Kupplung eine derselben, z. B. die Hohlwelle, still gesetzt werden. An Wasserturbinen finden sich Hohlwellen aus Gußeisen oder Stahlguß als Träger der Laufräder, während die zugehörigen Stützzapfen durch ruhende, darin liegende Stangen gehalten werden, vgl. Abb. 1587. Hohlwellen ungewöhnlicher Abmessung besitzen die stehenden Turbinen von Escher, Wyss & Co. am Niagarafall, die bei 250 Umdrehungen in der Minute 5500 PS übertragen. Die 35 m lange Welle besteht aus drei Blechrohren von 1 m Durchmesser und 10 mm Wandstärke, zwischen die zur Führung durch Halslager kurze, volle Wellenstücke von 280 mm Durchmesser geschaltet sind.

Gegen Verschiebungen in der Längsrichtung werden die Achsen und Wellen durch Anläufe und Bunde oder durch aufgesetzte Stellringe gesichert. Dabei dürfen sie, um ihre Ausdehnungsmöglichkeit bei Wärmeschwankungen zu wahren, nur an einer Stelle festgehalten werden, etwa an dem Antriebsende oder unmittelbar neben Teilen, die gegen Verschiebungen besonders empfindlich sind, wie Kegelräder oder manche Reibkupplungen. In den übrigen Lagern müssen sie dagegen gleiten können. Wird die Ausdehnungsmöglichkeit nicht beachtet, so entstehen sehr bedeutende Längskräfte. Nimmt man an, daß eine Stahlwelle, Abb. 1275, bei einem bestimmten Wärmegrad an den beiden Schalen bei *a* und *b* zum Anliegen kommt, so sucht sie sich bei einer weiteren

Erwärmung um nur 10^0 um $\varepsilon \approx \frac{1}{8000}$ ihrer Länge auszudehnen, würde, wenn sie nicht

ausknickt oder die Lager nicht nachgeben, nach Formel (13) unter Druckspannungen

bis zu $\sigma_d = \frac{\varepsilon}{\alpha} = \frac{2100000}{8000} = 262 \text{ kg/cm}^2$ kommen und z. B. bei 100 mm Durchmesser

oder 78,5 cm² Querschnitt über 20000 kg Druck hervorrufen können. Bei sehr langen Leitungen sind Ausdehnungskupplungen oder sonst geeignete Ausgleichmittel einzubauen.

Feste Anläufe oder Bunde werden überall da verwendet, wo sie dem Aufbringen ungeteilter Scheiben oder sonstiger Teile nicht hinderlich sind und wo sie sich konstruktiv ohne Schwierigkeit ergeben, wie vielfach an schweren, abgesetzten Achsen und Wellen. Sie werden aber teuer, wenn ihretwegen große Baustoffmengen weggedreht, oder wenn sie durch Aufschweißen von Ringen oder durch Stauchen hergestellt werden müssen. An glatten Wellen werden Bunde warm aufgezogen, im Falle mäßiger Längskräfte aber

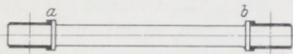


Abb. 1275.

besser durch Stellinge ersetzt. Abb. 1276 zeigt einen ungeteilten, Abb. 1277 einen geteilten Stelling, beide durch Schrauben mit versenkten Köpfen und gehärteten Spitzen auf den Wellen festgehalten. An Ölkammerlagern, wo die großen Durchmesser der gewöhnlichen

Ringe oft sehr unbequem sind, benutzt man Bundstellringe, Abb. 1278, deren kleine Endfläche sich gegen die Schale legt. Die Schmierung der Anlaufflächen kann meist von den benachbarten Lagern aus genügend sichergestellt werden. Für das Auffangen abgeschleuderten Öls ist Sorge zu tragen. So dient die in der Ölkammer liegende Schleuderkante des Bundstellrings, Abb. 1278, dem Zurückführen der bei Ringschmierung oft reichlichen Ölmenge.

An allen Achsen und Wellen soll des Ausrichtens wegen wenigstens eine längere zylindrische Fläche vorhanden sein, die das Aufsetzen einer Wasserwage ermöglicht; ausnahmsweise können dazu längere Zapfen oder deren genau gleich groß gehaltene Bunde dienen.

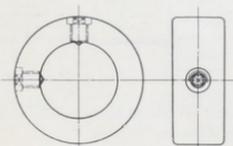


Abb. 1276. Einteiliger Stelling.

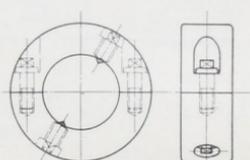


Abb. 1277. Geteilter Stelling.

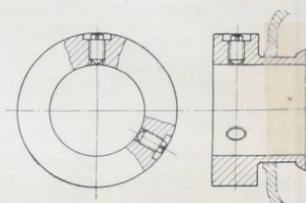


Abb. 1278. Bundstellring.

C. Herstellung und Bearbeitung der Achsen und Wellen.

Schwere Achsen und Wellen werden vorgeschmiedet und auf Drehbänken oder Schleifmaschinen fertig und genau auf Maß bearbeitet. Die gängigen Triebwerkwellen werden nach dem Walzen sorgfältig ausgerichtet, sauber gedreht und poliert oder geschliffen, von manchen Firmen an ihrer Oberfläche durch Ziehen oder Kaltwalzen unter starkem Druck noch besonders verdichtet und geglättet. Diese gezogenen und „komprierten“ Wellen weisen größere Abweichungen in bezug auf den Durchmesser auf und stehen oft unter bedeutenden inneren Spannungen, welche die Wellen beim Einarbeiten von Nuten leicht krumm ziehen [XVIII, 11], so daß Verletzungen ihrer Oberfläche besser ganz vermieden und Naben von Scheiben oder Rädern durch Hohlkeile oder Klemmverbindungen befestigt werden. Übrigens werfen sich auch die sonstigen Wellen oft nach dem Nuten. Will man das vermeiden, so tut man gut, die Nuten zu ziehen, bevor der letzte Span abgedreht oder abgeschliffen wird.

D. Berechnungsbeispiele.

Die oben angegebene Berechnung der Achsen und Wellen geht von den Biege- und Drehmomenten M_b und M_d und den aus beiden zusammengesetzten ideellen Momenten M_i aus. Ihre Ermittlung kann rechnerisch oder zeichnerisch erfolgen. Den ersten Weg wird man in einfachen Fällen vorziehen; in schwierigen ist das zweite Verfahren überwiegender. Daß dieses im folgenden auch bei den einfacheren Aufgaben durchgeführt

wurde, geschah zur Erläuterung seiner Anwendung und zur anschaulichen Darstellung der Momente. Allgemein ist für Fälle, in denen nur Einzelkräfte wirken, hervorzuheben, daß die größten Momente unter den Angriffspunkten der Kräfte liegen, daß es also genügt, die betreffenden Querschnitte zu untersuchen.

Beispiel 1. Achse in zwei Lagern A und B , Abb. 1279, durch eine Anzahl in einer Ebene wirkender Einzelkräfte $P_1, P_2 \dots$ auf Biegung beansprucht.

Beim rechnerischen Verfahren bestimmt man zunächst die Auflagedrücke A und B aus den Momentengleichungen in bezug auf die beiden

Auflager:

$$A \cdot l = P_1 \cdot b_1 + P_2 \cdot b_2 + \dots$$

$$A = \frac{P_1 b_1}{l} + \frac{P_2 \cdot b_2}{l} + \dots$$

$$B = \frac{P_1 a_1}{l} + \frac{P_2 a_2}{l} + \dots$$

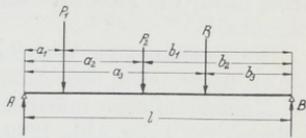


Abb. 1279. Zu Beispiel 1.

Daraus folgen die Biegemomente an den Angriffspunkten der Einzelkräfte zur Berechnung der Durchmesser der Achse, z. B. unter P_1 :

$$M_1 = A \cdot a_1,$$

unter P_2 :

$$M_2 = A \cdot a_2 - P_1 (a_2 - a_1).$$

Beispiel 2. Der zeichnerischen Ermittlung seien bestimmte Zahlenwerte, Abb. 1280, zugrunde gelegt. Die äußeren Kräfte P_1 und P_2 werden der Reihe nach, z. B. von links beginnend, im Kräfteck a untereinander in irgendeinem Maßstabe aufgetragen und die Polstrahlen unter Wahl eines beliebigen Polabstandes H gezogen. Parallele zu den Polstrahlen zwischen den zugehörigen Kräften liefern das Seileck $A_1 C_1 D_1 B_1 A_1$. Dabei müssen sich die Seilstrahlen im Seileck auf den Linien der Kräfte schneiden, die von den

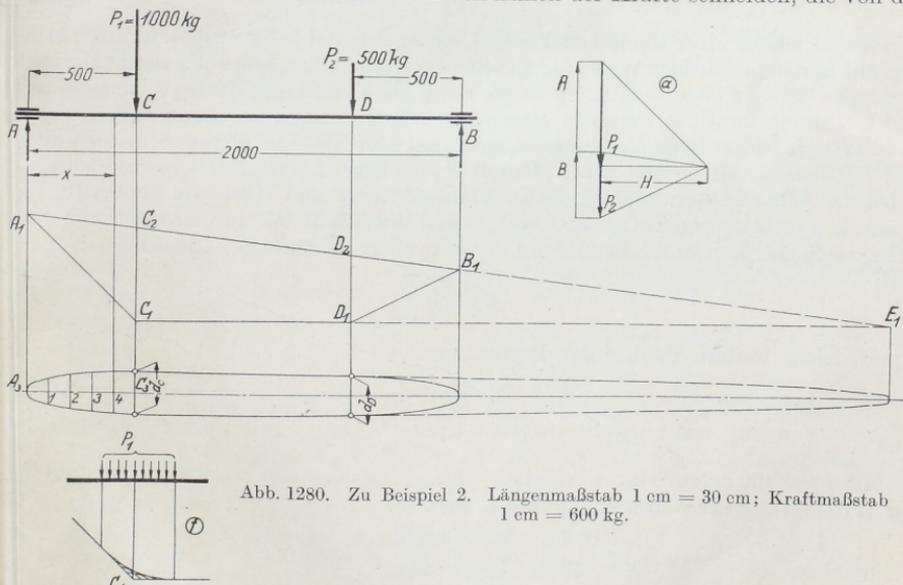


Abb. 1280. Zu Beispiel 2. Längenmaßstab 1 cm = 30 cm; Kraftmaßstab 1 cm = 600 kg.

parallelen Polstrahlen im Kräfteck eingeschlossen werden. Eine im Kräfteck gezogene Parallele zur Schlußlinie $A_1 B_1$ teilt auf der Kraftlinie die Auflagekräfte A und B ab. Die Reihenfolge der Kräfte am Balken P_1, P_2, B, A muß auch im Kräfteck die gleiche sein; daraus ergibt sich $B = 625, A = 875$ kg. Die Biegemomente sind nun durch die Produkte aus den Ordinaten des Seilecks, der „Momentenfläche“, und dem Polabstande

dargestellt, wobei die eine der Strecken im Kraft-, die andere im Längenmaßstab zu messen ist. Da in der Abb. 1280 1 cm 30 cm, 1 cm 600 kg darstellt, ist der Längenmaßstab $m_l = 30 \text{ cm/cm}$, der Kraftmaßstab $m_k = 600 \text{ kg/cm}$ und das in C , dem Angriffspunkte von P_1 , wirkende Moment:

$$M_{b_1} = \bar{C}_1 \bar{C}_2 \cdot H \cdot m_l \cdot m_k = 1,46 \cdot 1,67 \cdot 30 \cdot 600 = 43\,800 \text{ cmkg}.$$

$H \cdot m_l \cdot m_k = m_m = 1,67 \cdot 30 \cdot 600 = 30\,000 \text{ kgcm/cm}$ heißt Momentenmaßstab und dient dazu, die Momente unmittelbar aus den Ordinaten der Momentenfläche zu bestimmen.

Die gleichmäßige Verteilung der Wirkung einer Kraft auf einer größeren Strecke, wie an Lagerstellen oder Naben, erniedrigt die Beanspruchung und kann durch Abrunden der Momentenfläche innerhalb des betreffenden Gebietes nach einer Parabel, wie in der Nebenskizze f der Abb. 1280 angedeutet ist, berücksichtigt werden.

Aus der Momentenfläche läßt sich leicht die Form gleicher Festigkeit der Achse herleiten. Für einen beliebigen Querschnitt innerhalb der Strecke AC , im Abstände x vom linken Auflager ist das Moment $M = A \cdot x$. Soll also die Beanspruchung auf Biegung in allen Querschnitten gleich groß, $k_b = \frac{M_b}{W} = \text{konst.}$ sein, so folgt:

$$k_b = \frac{A \cdot x}{d^3} = \frac{10 A \cdot x}{8 r^3} = \text{konst.},$$

$$\frac{10}{10}$$

wenn r den Querschnittshalbmesser an der betrachteten Stelle bezeichnet. Durch Umformen erhält man:

$$r^3 = 1,25 \cdot \frac{A}{k_b} \cdot x = C \cdot x, \quad (416)$$

also die Gleichung einer kubischen Parabel, deren Scheitel bei $x = 0$, d. h. unter A liegt. Das gilt in entsprechender Weise für alle Strecken der Achse, auf welchen die Momentenfläche geradlinig begrenzt ist. So ist die Form gleicher Festigkeit der Wellenstücke DB und CD durch kubische Parabeln gegeben, deren Ordinaten der Deutlichkeit wegen in Abb. 1280 in doppeltem Maßstabe aufgetragen wurden, und deren Scheitel unter B_1 und E_1 , dem Schnittpunkte von $C_1 D_1$ mit $A_1 B_1$, liegen. Zur Aufzeichnung der Umrißlinien der Achse ist es nur nötig, die Durchmesser für C und D zu berechnen. Teilt man dann die Parabelachsen zwischen C bzw. D und ihren Scheiteln in fünf oder zehn gleiche Teile, so findet man unter Benutzung der folgenden Zahlenreihe, die sich aus:

$$d' = d \sqrt[3]{\frac{x}{1}}$$

ergibt, leicht weitere Punkte der Begrenzung.

$x =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$d' =$	0,46 d	0,59 d	0,67 d	0,74 d	0,79 d	0,84 d	0,89 d	0,93 d	0,97 d	1 d

Mit $k_b = 400 \text{ kg/cm}^2$ für wechselnde Beanspruchung von weichem Flußstahl folgt der Durchmesser der Achse im Punkte C aus:

$$W_C = \frac{\pi \cdot d_C^3}{32} = \frac{M_{b_1}}{k_b} = \frac{43\,800}{400} = 109,5 \text{ cm}^3,$$

$$d_C = 10,4 \text{ cm};$$

im Punkte D aus:

$$W_D = \frac{M_{b_2}}{k_b} = \frac{31\,250}{400} = 78,1 \text{ cm}^3,$$

$$d_D = 9,3 \text{ cm}.$$

Zur Aufzeichnung der Form gleicher Festigkeit zwischen dem linken Auflager und der Kraft P_1 teilt man die Strecke $A_3 C_3$ in fünf gleiche Teile $A_3 1, 2, 3, 4 C_3$, trägt in C_3 $d_0 = 10,4$ cm an und findet die zu den Punkten 1 bis 4 gehörigen Durchmesser:

$$\begin{aligned} d_1 &= 0,59 d_0 = 6,14 \text{ cm, entsprechend } x = 0,2 \cdot A_3 C_3, \\ d_2 &= 0,74 d_0 = 7,70 \text{ ,, ,, } x = 0,4 \cdot A_3 C_3, \\ d_3 &= 0,84 d_0 = 8,74 \text{ ,, ,, } x = 0,6 \cdot A_3 C_3, \\ d_4 &= 0,93 d_0 = 9,67 \text{ ,, ,, } x = 0,8 \cdot A_3 C_3. \end{aligned}$$

Zapfen A. Auflagedruck $A = 875$ kg. Bei $p = 25$ kg/cm² mittlerer Pressung wird die Projektion der Zapfenfläche:

$$f_1 = l_1 \cdot d_1 = \frac{A}{p} = \frac{875}{25} = 35 \text{ cm}^2$$

und nach Formel (329), die hier anwendbar ist, weil für die Berechnung auf Festigkeit, wie auf Flächendruck die gleiche Kraft gilt, das Verhältnis:

$$\frac{l_1}{d_1} = \sqrt{\frac{k_b}{5p}} = \sqrt{\frac{400}{5 \cdot 25}} = 1,79.$$

Durch Multiplikation beider Beziehungen folgt $l_1^2 = 35 \cdot 1,79 = 62,65$ cm², $l_1 = 7,9$ cm;

$$d_1 = \frac{f_1}{l_1} = \frac{35}{7,9} = 4,4 \text{ cm.}$$

Zapfen B. Auflagedruck $B = 625$ kg.

$$f_2 = l_2 \cdot d_2 = \frac{B}{p} = \frac{625}{25} = 25 \text{ cm}^2,$$

$$\frac{l_2}{d_2} = 1,79; \quad l_2^2 = 25 \cdot 1,79 = 44,75 \text{ cm}^2, \quad l_2 = 6,7 \text{ cm,}$$

$$d_2 = \frac{25}{6,7} = 3,7 \text{ cm.}$$

Bei der konstruktiven Durchbildung der berechneten Achse wird man wegen der einfacheren Herstellung auf der Drehbank die parabolische Begrenzung durch berührende Kegelflächen ersetzen, die Stellen aber, wo Räder aufgekelt werden müssen, zylindrisch und verstärkt und auch das Stück CD zum Aufsetzen der Wasserwaage zylindrisch ausbilden. Bei dem rechnermäßig nicht großen Unterschied der beiden Zapfen empfiehlt es sich, ihnen gleiche Abmessungen, $d = 45$, $l = 80$ mm zu geben, um auch gleiche Lager zur Unterstützung benutzen zu können, Abb. 1281.



Abb. 1281. Achse des Beispiels 2. M. 1 : 30.

Die Behandlung von Drehmomenten und von Kräften, die in verschiedenen Ebenen wirken, zeigt das

Beispiel 3. Abb. 1282—1284. Eine Vorgelegewelle wird durch einen Riemen unter einem Winkel von 30° schräg von oben her angetrieben und gibt die Leistung durch ein Zahnrad D bei $P_1 = 1140$ kg Zahndruck weiter. Die Lage und Maße der einzelnen Teile gehen aus den beiden Rissen, Abb. 1282 oben, hervor.

Der Zahndruck $P_1 = 1140$ kg verlangt unter Vernachlässigung der Reibungsverluste in den Lagern, eine durch den Riemen zu übertragende Umfangskraft:

$$U = \frac{P_1 \cdot R_1}{R_2} = \frac{1140 \cdot 16}{50} = 365 \text{ kg.}$$

Die Mittelkraft aus den beiden Riemenzügen kann rundgleich dem Dreifachen, $P_2 = 1100$ kg, gesetzt und in der Mitte der Riemenscheibe angreifend angenommen werden.

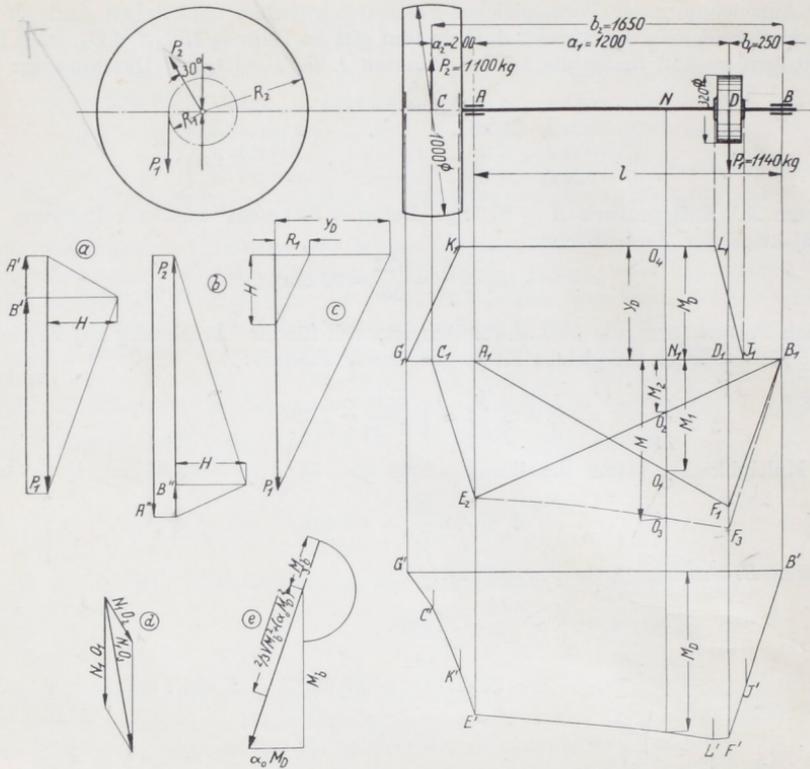


Abb. 1282. Zum Beispiel 3. Längenmaßstab 1 cm = 30 cm; Kraftmaßstab 1 cm = 300 kg.

a) Bei der rechnerischen Behandlung in A und B, dann die Größe der Momente in A bestimmt man zuerst die Auflagekräfte und D. Zu dem Zwecke zerlegt man die Kraft P_2 in die wagerechte Seitenkraft $P_2 \sin 30^\circ = 1100 \cdot 0,500 = 550$ kg und die senkrechte $P_2 \cos 30^\circ = 1100 \cdot 0,866 = 953$ kg und untersucht deren Wirkung gesondert.

Auflagekraft A: Einfluß von P_1

$$A_1 = 1140 \cdot \frac{25}{145} = 197 \text{ kg.}$$

Einfluß von $P_2 \cdot \cos 30^\circ$

$$A'_2 = 953 \cdot \frac{165}{145} = 1085 \text{ kg.}$$

Einfluß von $P_2 \cdot \sin 30^\circ$

$$A''_2 = 550 \cdot \frac{165}{145} = 626 \text{ kg.}$$

$$A = \sqrt{(A'_2 - A_1)^2 + (A''_2)^2} = \sqrt{(1085 - 197)^2 + 626^2} = 1090 \text{ kg.}$$

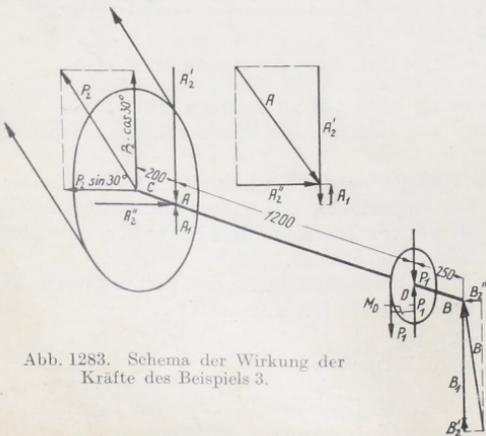


Abb. 1283. Schema der Wirkung der Kräfte des Beispiels 3.

Auflagekraft B : Einfluß von P_1

$$B_1 = 1140 \cdot \frac{120}{145} = 943 \text{ kg.}$$

Einfluß von $P_2 \cdot \cos 30^\circ$

$$B'_2 = 953 \cdot \frac{20}{145} = 132 \text{ kg.}$$

Einfluß von $P_2 \cdot \sin 30^\circ$

$$B''_2 = 550 \cdot \frac{20}{145} = 76 \text{ kg.}$$

Daraus $B = \sqrt{(B_1 + B'_2)^2 + (B''_2)^2} = \sqrt{(943 + 132)^2 + 76^2} = 1080 \text{ kg.}$

Ermittlung des ideellen Momentes in A :

$$M_{b,A} = P_2 \cdot a_2 = 1100 \cdot 20 = 22000 \text{ kgcm,}$$

$$M_{d,A} = P_1 \cdot R_1 = 1140 \cdot 16 = 18240 \text{ kgcm,}$$

$$M_{i,A} = \frac{1}{3} M_b + \frac{2}{3} \sqrt{M_b^2 + (\alpha_0 \cdot M_d)^2} = \frac{22000}{3} + \frac{2}{3} \sqrt{22000^2 + (0,47 \cdot 18240)^2} = 23100 \text{ kgcm.}$$

Dabei wurde $\alpha_0 = \frac{k_b}{1,3 k_d}$ für weichen Flußstahl gleich $\frac{400}{1,3 \cdot 650} = 0,47$ gesetzt, weil die

Beanspruchung auf Biegung wechselnd, diejenige auf Drehung dagegen ständig gleich ist, so daß für k_d die zwischen der ruhenden und schwellenden Kraftwirkung liegende Zahl 650 kg/cm^2 angenommen werden konnte.

Ideelles Moment in D :

$$M_{b,D} = B \cdot b_1 = 1080 \cdot 25 = 27000 \text{ kgcm,}$$

$$M_{d,D} = 18240 \text{ kgcm;}$$

$$M_{i,D} = \frac{1}{3} M_b + \frac{2}{3} \sqrt{M_b^2 + (\alpha_0 \cdot M_d)^2} = \frac{27000}{3} + \frac{2}{3} \sqrt{27000^2 + (0,47 \cdot 18240)^2} = 27900 \text{ kgcm.}$$

Mit diesen Werten ergeben sich die folgenden Hauptabmessungen der Welle Abb. 1284; Querschnitt A : $k_b = 400 \text{ kg/cm}^2$

$$W = \frac{d_A^3}{10} = \frac{M_{i,A}}{k_b} = \frac{23100}{400} = 57,8 \text{ cm}^3;$$

$$d_A = 8,33 \text{ cm, gewählt } d_A = 85 \text{ mm.}$$

Die Einzelbeanspruchungen auf Biegung und Drehung werden dann: Abb. 1284. Welle des Beispiels 3. M. 1: 30.

$$\sigma_b = \frac{P_2 \cdot 20}{W} = \frac{22000}{60,3} = 365 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\tau_d = \frac{16 \cdot P_1 \cdot R_1}{\pi d_A^3} = \frac{1140 \cdot 16}{120,6} = 151 \text{ kg/cm}^2.$$

Lagerlänge genommen zu $l = 90 \text{ mm}$. Auflagepressung:

$$p = \frac{A}{l \cdot d} = \frac{1090}{9 \cdot 8,5} = 14,3 \text{ kg/cm}^2.$$

Querschnitt D :

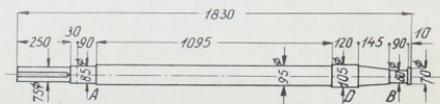
$$W = \frac{d_D^3}{10} = \frac{M_{i,D}}{k_b} = \frac{27900}{400} = 69,8 \text{ cm}^3;$$

$$d_D = 8,9 \text{ cm.}$$

Wegen des Aufkeilens des Zahnrades gewählt: $d_D = 105 \text{ mm}$.

Zapfen B : Die Länge $l = 90 \text{ mm}$ sei die gleiche wie bei A . Mit $p = 20 \text{ kg/cm}^2$ wird:

$$d_B = \frac{B}{p \cdot l} = \frac{1080}{20 \cdot 9} = 6 \text{ cm}$$



und die Biegebeanspruchung:

$$\sigma_b = \frac{32 \cdot B \cdot l}{\pi \cdot d^3} = \frac{32 \cdot 1080 \cdot 4,5}{\pi \cdot 6^3} = 230 \text{ kg/cm}^2.$$

Der Schenkel für die Riemenscheibe C , der bei $l = 250$ mm Nabenlänge ein Widerstandsmoment $W = \frac{P_2 \cdot l}{2 k_b} = \frac{1100 \cdot 25}{2 \cdot 400} = 34,4 \text{ cm}^3$, entsprechend 7,1 cm Durchmesser erhalten muß, ist mit Rücksicht auf die Keilnut 75 mm stark gewählt. Der mittlere Teil AD der Welle wurde zylindrisch mit bei 95 mm Durchmesser ausgeführt.

b) Anschaulicher ist die zeichnerische Behandlung der Aufgabe, Abb. 1282, bei der man ohne Schwierigkeit die ideellen Momente für sämtliche Querschnitte erhält. Der Zahndruck P_1 liefert als Momentenflächen das Dreieck $A_1 F_1 B_1$ mit der Ordinate $D_1 F_1 = \frac{P_1 \cdot a_1 b_1}{l} = \frac{1140 \cdot 120 \cdot 25}{145} = 23600 \text{ kgcm}$ unter D . Der Kraft P_2 entspricht das Dreieck $C_1 E_2 B_1$, dessen größte Ordinate $A_1 E_2$ das Moment $P_2 a_2 = 1100 \cdot 20 = 22000 \text{ kgcm}$ darstellt.

Zeichnerisch kann man beide Flächen nach dem auf S. 22 beschriebenen Verfahren, unter Benützung der Nebenabbildungen a und b ermitteln. Das Drehmoment $M_d = P_1 R_1 = 1140 \cdot 16 = 18240 \text{ kgcm}$ bleibt zwischen der Riemenscheibe und dem Zahnrad unverändert; die Drehmomentenfläche ist mithin durch eine Parallele $K_1 L_1$ zu $A_1 B_1$ begrenzt. Daß die Übertragung des Momentes durch die Naben allmählich, und zwar ihrer Länge entsprechend erfolgt, ist durch die schrägen Geraden $L_1 I_1$ und $K_1 G_1$ angedeutet. Zeichnerisch findet man die dem Drehmoment entsprechende Ordinate $N_1 O_4 = y_D$ auf Grund der Bedingung, daß:

$$y_D \cdot H = M_d = P_1 \cdot R_1 \quad \text{oder} \quad \frac{y_D}{P_1} = \frac{R_1}{H}$$

sein muß. Man trage R_1 und H im Längenmaßstabe auf den Schenkeln eines beliebigen Winkels — in der Nebenabbildung c ist der Einfachheit wegen ein rechter gewählt — und P_1 gleichlaufend mit H im Kräftemaßstab auf. Eine Parallele durch den Endpunkt von P_1 zur Schlußlinie zwischen R_1 und H schneidet auf dem anderen Schenkel y_D ab.

Zur Ermittlung der ideellen Momente vereinigt man zweckmäßigerweise zunächst die Biegemomente nach dem Parallelogramm der Momente, z. B. in der Nebenabbildung d die im Punkte N wirkenden $M_{b_1} = N_1 O_1$ und $M_{b_2} = N_1 O_2$ zu $M_b = N_1 O_3$. In die Hauptabbildung zurückgetragen, ergibt sich so der Linienzug $C_1 E_2 O_3 F_3 B_1$, der zwischen $C_1 E_2$ und $F_3 B_1$ geradlinig verläuft, zwischen E_2 und F_3 aber durch eine Kurve gebildet wird. Zu beachten ist, daß die Ebenen, in denen die Momente wirken, verschiedene sind, wie aus den Momentenparallelogrammen folgt; der Linienzug ist als eine räumliche, in die Zeichenebene hineingedrehte Momentenfläche zu betrachten. Schließlich werden die ideellen Momente:

$$M_i = \frac{1}{3} M_b + \frac{2}{3} \sqrt{M_b^2 + (\alpha_0 M_d)^2}$$

nach Nebenabbildung e gefunden. Auf den Schenkeln des rechten Winkels sind die zu ein und demselben Querschnitt der Welle gehörigen Größen von M_b und $\alpha_0 M_d = 0,47 M_d$ aufgetragen. Die Verbindungslinie der Endpunkte stellt dann den Wurzelwert dar. $\frac{2}{3}$ dieser Länge zu $\frac{1}{3} M_b$ addiert, geben den Linienzug $G' C' K' E' L' F' J' B' G'$ zur Berechnung der Wellendurchmesser. Soweit derselbe geradlinig begrenzt ist, nämlich zwischen $G' C'$ und $I' B'$, wird die Form gleicher Festigkeit der Welle wiederum durch kubische Parabeln gebildet.

Beispiel 4. Trommelachse der Laufkatze, Abb. 146—148, für $Q = 20000$ kg Nutzlast in verschiedener konstruktiver Durchbildung. Der am Umfang der Trommel an

greifende, senkrecht nach unten gerichtete Seilzug beträgt unter Berücksichtigung des Wirkungsgrades η_r des Hakengeschirres:

$$P = \frac{Q}{2 \cdot \eta_r} = \frac{20000}{2 \cdot 0,96} = 10400 \text{ kg,}$$

das Eigengewicht der Trommel, einschließlich des aufgewickelten Seiles etwa 500 kg. Beide wirken in gleicher Weise und können daher genügend genau zu einer einzigen Kraft $P_s = 10900 \text{ kg}$ in der Mitte der Trommellänge zusammengefaßt werden. Der im höchsten Punkt des Zahnrades wirkende Zahndruck ist unter Beachtung der Verluste an der Trommel und im Zahnradvorgelege nach der im Abschnitt 25 durchgeführten Berechnung des Hubwerks der Laufkatze $P_z = 4200 \text{ kg}$, das Gewicht des Zahnrades $G_z = 500 \text{ kg}$. Das Eigengewicht der Welle werde vernachlässigt. Werkstoff: weicher Flußstahl.

Ausführung I, Abb. 1285, mittels einer in dem Katzensgestell festgelagerten Achse. Die Trommel dreht sich auf zwei Büchsen C und D um die zylindrische Achse, die bei A und B in den Hängeblechen durch Riegel gehalten und gegen Drehung gesichert ist. Das Zahnrad ist auf der Trommelnabe verkeilt, so daß das Drehmoment unmittelbar auf die Trommel geleitet, die Achse aber davon entlastet und nur schwelend auf Biegung durch die in C und D wirkenden Nabendrucke beansprucht wird.

Zur Berechnung der Biegemomente in der Achse sucht man zunächst die Auflagedrucke in den Punkten A und B . Durch P_s und das Eigengewicht G_z des Zahnrades werden die senkrechten Seitenkräfte:

$$A_v = P_s \cdot \frac{67}{118} + G_z \cdot \frac{11,5}{118} = \frac{10900 \cdot 67}{118} + \frac{500 \cdot 11,5}{118} = 6240 \text{ kg,}$$

$$B_v = P_s + G_z - A_v = 10900 + 500 - 6240 = 5160 \text{ kg,}$$

durch den Zahndruck P_z die wagrechten:

$$A_h = \frac{P_z \cdot 11,5}{118} = \frac{4200 \cdot 11,5}{118} = 410 \text{ kg,}$$

$$B_h = P_z - A_h = 3790 \text{ kg}$$

hervorgehen.

Nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammengesetzt, wird:

$$A = \sqrt{A_v^2 + A_h^2} = \sqrt{6240^2 + 410^2} = 6250 \text{ kg,}$$

$$B = \sqrt{B_v^2 + B_h^2} = \sqrt{5160^2 + 3790^2} = 6400 \text{ kg.}$$

Das größte Biegemoment entsteht im Lager D in Höhe von:

$$M_{bD} = B \cdot 8,5 = 6400 \cdot 8,5 = 54400 \text{ kgcm}$$

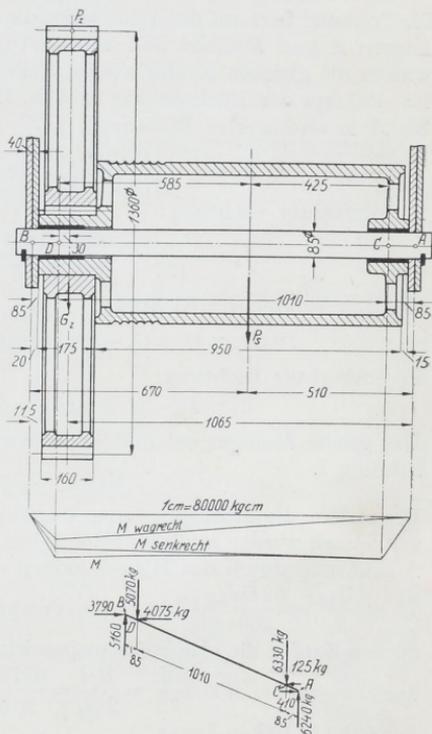


Abb. 1285. Berechnung und Ausbildung der Trommelachse der Laufkatze Abb. 146 bis 148 in Form einer festen Achse. M. 1: 20.

aus dem mit $k_b = 900 \text{ kg/cm}^2$ schwellonder Beanspruchung das nötige Widerstandsmoment:

$$W = \frac{M_{bD}}{k_b} = \frac{54400}{900} = 60,4 \text{ cm}^3,$$

entsprechend $d = 85 \text{ mm}$ Achsendurchmesser folgt. Der Auflagedruck in den 40 mm starken Hängeblechen $p = \frac{B}{d \cdot l} = \frac{6400}{8,5 \cdot 4} = 188 \text{ kg/cm}^2$ ist gut zulässig.

Zum Vergleich mit den weiteren Ausführungen ist im unteren Teil der Abb. 1285 die zugehörige Momentenfläche und die Verteilung der Kräfte an der Achse dargestellt.

Ausführung II, Abb. 1286. Sie unterscheidet sich insofern von Ausführung I, als die Trommel fest auf der Achse sitzt, die sich in den an den Hängeblechen angeschraubten Lagern A und B dreht und wechselnd auf Biegung beansprucht wird. In C und D wirken die gleichen Kräfte wie im Falle I; die Lagerdrücke werden bei derselben Länge $l = 130 \text{ mm}$ der Büchsen wie in Abb. 1285:

bei A in senkrechter Richtung:

$$A_v = \frac{P_s \cdot 71,5}{127} + \frac{G_z \cdot 16}{127} = \frac{10900 \cdot 71,5}{127} + \frac{500 \cdot 16}{127} = 6190 \text{ kg},$$

in wagrechter Richtung:

$$A_h = \frac{P_z \cdot 16}{127} = \frac{4200 \cdot 16}{127} = 530 \text{ kg}, \quad A = 6210 \text{ kg};$$

bei B in senkrechter Richtung:

$$B_v = P_s + G_z - A_v = 10900 + 500 - 6190 = 5210 \text{ kg},$$

in wagrechter Richtung:

$$B_h = P_z - A_h = 4200 - 530 = 3670 \text{ kg}, \quad B = 6370 \text{ kg}.$$

Das größte Moment entsteht auch hier in D , ist aber um 52% größer als bei der Ausführung I.

$$M_{bD} = 6370 \cdot 13 = 82800 \text{ kgcm}.$$

Da zudem die Beanspruchung wegen der wechselnden Wirkung der Kräfte niedriger genommen werden muß, fällt die Achse bedeutend stärker und schwerer und die gesamte Ausführung durch das Hinzukommen der Lager teurer aus. Bei $k_b = 500 \text{ kg/cm}^2$ wird

$$W = \frac{M_{bD}}{k_b} = \frac{82800}{500} = 165,6 \text{ cm}^3, \text{ entsprechend } 119 \text{ mm Durchmesser. Läßt man auch}$$

an den Zapfen die gleiche Beanspruchung zu, so folgt bei der Länge $l = 130 \text{ mm}$ für den Durchmesser d : $W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{B \cdot l}{2 \cdot k_b} = \frac{6370 \cdot 13}{2 \cdot 500} = 82,8 \text{ cm}^3$; $d \approx 95 \text{ mm}$. Der Flächendruck

beträgt am linken Lager:

$$p = \frac{B}{d \cdot l} = \frac{6370}{9,5 \cdot 13} = 51,6 \text{ kg/cm}^2.$$

Ausführung III, Abb. 1287. An Stelle der Achse ist hier eine Welle verwandt, auf der die Trommel und das Zahnrad voneinander getrennt mittels Federn befestigt sind, so daß die Welle das Drehmoment übertragen muß. Dabei ist die Inanspruchnahme in bezug auf Drehung schwello, auf Biegung wechselnd. Die Auflagedrücke in A und B haben dieselben Größen, wie bei Ausführung II; dagegen sind, wie das Schema und die Momentenflächen zeigen, die an der Welle angreifenden Kräfte wesentlich anders verteilt. Das Drehmoment beträgt bei $R = 680 \text{ mm}$ Teilkreisradius des Zahnrades:

$$M_d = P_z \cdot R = 4200 \cdot 68 = 285600 \text{ kgcm}.$$

Nimmt man an, daß es in den Naben verhältnismäßig zu deren Länge und je zur Hälfte bei D und bei C an die Trommel abgegeben wird, so erhält man den durch M_d bezeichneten Linienzug mit der hohen Spitze in der Fuge zwischen der Trommel und dem Zahnrade. Die Momentenflächen, in denen zunächst die wagrechten und senkrechten Biegemomente zu M_b und diese mit den Drehmomenten M_d zu den ideellen Momenten

M_i bei $\alpha_0 = \frac{k_b}{1,3 k_d} = \frac{500}{1,3 \cdot 800} = 0,48$ zusammengesetzt wurden, zeigen die viel ungünstigeren Belastungsverhältnisse. Das größte ideale Moment entsteht im Querschnitt D in der linken Trommelnabe und erreicht 174 400 kgem, so daß bei $k_b = 500 \text{ kg/cm}^2$ Spannung $W = \frac{M_i}{k_b} = \frac{174\,400}{500} = 349 \text{ cm}^3$ und der Wellendurchmesser 153 mm werden muß. (Bei der Gelegenheit sei hervorgehoben, daß sich der größte Wellendurchmesser sogar zu 172 mm ergibt, wenn in der Formel der ideellen Momente, wie vielfach üblich,

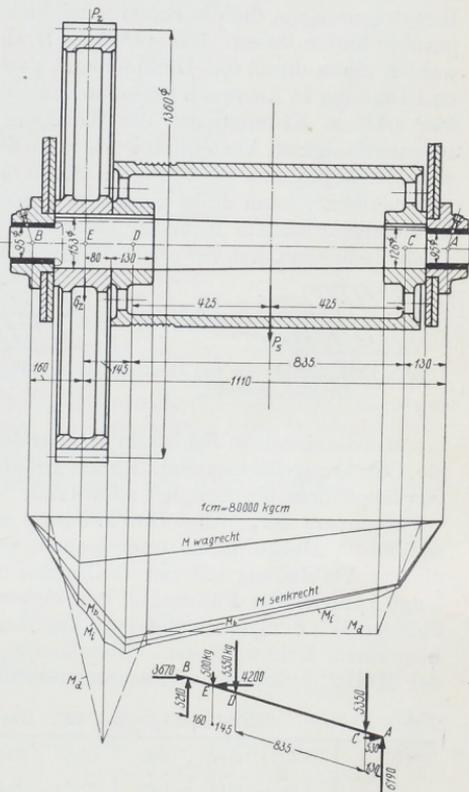
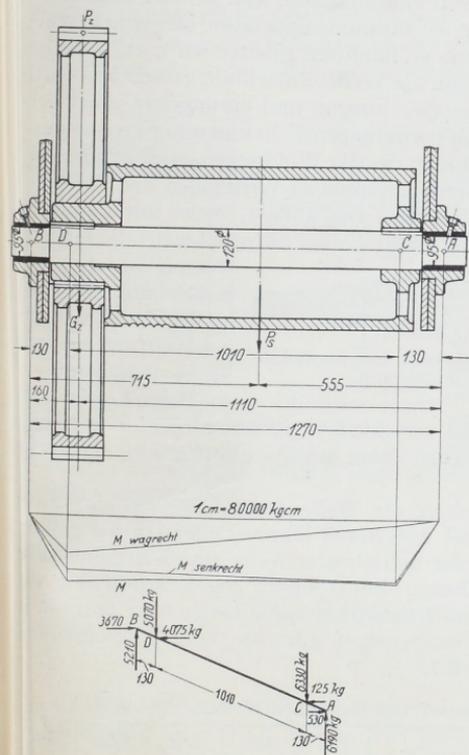


Abb. 1286. Berechnung und Ausbildung der Trommelachse der Laufkatze Abb. 146 bis 148 in Form einer laufenden Achse. M. 1 : 20.

Abb. 1287. Berechnung und Ausbildung einer Welle zur Laufkatze Abb. 146 bis 148. M. 1 : 20.

die Bachsche Berichtigungszahl vernachlässigt, also $\alpha_0 = 1$ gesetzt wird.) Die Welle fällt 2,9 mal schwerer aus als bei Ausführung I und wird durch die besondere Form noch erheblich teurer.

Sehr bedenklich sind die schroffen Übergänge an den Ansatzstellen der Zapfen wegen der beträchtlichen Kerbwirkung. Zu empfehlen wäre, am linken Zapfen entweder einen allmählichen Übergang durch eine Eindrehung nach Abb. 1287 zu schaffen, oder den Zapfen einzuschumpfen, eine Ausführung, welche neuerdings häufig auf die Laufzapfen von Walzen angewendet wird, die oft ähnliche Übergangverhältnisse zeigen. Der Vergleich der Ausführungen I bis III, die die Lösung der gleichen Aufgabe vermittelt einer festen, einer sich drehenden Achse und einer Welle wiedergeben, läßt deutlich erkennen, welche beträchtlichen Vereinfachungen und Ersparnisse durch richtige konstruktive Durchbildung erzielt werden können.

III. Biegsame Wellen.

Biegsame Wellen, die zum Antrieb beweglicher Werkzeuge oder ganzer Arbeits- und Werkzeugmaschinen benutzt werden, kann man in zwei Gruppen, die Draht- und die Gelenk- oder Gliederwellen einteilen. Die ersteren bestehen im einfachsten Falle, etwa zum Antrieb von leichten Apparaten, aus einem biegsamen Draht, zur Übertragung größerer Leistungen aber aus spiralig gewundenen Drähten in einer oder in mehreren übereinander liegenden Schichten. Beim einfachen Draht entstehen neben den Drehbeanspruchungen durch das zu übertragende Drehmoment infolge der Krümmung Biegespannungen, die die Belastungsfähigkeit sehr einschränken, weil sie den Draht bald unruhig laufen lassen. Die spiraligen Drähte einer zusammengesetzten biegsamen Welle werden schon durch das Drehmoment, das durch sie hindurch geleitet wird, auf Biegung und Drehung in Anspruch genommen, selbst wenn die Wellenmittellinie gerade ist. Auch hier erhöhen Krümmungen der Welle die Beanspruchungen und vermindern die Übertragungsfähigkeit. Vorteilhaft ist es, wenn die Drahtwindungen dicht und unter Pressung aneinander liegen; die Belastung im Sinne des Dralls, die die Windungen noch stärker zusammenpreßt, kann dann wesentlich erhöht werden. Ähnliche Wirkungen hat auch das Übereinanderwickeln mehrerer Schichten, Abb. 1288. Die äußere, meist aus dickerem Draht bestehend, hat vor allem die Aufgabe, das Drehmoment aufzunehmen; die inneren



Abb. 1288. Drahtwelle mit rundem Drahtquerschnitt.

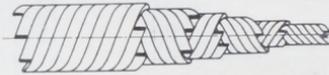


Abb. 1289. Drahtwelle mit länglichem Drahtquerschnitt.

stützen sie bei der Krümmung der Welle, die dadurch ruhiger läuft und weniger leicht ausschlägt.

Beim Laufen reiben sich die einzelnen Schichten aneinander und verschleißern um so stärker, je schmäler die Berührungsflächen sind. Runde Drähte werden daher weniger günstig sein, als solche von länglichem Querschnitt, Abb. 1289.

Besonders sorgfältige Durchbildung erfordern die Wellenenden oder -köpfe. Dort werden die Drähte meist untereinander verlötet und durch Kappen oder Hülsen gefaßt, die zur Verbindung mit der treibenden und der getriebenen Welle durch kegelige oder lange zylindrische Führungen mit Federn dienen. Zum Schutz gegen Abnutzung der äußeren Windungen umgibt man die Wellen mit Schläuchen aus Leder oder läßt sie in biegsamen Rohren laufen. Zweckmäßige Abmessungen gibt die dem „Taschenbuch der Hütte“ entnommene Zusammenstellung 127.

Zusammenstellung 127. Durchmesser von biegsamen Wellen.

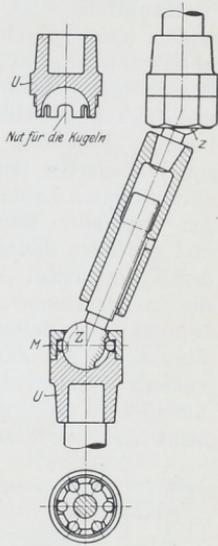
$\frac{N}{n}$	200	400	800	1250	2000	$\frac{n}{N}$	200	400	800	1250	2000
	mm	mm	mm	mm	mm		mm	mm	mm	mm	mm
$\frac{1}{20}$ PS	9	8	6	6	5	1 PS	40 ⁸	35	30	25	15
$\frac{1}{10}$ PS	15	12,5	10	10	8	2 PS	50	45	35	30	20
$\frac{1}{4}$ PS	25	25	15	15	10	3 PS	60	55	45	35	30
$\frac{1}{2}$ PS	30	30	20	20	12,5	4 PS	—	60	45	40	35

Der Vorteil der Drahtwellen ist ihre große Biegsamkeit; als geringstes Maß für den Krümmungshalbmesser wird das sechs- bis siebenfache der Stärke angegeben. Nachteilig ist der hohe Preis und die Empfindlichkeit gegen übermäßige oder stoßweise Belastung.

In Fällen, wo eine sehr weitgehende Biegsamkeit nicht erforderlich ist, bieten Gelenkwellen Ersatz. So genügt für den Antrieb des Schlittens *S*, Abb. 1290, auf dem Tische *T* einer Fräsmaschine eine Gelenkwelle *G*, die sich aus den Kreuzgelenken *K*₁ und *K*₂, der Hülse *H* und der Spindel *P* zusammensetzt. *P* und *H* sind durch Feder und Nut miteinander verbunden, so daß eine ausziehbare Welle entsteht. Der Tisch *T* ist der Höhe und der Seite nach verstellbar; *W* ist die festgelagerte Antriebswelle. Zur Erreichung

eines gleichmäßigen und ruhigen Laufes ist wesentlich, daß die Wellenenden in langen Lagern gut geführt, parallel zueinander liegen, vgl. die Ausführungen über Kreuzgelenkkupplungen. Konstruktiv werden die Gelenke sehr verschiedenartig ausgebildet; eine Ausführung von C. Klingelhöffer, Grevbroich, Abb. 1291, besteht aus zwei Kugelzapfen *Z*, die in Muffen *U* durch Muttern *M* gehalten sind, während die Kraftübertragung durch je 6 kleine Kugeln, die in Nuten von *Z* und *U* liegen, vermittelt wird.

Einen Ersatz für biegsame Wellen größeren Durchmessers bietet das Aneinanderreihen zahlreicher Kreuz- oder Kugelgelenke, Abb. 1292, in den wieder in sehr verschiedenen Formen ausgeführten Gliederwellen. Auch bei ihnen ist zu beachten, daß die gleichförmige Übertragung der Bewegung nur möglich ist, wenn die Wellenenden zueinander parallel laufen und daß die Ungleichmäßigkeit, diesich durch ruckartiges oder zukendes Arbeiten der Werkzeuge geltend macht, zunimmt, je größer die gesamte Ablenkung ist. Besonders schädlich sind scharfe Knicke in der Welle; um sie zu vermeiden, schließt man auch die Gliederwellen in widerstandsfähige Hüllen oder biegsame Rohre ein. Der Verschleiß ist naturgemäß ziemlich groß;



Nut für die Kugeln

Abb. 1291. Gelenkwelle von C. Klingelhöffer, Grevbroich.

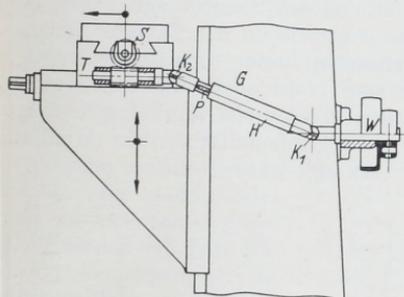


Abb. 1290. Antrieb eines Frässlittens durch eine Gelenkwelle.

derwellen in widerstandsfähige Hüllen oder biegsame Rohre ein. Der Verschleiß ist naturgemäß ziemlich groß;

IV. Kurbeln und Kurbelwellen.

A. Kurbeln.

Kurbeln sind mit Wellen verbundene oder aus einem Stück bestehende Hebel, welche im Kurbelgetriebe dazu dienen, die hin und her gehende Kolbenbewegung der Kraftmaschinen in eine umlaufende, an Arbeits- und Werkzeugmaschinen umgekehrt die umlaufende in eine geradlinige oder schwingende Bewegung zu verwandeln. Man unterscheidet 1. Stirnkurbeln, die am Ende einer Welle sitzen, Abb. 1293, 2. Gegenkurbeln, mit dem Zapfen einer Stirnkurbel verbunden, Abb. 1294 und 3. Wellenkörperungen, mitten in einer Welle angebracht, Abb. 1308. Wird der Kurbelarm im Verhältnis zum Wellendurchmesser sehr klein, so gehen die Kurbeln in Exzenter über.

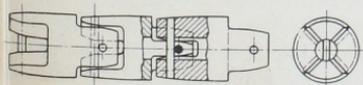


Abb. 1292. Gliederwelle.

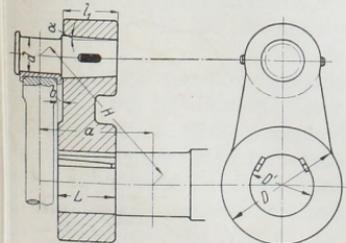


Abb. 1293. Stirnkurbel.

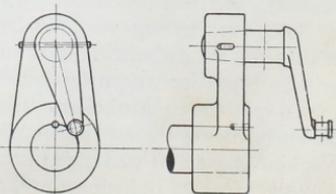


Abb. 1294. Gegenkurbel.

1. Stirnkurbeln.

Hauptteile sind: Der Kurbelzapfen, der Kurbelarm und die Nabe. Am Kurbelzapfen, meist zylindrisch, seltener kugelförmig gestaltet, greift die Schubstange an. Gewöhnlich wird er in Rücksicht auf den Baustoff und die sorgfältigere Bearbeitung durch Härten und Schleifen getrennt hergestellt und nach einer der in Abb. 1140 bis 1144 und 1293 dargestellten und auf Seite 687 näher besprochenen Arten mit dem Arm verbunden. Besondere Sorgfalt ist darauf zu legen, daß die Zapfenachse genau parallel zur Wellenachse läuft; schief sitzende zylindrische Zapfen sind überhaupt nicht zum einwandfreien Laufen zu bringen. Am häufigsten wird das Einpressen oder Einschrumpfen verwandt. Manche Konstrukteure verstärken die Zapfen an der Schrumpfstelle und gewinnen dadurch gute Ausrundungen der Lauffläche, vergleiche die Kurbelzapfen der Krummachse, Abb. 1321. Nur wenn die Ausbildung des Schubstangenkopfes oder die zu erwartende Abnutzung leichtes Lösen oder Auswechseln des Zapfens verlangt, benutzt man Befestigungen durch Keile oder Schrauben unter sorgfältiger kegelförmiger Einpassung des Zapfenendes. Die Ausführungen sind nicht allein wesentlich teurer, sondern bedingen auch größere Baulängen, verlangen also schwerere Kurbelzapfennaben. Auch ist die völlig genaue Einhaltung des Abstandes der Zapfenmitte von der Armfläche nicht leicht. Ob an den Stirnzapfen feste Bunde verwandt werden dürfen, oder ob sie

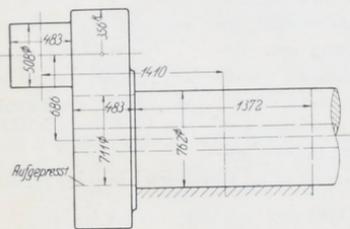


Abb. 1295. Stirnkurbel einer amerikanischen Großgasmaschine. M. 1 : 50.

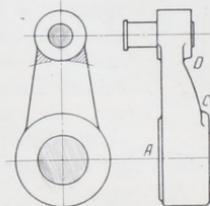


Abb. 1296. Kurbel annähernd gleicher Festigkeit.

abnehmbar zu machen sind, hängt von der Bauart und der lichten Weite der Schubstangenköpfe ab, die gegebenenfalls über die Bunde hinweg aufgebracht werden müssen.

Ist der Kurbelarm im Verhältnis zum Wellendurchmesser sehr klein, so ist man gezwungen, den Zapfen aus einem Stück

mit dem Arm, oder selbst mit der Welle herzustellen, vgl. Abb. 1295, einer amerikanischen Großgasmaschine entnommen. Für die Wahl des Werkstoffes des ganzen Stückes sind dann die Zapfen maßgebend.

Die Berechnung der Zapfenabmessungen ist auf S. 644 u. f. behandelt.

Die Kurbeln werden bei größeren Kräften meist aus Flußstahl geschmiedet. Die einfache Form der Abb. 1298 ist dabei der theoretisch vollkommeneren von annähernd gleicher Festigkeit, Abb. 1296, unbedingt vorzuziehen, nicht allein wegen der leichteren Herstellung durch Schmieden, sondern namentlich auch wegen der einfacheren Bearbeitung. Selbst wenn das Stück *CD* des Kurbelarmes in Abb. 1296 durch Drehen um die Achse *AB* bearbeitet wird, erfordert doch das Abdrehen der Kurbelzapfennabe das Umspannen des Stückes und verlangen die im Seitenriß gestrichelten Zwickel erhebliche Nacharbeit von Hand. Billiger wird die Ausführung der Kurbelarme aus Stahlguß oder bei kleineren Kräften aus Gußeisen, wobei die Bearbeitung oft auf die Nabe und den Kurbelzapfensitz beschränkt wird.

Die Verbindung von Kurbeln mit Wellen geschieht bei größeren Kräften zweckmäßig durch Aufschrumpfen oder Aufpressen, Abb. 1298. Dadurch ist der genau zentrische Sitz, der wegen des guten Laufens des Kurbelzapfens wichtig ist, besser gewährleistet als durch Aufkeilen. Mindestens sollten bei großen und wechselnden Kräften im Kurbelarm zwei Paar Tangentkeile, Abb. 1293, verwandt werden. Alle die genannten Verbindungsarten verlangen kräftige Naben; der Durchmesser *D* werde etwa gleich dem 1,8 bis 2 fachen Bohrungsdurchmesser *D'*, die Länge $L = 0,8 \dots 1 D'$, jedenfalls größer als $0,7 D'$ gewählt. Das Schrumpfmaß kann, wie bei den Stirnzapfen, bei Flußstahl oder

zähem Stahlguß $\frac{5}{1000} D'$, bei Gußeisen $\frac{1,25 D'}{1000}$ betragen. Die Mittel zur Sicherung der richtigen Lage der Arme längs der Welle beim Aufziehen sind die gleichen wie bei den Kurbelzapfen.

Zugunsten geringer Wellenzapfen- und Lagerabmessungen wird man den Abstand a , Abb. 1293, möglichst klein halten; wenn es die Schubstange erlaubt, die in der ungünstigen Lage einzuzeichnen ist, soll deshalb der Vorsprung b an der Nabe vorgesehen werden, an dem der Schaft je nach der Größe der Maschine mit 5 bis 10 mm Spielraum vorbeiläuft. Siehe auch Abb. 1298.

Zum Ausgleich der umlaufenden Massen des Triebwerkes dienen beiraschlaufenden Maschinen Gegengewichte, die mit den Kurbelarmen aus einem Stück hergestellt, Abb. 1324, oder besonders angesetzt werden, Abb. 1323. Bequem lassen sie sich auch an Kurbelscheiben, Abb. 1297, die gleichzeitig den Vorteil leichter und einfacher Bearbeitung bieten, unterbringen und angießen.

Die flußeiserne, ganz bearbeitete Kurbel zur Wasserwerkmaschine, Tafel I, zeigt Abb. 1298. Durch den auf S. 649 berechneten Kurbelzapfen von 140 mm Durchmesser und 180 mm Länge, den Wellenzapfen von 250 mm Durchmesser und 360 mm Länge, den Mittenabstand beider $a = 535$ mm (vgl. S. 652) und den Hub der Maschine von 800 mm sind die Hauptmaße der Kurbel festgelegt. Mit der Bauart des Lagers, Abb. 1583, ist ferner der Ölspritzrand auf der Wellenlagerseite gegeben, wodurch eine Armstärke von 150 mm übrig bleibt, die aber für das Einschrumpfen des Kurbelzapfens ausreicht.

Um auch für das Wellenende eine genügende Schrumpflänge zu gewinnen, tritt die Nabe $b = 25$ mm über die Armfläche vor. In der Seitenansicht ist ein möglichst einfacher Umriß mit rund doppelt so großen Durchmessern, wie sie die Bohrungen haben, gewählt. Mit der Welle ist der Arm verbohrt; die Lage des Kurbelzapfens erscheint schon durch das Einschrumpfen genügend gesichert, da im vorliegenden Falle nur die geringfügigen Drehmomente aufzunehmen sind, welche durch die Reibung in der Treibstangenlagerschale entstehen. Sind größere Drehmomente, die etwa von Gegenkurbeln herrühren, zu übertragen, so wendet man das Verbohren auch an den Kurbelzapfen an oder treibt einen

Stift oder Keil quer durch den Zapfen hindurch, Abb. 1294. Damit der geschlossene Schubstangenkopf, Abb. 1257, seitlich abgezogen werden kann, ist der Kurbelzapfen mit einer abnehmbaren Endscheibe versehen, die auch das Rohr der Fliehkraftschmierung trägt.

Abb. 1299 zeigt eine Handkurbel für einen, Abb. 1300 eine solche für zwei Arbeiter, wie sie an Bauwinden usw. Verwendung finden. In Abb. 1299 ist der Griffdorn an dem Kurbelarm angenietet; in Abb. 1300 das Ganze aus einem Stück Flußstahl gebogen. Zum bequemen Anfassen wird ein Gasrohr oder ein Holzgriff über den Dorn geschoben. Die Kraft eines Arbeiters, der am besten so steht, daß er die Kurbel aus der höchsten Griffstellung von sich fort drückt, kann vorübergehend zu 20 kg, für längere Dauer zu 15 kg, die Umfangsgeschwindigkeit zu 0,8 m/sek angenommen werden. Wichtig ist, die Höhenlage der Welle mit 1 bis 1,1 m über dem Fußboden einzuhalten. Der Kurbelarm nimmt mittels eines Vierkantigen die Welle mit, die 30 bzw. 40 mm stark ausgeführt wird, wenn die Kurbel

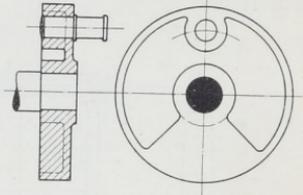
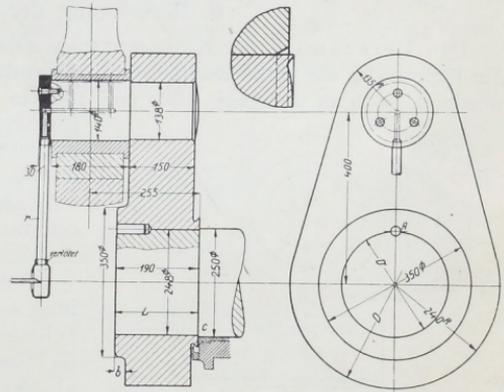


Abb. 1297. Kurbelscheibe.

Abb. 1298. Stirnkurbel zur Wasserwerkmaschine Tafel I.
M. 1 : 15.

unmittelbar neben dem Lager sitzt. Ist diese dagegen zum Wechseln oder Ausschalten eines Vorgeleges verschiebbar und wirken dadurch die Kräfte an einem größeren Hebelarm, so ist sie auf 35 und 45 mm zu verstärken. Abnehmbare Kurbeln paßt man mit Schlichtgleitsitz auf die Vierkante auf. Gegen Verbiegungen durch die Fliehkraft bei großen Umlaufgeschwindigkeiten, die bei unvorsichtigem Senken der Last eintreten können, sind die Kurbelgriffe nicht genügend sicher. Sie gefährden dann leicht die Umgebung. Abhilfe bieten Sicherheitskurbeln mit Klinkwerken, die während des Ablassens still stehen.

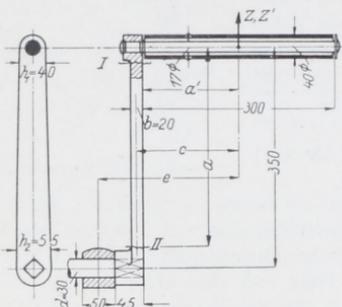


Abb. 1299. Einmann-Handkurbel.
M. 1: 10.

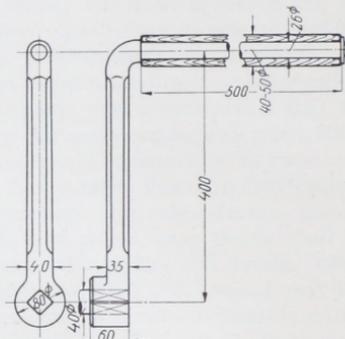


Abb. 1300. Zweimann-Handkurbel.
M. 1: 10.

2. Berechnung der Stirnkurbeln.

Die Berechnung der Kurbelarme auf Festigkeit liefert meist geringe Spannungen. Sie bietet aber ein gutes Beispiel für die Ermittlung zusammengesetzter Festigkeit und werde deshalb an den Abb. 1301 und 1302 in den Querschnitten *I*, *II* und *III* durchgeführt, sowohl in der Totlage wie nach Drehung um 90°, unter Zugrundelegung der in der Maschine, Tafel I, auftretenden Kräfte.

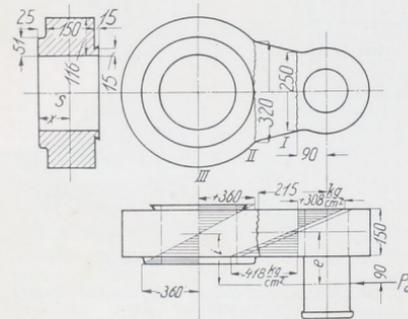


Abb. 1301. Zur Berechnung der Kurbel der Wasserwerkmaschine Tafel I. Totlage. M. 1: 20.

Zahlenbeispiel 5. In der Totlage wirkt die Summe aus dem Dampf- und Pumpendruck, die auf der Hochdruckseite $P_0 = P_a + P_p = 16900 + 3700 = 20600$ kg beträgt; für die zweite Stellung sei der größte Dampfdruck im Niederdruckzylinder $P_a = 17400$ kg angenommen, da man die Maschine so durchbilden wird, daß sie auch als Betriebsmaschine dienen kann. Genauer sind die in den verschiedenen Stellungen am Kurbelzapfen angreifenden Kräfte in Abb. 1112 und 1113 ermittelt.

A. Totlage, Abb. 1301. Querschnitt *I*, durch P_0 auf Druck und am Hebelarm e auf Biegung beansprucht:

$$\sigma_a = \frac{P_0}{F} = \frac{20600}{25 \cdot 15} = 55 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_b = \frac{P_0 \cdot e}{W} = \frac{6 \cdot 20600 \cdot 16,5}{25 \cdot 15^2} = 363 \text{ kg/cm}^2.$$

Die größte Zugspannung an der dem Lager zugekehrten langen Seite wird $\sigma_b - \sigma_a = 308$, die größte Druckspannung auf der Gegenseite $\sigma_a + \sigma_b = 418$ kg/cm².

Die Berechnung des größeren Querschnitts *II* erübrigt sich, da in ihm wegen der genau gleichen Wirkung der Kräfte wie in *I* niedrigere Spannungen entstehen müssen.

Querschnitt *III*. Nimmt man an, daß die Druckkraft unmittelbar an der Nabeninnenfläche auf die Welle übertragen wird, so ist Querschnitt *III* nur noch dem Biegemoment ausgesetzt. Dabei ist allerdings fraglich, ob die Biegespannungen in ihrer vollen Höhe entstehen werden, da die Ausbildung der entsprechenden Formänderungen durch den mehr oder weniger dichten Schluß zwischen Welle und Kurbelnabe beeinträchtigt werden wird.

Schwerpunktabstand:

$$x = \frac{5,1 \cdot 2,5 \cdot 1,25 + 11,6 \cdot 15 \cdot 10 + 1,5 \cdot 1,5 \cdot 18,25}{5,1 \cdot 2,5 + 11,6 \cdot 15 + 1,5 \cdot 1,5} = 9,5 \text{ cm,}$$

Trägheitsmoment:

$$J = 2 \left[\frac{5,1 \cdot 2,5^3}{12} + 5,1 \cdot 2,5 \cdot 8,25^2 + \frac{11,6 \cdot 15^3}{12} + 11,6 \cdot 15 \cdot 0,5^2 + \frac{1,5 \cdot 1,5^3}{12} + 1,5 \cdot 1,5 \cdot 8,75^2 \right] \\ = 8720 \text{ cm}^4.$$

Biegebeanspruchung:

$$\sigma_b = \frac{P_0 \cdot i \cdot x}{J} = \frac{20600 \cdot 16 \cdot 9,5}{8720} = 360 \text{ kg/cm}^2.$$

Sie hat wegen des zufällig gleich großen Schwerpunktabstandes x von den beiden Stirnflächen an der Vorder- und Rückseite denselben Wert.

Dazu tritt noch die Schrumpfungsspannung, die schon bei einem Schrumpfmaß von nur $\frac{1}{1000}$ der Bohrung nahe an der Fließgrenze von weichem Flußstahl liegt.

Bedeutet q den Schrumpfdruck am Sitz des Kurbelarms in kg/cm^2 , α_1 und α_2 die Dehnungszahlen der Werkstoffe der Welle bzw. des Kurbelarms in cm^2/kg , d_i den lichten, d_a den Außendurchmesser der Nabe in cm , $\frac{z}{d_i}$ die Größe des Schrumpfmaßes, so wird:

$$q = \frac{z}{d_i} \cdot \frac{d_a^2 - d_i^2}{0,7 \cdot \alpha_1 (d_a^2 - d_i^2) + \alpha_2 (1,3 d_a^2 + 0,7 d_i^2)}. \quad (417)$$

Der Ausdruck vereinfacht sich für den Fall, daß Werkstoffe gleicher Dehnungszahl für die Welle und den Arm genommen werden, daß also $\alpha_2 = \alpha_1$ ist, zu:

$$q = \frac{z}{d_i} \frac{d_a^2 - d_i^2}{2 \cdot \alpha_1 d_a^2}. \quad (418)$$

In der Innenfläche der Nabenbohrung entsteht die größte tangentiale Anstrengung auf Zug:

$$\sigma_{z \max} = q \frac{1,3 d_a^2 + 0,7 d_i^2}{d_a^2 - d_i^2}, \quad (419)$$

an der Wellenoberfläche eine solche auf Druck von: $\sigma_a = 0,79 \cdot q$. Die Formeln lassen sich unschwer aus denjenigen für die Spannungen in durch Schrumpfringe verstärkten Zylindern (491) bis (493) ableiten.

Auf das vorliegende Beispiel angewendet, wird bei einem Schrumpfmaß $\frac{z}{d_i} = \frac{1}{1000}$

und $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{2100000} \text{ cm}^2/\text{kg}$:

$$q = \frac{z}{d_i} \frac{d_a^2 - d_i^2}{2 \alpha_1 d_a^2} = \frac{1}{1000} \cdot \frac{2100000 (48^2 - 24,8^2)}{2 \cdot 48^2} = 770 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_{z \max} = q \frac{1,3 d_a^2 + 0,7 d_i^2}{d_a^2 - d_i^2} = 770 \frac{1,3 \cdot 48^2 + 0,7 \cdot 24,8^2}{48^2 - 24,8^2} = 1560 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma_a = 0,79 \cdot q = 0,79 \cdot 770 = 609 \text{ kg/cm}^2.$$

Von der Summierung der vorstehend berechneten Schrumpf- und Biegespannungen wurde in Rücksicht auf die oben erwähnte Ungewißheit der Ausbildung der zuletzt genannten Spannungen abgesehen.

B. Mittelstellung, Abb. 1302. Die am Kurbelzapfen angreifende schräge Kraft $\frac{P_d}{\cos \psi}$ zerfällt in die senkrecht zum Kurbelarm stehende Tangentialkraft P_d und die radial nach außen gerichtete $P_d \cdot \operatorname{tg} \psi \approx P_d \cdot \frac{R}{L} = \frac{P_d}{5}$, wenn R der Kurbelhalbmesser und L die Schubstangenlänge ist. Sie rufen die folgenden Einzelspannungen hervor:

	Im Querschnitt I kg/cm ²	Im Querschnitt II kg/cm ²
a) Die Tangentialkraft $P_d = 17400$ kg:		
längs der Schmalseiten eine Biegespannung	$\sigma'_b = \frac{6 \cdot P_d \cdot g}{b \cdot h_1^2} = \frac{6 \cdot 17400 \cdot 9}{15 \cdot 25^2} = 100$	146
in der Mitte der langen Seiten eine Drehspannung	$\tau_d = \frac{9}{2} \cdot \frac{P_d \cdot e}{b^2 \cdot h_1} = \frac{9 \cdot 17400 \cdot 16,5}{2 \cdot 15^2 \cdot 25} = 230$	179
in der Mitte der langen Seiten eine Schubspannung	$\tau_s = \frac{3}{2} \cdot \frac{P_d}{b \cdot h_1} = \frac{3 \cdot 17400}{2 \cdot 15 \cdot 25} = 70$	55
b) Die Radialkraft $\frac{P_d}{5} = 3480$ kg:		
längs der langen Seiten die Biegespannung	$\sigma''_b = \frac{6 \cdot P_d \cdot e}{5 \cdot h_1 \cdot b^2} = \frac{6 \cdot 3480 \cdot 16,5}{25 \cdot 15^2} = 61$	48
gleichmäßig über den Querschnitt verteilt, die Zugspannung	$\sigma_z = \frac{P_d}{5 \cdot b \cdot h_1} = \frac{3480}{15 \cdot 25} = 9,3$	7,2

Die Einzelwerte sind durchweg sehr niedrig und ohne weiteres zulässig. Um eine Anschauung über die auftretenden größten Spannungen zu geben, wurden in Abb. 1303

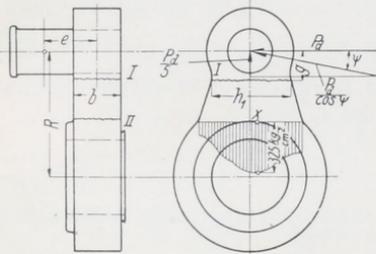


Abb. 1302. Zur Berechnung der Kurbel der Wasserwerkmaschine Tafel I. Mittellage.

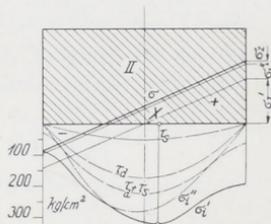


Abb. 1303. Spannungsverteilung im Querschnitt II, Abb. 1302.

für den Querschnitt II die Anstrengungen an der langen, nach dem Kurbelzapfen zu gelegenen Seite ermittelt. Von den Einzelwerten gibt σ'_b ein überschlagenes Dreieck, dagegen sind σ''_b und σ_z für alle Fasern gleich groß. τ_d und τ_s verlaufen nach Parabeln mit den größten Werten in der

Mitte der Seite. Addiert man in den einzelnen Umfangspunkten die Längsspannungen zu σ und die Schubspannungen zu τ und setzt diese nach der Formel (41):

$$\sigma_i = \frac{1}{3} \sigma \pm \frac{2}{3} \sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha_0 \tau)^2}$$

zusammen, so erhält man die zwei sich überschneidenden Linienzüge der Anstrengungen σ'_i und σ''_i und in deren Scheitel die größte Inanspruchnahme mit 342 kg/cm^2 im Punkte X. α_0 darf, da sowohl die Längs- wie die Schubspannungen schwelend sind, rund gleich 1 gesetzt werden.

Zahlenbeispiel 6. Beanspruchungen der Einmann-Handkurbel, Abb. 1299, bei $P = 20$ kg Druck am Griff. Es werde lediglich der für den Antrieb der Welle wichtige Fall, daß P senkrecht zum Kurbelarm und zwar in der Mitte des 300 mm langen Griffes wirkt, untersucht und dabei der Einfluß der Querkräfte vernachlässigt.

Beanspruchung des Griffes an der Einspannstelle:

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{32 P \cdot a'}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot 20 \cdot 15}{\pi \cdot 1,7^3} = 623 \text{ kg/cm}^2.$$

Spannungen im Armquerschnitt II:

$$\text{auf Biegung } \sigma_b = \frac{6 \cdot P \cdot a}{b h_2^2} = \frac{6 \cdot 20 \cdot 32}{2 \cdot 5,5^2} = 63,5 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{auf Drehung } \tau_d = \frac{9}{2} \cdot \frac{P \cdot c}{b^2 \cdot h_2} = \frac{9}{2} \cdot \frac{20 \cdot 16}{2^2 \cdot 5,5} = 65,5 \text{ kg/cm}^2.$$

Beanspruchung einer Welle von 30 mm Durchmesser in der Mitte eines 50 mm breiten Lagers:

$$\text{auf Biegung } \sigma_b = \frac{32 \cdot P \cdot e}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot 20 \cdot 22}{\pi \cdot 3^3} = 166 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{auf Drehung } \tau_d = \frac{16 P \cdot R}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 20 \cdot 35}{\pi \cdot 3^3} = 132 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{ideelle Spannung } \sigma_i = \frac{1}{3} \sigma + \frac{2}{3} \sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha_0 \tau)^2} = \frac{1}{3} \cdot 166 + \frac{2}{3} \sqrt{166^2 + 4(1,15 \cdot 132)^2} \\ = 286 \text{ kg/cm}^2,$$

wobei $\alpha_0 = \frac{k_b}{1,3 k_d}$ bei schwelender Beanspruchung mit $\frac{600}{1,3 \cdot 400} = 1,15$ eingesetzt wurde.

Wann verbiegt die Fliehkraft Z des Griffes den Arm? Die durch Z hervorgerufenen Spannungen dürfen die Fließgrenze, die bei $k_{fl} = 1600 \text{ kg/cm}^2$ angenommen sei, nicht erreichen. Als gefährliche Querschnitte kommen die Einspannstelle des Griffes und der Querschnitt I des Armes in Frage. Um im ersten 1600 kg/cm^2 Biegespannung zu erzeugen, müßte:

$$\frac{Z \cdot a'}{W} = 1600 \quad \text{oder} \quad Z = \frac{\pi \cdot 1,7^3 \cdot 1600}{32 \cdot 15} = 51,5 \text{ kg},$$

dagegen für den Querschnitt I:

$$Z' = \frac{k_{fl} \cdot W_I}{c} = \frac{4 \cdot 2^2 \cdot 1600}{6 \cdot 16} = 267 \text{ kg}$$

betragen. Maßgebend ist also die Festigkeit des Griffes, der sich früher als der Arm verbiegen wird. Ermittelt man nun Z aus den Gewichten des Griffdornes G_1 und des Rohres G_2 , so ergibt sich das Maß für die Winkelgeschwindigkeit ω .

$$G_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 1,7^2 \cdot 32 \cdot \frac{7,8}{1000} = 0,57 \text{ kg},$$

$$G_2 = \frac{\pi}{4} (4^2 - 3^2) \cdot 30 \cdot \frac{7,8}{1000} = 1,3 \text{ kg},$$

$$Z = \frac{G_1 + G_2}{g} \omega^2 R \leq 51,5; \quad \omega^2 = \frac{51,5 \cdot 9,81}{1,87 \cdot 0,35} = 773; \quad \omega = 27,8.$$

Umdrehzahl, bei der sich der Griff verbiegt:

$$n = \frac{\omega \cdot 30}{\pi} = \frac{27,8 \cdot 30}{\pi} = 265$$

in der Minute.

3. Schmierung der Kurbelzapfen.

Die Schmierung der Kurbelzapfen geschieht entweder bei mäßigen Geschwindigkeiten vom Schubstangenkopf aus durch Abstreichöler, besondere Schmiergefäße oder Büchsen oder bei höheren nach Abb. 1298 durch einen Arm, der bis zur Kurbelmitte

reicht. Das von einem feststehenden Schmiergefäß dorthin geleitete Öl wird durch die Fliehkraft dem Rohre r und dem Zapfen zugeführt. Leichte Bedienung während des Ganges der Maschine und Überwachung von außen sind die großen Vorteile dieser Ausführung. Wichtig für die sofortige Schmierung des Zapfens beim Ingangsetzen der Maschine ist, daß nirgends Ölsäcke wie in Abb. 1304 bei a vorhanden sind oder sich wie in Abb. 1305 bilden, wenn die Bohrung im Zapfen nicht radial nach außen, sondern

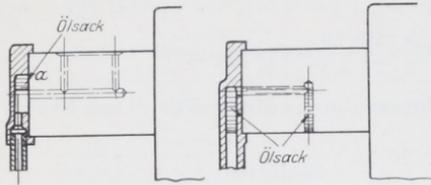


Abb. 1304 und 1305. Bildung von schädlichen Ölsäcken an Kurbelzapfen.

nach der Welle zu angeordnet ist. Denn die Ölsäcke müssen erst gefüllt werden, ehe die Zapfenschmierung einsetzen kann.

Durch den Luftzug, den die dicht am Wellenlager laufende Kurbelnabe erzeugt, kommt es vor, daß Öl aus dem Wellenlager herausgesaugt und durch den Kurbelarm weggeschleudert wird. Deshalb ist die Anordnung eines Spritzringes mit einem Ölfänger zu empfehlen, wie er schon bei der konstruktiven Durchbildung der Kurbel, Abb. 1298, erwähnt wurde. Er muß angebracht werden, wenn es wie bei Ringschmierlagern notwendig ist, das Öl in den Ölraum zurückzuführen, weil dessen Menge wegen der Gefahr des Aussetzens der Schmierung nicht vermindert werden darf.

4. Gegenkurbeln.

Gegenkurbeln, Abb. 1294, häufig zum Antriebe von Steuerungen verwandt, bieten den Stirnkurbeln gegenüber keine grundsätzliche Verschiedenheit. Wenn sie aus einem Stück mit der Hauptkurbel bestehen, bedingen sie offene Schubstangenköpfe. Sind sie abnehmbar, um den Schubstangenkopf seitlich abziehen zu können, so ist auf ihre sichere Verbindung mit dem Kurbelzapfen gegenüber den an ihnen auftretenden Biege- und Drehmomenten Bedacht zu nehmen.

B. Kurbelwellen mit Stirnkurbeln.

Kurbelwellen entstehen durch die Verbindung einer Welle mit einer oder zwei Kurbeln. Neben die Wirkung der auf den Wellen sitzenden Riemen- oder Seilscheiben, Schwungräder oder Anker von Dynamomaschinen, die entsprechend den Ausführungen und Beispielen auf Seite 750 zu ermitteln ist, tritt die Wirkung der Schubstangenkräfte.

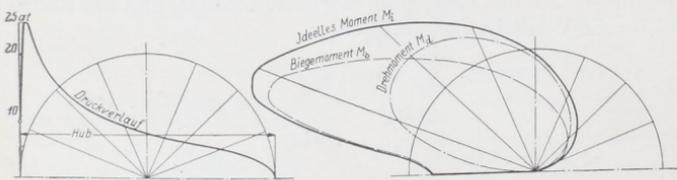


Abb. 1306. Druckverlauf, Biege-, Dreh- und ideale Momente während des Arbeitshubes einer Viertaktverbrennungsmaschine.

Das Eigengewicht der Welle hat meist nur geringen Einfluß und kann gewöhnlich unberücksichtigt bleiben.

Über die Schubstangenkräfte ist das Folgende zu bemerken. In den Totlagen

beanspruchen sie die Welle auf Biegung und Schub, in allen übrigen Stellungen auf Biegung, Drehung und Schub; doch können die durch die Schubkräfte bedingten Spannungen meist vernachlässigt werden. In welcher Lage die größten Beanspruchungen entstehen, läßt sich nicht allgemein sagen. Abb. 1306 zeigt die aus den Biege- und Drehmomenten zusammengesetzten ideellen Momente an der Kurbel einer Gasmaschine polar zu den einzelnen Kurbelstellungen aufgetragen. Der Höchstwert tritt bei einer Kurbelstellung unter etwa 20° ein. Kann die Füllung 50% und mehr betragen, wie es für viele Dampfmaschinen, namentlich in den Niederdruckzylindern zutrifft, so wird man sich auf die Untersuchung der Welle in der Mittelstellung der Kurbel beschränken, dabei aber die

volle Kolbenkraft zugrunde legen. Wenn Arbeitsmaschinen mit den sie antreibenden Kraftmaschinen durch die Kolbenstangen unmittelbar gekuppelt sind, treten die größten Biegemomente in den Totlagen infolge Summierung der Kolbenkräfte auf.

Zur vorläufigen Bestimmung der Maße des Kurbelwellenlagers ist es vielfach üblich, die Kolbenkraft am Hebelarm H , Abb. 1293, auf Biegung wirkend anzunehmen. Dadurch soll das gleichzeitige Auftreten von Biege- und Drehmomenten in der Mittelstellung annähernd berücksichtigt werden. H reicht von der Mitte des Kurbelzapfens bis zur Mitte des Wellenlagers und kann unter normalen Verhältnissen auf das 1,3 bis 1,4 fache des Kurbelhalbmessers R geschätzt werden, wenn der Kurbelarm unmittelbar am Lager anliegt. Daneben ist der Flächendruck im Lager für die Zapfenabmessungen maßgebend, bei dessen Ermittlung außer den Schubstangenkräften noch das Gewicht der Welle selbst, sowie dasjenige der auf ihr sitzenden Teile, insbesondere des Schwungrades und etwaige Riemen- und Seilzüge in Rechnung zu stellen sind.

C. Gekröpfte Wellen oder Krummachsen.

Kröpfungen verwendet man an drei- und mehrachsigen Maschinen, an zweiachsigen auch dann, wenn Stirnkurbeln zu große Lagermaße ergeben oder zu hohe Beanspruchungen erfahren. Eine Kröpfung besteht aus dem Kurbelzapfen und den anschließenden Kurbelschenkeln. Den Vergleich zwischen einer Stirnkurbel und einer Kröpfung für die

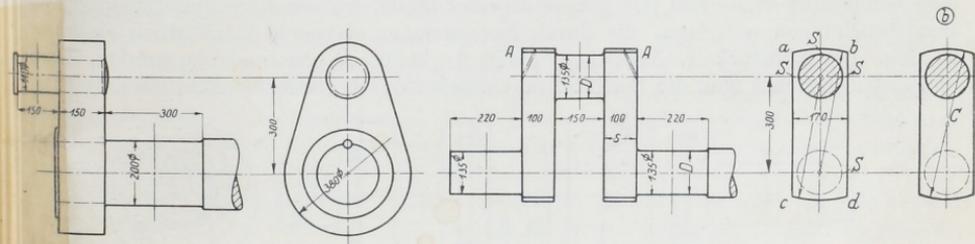


Abb. 1307 und 1308. Vergleich zwischen einer Stirnkurbel und einer Kröpfung für 10000 kg Belastung. M. 1 : 20.

gleiche Kraft von 10000 kg bei ungefähr denselben Beanspruchungen bieten die Abb. 1307 und 1308. Während die Kröpfung zwei Lager von nur 135 mm Durchmesser verlangt, kommt man bei der Stirnkurbel mit einem aus, muß ihm aber 200 mm Durchmesser geben.

Zu beachten ist, daß mehrfach gelagerte, gekröpfte Wellen statisch unbestimmt und gegen Änderungen der Stützung sehr empfindlich sind. Senkt sich beispielweise an einer zweiachsigen Maschine mit Stirnkurbeln eine Maschinenhälfte und das zugehörige Lager, wie es in Bergbaugebieten nicht selten vorkommt, so läßt sich die schiefe Lage der Welle durch selbsteinstellbare Lager oder durch Nacharbeiten der Schalen leicht ausgleichen. Eine gekröpfte Welle aber wird in den vier Lagern stark verspannt. Mehrfach sind infolge solcher Senkungen Kurbelbrüche aufgetreten. Abhilfe ist viel schwieriger. In Amerika benutzt man aus diesem Grunde an zweiachsigen Gasmaschinen selbst größter Abmessungen Stirnkurbeln, vgl. Abb. 1295, trotz der viel bedeutenderen Wellengewichte und der notwendigerweise viel schwereren Rahmen. Allerdings wiegt bei den dortigen hohen Löhnen die einfachere Herstellung der Stirnkurbeln und der Wegfall zweier Lager die Mehrkosten des Werkstoffs für den Rahmen und die Welle mindestens teilweise auf.

1. Konstruktive Durchbildung gekröpfter Wellen.

Leichte gekröpfte Wellen werden aus Rundstahl gebogen, Abb. 1309 und nur an den Laufstellen bearbeitet. Die Ausführung ist billig und bis zu etwa 100 mm Durchmesser anwendbar. Bei größeren Abmessungen pfllegt man den Kurbelarmen nach Abb. 1308

rechteckigen Querschnitt zu geben, sie rechtwinklig zur Wellenachse zu stellen und die Lager dicht an die Kröpfung heranzusetzen, um kleinste Lagerentfernungen und geringste Kurbelzapfendurchmesser zu bekommen. Dann muß aber die Welle vollständig bearbeitet werden. Den Wellenzapfen, meist auch den Kurbelzapfen, gibt man die gleiche Stärke D wegen der einfacheren Herstellung sowohl der Welle wie der Lager, wobei naturgemäß der am höchsten beanspruchte Teil für die Wahl des Durchmessers entscheidend ist. Verschiedene Belastungen, die auf die einzelnen Zapfen kommen, kann man durch die Schalenlängen berücksichtigen. Richtige Verteilung der Lager, Wahl der Schenkellängen usw. läßt dabei eine gleichmäßig gute Ausnutzung des Baustoffes erreichen.



Abb. 1309. Gebogene Welle. M. 1 : 10.

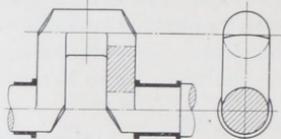


Abb. 1310. Fehlerhafte Kröpfung.

Wichtig ist, die Kurbelschenkel breiter als die Zapfendurchmesser zu halten, die Zapfen also mit Schultern S , Abb. 1308, zu versehen. Demgegenüber ist die Ausführung 1310 fehlerhaft, weil die Überleitung der Kräfte und Spannungen auf den halben Zapfenumfang beschränkt ist, — und das gerade an einer Stelle, wo schon rechnermäßig hohe Beanspruchungen auftreten, die durch Kerbwirkung oft noch beträchtlich gesteigert werden. Als Armstärke s , Abb. 1308, pflegt 0,6 bis 0,7 D genommen zu werden. Oben und unten begrenzt man die Kurbelarme entweder durch ebene Flächen, die durch Ho-

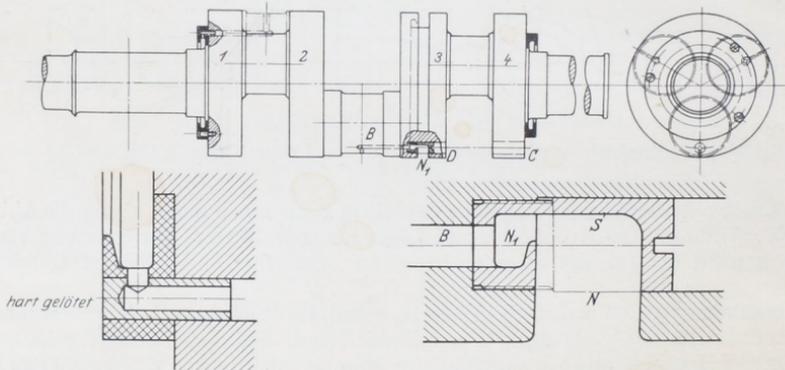


Abb. 1311. Gekröpfte Welle einer kurzhubigen Pumpe (Riedler-Stumpf).

beln, Stoßen oder Fräsen bearbeitet werden oder man rundet sie nach Kreisbogen ab und cd um die Zapfenmitten ab und bearbeitet sie durch Drehen gleichzeitig mit den Zapfen. Eine Rundung nach Abb. 1308b erfordert ein weiteres Umspannen der Welle nach der Achse C . Abschrägungen bei A , die die Verringerung des Gewichtes der Welle bezwecken oder wegen der Form des Lagerkörpers oder Rahmens erwünscht sein können, dürfen nicht so weit getrieben werden, daß eine Schwächung der Verbindung zwischen Zapfen und Kurbelarm eintritt.

Anlaufbunde, Abb. 1311, ergeben bessere Übergänge von den Zapfen und Wellenschenkeln zu den Armen und vermindern das Absaugen und Umherspritzen des Öls aus den Lagern, das leicht in störender Weise auftritt, wenn die Kurbelarme dicht an den Lagern laufen. Sie erleichtern, selbst wenn sie nur niedrig sind, die Bearbeitung der Anlaufflächen, die sorgfältiger, z. B. durch Schleifen oder Polieren erfolgen muß, als diejenige der Kurbelarme.

Kleine Kurbelhalbmesser und große Zapfendurchmesser können die Verwendung von Kurbelscheiben, Abb. 1311, vorteilhaft machen. Reicht der Raum zwischen zwei benachbarten Kröpfungen für ein Lager nicht aus, wie an der Welle der Vierzylinderlokomotive, Abb. 1320 und 1321, so werden die beiden Zapfen unmittelbar durch ein schräges Wellenstück verbunden, das allerdings umständlich zu bearbeiten ist.

Bei sehr schweren Wellen führt die verwickelte und teure Bearbeitung und die Schwierigkeit, alle Teile genügend durchgeschmiedet zu können, dazu, die Wellen aus einzelnen Teilen zusammensetzen, indem die Wellenschenkel, Zapfen und Kurbelarme getrennt hergestellt, bearbeitet und durch Aufschrupfen zur fertigen Welle verbunden werden, Abb. 1312 und 1324 (zusammengebaute Wellen). Gleichzeitig hat man dabei Gelegenheit, die Stücke aus verschiedenen Baustoffen, die Zapfen und Wellen z. B. aus durchgeschmie-

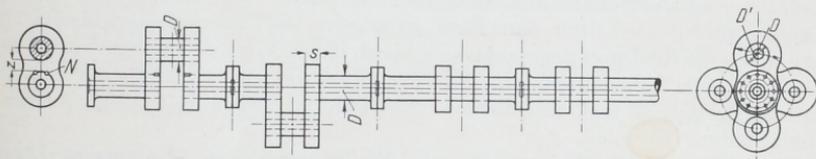


Abb. 1312. Zusammengebaute Schiffsmaschinenkurbelwelle.

detem Stahl, die Kurbelarme dagegen aus billigerem Stahlguß anzufertigen. An den Schrumpfstellen geht man von dem gleichen Durchmesser aus, wie ihn die Zapfen haben, doch finden sich auch Verstärkungen, Abb. 1321, um die Ausrundung der Zapfenlauf- fläche zu ermöglichen. Als Kurbelarmstärke s , gleichzeitig Einsatzlänge der Zapfen, Abb. 1312, wird meist $0,6-0,7 D$, als Durchmesser der Begrenzungslinie des Armes im Seitenriß $D' = 1,8 \dots 2 D$ genommen. Rücken die beiden Bohrungen, wie in Abb. 1313 auf $z \leq 0,45$ bis $0,50 D$ aneinander, so entstehen im Steg durch die Summierung der Schrumpfspannungen unzulässige Beanspruchungen, die zum Losewerden der Arme führen, aber sich dadurch vermeiden lassen, daß man den Kurbelzapfen mit den beiden Armen aus einem Stück herstellt, in das die Wellenschenkel eingeschrupft werden. Stifte zur Sicherung der Lage der Kurbelarme auf der Welle gegenüber den zu übertragenden Drehmomenten ordnet man selbst in dem Falle, daß z über dem oben angegebenen Grenzwert bleibt, besser seitlich der Mitte an, um die Erhöhung der Spannungen durch Kerbwirkung zu beschränken.

Schwere Wellen werden zwecks Gewichtersparnis und zur Untersuchung des Innern auf etwa $0,4 D$ aus-gebohrt. Der Bohrkern oder ein in die Bohrung eingeführter Spiegel gestatten, Hohlräume oder Fehler in der Welle festzustellen; am Kern können Werkstoffprüfungen vorgenommen werden.

Die Kurbelarme pflegen bei zweiachsigen, doppelwirkenden Dampf- und Arbeitsmaschinen wegen des Anlaufens und wegen der gleichmäßigeren Verteilung der Drehkräfte unter 90° , bei dreiachsigen unter 120° versetzt zu werden. Viertaktgasmaschinenwellen erhalten Versetzungen um 0 oder 180° . An Maschinen mit Massenausgleich nach dem Schlickschen Verfahren sind die Kurbelwinkel von der Größe und Verteilung der Massen abhängig.

Zur Schmierung der Kurbelzapfen benutzt man auch an gekröpfen Wellen häufig die Fliehkraft, indem man das Öl in Rinnen, die in die Kurbelarme oder Scheiben eingedreht werden oder in besonders angeschraubte Schleuderringe, wie sie in Abb. 1311 für die äußeren Kurbelzapfen an den Scheiben 1 und 4 vorgesehen sind, tropfen läßt. Zur Schmierung des mittleren Zapfens dient dort die in der dritten Kurbelscheibe eingedrehte Nut N und die Bohrung B . Damit letztere am Umfang der eigentlichen Ölrinne N_1 anschließt, wird zunächst von der Scheibe 4 aus ein weites Loch CD gebohrt und auf dessen Grund die Bohrung B angebracht. Dann schraubt man einen Stopfen S

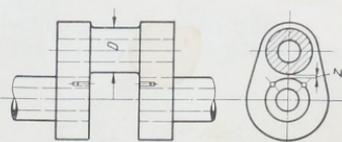


Abb. 1313. Zusammengebaute Welle mit einteiliger Kröpfung.

fest und dicht ein und dreht schließlich in der Kurbelscheibe 3 die Nut N sowie die Ölrinne N_1 aus, wobei ein Teil des Stopfens S weggeschnitten wird.

2. Baustoffe gekröpfter Wellen.

Bei der Wahl der Baustoffe für Kurbeln und gekröpft Wellen ist namentlich auf große Gleichmäßigkeit und Zähigkeit, weniger auf sehr hohe Festigkeit Wert zu legen, weil mit der letzteren die Sprödigkeit und Empfindlichkeit gegen Stöße, die sich im Betriebe nicht immer vermeiden lassen, steigt. Beispielweise verlangt der Germanische Lloyd [VI, 5] für Schiffskurbel-, Druck-, Zwischen- und Schraubenwellen Festigkeiten von 4000 bis 4700 kg/cm² bei mindestens 20% Dehnung, an 200 mm langen Meßstrecken ermittelt. Bei der Härtingsbiegeprobe muß ein Stück von 30 mm Durchmesser oder Seitenlänge bei quadratischem Querschnitt und einem Biegungshalbmesser von 1,5 facher Probendicke eine Biegung um 90° aushalten, ohne Risse zu zeigen. Die Festigkeit darf bis 5000 kg/cm² betragen, wenn die Härtingsbiegeprobe sich bis zu einem Winkel von 180° ausführen läßt.

Für Wellen von Schnell dampfern, Panzerschiffen usw. wird Nickelstahl von 5500 bis 6500 kg/cm² Festigkeit und mindestens 20% Dehnung verwandt. Vgl. hierzu auch Zusammenstellung 26, S. 86.

In Rücksicht auf die Folgen, die ein Wellenbruch hat, — zumeist Zerstörung weiterer Teile und schwieriger, oft lange Zeit verlangender Ersatz der Welle oder des Wellenstücks, — werden bei der Berechnung trotz guten Werkstoffs mäßige Spannungen eingesetzt, die in der Nähe der unteren Werte der Zusammenstellung 2, Seite 12 liegen. Sorgfältig ist festzustellen, ob wechselnde oder schwellende Beanspruchungen in Betracht kommen. Die Wellen doppeltwirkender Pumpen sind beispielweise wechselnd beansprucht und dazu durch die plötzlichen Druckwechsel und Stöße in den Totpunkten noch in besonders ungünstiger Weise. Dagegen ist die Belastung an doppeltwirkenden Kraftmaschinen mit kleinen Füllungen eine vorwiegend schwellende, weil die Kräfte in den beiden Totlagen zwar entgegengesetzt gerichtet sind, die Welle sich aber um 180° gedreht hat, so daß die Zug- bzw. Druckspannungen wieder in den gleichen Fasern auftreten.

3. Berechnung gekröpfter Wellen.

Bei der Berechnung einfach gekröpfter Wellen in zwei Lagern pflegt man die Formeln des geraden Balkens auf zwei Stützen zugrunde zu legen, die Kröpfung also zu vernachlässigen, ein weiterer

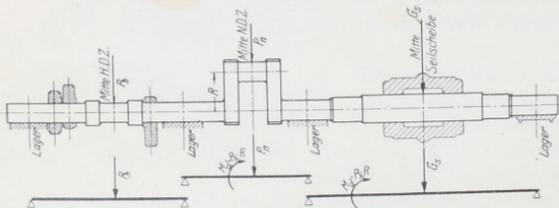


Abb. 1314. Zur näherungsweise Berechnung mehrfach gelagerter Kurbelwellen.

Grund für das erwähnte Einsetzen mäßiger Beanspruchungen. Die nähere Untersuchung einer solchen Welle bringt das Berechnungsbeispiel 8. Beim Entwurf mehrfach gelagerter, gekröpfter Wellen ist man zunächst auf die Schätzung des Durchmessers oder auf rohe Näherungsrechnungen angewiesen. Man denkt sich die Welle

nach Abb. 1314 in einzelne statisch bestimmte Stücke zwischen je zwei Lagern zerlegt, greift das dem Augenschein nach am ungünstigsten beanspruchte Stück heraus und berechnet es auf Biegung durch die äußeren Kräfte und auf das gleichzeitig hindurchzuleitende, von den übrigen Kurbeln stammende Drehmoment. Manchmal kann die Berechnung auf die höchste zu übertragende Leistung N in Pferdestärken bei mäßigen Drehspannungen, etwa nach der Formel (409) $d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$, die $k_d = 200$ kg/cm² voraussetzt, einen Anhalt für die Zapfendurchmesser geben. An Kurbelwellen für Postdampfer läßt man $k_d = 250$ bis 280, an solchen für Frachtdampfer 260 bis 320 kg/cm² zu. Die genauere.

statisch unbestimmte Nachrechnung erfolgt dann an einer auf Grund der Schätzung oder der vorläufigen Berechnung angefertigten maßstäblichen Skizze.

Der Germanische Lloyd (XVIII, 12) schreibt für die Kurbelwellen von Verbunddampfmaschinen mit nicht überhängender Kurbel Wellendurchmesser:

$$d = \sqrt[3]{\frac{p \cdot R \cdot n_1 D_1^2}{C_1}} \quad \text{oder} \quad \sqrt[3]{\frac{p \cdot R \cdot n \cdot D^2}{C}} \quad (420)$$

vor, wobei der größere der beiden Werte maßgebend ist und bedeutet:

p den absoluten Kesseldruck in kg/cm^2 , R den Kurbelhalbmesser in cm ,

D_1 den Durchmesser des Hochdruckzylinders, D denjenigen des Niederdruckzylinders in cm ,

n_1 bzw. n die Anzahl der Hochdruck- bzw. Niederdruckzylinder,

C_1 und C Festwerte von folgender Größe:

an Verbundmaschinen mit 2 Zyl. und 2 Kurbeln unter 90° :

$$C_1 = 115, \text{ wenn } \frac{D^2}{D_1^2} < 3,478 \quad C = 400, \text{ wenn } \frac{D^2}{D_1^2} > 3,478, \quad (421 a)$$

an Verbundmaschinen mit 3 Zyl. und 3 Kurbeln unter 120° :

$$C_1 = 105, \text{ wenn } \frac{2 D^2}{D_1^2} < 4,285 \quad C = 450, \text{ wenn } \frac{2 D^2}{D_1^2} > 4,285, \quad (421 b)$$

an Dreifachverbundmaschinen mit 3 verschiedenen Zyl. und 3 Kurbeln unter 120° :

$$C_1 = 96, \text{ wenn } \frac{D^2}{D_1^2} < 6,604 \quad C = 634, \text{ wenn } \frac{D^2}{D_1^2} > 6,604, \quad (422 a)$$

an Vierfachverbundmaschinen mit 4 verschiedenen Zyl. und 4 Kurbeln unter 90° :

$$C_1 = 82, \text{ wenn } \frac{D^2}{D_1^2} < 9,171 \quad C = 752, \text{ wenn } \frac{D^2}{D_1^2} > 9,171. \quad (422 b)$$

Bei besonders gut ausgewuchteten Maschinen können nach Vereinbarung mit dem Vorstände des Germ. Lloyds die nach den vorstehenden Formeln ermittelten Durchmesser um höchstens 4% verringert werden.

Die so berechneten Wellen können auf $0,4 d$ ausgebohrt werden; weitere Bohrungen müssen der durch sie erzeugten Schwächung entsprechend durch größere Außendurchmesser ausgeglichen werden.

Die Grundlager der Kurbelwellen sind möglichst nahe an die Kurbelwangen heranzurücken.

Kurbelwellen von Gleichdruckverbrennungsmaschinen sind nach

$$d = \sqrt[3]{D^2 \cdot A} \quad (423)$$

zu bemessen, wobei:

D den Zylinderdurchmesser in cm ,

A einen Festwert bedeutet, der für einfachwirkende Zweitaktmaschinen in Abhängigkeit von der Zylinderzahl, dem Hub H in cm und der Entfernung L von Mitte zu Mitte Lager in cm nach folgender Zahlenreihe zu wählen ist. Dabei braucht die größte Grundlagerlänge nur zu $1,2 d$ angenommen zu werden.

Zylinderzahl	1,2 und 3	4	5 und 6	8
A	$0,09 H + 0,035 L$	$0,10 H + 0,035 L$	$0,11 H + 0,035 L$	$0,13 H + 0,035 L$

An Viertaktmaschinen ist bei der Bestimmung von A nur die halbe Zylinderzahl zu berücksichtigen, an doppeltwirkenden Maschinen die Zylinderzahl zu verdoppeln.

An Maschinen mit gegenläufigem Kolben (Junkersmotoren) ist der Beiwert von H zu verdoppeln; bei Reihenanordnung der Zylinder zählt jeder Zylinder für sich. Als Lagerentfernung L gilt dabei die Entfernung der äußeren Kurbeln einer Kurbelgruppe, von Mitte zu Mitte Lager gemessen.

Über die Bemessung von Lauf- und Schraubenwellen vgl. (XVIII, 12).

4. Herstellung und Bearbeitung gekröpfter Wellen.

Bei der Herstellung gebogener Wellen nach Abb. 1309, die durch Schmieden oder unter der Presse, — bei Anfertigung zahlreicher Stücke gleicher Art unter Benutzung von Gesenken, — erfolgt, ist zu beachten, daß sich die Querschnitte an den Biegestellen stark verändern. Will man an den fertigen Wellen durchweg kreisrunde Querschnitte haben, so muß das vorgeschmiedete, noch gerade Stück an den Krümmungsstellen Verdickungen, Abb. 1315, erhalten, die beim Biegen ausgleichend wirken. Die Form der Abb. 1308 wird zunächst durch Ausschmieden eines Blockes auf den Querschnitt hergestellt, den der Kurbelarm im Seitenriß zeigt. Durch Absetzen und Strecken der Teile, welche die Wellenschenkel bilden sollen, erhält man die Form 1316, aus welcher durch

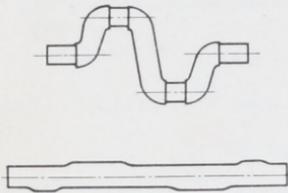


Abb. 1315. Zur Herstellung gekröpfter Wellen.

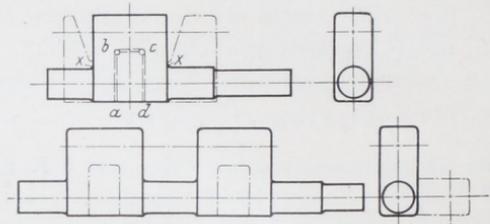


Abb. 1316 und 1317. Herstellung gekröpfter Wellen.

Ausbohren und Ausstoßen des Teiles *abcd* die Krummachse entsteht. Sind mehrere unter Winkeln zueinander stehende Kröpfungen vorhanden, so werden sie zunächst in einer Ebene ausgeschmiedet, Abb. 1317, dann erst durch Verwinden der Achse gegeneinander versetzt. Zur Beseitigung von Spannungen glüht man das fertig geschmiedete Stück bei dunkler Rotglut aus und läßt es sehr langsam abkühlen. Die Bearbeitung geschieht an den zylindrischen, häufig auch an den seitlichen Flächen der Kurbelarme, sowie längs der Begrenzungslinien *ab* und *cd*, Abb. 1316, durch Drehen auf Drehbänken um die Wellen- und die Zapfenmitten, zu welchem Zwecke die Welle jeweils umgespannt werden muß. Abb. 1317a zeigt beispielweise die Einspannung einer Kröpfung mittels der an den beiden Enden aufgesetzten Gegenkurbeln zum Abdrehen des Kurbelzapfens. Die schmalen Flächen der Kurbelarme *ac* und *bd*, Abb. 1308, werden durch Hobeln oder Fräsen bearbeitet. Beim Abnehmen des letzten Spans setzt die Bearbeitung zweckmäßigerweise an den Kurbelzapfen ein und geht dann zu den Lagerstellen, weil sonst leicht Verzerrungen eintreten können.

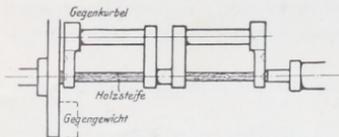


Abb. 1317a. Bearbeitung von Kröpfungen.

Sondermaschinen (Schwärmerdrehbänke) gestatten auch die Bearbeitung der Kurbelzapfen ohne Umspannen der Welle, indem das in einem besonderen Gehäuse liegende Werkzeug auf die Kurbelzapfenachse eingestellt, um diese umläuft.

Ein Nachteil der nach Abb. 1316 ausgeschmiedeten und bearbeiteten Kröpfungen ist, daß an der Stelle *x* Stoff aus dem Innern des Schmiedeblockes, der fast immer infolge von Seigerungen höheren Phosphor- und Schwefelgehalt und deshalb größere Sprödigkeit und Empfindlichkeit gegenüber Stößen aufweist, an die hoch beanspruchte Oberfläche des Kurbelarmes tritt. Dazu kommt, daß die Baustofffasern die Lage, die sie im Block hatten, beibehalten haben, also senkrecht zur Oberfläche laufen, nicht aber der Kröpfung folgen und schlecht durchgeschmiedet sind, alles Umstände, die die Widerstandsfähigkeit beeinträchtigen und die häufigen Brüche an der bezeichneten Stelle erklären. Zudem ist die Welle dort durch die Umsetzung von Spannungen ungünstig beansprucht, indem z. B. im Fall der Abb. 1328 an einer durch eine Riemenscheibe angetriebenen Pumpenwelle die Umfangskraft an der Scheibe im rechten Wellenschenkel ein Drehmoment, in dem anschließenden Kurbelarm dagegen ein Biegemoment erzeugt,

Momente, die an der Ansatzstelle des Armes durch Umsetzung von Schub- in Längsspannungen ineinander übergeführt werden müssen. Je schroffer und unvermittelter der Übergang ist, desto wahrscheinlicher werden örtliche Spannungserhöhungen auftreten, die die Bruchbildung einleiten können.

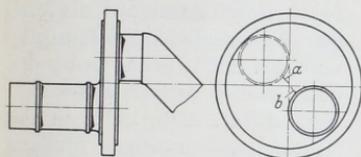


Abb. 1318. Gekröpfte Lokomotivachse.

An den Kurbelscheiben französischer Vierzylinderschnellzuglokomotiven, Abb. 1318, zeigten sich nach verhältnismäßig kurzem Betriebe Risse bei *a* und *b*, also nahe der Mittellinie des ursprünglichen Schmiedeblockes, die die Auswechslung der Achsen nötig machten. Als wirksame

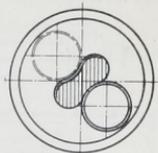


Abb. 1319. Frémont'sche Ausparung.

Ahlfle schlug Frémont vor, den Ausschnitt, Abb. 1319, anzubringen, durch den der nicht einwandfreie Werkstoff entfernt und gleichzeitig sowohl eine elastischere Aufnahme der Stöße, wie auch eine bessere Übertragung der Kräfte durch nur gut durchgeschmiedeten Baustoff erreicht wird.

Auch an einigen Krummachsen der österreichischen Staatsbahnen, Abb. 1320 [XVIII, 13], traten Risse und Spaltungen auf, die nur auf Ungleichmäßigkeiten im Baustoffe und Unvollkommenheiten beim Schmiedevorgang zurückgeführt werden konnten. Die Witkowitz Bergbau- und Eisenhütten-Gewerkschaft führt die Achsen deshalb dreiteilig nach Abb. 1321 so aus, daß die einzelnen

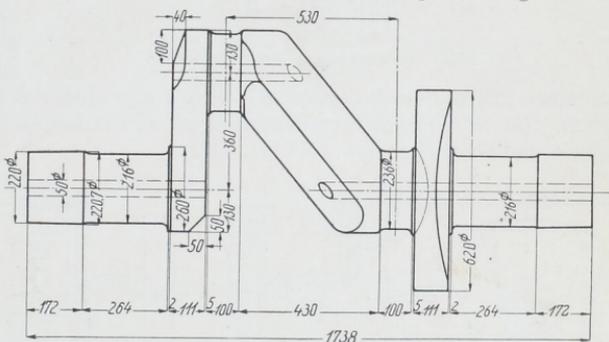


Abb. 1320. Lokomotivachse der österreichischen Staatsbahnen. M. 1 : 20.

Stücke gut durchgeschmiedet werden können und große Sitzlängen an den Schrumpfstellen entstehen. Auf sorgfältige Abrundungen an den Zapfen ist besonderer Wert gelegt.

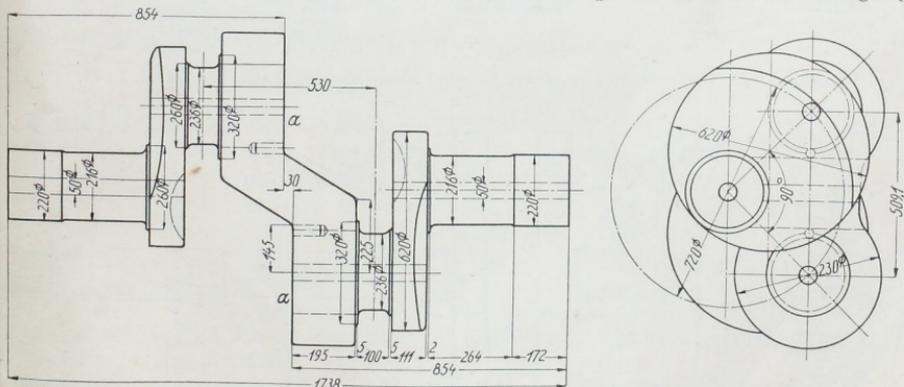


Abb. 1321. Lokomotivachse, Ausführung der Witkowitz Bergbau- und Eisenhütten-Gewerkschaft. M. 1 : 20.

Die Achsen aus lauter einzelnen Stücken zusammensetzen, eine in England viel gebräuchliche Ausführung, würde neun Teile und bei den gegebenen Konstruktionsmaßen sehr geringe Schrumpflängen von höchstens 118 mm in den Kurbelarmen sowie eine geringere Zugänglichkeit der Triebstangenköpfe ergeben haben.

nuten mit gut abgerundeten Kanten, die Kurbelzapfen durch Fliehkräftschmierung mit Öl versehen. Zum Abführen desselben dienen Spritzringe. Welle und Kurbelzapfen sind durchbohrt, die Schwungräder durch unter 120° angeordnete Tangentkeile gehalten. Zum Auswuchten der Kurbelarme und eines Teiles der Schubstange dienen im Fall 1323 besondere, mit den Armen verschraubte und verkeilte Gegengewichte; im Fall 1324 sind die Stahlgußarme unmittelbar als Gegengewichte ausgebildet.

D. Berechnungsbeispiele.

Zahlenbeispiel 7. Kurbelwelle der Maschine Tafel I. Baustoff: Flußstahl. Gewicht des auf Wellenmitte sitzenden Schwungrades $G_s = 4900$ kg, Gewicht der eigentlichen Welle, einschließlich der Kegeiräder 1400 kg. Gewicht der Kurbeln je 375 kg. Entfernung der Kurbellagermitten 2500 mm. Die Niederdruckkurbel eilt der Hochdruckkurbel um 90° vor. Die Wirkung der Schubkräfte werde vernachlässigt.

Der Kurbelwellenzapfen wurde nach der Berechnung Seite 651 mit 250 mm Durchmesser und 360 mm Länge festgelegt. Für den ersten Entwurf ergibt die auf S. 769 angeführte Näherungsrechnung mit $H = 1,3 R$ und $k_b = 600$ kg/cm² (entsprechend der schwelenden Belastung, aber in Rücksicht auf die möglichen Stöße mäßig hoch gewählt) unter der ungünstigen Annahme, daß der größte Dampfdruck auch noch in der Mittellage der Kurbel wirkt:

$$W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{M_b}{k_b} = \frac{P_a \cdot 1,3 \cdot R}{k_b} = \frac{17400 \cdot 1,3 \cdot 40}{600} = 1508 \text{ cm}^3,$$

$$d = 24,9 \text{ cm}.$$

Durch die Abmessungen des Kurbelwellenzapfens sind aber auch die weiteren Maße der Welle, Abb. 1325, im wesentlichen festgelegt. Das freie Stück wurde 20 mm stärker und zylindrisch gehalten und nur am Sitz des Schwungrades wegen der Tangentkeile von 20 mm Dicke und 65 mm Höhe auf 310 mm verstärkt. Alle auf der Welle sitzenden Teile müssen geteilt sein. Dabei liegen die Kegeiräder für die Steuerwellen in flachen Eindrungen. Feder F nimmt das Exzenter zum Antriebe der Kesselspeisepumpe mit. Die Welle ist im rechten Lager seitlich geführt; der linke Zapfen hat in Rücksicht auf die Ausdehnungsmöglichkeit durch die Wärme beiderseits $0,5$ mm Spiel.

Nachprüfung der Festigkeitsverhältnisse der Kurbelwelle.

A. Rechnerische Ermittlung.

a) Hochdruckkurbel der Wasserwerkmaschine in der hinteren Totlage, Abb. 1325. Am Hochdruckzapfen greifen $P_0 = 20600$ kg an, während die Kolbenkraft für die in der Mittelstellung stehende Niederdruckkurbel nach den Schaulinien, Abb. 143 bis 145, durch den Unterschied des Dampfdruckes von 3850 kg und des Pumpendruckes von 3700 kg gegeben ist, also nur $P_1 = 150$ kg beträgt. In senkrechter Richtung wirken die Gewichte des Schwungrades und der Kurbelwelle. Das letztere möge vernachlässigt werden. Da die größten Momente und Beanspruchungen unter den Angriffspunkten der Kräfte liegen müssen, darf man sich auf die Nachrechnung der Welle in der Mitte des Lagers auf der Hochdruckseite, Querschnitt III, und in der Mittelebene des Schwungrades, Querschnitt II, beschränken.

Querschnitt III. Biegespannung durch die Summe aus Dampf- und Pumpendruck P_0 :

$$\sigma_b = \frac{32 P_0 \cdot a}{\pi d_{III}^3} = \frac{32 \cdot 20600 \cdot 43,5}{\pi \cdot 25^3} = 584 \text{ kg/cm}^2,$$

Querschnitt II. Biegespannung durch P_0 :

$$\sigma'_b = \frac{32 \cdot P_0 \cdot a \cdot l/2}{\pi d_{II}^3 \cdot l} = \frac{32 \cdot 20600 \cdot 43,5}{2 \pi \cdot 31^3} = 153 \text{ kg/cm}^2,$$

Diese Einzelspannungen sind so niedrig, daß auch die Anstrengung, die sich beim Zusammensetzen ergibt, sicher geringer als im Querschnitt *III* ausfällt.

b) Nachrechnung der Welle der Betriebsmaschine. Die ungünstigste Belastung tritt in der Totlage der Hochdruckkurbel, Abb. 1327, durch $P'_h = 14400$ kg ein, während die Niederdruckkurbel senkrecht nach oben steht und $P'_n = 12000$ kg Kolbendruck aufzunehmen hat. Am Niederdruckkurbelzapfen entsteht dadurch ein gleich großer Druck in wagrechter Richtung und ein anderer von $\frac{P'_n}{5} = 2400$ kg senkrecht nach oben, der die Wirkung des Schwungrad- und des Welleneigengewichts verstärkt. Schließlich wird die Welle noch durch den Seil- oder Riemenzug belastet. Vorausgesetzt, daß der Durchmesser, an dem die Übertragungsmittel angreifen, $D = 4000$ mm wie der des Schwungrades der Wasserpumpe ist, wird die mittlere Umfangskraft U zur Übertragung der wirklichen Leistung von $N_e = N_i \cdot \eta = 313 \cdot 0,86 = 270$ PS_e:

$$U = \frac{75 N_e}{v} = \frac{75 \cdot N_e}{\omega \cdot D/2} = \frac{75 \cdot 270}{5,24 \cdot 2} = 1930 \text{ kg.}$$

Als Druck auf die Welle pflegt unter Berücksichtigung der Vorspannung, unter welcher der Riemen oder die Seile stehen, $3U \approx 5800$ kg angenommen zu werden. Die Richtung dieser Kraft wird je nach den örtlichen Verhältnissen, unter denen die Maschine Verwendung findet, verschieden sein. Für die Rechnung sei der ungünstigste Fall angenommen, daß nämlich $3U$ wagrecht, aber entgegengesetzt zu P'_h und P'_n gerichtet ist, weil sich dann die durch die drei Kräfte erzeugten Spannungen summieren. (Daraus ergibt sich ein anderes Schema wie bei der Berechnung des Kurbelwellenzapfens.)

Querschnitt *III*, in der Mitte des Kurbellagers auf der Hochdruckseite: Biegespannung durch $P'_h \cdot a$:

$$\sigma_b = \frac{32 \cdot P'_h \cdot a}{\pi \cdot d_{III}^3} = \frac{32 \cdot 14400 \cdot 43,5}{\pi \cdot 25^3} = 410 \text{ kg/cm}^2.$$

Querschnitt *II* in der Mittelebene des Schwungrades. Es entstehen

a) in der wagrechten Ebene:

Biegespannung durch P'_h :

$$\sigma'_b = \frac{32 P'_h \cdot a \cdot l}{\pi d_{II}^3 \cdot 2l} = \frac{32 \cdot 14400 \cdot 43,5}{2 \cdot \pi \cdot 31^3} = 107 \text{ kg/cm}^2,$$

Biegespannung durch P'_n :

$$\sigma''_b = \frac{32 P'_n \cdot a \cdot l}{\pi d_{II}^3 \cdot 2l} = \frac{32 \cdot 12000 \cdot 43,5}{2 \cdot \pi \cdot 31^3} = 89 \text{ kg/cm}^2,$$

Biëgespannung durch den Seilzug:

$$\sigma'''_b = \frac{32 \cdot 3U \cdot l}{4 \pi d_{II}^3} = \frac{32 \cdot 5800 \cdot 250}{4 \pi \cdot 31^3} = 124 \text{ kg/cm}^2.$$

Zusammengesetzt liefern sie $\sigma_{b_1} = \sigma'_b + \sigma''_b + \sigma'''_b = 107 + 89 + 124 = 320$ kg/cm²;

b) in der senkrechten Ebene:

Biegespannung durch das Schwungradgewicht G_s : $\sigma^V_b = 105$ kg/cm², vgl. oben.

$$,, \quad ,, \quad \frac{P'_n}{5}: \sigma^V_b = \frac{1}{5} \cdot \sigma''_b = 18 \text{ kg/cm}^2.$$

In Summe geben sie $\sigma_{b_2} = \sigma^V_b + \sigma^I_b = 105 + 18 = 123$ kg/cm².

Schließlich wirkt noch eine Drehbeanspruchung:

$$\tau_a = \frac{16 \cdot P'_n \cdot R}{\pi \cdot d_{II}^3} = \frac{16 \cdot 12000 \cdot 40}{\pi \cdot 31^3} = 82 \text{ kg/cm}^2.$$

Diese Einzelspannungen sind wesentlich niedriger als in den beiden anderen Querschnitten, so daß sich die Berechnung der Anstrengung erübrigt.

Querschnitt *III* in der Mitte des Kurbellagers auf der Niederdruckseite.

$$\text{Biegespannung durch } P'_n \cdot a: \sigma'_b = \frac{32 P'_n \cdot a}{\pi d_{III}^3} = \frac{32 \cdot 12000 \cdot 43,5}{\pi \cdot 25^3} = 341 \text{ kg/cm}^2,$$

$$,, \quad ,, \quad \frac{P'_n \cdot a}{5}: \sigma''_b = \frac{\sigma'_b}{5} = 68 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{Drehspannung } ,, \quad P'_n \cdot R: \tau_d = \frac{16 P'_n \cdot R}{\pi \cdot d_{III}^3} = \frac{16 \cdot 12000 \cdot 40}{\pi \cdot 25^3} = 156 \text{ kg/cm}^2.$$

Bei der Zusammensetzung ergibt sich:

$$\sigma_b = \sqrt{(\sigma'_b)^2 + (\sigma''_b)^2} = \sqrt{341^2 + 68^2} = 348 \text{ kg/cm}^2,$$

und die Anstrengung, wenn die Bachsche Berichtigungszahl $\alpha_0 = 1$ gesetzt wird, weil die wichtigeren Spannungen σ'_b und τ_d schwelender Natur sind und nur σ''_b wechselnder Art ist:

$$\sigma_i = \frac{1}{3} \sigma_b + \frac{2}{3} \sqrt{\sigma_b^2 + 4 \alpha_0^2 \tau^2} = \frac{1}{3} \cdot 348 + \frac{2}{3} \sqrt{348^2 + 4 \cdot 1^2 \cdot 156^2} = 427 \text{ kg/cm}^2.$$

Die größte Schubspannung wird:

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4 \tau^2} = \frac{1}{2} \sqrt{348^2 + 4 \cdot 156^2} = 233 \text{ kg/cm}^2.$$

B.) Bei der zeichnerischen Behandlung der Aufgabe, Abb. 1326 und 1327, wurde auch der Einfluß des Eigengewichtes der Welle berücksichtigt, um anschaulich zu zeigen, daß er gegenüber den auftretenden Kräften ganz unbedeutend ist und vernachlässigt werden darf. Man erhält zwischen den Lagern eine Parabel, wenn man das Gewicht des dazwischen liegenden Wellenstückes in Höhe von 1220 kg als gleichmäßig verteilt ansieht. Die Gewichte der außerhalb der Lagermitten liegenden Teile, d. s. die der beiden Zapfen von je 90 kg und der Kurbeln von je 375 kg Gewicht, wurden als Einzelkräfte betrachtet.

Die Aufzeichnung der übrigen Momentenflächen, von denen die der ideellen Momente mit $\alpha_0 = 1$ ermittelt wurden, bietet keine Besonderheiten.

Der Vergleich der beiden Flächen für die Wasserwerk- und die Betriebsmaschine zeigt deutlich, daß die Welle der ersteren in den Wellenlagern durch die in den Totpunkten eintretende Summierung der Kolbenkräfte ungünstiger als die andere beansprucht ist. Das zahlenmäßig größte Moment tritt zwar in der Ebene *II* der Betriebsmaschinenwelle auf, findet aber einen größeren Querschnitt und bedingt daher geringere Spannungen.

Zahlenbeispiel 8. Berechnung der gekröpften Welle einer doppelwirkenden, liegenden Pumpe, Abb. 1328 bis 1330. Kolbendurchmesser $d = 90$ mm, Hub $s = 180$ mm, Umdrehzahl $n = 150$ min. Die Saughöhe beträgt $h_s = 6$, die Druckhöhe $h_d = 150$ m. Der Antrieb erfolgt in wagrechter Richtung durch einen Riemen auf einer gleichzeitig als Schwungmasse dienenden Scheibe von $D = 1000$ mm Durchmesser und $Q = 800$ kg Gewicht.

Die größte Kolbenkraft beträgt:

$$P_1 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{h_s + h_d}{10} = \frac{\pi \cdot 9^2}{4} \cdot \frac{6 + 150}{10} = 992 \approx 1000 \text{ kg}.$$

Die bei einer Umdrehung geleistete Arbeit $P_1 \cdot 2s$ wird durch die am Schwungrad wirkende mittlere Umfangskraft U auf dem Wege $\pi \cdot D$ gedeckt, so daß theoretisch:

$$P_1 \cdot 2s = U \cdot \pi \cdot D$$

sein muß. Bei einem Wirkungsgrad $\eta = 0,85$ folgt:

$$U = \frac{P_1 \cdot 2s}{\pi \cdot D \cdot \eta} = 1000 \cdot \frac{2 \cdot 18}{\pi \cdot 1000 \cdot 0,85} = 135 \text{ kg}.$$

Nimmt man den Achsdruck P_2 gleich der 2,5 fachen Umfangskraft, so erhält man:

$$P_2 = 2,5 \cdot U \approx 350 \text{ kg.}$$

1. Totstellung. Da die Kraft P_1 in den beiden Totpunkten ihre Richtung wechselt, ist die ungünstigere Kraftwirkung, d. h. die, bei der sich die Wirkungen des Riemenzuges und der Pumpenkraft summieren, für die Berechnung maßgebend, vgl. das Schema der Abb. 1329.

Wagrechte Seitenkräfte in den Lagern:

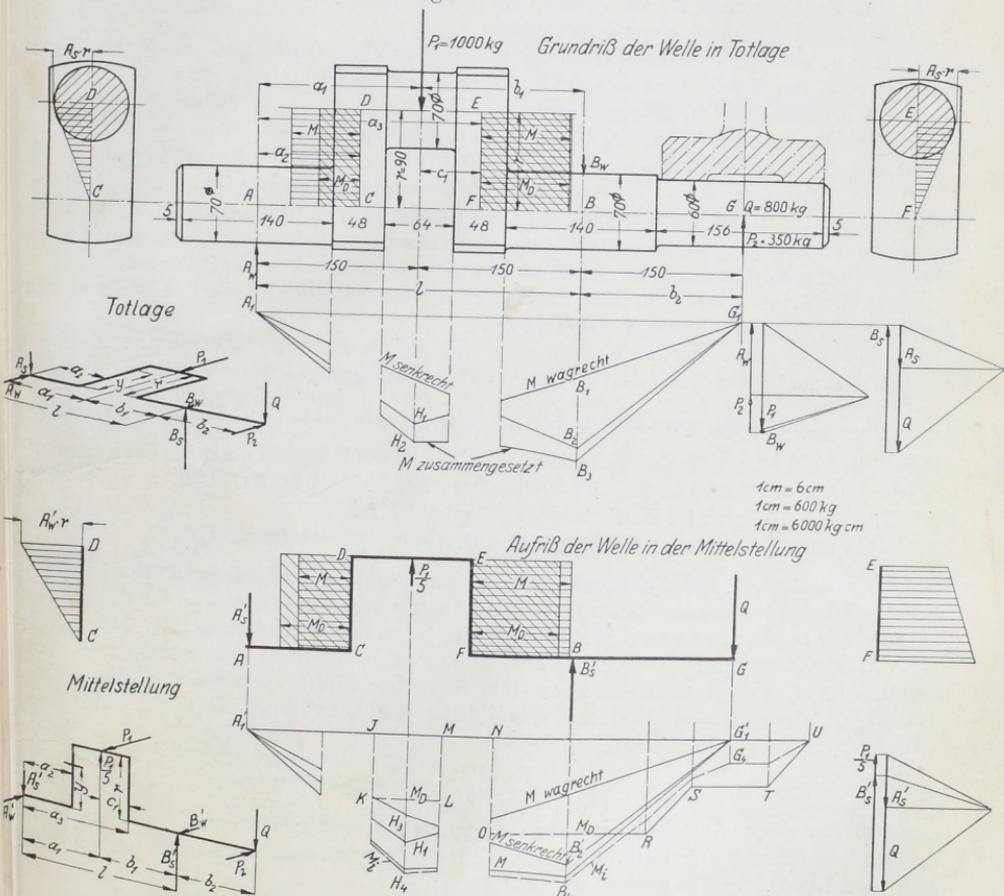


Abb. 1328 bis 1330. Berechnung und Durchbildung einer gekröpften Pumpenwelle.

Abb. 1328. Welle 1 : 6.

Abb. 1329. Belastungsschema und Momentenflächen für die Totlage der Kurbel.

Abb. 1330. Belastungsschema und Momentenflächen für die Mittelstellung der Kurbel.

$$A_w = \frac{P_1 \cdot b_1}{l} + \frac{P_2 \cdot b_2}{l} = \frac{1000 \cdot 15}{30} + \frac{350 \cdot 15}{30} = 675 \text{ kg,}$$

$$B_w = P_1 - P_2 - A_w = 1000 - 350 - 675 = -25 \text{ kg.}$$

In senkrechter Richtung bedingt das Schwungradgewicht von $Q = 800$ kg:

$$A_s = \frac{Q \cdot b_2}{l} = \frac{800 \cdot 15}{30} = 400 \text{ kg nach unten,}$$

$$B_s = Q - A_s = 800 + 400 = 1200 \text{ kg nach oben wirkend.}$$

Wenn man die Welle ohne Rücksicht auf die Kröpfung als einen geraden Balken auf zwei Stützen auffaßt, so ergeben sich als Momentenflächen für die Achsschenkel und den Kurbelzapfen seitens der Kräfte P_1 und P_2 das Viereck $A_1 H_1 B_1 G_1$ in der Kurbelenebene, seitens des Schwungradgewichts Q das Dreieck $A_1 B_2 G_1$ in der dazu senkrechten Ebene. Linienzug $A_1 H_2 B_3 G_1$ stellt die zusammengesetzten Biegemomente dar.

Der Kurbelarm CD wird in allen Querschnitten gleichmäßig beansprucht durch:

a) das Drehmoment $A_s \cdot a_2 = 400 \cdot 9,4 = 3760$ kgcm,

b) das Biegemoment $A_w \cdot a_2 = 675 \cdot 9,4 = 6345$ kgcm.

Außerdem bedingt A_s ein Biegemoment:

c) $A_s \cdot y$, das im Wellenschenkel bei $y = 0$ den Wert 0 hat und am Kurbelzapfen bei $y = r$ auf die Größe $A_s \cdot r = 400 \cdot 9 = 3600$ kgcm steigt.

Der Kurbelarm EF ist belastet durch:

a) Das Drehmoment $A_s \cdot a_3 = 400 \cdot 20,6 = 8240$ kgcm,

b) das Biegemoment $A_w \cdot a_3 - P_1 \cdot c_1 = 675 \cdot 20,6 - 1000 \cdot 5,6 = 8305$ kgcm,

c) wie Arm CD durch $A_s \cdot y$. Größter Wert am Kurbelzapfen: $A_s \cdot r = 400 \cdot 9 = 3600$ kgcm. An den Kurbelarmen sind die Biegemomente durch wagrechte, die Drehmomente durch schräg gestrichelte Flächen hervorgehoben; sie können wegen des rechteckigen Querschnittes der Arme nicht zu ideellen Momenten vereinigt werden.

2. In der Mittellage, die Abb. 1330 zeigt, werden sämtliche Teile der Welle in stärkerem Maße beansprucht als in der Totlage.

In der wagrechten Ebene bleiben zwar die durch P_1 und P_2 erzeugten Momente unverändert; dagegen wird die Wirkung des Schwungradgewichtes Q durch diejenige der radial nach oben gerichteten Seitenkraft $\frac{P_1}{5}$ verstärkt. An Stelle des Dreieckes

$A_1 B_2 G_1$ in Abb. 1329 tritt das Viereck $A'_1 H_3 B'_2 G'_1$. Dazu kommen noch die Drehmomente $P_1 \cdot r = 1000 \cdot 9 = 9000$ kgcm im Schenkel FG , Fläche $NORSTU$ und $A'_w \cdot r = 675 \cdot 9 = 6075$ kgcm im Kurbelzapfen, Fläche $JKLM$.

Bei der Zusammensetzung der Biege- und Drehmomente werde $\alpha_0 = \frac{k_b}{1,3 \cdot l_a} = \frac{400}{1,3 \cdot 600} = 0,51$ gesetzt, weil für die Beanspruchung auf Biegung wechselnde Kraftwirkung in Frage kommt, da die Kolbenkraft ihre Richtung in den Totpunkten plötzlich umkehrt, während für die Inanspruchnahme auf Drehung schwellende Belastung gilt. Dagegen ist das von der Riemenscheibe abzugebende Drehmoment zwar in den einzelnen Kurbelstellungen verschieden groß, hat aber stets denselben Sinn. Die damit erhaltene Linie $A'_1 H_4 B_4 G_4 U$ der ideellen Momente ergibt, daß der Querschnitt B die größte Beanspruchung durch $M_i = 13600$ kgcm in Höhe von:

$$\sigma_i = \frac{M_i}{W} = \frac{32 \cdot 13600}{\pi \cdot 7^3} = 404 \text{ kg/cm}^2$$

erleidet. Der größte Auflagedruck entsteht im Lager B , und zwar wenn P_1 mit dem durch den Riemen erzeugten Achsdruck gleichgerichtet ist, wenn also die Kurbel unten steht. Dann wird der Druck in wagrechter Richtung:

$$B'_w = \frac{P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot (l + b_2)}{l} = \frac{1000 \cdot 15 + 350 \cdot 45}{30} = 1025 \text{ kg},$$

der mit dem senkrechten Druck:

$$B'_s = \frac{Q(l + b_2) - (P_1/5) \cdot a_1}{l} = \frac{800 \cdot 45 - 200 \cdot 15}{30} = 1100 \text{ kg}$$

zusammengesetzt:

$$B_{\max} = \sqrt{(B'_w)^2 + (B'_s)^2} = \sqrt{1025^2 + 1100^2} = 1500 \text{ kg}$$

und bei $l_2 = 14$ cm Lagerlänge:

$$p = \frac{B_{\max}}{d \cdot l_2} = \frac{1500}{7 \cdot 14} = 15,3 \text{ kg/cm}^2$$

Flächendruck gibt, der noch zulässig ist.

An dem $l_1 = 64$ mm breiten Kurbelzapfen hat der Flächendruck den niedrigen Wert:

$$p = \frac{P_1}{d \cdot l_1} = \frac{1000}{7 \cdot 6,4} = 22,3 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Kurbelarme werden in der Mittelstellung durch das Hinzutreten der Kraft $\frac{P_1}{5}$

etwas höher auf Biegung beansprucht. CD hat auszuhalten:

a) das Drehmoment $A'_w a_2 = A_w \cdot a_2 = 675 \cdot 9,4 = 6345 \text{ kgcm}$,

b) das Biegemoment

$$A'_s a_2 = \left(\frac{Q \cdot b_2}{l} + \frac{P_1}{5} \cdot \frac{b_1}{l} \right) \cdot a_2 = \left(\frac{800 \cdot 15}{30} + \frac{1000}{5} \cdot \frac{15}{30} \right) \cdot 9,4 = 4700 \text{ kgcm},$$

c) das Biegemoment $A'_w \cdot y$, das seinen größten Wert am Kurbelzapfen $A'_w \cdot r = A_w \cdot r = 675 \cdot 9 = 6075 \text{ kgcm}$ annimmt.

EF ist belastet durch:

a) das Drehmoment $A'_w \cdot a_3 - P_1 c_1 = 675 \cdot 20,6 - 1000 \cdot 5,6 = 8305 \text{ kgcm}$,

b) das Biegemoment

$$A'_s a_3 - \frac{P_1}{5} \cdot c_1 = \left(\frac{Q \cdot b_2}{l} + \frac{P_1}{5} \cdot \frac{b_1}{l} \right) a_3 - \frac{P_1}{5} c_1 = \left(\frac{800 \cdot 15}{30} + \frac{1000}{5} \cdot \frac{15}{30} \right) 20,6 - \frac{1000}{5} \cdot 5,6 = 9180 \text{ kgcm},$$

c) das Biegemoment $P_1 (r - y) - A'_w \cdot y$, das am Wellenzapfen wegen $y = 0$

$$P_1 \cdot r = 1000 \cdot 9 = 9000 \text{ kgcm}, \text{ am Kurbelzapfen wegen } y = r$$

$$A'_w \cdot r = 675 \cdot 9 = 6075 \text{ kgcm} \text{ beträgt.}$$

Am stärksten ist der Arm EF beansprucht; längs der Mitten der langen Seiten wird:

$$\tau_a = \frac{9 M_D}{2 b^2 \cdot h} = \frac{9 \cdot 8305}{2 \cdot 4,8^2 \cdot 8} = 203 \text{ kg/cm}^2,$$

auf den langen Seiten:

$$\sigma'_b = \frac{6 M'_b}{h \cdot b^2} = \frac{6 \cdot 9180}{8 \cdot 4,8^2} = 299 \text{ kg/cm}^2$$

und am Wellenzapfen durch das unter c) angeführte Moment auf den kurzen Seiten:

$$\sigma''_b = \frac{6 M''_b}{b h^2} = \frac{6 \cdot 9000}{4,8 \cdot 8^2} = 176 \text{ kg/cm}^2.$$

An zwei Kurbelarmkanten summieren sich σ'_b und σ''_b und geben eine höchste Beanspruchung auf Biegung von $\sigma_b = 475 \text{ kg/cm}^2$. Die Zusammensetzung der Biege- mit den Drehspannungen müßte nach dem auf Seite 766 beschriebenen Verfahren erfolgen. Freilich wird die Ausbildung der rechnermäßigen Spannungen durch die Wellenschenkel und den Kurbelzapfen gestört; immerhin deutet auch die Rechnung darauf hin, daß bei F am Übergang des Kurbelarmes zum Wellenschenkel ein gefährlicher Querschnitt vorhanden ist.

V. Berechnung statisch unbestimmter Achsen und Wellen.

Das im folgenden an erster Stelle beschriebene Verfahren setzt voraus, daß Form und Abmessungen der zu untersuchenden Teile gegeben sind, ist also eine Nachrechnung. Bei der Gestaltung neuer Wellen muß man, ausgehend von den vielfach durch den Bau der Maschine gegebenen Lagerentfernungen, den Wellendurchmesser schätzen oder zunächst nach einem Näherungsverfahren bestimmen, dann die Untersuchung an Hand eines maßstäblichen Entwurfs durchführen und, wenn nötig, Abänderungen treffen.

A. Berechnung gerader Achsen und Wellen.

Denkt man sich an einer durch beliebige Kräfte belasteten, in drei Lagern getragenen Welle, Abb. 1331, die mittlere Unterstützung weggelassen, so wird dort eine Durch-

biegung δ eintreten, Abb. 1332, welche zu verhindern, Zweck des dritten Lagers ist. Die in ihm wirkende Kraft C muß so groß sein, daß jene Durchbiegung verschwindet und die Welle an der Stelle wieder auf ihre frühere Höhe gehoben wird, Abb. 1333.

Um C zu ermitteln, untersuchen wir zunächst die Wirkung einer an seiner Statt angebrachten Einheitskraft $P_0 = 1$ kg, Abb. 1334. An einer beliebigen Stelle in der Entfernung x vom Lager A ist die auftretende Durchbiegung durch die Gleichung (32):

$$\delta = \alpha \int \frac{M_x \cdot x \cdot dx}{J_x}$$

gegeben. Die bei der Ableitung derselben gemachte Voraussetzung, daß die Dehnungszahl α unveränderlich sei, trifft für die allermeisten Wellen zu. Ausnahmen bilden nur

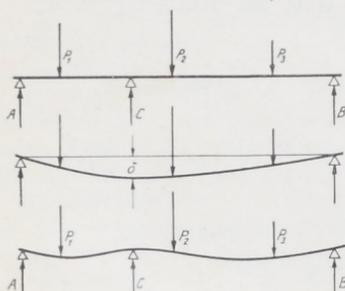


Abb. 1331 bis 1333. Einfach statisch unbestimmte Welle.

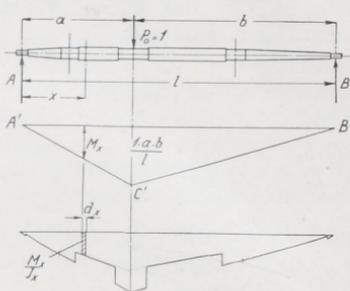


Abb. 1334 bis 1336. Belastungsschema, Momenten- und $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche.

gekröpfte Wellen mit gußeisernen Kurbelscheiben oder Armen. (Bemerkt sei ferner, daß man die auf S. 39 an einem Freitragger, Abb. 41, bewiesene Formel (32) auch auf an den Enden gestützte Wellen anwenden darf, weil diese aus je zwei

Freitraggern zusammengesetzt gedacht werden können, die im Scheitel der elastischen Linie zusammenstoßen.)

Der Ausdruck für δ läßt sich an der Momentenfläche $A'B'C'$, Abb. 1335, leicht deuten. Dividiert man die durch die Ordinaten dargestellten Biegemomente durch die zugehörigen Trägheitsmomente und trägt diese Werte auf, so erhält man die darunter gezeichnete $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche. $\frac{M_x}{J_x} \cdot dx$ ist nun die gestrichelte Elementarfläche in der Entfernung x vom linken Auflager, $\frac{M_x}{J_x} \cdot x \cdot dx$ ihr statisches Moment in bezug auf denselben

Punkt. Um $\delta = \alpha \int \frac{M_x \cdot x \cdot dx}{J_x}$ zu finden, braucht man also nur die Summe der statischen Momente der Elementarflächen zu bilden und sie mit α zu multiplizieren. Zu dem Zwecke teilt man die $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche in eine Anzahl kleiner Abschnitte, denkt sich deren Flächeninhalte als Kräfte in den Schwerpunkten vereinigt und zeichnet das zugehörige Kraft- und Seileck mit einer beliebigen Polweite auf. (Mohrsches Verfahren, bei dem die $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche als Belastungsfläche des Balkens AB betrachtet wird.) Vgl. Beispiel 9. Das Seileck gibt ein Bild der auftretenden Durchbiegungen; es hüllt die elastische Linie oder Biegelinie ein. Sowohl die Längen- und Kräftemaßstäbe als auch die Polabstände können beliebig gewählt werden, da sie zur Ermittlung der Auflagerkräfte nicht nötig sind und nur bei der Berechnung der wirklichen Größe der Durchbiegung berücksichtigt werden müssen. Man wird sie so wählen, daß deutliche und übersichtliche Darstellungen, insbesondere genügend große Ordinaten der Biegelinien entstehen.

Beispiel 9. Die Achse Abb. 1337 soll untersucht werden. Wird an der Stelle des Lagers C eine Kraft $P_0 = 1$ kg, Abb. 1338, angebracht, so erhält man die zugehörige Momentenfläche $A'B'C'$, Abb. 1340, durch Auftragen von:

$$M_{b \max} = \frac{P_0 \cdot a \cdot b}{l} = \frac{1 \cdot 80 \cdot 80}{160} = 40 \text{ kgcm}$$

unter dem Angriffspunkte von P_0 und durch Verbinden des Endpunktes C' mit A' und B' oder zeichnerisch in der auf S. 22 behandelten Weise. ($H = 5 \text{ cm}$ und $1 \text{ kg} = 2,5 \text{ cm}$ angenommen.) Die $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche

ist der darunter gezeichnete Linienzug $A''C''B''$, Abb. 1341. Für Teile der Achse mit gleichem Trägheitsmoment J , z. B. für die drei Zapfen ABC von 75 mm Durchmesser, braucht man nur den Wert $\frac{M_b \max}{J}$ senkrecht unter P_0 aufzutragen und den Endpunkt C'' mit A'' und B'' zu verbinden. Diese Geraden begrenzen die $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche unter

allen Stellen mit dem Trägheitsmoment J , weil ja M_x von C' nach A' und B' hin geradlinig bis auf Null abnimmt in ähnlicher Weise findet man einzelne Punkte der Begrenzung der $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche für die kegeligen Teile der Achse. Man ermittelt $\frac{M_b \max}{J_x}$ für bestimmte Durchmesser, z. B. $92,5 \text{ mm}$ in der Mitte der kegeligen Flächen, trägt es unter P_0 auf und bringt die Verbindungslinie des Endpunktes mit A'' und B'' zum Schnitt mit den Ordinaten, die dem betreffenden Durchmesser entsprechen, wie in der rechten Hälfte der Abb. 1341 angedeutet ist. Beim vorliegenden Beispiele genügt es, $\frac{M_b \max}{J_x}$ für die nebenstehenden fünf Durchmesser zu ermitteln.

Die Aufzeichnung der $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche führt zwanglos zu ihrer Einteilung in die Einzelflächen I bis 14 mit folgenden Inhalten: $f_1 = 0,029$, $f_2 = 0,189$, $f_3 = 0,306$, $f_4 = 0,348$, $f_5 = 0,263$, $f_6 = 0,410$, $f_7 = 0,745$, $f_8 = 0,745$, $f_9 = 0,678$, $f_{10} = 0,396$, $f_{11} = 0,278$, $f_{12} = 0,161$, $f_{13} = 0,107$, $f_{14} = 0,029 \text{ cm}^2$. Sie sind im darunterstehenden, mit einer Polweite $H = 5 \text{ cm}$ gezeichneten Kräfteck, Abb. 1342, aneinandergereiht.

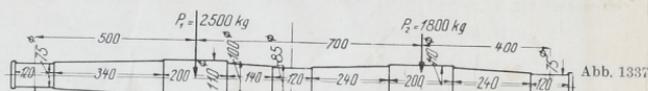


Abb. 1337

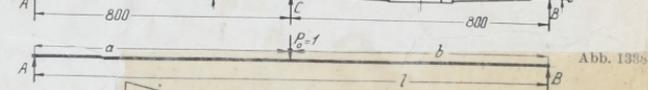


Abb. 1338



Abb. 1339



Abb. 1340



Abb. 1341



Abb. 1342

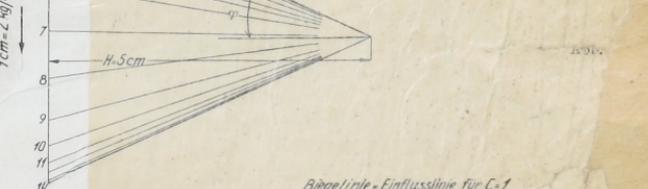


Abb. 1343

Abb. 1337 bis 1343. Beispiel 9. Ermittlung des statisch unbestimmten Auflagedrucks C . Längenmaßstab 1:20.

Durchmesser cm	$\frac{M_b \max}{J_x}$ in $\text{kg} \cdot \text{cm}^3$
7,5	$\frac{40}{155} = 0,258$
8,5	$\frac{40}{256} = 0,156$
9,25	$\frac{40}{361} = 0,111$ mkt
10,0	$\frac{40}{491} = "$
11,0	$\frac{40}{719} = (428)$

Die Aufzeichnung der $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche führt zwanglos zu ihrer Einteilung in die Einzelflächen I bis 14 mit folgenden Inhalten: $f_1 = 0,029$, $f_2 = 0,189$, $f_3 = 0,306$, $f_4 = 0,348$, $f_5 = 0,263$, $f_6 = 0,410$, $f_7 = 0,745$, $f_8 = 0,745$, $f_9 = 0,678$, $f_{10} = 0,396$, $f_{11} = 0,278$, $f_{12} = 0,161$, $f_{13} = 0,107$, $f_{14} = 0,029 \text{ cm}^2$. Sie sind im darunterstehenden, mit einer Polweite $H = 5 \text{ cm}$ gezeichneten Kräfteck, Abb. 1342, aneinandergereiht.

Schließlich schneiden sich im Seileck, Abb. 1343, das die gesuchte Biegelinie umhüllt, die zu den Polstrahlen parallelen Seillinien auf den Schwerlinien der Teilflächen f_1 bis f_{14} .

Die Biegelinie für die Belastung im Punkte C ist nun nach dem Maxwell'schen Satze von der Gegenseitigkeit der Formänderungen zugleich Einflußlinie für den Auflagedruck C . Sie gestattet, den Einfluß irgendwelcher Belastungen auf die Größe von C zu verfolgen. Auf Abb. 1344 und 1345 angewendet, lautet der Satz: Wenn eine in C angreifende Kraft $P_0 = 1$, Abb. 1344, unter dem Punkte D eine Durchbiegung y_D hervorruft, so entsteht bei der Verschiebung der Kraft P_0 in dem Punkte D , Abb. 1345, zwar eine andere elastische Linie, die aber unter C die Durchbiegung y_C aufweist. (Wegen des Beweises vgl. [1, 2], 3. Aufl., S. 180.) Wirkt an Stelle der Kraft $P_0 = 1$ eine beliebige

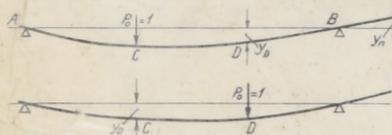


Abb. 1344 und 1345. Zur Erläuterung des Maxwell'schen Satzes.

Kraft von P_1 kg im Punkte D , so wird sie eine ihrer Größe verhältnismäßige Durchbiegung in C , gekennzeichnet durch das Produkt $P_1 \cdot y_D$, erzeugen. An Hand der Biegelinie des Beispiels 9, Abb. 1343, läßt sich daher der Einfluß der Kraft P_1 , die an der Achse, Abb. 1337, angreift, durch $P_1 \cdot y_1$ und der von P_2 durch $P_2 \cdot y_2$ ausdrücken. Die Summe dieser beiden Wirkungen wird durch die Anbringung des mittleren Lagers aufgehoben, muß mithin gleich dem Einfluß des Lagerdrucks C sein. Das führt zu:

$$C \cdot y_c = P_1 \cdot y_1 + P_2 \cdot y_2$$

oder allgemein:

$$C \cdot y_c = \sum P \cdot y.$$

Daraus ergibt sich der Auflagedruck:

$$C = \frac{\sum P \cdot y}{y_c} \quad (424)$$

Greift eine Kraft außerhalb der Lager A und B an, Abb. 1344, so ist die Senkrechte y_n zwischen der verlängerten Schlußlinie und dem letzten Seilstrahl oder der Tangente an die Biegelinie im Punkte B zu messen und in Gleichung (424) negativ einzuführen.

Die Größen $y_1, y_2, y_c, y_n \dots$ heißen Einflußzahlen. Für das Beispiel, Abb. 1337, ergeben sich die folgenden Werte:

$$y_1 = 1,04, \quad y_2 = 0,89, \quad y_c = 1,38 \text{ cm},$$

und daher ist:

$$C = \frac{P_1 \cdot y_1 + P_2 \cdot y_2}{y_c} = \frac{2500 \cdot 1,04 + 1800 \cdot 0,89}{1,38} = 3050 \text{ kg}.$$

Ist C bekannt, so folgen A und B aus den Momentengleichungen:



Abb. 1346. Zur Berechnung mehrfach statisch unbestimmter Wellen.

Be
Lagers zu wenig.
Momente

$$A \cdot 160 - 2500 \cdot 110 + 3050 \cdot 80 - 1800 \cdot 40 = 0;$$

$$A = 644 \text{ kg}.$$

$$B \cdot 160 - 1800 \cdot 120 + 3050 \cdot 80 - 2500 \cdot 50 = 0;$$

$$B = 606 \text{ kg}.$$

Würde man dagegen den Auflagedruck C im mittleren Lager, wie vielfach üblich, in der Weise berechnen, daß man sich die Welle bei C durchschnitten denkt und die Einzeldrucke der beiden Stücke zusammensetzt, so erhielte man:

$$C' = \frac{2500 \cdot 50}{80} + \frac{1800 \cdot 40}{80} = 2463 \text{ kg},$$

An Wellen in mehr als drei Lagern ermittelt man in der vorherbeschriebenen Art für jede statisch nicht bestimmbare Größe je eine Einflußlinie. Diese liefern dann die nötigen Gleichungen zu deren Berechnung. Abb. 1346 zeigt eine vierfach gelagerte Welle. Denkt man sich die Lager C und D weggenommen, so kann man die Einflußlinien I und II für die zwei Fälle, daß die Kräfteinheit entweder in C oder in D angreift, aufzeichnen.

Aus I folgt:

$$C \cdot y'_C + D \cdot y'_D = \sum P \cdot y', \quad (425)$$

aus II :

$$C \cdot y''_C + D \cdot y''_D = \sum P \cdot y'', \quad (426)$$

wobei y' und y'' die unter den Kraftangriffspunkten liegenden Ordinaten der Einflußlinien bedeuten. Die beiden Gleichungen ermöglichen die Bestimmung von C und D und damit auch die weitere Berechnung der Welle.

B. Die Formänderung gekröpfter Wellen.

Bei der Untersuchung gekröpfter Wellen muß der Einfluß der Kurbelarme auf die Formänderung berücksichtigt werden. Dabei sind zwei Hauptfälle zu unterscheiden, auf welche sich alle sonstigen Belastungsfälle durch entsprechende Zerlegungen zurückführen lassen, nämlich:

1. die Kräfte wirken in der Kröpfungsebene,
2. die Kräfte stehen senkrecht zu dieser Ebene.

1. Die Kräfte wirken in der Kröpfungsebene.

Die an der Stelle des mittleren Lagers angebrachte Kraft P_0 , Abb. 1348, ruft in den Auflagern die Kräfte A_0 und B_0 hervor und läßt die Mittellinie die schematische angedeutete Form $A_0 C D E F B_0$ unter Erhaltung der rechten Winkel bei C, D, E und F annehmen. Diese Gestalt entsteht durch zwei Arten von Formänderungen, durch die Durchbiegungen, welche der Kurbelzapfen und die Wellenschenkel erleiden und durch die Krümmung der Kurbelarme. Betrachten wir zunächst die letztere und nehmen dabei den Zapfen und die Wellenschenkel völlig starr an, so wirkt auf sämtliche Querschnitte ein und desselben Armes das gleiche Biegemoment, z. B. auf die des linken Armes das Moment $M_{kl} = A_0 \cdot a'$. Haben die Arme die übliche rechteckige Form, also in allen Querschnitten das gleiche Trägheitsmoment J_k , so krümmen sie sich nach einem Kreisbogen mit dem Halbmesser:

$$\rho = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{J_k}{M_{kl}} \quad (427)$$

bei einem Zentriwinkel $\beta' = \frac{R}{\rho}$, wie Abb. 1348 zeigt. Dadurch wird der Stützpunkt A_0 um:

$$\delta = \beta' \cdot a' = \alpha \cdot R \cdot \frac{M_{kl}}{J_k} \cdot a' \quad (428)$$

nach oben verschoben.

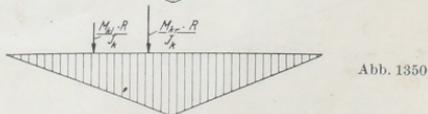
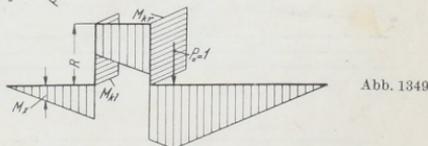
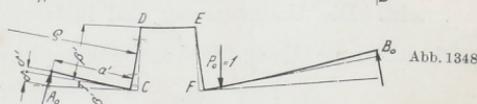
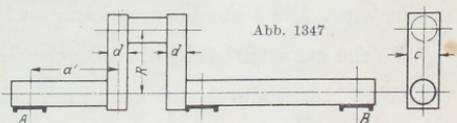


Abb. 1347 bis 1350. Zum ersten Hauptfall. Belastung der Kurbelwelle in der Kröpfungsebene.

Diese Beziehung ermöglicht es, den Einfluß der Kurbelarme in der $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche durch Ersatzgrößen auszudrücken. Vergleicht man nämlich die Formel (428) mit der allgemeinen (32):

$$\delta = \alpha \int \frac{M_x \cdot x \cdot dx}{J_x},$$

so zeigt sich vollständige Übereinstimmung im Bau. An Stelle von x und J_x treten die konstanten Werte a' und J_k , womit:

$$\delta = \alpha \cdot \frac{a'}{J_k} \int M_x dx$$

geschrieben werden kann. $\int M_x dx$ entspricht auch hier dem Inhalt einer Momentenfläche, z. B. am linken Kurbelarm dem Produkt aus dem dort wirksamen Momente $M_{kl} = A_0 \cdot a'$ und der Länge des Kurbelarmes R , vgl. die perspektivische Skizze der Kurbelwelle 1349, in der die Flächen längs der beiden Kurbelarme angetragen sind. Ihre Inhalte, dividiert durch das Trägheitsmoment J_k des betreffenden Armes, also die Größen $\frac{M_k \cdot R}{J_k}$ sind gleichwertig den Teilflächen der $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche. Durch sie kann mithin der Einfluß der Arme in der $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche dargestellt werden, wenn man sie am Sitz der Kurbelarme anbringt, Abb. 1350.

Die weiteren Formänderungen, die Durchbiegungen des Kurbelzapfens und der Wellenschenkel ergeben sich, wenn man nunmehr die Kurbelarme starr annimmt, ebenso groß, wie die einer geraden Welle, welche durch Verschieben des Kurbelzapfens in die Wellenachse entsteht. Denn die Momente und Beanspruchungen sind in beiden Fällen genau die gleichen, sofern der sehr geringe Einfluß der Spreizung der Arme vernachlässigt wird. Die Durchbiegung kann an Hand der in Abb. 1350 senkrecht gestrichelten $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche ermittelt werden. Sie vermehrt die Verschiebung des Stützpunktes A_0 um δ' , Abb. 1348, wodurch die stark ausgezogene Form der elastischen Linie $A_0 C D E F B_0$ entsteht. Die Untersuchung und insbesondere die $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche, Abb. 1350, zeigen, daß

sich der erste Hauptfall auf eine grade Welle zurückführen läßt, bei der die Kurbelarme durch die Ersatzgrößen $\frac{M_{kl} \cdot R}{J_k}$ und $\frac{M_{kr} \cdot R}{J_k}$ berücksichtigt sind.

Die im vorstehenden benutzten Formänderungen fallen wegen der geringen Nachgiebigkeit der Kröpfungssecken, die durch weiteren anschließenden Werkstoff verstärkt werden, etwas zu groß aus. Man kann dem dadurch Rechnung tragen, daß man die Länge der Kurbelarme, des Kurbelzapfens und der Achschenkeln nicht in voller Größe einsetzt, vgl. E. Meyer (XVIII, 15). Da aber diese Berichtigung nur geringen Einfluß

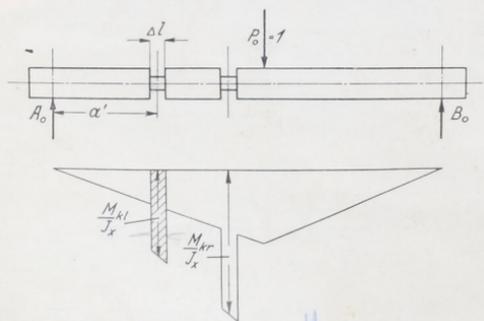


Abb. 1351 und 1352. Ersatz der Kurbelarme durch eine Eindrehung (Pfeleiderer).

auf die Größe der Auflagedrucke hat, wurde sie bei den folgenden Ausführungen vernachlässigt. Wohl aber kann es zweckmäßig sein, sie bei der Ermittlung der tatsächlichen Formänderungen (Abschnitt C) anzubringen.

Pfeleiderer weist darauf hin, daß die Kurbelarme sehr elastische Teile sind und denkt sie sich durch je ein nachgiebiges Wellenstück von geringem Durchmesser und der

Ersatzgröße für den linken Kurbelarm:

$$R \cdot \frac{M_{kl}}{J_k} = \frac{R \cdot B_0 (b' + 16) \cdot 12}{c \cdot d^3} = \frac{20 \cdot 0,5 \cdot 48 \cdot 12}{10 \cdot 5^3} = 4,608 \text{ kg/cm}^2.$$

Inhalte der $\frac{M_x}{J_x}$ -Teilflächen (Abb. 1356):

$$f_1 = f_8 = 0,498, \quad f_2 = f_7 = 1,493, \quad f_3 = f_6 = 2,488, \quad f_4 = f_5 = 3,483 \text{ kg/cm}^2.$$

Hiermit läßt sich das Krafteck, Abb. 1357, und das Seileck, Abb. 1358, aufzeichnen: Aus dem letzteren folgen die Einflußzahlen an den Angriffstellen von P_1 , P_2 und C :

$$y_1 = 1,14, \quad y_2 = 1,25, \quad y_0 = 1,47$$

und mithin:

$$C = \frac{\sum P \cdot y}{y_c} = \frac{2500 \cdot 1,14 + 1800 \cdot 1,25}{1,47} = 3470 \text{ kg.}$$

A wird 434, B = 396 kg.

2. Die Kräfte wirken senkrecht zur Kurbelenebene.

Hierbei treten gemäß Abb. 1359 in den Armen zu den Beanspruchungen auf Biegung solche auf Drehung, und diese verstärken durch Verwendung der Arme die Formänderung der Welle. Die Formänderungen durch die Biegebeanspruchung des Kurbelzapfens und der Wellenschenkel werden aus der $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche in schon bekannter Weise ermittelt; die Verdrehung der Kurbelarme findet wiederum durch Ersatzgrößen Berücksichtigung.

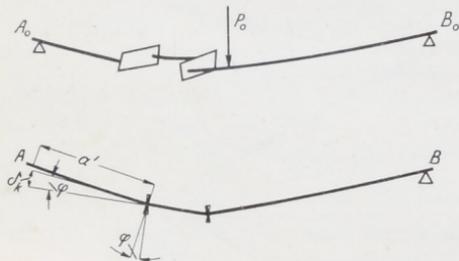


Abb. 1359 und 1360. Zum zweiten Hauptfall. Belastung der Kurbelwelle senkrecht zur Kröpfungebene.

Kurbelarmlänge, so ist $\varphi = \theta \cdot R$, wobei sich für den rechteckigen Querschnitt aus:

$$\theta = 3,6 \cdot \beta \cdot M_d \cdot \frac{c^2 + d^2}{c^3 \cdot d^3}$$

ergibt, wenn M_d das Drehmoment, das den Kurbelarm beansprucht,

β die Schubzahl,

c und d die Seitenlängen des rechteckigen Querschnitts der Arme sind. (Vgl. Zusammenstellung 9, S. 43, lfd. Nr. 5.)

Um eine Beziehung zwischen den Formänderungen und den Ersatzgrößen zu finden, benutzt man die Verschiebung δ_k , die das Auflager A nach Abb. 1360 erfährt. Es ist:

$$\delta_k = \varphi \cdot a' = \theta \cdot R \cdot a'.$$

Denkt man sie wiederum durch eine Eindrehung der Welle nach Abb. 1351 erzeugt, so muß:

$$\alpha \cdot \frac{M_x}{J_x} \cdot \Delta l \cdot a' = \theta \cdot R \cdot a'$$

oder

$$\frac{M_x}{J_x} \cdot \Delta l = \frac{\theta \cdot R}{\alpha} \quad (430)$$

sein.

Die Ersatzgröße $\frac{\vartheta \cdot R}{\alpha}$ kann, als Einzelbelastung aufgefaßt, in die $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche eingeführt werden.

Unberücksichtigt blieben im vorstehenden die in Abb. 1361 veranschaulichten, übrigens geringen und meist zu vernachlässigenden Durchbiegungen der Kurbelarme δ_3 und δ_4 infolge der Inanspruchnahme auf Biegung, sowie die Verdrehung des Kurbelzapfens, welche den Wellenschenkel noch um δ_z verschiebt. Da diese Formänderungen nur an der Kröpfung entstehen, und da sie die anschließenden Wellenschenkel lediglich parallel verschieben, so ist die Untersuchung getrennt durchzuführen. In Abb. 1361

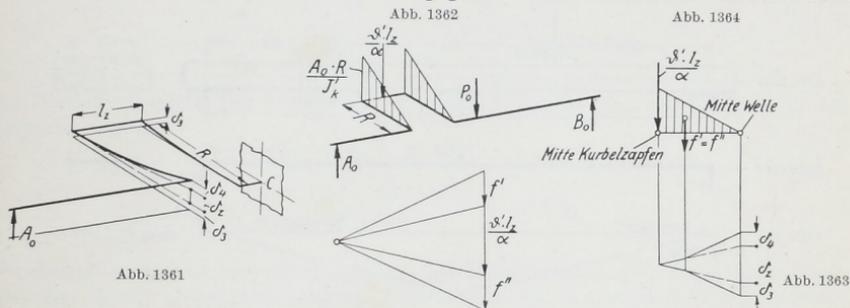


Abb. 1361 bis 1364. Einfluß der Durchbiegung der Kurbelarme und der Verdrehung des Kurbelzapfens im zweiten Hauptfalle.

ist die Welle im Lager C festgehalten und eingespannt gedacht. A_0 ruft dann neben den schon behandelten Drehbeanspruchungen Biegemomente hervor, die nach dem Kurbelzapfen hin zunehmen und dort die Größe $A_0 \cdot R$ erreichen. Setzt man in allen Querschnitten der Arme das gleiche Trägheitsmoment J_k voraus, so werden die $\frac{M_x}{J_x}$ -Flächen

Dreiecke mit der Seite $\frac{A_0 \cdot R}{J_k}$, Abb. 1362, am Kurbelzapfen. Die Verdrehung dieses Zapfens wird durch eine Ersatzgröße $\frac{1}{\alpha} \cdot \vartheta' \cdot l_z$ berücksichtigt, wobei $\vartheta' = 32 \beta \cdot \frac{M_d}{\pi d_1^4}$ mit $M_d = A_0 \cdot R$ der auf die Längeneinheit bezogene Verdrehungswinkel und l_z die Länge des Zapfens ist, von Mitte bis Mitte Kurbelarm gemessen. Die Zapfenendquerschnitte sind nämlich um den Winkel $\vartheta' \cdot l_z$ gegeneinander verwunden, so daß δ_z gleich $\vartheta' \cdot l_z \cdot R$ wird. Setzt man wiederum:

$$\alpha \cdot \frac{M_x}{J_x} \cdot \Delta l \cdot R = \vartheta' \cdot l_z \cdot R,$$

so folgt als Ersatzgröße:

$$\frac{M_x}{J_x} \cdot \Delta l = \frac{1}{\alpha} \cdot \vartheta' \cdot l_z. \quad (431)$$

In der Seitenansicht der Kröpfung, Abb. 1364, decken sich die beiden gleich großen Dreiecke der $\frac{M_x}{J_x}$ -Flächen. Werden ihre Inhalte und die Ersatzgrößen im Krafteck, das mit dem gleichen Polabstand wie das Krafteck der Hauptuntersuchung aufgezeichnet werden muß, aneinander gereiht, so liefert das zugehörige Seileck, Abb. 1363, die gesuchten Verschiebungen δ_3 , δ_4 und δ_z , um welche die Wellenschenkel gegeneinander versetzt sind. Der Polabstand wurde in Abb. 1363 der Deutlichkeit halber sehr klein gewählt.

Beispiel 11. Wie ändert sich C , wenn die im vorigen Beispiel untersuchte Kurbelwelle um 90° gedreht wird, Abb. 1365 bis 1370.

Die Momenten- und die $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche bleiben unverändert, Abb. 1367 und 1368.

Ersatzgröße für den linken Kurbelarm:

$$\frac{\partial_i \cdot R}{\alpha} = 3,6 \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot B_0 \cdot b'' \cdot \frac{c^2 + d^2}{c^3 \cdot d^3} \cdot R = 3,6 \cdot \frac{2100000}{850000} \cdot 0,5 \cdot 48 \cdot \frac{5^2 + 10^2}{5^3 \cdot 10^3} \cdot 20 = 4,270 \text{ kg/cm}^2.$$

Ersatzgröße für den rechten Kurbelarm:

$$\frac{\partial_r \cdot R}{\alpha} = 3,6 \cdot \frac{2100000}{850000} \cdot 0,5 \cdot 32 \cdot \frac{5^2 + 10^2}{5^3 \cdot 10^3} \cdot 20 = 2,850 \text{ kg/cm}^2.$$

Mit denselben kann das Hauptkrafteck, Abb. 1369 und die zugehörige ausgezogene Einflußlinie Abb. 1370 gezeichnet werden.

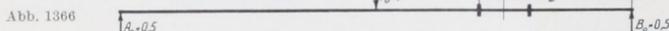
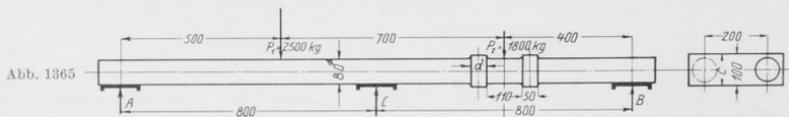


Abb. 1365 bis 1370. Beispiel 11. Längenmaßstab 1 : 20.

Wirkung der Durchbiegung der Kurbelarme:

Biegemoment am Kurbelarm: $B_0 \cdot R = 0,5 \cdot 20 = 10 \text{ kgcm}$.

Der Inhalt der dreieckigen Belastungsflächen der Kurbelarme von:

$$\frac{B_0 \cdot R}{J'_{lc}} = \frac{12 \cdot B_0 \cdot R}{d \cdot c^3} = \frac{12 \cdot 10}{5 \cdot 10^3} = 0,024 \text{ kg/cm}^3$$

Höhe ist:

$$f' = f'' = \frac{0,024 \cdot 20}{2} = 0,24 \text{ kg/cm}^2.$$

Wirkung der Verdrehung des Kurbelzapfens vom Durchmesser $d_1 = 8 \text{ cm}$ und der Länge $l_z = 11 + 5 = 16 \text{ cm}$:

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \theta' \cdot l_z = 32 \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{B_0 \cdot R}{\pi d_1^4} \cdot l_z = 32 \cdot \frac{2100000}{850000} \cdot \frac{0,5 \cdot 20}{\pi \cdot 8^4} \cdot 16 = 0,983 \text{ kg/cm}^2.$$

f' , 0,983 und f'' sind in dem Nebenkrafteck ineinandergereiht und die Polstrahlen sowie das zugehörige Seileck unter dem Seitenriß des Kurbelarms mit der gleichen Polweite wie das Haupteck gezeichnet. Verlängert man die Seilstrahlen $2'$ und $3'$ bis zum Schnitt mit der Mittellinie der Welle, so findet man die Einzelwerte von δ_3 , δ_z und δ_4 . Um δ_3 springt der Linienzug der Einflußlinie, Abb. 1370, unter dem linken Kurbelarm, um $\delta_z + \delta_4$ unter dem rechten nach oben, so daß er seitlich des rechten Arms um die Summe δ' der ermittelten Durchbiegungen verschoben werden muß, wie gestrichelt gezeichnet. Die neue Schlußlinie führt zu den Einflußzahlen:

$$y_1 = 1,15, \quad y_2 = 1,23, \quad y_c = 1,48,$$

die:

$$C = \frac{\sum P \cdot y}{y_c} = \frac{2500 \cdot 1,15 + 1800 \cdot 1,23}{1,48} = 3440 \text{ kg}$$

ergeben.

Ohne Berücksichtigung der Durchbiegung der Kurbelarme und der Verdrehung des Kurbelzapfens würde:

$$y'_1 = 1,13, \quad y'_2 = 1,17, \quad y'_c = 1,44,$$

und

$$C' = \frac{2500 \cdot 1,13 + 1800 \cdot 1,17}{1,44} = 3430 \text{ kg}$$

werden.

Im vorliegenden Fall ist also die Einwirkung der Durchbiegungen δ_3 und δ_4 der Kurbelarme und der durch δ_z gekennzeichneten Verdrehung des Kurbelzapfens sehr gering.

3. Die Kräfte stehen schief zur Kurbelebene.

Der Fall läßt sich auf die zwei erörterten Hauptfälle zurückführen, wenn man die Kräfte in Richtung der Kurbelebene und senkrecht dazu zerlegt. Die Einflußlinien in den beiden Ebenen liefern die Seitenkräfte der Auflagedrucke und damit die zur weiteren Berechnung nötigen Größen.

Manchmal kommt es vor, daß sämtliche äußeren Kräfte zwar schief zur Kurbelebene, aber parallel zueinander gerichtet sind. Wenn der Einfluß der endlichen Länge der Schubstangen vernachlässigt wird, trifft das z. B.

für stehende Maschinen zu, die unmittelbar mit einer Dynamomaschine oder stehenden Arbeitsmaschine gekuppelt sind. Dann kommt man annähernd, aber genügend genau mit den Einflußlinien in der betreffenden Ebene aus, weil die Drucke in den Lagern ebenfalls parallel zu den

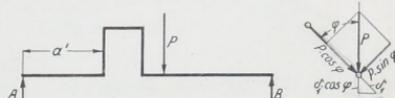


Abb. 1371. Wirkung schief zur Kurbelebene gerichteter Belastung.

äußeren Kräften gerichtet sein müssen. Die Linien findet man folgendermaßen:

In Abb. 1371 stehe die Kurbel unter einem Winkel φ gegen die Kraftebene geneigt. Die äußere Kraft P sei in ihre Seitenkräfte $P \cdot \cos \varphi$ in der Kurbelebene und $P \cdot \sin \varphi$ senkrecht dazu zerlegt. Ruft $P \cdot \cos \varphi$ an einer beliebigen Stelle die Durchbiegung δ_1 in der Kurbelebene hervor, so kommt in senkrechter Richtung nur der Anteil $\delta_1 \cdot \cos \varphi$ in Betracht, den man sich aber auch durch eine in der senkrechten Ebene wirkende Kraft $P \cos \varphi \cdot \cos \varphi = P \cdot \cos^2 \varphi$ erzeugen kann. Als Ersatzgröße für einen der Kurbelarme ist sinngemäß:

$$\frac{R \cdot M_k \cdot \cos^2 \varphi}{J_k}$$

einzuführen, wenn M_k das volle, an der Ansatzstelle des Armes hervorgerufene Biegemoment ist. Unter den Verhältnissen der Abb. 1371 ist z. B. für den linken Kurbelarm $M_k = A \cdot a'$.

Die Seitenkraft $P \cdot \sin \varphi$ senkrecht zur Kurbelebene entspricht in ihrer Wirkung dem zweiten Hauptfalle. Die in einem beliebigen Punkte entstehende, normal zur Kurbelebene gerichtete Durchbiegung δ_2 liefert in senkrechter Richtung den Betrag $\delta_2 \cdot \sin \varphi$.

Mithin ist der Verdrehungswinkel der Kurbelarme aus:

$$\vartheta = 3,6 \beta \cdot M_d \cdot \sin \varphi \cdot \frac{c^2 + d^2}{c^3 \cdot d^3}$$

und die Ersatzgröße für den Kurbelarm aus:

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \vartheta \cdot R \cdot \sin \varphi$$

zu berechnen, wobei das Drehmoment M_d im Falle der Abb. 1371 am linken Kurbelarm gleich $A \cdot \sin \varphi \cdot a'$ ist.

Auch bei der Untersuchung der Wirkung der Durchbiegung der Kurbelarme und der Verwindung des Kurbelzapfens durch $P \cdot \sin \varphi$ darf man nur die Vertikalkomponente von $\delta' = \delta_3 + \delta_2 + \delta_4$, also $\delta' \cdot \sin \varphi$ berücksichtigen.

Beispiel 12. Die Welle aus Beispiel 10 stehe unter 45° geneigt gegen die Kraftebene, Abb. 1372 bis 1375.

Momenten- und $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche,

Abb. 1373, wie im Beispiel 10. a) Wirkung von $P_0 \cdot \cos \varphi$. Ersatzgröße für den linken Kurbelarm:

$$\begin{aligned} & \frac{R \cdot M_{kl} \cdot \cos^2 \varphi}{J_k} \\ &= \frac{12 \cdot R \cdot B_0 \cdot b'' \cdot \cos^2 \varphi}{c \cdot d^3} \\ &= \frac{12 \cdot 20 \cdot 0,5 \cdot 48 \cdot 0,707^2}{10 \cdot 5^3} \\ &= 2,304 \text{ kg/cm}^2. \end{aligned}$$

Ersatzgröße für den rechten Kurbelarm:

$$\frac{R \cdot M_{kr} \cdot \cos^2 \varphi}{J_k} = \frac{12 \cdot 20 \cdot 0,5 \cdot 32 \cdot 0,707^2}{10 \cdot 5^3} = 1,536 \text{ kg/cm}^2.$$

b) Wirkung von $P_0 \cdot \sin \varphi$. Ersatzgröße für den linken Kurbelarm:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\alpha} \cdot \vartheta_l \cdot R \cdot \sin \varphi = 3,6 \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot B_0 \cdot b'' \cdot R \cdot \sin^2 \varphi \cdot \frac{c^2 + d^2}{c^3 \cdot d^3} \\ &= 3,6 \cdot \frac{2100000}{850000} \cdot 0,5 \cdot 48 \cdot 20 \cdot 0,707^2 \cdot \frac{5^2 + 10^2}{5^3 \cdot 10^3} = 2,134 \text{ kg/cm}^2. \end{aligned}$$

Ersatzgröße für den rechten Kurbelarm:

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \vartheta_r \cdot R \cdot \sin \varphi = 3,6 \cdot \frac{2100000}{850000} \cdot 0,5 \cdot 32 \cdot 20 \cdot 0,707^2 \cdot \frac{5^2 + 10^2}{5^3 \cdot 10^3} = 1,423 \text{ kg/cm}^2.$$

Zusammen mit der $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche ist nun die Belastung zur Aufzeichnung der Biegelinie gegeben (Abb. 1374 und 1375).

Formänderung der Kröpfung durch $P \cdot \sin \varphi$ infolge Durchbiegung der Kurbelarme und Verdrehung des Zapfens.

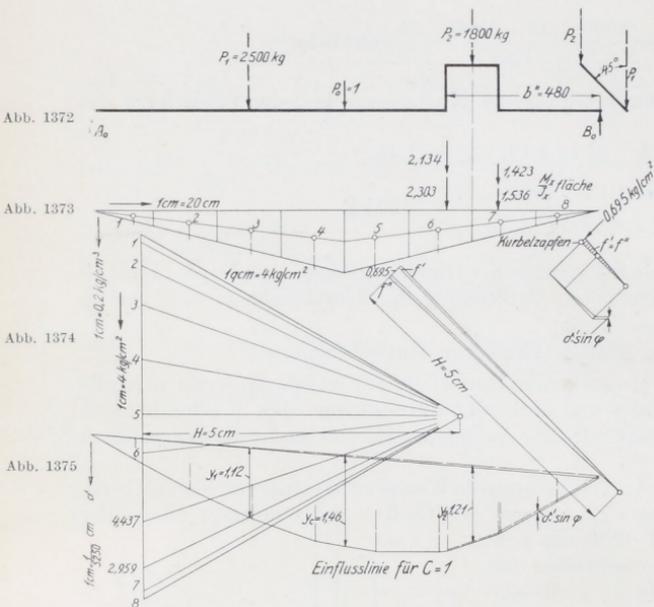


Abb. 1372 bis 1375. Beispiel 12. Längenmaßstab 1 : 20.

c) Wirkung der Durchbiegung der Kurbelarme am Kurbelzapfenende:

$$\frac{M_b}{J_k} = \frac{12 \cdot B_0 \cdot R \cdot \sin \varphi}{d \cdot c^3} = \frac{12 \cdot 0,5 \cdot 20 \cdot 0,707}{5 \cdot 10^3} = 0,017 \text{ kg/cm}^3.$$

Inhalt der dreieckigen Belastungsflächen der Kurbelarme:

$$f' = f'' = \frac{0,017 \cdot 20}{2} = 0,17 \text{ kg/cm}^2.$$

d) Wirkung der Verdrehung des Kurbelzapfens:

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \vartheta' \cdot l_z = 32 \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{B_0 \cdot R}{\pi \cdot d_1^3} \cdot \sin \varphi \cdot l_z = 32 \cdot \frac{2100000}{850000} \cdot \frac{0,5 \cdot 20}{\pi \cdot 8^3} \cdot 0,707 \cdot 16 = 0,695 \text{ kg/cm}^2.$$

Damit ist das Nebenkraft- und Seileck unter 45° gezeichnet zur Ermittlung der Durchbiegung $\vartheta' \cdot \sin \varphi$ in senkrechter Richtung für die Verschiebung der Biegelinie.

Einflußzahlen: $y_1 = 1,12$; $y_2 = 1,21$; $y_c = 1,46$.

$$\text{Daher: } C = \frac{\sum P \cdot y}{y_c} = \frac{2500 \cdot 1,12 + 1800 \cdot 1,21}{1,46} = 3410 \text{ kg}.$$

Im folgenden sind die Ergebnisse der Beispiele 10, 11 und 12 unter c, d und e denen einer Untersuchung einer geraden Achse vom gleichen Durchmesser (80 mm) und gleichen Längenmaßen gegenübergestellt. Im Fall a ist die Achse nach dem vielfach üblichen Verfahren durch einen Schnitt an der mittleren Lagerstelle in zwei statisch bestimmte Teile zerlegt gedacht, wobei sich die folgenden Zahlen ergeben:

Auflagedrucke an der linken Achshälfte:

$$A = \frac{2500 \cdot 30}{80} = 937 \text{ kg}; \quad C_l = 2500 - 937 = 1563 \text{ kg};$$

Beanspruchung im Querschnitt unter P_1 :

$$\sigma_{b_1} = \frac{937 \cdot 50}{50,27} = 932 \text{ kg/cm}^2;$$

Auflagedrucke an der rechten Achshälfte:

$$B = C_r = \frac{1800 \cdot 40}{80} = 900 \text{ kg};$$

Beanspruchung im Querschnitt unter P_2 :

$$\sigma_{b_2} = \frac{900 \cdot 40}{50,27} = 716 \text{ kg/cm}^2;$$

$$C = C_l + C_r = 1563 + 900 = 2463 \text{ kg}.$$

Die genaue Untersuchung der gleichen Achse an Hand des beschriebenen, im Beispiel 9 angewandten Verfahrens lieferte die Werte unter b).

Ein Vergleich der Zahlen zeigt, daß die Berechnung der Welle unter Zerlegung in statisch bestimmte Teile zu sehr beträchtlichen Abweichungen führt: um $24,7\%$ zu niedrigen Auflagedruck C — dadurch leicht zu geringe Bemessung des Lagers und als niedrige Warmlaufen — Biegebeanspruchung im Punkte C gleich Null, an den Angriffspunkten von P_1 und P_2 unzutreffend hoch. An der gekröpften Welle ergeben sich bei Verwendung des gleichen Zeichenmaßstabes erheblich größere Einflußzahlen; trotzdem wächst der Auflagedruck C nur wenig, nämlich im Fall c um 6% gegenüber Fall b. Wohl aber steigt die Biegespannung im Lager C , die im Falle c 802 kg/cm^2 erreicht. Und neben diese Biegespannungen treten in der gekröpften Welle noch Drehspannungen, sowohl im Kurbelzapfen als auch namentlich an der Lagerstelle C , wenn das an der Kurbel erzeugte Drehmoment durch diese Stelle hindurchgeleitet werden muß. Dadurch steigt die ideale Spannung in der ungünstigsten Stellung sogar auf 970 kg/cm^2 .

	y_c	A	B	C	Biegebeanspruchung im Querschnitt			Drehbeanspruchung		Ideelle Spannung der Welle im Lager C	
					unter P_1	unter P_2	im Lager C	des Kurbelzapfens	der Welle im Lager C		
a	Gerade Achse von 80 mm \varnothing in zwei statisch bestimmte Stücke zerlegt berechnet	—	937	900	2463	932	716	0!	—	—	—
b	Gerade Achse von 80 mm \varnothing , statisch unbestimmt berechnet	1,065	534	496	3270	531	395	642	—	—	—
c	Gekröpfte Welle, in der Kurbelebene belastet, Abb. 1353	1,47	434	396	3470	432	315	802	—	—	—
d	Gekröpfte Welle, senkrecht zur Kurbelebene belastet, Abb. 1365	1,48	449	411	3440	447	327	778	82	358	970
e	Gekröpfte Welle, unter 45° zur Kurbelebene belastet, Abb. 1372	1,46	464	426	3410	462	339	754	60	253	856
f	Gerade Achse von 80 mm \varnothing , in C durchgeschnitten und eingespannt, Abb. 1376 und 1377	—	—	—	—	458	447	$\left\{ \begin{matrix} 760^1 \\ 538^1 \end{matrix} \right.$	—	—	—

¹⁾ im Mittel 649 kg/cm²

Denkt man sich die gerade Achse im Querschnitt C durchgeschnitten, aber eingespannt, so kann man die beiden Enden nach den Formeln der Zusammenstellung 5, S. 24, lfd. Nr. 6 berechnen. Man erhält dabei im Querschnitt C zwei erheblich verschiedene Werte für die Biegemomente oder die Beanspruchungen, je nachdem man den rechten oder linken Achsenabschnitt zugrunde legt; doch kommt der Mittelwert aus beiden dem wirklichen ziemlich nahe, wie die Zahlen unter f und die folgende Rechnung zeigen.

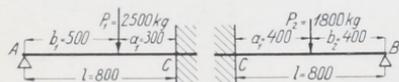


Abb. 1376 und 1377. Zur angenäherten Berechnung einer dreimal gelagerten Welle.

die folgende Rechnung zeigen.

Beispiel 13. Gerade Achse von durchweg 80 mm Durchmesser, in C durchgeschnitten und eingespannt, Abb. 1376 und 1377.

Moment unter P_1 :

$$M_{b_1} = \frac{P_1 \cdot b_1 \cdot a_1^2}{2 l^3} (3b_1 + 2a_1) = \frac{2500 \cdot 50 \cdot 30^2}{2 \cdot 80^3} (3 \cdot 50 + 2 \cdot 30) = 23070 \text{ kgcm},$$

$$\sigma_{b_1} = \frac{M_{b_1}}{W} = \frac{23070}{\frac{\pi}{32} \cdot 8^3} = 458 \text{ kg/cm}^2;$$

Einspannmoment bei C:

$$M_0 = \frac{P_1 \cdot a_1 \cdot b_1}{2 l^2} (2b_1 + a_1) = \frac{2500 \cdot 30 \cdot 50}{2 \cdot 80^2} (2 \cdot 50 + 30) = 38100 \text{ kgcm},$$

$$\sigma_0 = \frac{M_0}{W} = \frac{38100}{\frac{\pi}{32} \cdot 8^3} = 758 \text{ kg/cm}^2;$$

Moment unter P_2 :

$$M_{b_2} = \frac{P_2 \cdot b_2 \cdot a_2^2}{2 l^3} (3b_2 + 2a_2) = \frac{1800 \cdot 40 \cdot 40^2}{2 \cdot 80^3} (3 \cdot 40 + 2 \cdot 40) = 22500 \text{ kgcm},$$

$$\sigma_{b_2} = \frac{M_{b_2}}{W} = \frac{22500}{\frac{\pi}{32} \cdot 8^3} = 447 \text{ kg/cm}^2;$$

Einspannmoment bei C :

$$M'_0 = \frac{P_2 \cdot a_2 \cdot b_2}{2l^2} (2b_2 + a_2) = \frac{1800 \cdot 40 \cdot 40}{2 \cdot 80^2} (2 \cdot 40 + 40) = 27000 \text{ kgcm},$$

$$\sigma'_b = \frac{M'_0}{W} = \frac{27000}{\frac{\pi}{32} \cdot 8^3} = 537 \text{ kg/cm}^2.$$

C. Ermittlung der tatsächlichen Formänderungen von Wellen.

Die Biegelinien können naturgemäß auch zur Bestimmung der Formänderungen von Achsen und Wellen benutzt werden. Liegt die Aufgabe vor, die Durchbiegung bei einer bestimmten Belastung zu ermitteln, so zeichnet man die Momentenfläche und die Biegelinie für die gegebenen Kräfte in der oben erläuterten Weise auf und findet die Größe der Durchbiegungen durch Bestimmung des Maßstabes der Ordinaten der Biegelinie, wie im Beispiel 14 gezeigt ist.

Handelt es sich darum, die Durchbiegung infolge beliebiger Kräfte in einem bestimmten Punkt zu ermitteln, so kann man von der Einflußlinie für den betreffenden Punkt wie folgt Gebrauch machen.

Beispiel 14. Die Durchbiegung der Achse des Beispiels 9 soll ermittelt werden, wenn das mittlere Lager weggelassen wird.

Zur Lösung läßt sich die Einflußlinie, Abb. 1343, benutzen. Aus dem Längenmaßstab 1:20 oder $1 \text{ cm} = 20 = m_1 \text{ cm}$, in dem die Achse, Abb. 1337, gezeichnet sowie die genannte Untersuchung durchgeführt ist und dem im Krafteck, Abb. 1339, benutzten Kraftmaßstab $1 \text{ cm} = 0,4 = m_2 \text{ kg}$, folgt der Momentenmaßstab, mit dem die Ordinaten der Momentenfläche, Abb. 1340, zu messen sind:

$$1 \text{ cm} = H \cdot m_1 \cdot m_2 = 5 \cdot 20 \cdot 0,4 = 40 \text{ cmkg}.$$

Die damit ermittelten Momente wurden, durch die Trägheitsmomente der einzelnen Querschnitte dividiert, in der $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche in einem Maßstab $1 \text{ cm} = 0,1 = m_3 \text{ kg/cm}^3$ aufgetragen; somit bedeutet 1 cm^2 der Fläche:

$$m_1 \cdot m_3 = 20 \cdot 0,1 = 2 = m_4 \text{ kg/cm}^2.$$

Der gleiche Maßstab ist zur Aufzeichnung des Kraftecks, Abb. 1342, benutzt worden. In dem Ausdruck:

$$\delta = \alpha \int \frac{M_x}{J_x} \cdot x \cdot dx$$

ist nun das Integral durch das Produkt aus der Ordinate y des Seilecks, Abb. 1343, dem zugehörigen Polabstand $H = 5 \text{ cm}$ und den verwandten Längen- und Kraftmaßstäben m_1 und m_4 dargestellt:

$$\int \frac{M_x}{J_x} \cdot x \cdot dx = y \cdot H \cdot m_1 \cdot m_4 = y \cdot 5 \cdot 20 \cdot 2 = y \cdot 200.$$

Multipliziert man noch mit $\alpha = \frac{1}{2100000} \text{ cm}^2/\text{kg}$, so findet man den Maßstab, in dem die Ordinate y die Durchbiegung liefert:

$$\frac{1}{2100000} \cdot y \cdot 200 = \frac{y}{10500}.$$

Die Biegelinie ist also in 10500facher Größe aufgetragen. Eine Kraft von 1 kg, an der Stelle von P_1 aufgebracht, würde nach dem Maxwell'schen Satze, S. 786, unter C die der Ordinate y_1 entsprechende Durchbiegung verursachen. Die Belastung $P_1 = 2500 \text{ kg}$ ruft eine im Verhältnis $\frac{2500}{1}$ größere Durchbiegung hervor. Daher ist die durch P_1 und P_2

hervorgerufene Durchbiegung im Punkte C :

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{1}{10500} (P_1 \cdot y_1 + P_2 \cdot y_2), \\ &= \frac{1}{10500} (2500 \cdot 1,04 + 1800 \cdot 0,89) = 0,40 \text{ cm}.\end{aligned}$$

Die gleiche Seilkurve kann auch zur Ermittlung der Neigungswinkel der elastischen Linie unter dem Einfluß einer Belastung des Punktes C dienen. Greifen noch Kräfte außerhalb dieses Punktes an der Welle wie in der Abb. 1337 an, so muß die Biegelinie unter Einführung sämtlicher an der Welle angreifenden Kräfte besonders, und zwar mit wagrechter Schlußlinie aufgezeichnet werden. Das folgende Beispiel soll die Umrechnung der zeichnerischen Werte an Hand der Maßstäbe erläutern.

Beispiel 15. Es soll die Neigung $\text{tg } \gamma$ der Zapfenmittellinie im Lager A der Achse, Abb. 1337, ermittelt werden, wenn dieselbe in den Punkten A und B gestützt und in C mit $P' = 500$ kg belastet wird.

Der Winkel φ , den die Tangente an die Biegelinie oder der Seilstrahl im Punkte A der Abb. 1343 mit der wagrechten Schlußlinie bildet, kennzeichnet die Neigung bei einer Belastung durch 1 kg im Punkte C . Bei der Einwirkung von P' kg wird sie verhältnismäßig größer. (Wie zu verfahren ist, wenn die Schlußlinie nicht wagrecht verläuft, ist an Abb. 1380 erläutert.)

Abb. 1343 liefert $\text{tg } \varphi = 0,46$ (einen Wert, der sich auch zwischen dem obersten und dem wagrechten Polstrahl im Krafteck, Abb. 1342, finden läßt). Da die Ordinaten der Abb. 1343 in 10500facher Größe, die Abszissen dagegen in $\frac{1}{20}$ des wirklichen Maßes aufgetragen sind, folgt die Neigung:

$$\text{bei } P_0 = 1 \text{ kg: } \text{tg } \gamma_0 = \frac{0,46}{20 \cdot 10500},$$

$$\text{bei } P' = 500 \text{ kg: } \text{tg } \gamma = \frac{0,46 \cdot 500}{20 \cdot 10500} = 0,0011.$$

Die Neigung ist also rund:

$$1 : 900.$$

D. Verfahren zur Berechnung mehrfach statisch unbestimmter Wellen.

In Anlehnung an das Beispiel 13 lassen sich die Mittelfelder mehrfach statisch unbestimmter Wellen in erster Annäherung als an beiden Enden eingespannte Balken ansehen und nach den Formeln der Zusammenstellung 5, S. 26, lfd. Nr. 7 berechnen. Werden die Endfelder wie im Beispiel 13 erörtert, untersucht, so ergeben sich für die Mittellager je zwei Einspannmomente, die einzeln oder in ihrem arithmetischen Mittel den ersten Anhalt für die Beanspruchung der Wellen auf Biegung an den Lagerstellen bieten.

Diller hat ein Verfahren zur raschen angenäherten Berechnung statisch unbestimmter Wellen angegeben [XVIII, 16], das von dem Grundgedanken ausgeht, die Wirkung jeder einzelnen an der Welle angreifenden Kraft für sich zu verfolgen, ihren Einfluß aber nicht allein auf die Stützen des Feldes, in dem die Kraft wirkt, sondern auch auf diejenigen der benachbarten Felder zu ermitteln. Er zerlegt zu dem Zwecke die Wellen in Stücke von zwei bis drei Feldern, die also ein- und zweifach statisch unbestimmt sind und zeigt, daß die Fehler, die durch Vernachlässigung der weiteren Felder entstehen, sehr gering sind. Indem die Wirkungen der einzelnen Kräfte summiert werden, können beliebig oft gelagerte Wellen berechnet werden. Die Auflagedrucke drei- und vierfach gestützter glatter Wellen lassen sich leicht an Hand einiger Kurventafeln finden. Von Feldern mit Kröpfungen wird nachgewiesen, daß sie zwecks Ermittlung der größten Auflagedrucke durch längere, aber glatte Wellenstücke ersetzt werden können, von Feldern mit Verstärkungen, daß sie kürzeren glatten Wellen gleichwertig sind.

Im Falle mehrfacher statischer Unbestimmtheit verlangt das auf S. 787 erläuterte Verfahren eine äußerst sorgfältige Aufzeichnung der Einflußlinien, weil bei der anschließenden Berechnung der Auflagedrucke nach Gleichungen von der Art (425) und (426) die Differenzen der Einflußzahlen in Betracht kommen, kleine Größen, bei denen schon geringe Zeichenfehler äußerst fühlbar werden und leicht große Abweichungen der berechneten von den wahren Werten ergeben.

Sicherer, aber etwas umständlicher, ist das folgende Verfahren. Aus einer beliebig oft gestützten Welle seien drei benachbarte Felder, Abb. 1378, durch die Kennmarken m, n und o bezeichnet, herausgegriffen. Die Auflagekräfte M, N, O gelten für die linken Stützen der Felder; über ihnen mögen die Stützenmomente M_m, M_n, M_o wirken, positiv gerechnet, wenn rechtsdrehend. Die äußeren Belastungen und ihre Abstände von den Stützen seien a und b genannt und durch die Kennzeichen des Feldes auseinander gehalten, z. B. P_m, a_m und b_m, P_n, a_n, b_n usw. Nun lassen sich die Stützenmomente aus der Bedingung bestimmen, daß die Winkel, welche die elastische Linie über den Stützpunkten mit der Wagrechten bildet, gleich groß sein müssen. Wird der Winkel über der linken Stütze jedes Feldes mit γ , der über der rechten mit δ , im

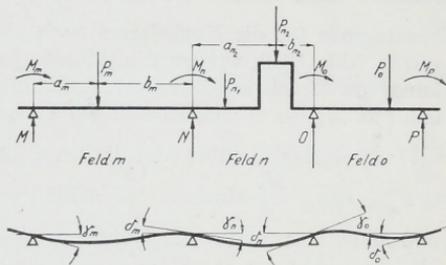


Abb. 1378 und 1379. Zur Berechnung mehrfach statisch unbestimmter Wellen.

übrigen aber durch die Kennmarke des Feldes, Abb. 1379, bezeichnet, so muß beispielsweise $\delta_m = -\gamma_n$; $\delta_n = -\gamma_o$ sein. Ihre Größen findet man an Hand zweier Arten von elastischen Linien, von denen die eine, Abb. 1380, die Wirkung der äußeren Kräfte, die andere, Abb. 1381, den Einfluß der Stützenmomente wiedergibt. In Abb. 1380 ist die Konstruktion der Biegelinie des mit einer Kröpfung versehenen Feldes n infolge der

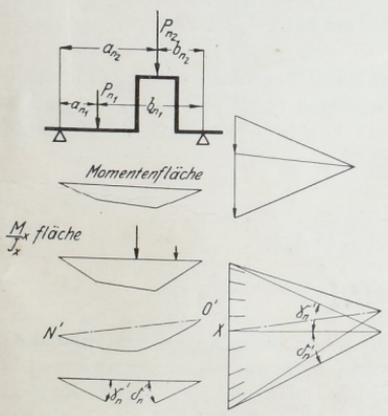


Abb. 1380. Ermittlung der Werte $\text{tg } \gamma'_n$ und δ'_n infolge der äußeren Kräfte im Felde n .

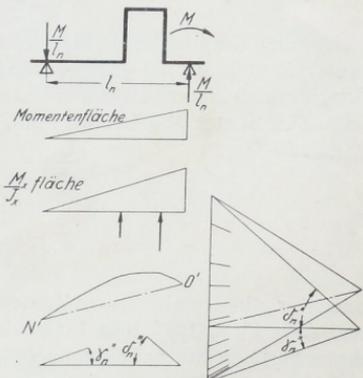


Abb. 1381. Konstruktion der Werte $\text{tg } \gamma'_n$ und $\text{tg } \delta'_n$ infolge des Stützenmomentes M .

äußeren Belastungen P_{n1} und P_{n2} dargestellt, wenn das Feld aus der Welle herausgeschnitten und als Balken auf zwei Stützen betrachtet wird. Die Linie wird in der früher beschriebenen Weise erhalten, wird aber im allgemeinen keine wagrechte Schlusslinie $N'O'$ bekommen. Die Winkel γ'_n und δ'_n , die sich bei wagrechter Schlußlinie ergeben, lassen sich jedoch leicht finden, wenn man eine Parallele zur Schlußlinie $N'O'$ durch den Pol des zugehörigen Kräftecks bis zum Schnittpunkt X mit der Kraftlinie

und den Polabstand von X aus wagrecht anträgt. Die äußersten neuen Polstrahlen schließen dann γ'_n und δ'_n ein. Das Aufzeichnen der entsprechenden Biegelinie erübrigt sich.

Abb. 1381 zeigt den Einfluß eines beliebig angenommenen, also bekannten Stützmoments M am rechten Ende des Feldes n . Ihm wird durch ein Kräftepaar mit den Seitenkräften $\frac{M}{l_n}$ über den Stützpunkten das Gleichgewicht gehalten, woraus die dreieckige Momentenfläche, Abb. 1381, folgt, die die Grundlage zur Ermittlung der Biegelinie in bekannter Weise gibt. Dabei wurden, da das Moment M die Welle im Felde n

offenbar nach oben durchbiegt, die Belastung durch die Teile der $\frac{M_x}{J_x}$ -Fläche und die

Ersatzgröße für die Kurbelarme nach oben wirkend angenommen. Ganz entsprechend, wie in Abb. 1380, werden die Winkel γ''_n und δ''_n , die die elastische Linie unter der Wirkung von M zeigen würde, erhalten. Tritt an die Stelle des Momentes M das Stützmoment M_0 , so verändern sich die Tangenten der Winkel entsprechend dem Verhältnis $\frac{M_0}{M}$, so daß sich über der linken Stütze $\text{tg } \gamma'''_n = \text{tg } \gamma''_n \cdot \frac{M_0}{M}$ und über der rechten $\text{tg } \delta'''_n = \text{tg } \delta''_n \cdot \frac{M_0}{M}$ einstellt. Abb. 1380 und 1381 müssen mit denselben Polabständen

und Maßstäben und unter geeigneter Wahl des Momentes M so gezeichnet werden, daß die Tangenten der Winkel γ'_n , δ'_n , γ''_n und δ''_n bequem meß- und vergleichbar werden.

Nach dem Maxwell'schen Satze gestattet Abb. 1381 auch den Einfluß eines über der linken Stütze wirkenden negativen Momentes $-M$ zu verfolgen, und zwar wird der Winkel an der linken Stütze $\gamma''V_n = \delta''_n$ und über der rechten Stütze $\delta''V_n = \gamma''_n$.

Betrachtet man nun die Wirkung aller am Felde n angreifenden Kräfte und Momente, so ergeben sich für die Winkel γ_n und δ_n die Gleichungen:

$$\gamma_n = \gamma'_n - \text{arc tg } \gamma''_n \frac{M_0}{M} + \text{arc tg } \delta''_n \frac{M_n}{M}, \quad (432)$$

$$\delta_n = \delta'_n - \text{arc tg } \delta''_n \frac{M_0}{M} + \text{arc tg } \gamma''_n \frac{M_n}{M}. \quad (433)$$

Die Biegelinien der übrigen Felder liefern in ganz ähnlicher Weise die zugehörigen Winkel und unter Benutzung der entsprechenden Bedingungen (432) und (433) die Gleichungen zur Bestimmung der Stützenmomente, wobei zu beachten ist, daß die Momente über den Endstützen der Welle Null sind.

Neunzehnter Abschnitt.

Exzenter.

Exzenter dienen als Ersatz für Stirnkurbeln oder Kröpfungen von kleinem Halbmesser, Abb. 1382, 1383 und 1384, wenn Stirnzapfen, etwa wegen zu geringem Wellendurchmesser konstruktiv nicht ausführbar sind oder wenn es sich darum handelt, eine Kurbelbewegung mitten von einer Welle abzuleiten. Vorteilhaft ist, daß sich die Exzenter an einer beliebigen Stelle der Welle aufsetzen lassen; nachteilig aber die bedeutendere Reibungsarbeit infolge der größeren Umfangsgeschwindigkeit an der Lauffläche, so daß die Anwendung der Exzenter auf kleine und mittlere Kräfte beschränkt bleiben muß. Beispiele bieten vor allem die Steuerungen; man benutzt aber Exzenter auch an Pressen, Schaltwerken usw., sowie zum Antriebe von Kondensatoren, Hilfskompressoren u. dgl. von der Welle einer Maschine aus.

Hauptteile sind: die auf der Welle befestigte, selten mit ihr aus einem Stück bestehende Scheibe, der Bügel, der diese umschließt und die Exzenterstange zur Bertragung der Kräfte auf den anzutreibenden Zapfen.