$$p = \frac{P}{z \cdot \frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2)} = \frac{1400}{5 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (8{,}5^2 - 6^2)} = 9{,}83 \text{ kg/cm}^2$$

Flächendruck. Bei 1000 Umdrehungen der Schnecke in der Minute ist die mittlere Umfanggeschwindigkeit:

$$v_m = \frac{\omega \cdot d_m}{2} = \frac{104{,}7 \cdot 0{,}0725}{2} = 3{,}79 \text{ m/sek}.$$

Das Produkt $p \cdot v_m = 9{,}83 \cdot 3{,}79$ gibt $37{,}3 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}}$. Dieser hohe Wert gestattet die Konstruktion unter voller Belastung nur bei unterbrochenem Betrieb anzuwenden, schließt aber Dauerbetrieb aus.

Die Kämme werden durch die am Hebelarm a angreifende Belastung auf Biegung beansprucht, wobei das Widerstandsmoment des Ansatzquerschnitts in Frage kommt, der abgewickelt ein Rechteck von der Länge πd_i und der Höhe h gibt, so daß:

$$\sigma_b = 6 \cdot \frac{P}{z} \cdot \frac{d_m - d_i}{2\pi \cdot d_i \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 1400 \cdot (7{,}25 - 5{,}5)}{5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 1^2} = 94 \text{ kg/cm}^2$$

wird.

Beispiel 16. Am Kopfende einer Welle von 150 mm Durchmesser soll eine Kraft $P = 5000$ kg bei $n = 200$ Umläufen in der Minute aufgenommen werden.

Da offenbar die Reibungsarbeit maßgebend sein wird, berechnet man unter Annahme von $p \cdot v_m = 30 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}}$ zunächst die nötige Breite nach (372a)

$$b = \frac{P \cdot n}{6000\,(p \cdot v_m)} = \frac{5000 \cdot 200}{6000 \cdot 30} = 5{,}55 \text{ cm}.$$

In der Wahl des äußeren oder inneren Durchmessers ist man lediglich an konstruktive Rücksichten gebunden. Vgl. Abb. 1588.

B. Stützzapfen, die unter flüssiger Reibung arbeiten.

Neben der schon erwähnten Möglichkeit, die flüssige Reibung durch Ausbildung keiliger Schmierschichten auszunutzen, besteht noch die, das Öl unter solchem Druck und in solcher Menge am inneren Rande der ebenen Lauffläche zuzuführen, daß der Zapfen, als Voll- oder einfacher Ringzapfen ausgeführt, von der Stützfläche abgehoben wird und auf dem Öle schwimmt. Dieser Fall sei zuerst besprochen.

1. Stützzapfen mit Preßschmierung.

Bedeuten r_i den inneren, r_a den äußeren Halbmesser der tragenden Fläche in cm, η die absolute Zähigkeit in $\frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$, q die Menge des zugeführten Öls in l/sek, P die Belastung, die der Zapfen aufnehmen muß und h die durchweg gleich große Stärke der Schmierschicht in cm, so wird der Öldruck p_x in at im Abstande x von der Drehachse, solange Zähigkeitsströmung vorhanden ist, also keine Wirbel auftreten:

$$p_x = 0{,}6 \frac{\eta \cdot q}{\pi \cdot h^3} \ln \frac{r_a}{x}. \tag{373}$$

Wegen der Ableitung der Formel vergleiche [XV, 7]. Der größte Druck am inneren Rande, unter dem das Öl zuzuführen ist, ergibt sich, wenn man x in r_i übergehen läßt, zu.

$$p_i = 0{,}6 \frac{\eta \cdot q}{\pi \cdot h^3} \ln \frac{r_a}{r_i}. \tag{374}$$

An Hand eines Ringes vom Halbmesser x und der Breite dx, folgt nun die Belastung, die der Zapfen tragen kann:

$$P_1 = \int p_x \cdot 2\pi x \cdot dx = \frac{1{,}2 \cdot \eta \cdot q}{h^3} \int \ln \frac{r_a}{x} \cdot x \cdot dx = -1{,}2 \frac{\eta \cdot q}{h^3} \int \ln \frac{x}{r_a} \cdot x \cdot dx \,.$$

Zur Integration multipliziert und dividiert man den Ausdruck mit r_a^2:

$$P_1 = -1{,}2 \frac{\eta \cdot q}{h^3} \cdot r_a^2 \int_{ri}^{ra} \ln \frac{x}{r_a} \cdot \frac{x}{r_a} \cdot \frac{dx}{r_a} \,,$$

betrachtet $\frac{x}{r_a}$ als Veränderliche und erhält nach einigen Umformungen:

$$P_1 = 0{,}3 \; \frac{\eta \cdot q}{h^3} \left[r_a^2 - r_i^2 \left(2 \ln \frac{r_a}{r_i} + 1 \right) \right].$$

Dazu tritt noch die Längskraft, die der Öldruck im Spalte in Höhe von $P_2 = \pi \, [r_i^2 - (r')^2] \, p_i$ erzeugt, wenn r' den Wellenhalbmesser bedeutet, so daß:

$$P = P_1 + P_2 = \frac{0{,}3 \, \eta \cdot q}{h^3} \left[r_a^2 - r_i^2 - 2 \, (r')^2 \ln \frac{r_a}{r_i} \right] \tag{375}$$

wird. Schaltet man aus (374) und (375) q aus, so folgt die Beziehung:

$$r_a = \sqrt{r_i^2 + 2 \, (r')^2 \ln \frac{r_a}{r_i} + \frac{2P}{\pi \cdot p_i} \ln \frac{r_a}{r_i}} \quad \text{oder} \quad p_i = \frac{2P \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}}{\pi \left[r_a^2 - r_i^2 - 2 \, (r')^2 \ln \frac{r_a}{r_i} \right]} \tag{376}$$

zur Ermittlung des Außenhalbmessers r_a oder des Öldruckes p_i. An dem Elementarring vom Halbmesser x ergibt sich ferner die Schubkraft S, die aufgewendet werden muß, um den Zapfen mit der Winkelgeschwindigkeit ω zu drehen, auf Grund des Newtonschen Gesetzes, daß S verhältnisgleich der Zähigkeit, der Schubfläche und der Geschwindigkeit und umgekehrt verhältnisgleich der Schichtdicke ist, daß also:

$$dS = \frac{\eta \cdot df \cdot v}{h} \quad \text{ist},$$

$$S = 10^{-4} \cdot \frac{\eta}{h} \int_{ri}^{ra} 2\pi x \, dx \cdot \omega \cdot x = 2 \cdot 10^{-4} \frac{\pi \cdot \eta \cdot \omega}{h} \int_{ri}^{ra} x^2 dx = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot \eta \cdot \omega}{3h} (r_a^3 - r_i^3) \,. \tag{377}$$

Die Beizahl 10^{-4} berücksichtigt, daß r_a und r_i in der im Maschinenbau üblichen Weise in cm eingesetzt werden. Das Produkt $dS \cdot x$ ist das Moment zur Überwindung der Schubkraft an der Elementarfläche und:

$$M_R = \int dS \cdot x = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\pi \cdot \eta \cdot \omega}{h} \int_{ri}^{ra} x^3 dx = \frac{10^{-4} \cdot \pi \cdot \eta \cdot \omega}{2h} (r_a^4 - r_i^4) \tag{378}$$

das zum Antrieb des Zapfens nötige Drehmoment.

Faßt man die Schubkraft S als Reibungswiderstand auf, so kann $S = \mu_1 \cdot P$ gesetzt und daraus die Zapfenreibungszahl:

$$\mu_1 = \frac{S}{P} \tag{379}$$

bestimmt werden.

Mit dem mittleren Flächendruck:

$$p = \frac{P - P_2}{\pi \, (r_c^2 - r_i^2)}$$

und der mittleren Umfanggeschwindigkeit:

$$v_m = \omega \cdot \frac{r_a + r_i}{2}$$

gewinnt man noch in:

$$a_{R_0} = \mu_1 \cdot p \cdot v_m = \frac{\mu_1 \omega (P - P_2)}{2\pi (r_a - r_i)} \,. \tag{380}$$

den Betrag der spezifischen Reibungsarbeit. Die gesamte am Zapfen entwickelte Reibungsarbeit ist:

$$A_R = a_{R_0} \cdot \pi (r_a^2 - r_i^2) = \frac{\mu_1 \omega \cdot (P - P_2)(r_a + r_i)}{4} \,. \tag{381}$$

Sie gestattet die Erwärmung des Öls nachzurechnen. Wenn man annimmt, daß die gesamte Reibungswärme auf das Öl übergeht, so fällt die so ermittelte Temperatur etwas zu hoch aus, weil ein Teil der Wärme durch den Zapfen und das Lager ausgestrahlt wird. Mit den bei Formel (349) angeführten Bezeichnungen muß sein: $\frac{A_R}{427} = \frac{c \cdot q}{\gamma} (t_2 - t_1)$, woraus sich die Abflußtemperatur des Öls ergibt:

$$t_2 = t_1 + \frac{A_R \cdot \gamma}{427\, c \cdot q} \,. \tag{382}$$

Die vorstehende Ableitung setzt die Zähigkeit η als unveränderlich, also an allen Stellen der Lauffläche gleich groß voraus; tatsächlich nimmt aber die Temperatur des Öles, während dasselbe über die Zapfenfläche läuft, zu, mithin die Zähigkeit ab.

Beispiel 17. Dem im Beispiel 16 berechneten Zapfen soll so viel Preßöl zugeführt werden, daß er unter flüssiger Reibung auf dem Öl schwimmt. Das Drucköl wird dem Zapfen längs der Welle zugeführt und der Lauffläche zu dem Zwecke ein innerer Durchmesser von $d_i = 160$ mm gegeben, so daß ein rings um die Welle von 150 mm Durchmesser laufender Spalt von 5 mm Weite entsteht. Praktisch genügende Abdichtung wird erreicht, wenn das Stützlager mit dem anschließenden Halslager zu einem Ganzen vereinigt wird. Die Ölmenge ist um den Betrag, der durch das Spiel des Halslagers verlorengeht, zu vergrößern.

Die Berechnungsgrundlagen sind: Belastung $P = 5000$ kg, $n = 200$/min oder $\omega = 20{,}94$ 1/sek, $r_i = 8{,}0$ cm, $r_a = 8{,}0 + 5{,}55 \approx 13{,}6$ cm, $\frac{r_a}{r_i} = \frac{13{,}6}{8} = 1{,}70$, $\ln \frac{r_a}{r_i} = 2{,}303 \cdot \lg 1{,}7 = 0{,}5306$. Die Zähigkeit des zu verwendenden Öls sei $0{,}02\ \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$.

Um die Wirkung der Stärke der Ölschicht anschaulich zu zeigen, ist die Rechnung in der folgenden Zusammenstellung für $h = 0{,}01$ und $0{,}02$ cm durchgeführt.

Ist Öl von bestimmter Pressung, in Turbinenanlagen etwa zur Betätigung der Regelung, vorhanden, so liefert Formel (376) den Außenhalbmesser r_a. Z.B. würde bei $p_i = 20$ at Überdruck und $h = 0{,}01$ cm Schichtstärke:

$$r_a = \sqrt{r_i^2 + 2\,(r')^2 \ln \frac{r_a}{r_i} + \frac{2\,P}{\pi \cdot p_i} \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}} = \sqrt{8^2 + 2 \cdot 7{,}5^2 \cdot 0{,}5306 + \frac{2 \cdot 5000}{\pi \cdot 20} \cdot 0{,}5306} = 14{,}4 \text{ cm}$$

werden müssen.

Verschiedene Schmierschichtstärke hat, wie die nachstehende Rechnung zeigt, keinen Einfluß auf den Öldruck p_i am inneren Rande, den mittleren Druck p und die mittlere Geschwindigkeit v_m. Eine Verdoppelung der Stärke der Ölschicht setzt die Zapfenreibungszahl μ_1, das Antriebmoment M_R und die Reibungsarbeit A_R auf die Hälfte herab, vermindert die Temperatur des ablaufenden Öls, verlangt aber die achtfache Ölmenge.

Zu bemerken ist, daß das Lager auch während der Ruhe, sofern es unter Öldruck steht, ständig die berechnete Ölmenge durchläßt, daß dadurch aber andererseits die

Verlangte Schmierschichtstärke h	0,01	0,02	cm
Öldruck am inneren Rande (376) $p_i = \dfrac{2P \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}}{\pi\left[r_a^2 - r_i^2 - 2(r')^2 \ln \frac{r_a}{r_i}\right]}$	27,6	27,6	at
Ölmenge (374) $q = \dfrac{\pi \cdot p_i \cdot h^3}{0{,}6 \cdot \eta \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}}$	0,014	0,112	l/sek
Druck $P_2 = \pi\,[r_i^2 - (r')^2]\,p_i$	662	662	kg
Schubkraft (377) $S = \dfrac{2 \cdot 10^{-4}\,\pi \cdot \eta \cdot \omega}{3\,h}(r_a^3 - r_i^3)$	17,6	8,8	kg
Antriebmoment (378) $M_R = \dfrac{10^{-4}\,\pi\,\eta \cdot \omega}{2\,h}(r_a^4 - r_i^4)$	198,2	99,1	cmkg
Zapfenreibungszahl (379) $\mu_1 = \dfrac{S}{P}$	0,00352	0,00176	
Mittlerer Flächendruck $p = \dfrac{P - P_2}{\pi\,(r_a^2 - r_i^2)}$	11,42	11,42	kg/cm²
Mittlere Umlaufgeschwindigkeit $v_m = \omega\left(\dfrac{r_a + r_i}{2}\right)$	2,26	2,26	m/sek
Spezifische Reibungsarbeit (380) $a_{R_0} = \mu_1 \cdot p \cdot v_m$	0,0908	0,0454	$\dfrac{\text{m kg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$
Gesamte Reibungsarbeit (381) $A_R = a_{R_0} \cdot \pi\,(r_a^2 - r_i^2)$	34,51	17,26	mkg/sek
Ölablauftemperatur (382) $t_2 = t_1 + \dfrac{A_R \cdot \gamma}{427\,c \cdot q}$	33°	21°	

Sicherheit beim Anfahren erhöht ist, weil der Zapfen von vornherein schwimmt. Die Voraussetzung, daß stets Drucköl vorhanden ist, muß bei Turbinenanlagen auch in Rücksicht auf die Regelung erfüllt sein. In konstruktiver Beziehung wird man die Einlaufkanten gut abrunden und die Stützfläche starr lagern. Sie kugelig zu stützen und dadurch selbsteinstellbar zu machen, ist bedenklich, weil sie dann beim Laufen kippen und zum einseitigen Anlaufen kommen kann.

2. Stützzapfen, an denen flüssige Reibung durch keilige Schichten erzeugt wird.

a) Grundlagen.

Die Wirkung eben begrenzter keiliger Schmierschichten sei hier nur anschaulich an Hand einiger Abbildungen erläutert; bezüglich der mathematischen Verfolgung der Geschwindigkeits- und Druckverhältnisse, der die Anregung zu dem technisch wichtigen Fortschritt in der Ausbildung der Stützlager zu danken ist, muß auf das Buch von Gümbel-Everling [XV, 7] verwiesen werden. Vorausbemerkt sei, daß man sich bei der Berechnung der Lager gewöhnlich auf die Ermittlung des Flächendrucks beschränkt, weil sich rechnerisch so geringe Keilneigungen ergeben, daß sie praktisch nicht sicher verwirklicht werden können und weil sich die Neigung bei der wichtigsten Form derartiger Stützlager, beim Michell-Lager, selbsttätig einstellt, also vorher nicht ermittelt zu werden braucht.

Wird eine ebene Fläche über einer ruhenden, schwach geneigten, Abb. 1126, im Sinne des Pfeiles mit der Geschwindigkeit v verschoben, so wäre auf Grund einer Betrachtung ähnlich der an Abb. 936b, Seite 526, durchgeführten geradlinige Geschwindigkeitsverteilung nach den Dreiecken AA_1A_2, BB_1B_2, usw., Abb. 1126, zu erwarten. Die Inhalte dieser Dreiecke sind verhältnisgleich den an der betreffenden Stelle mitgenommenen Flüssigkeitsmengen, die also verschieden groß sind. Die Folge ist, daß sich die beiden Platten entweder parallel zueinander zu stellen suchen oder daß die dazwischen eingeschlossene Flüssigkeit unter Druck kommen muß, wenn die Platten ihre gegenseitige Lage beibehalten, weil ein Teil der an den Stellen A und B mitgenommenen Flüssigkeit sich staut und zurückströmen muß. Der Flüssigkeitsdruck ruft nun nach den Erläuterungen an Abb. 936a in dem Spalt Geschwindigkeiten hervor, die nach