Flüssige Reibung ist demnach mit großer Sicherheit verbürgt. Fragt man nach dem günstigsten Spiel, so führt Formel (340) zu:

$$s_{best} = 0{,}00467 \cdot d \sqrt{\frac{\eta \cdot n}{p} \cdot \frac{l}{d+l}} = 0{,}00467 \cdot 12 \sqrt{\frac{0{,}0035 \cdot 250}{17{,}4} \cdot \frac{24}{12+24}} = 0{,}0103 \,\text{cm oder } 0{,}1 \,\text{mm}$$

und einer Schmierschichtstärke an der engsten Stelle von:

$$h = \frac{s}{4} = 0{,}025 \text{ mm}.$$

Schließlich beziffert sich die gesamte am Zapfen verloren gehende Leistung nach (344) auf:

$$N_R = \frac{a_{R_0} \cdot \pi \cdot d \cdot l}{75} = \frac{0{,}0186 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 24}{75} = 0{,}224 \text{ PS}.$$

4. Berechnung der Zapfen auf Festigkeit.

Bei Stirnzapfen ist die Beanspruchung auf Biegung gemäß den Formeln (327) oder (328) maßgebend. Da es in Rücksicht auf die weitere Berechnung vielfach zweckmäßig ist, das Verhältnis $\frac{l}{d}$ anzunehmen, kann Formel (328) auch in der Form:

$$d = \sqrt[2]{\frac{5\,P}{k_b} \cdot \frac{l}{d}} \tag{350}$$

benutzt werden. Bei mitten in einer Welle sitzenden Halszapfen ist von den an der Stelle auftretenden größten Biege- und Drehmomenten auszugehen.

5. Wirkung der Formänderung der Zapfen.

In Betracht kommen die Durchbiegung, Krümmung und Schiefstellung, denen die Zapfen durch die äußeren Kräfte unterliegen, Formänderungen, die von der gleichen Größenordnung sind, wie die Schmierschichtstärke und deshalb sorgfältig berücksichtigt werden müssen. Da sich nun die Durchbiegungen aus einem Schiefstehen, entsprechend der mittleren Neigung der elastischen Linie der Welle und einer Krümmung des Zapfens selbst zusammensetzen lassen, genügt es, die Wirkung dieser beiden Formänderungsarten zu untersuchen. Schiefe Lage eines Zapfens zu seiner Schale erzeugt Kantenpressung, läßt sich aber, wenn die Neigung dauernd dieselbe bleibt, durch richtigen Zusammenbau oder durch Einlaufenlassen unschädlich machen. Ändert sich aber die Neigung, so müssen selbsteinstellbare Schalen verwendet oder die Wirkungen durch Verkürzen oder Verstärken des Zapfens gemildert werden. Die Notwendigkeit sich selbst einstellender Schalen in Fällen, wo flüssige Reibung erzielt werden soll, wird vielfach noch nicht genügend beachtet. Verhältnismäßig lange, hochbelastete Schalen ($l \geq 2{,}6$, selbst $2\,d$) sollten, namentlich wenn sie veränderlicher Belastung ausgesetzt sind, stets selbsteinstellbar gemacht werden.

Die Krümmung eines Zapfens oder der elastischen Linie von Wellen ruft, je nachdem, ob sie an der Stelle der dünnsten Schmierschicht erhaben oder hohl verläuft, Verminderungen der Schmierschichtstärke oder Kantenpressungen hervor, Wirkungen, die nur durch genügend kräftige und kurze Zapfen beschränkt werden können.

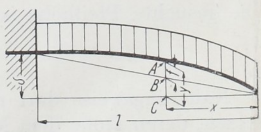

Abb. 1120. Zur Berechnung der Pfeilhöhe der elastischen Linie an Stirnzapfen.

An Stirnzapfen errechnet sich die größte Pfeilhöhe f der elastischen Linie unter der etwas zu ungünstigen Annahme gleichmäßiger Verteilung des Flächendrucks an der Lauffläche nach Abb. 1120 wie folgt. In der Entfernung x vom Zapfenende ist nach der Gleichung der elastischen Linie:

$$f = \overline{AC} - \overline{BC} = y - \frac{\delta \cdot x}{l} = \frac{\alpha \cdot P \cdot l^3}{J}\left(\frac{x}{6\,l} - \frac{x^4}{24\,l^4} - \frac{1}{8}\,\frac{x}{l}\right) = \frac{\alpha \cdot P \cdot l^3}{24\,J}\left(\frac{x}{l} - \frac{x^4}{l^4}\right).$$

Setzt man den Differentialquotienten $\frac{df}{dx} = 0$, so ergibt sich der größte Wert von f bei $x = 0{,}63\, l$ und zwar zu:

$$f_{\max} = 0{,}02 \frac{\alpha \cdot P \cdot l^3}{J} \quad \text{oder} \quad 0{,}08\, \alpha \cdot \sigma_b \cdot \frac{l^2}{d}\,. \tag{351}$$

Der Einfluß auf die Stärke der Schmierschicht an der engsten Stelle dürfte hinreichend berücksichtigt sein, wenn man zur Summe der Unebenheiten $\frac{f_{\max}}{2}$ hinzuzählt, also mit:

$$h_{\min} = \delta_1 + \delta_2 + \frac{f_{\max}}{2} \tag{352}$$

rechnet, namentlich, da die Ebenen der größten Durchbiegung und der engsten Stelle nicht ganz zusammenfallen.

Zahlenbeispiel 10. Läßt man an einem Stirnzapfen von $d = 20$ cm Durchmesser und $l = 30$ cm Länge eine Biegebeanspruchung von $\sigma_b = 700$ kg/cm² zu, so wird bei Flußstahl mit einer Elastizitätszahl $\alpha = \frac{1}{2\,200\,000}$ cm²/kg:

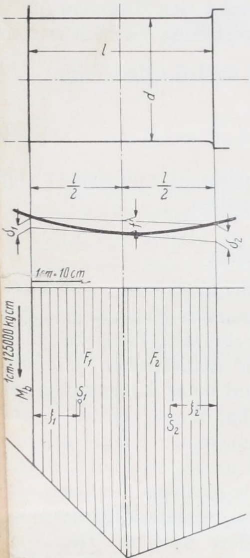

Abb. 1121. Zur Ermittlung der Pfeilhöhe der elastischen Linie an Halszapfen.

$$f_{\max} = 0{,}08 \cdot \alpha \cdot \sigma_b \cdot \frac{l^2}{d} = \frac{0{,}08 \cdot 700}{2\,200\,000} \cdot \frac{30^2}{20} = \frac{1{,}15}{1000}\ \text{cm}\,.$$

Bei $\delta_1 = \delta_2 = 0{,}0005$ cm steigt $h_{\min}$ von 0,001 nach Gleichung (352) immerhin auf:

$$h_{\min} = \delta_1 + \delta_2 + \frac{f_{\max}}{2} = 0{,}0005 + 0{,}0005 + \frac{0{,}00115}{2} = 0{,}0016\ \text{cm}\,.$$

An kleineren Zapfen ist der Einfluß naturgemäß geringer. Z. B. wird an einem geometrisch ähnlichen von 50 mm Durchmesser und 75 mm Länge unter den gleichen Verhältnissen $f_{\max} = \frac{3}{10\,000}$ cm.

An den Halszapfen durchlaufender Wellen läßt sich die Pfeilhöhe an Hand der Biegemomentenfläche ermitteln. Bedeuten in Abb. 1121 F_1 und F_2 die Inhalte der Momentenflächen links und rechts der Zapfenmitte in cmkg · cm und ξ_1 und ξ_2 ihre Schwerpunktabstände von den Zapfenenden in cm, so sind die Durchbiegungen δ_1 und δ_2 der elastischen Linie im Abstande $\frac{l}{2}$ von der Zapfenmitte, bezogen auf die dort angelegte Tangente nach Formel (32) dargestellt durch:

$$\delta_1 = \alpha \int \frac{M_x \cdot x \cdot d_x}{J_x} \approx \frac{20 \cdot \alpha \cdot F_1 \cdot \xi_1}{d^4} \quad \text{und} \quad \delta_2 = \frac{20 \cdot \alpha \cdot F_2 \cdot \xi_2}{d^4}\,.$$

Die gesuchte Pfeilhöhe ist dann:

$$f' = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = \frac{10\,\alpha}{d^4} (F_1 \xi_1 + F_2 \xi_2)\,. \tag{353}$$

Näherungsweise darf man die Trapeze der Momentenflächen durch Rechtecke ersetzen, deren Höhe dem Moment in der Zapfenmitte entspricht. Dann werden die Abstände ξ_1 und $\xi_2 = \frac{l}{4}$ und:

$$f' = \frac{10 \cdot \alpha}{d^4} \left(M_b \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} + M_b \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} \right) = \frac{2{,}5\, \alpha \cdot M_b \cdot l^2}{d^4}$$

oder unter Ersatz von $\frac{10\, M_b}{d^3}$ durch σ_b:

$$f' = 0{,}25\, \alpha \cdot \sigma_b \cdot \frac{l^2}{d}\,. \tag{354}$$

Der Vergleich der Formeln (351) und (354) zeigt, daß die größte Pfeilhöhe am Halszapfen gleicher Abmessung und gleicher Beanspruchung rund 3,1mal größer ist als am Stirnzapfen. Die bekannte Neigung von Mittellagern zum Heißlaufen ist eben auf die bedeutenderen Formänderungen zurückzuführen, die höhere Kantenpressung oder stärkere Verminderung der Schmierschichtdicke in der Lagermitte zur Folge haben. Sie läßt sich, wie Formel (354) lehrt, in erster Linie durch Verringern der Lagerlänge oder durch Niedrighalten der Biegespannung bekämpfen.

Zahlenbeispiel 11. Würde der Zapfen des Beispiels 10 von $d = 20$ cm Durchmesser und $l = 30$ cm Länge als Halszapfen einem größten Biegemoment von 549800 cmkg, entsprechend $\sigma_b = 700$ kg/cm², ausgesetzt sein und würde die Momentenfläche nach Abb. 1121 verlaufen, so ergibt sich folgender Rechnungsgang: Da der Längenmaßstab 1 : 10 ist und 1 cm² $125000 \cdot 10 = 1250000$ cmkg · cm bedeutet, die Flächen $F_1 = 5{,}48$ und $F_2 = 6{,}18$ cm² Inhalt haben und die Abstände $\xi_1 = 0{,}77$, $\xi_2 = 0{,}76$ cm sind, so wird:

$$f' = \frac{10\,\alpha}{d^4}(F_1\xi_1 + F_2\xi_2) = \frac{10}{2\,200\,000 \cdot 20^4}(5{,}48 \cdot 1\,250\,000 \cdot 0{,}77 \cdot 10 + 6{,}18 \cdot 1\,250\,000 \cdot 0{,}76 \cdot 10)$$

$$= \frac{3{,}21}{1000}\,\text{cm}\,.$$

Die Näherungsformel (354) liefert:

$$f' = 0{,}25\,\alpha \cdot \sigma_b \frac{l^2}{d} = \frac{0{,}25 \cdot 700 \cdot 30^2}{2\,200\,000 \cdot 20} = \frac{3{,}58}{1000}\,\text{cm}\,,$$

einen etwas zu großen Wert, wie im vorliegenden Falle nach der Form der Momentenfläche in Abb. 1121 zu erwarten war.

6. Berechnung von Zapfen mit Laufsitzpassung, die unter flüssiger Reibung laufen.

Den Weg, den zweckmäßigsten Durchmesser d bei Laufsitzpassung zu berechnen, wenn die Belastung P und die Umdrehzahl n in der Minute gegeben sind, hat Falz zuerst angegeben [XV, 20]. Die folgenden Formeln sind auf dem gleichen Wege, aber so aufgestellt, daß sie ein beliebiges Verhältnis $\frac{l}{d}$ und die Ausstrahlfähigkeit der Lager anschaulich an Hand der Abb. 1118 zu berücksichtigen gestatten. Das mittlere Spiel der Laufsitzpassung unter Einschluß der gewöhnlichen Beträge für die Oberflächenrauhigkeit läßt sich genügend genau durch die empirische Gleichung:

$$s = \frac{\sqrt[3,3]{d}}{224} = \frac{d^{0,303}}{224} \tag{355}$$

ausdrücken. In Formel (340) eingeführt, wird:

$$\frac{4\,\eta \cdot n \cdot d^2}{183\,600\,p} \cdot \frac{l}{d+l} = s^2_{best} = \frac{d^{0,606}}{224^2}$$

oder die Zähigkeit:

$$\eta = 0{,}915\,\frac{p}{n \cdot d^{1,4}}\left(\frac{d}{l} + 1\right). \tag{356}$$

Bei dieser Zähigkeit stellt sich eine Stärke der Ölschicht an der engsten Stelle:

$$h = \frac{s}{4} = \frac{d^{0,303}}{900} \tag{357}$$

ein. Dadurch wird auch der schmierungstechnisch günstigste Wert für d nach Formel (345) gewährleistet, wie man sich überzeugt, wenn man η und h dort einsetzt.