

A. Berechnung von Tragzapfen, die unter halbflüssiger Reibung arbeiten.

Beispiele sind die Kurbel- und Kreuzkopfpapfen und die meisten Wellenzapfen der Kraft- und Arbeitsmaschinen mit hin- und hergehender Kolbenbewegung, die langsam laufenden Zapfen an Hebermaschinen, Förderanlagen, Werkzeugmaschinen, Walzwerken u. a.

1. Berechnung auf Flächendruck.

Bei der Wahl des zulässigen mittleren Flächendrucks, bezogen auf die Projektion f' der Lagerschale auf einer zur Kraftrichtung senkrechten Ebene:

$$p = \frac{P}{f'} \quad (306)$$

ist wegen der Erhaltung der Ölschicht für P stets der größte, längere Zeit wirkende Druck einzusetzen. Ferner sind zu beachten: Die Baustoffe des Zapfens und der Lagerschale, die Sorgfalt der Bearbeitung und des Zusammenbaues, der Zustand der Oberflächen, die Schmierung, die Art des Betriebes, die Umfangsgeschwindigkeit, die Abnutzung. Von den Baustoffen ist der weniger widerstandsfähige oder weichere maßgebend; z. B. bei gußeisernen Zapfen in Bronzeschalen oder bei Stahlzapfen auf Gußeisen, das empfindlichere Gußeisen. Je glatter und gleichmäßiger die Oberflächen sind, und je genauer sie unter Wahrung der nötigen Ölluft zueinander passen, um so höhere Flächendrucke sind zulässig. Die Schalen für hoch belastete, wechselnden Kräften ausgesetzte Zapfen werden, wie schon einmal angedeutet, zweckmäßigerweise beim Zusammenbau den Zapfen durch Einschaben an den tragenden Flächen so vollkommen wie möglich angepaßt, um die dämpfende Wirkung der Ölschichten zu erhöhen. Vorteilhaft ist der Wechsel der Kraftrichtung in bezug auf die Beförderung des Umlaufes des Schmiermittels, das durch das „Atmen“ des Lagers jeweils von der belasteten Seite auf die unbelastete gedrückt wird. Solche Zapfen vertragen höhere Pressungen als langsam laufende, ständig auf einer Seite anliegende. Bei diesen beruht die Zuführung des Schmiermittels lediglich auf dessen Haftfähigkeit, sofern dasselbe nicht unter Druck zugeleitet werden kann. Je größer die Umfangsgeschwindigkeit eines dauernd laufenden Zapfens ist, um so niedriger muß p gewählt werden, um nicht die Grenze der Erwärmung zu erreichen, vgl. hierzu die Ausführungen zu 3.

Für den zylindrischen Stirnzapfen, Abb. 1074, vom Durchmesser d und der Länge l geht die Formel für den mittleren Auflagedruck:

$$p = \frac{P}{f'} \quad (326)$$

$$p = \frac{P}{d \cdot l},$$

über in:

vorausgesetzt, daß die Lagerschale auf dem halben Umfange anliegt.

p soll an ständig sich drehenden Zapfen bei sorgfältiger Ausführung, sofern die Erwärmung nicht geringere Werte bedingt, im allgemeinen folgende Grenzen nicht überschreiten:

Zusammenstellung 118. Flächendrucke an Zapfen, die unter halbflüssiger Reibung laufen.

Stahl auf Gußeisen	25—30	kg/cm ²
Stahl auf Rotguß, Messing	50	„
Stahl, ungehärtet auf Bronze	50	„
Stahl, gehärtet und geschliffen auf Bronze	80	„
Stahl, ungehärtet auf Weißmetall	60	„
Stahl, gehärtet und geschliffen auf Weißmetall	90	„
Stahl auf Stahl, gehärtet und geschliffen	150	„
An den Gelenken der Lokomotivkuppelstangen, die sich nicht gegeneinander bewegen, Stahl auf Bronze	bis 350	„

An sehr langsam und mit häufigen Unterbrechungen arbeitenden Zapfen, z. B. von Seil- und Kettenrollen oder an nur schwingenden Zapfen, bei denen die Abnutzung keine Bedeutung hat, kann man die Drucke bei Gußeisen, Rotguß und Bronze zwei- bis dreimal so groß nehmen, wie oben angegeben.

Sonderwerte:

Kurbelzapfen an Dampfmaschinen auf Weißmetall	60—70	kg/cm ²
Kurbelzapfen an Fördermaschinen auf Weißmetall	90—120	„
Kurbelzapfen an Verbrennungsmaschinen auf Weißmetall	100—120	„
Kurbelzapfen an Maschinen auf Schnelldampfern	40—50	„
Kurbelzapfen an Torpedobootmaschinen	60—70	„
Kurbelzapfen an Lokomotiven	115—140	„
Kurbelzapfen an Lokomotiven, auf den vollen Kesseldruck gerechnet, bis zu	175	„
Kurbelzapfen an Stanzen und Lochmaschinen, Stahl auf Bronze	200	„
Wellenzapfen an Dampfmaschinen, Stahl auf Weißmetall	15—25	„
Wellenzapfen an Fördermaschinen unter Berücksichtigung des Eigengewichts der Welle mit Trommel und des Seilzuges	20—28	„
Wellenzapfen an Gasmaschinen, Stahl auf Weißmetall	bis 30	„
Wellenzapfen an Maschinen auf Schnelldampfern, Stahl auf Weißmetall	16—22	„
Wellenzapfen an Kriegsschiffsmaschinen, Stahl auf Weißmetall	18—25	„
Wellenzapfen an Torpedobootmaschinen, Stahl auf Weißmetall	28—38	„

Für die nur schwingenden Kreuzkopfzapfen gilt:

an Dampfmaschinen, Stahl auf Bronze	80—90	kg/cm ²
an Fördermaschinen, Stahl auf Bronze	100—130	„
an Gasmaschinen, Stahl auf Bronze	100—150	„
an Lokomotiven, Stahl auf Bronze	150—250—300	„
an Torpedobootmaschinen, Stahl auf Bronze	120—150	„

Bei diesen Werten, mit Ausnahme des Falles, daß gehärteter Stahl auf gehärtetem Stahl ruht oder mit geringer Geschwindigkeit läuft, tritt Abnutzung ein; die Lager müssen deshalb nachstellbar eingerichtet werden, wenn kein Spiel entstehen darf.

2. Berechnung auf Festigkeit.

Ruhigen Lauf vorausgesetzt, sind der Festigkeitsrechnung die größten auftretenden Kräfte, selbst, wenn sie nur ganz kurze Zeit wirken, und die Werte der Zusammenstellung 2, S. 12 unter Berücksichtigung der Art der Beanspruchung, ob schwellend oder wechselnd, zugrunde zu legen. Bei stoßweisem Betriebe, an Pumpen, Stanzen usw. sind jene Werte auf ²/₃ bis ¹/₂ zu ermäßigen. Die Kraft für die Festigkeitsrechnung wird also nicht selten eine andere sein, wie die für die Ermittlung des Flächendrucks, vgl. Zahlenbeispiel 2.

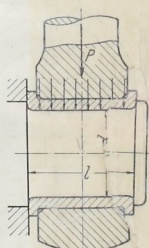


Abb. 1109. Zur Berechnung eines Stirnzapfens.

Der zylindrische Stirnzapfen, Abb. 1109, darf als einseitig eingespannter Körper betrachtet werden und ist demnach, gleichmäßige oder zur Zapfenmitte symmetrische Verteilung der Flächenpressung vorausgesetzt, auf das Biegemoment:

$$M_b = \frac{P \cdot l}{2} = W \cdot \sigma_b = k_b \cdot W$$

zu berechnen, woraus sich bei angenommener Form die Beanspruchung oder umgekehrt das Widerstandsmoment W bestimmen läßt. Für den wichtigsten Fall, den vollen Zapfen, wird:

$$\sigma_b = \frac{16 Pl}{\pi d^3} \approx \frac{5 \cdot Pl}{d^3} \tag{327}$$

oder:
$$W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{Pl}{2 \cdot k_b} \quad \text{und} \quad d = \sqrt[3]{\frac{5 P \cdot l}{k_b}} \tag{328}$$

In Verbindung mit Formel (326) ergibt sich eine Beziehung zwischen dem Durchmesser und der Länge, welche das Verhältnis beider und damit die Form des Zapfens so zu wählen gestattet, daß die Festigkeit und der zulässige Auflagedruck möglichst vollständig ausgenutzt werden. Aus $P = \frac{k_b \cdot d^3}{5l} = p \cdot d \cdot l$ folgt nämlich:

$$\frac{l}{d} \approx \sqrt{\frac{k_b}{5p}} \tag{329}$$

Hervorgehoben sei aber, daß diese Formel lediglich für zylindrische Stirnzapfen und zwar unter der Voraussetzung gilt, daß die Kraft für die Berechnung auf Biegung die gleiche, wie für diejenige auf Flächendruck ist und daß sich schließlich die Sicherheit gegen Warmlaufen bei der Nachrechnung genügend groß ergibt. Den Zusammenhang zwischen den Größen der Formel (329) verdeutlicht auch Zusammenstellung 119, in der die zu bestimmten Flächendrücken p und Verhältnissen $\frac{l}{d}$ gehörigen

Biegespannungen σ_b berechnet sind. Aus ihr geht deutlich hervor, daß höherer Flächendruck kurze, dicke Zapfen bedingt oder daß lange Zapfen nur niedrigen Flächendruck vertragen, wenn die Biegespannung nicht sehr hoch werden soll. Will man für k_b mindestens 350 kg/cm^2 zulassen, aber unter 800 kg/cm^2 bleiben, so sind die durch das eingerahmte Gebiet gekennzeichneten Zapfen zweckmäßig.

Zusammenstellung 119. Zusammenhang zwischen dem Flächendruck p , dem Verhältnis $\frac{l}{d}$ und der Beanspruchung auf Biegung σ_b an zylindrischen Stirnzapfen.

$p =$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	120	150	kg/cm^2	
$\frac{l}{d} =$	1	50	100	150	200	250	300	σ_b 350	400	450	500	600	750	kg/cm^2
	1,2	72	144	216	288	360	432	504	576	648	720	862	1080	„
	1,5	89	178	267	356	445	534	623	712	801	890	1068	„	
	1,8	162	324	486	648	810	972	1130	1296					„
	2,0	200	400	600	800	1000	1200							„
	2,2	242	484	725	967	1210								„
	2,4	288	577	865	1150									„

Am Gabelzapfen, Abb. 1110, dessen gefährlicher Querschnitt in der Mitte liegt, wird — wiederum unter Annahme gleichmäßiger Verteilung des Flächendrucks, sowohl an den Lauf-, wie an den Stützflächen:

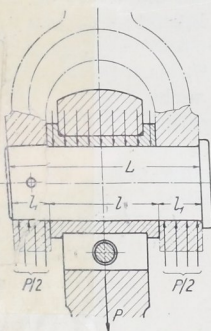


Abb. 1110. Belastung eines Gabelzapfens.

$$M_b = \frac{P}{2} \left[\left(\frac{l+l_1}{2} \right) - l \right] = \frac{P}{8} (l + 2l_1) = \frac{P \cdot L}{8},$$

wenn L die Gesamtlänge des belasteten Teils des Bolzens bedeutet. Für den vollen Zapfen wird ähnlich wie oben:

$$\sigma_b = \frac{4 P \cdot L}{\pi d^3} \approx \frac{1,25 \cdot P \cdot L}{d^3} \tag{330}$$

oder:

$$W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{P \cdot L}{8 \cdot k_b} \quad \text{und} \quad d \approx \sqrt[3]{\frac{1,25 \cdot P \cdot L}{k_b}} \tag{331}$$

Mit $P = p \cdot d \cdot l$ läßt sich entsprechend der Formel (329) die Beziehung:

$$\frac{k_b \cdot d^3}{1,25 L} = p \cdot d \cdot l$$

ableiten, die mit dem vielfach üblichen Werte $L = 1,5 l$, bei welchem an den Stützflächen doppelt so hoher Flächendruck, wie an der Lauffläche zugelassen ist, übergeht in:

$$\frac{l}{d} = \sqrt{\frac{k_b}{1,88 p}} \tag{332}$$

Die Formel gestattet wieder unter der Bedingung, daß die gleiche Kraft für die Berechnung auf Biegung und Flächendruck maßgebend ist, das vorteilhafteste Verhältnis von l zu d an Gabelzapfen zu bestimmen. (Die Sicherheit gegen Warmlaufen braucht an den Gabelzapfen selten berücksichtigt zu werden, weil dieselben nur für schwingende Bewegungen in Betracht kommen.)

Zusammenstellung 120 gilt für Gabelzapfen unter den gleichen Voraussetzungen, die bei der Zusammenstellung 119 für Stirnzapfen angegeben sind. Nach der Formel (332)

und der Zusammenstellung 120 dürfen nicht beurteilt werden Zapfen an durchgehenden oder gekröpften Wellen, die meist zusammengesetzten Beanspruchungen auf Biegung, Drehung und Schubunterliegen, wie im Beispiel 8 des Abschnitts 18 näher dargetan ist.

Zusammenstellung 120. Zusammenhang zwischen dem Flächendruck p , dem Verhältnis $\frac{l}{d}$ und der Beanspruchung auf Biegung σ_b an zylindrischen Gabelzapfen.

$p =$	20	30	40	50	60	70	80	90	100	120	150	180	kg/cm ²	
						σ_b								
$\frac{l}{d} =$	1,5	84	127	169	211	254	295	338	380	422	504	633	760	kg/cm ²
	1,8	122	182	243	304	364	426	486	547	608	729	912	1092	..
	2,0	150	225	300	375	450	525	600	675	750	900	1125
	2,2	182	272	363	454	544	636	726	817	908
	2,5	234	351	468	585	702	819	936
	3,0	338	507	676	845	1014

3. Berechnung auf Sicherheit gegen Warmlaufen.

Damit ein Zapfen nicht heißläuft, darf die spezifische Reibungsarbeit:

$$a_{R0} = \frac{p_m \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi}, \quad \text{wobei} \quad v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} \quad \text{ist,}$$

nicht zu groß werden. Unter der Annahme einer unveränderlichen Zapfenreibungszahl, $\mu_1 = \text{const}$, wie für den Beharrungszustand bei höheren Wärmegraden in erster Annäherung zutrifft, ist a_{R0} verhältnismäßig $p_m \cdot v$. Dieses Produkt darf, daher als maßgebend für die Erwärmung der Zapfen betrachtet werden und bestimmte Grenzen nicht überschreiten. Wechselt der Druck auf den Zapfen in seiner Größe, so ist der mittlere

Wert $p_m = \frac{P_m}{f}$ aus dem Druckverlaufe zu ermitteln. Beispielweise ist er für den Kurbelzapfen einer Dampfmaschine aus der Kolbenüberdrucklinie, Abb. 1111, unter Zurechnung der negativen Verdichtungsarbeit, also aus der gestrichelten Fläche zu bestimmen. Ist die auf den betreffenden Zapfen entfallende Leistung N einer Kolbenmaschine, etwa für den Hochdruckkurbelzapfen diejenige der Hochdruckseite einer zweiachsigen Dampfmaschine in Pferdestärken gegeben, so kann die Mittelkraft aus:

$$P_m = \frac{\rho \cdot 75 \cdot N}{c_m} \tag{333}$$

berechnet werden, wenn c_m die mittlere Kolbengeschwindigkeit und ρ eine Berichtigungszahl bedeutet, welche die Verdichtungsfläche berücksichtigt. ρ darf an Dampfmaschinen mit hoher Verdichtung zu 1,15, mit mäßiger Verdichtung zu 1,08 angenommen werden,

an Viertaktverbrennungsmaschinen wegen der Massenkräfte zu $\frac{1,5}{4} \dots \frac{1,7}{4}$, falls die

Maschine einfachwirkend, zu $\frac{1,5}{2} \dots \frac{1,7}{2}$, wenn sie doppeltwirkend ist.

Führt man $v = \frac{\omega \cdot d}{2}$ ein, so ist der Nenner des Ausdrucks zum Ausgleich der verschiedenen Maßeinheiten, in denen d eingesetzt zu werden pflegt (in Metern bei der Ermittlung der Geschwindigkeit $v = \frac{\omega \cdot d}{2}$ m/sek, in Zentimetern bei der Bestimmung

Flächendrucks $p_m = \frac{P_m}{d \cdot l}$ kg/cm²), mit 100 zu multiplizieren:

$$p_m \cdot v = \frac{P_m}{l \cdot d} \cdot \frac{\omega \cdot d}{2} \cdot \frac{1}{100} = \frac{P_m \cdot \omega}{200 l} \tag{33}$$

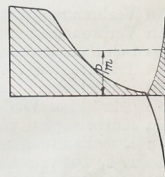


Abb. 1111. Bestimmung des mittleren Flächendrucks p_m zur Berechnung der Reibungsarbeit.

Die Formel zeigt, daß die Reibungsarbeit und die Erwärmung unabhängig vom Durchmesser d und umgekehrt verhältnismäßig der Zapfenlänge l ist, also nur durch Verlängerung des Zapfens herabgesetzt werden kann. Die Wahl eines größeren Durchmessers bei derselben Länge würde wohl den Flächendruck vermindern, aber gleichzeitig die Umfangsgeschwindigkeit steigern und damit die Reibungsarbeit unverändert lassen oder sogar vergrößern; denn nach den früheren Ausführungen, S. 633, wächst die Zapfenreibungszahl μ_1 mit zunehmender Geschwindigkeit. Ist die Belastung P und die Umdrehzahl n gegeben, so erhält man die nötige Länge des Zapfens aus:

$$l = \frac{P_m \cdot \omega}{200 \cdot p \cdot v} \approx \frac{P_m \cdot n}{2000 \cdot p \cdot v} \quad (335)$$

Als Anhalt kann dienen, daß man das Verhältnis der Länge zum Durchmesser nicht gekühlter Zapfen je nach der Umfangsgeschwindigkeit etwa wie folgt nimmt:

An Zapfen mit geringer Bewegung	$l \approx 0,25 \dots 1 d$,
bei Umfangsgeschwindigkeiten $v < 1$ m/sek	$l \approx 1,5 d$,
„ „ „ $v = 2 \dots 4$ „	$l \approx 1,8 \dots 2,5 d$,
„ „ „ $v > 5$ „	$l \approx 2,5 \dots 4 d$.

Je länger der Zapfen ist, um so besser hält sich das Öl im Lager; doch ist besonders sorgfältige Ausführung und Aufstellung und bei $l > 2d$ Verwendung sich selbst einstellender Lagerschalen empfehlenswert, bei wesentlich größerer Länge sogar geboten.

An gekühlten Zapfen ist man in der Wahl des Verhältnisses $\frac{l}{d}$ frei.

Das Produkt $p_m \cdot v$ soll die folgenden Werte nicht überschreiten:

Zusammenstellung 121. Zulässige Werte von $p_m \cdot v$ an Zapfen, die unter halbflüssiger Reibung laufen.

	$15-20 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}}$
An Schwungrad- und Kurbelwellenlagern normaler Dampfmaschinen	25 „ „
An Verbrennungsmaschinen mit Rotgußschalen	30 „ „
An Verbrennungsmaschinen mit Weißmetallschalen	30-40 „ „
An Schiffsmaschinen	10-20 „ „
An Triebwerken	25-35 „ „
An Kurbelzapfen normaler Dampfmaschinen, Kompressoren, Pumpen	50 „ „
An gekröpften Wellen, wenn die Lagerschalen mit Weißmetall ausgegossen sind	50-70 „ „
An Kurbelzapfen von Schiffsmaschinen	50 „ „
An Eisenbahnwagenachsen (Personenwagen) kommen Werte bis zu	65 „ „
An Lokomotivachsen bis zu	80-100 „ „
An den Zapfen der gekröpften Wellen der dreiachsigen Schnellzuglokomotiven bis zu	130 „ „
An den äußeren Kurbelzapfen derselben sogar	

vor. Sie sind in der sehr starken Kühlung durch die beim Fahren vorbeistreichende Luft begründet. Hohe Beträge von $p_m \cdot v$ verlangen gute konstruktive Durchbildung der Schmierung und sorgfältige Wartung, bedingen aber auch größere Abnutzung. Bei Lokomotiven und Schiffsmaschinen wird diese in Kauf genommen, um möglichst leichte Triebwerkteile und geringe Massen zu bekommen.

Bach hat die im folgenden auf etwas anderem Wege abgeleitete Formel angegeben. Die spezifische Reibungsarbeit:

$$a_{R_0} = \frac{p_m \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi}$$

geht, wenn der Zapfendurchmesser d in Zentimetern eingeführt wird, über in:

$$a_{R_0} = \frac{\mu_1 \cdot P_m \cdot \pi \cdot d \cdot n}{\pi \cdot d \cdot l \cdot 100 \cdot 60} = \frac{\mu_1 \cdot P_m \cdot n}{6000 \cdot l}$$

$$l = \frac{\mu_1 \cdot P_m \cdot n}{6000 \cdot a_{R_0}}$$

Setzt man $\frac{6000 \cdot a_{E0}}{\mu_1} = \frac{6000 \cdot p_m \cdot v}{\pi} = w$, so vereinfacht sich der Ausdruck in:

$$l = \frac{P_m \cdot n}{w} \quad (336)$$

v ist eine an bewährten Ausführungen ermittelte, dem Produkt $p_m \cdot v$ verhältnismäßige Erfahrungszahl. Aus Formel (336) folgt wiederum, daß der Durchmesser keinen Einfluß auf die Wärmeentwicklung durch die Reibung hat. Für w gibt Bach u. a. folgende

Zahlen (die entsprechenden für $p_m \cdot v = \frac{w}{1910}$ sind gleichzeitig angeführt):

	w	$p_m \cdot v$
für Schwunrad- und Kurbelwellenlager	15 000	7,9
für Kurbelzapfen an normalen Dampfmaschinen	40 000	20,9
für Kurbelzapfen an normalen Dampfmaschinen	37 500	19,5
in gekröpften Wellen, wenn die Lager mit Weißmetall ausgegossen sind, bis zu	90 000	47

4. Berechnungsbeispiele für zylindrische Tragzapfen.

Bei der Berechnung eines Zapfens geht man zweckmäßig so vor, daß unter Annahme des Flächendrucks p die nötige Auflagefläche ermittelt, dann das Verhältnis der Länge

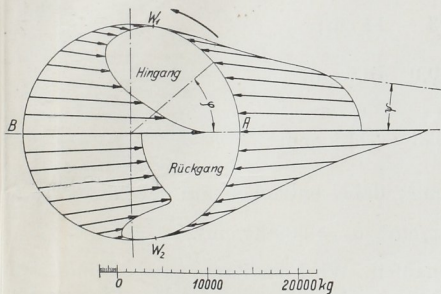


Abb. 1112. Die am Kurbelzapfen wirkenden Kräfte bei 14% Füllung der Pumpmaschine Tafel I. Hochdruckseite.

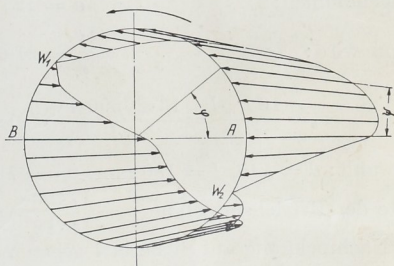


Abb. 1113. Die am Hochdruckkurbelzapfen angreifenden Kräfte, wenn die Dampfmaschine der Tafel I als Betriebsmaschine mit 40% Füllung läuft.

zum Durchmesser nach der Umfangsgeschwindigkeit oder den Konstruktionsverhältnissen angenommen, gegebenenfalls nach den Formeln (329) und (332) berechnet wird. Der Zapfen ist dann auf Festigkeit und Sicherheit gegen Warmlaufen nachzuprüfen und nötigenfalls abzuändern.

Beispiel 2. Kurbelzapfen der Wasserwerkmaschine, Tafel I. Der Zapfen ist nach Abb. 1109 belastet, bestehe aus Flußstahl, sei geschliffen und laufe in einer mit Weißmetall ausgegossenen Bronzeschale.

Um die Eigenart der Belastung des Zapfens zu zeigen, wurden Richtung und Größe der an ihm angreifenden Kräfte in den verschiedenen Kurbelstellungen in Abb. 1112 und 1113 wiedergegeben. Die Kräfte sind aus den Pleuellendrucklinien der Hochdruckseite hergeleitet, und zwar in der ersten Abbildung für die Wasserwerkmaschine bei 14% Füllung unter Antrieb der unmittelbar angekuppelten Pumpe, in der zweiten für die als Betriebsmaschine gedachte Dampfmaschine allein bei 40% Füllung, beide Male ohne Berücksichtigung der Massenkräfte und des Wirkungsgrades.

Die Kurven wurden gefunden, indem zu den einzelnen Zapfenstellungen, z. B. zu der unter dem Winkel φ , die Schubstangenrichtung unter dem Winkel ψ gesucht und auf ihr die zugehörige Kraft aufgetragen wurde.

Der Zapfen ist im wesentlichen schwelend beansprucht. Zwar haben die hohen Drucke in den Totpunkten A und B der Abb. 1112 entgegengesetzte Richtung, da sich aber auch der Zapfen um 180° gedreht hat, werden stets dieselben Fasern, nämlich die

nach der Wellenmitte zu gelegenen auf Druck, die außen liegenden auf Zug in Anspruch genommen. Wechselnde Beanspruchung tritt nur in geringem Maße in der Nähe der Druckwechsellpunkte W_1 und W_2 auf.

Die größte den Zapfen beanspruchende Kraft ist durch die Summe des Dampf- und des Pumpendruckes in Höhe von $P_0 = 20600$ kg (S. 138) auf der Hochdruckseite gegeben. Sie ist für die Berechnung auf Biegefestigkeit maßgebend.

Der Bestimmung der Auflagefläche legt man, da P_0 nur ganz vorübergehend in den Totlagen auftritt, den größten, längere Zeit wirkenden Dampfdruck $P_d = 16900$ kg zugrunde. Dies geschieht auch in Rücksicht darauf, daß man die Dampfmaschine so durchbilden wird, daß sie an anderer Stelle als Betriebsmaschine für sich allein benutzt werden kann, wobei allerdings der Dampfdruck im Niederdruckzylinder nach Seite 138 17400 kg erreicht. Bei unmittelbarer Kupplung der Pumpen durch die Kolbenstangen kommt tatsächlich, wie aus den Ausführungen auf Seite 138 hervorgeht, am Kurbelzapfen nur die Differenz des Dampf- und Pumpenkolbendrucks, noch vermindert um die Massenkräfte zur Wirkung, so daß die folgende Rechnung sehr sicher ist.

p gewählt zu 65 kg/cm². Nötige Auflagefläche:

$$f' = \frac{P_d}{p} = \frac{16900}{65} = 260 \text{ cm}^2.$$

Angenommen: $d = 12 \quad 13 \quad 14$ cm;

dann wird: $l = \frac{f'}{d} = 21,6 \quad 20,0 \quad 18,6$ cm,

$$\sigma_b = \frac{16 P_0 \cdot l}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 20600 \cdot l}{\pi \cdot d^3} = 1312 \quad 955 \quad 711 \text{ kg/cm}^2.$$

Gewählt: $d = 140$, $l = 180$ mm, $p = 67$ kg/cm²; dabei entstehen auf der Niederdruckseite der Betriebsmaschine $p = \frac{17400}{14 \cdot 18} = 69$ kg/cm², $\sigma_b = 688$ kg/cm².

Nachrechnung auf Sicherheit gegen Warmlaufen. Wird der Zapfen auf die indizierte Leistung des Niederdruckzylinders $N_i = 163$ PS bei Verwendung der Maschine zu Betriebszwecken, berechnet, so ergibt sich der mittlere Kolbendruck P_m aus der Überdrucklinie oder aus der Formel (333) zu:

$$P_m = \frac{e \cdot 75 \cdot N_i}{c_m} = \frac{1,15 \cdot 75 \cdot 163}{1,33} = 10550 \text{ kg}$$

und daraus:

$$p_m = \frac{P_m}{d \cdot l} = \frac{10550}{14 \cdot 18} = 41,9 \text{ kg/cm}^2.$$

Mit der Zapfengeschwindigkeit:

$$v = \frac{\pi d \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,14 \cdot 50}{60} = 0,367 \text{ m/sek}$$

wird:

$$p_m \cdot v = 41,9 \cdot 0,367 = 15,4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}},$$

was zulässig ist.

Im Falle der unmittelbaren Kupplung der Dampf- mit den Pumpenkolben gibt die Differenz des mittleren Dampfdrucks und der Pumpenkraft $9300 - 3700 = 5600$ kg eine mittlere Auflagepressung $p_m = 22,2$ kg/cm², so daß $p_m \cdot v$ auf $8,15 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ sinkt.

Beispiel 3. Gabelzapfen des Kreuzkopfes derselben Maschine. $p = 80$ kg/cm².

$$f' = \frac{P_d}{p} = \frac{16900}{80} = 211 \text{ cm}^2.$$

Die Zapfenlänge sei aus Gründen der leichteren Bearbeitung der Schubstange gleich der des Kurbelzapfens, $l = 180$ mm, genommen.

$$d = \frac{f'}{l} = \frac{211}{18} = 11,7 \text{ cm},$$

abgerundet auf $d = 120$ mm.

Nachrechnung des Zapfens an der Betriebsmaschine auf der Niederdruckseite:

$$p = \frac{17400}{12 \cdot 18} = 80,5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}.$$

Auflagelänge im Kreuzkopf bei $p = 100 \text{ kg/cm}^2$, vgl. Abb. 1110,

$$2l_1 = \frac{P_d}{p \cdot d} = \frac{16900}{100 \cdot 12} = 14,1 \text{ cm}.$$

Gewählt $l_1 = 70$ mm, so daß die Gesamtlänge $L = 320$ mm und die Biegebeanspruchung:

$$\sigma_b = \frac{32 P_0 \cdot L}{8 \pi d^3} = \frac{32 \cdot 20600 \cdot 32}{8 \pi \cdot 12^3} = 485 \text{ kg/cm}^2$$

wird, die bei Stahl unter der wechselnden Belastung noch gut zulässig ist.

Ein Warmlaufen ist wegen der nur schwingenden Bewegung der Schubstange nicht zu befürchten.

Ausführung siehe unter Kreuzköpfen, Abb. 1195.

Beispiel 4. Kurbelwellenzapfen der gleichen Maschine. Die nach Abb. 1112 und 1113 am Kurbelzapfen wirkenden Kräfte beanspruchen auch den Wellenzapfen. Dabei ruft die in den Totlagen auftretende Summe der Kolbenkräfte $P_0 = 20600$ kg lediglich Biegespannungen hervor, der in den anderen Kurbelstellungen wirksame Dampfdruck dagegen außerdem noch Drehbeanspruchungen, wie weiter unten des näheren gezeigt wird. Die Art der Belastung ist auch hier, ähnlich wie am Kurbelzapfen, im wesentlichen eine schwellige.

Die genaue Berechnung der nötigen Zapfenfläche aus der Auflagepressung setzt die Ermittlung der Lagerdrucke aus den Kolbenkräften auf der Hoch- und Niederdruckseite voraus. Dazu fehlt aber zunächst noch der Abstand a , Abb. 1114, der Kurbelzapfen- von der Wellenlagermitte. Vielfach geht man deshalb so vor, daß man den Auflagedruck in erster Annäherung aus der größten, am Kurbelzapfen längere Zeit wirkenden Kraft und den übrigen an der Welle angreifenden Kräften zusammensetzt, die Flächenpressung aber in Rücksicht auf die voraussichtliche Erhöhung durch die Kurbelzapfendrucke der anderen Seite mäßig hoch wählt. Wenn die Maschine als Betriebsmaschine verwandt wird, wäre nach Seite 138 mit $P'_n = 17400$ kg in der Totlage des Niederdruckzapfens, also in wagrechter Richtung, zu rechnen. Zu ihnen tritt die Wirkung des Seil- oder Riemenzugs, der sich, unter der Voraussetzung, daß das Schwungrad mitten

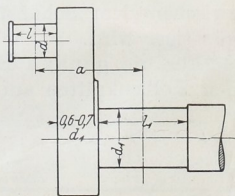


Abb. 1114. Skizze der Stirnkurbel zur Maschine Tafel I.

auf der Welle sitzt, je zur Hälfte auf die beiden Lager verteilt und $\frac{P_s}{2} = 2900$ kg beträgt.

Wenn man ungünstigenfalls annimmt, daß der Trieb wagrecht angeordnet ist, vermehrt er den Lagerdruck in der einen Totlage der Kurbel. Zu diesen wagrechten Kräften kommt, in senkrechter Richtung wirkend, die Hälfte des Schwungradgewichtes $\frac{G_s}{2} = 2450$ und des zu schätzenden Eigengewichts der Welle, einschließlich der halben Schubstangen-gewichte, $\frac{G_w}{2} = 1200$ kg, in Summe 3650 kg. Insgesamt wird demnach der Druck im Lager:

$$A = \sqrt{\left(P'_n + \frac{P_s}{2}\right)^2 + \left(\frac{G_s + G_w}{2}\right)^2} = \sqrt{(17400 + 2900)^2 + 3650^2} = 20630 \text{ kg}.$$

Wird eine spezifische Auflagepressung von $p = 23 \text{ kg/cm}^2$ zugelassen, so folgt die Projektion der Zapfenfläche:

$$f' = \frac{20630}{23} = 897 \text{ cm}^2$$

und bei Schätzung des Durchmessers:

$$d_1 = 24 \quad 25 \quad 26 \text{ cm,}$$

$$\text{die Zapfenlänge:} \quad l_1 = 37,4 \quad 35,9 \quad 34,5 \text{ cm.}$$

Nunmehr läßt sich der Hebelarm a und damit die Biegebeanspruchung, die die größte Kraft P_0 hervorruft, ermitteln. Man findet a entweder durch Aufskizzieren des Kurbelarms auf Grund der ermittelten Zapfen, Abb. 1114, oder durch Berechnen aus:

$$a = \frac{l + l_1}{2} + 0,6 \dots 0,7 d_1,$$

wobei das letzte Glied die Nabenlänge von der Lagerkante bis zu der Fläche darstellt, auf welcher der Kurbelzapfen sitzt. Mit dem Mittelwert von $0,65 d_1$ und mit $l = 18 \text{ cm}$ wird bei:

$$d_1 = 24 \quad 25 \quad 26 \text{ cm,}$$

$$a = \frac{l + l_1}{2} + 0,65 d_1 = 43,3 \quad 43,2 \quad 43,1 \text{ cm}$$

und

$$\sigma_b = \frac{32 \cdot P_0 \cdot a}{\pi \cdot d_1^3} = \frac{32 \cdot 20600 \cdot a}{\pi \cdot d_1^3} = 658 \quad 580 \quad 515 \text{ kg/cm}^2.$$

Gewählt: $d_1 = 250$, $l_1 = 360$, $a = 435 \text{ mm}$, $\sigma_b = 584 \text{ kg/cm}^2$.

Bei der Durchbildung des Kurbelarms wurde an der Lagerseite der Kurbelnabe ein Spritzring, Abb. 1298, eingedreht, dafür aber die Nabe über die Fläche, auf der der Kurbelzapfen sitzt, um $b = 25 \text{ mm}$ vorgezogen. Dabei bleibt noch genügend Spiel zwischen dem Schubstangenschaft, während die Beanspruchung der Schrumpfpflöge günstiger wird.

Für die genaue Berechnung der Auflagepressung werde der Lagerdruck aus den Kolbenkräften auf der Hoch- und Niederdruckseite unter Beachtung der Kurbelversetzung und der Massenwirkung ermittelt. Die ungünstigste Belastung tritt im Lager A nach Abb. 1115 in der hinteren Totlage der Niederdruckkurbel ein, falls die Maschine als Betriebsmaschine mit 40% Füllung arbeitet. Am Kurbelzapfen greift dabei in wagrechter Richtung der Kolbendruck von 17400 kg (S. 138), vermindert um die Massenkraft von 1330 kg (S. 608), also $P_n = 16070 \text{ kg}$, an. Auf der Hochdruckseite, wo die Kurbel in der Mittellage steht, ist der Dampfdruck nach der Schaulinie, Abb. 1051, auf 7,8 at Überdruck und damit die Kolbenkraft auf $P_h = \frac{\pi}{4} (45^2 - 10^2) \cdot 7,8 \approx 11800 \text{ kg}$ gesunken, während der geringe Betrag der Massenkraft vernachlässigt werden kann. Am Hochdruckkurbelzapfen greift diese Kraft in wagrechter, $\frac{1}{2}$ davon, d. s. 2360 kg, in senkrechter Richtung an. Das Schwungradgewicht G_s , das Eigengewicht der Welle und der wagrechte Seil- oder Riemenzug sind wie oben angenommen, Abb. 1115.

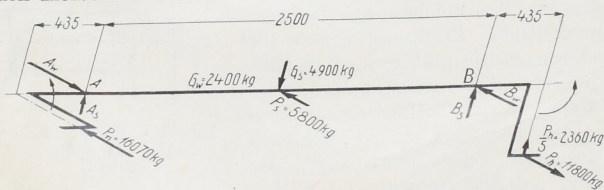


Abb. 1115. Belastung der Kurbelwelle der Maschine Tafel I in der hinteren Totlage der Niederdruckkurbel.

Aus der Momentengleichung um den Punkt B folgen die Seitenkräfte des Lagerdrucks: in wagrechter Richtung:

$$A_w = \frac{16070 \cdot 293,5 + 5800 \cdot 125 + 11800 \cdot 43,5}{250} = 23820 \text{ kg},$$

in senkrechter:

$$A_s = \frac{4900 + 2400}{2} + \frac{2360 \cdot 43,5}{250} = 4060 \text{ kg},$$

die zusammengesetzt:

$$A' = \sqrt{A_w^2 + A_s^2} = \sqrt{23820^2 + 4060^2} = 24160 \text{ kg}$$

ergeben.

Damit steigt die größte spezifische Auflagepressung auf:

$$p' = \frac{A'}{d_1 \cdot l_1} = \frac{24160}{25 \cdot 36} = 26,8 \text{ kg/cm}^2,$$

was noch zulässig erscheint.

Am andern Lager wird: $B_w = 13750$, $B_s = 880$, $B' = 13880$ kg.

Nachrechnung der Dreh- und Biegebeanspruchung bei schräger Stellung der Kurbel. Bringt man in der Lage, Abb. 1116, bei der die Schubstange senkrecht zum Kurbelarm steht, die Schubstangenkraft

$\frac{P}{\cos \psi}$

noch in der Lagermitte A und im Schnitt der Wellenmittellinie mit der Kurbelzapfenenebene C gleich und entgegengesetzt gerichtet an, so bilden die gekreuzten Kräfte das Drehmoment

$\frac{P}{\cos \psi} \cdot R$, die doppelt gekreuzten das Biegemoment

$\frac{P}{\cos \psi} \cdot a$, welch beide den Wellenzapfen beanspruchen. Für P pflegt man wieder den vollen Dampfdruck P'_n einzusetzen, der bei größeren Füllungen in der erwähnten Lage noch nahezu in voller Stärke wirkt. Dagegen vernachlässigt man meist den Faktor

$\frac{1}{\cos \psi}$,

weil er nicht viel von 1 abweicht.

Die Wirkung der Schubkraft $\frac{P}{\cos \psi}$ kann unberücksichtigt bleiben, da die durch sie erzeugte Schubspannung nichts zu der unten ermittelten Anstrengung beiträgt. Denn sie ist dort, wo die größten Biegespannungen herrschen, gleich Null, am größten dagegen in der neutralen Faserschicht.

Es wird:

$$\sigma_b = \frac{32 P_n \cdot a}{\pi d_1^3} = \frac{32 \cdot 17400 \cdot 43,5}{\pi \cdot 25^3} = 493 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\tau_d = \frac{16 P_n \cdot R}{\pi d_1^3} = \frac{16 \cdot 17400 \cdot 40}{\pi \cdot 25^3} = 227 \text{ kg/cm}^2$$

und die ideelle Spannung:

$$\begin{aligned} \sigma_i &= 0,35 \sigma_b + 0,65 \sqrt{\sigma_b^2 + 4 (\alpha_0 \tau_d)^2} \quad \text{bei } \alpha_0 = 1 \\ &= 0,35 \cdot 493 + 0,65 \sqrt{493^2 + 4 \cdot 1 \cdot 227^2} = 608 \text{ kg/cm}^2. \end{aligned}$$

Die Anstrengung in dieser Stellung ist also etwas höher als die Spannung in der Totlage, aber bei gutem Werkstoff noch zulässig.

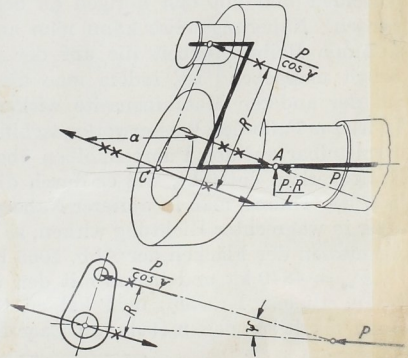


Abb. 1116. Belastung der Kurbelwelle der Dampfmaschine der Tafel I. (Niederdruckseite.)

Geht man von der Annahme aus, daß die größte Schubspannung für die Einleitung der ersten Formänderungen maßgebend sei, so liefert die Formel (44):

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_0^2 + 4\tau_0^2} = \frac{1}{2} \sqrt{493^2 + 4 \cdot 227^2} = 335 \text{ kg/cm}^2.$$

Hat der Werkstoff der Welle eine Festigkeit $K_z = 4500 \text{ kg/cm}^2$ und eine Fließspannung $\sigma_s = 2900 \text{ kg/cm}^2$, so beträgt die entsprechende Schubspannung $\tau_i = \frac{1}{2} \sigma_s = 1450 \text{ kg/cm}^2$. Mithin ist nach der zweiten Rechnung eine 4,3fache Sicherheit:

$$\varnothing' = \frac{\tau_i}{\tau_{\max}} = \frac{1450}{335} = 4,3$$

gegen Überschreiten der Fließgrenze vorhanden und nach der ersten Rechnung eine $\varnothing = \frac{K_z}{\sigma_{\max}} = \frac{4500}{608} = 7,4$ fache Sicherheit gegen Bruch, Werte, die ausreichend erscheinen.

Nachrechnung auf Sicherheit gegen Warmlaufen. Die genaue Bestimmung der Reibungsarbeit setzt die Kenntnis des Verlaufs des Lagerdrucks während einer Umdrehung der Welle voraus, dessen Ermittlung aber ziemlich umständlich ist. An Hand der Dampfdrucklinien, Abb. 1051 und 1052, oder unter Benutzung des Kurbeldruckverlaufs, Abb. 1113, müßten die Lagerdrucke für eine größere Zahl von Kurbelstellungen berechnet und mit den übrigen an der Welle angreifenden Kräften zusammengesetzt werden. Näherungsweise kann man annehmen, daß für die an einem der Lager entstehende Reibungsarbeit die auf der betreffenden Maschinenseite erzeugte indizierte Arbeit maßgebend ist, indem man also die Beeinflussung des Lagerdrucks durch die auf der anderen Maschinenseite wirkenden Kräfte vernachlässigt.

a) Im Falle der Wasserwerkmaschine, Tafel I, wird ein Teil der Dampfkolbenkräfte unmittelbar auf den Pumpenkolben übertragen, derart, daß auf der Hochdruckseite ein Kräfteverlauf entsteht, wie er durch die senkrechte Strichelung in Abb. 1065 verdeutlicht ist. Nimmt man in weiterer Näherung an, daß diese Drucke auch am Kurbelwellenlager in wagrechter Richtung wirken, so kann man den mittleren wirksamen Druck unter Ausmessen der Flächen der Abb. 1065 bestimmen. Im vorliegenden Falle findet er sich zu $P_m = 4840 \text{ kg}$ und liefert mit den übrigen am Zapfen senkrecht angreifenden, unveränderlichen Kräften, dem halben Schwungrad- und Wellengewichte von 3650 kg , einen resultierenden mittleren Lagerdruck:

$$A_m = \sqrt{P_m^2 + \left(\frac{G_s + G_w}{2}\right)^2} = \sqrt{4840^2 + 3650^2} = 6060 \text{ kg}$$

und eine mittlere Pressung:

$$p_m = \frac{A_m}{d_i \cdot l_i} = \frac{6060}{25 \cdot 36} = 6,73 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}.$$

Die Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens beträgt:

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,25 \cdot 50}{60} = 0,655 \text{ m/sek},$$

und damit wird: $p_m \cdot v = 6,73 \cdot 0,655 = 4,41 \frac{\text{kgm}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}}$, also genügend niedrig.

b) Im Falle der Betriebsmaschine bestimmt man den mittleren Kolbendruck am einfachsten aus der Leistung der betreffenden Maschinenseite. Aus der größeren, nämlich derjenigen auf der Niederdruckseite folgt aus Formel (333):

$$P'_m = \frac{q \cdot 75 \cdot N_i}{c_m} = \frac{1,15 \cdot 75 \cdot 163}{1,33} = 10550 \text{ kg}.$$

Dieser in wagrechter Richtung wirkende Druck ist beim Hingang des Kolbens um den Betrag des halben Riemen- oder Seilzuges $\frac{P}{2} = 2900 \text{ kg}$ auf 13450 kg zu vermehren,

beim Rücklauf um 2900 kg auf 7650 kg zu vermindern. Er liefert, mit der senkrechten Belastung von 3650 kg zusammengesetzt, den mittleren Druck beim Hingange $\sqrt{13540^2 + 3650^2} = 13930$, beim Rückgange $\sqrt{7650^2 + 3650^2} = 8480$ kg oder im Mittel während eines Umlaufes $A'_m = 11205$ kg. Damit wird:

$$p'_m \cdot v = \frac{A'_m}{d_1 \cdot l_1} \cdot v = \frac{11205}{25 \cdot 36} \cdot 0,654 = 8,15 \frac{\text{kgm}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}},$$

was zulässig ist.

Beispiel 5. Stirnzapfen an einem Vorgelege, der bei $n = 250$ Umläufen in der Minute dauernd mit $P = 5000$ kg belastet ist. Werkstoff: Ungehärteter Stahl auf Weißmetall.

(An dem Zapfen ist, wie das Zahlenbeispiel 8 erkennen und auch die später näher erläuterte Abb. 1117 erwarten läßt, ohne Schwierigkeit flüssige Reibung zu erzielen; er werde hier jedoch in der früher üblichen Art berechnet.)

Der erfahrene Ingenieur sieht, daß die Zapfenmaße auf Grund der Sicherheit gegen Warmlaufen gewählt werden müssen; aber auch der oben beschriebene Rechnungsgang führt rasch zur gleichen Erkenntnis und kann deshalb Anfängern empfohlen werden.

Ausgehend von einem zulässigen Flächendruck von $p_{\max} = 60$ kg/cm² wird die Auflagefläche: $f' = \frac{P}{p} = \frac{5000}{60} = 83,3$ cm² und unter Schätzen des Durchmessers:

$$d = \quad \quad \quad 7 \quad \quad 8 \quad \quad 9 \text{ cm},$$

$$l = \frac{f'}{d} = \quad \quad \quad 12 \quad \quad 10,4 \quad \quad 9,3 \text{ cm},$$

$$\sigma_b = \frac{32 P \cdot l}{2 \pi d^3} = 25500 \frac{l}{d^3} = 893 \quad 518 \quad \text{— kg/cm}^2,$$

$$v = \frac{\omega \cdot d}{2} = 13,09 \cdot d = \quad \quad \quad 1,047 \text{ — m/sek},$$

$$p \cdot v = \quad \quad \quad 62,8 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}} \text{ — Unzulässig.}$$

Der hohe Wert von $p \cdot v$ weist darauf hin, daß der Zapfen gegen Warmlaufen zu berechnen ist. Mit der an Triebwerkwellen üblichen Größe $(p \cdot v)' = 20$ wird die nötige Zapfenlänge:

$$l' = \frac{l \cdot p \cdot v}{(p \cdot v)'} = \frac{10,4 \cdot 62,8}{20} = 32,7 \text{ cm.}$$

Gewählt: $l' = 330$ mm.

Mit $k_b = 600$ kg/cm² folgt:

$$W = \frac{\pi}{32} \cdot d^3 = \frac{P \cdot l'}{2 k_b} = \frac{5000 \cdot 33}{2 \cdot 600} = 137,5 \text{ cm}^3; \quad d = 11,2 \text{ cm.}$$

Gewählt $d = 115$ mm.

Dabei sinkt der Flächendruck auf: $p = \frac{P}{d \cdot l} = \frac{5000}{11,5 \cdot 33} = 13,2$ kg/cm².

B. Berechnung der Tragzapfen auf hydrodynamischer Grundlage.

Voraussetzung ist, daß der Zapfen unter flüssiger Reibung läuft, daß also das zur Bildung einer tragfähigen, keiligen Schmierschicht notwendige Spiel bei zylindrischer Form des Zapfens und der Schale und die nötige Umfangsgeschwindigkeit vorhanden sind. Im allgemeinen werden die Bedingungen nur bei ständig in einer Richtung umlaufenden und gleichmäßig oder doch nur unter mäßigen Schwankungen belasteten Zapfen erfüllt sein. Die nur eine kippende Bewegung ausführenden Gabelzapfen scheiden ganz aus.