

die Ausstrahlungen angeben. Beispielweise ist in Abb. 1104 bei 760 Umläufen in der Minute die Beharrungstemperatur für den Endpunkt *C* des Versuchs mit  $p_m = 2,9 \text{ kg/cm}^2$  53°, die Zapfenreibungszahl  $\mu_1 = 0,0087$  und die Reibungsarbeit:

$$A_R = p_m \cdot f' \cdot \mu_1 \cdot v = 2,9 \cdot 7 \cdot 23 \cdot 0,0087 \cdot 2,79 = 11,3 \frac{\text{kgm}}{\text{sek}},$$

entsprechend dem Punkte *D*. Ebenso groß ist, da sich das Lager im Beharrungszustand befindet, die Wärmeabgabe an die umgebende Luft durch die Ausstrahlung, die im Wärmemaß ausgedrückt:

$$Q = \frac{A_R}{427} = \frac{11,3}{427} = 0,0265 \frac{\text{kcal}}{\text{sek}}$$

beträgt.

Bewegung der Teile verstärkt die Wärmeabgabe wesentlich; so werden z. B. der Kurbelzapfen einer Dampfmaschine oder die Triebwerkteile einer Lokomotive viel kräftiger gekühlt als ein ruhendes Lager; sie vertragen daher größere Auflagedrucke und Geschwindigkeiten. Als Grenze dürfen an Lagern bei Dauerbetrieb 70 bis 80, äußerstenfalls 100°, im abfließenden Öl oder unmittelbar an der Lauffläche gemessen, betrachtet werden. An wichtigeren Lagern sollte immer die Möglichkeit, diese Temperatur zu beobachten, durch eine Bohrung für ein Thermometer vorgesehen sein.

Wird die Temperaturgrenze überschritten, so muß der Konstrukteur für die Abführung der überschüssigen Wärme sorgen. Das ist möglich durch:

1. Künstliche Vergrößerung der ausstrahlenden Oberfläche. Soweit es der Preis für die Maschine zuläßt, soll man den Lagern reichlichen Umfang und kräftige Formen geben. Oft kann die Ausstrahlung durch geräumige Ausbildung des Ölbehälters verstärkt werden, wodurch das umlaufende Öl Gelegenheit findet, die am Zapfen aufgenommene Wärme rasch wieder abzugeben. Wo auf das Aussehen kein Wert gelegt zu werden braucht, bieten außen aufgesetzte Rippen ein sehr wirksames Mittel.

2. Künstliche Kühlung durch fließendes Wasser. Die Lagerschalen oder der Lagerkörper sind zwecks Durchleitung von Wasser hohl auszubilden, oder schmiedeeiserne Röhren, durch welche Wasser läuft, in die Lagerschale einzuzieße. Wasserkühlung ist konstruktiv immerhin umständlich und verlangt sorgfältige Instandhaltung der Teile, weil Wasser, das infolge von Undichtheiten in das Öl gelangt, die Schmierung erheblich beeinträchtigen, ja völlig unterbinden kann. Bei großen Maschinen wird Wasserkühlung häufig vorgesehen, um Störungen begegnen zu können, selbst wenn im normalen Betriebe das Erreichen der Grenztemperatur nicht zu erwarten ist und die Kühlung deshalb gewöhnlich nicht angestellt wird.

3. Abführung der Wärme durch das Öl (Spülschmierung). Das Öl wird in geschlossenem Kreislauf in solcher Menge zugeführt, daß es die überschüssige Wärme aufnehmen kann und wird immer wieder zurückgekühlt. Beispiele dafür bieten die Lager der mittleren und großen Dampfturbinen, die mit sehr hohen Geschwindigkeiten laufen. Spülschmierung gibt konstruktiv einfache Lager, verlangt aber besondere Kühlvorrichtungen und Ölpumpen.

#### IV. Berechnung der Tragzapfen.

Die Berechnung muß auf verschiedene Weise erfolgen, je nachdem ob der Zapfen A. bei geringen Umfangsgeschwindigkeiten oder bei Wechselkräften im Gebiet der halbflüssigen Reibung arbeitet oder

B. bei stetig in einer Richtung wirkender Belastung und genügender Geschwindigkeit unter flüssiger Reibung läuft. Bei der noch sehr unvollkommenen Theorie der halbflüssigen Reibung ist man im Falle A vorläufig auf Vergleichsrechnungen unter Benutzung von Erfahrungswerten angewiesen.

## A. Berechnung von Tragzapfen, die unter halbflüssiger Reibung arbeiten.

Beispiele sind die Kurbel- und Kreuzkopfpapfen und die meisten Wellenzapfen der Kraft- und Arbeitsmaschinen mit hin- und hergehender Kolbenbewegung, die langsam laufenden Zapfen an Hebermaschinen, Förderanlagen, Werkzeugmaschinen, Walzwerken u. a.

### 1. Berechnung auf Flächendruck.

Bei der Wahl des zulässigen mittleren Flächendrucks, bezogen auf die Projektion  $f'$  der Lagerschale auf einer zur Kraftrichtung senkrechten Ebene:

$$p = \frac{P}{f'} \quad (306)$$

ist wegen der Erhaltung der Ölschicht für  $P$  stets der größte, längere Zeit wirkende Druck einzusetzen. Ferner sind zu beachten: Die Baustoffe des Zapfens und der Lagerschale, die Sorgfalt der Bearbeitung und des Zusammenbaues, der Zustand der Oberflächen, die Schmierung, die Art des Betriebes, die Umfangsgeschwindigkeit, die Abnutzung. Von den Baustoffen ist der weniger widerstandsfähige oder weichere maßgebend; z. B. bei gußeisernen Zapfen in Bronzeschalen oder bei Stahlzapfen auf Gußeisen, das empfindlichere Gußeisen. Je glatter und gleichmäßiger die Oberflächen sind, und je genauer sie unter Wahrung der nötigen Ölluft zueinander passen, um so höhere Flächendrucke sind zulässig. Die Schalen für hoch belastete, wechselnden Kräften ausgesetzte Zapfen werden, wie schon einmal angedeutet, zweckmäßigerweise beim Zusammenbau den Zapfen durch Einschaben an den tragenden Flächen so vollkommen wie möglich angepaßt, um die dämpfende Wirkung der Ölschichten zu erhöhen. Vorteilhaft ist der Wechsel der Kraftrichtung in bezug auf die Beförderung des Umlaufes des Schmiermittels, das durch das „Atmen“ des Lagers jeweils von der belasteten Seite auf die unbelastete gedrückt wird. Solche Zapfen vertragen höhere Pressungen als langsam laufende, ständig auf einer Seite anliegende. Bei diesen beruht die Zuführung des Schmiermittels lediglich auf dessen Haftfähigkeit, sofern dasselbe nicht unter Druck zugeleitet werden kann. Je größer die Umfangsgeschwindigkeit eines dauernd laufenden Zapfens ist, um so niedriger muß  $p$  gewählt werden, um nicht die Grenze der Erwärmung zu erreichen, vgl. hierzu die Ausführungen zu 3.

Für den zylindrischen Stirnzapfen, Abb. 1074, vom Durchmesser  $d$  und der Länge  $l$  geht die Formel für den mittleren Auflagedruck:

$$p = \frac{P}{f'} \quad (326)$$

$$p = \frac{P}{d \cdot l},$$

über in:

vorausgesetzt, daß die Lagerschale auf dem halben Umfange anliegt.

$p$  soll an ständig sich drehenden Zapfen bei sorgfältiger Ausführung, sofern die Erwärmung nicht geringere Werte bedingt, im allgemeinen folgende Grenzen nicht überschreiten:

#### Zusammenstellung 118. Flächendrucke an Zapfen, die unter halbflüssiger Reibung laufen.

Stahl auf Gußeisen . . . . .	25—30	kg/cm <sup>2</sup>
Stahl auf Rotguß, Messing . . . . .	50	„
Stahl, ungehärtet auf Bronze . . . . .	50	„
Stahl, gehärtet und geschliffen auf Bronze . . . . .	80	„
Stahl, ungehärtet auf Weißmetall . . . . .	60	„
Stahl, gehärtet und geschliffen auf Weißmetall . . . . .	90	„
Stahl auf Stahl, gehärtet und geschliffen . . . . .	150	„
An den Gelenken der Lokomotivkuppelstangen, die sich nicht gegeneinander bewegen, Stahl auf Bronze . . . . .	bis 350	„

An sehr langsam und mit häufigen Unterbrechungen arbeitenden Zapfen, z. B. von Seil- und Kettenrollen oder an nur schwingenden Zapfen, bei denen die Abnutzung keine Bedeutung hat, kann man die Drucke bei Gußeisen, Rotguß und Bronze zwei- bis dreimal so groß nehmen, wie oben angegeben.

Sonderwerte:

Kurbelzapfen an Dampfmaschinen auf Weißmetall . . . . .	60—70	kg/cm <sup>2</sup>
Kurbelzapfen an Fördermaschinen auf Weißmetall . . . . .	90—120	„
Kurbelzapfen an Verbrennungsmaschinen auf Weißmetall . . . . .	100—120	„
Kurbelzapfen an Maschinen auf Schnelldampfern . . . . .	40—50	„
Kurbelzapfen an Torpedobootmaschinen . . . . .	60—70	„
Kurbelzapfen an Lokomotiven . . . . .	115—140	„
Kurbelzapfen an Lokomotiven, auf den vollen Kesseldruck gerechnet, bis zu . . . . .	175	„
Kurbelzapfen an Stanzen und Lochmaschinen, Stahl auf Bronze . . . . .	200	„
Wellenzapfen an Dampfmaschinen, Stahl auf Weißmetall . . . . .	15—25	„
Wellenzapfen an Fördermaschinen unter Berücksichtigung des Eigengewichts der Welle mit Trommel und des Seilzuges . . . . .	20—28	„
Wellenzapfen an Gasmaschinen, Stahl auf Weißmetall . . . . .	bis 30	„
Wellenzapfen an Maschinen auf Schnelldampfern, Stahl auf Weißmetall . . . . .	16—22	„
Wellenzapfen an Kriegsschiffsmaschinen, Stahl auf Weißmetall . . . . .	18—25	„
Wellenzapfen an Torpedobootmaschinen, Stahl auf Weißmetall . . . . .	28—38	„

Für die nur schwingenden Kreuzkopfzapfen gilt:

an Dampfmaschinen, Stahl auf Bronze . . . . .	80—90	kg/cm <sup>2</sup>
an Fördermaschinen, Stahl auf Bronze . . . . .	100—130	„
an Gasmaschinen, Stahl auf Bronze . . . . .	100—150	„
an Lokomotiven, Stahl auf Bronze . . . . .	150—250—300	„
an Torpedobootmaschinen, Stahl auf Bronze . . . . .	120—150	„

Bei diesen Werten, mit Ausnahme des Falles, daß gehärteter Stahl auf gehärtetem Stahl ruht oder mit geringer Geschwindigkeit läuft, tritt Abnutzung ein; die Lager müssen deshalb nachstellbar eingerichtet werden, wenn kein Spiel entstehen darf.

2. Berechnung auf Festigkeit.

Ruhigen Lauf vorausgesetzt, sind der Festigkeitsrechnung die größten auftretenden Kräfte, selbst, wenn sie nur ganz kurze Zeit wirken, und die Werte der Zusammenstellung 2, S. 12 unter Berücksichtigung der Art der Beanspruchung, ob schwellend oder wechselnd, zugrunde zu legen. Bei stoßweisem Betriebe, an Pumpen, Stanzen usw. sind jene Werte auf <sup>2</sup>/<sub>3</sub> bis <sup>1</sup>/<sub>2</sub> zu ermäßigen. Die Kraft für die Festigkeitsrechnung wird also nicht selten eine andere sein, wie die für die Ermittlung des Flächendrucks, vgl. Zahlenbeispiel 2.

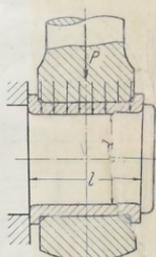


Abb. 1109. Zur Berechnung eines Stirnzapfens.

Der zylindrische Stirnzapfen, Abb. 1109, darf als einseitig eingespannter Körper betrachtet werden und ist demnach, gleichmäßige oder zur Zapfenmitte symmetrische Verteilung der Flächenpressung vorausgesetzt, auf das Biegemoment:

$$M_b = \frac{P \cdot l}{2} = W \cdot \sigma_b = k_b \cdot W$$

zu berechnen, woraus sich bei angenommener Form die Beanspruchung oder umgekehrt das Widerstandsmoment  $W$  bestimmen läßt. Für den wichtigsten Fall, den vollen Zapfen, wird:

$$\sigma_b = \frac{16 Pl}{\pi d^3} \approx \frac{5 \cdot Pl}{d^3} \tag{327}$$

oder: 
$$W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{Pl}{2 \cdot k_b} \quad \text{und} \quad d = \sqrt[3]{\frac{5 P \cdot l}{k_b}} \tag{328}$$

In Verbindung mit Formel (326) ergibt sich eine Beziehung zwischen dem Durchmesser und der Länge, welche das Verhältnis beider und damit die Form des Zapfens so zu wählen gestattet, daß die Festigkeit und der zulässige Auflagedruck möglichst vollständig ausgenutzt werden. Aus  $P = \frac{k_b \cdot d^3}{5 l} = p \cdot d \cdot l$  folgt nämlich:

$$\frac{l}{d} \approx \sqrt{\frac{k_b}{5 p}} \tag{329}$$

Hervorgehoben sei aber, daß diese Formel lediglich für zylindrische Stirnzapfen und zwar unter der Voraussetzung gilt, daß die Kraft für die Berechnung auf Biegung die gleiche, wie für diejenige auf Flächendruck ist und daß sich schließlich die Sicherheit gegen Warmlaufen bei der Nachrechnung genügend groß ergibt. Den Zusammenhang zwischen den Größen der Formel (329) verdeutlicht auch Zusammenstellung 119, in der die zu bestimmten Flächendrücken  $p$  und Verhältnissen  $\frac{l}{d}$  gehörigen

Biegespannungen  $\sigma_b$  berechnet sind. Aus ihr geht deutlich hervor, daß höherer Flächendruck kurze, dicke Zapfen bedingt oder daß lange Zapfen nur niedrigen Flächendruck vertragen, wenn die Biegespannung nicht sehr hoch werden soll. Will man für  $k_b$  mindestens  $350 \text{ kg/cm}^2$  zulassen, aber unter  $800 \text{ kg/cm}^2$  bleiben, so sind die durch das eingerahmte Gebiet gekennzeichneten Zapfen zweckmäßig.

Zusammenstellung 119. Zusammenhang zwischen dem Flächendruck  $p$ , dem Verhältnis  $\frac{l}{d}$  und der Beanspruchung auf Biegung  $\sigma_b$  an zylindrischen Stirnzapfen.

$p =$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	120	150	$\text{kg/cm}^2$	
$\frac{l}{d} =$	1	50	100	150	200	250	300	$\sigma_b$ 350	400	450	500	600	750	$\text{kg/cm}^2$
	1,2	72	144	216	288	360	432	504	576	648	720	862	1080	„
	1,5	89	178	267	356	445	534	623	712	801	890	1068	„	
	1,8	162	324	486	648	810	972	1130	1296					„
	2,0	200	400	600	800	1000	1200							„
	2,2	242	484	725	967	1210								„
	2,4	288	577	865	1150									„

Am Gabelzapfen, Abb. 1110, dessen gefährlicher Querschnitt in der Mitte liegt, wird — wiederum unter Annahme gleichmäßiger Verteilung des Flächendrucks, sowohl an den Lauf-, wie an den Stützflächen:

$$M_b = \frac{P}{2} \left[ \left( \frac{l+l_1}{2} \right) - l \right] = \frac{P}{8} (l + 2l_1) = \frac{P \cdot L}{8},$$

wenn  $L$  die Gesamtlänge des belasteten Teils des Bolzens bedeutet. Für den vollen Zapfen wird ähnlich wie oben:

$$\sigma_b = \frac{4 P \cdot L}{\pi d^3} \approx \frac{1,25 \cdot P \cdot L}{d^3} \quad (330)$$

oder:

$$W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{P \cdot L}{8 \cdot k_b} \quad \text{und} \quad d \approx \sqrt[3]{\frac{1,25 \cdot P \cdot L}{k_b}} \quad (331)$$

Mit  $P = p \cdot d \cdot l$  läßt sich entsprechend der Formel (329) die Beziehung:

$$\frac{k_b \cdot d^3}{1,25 L} = p \cdot d \cdot l$$

Abb. 1110. Belastung eines Gabelzapfens.

ableiten, die mit dem vielfach üblichen Werte  $L = 1,5 l$ , bei welchem an den Stützflächen doppelt so hoher Flächendruck, wie an der Lauffläche zugelassen ist, übergeht in:

$$\frac{l}{d} = \sqrt{\frac{k_b}{1,88 p}} \quad (332)$$

Die Formel gestattet wieder unter der Bedingung, daß die gleiche Kraft für die Berechnung auf Biegung und Flächendruck maßgebend ist, das vorteilhafteste Verhältnis von  $l$  zu  $d$  an Gabelzapfen zu bestimmen. (Die Sicherheit gegen Warmlaufen braucht an den Gabelzapfen selten berücksichtigt zu werden, weil dieselben nur für schwingende Bewegungen in Betracht kommen.)

Zusammenstellung 120 gilt für Gabelzapfen unter den gleichen Voraussetzungen, die bei der Zusammenstellung 119 für Stirnzapfen angegeben sind. Nach der Formel (332)



Die Formel zeigt, daß die Reibungsarbeit und die Erwärmung unabhängig vom Durchmesser  $d$  und umgekehrt verhältnismäßig der Zapfenlänge  $l$  ist, also nur durch Verlängerung des Zapfens herabgesetzt werden kann. Die Wahl eines größeren Durchmessers bei derselben Länge würde wohl den Flächendruck vermindern, aber gleichzeitig die Umfangsgeschwindigkeit steigern und damit die Reibungsarbeit unverändert lassen oder sogar vergrößern; denn nach den früheren Ausführungen, S. 633, wächst die Zapfenreibungszahl  $\mu_1$  mit zunehmender Geschwindigkeit. Ist die Belastung  $P$  und die Umdrehzahl  $n$  gegeben, so erhält man die nötige Länge des Zapfens aus:

$$l = \frac{P_m \cdot \omega}{200 \cdot p \cdot v} \approx \frac{P_m \cdot n}{2000 \cdot p \cdot v} \quad (335)$$

Als Anhalt kann dienen, daß man das Verhältnis der Länge zum Durchmesser nicht gekühlter Zapfen je nach der Umfangsgeschwindigkeit etwa wie folgt nimmt:

An Zapfen mit geringer Bewegung	$l \approx 0,25 \dots 1 d$ ,
bei Umfangsgeschwindigkeiten $v < 1$ m/sek	$l \approx 1,5 d$ ,
„ „ „ $v = 2 \dots 4$ „	$l \approx 1,8 \dots 2,5 d$ ,
„ „ „ $v > 5$ „	$l \approx 2,5 \dots 4 d$ .

Je länger der Zapfen ist, um so besser hält sich das Öl im Lager; doch ist besonders sorgfältige Ausführung und Aufstellung und bei  $l > 2d$  Verwendung sich selbst einstellender Lagerschalen empfehlenswert, bei wesentlich größerer Länge sogar geboten.

An gekühlten Zapfen ist man in der Wahl des Verhältnisses  $\frac{l}{d}$  frei.

Das Produkt  $p_m \cdot v$  soll die folgenden Werte nicht überschreiten:

Zusammenstellung 121. Zulässige Werte von  $p_m \cdot v$  an Zapfen, die unter halbflüssiger Reibung laufen.

	$15-20 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}}$
An Schwungrad- und Kurbelwellenlagern normaler Dampfmaschinen . . . . .	25 „ „
An Verbrennungsmaschinen mit Rotgußschalen . . . . .	30 „ „
An Verbrennungsmaschinen mit Weißmetallschalen . . . . .	30-40 „ „
An Schiffsmaschinen . . . . .	10-20 „ „
An Triebwerken . . . . .	25-35 „ „
An Kurbelzapfen normaler Dampfmaschinen, Kompressoren, Pumpen . . . . .	50 „ „
An gekröpften Wellen, wenn die Lagerschalen mit Weißmetall ausgegossen sind . . . . .	50-70 „ „
An Kurbelzapfen von Schiffsmaschinen . . . . .	50 „ „
An Eisenbahnwagenachsen (Personenwagen) kommen Werte bis zu . . . . .	65 „ „
An Lokomotivachsen bis zu . . . . .	80-100 „ „
An den Zapfen der gekröpften Wellen der dreiachsigen Schnellzuglokomotiven bis zu . . . . .	130 „ „
An den äußeren Kurbelzapfen derselben sogar . . . . .	

vor. Sie sind in der sehr starken Kühlung durch die beim Fahren vorbeistreichende Luft begründet. Hohe Beträge von  $p_m \cdot v$  verlangen gute konstruktive Durchbildung der Schmierung und sorgfältige Wartung, bedingen aber auch größere Abnutzung. Bei Lokomotiven und Schiffsmaschinen wird diese in Kauf genommen, um möglichst leichte Triebwerkteile und geringe Massen zu bekommen.

Bach hat die im folgenden auf etwas anderem Wege abgeleitete Formel angegeben. Die spezifische Reibungsarbeit:

$$a_{R_0} = \frac{p_m \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi}$$

geht, wenn der Zapfendurchmesser  $d$  in Zentimetern eingeführt wird, über in:

$$a_{R_0} = \frac{\mu_1 \cdot P_m \cdot \pi \cdot d \cdot n}{\pi \cdot d \cdot l \cdot 100 \cdot 60} = \frac{\mu_1 \cdot P_m \cdot n}{6000 \cdot l}$$

$$l = \frac{\mu_1 \cdot P_m \cdot n}{6000 \cdot a_{R_0}}$$

Setzt man  $\frac{6000 \cdot a_{E0}}{\mu_1} = \frac{6000 \cdot p_m \cdot v}{\pi} = w$ , so vereinfacht sich der Ausdruck in:

$$l = \frac{P_m \cdot n}{w} \quad (336)$$

$v$  ist eine an bewährten Ausführungen ermittelte, dem Produkt  $p_m \cdot v$  verhältnismäßige Erfahrungszahl. Aus Formel (336) folgt wiederum, daß der Durchmesser keinen Einfluß auf die Wärmeentwicklung durch die Reibung hat. Für  $w$  gibt Bach u. a. folgende

Zahlen (die entsprechenden für  $p_m \cdot v = \frac{w}{1910}$  sind gleichzeitig angeführt):

	$w$	$p_m \cdot v$
für Schwunrad- und Kurbelwellenlager . . . . .	15 000	7,9
für mit Weißmetall ausgegossen, bis zu . . . . .	40 000	20,9
für Kurbelzapfen an normalen Dampfmaschinen . . . . .	37 500	19,5
in gekröpften Wellen, wenn die Lager mit Weißmetall ausgegossen sind, bis zu . . . . .	90 000	47

#### 4. Berechnungsbeispiele für zylindrische Tragzapfen.

Bei der Berechnung eines Zapfens geht man zweckmäßig so vor, daß unter Annahme des Flächendrucks  $p$  die nötige Auflagefläche ermittelt, dann das Verhältnis der Länge

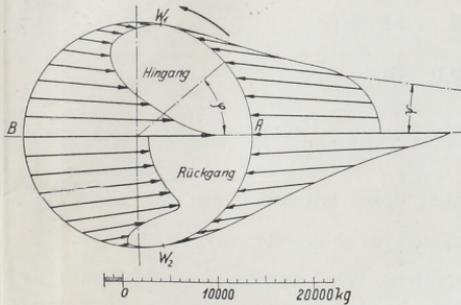


Abb. 1112. Die am Kurbelzapfen wirkenden Kräfte bei 14% Füllung der Pumpmaschine Tafel I. Hochdruckseite.

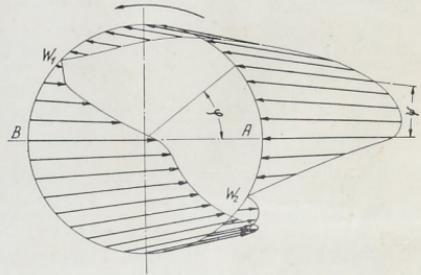


Abb. 1113. Die am Hochdruckkurbelzapfen angreifenden Kräfte, wenn die Dampfmaschine der Tafel I als Betriebsmaschine mit 40% Füllung läuft.

zum Durchmesser nach der Umfangsgeschwindigkeit oder den Konstruktionsverhältnissen angenommen, gegebenenfalls nach den Formeln (329) und (332) berechnet wird. Der Zapfen ist dann auf Festigkeit und Sicherheit gegen Warmlaufen nachzuprüfen und nötigenfalls abzuändern.

Beispiel 2. Kurbelzapfen der Wasserwerkmaschine, Tafel I. Der Zapfen ist nach Abb. 1109 belastet, bestehe aus Flußstahl, sei geschliffen und laufe in einer mit Weißmetall ausgegossenen Bronzeschale.

Um die Eigenart der Belastung des Zapfens zu zeigen, wurden Richtung und Größe der an ihm angreifenden Kräfte in den verschiedenen Kurbelstellungen in Abb. 1112 und 1113 wiedergegeben. Die Kräfte sind aus den Kolbenüberdrucklinien der Hochdruckseite hergeleitet, und zwar in der ersten Abbildung für die Wasserwerkmaschine bei 14% Füllung unter Antrieb der unmittelbar angekuppelten Pumpe, in der zweiten für die als Betriebsmaschine gedachte Dampfmaschine allein bei 40% Füllung, beide Male ohne Berücksichtigung der Massenkräfte und des Wirkungsgrades.

Die Kurven wurden gefunden, indem zu den einzelnen Zapfenstellungen, z. B. zu der unter dem Winkel  $\varphi$ , die Schubstangenrichtung unter dem Winkel  $\psi$  gesucht und auf ihr die zugehörige Kraft aufgetragen wurde.

Der Zapfen ist im wesentlichen schwelend beansprucht. Zwar haben die hohen Drucke in den Totpunkten A und B der Abb. 1112 entgegengesetzte Richtung, da sich aber auch der Zapfen um 180° gedreht hat, werden stets dieselben Fasern, nämlich die

nach der Wellenmitte zu gelegenen auf Druck, die außen liegenden auf Zug in Anspruch genommen. Wechselnde Beanspruchung tritt nur in geringem Maße in der Nähe der Druckwechsellpunkte  $W_1$  und  $W_2$  auf.

Die größte den Zapfen beanspruchende Kraft ist durch die Summe des Dampf- und des Pumpendruckes in Höhe von  $P_0 = 20600$  kg (S. 138) auf der Hochdruckseite gegeben. Sie ist für die Berechnung auf Biegefestigkeit maßgebend.

Der Bestimmung der Auflagefläche legt man, da  $P_0$  nur ganz vorübergehend in den Totlagen auftritt, den größten, längere Zeit wirkenden Dampfdruck  $P_d = 16900$  kg zugrunde. Dies geschieht auch in Rücksicht darauf, daß man die Dampfmaschine so durchbilden wird, daß sie an anderer Stelle als Betriebsmaschine für sich allein benutzt werden kann, wobei allerdings der Dampfdruck im Niederdruckzylinder nach Seite 138 17400 kg erreicht. Bei unmittelbarer Kupplung der Pumpen durch die Kolbenstangen kommt tatsächlich, wie aus den Ausführungen auf Seite 138 hervorgeht, am Kurbelzapfen nur die Differenz des Dampf- und Pumpenkolbendrucks, noch vermindert um die Massenkräfte zur Wirkung, so daß die folgende Rechnung sehr sicher ist.

$p$  gewählt zu  $65$  kg/cm<sup>2</sup>. Nötige Auflagefläche:

$$f' = \frac{P_d}{p} = \frac{16900}{65} = 260 \text{ cm}^2.$$

Angenommen:  $d = 12 \quad 13 \quad 14$  cm;

dann wird:  $l = \frac{f'}{d} = 21,6 \quad 20,0 \quad 18,6$  cm,

$$\sigma_b = \frac{16 P_0 \cdot l}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 20600 \cdot l}{\pi \cdot d^3} = 1312 \quad 955 \quad 711 \text{ kg/cm}^2.$$

Gewählt:  $d = 140$ ,  $l = 180$  mm,  $p = 67$  kg/cm<sup>2</sup>; dabei entstehen auf der Niederdruckseite der Betriebsmaschine  $p = \frac{17400}{14 \cdot 18} = 69$  kg/cm<sup>2</sup>,  $\sigma_b = 688$  kg/cm<sup>2</sup>.

Nachrechnung auf Sicherheit gegen Warmlaufen. Wird der Zapfen auf die indizierte Leistung des Niederdruckzylinders  $N_i = 163$  PS bei Verwendung der Maschine zu Betriebszwecken, berechnet, so ergibt sich der mittlere Kolbendruck  $P_m$  aus der Überdrucklinie oder aus der Formel (333) zu:

$$P_m = \frac{e \cdot 75 \cdot N_i}{c_m} = \frac{1,15 \cdot 75 \cdot 163}{1,33} = 10550 \text{ kg}$$

und daraus:

$$p_m = \frac{P_m}{d \cdot l} = \frac{10550}{14 \cdot 18} = 41,9 \text{ kg/cm}^2.$$

Mit der Zapfengeschwindigkeit:

$$v = \frac{\pi d \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,14 \cdot 50}{60} = 0,367 \text{ m/sek}$$

wird:

$$p_m \cdot v = 41,9 \cdot 0,367 = 15,4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}},$$

was zulässig ist.

Im Falle der unmittelbaren Kupplung der Dampf- mit den Pumpenkolben gibt die Differenz des mittleren Dampfdrucks und der Pumpenkraft  $9300 - 3700 = 5600$  kg eine mittlere Auflagepressung  $p_m = 22,2$  kg/cm<sup>2</sup>, so daß  $p_m \cdot v$  auf  $8,15 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}}$  sinkt.

Beispiel 3. Gabelzapfen des Kreuzkopfes derselben Maschine.  $p = 80$  kg/cm<sup>2</sup>.

$$f' = \frac{P_d}{p} = \frac{16900}{80} = 211 \text{ cm}^2.$$

Die Zapfenlänge sei aus Gründen der leichteren Bearbeitung der Schubstange gleich der des Kurbelzapfens,  $l = 180$  mm, genommen.

$$d = \frac{f'}{l} = \frac{211}{18} = 11,7 \text{ cm},$$

abgerundet auf  $d = 120$  mm.

Nachrechnung des Zapfens an der Betriebsmaschine auf der Niederdruckseite:

$$p = \frac{17400}{12 \cdot 18} = 80,5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}.$$

Auflagelänge im Kreuzkopf bei  $p = 100 \text{ kg/cm}^2$ , vgl. Abb. 1110,

$$2l_1 = \frac{P_d}{p \cdot d} = \frac{16900}{100 \cdot 12} = 14,1 \text{ cm}.$$

Gewählt  $l_1 = 70$  mm, so daß die Gesamtlänge  $L = 320$  mm und die Biegebeanspruchung:

$$\sigma_b = \frac{32 P_0 \cdot L}{8 \pi d^3} = \frac{32 \cdot 20600 \cdot 32}{8 \pi \cdot 12^3} = 485 \text{ kg/cm}^2$$

wird, die bei Stahl unter der wechselnden Belastung noch gut zulässig ist.

Ein Warmlaufen ist wegen der nur schwingenden Bewegung der Schubstange nicht zu befürchten.

Ausführung siehe unter Kreuzköpfen, Abb. 1195.

Beispiel 4. Kurbelwellenzapfen der gleichen Maschine. Die nach Abb. 1112 und 1113 am Kurbelzapfen wirkenden Kräfte beanspruchen auch den Wellenzapfen. Dabei ruft die in den Totlagen auftretende Summe der Kolbenkräfte  $P_0 = 20600$  kg lediglich Biegespannungen hervor, der in den anderen Kurbelstellungen wirksame Dampfdruck dagegen außerdem noch Drehbeanspruchungen, wie weiter unten des näheren gezeigt wird. Die Art der Belastung ist auch hier, ähnlich wie am Kurbelzapfen, im wesentlichen eine schwellige.

Die genaue Berechnung der nötigen Zapfenfläche aus der Auflagepressung setzt die Ermittlung der Lagerdrucke aus den Kolbenkräften auf der Hoch- und Niederdruckseite voraus. Dazu fehlt aber zunächst noch der Abstand  $a$ , Abb. 1114, der Kurbelzapfen- von der Wellenlagermitte. Vielfach geht man deshalb so vor, daß man den Auflagedruck in erster Annäherung aus der größten, am Kurbelzapfen längere Zeit wirkenden Kraft und den übrigen an der Welle angreifenden Kräften zusammensetzt, die Flächenpressung aber in Rücksicht auf die voraussichtliche Erhöhung durch die Kurbelzapfendrucke der anderen Seite mäßig hoch wählt. Wenn die Maschine als Betriebsmaschine verwandt wird, wäre nach Seite 138 mit  $P'_n = 17400$  kg in der Totlage des Niederdruckzapfens, also in wagrechter Richtung, zu rechnen. Zu ihnen tritt die Wirkung des Seil- oder Riemenzugs, der sich, unter der Voraussetzung, daß das Schwungrad mitten

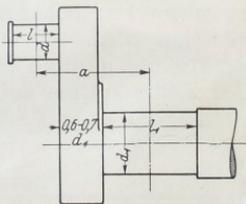


Abb. 1114. Skizze der Stirnkurbel zur Maschine Tafel I.

auf der Welle sitzt, je zur Hälfte auf die beiden Lager verteilt und  $\frac{P_s}{2} = 2900$  kg beträgt.

Wenn man ungünstigenfalls annimmt, daß der Trieb wagrecht angeordnet ist, vermehrt er den Lagerdruck in der einen Totlage der Kurbel. Zu diesen wagrechten Kräften kommt, in senkrechter Richtung wirkend, die Hälfte des Schwungradgewichtes  $\frac{G_s}{2} = 2450$  und des zu schätzenden Eigengewichts der Welle, einschließlich der halben Schubstangen-gewichte,  $\frac{G_w}{2} = 1200$  kg, in Summe 3650 kg. Insgesamt wird demnach der Druck im Lager:

$$A = \sqrt{\left(P'_n + \frac{P_s}{2}\right)^2 + \left(\frac{G_s + G_w}{2}\right)^2} = \sqrt{(17400 + 2900)^2 + 3650^2} = 20630 \text{ kg}.$$

Wird eine spezifische Auflagepressung von  $p = 23 \text{ kg/cm}^2$  zugelassen, so folgt die Projektion der Zapfenfläche:

$$f' = \frac{20630}{23} = 897 \text{ cm}^2$$

und bei Schätzung des Durchmessers:

$$d_1 = 24 \quad 25 \quad 26 \text{ cm,}$$

$$\text{die Zapfenlänge:} \quad l_1 = 37,4 \quad 35,9 \quad 34,5 \text{ cm.}$$

Nunmehr läßt sich der Hebelarm  $a$  und damit die Biegebeanspruchung, die die größte Kraft  $P_0$  hervorruft, ermitteln. Man findet  $a$  entweder durch Aufskizzieren des Kurbelarms auf Grund der ermittelten Zapfen, Abb. 1114, oder durch Berechnen aus:

$$a = \frac{l + l_1}{2} + 0,6 \dots 0,7 d_1,$$

wobei das letzte Glied die Nabenlänge von der Lagerkante bis zu der Fläche darstellt, auf welcher der Kurbelzapfen sitzt. Mit dem Mittelwert von  $0,65 d_1$  und mit  $l = 18 \text{ cm}$  wird bei:

$$d_1 = 24 \quad 25 \quad 26 \text{ cm,}$$

$$a = \frac{l + l_1}{2} + 0,65 d_1 = 43,3 \quad 43,2 \quad 43,1 \text{ cm}$$

und

$$\sigma_b = \frac{32 \cdot P_0 \cdot a}{\pi \cdot d_1^3} = \frac{32 \cdot 20600 \cdot a}{\pi \cdot d_1^3} = 658 \quad 580 \quad 515 \text{ kg/cm}^2.$$

Gewählt:  $d_1 = 250$ ,  $l_1 = 360$ ,  $a = 435 \text{ mm}$ ,  $\sigma_b = 584 \text{ kg/cm}^2$ .

Bei der Durchbildung des Kurbelarms wurde an der Lagerseite der Kurbelnabe ein Spritzring, Abb. 1298, eingedreht, dafür aber die Nabe über die Fläche, auf der der Kurbelzapfen sitzt, um  $b = 25 \text{ mm}$  vorgezogen. Dabei bleibt noch genügend Spiel zwischen dem Schubstangenschaft, während die Beanspruchung der Schrumpffläche günstiger wird.

Für die genaue Berechnung der Auflagepressung werde der Lagerdruck aus den Kolbenkräften auf der Hoch- und Niederdruckseite unter Beachtung der Kurbelversetzung und der Massenwirkung ermittelt. Die ungünstigste Belastung tritt im Lager A nach Abb. 1115 in der hinteren Totlage der Niederdruckkurbel ein, falls die Maschine als Betriebsmaschine mit 40% Füllung arbeitet. Am Kurbelzapfen greift dabei in wagrechter Richtung der Kolbendruck von 17400 kg (S. 138), vermindert um die Massenkraft von 1330 kg (S. 608), also  $P_n = 16070 \text{ kg}$ , an. Auf der Hochdruckseite, wo die Kurbel in der Mittellage steht, ist der Dampfdruck nach der Schaulinie, Abb. 1051, auf 7,8 at Überdruck und damit die Kolbenkraft auf  $P_h = \frac{\pi}{4} (45^2 - 10^2) \cdot 7,8 \approx 11800 \text{ kg}$  gesunken, während der geringe Betrag der Massenkraft vernachlässigt werden kann. Am Hochdruckkurbelzapfen greift diese Kraft in wagrechter,  $\frac{1}{2}$  davon, d. s. 2360 kg, in senkrechter Richtung an. Das Schwungradgewicht  $G_s$ , das Eigengewicht der Welle und der wagrechte Seil- oder Riemenzug sind wie oben angenommen, Abb. 1115.

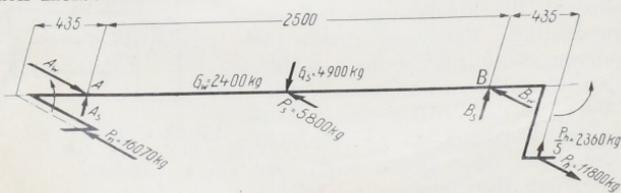


Abb. 1115. Belastung der Kurbelwelle der Maschine Tafel I in der hinteren Totlage der Niederdruckkurbel.



Geht man von der Annahme aus, daß die größte Schubspannung für die Einleitung der ersten Formänderungen maßgebend sei, so liefert die Formel (44):

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_0^2 + 4\tau_0^2} = \frac{1}{2} \sqrt{493^2 + 4 \cdot 227^2} = 335 \text{ kg/cm}^2.$$

Hat der Werkstoff der Welle eine Festigkeit  $K_z = 4500 \text{ kg/cm}^2$  und eine Fließspannung  $\sigma_s = 2900 \text{ kg/cm}^2$ , so beträgt die entsprechende Schubspannung  $\tau_i = \frac{1}{2} \sigma_s = 1450 \text{ kg/cm}^2$ . Mithin ist nach der zweiten Rechnung eine 4,3fache Sicherheit:

$$\varnothing' = \frac{\tau_i}{\tau_{\max}} = \frac{1450}{335} = 4,3$$

gegen Überschreiten der Fließgrenze vorhanden und nach der ersten Rechnung eine  $\varnothing = \frac{K_z}{\sigma_{\max}} = \frac{4500}{608} = 7,4$ fache Sicherheit gegen Bruch, Werte, die ausreichend erscheinen.

Nachrechnung auf Sicherheit gegen Warmlaufen. Die genaue Bestimmung der Reibungsarbeit setzt die Kenntnis des Verlaufs des Lagerdrucks während einer Umdrehung der Welle voraus, dessen Ermittlung aber ziemlich umständlich ist. An Hand der Dampfdrucklinien, Abb. 1051 und 1052, oder unter Benutzung des Kurbeldruckverlaufs, Abb. 1113, müßten die Lagerdrucke für eine größere Zahl von Kurbelstellungen berechnet und mit den übrigen an der Welle angreifenden Kräften zusammengesetzt werden. Näherungsweise kann man annehmen, daß für die an einem der Lager entstehende Reibungsarbeit die auf der betreffenden Maschinenseite erzeugte indizierte Arbeit maßgebend ist, indem man also die Beeinflussung des Lagerdrucks durch die auf der anderen Maschinenseite wirkenden Kräfte vernachlässigt.

a) Im Falle der Wasserpumpenmaschine, Tafel I, wird ein Teil der Dampfkräften unmittelbar auf den Pumpenkolben übertragen, derart, daß auf der Hochdruckseite ein Kräfteverlauf entsteht, wie er durch die senkrechte Strichelung in Abb. 1065 verdeutlicht ist. Nimmt man in weiterer Näherung an, daß diese Drucke auch am Kurbelwellenlager in wagrechter Richtung wirken, so kann man den mittleren wirksamen Druck unter Ausmessen der Flächen der Abb. 1065 bestimmen. Im vorliegenden Falle findet er sich zu  $P_m = 4840 \text{ kg}$  und liefert mit den übrigen am Zapfen senkrecht angreifenden, unveränderlichen Kräften, dem halben Schwungrad- und Wellengewichte von  $3650 \text{ kg}$ , einen resultierenden mittleren Lagerdruck:

$$A_m = \sqrt{P_m^2 + \left(\frac{G_s + G_w}{2}\right)^2} = \sqrt{4840^2 + 3650^2} = 6060 \text{ kg}$$

und eine mittlere Pressung:

$$p_m = \frac{A_m}{d_i \cdot l_i} = \frac{6060}{25 \cdot 36} = 6,73 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}.$$

Die Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens beträgt:

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,25 \cdot 50}{60} = 0,655 \text{ m/sek},$$

und damit wird:  $p_m \cdot v = 6,73 \cdot 0,655 = 4,41 \frac{\text{kgm}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}}$ , also genügend niedrig.

b) Im Falle der Betriebsmaschine bestimmt man den mittleren Kolbendruck am einfachsten aus der Leistung der betreffenden Maschinenseite. Aus der größeren, nämlich derjenigen auf der Niederdruckseite folgt aus Formel (333):

$$P'_m = \frac{q \cdot 75 \cdot N_i}{c_m} = \frac{1,15 \cdot 75 \cdot 163}{1,33} = 10550 \text{ kg}.$$

Dieser in wagrechter Richtung wirkende Druck ist beim Hingang des Kolbens um den Betrag des halben Riemen- oder Seilzuges  $\frac{P}{2} = 2900 \text{ kg}$  auf  $13450 \text{ kg}$  zu vermehren,

beim Rücklauf um 2900 kg auf 7650 kg zu vermindern. Er liefert, mit der senkrechten Belastung von 3650 kg zusammengesetzt, den mittleren Druck beim Hingange  $\sqrt{13540^2 + 3650^2} = 13930$ , beim Rückgange  $\sqrt{7650^2 + 3650^2} = 8480$  kg oder im Mittel während eines Umlaufes  $A'_m = 11205$  kg. Damit wird:

$$p'_m \cdot v = \frac{A'_m}{d_1 \cdot l_1} \cdot v = \frac{11205}{25 \cdot 36} \cdot 0,654 = 8,15 \frac{\text{kgm}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}},$$

was zulässig ist.

Beispiel 5. Stirnzapfen an einem Vorgelege, der bei  $n = 250$  Umläufen in der Minute dauernd mit  $P = 5000$  kg belastet ist. Werkstoff: Ungehärteter Stahl auf Weißmetall.

(An dem Zapfen ist, wie das Zahlenbeispiel 8 erkennen und auch die später näher erläuterte Abb. 1117 erwarten läßt, ohne Schwierigkeit flüssige Reibung zu erzielen; er werde hier jedoch in der früher üblichen Art berechnet.)

Der erfahrene Ingenieur sieht, daß die Zapfenmaße auf Grund der Sicherheit gegen Warmlaufen gewählt werden müssen; aber auch der oben beschriebene Rechnungsgang führt rasch zur gleichen Erkenntnis und kann deshalb Anfängern empfohlen werden.

Ausgehend von einem zulässigen Flächendruck von  $p_{\max} = 60$  kg/cm<sup>2</sup> wird die Auflagefläche:  $f' = \frac{P}{p} = \frac{5000}{60} = 83,3$  cm<sup>2</sup> und unter Schätzen des Durchmessers:

$$d = \quad \quad \quad 7 \quad \quad 8 \quad \quad 9 \text{ cm},$$

$$l = \frac{f'}{d} = \quad \quad \quad 12 \quad \quad 10,4 \quad \quad 9,3 \text{ cm},$$

$$\sigma_b = \frac{32 P \cdot l}{2 \pi d^3} = 25500 \frac{l}{d^3} = 893 \quad 518 \quad \text{— kg/cm}^2,$$

$$v = \frac{\omega \cdot d}{2} = 13,09 \cdot d = \quad \quad \quad 1,047 \text{ — m/sek},$$

$$p \cdot v = \quad \quad \quad 62,8 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}} \text{ — Unzulässig.}$$

Der hohe Wert von  $p \cdot v$  weist darauf hin, daß der Zapfen gegen Warmlaufen zu berechnen ist. Mit der an Triebwerkwellen üblichen Größe  $(p \cdot v)' = 20$  wird die nötige Zapfenlänge:

$$l' = \frac{l \cdot p \cdot v}{(p \cdot v)'} = \frac{10,4 \cdot 62,8}{20} = 32,7 \text{ cm.}$$

Gewählt:  $l' = 330$  mm.

Mit  $k_b = 600$  kg/cm<sup>2</sup> folgt:

$$W = \frac{\pi}{32} \cdot d^3 = \frac{P \cdot l'}{2 k_b} = \frac{5000 \cdot 33}{2 \cdot 600} = 137,5 \text{ cm}^3; \quad d = 11,2 \text{ cm.}$$

Gewählt  $d = 115$  mm.

Dabei sinkt der Flächendruck auf:  $p = \frac{P}{d \cdot l} = \frac{5000}{11,5 \cdot 33} = 13,2$  kg/cm<sup>2</sup>.

## B. Berechnung der Tragzapfen auf hydrodynamischer Grundlage.

Voraussetzung ist, daß der Zapfen unter flüssiger Reibung läuft, daß also das zur Bildung einer tragfähigen, keiligen Schmierschicht notwendige Spiel bei zylindrischer Form des Zapfens und der Schale und die nötige Umfangsgeschwindigkeit vorhanden sind. Im allgemeinen werden die Bedingungen nur bei ständig in einer Richtung umlaufenden und gleichmäßig oder doch nur unter mäßigen Schwankungen belasteten Zapfen erfüllt sein. Die nur eine kippende Bewegung ausführenden Gabelzapfen scheiden ganz aus.

Daß die Stärke der Schmierschicht vom Grunde der Vertiefungen der Schalenoberfläche aus gerechnet werden muß, wie schon auf Seite 619 ausgeführt wurde, berücksichtigt man bei den Rechnungen am einfachsten dadurch, daß man das Zapfen- oder Lagerspiel aus der Lagerbohrung  $D$  und dem Zapfendurchmesser  $d$  als  $D - d$  ermittelt oder im Scheitel des im Lager ruhenden Zapfens mißt und dasselbe um den doppelten Betrag der Summe der Unebenheiten der aufeinanderlaufenden Flächen vermehrt, so daß das Zapfenspiel in den folgenden Rechnungen:

$$s = D - d + 2 (\delta_1 + \delta_2) \quad (337)$$

zu setzen ist.

Berechnungsbeispiel 6. Das auf Seite 630 unter Voraussetzung völlig glatter Flächen durchgerechnete Beispiel ergibt bei Berücksichtigung der Unebenheiten von  $\delta_1 = \delta_2 = 0,0005$  cm die Werte:

Zapfenspiel  $s = D - d + 2 (\delta_1 + \delta_2) = 10,02 - 10,0 + 2 (0,0005 + 0,0005) = 0,022$  cm und:

$$\Phi = \frac{191\,000 p \cdot s^2 \left(\frac{d+l}{l}\right)}{\eta \cdot n \cdot d^2} = \frac{191\,000 \cdot 17,9 \cdot 0,022^2}{0,0025 \cdot 500 \cdot 10^2} \cdot \left(\frac{10+14}{14}\right) = 22,8.$$

Nach Abb. 1096 wird beim Ziehen des Strahles durch  $M$  und  $\Phi = 22,8$ :

$$h = 0,091 \cdot \frac{s}{2} = 0,091 \cdot \frac{0,022}{2} = 0,001 \text{ cm.}$$

Der Zapfen läuft mithin im Ausklinkzustand; flüssige Reibung ist gerade noch sichergestellt.

Zunächst sind die grundlegenden Beziehungen zur Bestimmung

1. des Lagerspiels und der Stärke der Schmierschicht an der engsten Stelle, 2. der Reibungsarbeit und 3. der Lagertemperatur entwickelt. Diesen Gesichtspunkten gegenüber tritt namentlich an kleinen Zapfen und bei mäßigen Belastungen die unter 4. kurz behandelte Berechnung der Zapfen auf Festigkeit zurück. Die auf Grund derselben ermittelten Durchmesser stellen oft Mindestwerte dar, die vergrößert werden müssen, um in das Gebiet der flüssigen Reibung zu kommen. Es empfiehlt sich daher häufig, den Durchmesser zunächst nach den unter 1. bis 3. entwickelten Gleichungen zu bestimmen und die Beanspruchungen auf Biegung und Drehung lediglich nachzuprüfen. Dagegen sind die unter 5. behandelten Wirkungen der Formänderungen der Zapfen äußerst wichtig; sie sind sorgfältig zu beachten.

### 1. Ermittlung des Lagerspiels und der Stärke der Schmierschicht an der engsten Stelle.

Die Stärke  $h$  der Schmierschicht an der engsten Stelle war auf Seite 629 an Hand der Größe  $\Phi$  und der Abb. 1096 ermittelt worden. Trägt man nun  $\Phi$  nach der Zusammenstellung 115 abhängig von dem Verhältnis  $\frac{h}{s/2}$  in einem Liniennetz auf, so erhält man eine

Kurve, die sich innerhalb des praktisch wichtigen Gebiets  $\frac{h}{s/2} = 0,05$  bis  $0,5$  genügend genau durch eine gleichseitige Hyperbel:

$$\frac{h}{s/2} \cdot \Phi = 2,08 \quad \text{oder} \quad \Phi = 1,04 \frac{s}{h} \quad (338)$$

ersetzen läßt. Wird diese Beziehung in Gleichung (312) eingeführt, so folgt:

$$\text{a) } s = \frac{\eta \cdot n \cdot d^2}{183600 \cdot h \cdot p} \cdot \frac{l}{d+l} \quad \text{oder} \quad \text{b) } h = \frac{\eta \cdot n \cdot d^2}{183600 \cdot s \cdot p} \cdot \frac{l}{d+l} \quad (339)$$

(gültig für  $h = 0,025 \dots 0,25 s$ ).

Diese Formeln gestatten die wechselseitige Berechnung von  $s$  und  $h$  an einem Zapfen vom Durchmesser  $d$  und der Länge  $l$  unter bestimmten, durch  $p$ ,  $\eta$  und  $n$  gekennzeichnet-

neten Betriebsbedingungen, ohne  $\Phi$  bestimmen zu müssen. (Liegt aber der betrachtete Fall außerhalb der angeführten Grenzen, so muß man die Größe  $\Phi$ , wie auf Seite 630 angegeben, bei der Ermittlung heranziehen.) Sind  $s$  und  $h$  gegeben, so läßt sich je nach Umständen  $n$  oder  $p$  ermitteln.

Die geringste Zapfenreibungszahl  $\mu_{1\min}$  und damit die kleinste Reibungsarbeit, die sowohl wegen Erhöhung des Wirkungsgrades des Getriebes wie auch wegen Beschränkung der Erwärmung des Lagers anzustreben ist, stellt sich nun, wie auf Seite 631 an Hand des Verlaufes von  $\alpha$  gezeigt wurde, bei  $h = \frac{s}{4}$  ein. Indem man diesen Wert in Gleichung (339a) einsetzt, findet man das vorteilhafteste Spiel:

$$s_{\text{best}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \eta \cdot n d^2}{183600 p} \cdot \frac{l}{d+l}} \approx 0,00467 d \sqrt{\frac{\eta \cdot n}{p} \cdot \frac{l}{d+l}}. \quad (340)$$

Hervorgehoben sei noch, daß nach Formel (339b) die Ölschichtdicke  $h$  um so größer wird, mithin um so mehr Sicherheit gegen Auftreten halbflüssiger Reibung bietet, je kleiner  $s$  ist.  $h$  nimmt nach der gleichen Beziehung verhältnismäßig der Drehzahl  $n$  und dem Quadrat des Durchmessers  $d$  zu, so daß größere Durchmesser die Ausbildung flüssiger Reibung unterstützen; mit zunehmender Pressung wird  $h$  geringer.

Dem Lagerspiel  $D - d$  sind nun untere Grenzen durch die Ausführbarkeit, der Stärke der Schmierschicht  $h$  aber durch den Ausklinkzustand gezogen. Die Ausführung der Zapfen und Lager erfolgt in neuzeitlichen Betrieben nach den Passungen der Dinormen. Im allgemeinen Maschinenbau werden für Lager, an die höhere Ansprüche gestellt werden, in erster Linie die Lehren der Laufsitz-Feinpassung des Einheitsbohrungssystems benutzt. Das u. a. im Triebwerkbau angewandte Einheitswellensystem hat annähernd die gleichen Spiele. Seltener wird man an genügend kurzen Zapfen zum engen Laufsitz greifen. Dagegen muß man bei mehrfach gelagerten Wellen häufig wegen der Schwierigkeit, mehrere Lagerstellen genügend übereinstimmend herzustellen, leichten Laufsitz oder Schlichtlaufsitz ausführen. Auch bei großen Durchmessern kann es sich empfehlen, diese weiteren Sitze anzuwenden.

Neben dem Einhalten des Lagerspiels ist aber wichtig, daß die Flächen genau zylindrisch, die Achsen der Zapfen und Schalen also genau gerade sind. Nicht selten kommt es vor, daß sich die Werkzeuge infolge verschiedener Härte des Werkstoffes verlaufen und demzufolge z. B. die Mittellinien der Schalen unregelmäßig ausfallen. So lassen sich erfahrungsgemäß lange, ungeteilte Büchsen mit engem Laufsitz meist schwer und nicht ohne Klemmen mit ihren Zapfen zusammenstecken. Das richtige Spiel ist aber nicht allein bei der Herstellung einzuhalten, sondern auch beim Zusammenbau; dieser wird um so schwieriger, je mehr die Schalen unterteilt sind. Und schließlich verändern namentlich geteilte Schalen ihre Form durch die Wirkung der Belastung, falls sie nicht kräftig genug gehalten oder hinreichend unterstützt sind, oder sie werfen und verziehen sich infolge der Erwärmung beim Betriebe. Kleinere Verzerrungen können durch richtig geleitetes Einlaufen beseitigt, größere müssen durch besonderes Nacharbeiten ausgeglichen werden.

Die Wirkung des Spiels werde zunächst an einigen Zahlenbeispielen der Laufsitzpassung nach der Einheitsbohrung gezeigt.

Beispiel 7. Bei Durchmessern von 32 bis zu 50 mm beträgt nach DIN 777 und 773 das Kleinstspiel 0,025, das Größtspiel 0,075 mm. Sorgfältige Bearbeitung des Zapfens durch Schleifen und der Schale durch Aufreiben vorausgesetzt, darf man die Unebenheiten mit  $\delta_1 = \delta_2 = 0,005$  mm annehmen und muß daher in die Rechnungen:

als Kleinstspiel

$$s_{\min} = (D - d)_{\min} + 2(\delta_1 + \delta_2) = 0,025 + 0,02 = 0,045 \text{ mm},$$

als Größtspiel

$$s_{\max} = (D - d)_{\max} + 2(\delta_1 + \delta_2) = 0,075 + 0,02 = 0,095 \text{ mm}$$

einführen. Aus der Mindeststärke der Schmierschicht an der engsten Stelle läßt sich nun bei gegebener Pressung  $p$  und Zähigkeit des Schmiermittels  $\eta$  die Mindestdrehzahl berechnen, die ein Zapfen haben muß, wenn flüssige Reibung auftreten soll, sofern die später besprochenen Formänderungen der Zapfen und der Schale unberücksichtigt bleiben können. Löst man die Gleichung (339) nach  $n$  auf, so erkennt man an:

$$n = \frac{183600 \cdot s \cdot h \cdot p \cdot d + l}{\eta \cdot d^2} \cdot \frac{d + l}{l},$$

daß die erforderliche Drehzahl um so höher liegt, je größer  $p$  ist.

Des leichteren Vergleichs wegen sei  $p$  durchweg mit  $10 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\eta = 0,003 \frac{\text{kg/sek}}{\text{m}^2}$  und  $h = \delta_1 + \delta_2 = 0,001 \text{ cm}$  angenommen. Damit wird die Mindestdrehzahl für den Zapfen von  $d = 32 \text{ mm}$  Durchmesser bei  $l = 1,5 d = 48 \text{ mm}$  Länge, für den Fall, daß Kleinstspiel vorliegt:

$$n' = \frac{183600 \cdot 0,0045 \cdot 0,001 \cdot 10 \cdot 3,2 + 4,8}{0,003 \cdot 3,2^2} \cdot \frac{3,2 + 4,8}{4,8} = 448,$$

im zweiten Grenzfall, beim Größtspiel:

$$n'' = \frac{183600 \cdot 0,0095 \cdot 0,001 \cdot 10 \cdot 3,2 + 4,8}{0,003 \cdot 3,2^2} \cdot \frac{3,2 + 4,8}{4,8} = 946 \text{ Umdrehungen in der Minute.}$$

Dieser beträchtliche, durch die Spielgrenzen gegebene Unterschied in den Drehzahlen wird dadurch gemildert, daß die angenommenen äußersten Fälle, bei denen ein dickster Zapfen mit einer engsten Bohrung oder umgekehrt zusammentrifft, kaum vorkommen werden, sowie dadurch, daß das Einlaufen des Zapfens ausgleichend wirkt.

Zur Beurteilung des Einflusses verschiedener Zapfendurchmesser kann daher das mittlere Spiel von  $0,070 \text{ mm}$  und der entsprechende Wert  $n_m = 697$  dienen.

Für den größten Durchmesser  $d = 500 \text{ mm}$ , bis zu dem die Laufsitzpassung genormt worden ist, gelten die folgenden Spiele:

$$\begin{aligned} (D - d)_{\min} &= 0,06, & s_{\min} &= 0,08 \text{ mm}; \\ (D - d)_{\max} &= 0,18, & s_{\max} &= 0,20 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Nimmt man ferner, da die Länge solcher starken Zapfen verhältnismäßig kleiner gehalten zu werden pflegt,  $l = d = 500 \text{ mm}$  an, so werden die Grenzdrehzahlen, bei denen flüssige Reibung einsetzt:

$$n' = \frac{183600 \cdot 0,008 \cdot 0,001 \cdot 10 \cdot 50 + 50}{0,003 \cdot 50^2} \cdot \frac{50 + 50}{50} = 3,9,$$

$$n'' = \frac{183600 \cdot 0,020 \cdot 0,001 \cdot 10 \cdot 50 + 50}{0,003 \cdot 50^2} \cdot \frac{50 + 50}{50} = 9,7 \text{ in der Minute.}$$

Die Werte zeigen deutlich, daß, gleiche Zähigkeit der Schmiermittel und gleiche spezifische Belastung vorausgesetzt,

a) kleine Zapfen erst bei großen Umdrehzahlen, große dagegen schon bei sehr niedrigen so weit angehoben werden, daß die Unebenheiten ausklinken und somit flüssige Reibung eintritt,

b) daß die durch die Toleranzen der Laufsitzpassung gegebenen Grenzwerte von  $n$  an größeren Zapfen näher beieinander liegen. Zapfen größeren Durchmessers bieten mithin eine viel sichere Gewähr für die Entstehung flüssiger Reibung. Manchmal sind bei ihnen sogar größere Spiele, als der genannten Passung entsprechen, möglich und sogar zweckmäßig, wie Berechnungsbeispiel 13 zeigt.

In Abb. 1117 sind die Grenzdrehzahlen  $n$  für die normalen Durchmesser von  $32$  bis  $500 \text{ mm}$  dargestellt, indem über den Durchmessern als Abszissen die Kleinst- und Größtspiele unter Berücksichtigung der Unebenheiten und die zugehörigen Drehzahlen als Ordinaten aufgetragen wurden. Dabei ist angenommen, daß die Zapfenlänge  $l = 1,5 d$  bei kleinen Durchmessern auf  $1,0 d$  bei großen nach folgender Reihe sinkt:

$d =$	32—50	52—80	82—120	125—180	185—260	270—360	370—500 mm
$l =$	$1,5d$	$1,5d$	$1,4d$	$1,3d$	$1,2d$	$1,1d$	$1d$

wie auch über den einzelnen Durchmessergruppen angegeben ist. Übrigens gestatten die Kurven auch, die Grenzdrehzahlen  $n'$  bei beliebig anderem Flächendruck  $p'$  und anderer Zähigkeit  $\eta'$  nach:

$$n' = \frac{0,003 \cdot n_{\min} \cdot p'}{10 \cdot \eta'} = 0,0003 \frac{n_{\min} \cdot p'}{\eta'} \quad (341)$$

zu bestimmen und lassen sich daher namentlich bei Überschlagrechnungen vorteilhaft verwenden. Lläuft beispielweise ein Zapfen von 150 mm Durchmesser und  $l = 1,3d = 195$  mm Länge unter  $p' = 12$  kg/cm<sup>2</sup> Flächendruck oder 3510 kg Belastung bei Schmierung mit Normalöl 16 (schwerem Maschinenöl) und einer Temperatur von 50°, so wird nach der Zusammenstellung 114, Seite 626,  $\eta' = 0,0107$ , während die Drehzahlen für den Ausklinkzustand:

beim kleinsten Spiel  $(D - d)_{\min} = 0,04$  mm von 29 auf

$$n' = \frac{0,0003 \cdot 29 \cdot 12}{0,0107} = 9,8$$

und beim Größtspiel  $(D - d)_{\max} = 0,12$  mm von 67 auf

$$n'' = \frac{0,0003 \cdot 67 \cdot 12}{0,0107} = 23 \text{ in der Minute}$$

sinken.

Mit der Schmierschichtstärke  $h$  an der engsten Stelle bei dauerndem Laufen an den Grenzwert im Ausklinkzustand  $\delta_1 + \delta_2$  heranzugehen, ist betriebstechnisch bedenklich, weil bei Störungen sofort halbflüssige Reibung mit rasch steigendem Widerstand eintritt. Zugunsten einer größeren Sicherheit, im Gebiet der flüssigen Reibung zu sein, empfiehlt es sich, größere Schmierschichtstärken anzustreben, selbst unter Inkaufnahme von etwas mehr Reibung. Nach Falz soll man, frei einstellbare Lager vorausgesetzt, bei dünnen raschlaufenden Wellen mindestens  $h = 0,02$ , bei mittleren 0,025, bei starken 0,03 bis 0,035 mm fordern. Nur an langsam laufenden Wellen wird man auf geringere Werte gehen müssen.

Ist das Spiel gegeben, so kann die Berechnung der Zähigkeit des geeigneten Schmiermittels in Frage kommen.

## 2. Berechnung der Reibungsarbeit.

Setzt man in der Grundgleichung (322)

$$a_{R_0} = \frac{p_m \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi}$$

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{6000} \text{ (der}$$

Nenner ist 6000,

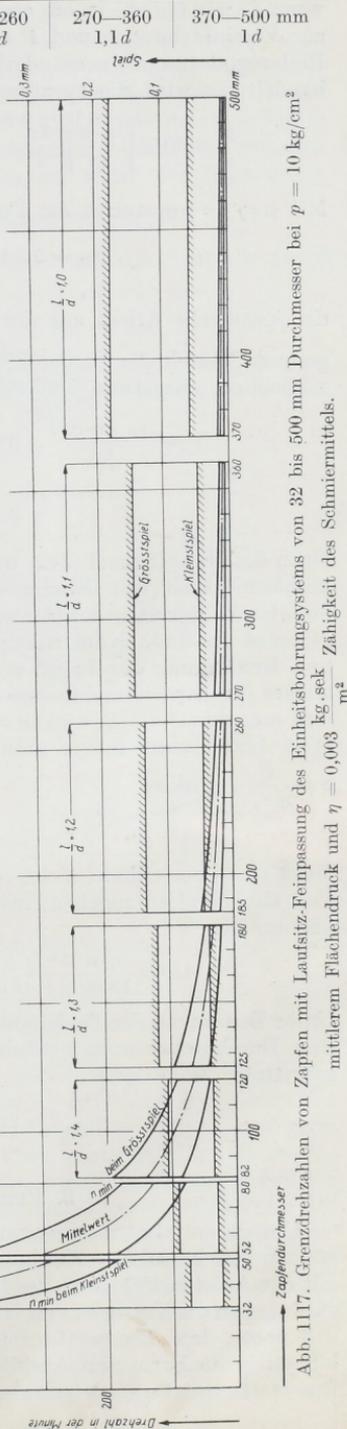
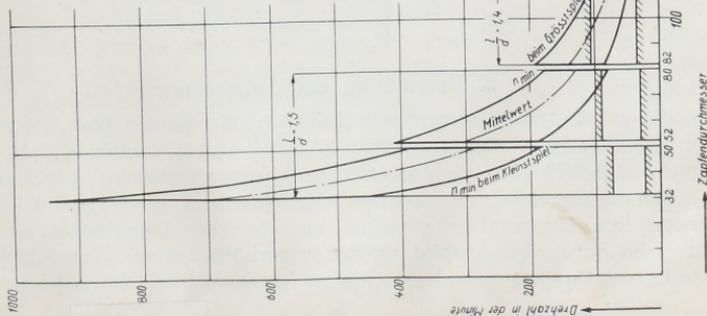


Abb. 1117. Grenzdrehzahlen von Zapfen mit Laufsitz. Feinpassung des Einheitsrohrsystems von 32 bis 500 mm Durchmesser bei  $p = 10$  kg/cm<sup>2</sup> mittlerem Flächendruck und  $\eta = 0,003 \frac{\text{kg. sek}}{\text{m}^2}$  Zähigkeit des Schmiermittels.

wenn  $d$ , wie üblich, in cm eingeführt wird), sowie  $\mu_1$  nach Formel (315) ein und schreibt zur Vereinfachung  $p$  und  $P$  statt  $p_m$  und  $P_m$ , da es sich bei Zapfen unter flüssiger Reibung stets um unveränderliche oder doch in nur geringem Maße schwankende Drucke handelt, so wird die spezifische Reibungsarbeit:

$$a_{R_0} = \frac{p}{\pi} \cdot 0,0055 \sqrt{\frac{\eta \cdot n}{p}} \sqrt{\frac{4d}{l} + 1} \cdot \frac{\pi \cdot d \cdot n}{6000} = 9,16 \cdot 10^{-7} \cdot d \sqrt{\eta \cdot p \cdot n^3 \left( \frac{d}{l} + 1 \right)} \frac{\text{kg m}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2} \quad (342)$$

Mit  $p = \frac{P}{d \cdot l}$  gestattet die Formel:

$$a_{R_0} = 9,16 \cdot 10^{-7} \sqrt{\eta \cdot P \cdot n^3 \left[ 4 \left( \frac{d}{l} \right)^2 + \frac{d}{l} \right]} \frac{\text{kg m}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2} \quad (343)$$

die spezifische Arbeit aus der Belastung  $P$  und dem Verhältnis  $\frac{d}{l}$  zu berechnen. Der gesamte, durch die Zapfenreibung entstehende Leistungsverlust in Pferdestärken wird schließlich, ausgehend von Formel (323):

$$\begin{aligned} N_R &= \frac{a_{R_0} \cdot \pi \cdot d \cdot l}{75} = 3,84 \cdot 10^{-8} d^2 \cdot l \sqrt{\eta \cdot p \cdot n^3 \left( \frac{d}{l} + 1 \right)} \\ &= 3,84 \cdot 10^{-8} \cdot d l \sqrt{\eta \cdot P \cdot n^3 \left[ 4 \left( \frac{d}{l} \right)^2 + \frac{d}{l} \right]} \text{ PS.} \end{aligned} \quad (344)$$

Nach der Hauptformel (342) wächst die Reibungsarbeit im Gebiet der flüssigen Reibung verhältnismäßig dem Durchmesser  $d$ , der 1,5ten Potenz der Drehzahl  $n$  und der Wurzel aus der Zähigkeit  $\eta$  sowie aus dem Flächendruck  $p$ . Die Länge des Zapfens hat nur geringen Einfluß. Konstruktiv gilt es demnach zur Beschränkung der Reibungsarbeit und Erwärmung der Lager und zur Erzielung eines besseren Wirkungsgrades des Getriebes die Zapfendurchmesser so klein auszuführen, wie es die Sicherheit des Betriebes und manchmal die Festigkeitsverhältnisse gestatten. Den schmierungstechnisch besten Wert findet man, indem man in Gleichung (339a) das günstigste Spiel  $s = 4h$  und  $p = \frac{P}{d \cdot l}$  einführt:

$$4h^2 = \frac{\eta \cdot n \cdot d^3 \cdot l}{183600 P} \cdot \frac{l}{d + l}$$

Meist ist es vorteilhaft, nicht von der Länge  $l$ , sondern von dem leichter zu schätzenden Verhältnis  $d:l$  auszugehen; man multipliziert zu dem Zwecke Zähler und Nenner mit  $d$  und erhält:

$$4h^2 = \frac{\eta \cdot n \cdot d^4}{183600 P} \cdot \frac{l^2}{d(d+l)} \quad \text{oder} \quad d = 29,3 \sqrt[4]{\frac{P \cdot h^2}{\eta \cdot n} \left[ \left( \frac{d}{l} \right)^2 + \frac{d}{l} \right]} \quad (345)$$

Unter Benutzung der Beziehung (310) mit  $z = 2,6$  entsteht eine Formel, die den günstigsten Durchmesser aus der Temperatur  $t$ , die das Lager annehmen soll, zu berechnen gestattet:

$$d = 29,3 \sqrt[4]{\frac{P \cdot h^2 \cdot (0,1t)^{2,6}}{i \cdot n} \left[ \left( \frac{d}{l} \right)^2 + \frac{d}{l} \right]} \quad (346)$$

### 3. Ermittlung der Lagertemperatur.

Um die am Lager zu erwartende Temperatur finden und dadurch beurteilen zu können, ob künstliche Kühlung nötig ist oder nicht, braucht die Reibungsarbeit nur mit der Ausstrahlungsfähigkeit des betreffenden Lagers verglichen zu werden. Anhaltspunkte dafür geben die Versuche von Lasche [XV, 9] und Stribeck [XV, 8], die gezeigt haben, daß neben dem Temperaturunterschied zwischen der Lagerauflfläche und der Außenluft auch die Form und Ausbildung der Lagerkörper wesentlichen Einfluß haben. Die Ausstrahlung ist um so bedeutender, je größer die Oberfläche des Lagers im Verhältnis

zu der des Zapfens ist. Aber auch den inneren Bau der Lager muß man in bezug auf die Wärmeleitfähigkeit beachten. Luft- oder gar Ölschichten, die durch Aussparungen der Schalen an ihrer Auflagefläche im Lagerkörper entstehen, wirken ungünstig; es ist vorteilhafter, die Schalen in ihrer vollen Breite zu bearbeiten und aufliegen zu lassen. Lasche gibt für die Beurteilung der Ausstrahlung bei 20° Luftwärme drei Kurven I, II und III, Abb. 1118. Als Abszissen dienen die Schalentemperaturen, als Ordinaten die Ausstrahlungen, umgerechnet in mkg/sek und bezogen auf 1 cm<sup>2</sup> der Zapfenoberfläche, um einen Vergleich mit der spezifischen Reibungsarbeit  $\alpha_{R_0} = \frac{p_m \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi}$  zu ermöglichen. Linie I gibt die nach Dulong und Petit berechnete Arbeit an, die durch

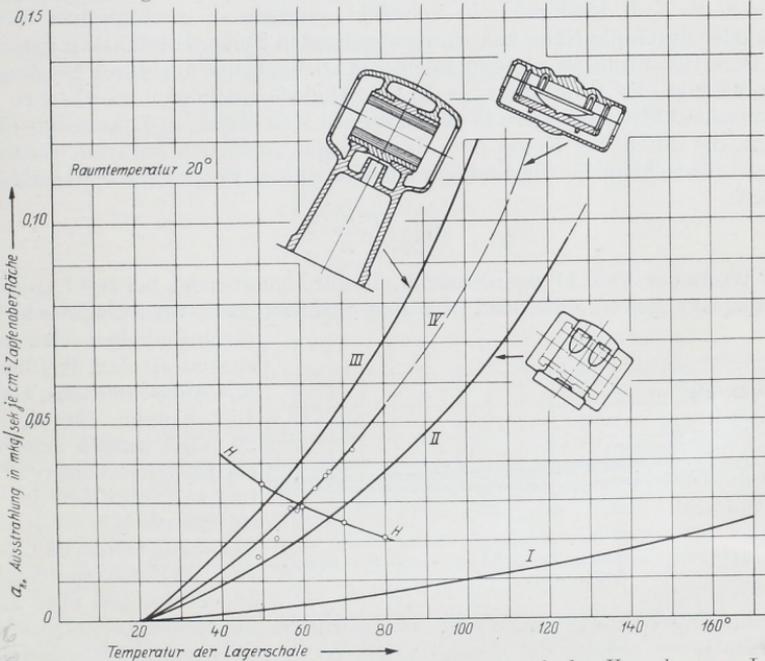


Abb. 1118. Ausstrahlungsfähigkeit von Lagern verschiedener Bauart nach den Versuchen von Lasche und Stribeck.

die Oberfläche des Zapfens allein in Form von Wärme ausgestrahlt werden kann. I darf als untere Grenzkurve betrachtet werden, da die Ausstrahlung durch das den Zapfen umgebende Lager sicher vergrößert wird. Für gedrängt gebaute Lager an Triebwerken, Dampfturbinen, rasch laufenden Dynamos usw. gilt Kurve II, für Lager, die besonders große Eisenmassen und Oberflächen haben, Kurve III. Aus den Versuchen von Stribeck an dem Sellersringschmierlager, Abb. 1097, errechnete Werte, sind durch die zwischen II und III liegende Linie IV dargestellt. Form und Größe im Verhältnis zu den Abmessungen des Zapfens kennzeichnen die an den einzelnen Linien stehenden Skizzen der Lager, an denen die Werte ermittelt wurden, wobei zur Erleichterung des Vergleichs die Maßstäbe so gewählt wurden, daß die Zapfenoberflächen gleichgroß ausfielen. Daß bei dieser Darstellung das Sellerslager mit einer im Verhältnis zum Zapfen kleinen Außenfläche zwischen die Kurven II und III zu liegen kommt, ist auf die dünnwandige, geräumige Ölkammer zurückzuführen, die, ringsum von Luft umspült, die Wärmeabgabe sehr begünstigt.

Nach Kurve III können durch ein reichlich groß gehaltenes Lager bei 80° Schalen- und 20° Raumtemperatur 0,07, durch ein Sellersringschmierlager nach Kurve IV 0,054,

durch ein gedrängt gebautes Lager nach Kurve *II* 0,037 kgm/sek, bezogen auf je 1 cm<sup>2</sup> der Zapfenoberfläche ausgestrahlt werden. Dagegen könnte der Zapfen allein nach Kurve *I* nur 0,007  $\frac{\text{kgm}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$  abgeben. Für Kurbel- und Schwungradwellenlager an Kolbenmaschinen liegen noch keine Untersuchungen vor. Schätzungsweise dürften die Werte wegen der meist großen Eisenmassen, welche die Wärme weiterleiten und ausstrahlen, nahe der Kurve *III* liegen.

Die Abführung der Wärme kann durch Luftzug, erzeugt durch Temperaturunterschiede oder durch nahe am Lager sitzende Kurbeln, Scheiben oder Räder, gelegentlich auch durch Anblasen mittels besonderer Ventilatoren oder durch Bewegung der Lager durch die Luft hindurch sehr verstärkt, dagegen in geschlossenen Räumen, in Gehäusen oder durch die Nähe von wärmeabgebenden Teilen beträchtlich verschlechtert werden. Derartige Einflüsse zu berücksichtigen ist bis heute nur durch Schätzung möglich. Verstärkt ist die Ausstrahlung z. B. bei Schubstangenköpfen und Lagern an Fahrzeugen, verschlechtert bei Lagern in geschlossenen Maschinen, an Lokomobil- und Walzwerklagern, die durch den Kessel oder das Walzgut zusätzlich erwärmt werden.

Für eine überschlägliche Rechnung genügt es, in die Formel für die spezifische Reibungsarbeit:

$$a_{R_0} = \frac{p \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi}$$

für  $\mu_1$  die Werte der Abb. 1119 einzusetzen, die für Dauerbetrieb bei 50° Lager- und 20° Raumtemperatur gelten. Sie sind aus den Stribeckschen, bis zu 4 m/sek Umfang-

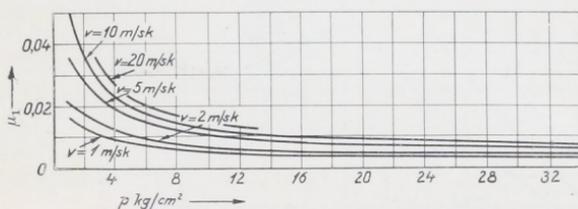


Abb. 1119. Zapfenreibungszahl  $\mu_1$  bei 50° Lager- und 20° Raumtemperatur.

durchweg kleinere Werte gefunden hat. Die spezifische Reibungsarbeit sinkt mit steigender Temperatur, solange die Geschwindigkeits- und Druckverhältnisse unverändert bleiben, gemäß den Zapfenreibungszahlen, also nach Kurven der Art, wie sie die Abb. 1103 und 1104 zeigen. Nähert man deren Verlauf durch gleichseitige Hyperbeln:

$$a_{R_0} \cdot t = \text{const} = a_{R_0}' \cdot t' \quad (347)$$

an, so erhält man in den Schnittpunkten mit den Kurven, Abb. 1118, die bei den verschiedenen Lagerbauarten zu erwartenden Beharrungstemperaturen, wie die unten folgenden Beispiele erläutern.

Allgemein ist noch zu beachten, daß die Reibungszahlen der Abb. 1119 an sorgfältig behandelten Lagern gefunden sind, daß aber durch Ausführungs- und Aufstellungsfehler ungenügendes Einlaufen, Unreinigkeiten im Öl usw. die Reibung sehr erhöht werden kann und daher Vorsicht geboten erscheint, wenn die zu erwartenden Wärmegrade hoch sind. An mehrfach gelagerten Wellen hängt die Verteilung der Auflagedrucke von der Ausführung und dem Einbau ab; beim Lauf kann daher leicht Überlastung und Warmlaufen einzelner Lager eintreten.

Als zulässig dürfen 70 bis 80° Öl- oder Lagerschalentemperatur erachtet werden. Bei einer Raumtemperatur  $t_r$ , die mehr als 20° beträgt, ist naturgemäß die Gefahr des Heißlaufens größer; die zu erwartende Temperatur am Lager wird um  $(t_r - 20)$  Grad höher sein, als die auf die beschriebene Weise ermittelte. Wichtige Lager sollten stets,

wie schon erwähnt, eine Bohrung für ein Thermometer zur Überwachung der Schalen- oder Öltemperatur bekommen.

Beispiel 8. Die Beharrungstemperatur, die ein Zapfen von 120 mm Durchmesser und 240 mm Länge annimmt, der dauernd unter einem Druck von  $P = 5000$  kg bei  $n = 250$  Umdrehungen in der Minute läuft, soll angenähert ermittelt werden.

Mittlerer Auflagedruck:

$$p_m = \frac{P}{d \cdot l} = \frac{5000}{12 \cdot 24} = 17,4 \text{ kg/cm}^2,$$

Umfangsgeschwindigkeit:

$$v = \frac{\pi n d}{30 \cdot 2} = \frac{\pi \cdot 250}{30} \cdot 0,06 = 1,57 \text{ m/sek.}$$

Dafür findet sich die Zapfenreibungszahl  $\mu_1$  aus Abb. 1119 zu 0,004. Die spezifische Reibungsarbeit bei  $t = 50^\circ$  Lager- und  $20^\circ$  Raumwärme ist also:

$$a_{R_0} = \frac{p_m \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi} = \frac{17,4 \cdot 0,004 \cdot 1,57}{\pi} = 0,0348 \frac{\text{mkg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}.$$

Zur Aufzeichnung der gleichseitigen Hyperbel dient der Grundwert:

$$a_{R_0} \cdot t = 0,0348 \cdot 50 = 1,74.$$

$$a'_{R_0} = \frac{a_{R_0} \cdot t}{t'} = \frac{1,74}{t'}$$

liefert dann durch Einsetzen verschiedener Zahlen für die Temperatur:

$t' =$	60	70	80 <sup>0</sup>
$a'_{R_0} =$	0,029	0,025	0,022 $\frac{\text{mkg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$

Das Eintragen dieser Werte in Form der Linie  $H-H$  in Abb. 1118 ergibt nach Kurve *II*, also bei Ausführung des Lagers entsprechend Bauart *II*, 66<sup>0</sup>, bei den günstigeren Ausstrahlungsverhältnissen nach Art *III* rund 54<sup>0</sup> Beharrungstemperatur.

Zur genaueren Berechnung der Wärmeverhältnisse von Lagern und Zapfen auf Grund der hydrodynamischen Theorie der flüssigen Reibung braucht man nur an einem gegebenen Zapfen die spezifische Reibungsarbeit  $a_{R_0}$  nach Formel (342) zu ermitteln und unter Beachtung der Durchbildung des Lagers und etwaiger besonderer, die Wärmeableitung unterstützender oder hindernder Umstände die zu erwartende Temperatur an Hand der Kurven, Abb. 1118, zu bestimmen.

Wird die so gefundene Temperatur zu hoch, so muß der Zapfen oder das Lager umgestaltet oder die überschüssige Wärme künstlich abgeführt, das Lager gekühlt werden. Die abzuleitende Wärme  $Q$  in kcal/sek ergibt sich aus dem Unterschied der am Zapfen entwickelten Reibungswärme  $a_{R_0}$  und der Ausstrahlung, die mit  $a_s$  in  $\frac{\text{kgm}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$  bezeichnet sei, zu:

$$Q = \frac{(a_{R_0} - a_s) \pi \cdot d \cdot l}{427} \text{ kcal/sek.} \quad (348)$$

Die zur Kühlung nötigen Wasser- oder Ölmengen  $q$  in l/sek folgen bei einer Zuflußtemperatur des Kühlmittels von  $t_1^0$ , einer Abflußtemperatur von  $t_2^0$ , einem Einheitsgewicht  $\gamma$  kg/dm<sup>3</sup> und einer spezifischen Wärme  $c$  aus:

$$Q = \frac{q}{\gamma} c \cdot (t_2 - t_1) \quad \text{oder} \quad q = \frac{\gamma \cdot Q}{c \cdot (t_2 - t_1)} = \frac{\gamma (a_{R_0} - a_s) \pi \cdot d \cdot l}{427 c \cdot (t_2 - t_1)}. \quad (349)$$

Für Öl ist  $\gamma$  im Durchschnitt 0,9,  $c = 0,4$ , für Wasser  $\gamma = 1$ ,  $c = 1$ .

Beispiel 9. Die Wärmeverhältnisse am Zapfen des Beispiels 8 sind bei Schmiering mit Motorenöl der Gasmotorenfabrik Deutz genauer zu untersuchen. Nach Abb. 1094 nimmt das Öl bei verschiedenen Wärmegraden, die in der folgenden Zusammenstellung

angegebenen Zähigkeiten an, mit denen sich an Hand der Formel (342) die darunter angeführten spezifischen Reibungsarbeiten ergeben.

Öltemperatur $t$	30	40	50	60	70°
Zähigkeit $\left\{ \begin{array}{l} \text{nach Engler } E \dots\dots\dots \\ \text{absolut } \eta \dots\dots\dots \end{array} \right.$	20 0,0134	11,3 0,0076	6,8 0,0045	4,4 0,0028	3,1 0,0019
Spezifische Reibungsarbeit $a_{R_0} \dots\dots\dots$	0,0364	0,0273	0,0211	0,0166	0,0137
					$\frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$ $\frac{\text{mkg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$

Beispielweise hat das Öl bei  $t = 30^\circ$  Temperatur eine Zähigkeit von  $E = 20$  Englergraden, aus der sich bei einem spezifischen Gewicht  $\gamma = 0,9 \text{ kg/dm}^3$  nach (309) eine absolute Zähigkeit:

$$\eta = \gamma \left( 0,00074 E - \frac{0,00064}{E} \right) = 0,9 \left( 0,00074 \cdot 20 - \frac{0,00064}{20} \right) = 0,0134 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$$

errechnet. Aus Abb. 1095 kann dieser Wert unmittelbar abgelesen werden. Damit wird:

$$\begin{aligned} a_{R_0} &= 9,16 \cdot 10^{-7} d \sqrt{\eta \cdot p \cdot n^3 \left( \frac{4d}{l} + 1 \right)} = 9,16 \cdot 10^{-7} \cdot 12 \sqrt{\eta \cdot 17,4 \cdot 250^3 \left( \frac{4 \cdot 12}{24} + 1 \right)} \\ &= 0,314 \sqrt{\eta} = 0,314 \sqrt{0,0134} = 0,0364 \frac{\text{mkg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2} \end{aligned}$$

Trägt man die Werte von  $a_{R_0}$  in Abhängigkeit von  $t$  auf einem über Abb. 1118 gelegten Stück Pauspapier auf, so ist an Hand des Schnittes mit Kurve III bei Ausführung des Lagers mit größeren Außenmaßen eine Beharrungstemperatur von  $46^\circ$ , bei der gedrähten Ausführung nach II von  $55^\circ$  zu erwarten. Sie liegen, wie vorauszusehen war, etwas niedriger als bei der oben durchgeführten angenäherten Berechnung.

Für den Fall II mögen noch die übrigen wichtigen Werte ermittelt werden. Das Öl hat bei  $55^\circ$   $5,3$  Englergrade oder eine absolute Zähigkeit  $\eta = 0,0035 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$ , wobei

$a_{R_0} = 0,0186 \frac{\text{mkg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$  wird. Wie groß ist die zu erwartende geringste Stärke der Schmierschicht, wenn Zapfen und Lager nach der Laufsitzpassung der Dinormen mit einem mittleren Spiel von  $D - d = 0,07 \text{ mm}$  bei einer Größe der Unebenheiten von  $\delta_1 = \delta_2 = 0,005 \text{ mm}$  hergestellt werden?

Der Berechnung zugrunde zu legendes Spiel nach (337):

$$s = D - d + 2(\delta_1 + \delta_2) = 0,07 + 2(0,005 + 0,005) = 0,09 \text{ mm.}$$

Daraus Stärke der Schmierschicht nach Formel (339b):

$$h = \frac{\eta \cdot n \cdot d^2}{183600 \cdot s \cdot p} \cdot \frac{l}{d+l} = \frac{0,0035 \cdot 250 \cdot 12^2}{183600 \cdot 0,009 \cdot 17,4} \cdot \frac{24}{12+24} = 0,0029 \text{ cm oder } 0,03 \text{ mm.}$$

Diese im Verhältnis zum Spiel beträchtliche Stärke der Schmierschicht macht die Nachprüfung erforderlich, ob die Gültigkeitsgrenzen der benutzten Formel eingehalten sind. Da  $h = 0,322 s$  ist, trifft das tatsächlich nicht zu und damit wird die Nachrechnung unter Ermittlung des Wertes  $\Phi$  nach Formel (312) notwendig. Es ergibt sich:

$$\Phi = \frac{191000 \cdot p \cdot s^2}{\eta \cdot n \cdot d^2} \cdot \frac{d+l}{l} = \frac{191000 \cdot 17,4 \cdot 0,009^2}{0,0035 \cdot 250 \cdot 12^2} \cdot \frac{12+24}{24} = 3,20.$$

Aus Zusammenstellung 115 oder an Hand der Kurve Abb. 1096 folgt aus dem Schnitt des Polstrahles durch  $M$  und den Punkt  $\Phi = 3,20$  mit der Linie  $ABM$ :

$$h' = 0,60 \cdot \frac{s}{2} = 0,60 \cdot \frac{0,09}{2} = 0,027 \text{ mm.}$$

Flüssige Reibung ist demnach mit großer Sicherheit verbürgt. Fragt man nach dem günstigsten Spiel, so führt Formel (340) zu:

$$s_{best} = 0,00467 \cdot d \sqrt{\frac{\eta \cdot n}{p} \cdot \frac{l}{d+l}} = 0,00467 \cdot 12 \sqrt{\frac{0,0035 \cdot 250}{17,4} \cdot \frac{24}{12+24}} = 0,0103 \text{ cm oder } 0,1 \text{ mm}$$

und einer Schmierschichtstärke an der engsten Stelle von:

$$h = \frac{s}{4} = 0,025 \text{ mm.}$$

Schließlich beziffert sich die gesamte am Zapfen verloren gehende Leistung nach (344) auf:

$$N_R = \frac{a_{R_0} \cdot \pi \cdot d \cdot l}{75} = \frac{0,0186 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 24}{75} = 0,224 \text{ PS.}$$

#### 4. Berechnung der Zapfen auf Festigkeit.

Bei Stirnzapfen ist die Beanspruchung auf Biegung gemäß den Formeln (327) oder (328) maßgebend. Da es in Rücksicht auf die weitere Berechnung vielfach zweckmäßig ist, das Verhältnis  $\frac{l}{d}$  anzunehmen, kann Formel (328) auch in der Form:

$$d = \sqrt[2]{\frac{5 P \cdot l}{k_y \cdot d}} \tag{350}$$

benutzt werden. Bei mitten in einer Welle sitzenden Halszapfen ist von den an der Stelle auftretenden größten Biege- und Drehmomenten auszugehen.

#### 5. Wirkung der Formänderung der Zapfen.

In Betracht kommen die Durchbiegung, Krümmung und Schiefstellung, denen die Zapfen durch die äußeren Kräfte unterliegen, Formänderungen, die von der gleichen Größenordnung sind, wie die Schmierschichtstärke und deshalb sorgfältig berücksichtigt werden müssen. Da sich nun die Durchbiegungen aus einem Schiefstehen, entsprechend der mittleren Neigung der elastischen Linie der Welle und einer Krümmung des Zapfens selbst zusammensetzen lassen, genügt es, die Wirkung dieser beiden Formänderungsarten zu untersuchen. Schiefe Lage eines Zapfens zu seiner Schale erzeugt Kantenpressung, läßt sich aber, wenn die Neigung dauernd dieselbe bleibt, durch richtigen Zusammenbau oder durch Einlaufenlassen unschädlich machen. Ändert sich aber die Neigung, so müssen selbststellbare Schalen verwendet oder die Wirkungen durch Verkürzen oder Verstärken des Zapfens gemildert werden. Die Notwendigkeit sich selbst einstellender Schalen in Fällen, wo flüssige Reibung erzielt werden soll, wird vielfach noch nicht genügend beachtet. Verhältnismäßig lange, hochbelastete Schalen ( $l \geq 2, 6$ , selbst  $2 d$ ) sollten, namentlich wenn sie veränderlicher Belastung ausgesetzt sind, stets selbststellbar gemacht werden.

Die Krümmung eines Zapfens oder der elastischen Linie von Wellen ruft, je nachdem, ob sie an der Stelle der dünnsten Schmierschicht erhaben oder hohl verläuft, Verminderungen der Schmierschichtstärke oder Kantenpressungen hervor, Wirkungen, die nur durch genügend kräftige und kurze Zapfen beschränkt werden können.

An Stirnzapfen errechnet sich die größte Pfeilhöhe  $f$  der elastischen Linie unter der etwas zu ungünstigen Annahme gleichmäßiger Verteilung des Flächenendrucks an der Lauffläche nach Abb. 1120 wie folgt. In der Entfernung  $x$  vom Zapfenende ist nach der Gleichung der elastischen Linie:

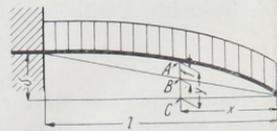


Abb. 1120. Zur Berechnung der Pfeilhöhe der elastischen Linie an Stirnzapfen.

$$f = \overline{AC} - \overline{BC} = y - \frac{\delta \cdot x}{l} = \frac{\alpha \cdot P \cdot l^3}{J} \left( \frac{x}{6l} - \frac{x^4}{24l^4} - \frac{1}{8} \frac{x}{l} \right) = \frac{\alpha \cdot P \cdot l^3}{24J} \left( \frac{x}{l} - \frac{x^4}{l^4} \right).$$

Setzt man den Differentialquotienten  $\frac{df}{dx} = 0$ , so ergibt sich der größte Wert von  $f$  bei  $x = 0,63 l$  und zwar zu:

$$f_{\max} = 0,02 \frac{\alpha \cdot P \cdot l^3}{J} \quad \text{oder} \quad 0,08 \alpha \cdot \sigma_b \cdot \frac{l^2}{d}. \quad (351)$$

Der Einfluß auf die Stärke der Schmierschicht an der engsten Stelle dürfte hinreichend berücksichtigt sein, wenn man zur Summe der Unebenheiten  $\frac{f_{\max}}{2}$  hinzuzählt, also mit:

$$h_{\min} = \delta_1 + \delta_2 + \frac{f_{\max}}{2} \quad (352)$$

rechnet, namentlich, da die Ebenen der größten Durchbiegung und der engsten Stelle nicht ganz zusammenfallen.

Zahlenbeispiel 10. Läßt man an einem Stirnzapfen von  $d = 20$  cm Durchmesser und  $l = 30$  cm Länge eine Biegebeanspruchung von  $\sigma_b = 700$  kg/cm<sup>2</sup> zu, so wird bei Fluß-

stahl mit einer Elastizitätszahl  $\alpha = \frac{1}{2\,200\,000}$  cm<sup>2</sup>/kg:

$$f_{\max} = 0,08 \cdot \alpha \cdot \sigma_b \cdot \frac{l^2}{d} = \frac{0,08 \cdot 700 \cdot 30^2}{2\,200\,000 \cdot 20} = \frac{1,15}{1000} \text{ cm}.$$

Bei  $\delta_1 = \delta_2 = 0,0005$  cm steigt  $h_{\min}$  von 0,001 nach Gleichung (352) immerhin auf:

$$h_{\min} = \delta_1 + \delta_2 + \frac{f_{\max}}{2} = 0,0005 + 0,0005 + \frac{0,00115}{2} = 0,0016 \text{ cm}.$$

An kleineren Zapfen ist der Einfluß naturgemäß geringer. Z. B. wird an einem geometrisch ähnlichen von 50 mm Durchmesser und 75 mm Länge unter den gleichen Verhältnissen

$$f_{\max} = \frac{3}{10000} \text{ cm}.$$

An den Halszapfen durchlaufender Wellen läßt sich die Pfeilhöhe an Hand der Biegemomentenfläche ermitteln. Bedeuten in Abb. 1121  $F_1$  und  $F_2$  die Inhalte der Momentenflächen links und rechts der Zapfenmitte in cm<sup>2</sup>·cm und  $\xi_1$  und  $\xi_2$  ihre Schwerpunktabstände von den Zapfenden in cm, so sind die Durchbiegungen  $\delta_1$  und  $\delta_2$  der elastischen Linie im Abstände  $\frac{l}{2}$  von der Zapfenmitte, bezogen auf die dort angelegte Tangente nach Formel (32) dargestellt durch:

$$\delta_1 = \alpha \int \frac{M_x \cdot x \cdot dx}{J_x} \approx \frac{20 \cdot \alpha \cdot F_1 \cdot \xi_1}{d^4} \quad \text{und} \quad \delta_2 = \frac{20 \cdot \alpha \cdot F_2 \cdot \xi_2}{d^4}.$$

Abb. 1121. Zur Ermittlung der Pfeilhöhe der elastischen Linie an Halszapfen.

Die gesuchte Pfeilhöhe ist dann:

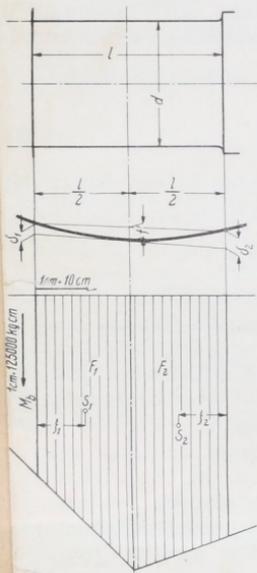
$$f' = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = \frac{10 \alpha}{d^4} (F_1 \xi_1 + F_2 \xi_2). \quad (353)$$

Näherungsweise darf man die Trapeze der Momentenflächen durch Rechtecke ersetzen, deren Höhe dem Moment in der Zapfenmitte entspricht. Dann werden die Abstände  $\xi_1$  und  $\xi_2 = \frac{l}{4}$  und:

$$f' = \frac{10 \cdot \alpha}{d^4} \left( M_b \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} + M_b \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} \right) = \frac{2,5 \alpha \cdot M_b \cdot l^2}{d^4}$$

der unter Ersatz von  $\frac{10 M_b}{d^3}$  durch  $\sigma_b$ :

$$f' = 0,25 \alpha \cdot \sigma_b \cdot \frac{l^2}{d}. \quad (354)$$



Der Vergleich der Formeln (351) und (354) zeigt, daß die größte Pfeilhöhe am Halszapfen gleicher Abmessung und gleicher Beanspruchung rund 3,1mal größer ist als am Stirnzapfen. Die bekannte Neigung von Mittellagern zum Heißlaufen ist eben auf die bedeutenderen Formänderungen zurückzuführen, die höhere Kantenpressung oder stärkere Verminderung der Schmierschichtdicke in der Lagermitte zur Folge haben. Sie läßt sich, wie Formel (354) lehrt, in erster Linie durch Verringern der Lagerlänge oder durch Niedrighalten der Biegespannung bekämpfen.

Zahlenbeispiel 11. Würde der Zapfen des Beispiels 10 von  $d = 20$  cm Durchmesser und  $l = 30$  cm Länge als Halszapfen einem größten Biegemoment von 549800 cmkg, entsprechend  $\sigma_b = 700$  kg/cm<sup>2</sup>, ausgesetzt sein und würde die Momentenfläche nach Abb. 1121 verlaufen, so ergibt sich folgender Rechnungsgang: Da der Längenmaßstab 1 : 10 ist und 1 cm<sup>2</sup> 125000 · 10 = 1250000 cmkg · cm bedeutet, die Flächen  $F_1 = 5,48$  und  $F_2 = 6,18$  cm<sup>2</sup> Inhalt haben und die Abstände  $\xi_1 = 0,77$ ,  $\xi_2 = 0,76$  cm sind, so wird:

$$f' = \frac{10 \alpha}{d^4} (F_1 \xi_1 + F_2 \xi_2) = \frac{10}{2200000 \cdot 20^4} (5,48 \cdot 1250000 \cdot 0,77 \cdot 10 + 6,18 \cdot 1250000 \cdot 0,76 \cdot 10) = \frac{3,21}{1000} \text{ cm.}$$

Die Näherungsformel (354) liefert:

$$f' = 0,25 \alpha \cdot \sigma_b \frac{l^2}{d} = \frac{0,25 \cdot 700 \cdot 30^2}{2200000 \cdot 20} = \frac{3,58}{1000} \text{ cm,}$$

einen etwas zu großen Wert, wie im vorliegenden Falle nach der Form der Momentenfläche in Abb. 1121 zu erwarten war.

## 6. Berechnung von Zapfen mit Laufsitzpassung, die unter flüssiger Reibung laufen.

Den Weg, den zweckmäßigsten Durchmesser  $d$  bei Laufsitzpassung zu berechnen, wenn die Belastung  $P$  und die Umdrehzahl  $n$  in der Minute gegeben sind, hat Falz zuerst angegeben [XV, 20]. Die folgenden Formeln sind auf dem gleichen Wege, aber so aufgestellt, daß sie ein beliebiges Verhältnis  $\frac{l}{d}$  und die Ausstrahlungsfähigkeit der Lager anschaulich an Hand der Abb. 1118 zu berücksichtigen gestatten. Das mittlere Spiel der Laufsitzpassung unter Einschluß der gewöhnlichen Beträge für die Oberflächenrauigkeit läßt sich genügend genau durch die empirische Gleichung:

$$s = \frac{\sqrt[3,3]{d}}{224} = \frac{d^{0,303}}{224} \quad (355)$$

ausdrücken. In Formel (340) eingeführt, wird:

$$\frac{4 \eta \cdot n \cdot d^2}{183600 p} \cdot \frac{l}{d+l} = s_{best}^2 = \frac{d^{0,606}}{224^2}$$

oder die Zähigkeit:

$$\eta = 0,915 \frac{p}{n \cdot d^{1,4}} \left( \frac{d}{l} + 1 \right). \quad (356)$$

Bei dieser Zähigkeit stellt sich eine Stärke der Ölschicht an der engsten Stelle:

$$h = \frac{s}{4} = \frac{d^{0,303}}{900} \quad (357)$$

ein. Dadurch wird auch der schmierungstechnisch günstigste Wert für  $d$  nach Formel (345) gewährleistet, wie man sich überzeugt, wenn man  $\eta$  und  $h$  dort einsetzt.

Durch Einführung von  $\eta$  in die Formel (343) entsteht eine Beziehung zur Reibungsarbeit oder Ausstrahlungsfähigkeit an Lagern mit Laufsitzpassung:

$$a_{R_0} = 8,75 \cdot 10^{-7} \frac{P \cdot n}{d^{1,7}} \cdot \frac{d}{l} \sqrt{4 \left( \frac{d}{l} \right)^2 + 5 \frac{d}{l} + 1},$$

aus der die Formel:

$$d = C \sqrt[1,7]{\frac{P \cdot n}{a_{R_0}}} \quad (358)$$

zur Bestimmung von  $d$  folgt, wenn  $P$  und  $n$  gegeben sind, die zulässige spezifische Reibungsarbeit  $a_{R_0}$  aber, je nach der Bauart der Lager an Abb. 1118 geschätzt wird.  $C$  ist eine nur vom Verhältnis  $\frac{l}{d}$  abhängige Größe:

$$C = 2,73 \cdot 10^{-4} \sqrt[1,7]{\frac{d}{l} \sqrt{4 \left( \frac{d}{l} \right)^2 + 5 \frac{d}{l} + 1}}, \quad (359)$$

deren Werte Zusammenstellung 122 zu entnehmen sind.

Zusammenstellung 122. Werte von  $C$  und  $C^{1,7}$  in der Falzchen Formel für verschiedene Verhältnisse  $\frac{l}{d}$ .

$\frac{l}{d}$	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
$C$	$8,97 \cdot 10^{-4}$	$7,67 \cdot 10^{-4}$	$6,70 \cdot 10^{-4}$	$5,97 \cdot 10^{-4}$	$5,38 \cdot 10^{-4}$	$4,91 \cdot 10^{-4}$	$4,52 \cdot 10^{-4}$
$\log C$	0,9528 — 4	0,8845 — 4	0,8263 — 4	0,7756 — 4	0,7310 — 4	0,6910 — 4	0,6550 — 4
$C^{1,7}$	$6,60 \cdot 10^{-6}$	$5,06 \cdot 10^{-6}$	$4,02 \cdot 10^{-6}$	$3,30 \cdot 10^{-6}$	$2,77 \cdot 10^{-6}$	$2,37 \cdot 10^{-6}$	$2,06 \cdot 10^{-6}$
$\log C^{1,7}$	0,8197 — 6	0,7037 — 6	0,6047 — 6	0,5186 — 6	0,4426 — 6	0,3747 — 6	0,3135 — 6

$\frac{l}{d}$	1,3	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0
$C$	$4,19 \cdot 10^{-4}$	$3,91 \cdot 10^{-4}$	$3,65 \cdot 10^{-4}$	$3,46 \cdot 10^{-4}$	$3,11 \cdot 10^{-4}$	$2,83 \cdot 10^{-4}$
$\log C$	0,6222 — 4	0,5922 — 4	0,5621 — 4	0,5388 — 4	0,4926 — 4	0,4519 — 4
$C^{1,7}$	$1,81 \cdot 10^{-6}$	$1,61 \cdot 10^{-6}$	$1,43 \cdot 10^{-6}$	$1,31 \cdot 10^{-6}$	$1,09 \cdot 10^{-6}$	$9,29 \cdot 10^{-7}$
$\log C^{1,7}$	0,2577 — 6	0,2067 — 6	0,1556 — 6	0,1159 — 6	0,0375 — 6	0,9682 — 7

Zahlenbeispiel 12. Der Zapfen und das Lager des Beispiels 8 für  $P = 5000$  kg Dauerbelastung bei  $n = 250$  Umdr./min. sollen zwecks Ausführung nach den Normen der Laufsitzpassung (Einheitsbohrung) berechnet werden. Das Lager werde nach Bauart II der Abb. 1118 durchgebildet.

Um den Einfluß verschiedener Zapfenlängen im Verhältnis zum Durchmesser zu zeigen, sei die Rechnung für  $\frac{l}{d} = 1, 1,5$  und  $2$  durchgeführt. Nach Kurve II der Abb. 1118 ist die Ausstrahlungsfähigkeit  $a_{R_0}$  bei  $20^\circ$  Luft- und  $70^\circ$  Öltemperatur am Lager zu  $0,029$  mkg/sek  $\cdot$  cm<sup>2</sup> anzunehmen. Man ermittelt zunächst den Zapfendurchmesser nach Formel (358) und an Hand des angenommenen Verhältnisses  $\frac{l}{d}$  die Zapfenlänge  $l$ . Das Ausführungsmaß des Durchmessers wird man der Reihe der Normaldurchmesser der DIN 3 anpassen, die Länge aber auf 5 oder 10 mm abrunden, wenn man sich nicht sogar an die Normalzahlen der DIN 323 halten will. Die unten eingetragene Beanspruchung auf Biegung  $\sigma_b$  gilt für Stirnzapfen. Wichtig ist die Berechnung der Zähigkeit  $\eta$ , um das für den Betrieb bei  $70^\circ$  zweckmäßige Öl an Hand der Zusammenstellung 114 auszusuchen zu können. Schließlich dient Formel (344) zur Bestimmung des Reibungsverlustes in Pferdestärken. Die Werte  $s, h, \mu_1$  und  $v$  sind nur der besseren Veranschaulichung wegen ermittelt worden. Neben denjenigen von  $s$  nach Formel (355) sind eingeklammert die an den Normen der Laufsitzfeinpassung nach dem Einheitsbohrungssystem ermittelten

Spiele eingetragen.  $p$ ,  $\mu_1$  und  $v$  müssen, in Formel (322) eingesetzt, angenähert den angenommenen Wert  $a_{R_0}$  ergeben und können so zur Nachprüfung der Rechnung dienen.

Zapfen Nr.	1	2	3
$l: d$ . . . . .	1	1,5	2
$d = C \sqrt[1.7]{\frac{P \cdot n}{a_{R_0}}} = C \sqrt[1.7]{\frac{5000 \cdot 250}{0,029}}$ . . . . .	16,67	11,3	8,77 cm
$l$ . . . . .	16,67	16,95	17,54 cm
Gewählt $d \cdot l$ . . . . .	16,5 · 16,5	11,5 · 17,0	9,0 · 17,5 cm
Flächendruck $p = \frac{P}{d \cdot l}$ . . . . .	18,4	25,6	31,8 kg/cm <sup>2</sup>
Beanspruchung auf Biegung $\sigma_b = \frac{5 P \cdot l}{d^3}$ . . . . .	91,8	279	600 kg/cm <sup>2</sup>
Zähigkeit $\eta = 0,915 \frac{p}{n \cdot d^{1,4}} \left( \frac{d}{l} + 1 \right)$ . . . . .	0,00266	0,00514	0,00800 $\frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$
Ölsorte nach Zusammenstellung 114 . . . . .	NÖ 12	NÖ 16	NÖ 24
Reibungsleistung $N = \frac{a_{R_0} \cdot \pi \cdot d \cdot l}{75}$ . . . . .	0,331	0,238	0,175
Mittleres Spiel $s = \frac{\sqrt[3,3]{d}}{224}$ . . . . .	0,0104 (0,01)	0,00936 (0,009)	0,00869 (0,009) cm
Schmierschichtstärke $h = \frac{s}{4}$ . . . . .	0,0026	0,00234	0,00217 cm
Zapfenreibungszahl $\mu_1 = 0,0055 \sqrt{\frac{\eta \cdot n \cdot \left(4 \frac{d}{l} + 1\right)}{p}}$ . . . . .	0,00234	0,00237	0,00241
Umfangsgeschwindigkeit $v = \frac{\pi \cdot n \cdot d}{6000}$ . . . . .	2,16	1,51	1,18 m/sek

Beim Vergleich mit dem im Beispiel 5 nach der bisherigen Art berechneten Zapfen zeigt sich, daß die hydrodynamische Theorie im vorliegenden Falle auf wesentlich günstigere und namentlich kürzere Zapfen führt.

Ob aber die Rechnungsergebnisse praktisch anwendbar sind, ist von der Höhe der Biegebeanspruchung  $\sigma_b$ , der Zähigkeit  $\eta$  der zu benutzenden Öle und den Formänderungen, denen die Zapfen durch die Belastung ausgesetzt sind, abhängig. Während die Werte von  $\sigma_b$  in allen drei Fällen an Stirnzapfen zulässig sind, ergeben sich für den zweiten und namentlich den dritten Zapfen Öle, die sehr zähflüssig sind und die unter Druck zugeführt werden müßten, nicht aber für Tropf- oder selbsttätige Schmierung geeignet wären. Schmierringe würden in solchem Öl, wenn es nach längerem Stillstande kalt geworden ist, zu großen Widerstand finden und versagen. Will man etwas leichtflüssigere Öle verwenden, so bietet die Formel (339), die Möglichkeit, die Wirkung nachzurechnen, wie am Beispiel 9 auf Seite 663 gezeigt ist. Verwendet man am Zapfen 2 ein Öl von etwa den Eigenschaften des Normalöles 8 der Zusammenstellung 114, so ergibt sich eine Beharrungstemperatur von 62°. Die Schmierschichtstärke sinkt aber bei der zugehörigen Zähigkeit  $\eta = 0,00305 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$  auf 0,00142 cm und damit auch die Sicherheit gegen den Eintritt halbflüssiger Reibung.

Etwas vorteilhafter werden die Verhältnisse, wenn man das günstigste Spiel nach der Formel (340):

$$s_{\text{best}} = 0,00467 d \sqrt{\frac{\eta \cdot n \cdot l}{p \cdot d + l}} = 0,00467 \cdot 11,5 \sqrt{\frac{0,00305 \cdot 250}{25,6} \cdot \frac{17}{11,5 + 17}} = 0,00716 \text{ cm}$$

zugrunde legt, da dann die Schmierschichtstärke an der engsten Stelle auf  $\frac{s_{\text{best}}}{4} = 0,0018$  cm steigt. Die genaue Einhaltung dieses sehr kleinen Spiels ist aber nicht leicht.

Sorgfältig sind die Formänderungen an den längeren Zapfen zu beachten. Wird Zapfen Nr. 3 als Stirnzapfen verwandt, so wird die größte Pfeilhöhe nach Formel (351):

$$f_{\text{max}} = 0,08 \alpha \cdot \sigma_b \cdot \frac{l^2}{d} = \frac{0,08 \cdot 600 \cdot 17,5^2}{2 \cdot 200000 \cdot 9} = \frac{7,42}{10000} \text{ cm},$$

die unter Berücksichtigung der Unebenheiten der Zapfen- und Schalenoberfläche zu einer Mindeststärke der Ölschicht nach Formel (352)

$$h_{\min} = \delta_1 + \delta_2 + \frac{f_{\max}}{2} = 0,0005 + 0,0005 + 0,00037 = 0,0014 \text{ cm}$$

führt. Die oben berechnete Stärke von 0,00217 cm bietet jedoch bei zähem Zylinderöl noch völlig ausreichende Sicherheit gegen Störungen.

Anders liegen die Verhältnisse, wenn der Zapfen mitten in einer Welle sitzt und vergleichsweise derselben Biegebeanspruchung  $\sigma_b = 600 \text{ kg/cm}^2$  ausgesetzt ist. Dann wird die Pfeilhöhe nach der Näherungsformel (354) 3,1 mal so groß, erreicht also 0,0026 cm und verlangt eine Mindeststärke der Ölschicht von 0,0023 cm, während nach der Berechnung nur 0,00217 cm vorhanden sind, so daß flüssige Reibung nicht möglich ist. Der Zapfen dürfte also nur an Stellen, wo mäßige Biegemomente auftreten, verwendet werden.

Dagegen ist der Zapfen mit  $\frac{l}{d} = 1,5$  auch als Halszapfen brauchbar. Er bietet etwa die gleiche Sicherheit, wie der Stirnzapfen mit  $\frac{l}{d} = 2$ , da die Pfeilhöhe  $f_{\max} = 0,00189$  und die Größen  $h_{\min} = 0,00195 \text{ cm}$ ,  $h - h_{\min}$  aber 0,00039 gegenüber 0,00035 cm am Stirnzapfen werden.

Bei der Verwendung des dünnflüssigeren Normalöls 8 reicht die Schmierschicht selbst bei genauer Einhaltung des günstigsten Spiels nicht mehr aus. Die Benutzung eines genügend dickflüssigen Öles ist also geboten.

Berechnungsbeispiel 13. Die Wärme- und Reibungsverhältnisse an dem Zapfen einer Turbodynamo von 120 mm Durchmesser und 300 mm Länge für 1800 kg Belastung bei  $n = 3000 \text{ Umdr./min.}$  sind zu untersuchen. Als Öl soll Normalöl 3 verwendet und eine Temperatur des Lagers von  $50^\circ$  zugelassen werden.

Ölzähigkeit bei  $50^\circ$  nach Zusammenstellung 114:

$$\eta = 0,0152 i = 0,0152 \cdot 0,119 = 0,00181 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$$

Bei  $\frac{d}{l} = \frac{120}{300} = 0,4$  wird die spezifische Reibungsarbeit nach Formel (343):

$$a_{R_0} = 9,16 \cdot 10^{-7} \sqrt{\eta \cdot P \cdot n^3 \left[ 4 \left( \frac{d}{l} \right)^2 + \frac{d}{l} \right]}$$

$$= 9,16 \cdot 10^{-7} \sqrt{0,00181 \cdot 1800 \cdot 3000^3 [4 \cdot 0,4^2 + 0,4]} = 0,277 \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$$

Sie ist so groß, daß sie keinesfalls durch Ausstrahlung abgegeben werden kann; das Lager muß künstlich gekühlt werden. Ein Lager von gedrängter Bauart kann nach Kurve II der Abb. 1118, bei  $50^\circ$  0,015, ein solches von schwerer Bauart nach Kurve III 0,029  $\text{mkg/sek} \cdot \text{cm}^2$  ausstrahlen. Legt man der weiteren Rechnung vorsichtigerweise den niedrigeren Wert zugrunde, so müssen am ganzen Lager nach Formel (348):

$$Q = \frac{(a_{R_0} - a_s) \pi \cdot d \cdot l}{427} = \frac{(0,277 - 0,015) \cdot \pi \cdot 12 \cdot 30}{427} = 0,694 \frac{\text{kcal}}{\text{sek}}$$

künstlich abgeleitet werden.

Die dazu nötige Kühlwassermenge beträgt bei  $t_1 = 20^\circ$  Zufluß- und  $t_2 = 40^\circ$  Abflußtemperatur nach (349):

$$q = \frac{\gamma \cdot Q}{c(t_2 - t_1)} = \frac{1 \cdot 0,694}{1(40 - 20)} = 0,035 \text{ kg/sek} \quad \text{oder} \quad 2,1 \text{ l/min.}$$

An Öl mit  $\gamma = 0,9$  und  $c = 0,4$  würden:

$$q' = \frac{q}{\gamma \cdot c} = \frac{2,1}{0,9 \cdot 0,4} = 5,8 \text{ l/min}$$

notwendig sein.

Vgl. hierzu das Turbodynamolager, Abb. 1500, bei dem das Kühlwasser durch die hohlgegossenen Lagerschalen geleitet wird. Zur Schmierung dient bei der dargestellten älteren Ausführung noch Preßöl; es wird nahe der tiefsten Stelle durch eine breite Nut zugeführt, umspült den Zapfen und fließt oben im Scheitel ab, um in einem Ölkühler zurückgekühlt und wieder in Umlauf gesetzt zu werden. Flächendruck am Zapfen:

$$p = \frac{P}{d \cdot l} = \frac{1800}{12 \cdot 30} = 5 \text{ kg/cm}^2.$$

Beanspruchung auf Biegung im Falle der Verwendung als Stirnzapfen:

$$\sigma_b = \frac{5 P \cdot l}{d^3} = \frac{5 \cdot 1800 \cdot 30}{12^3} = 156 \text{ kg/cm}^2.$$

Das schmiertechnisch günstigste Zapfenspiel ist nach (340):

$$s_{best} = 0,00467 \cdot d \sqrt{\frac{\eta \cdot n}{p} \cdot \frac{l}{d+l}} = 0,00467 \cdot 12 \sqrt{\frac{0,00181 \cdot 3000}{5} \cdot \frac{30}{12+30}} = 0,0494 \text{ cm}.$$

Zieht man den üblichen Betrag für die Oberflächenrauigkeit von 0,002 cm ab, so bleibt als zweckmäßiger Unterschied des Bohrungs- und Zapfendurchmessers 0,0474 cm, ein Spiel, das beträchtlich größer ist als das mittlere der Laufsitzpassung von nur 0,007 cm.

Auch die Schmierschichtstärke  $h = \frac{s}{4} = 0,012 \text{ cm}$  gewährleistet flüssige Reibung mit großer Sicherheit.

### C. Berechnung kegelliger und kugelliger Tragzapfen.

Diese seltener benutzten Formen werden kaum für wichtige Zapfen unter flüssiger Reibung verwendet werden. Deshalb ist im folgenden nur auf ihre Berechnung für halbflüssige Reibung ähnlich den zylindrischen Tragzapfen im Abschnitt IV A eingegangen.

An kegelligen Tragzapfen, Abb. 1079, besteht der Unterschied nur darin, daß bei der Bestimmung des Auflagedrucks und der Reibungsarbeit der mittlere Durchmesser zugrunde gelegt wird. Bei der Berechnung auf Biegung könnte die Mittelkraft etwas näher am dickeren Ende angenommen werden; meist wird jedoch als Hebelarm, an dem die Auflagekraft wirkt,  $\frac{l}{2}$  eingesetzt.

An kugelligen Tragzapfen, Abb. 1122, darf die Auflagebreite  $b$  annähernd zu  $0,7 d$  gewählt, der mittlere Durchmesser zu  $0,9 d$  geschätzt und dann der mittlere Flächendruck  $p$  aus:

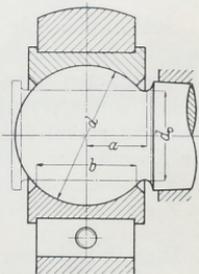
$$p = \frac{P}{\bar{p}} = \frac{P}{0,9 \cdot b \cdot d} = \frac{P}{0,63 d^2} \quad (360)$$

bestimmt werden.  $p$  sollte, wenn möglich niedriger sein, wie auf Abb. 1122. Kugelzapfen. S. 644 angegeben ist.

Die verhältnismäßig geringe Länge der Lagerschalen führt zu großen Zapfendurchmessern und Lagermaßen, die schwierige Herstellung der kugelligen Flächen an den Zapfen und in den Schalen macht die Ausführung teuer; Umstände, die begründen, daß man kugelige Zapfen tunlichst vermeiden soll. Sie finden sich als Kurbelzapfen an Sägegattern und an Lokomotiven, um geringe seitliche Ausweichungen oder Schwingungen der Schubstangen zu ermöglichen.

Die Beanspruchung des Halses auf Biegung verlangt ein Widerstandsmoment:

$$W \approx \frac{d_0^3}{10} = \frac{P \cdot a}{k_b},$$



$a$  und  $d_0$  ergeben sich aus der Aufzeichnung, bei welcher der seitliche Ausschlag der Stange zu berücksichtigen und auf eine gute Abrundung am Übergang vom Zapfen zur Welle zu achten ist. Als Anhalt kann  $d_0 = 0,6 d$  dienen.

Bei der Berechnung des Zapfens gegen Warmlaufen wird zweckmäßig die Geschwindigkeit  $v = \frac{\pi d n}{60}$ , also die größte, dem Kugeldurchmesser  $d$  entsprechende eingesetzt und  $p \cdot v$  etwa nach den Angaben S. 648 gewählt.

Beispiel 14. Kugelzapfen für 3500 kg Belastung bei 100 Umläufen in der Minute.  
 $p = 50 \text{ kg/cm}^2$ .

$$f' = \frac{P}{p} = \frac{3500}{50} = 70 \text{ cm}^2 = 0,63 d^2.$$

$$\text{Daraus: } d = \sqrt{\frac{f'}{0,63}} = \sqrt{\frac{70}{0,63}} = 10,5 \text{ cm; gewählt } d = 110 \text{ mm}.$$

Nachrechnung auf Biegung:  $a$  ergibt sich beim Aufzeichnen zu 46,  $d_0$  zu 70 mm

$$\sigma_b = \frac{32 \cdot P \cdot a}{\pi d_0^3} = \frac{32 \cdot 3500 \cdot 4,6}{\pi 7^3} = 478 \text{ kg/cm}^2, \quad \text{— zulässig —,}$$

auf Warmlaufen:

$$p_m = \frac{P}{0,9 \cdot b \cdot d} = \frac{3500}{0,9 \cdot 7,8 \cdot 11} = 45,3 \text{ kg/cm}^2, \quad v = \frac{\pi d \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,11 \cdot 100}{60} = 0,576 \text{ m/sek}.$$

$$p_m \cdot v = 45,3 \cdot 0,576 = 26,1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}}.$$

Ausführung nach Abb. 1122. Die strichpunktierten Linien deuten einen zylindrischen Zapfen an, der ungefähr denselben Beanspruchungen unterliegt, aber einen wesentlich kleineren Stangenkopf verlangt.

## V. Berechnung der Stützzapfen.

Stützzapfen zur Aufnahme von Kräften, die ausschließlich oder vorwiegend in Richtung der Drehachse wirken, wurden früher mit ebenen Laufflächen versehen. Die neueren Anschauungen über die Schmiermittelreibung führten zur Ausbildung schräger Tragflächen unter Ausnützung der flüssigen Reibung in keiligen Schmierschichten und damit zu einem äußerst wichtigen Fortschritt. Kugelige Stützzapfen kommen selten zur Anwendung.

### A. Stützzapfen mit ebenen Laufflächen.

Ihre Berechnung erfolgt 1. auf Flächendruck, 2. auf Sicherheit gegen Warmlaufen. Nur an ringförmigen und Kammzapfen ist die Verbindung mit der Welle auf Festigkeit nachzuprüfen.

#### 1. Berechnung auf Flächendruck.

Sie pflegt unter der Annahme gleichmäßiger Verteilung auf der ganzen Auflagefläche durchgeführt zu werden, wobei der mittlere Flächendruck  $p$ , an bewährten Ausführungen ermittelt, ähnlich wie an Tragzapfen nur als Vergleichswert zu betrachten ist. Am vollen Spurzapfen, Abb. 1080, ist:

$$p = \frac{P}{\frac{\pi}{4} d^2}, \quad (361)$$

am ringförmigen Spurzapfen, Abb. 1081:

$$p = \frac{P}{\frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2)}, \tag{362}$$

am Kammzapfen mit  $z$  Ringen, Abb. 1082:

$$p = \frac{P}{z \cdot \frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2)}. \tag{363}$$

Die von den Schmiernuten eingenommene Fläche, die häufig 10 bis 20% beträgt, Abb. 1124, ist bei hohen Belastungen abziehen.

Für die Wahl des mittleren Auflagedrucks gelten die bei den Tragzapfen auf Seite 644 aufgeführten Gesichtspunkte. Da aber die Verhältnisse im allgemeinen, namentlich an großen Spurzapfen, ungünstiger liegen als bei den Tragzapfen, empfiehlt es sich, selbst bei mäßigen Geschwindigkeiten unter den dort angegebenen Werten zu bleiben.

Sonderwerte. An Wasserturbinen hat sich nach Pfarr für die Stützfläche ein hartes, fast weißes Gußeisen gut bewährt, das bei gehärtetem und geschliffenem Stahlzapfen und Ölschmierung bis zu 90 kg/cm<sup>2</sup> verträgt. Als Mittelwert empfiehlt Pfarr 50 bis 70 kg/cm<sup>2</sup>. Eichen- und Pockholz, in Wasser laufend, darf mit 8 bis 10, höchstens 20 kg/cm<sup>2</sup> belastet werden.

An Kammzapfen ist die Schwierigkeit, die Stützflächen so auszuführen, daß alle Ringe gleichmäßig tragen und der Umstand, daß ein Ring, der warm läuft, sich ausdehnt und noch mehr belastet und gefährdet wird, durch Wahl eines besonders niedrigen Wertes für  $p$  zu berücksichtigen. Für die Drucklager der Schiffswellen gibt Bauer an:

Auf Frachtdampfern . . . . .	3—4 kg/cm <sup>2</sup> ,
Auf Personendampfern . . . . .	4—5,5 „
Auf schweren Kriegsschiffen . . . . .	5—6 „
Auf leichten Kriegsschiffen . . . . .	7—9 „

Die Annahme, daß sich der Auflagedruck auf der ganzen Zapfenfläche gleichmäßig verteilt, daß also überall der mittlere Flächendruck herrscht, ist nicht zutreffend, weil 1. das Öl am äußeren Rande entweichen und deshalb dort geringere Pressung haben wird und weil 2. mit halbflüssiger Reibung und daher mit Abnutzung der Flächen gerechnet werden muß. Bei gleichmäßigem Flächendruck würde die Abnutzung am Rande infolge der größeren Geschwindigkeit stärker sein und eine schwach gewölbte Lauffläche unter Erhöhung des Flächendrucks im mittleren Teil erzeugen.

Auf die Bedingung, daß die Abnutzung überall gleich groß sein muß, wenn die Laufflächen eben bleiben sollen, gründet sich die Reyesche Theorie der Druckverteilung an Stützzapfen. Nimmt man an, die Abnutzung in irgend einem Punkte sei dem dort herrschenden Flächendruck  $p$  und der vorhandenen Gleitgeschwindigkeit  $v$  verhältnismäßig, so ist die Bedingung für überall gleiche Abnutzung  $p \cdot v = \text{konst}$  oder, da  $v$  in gleichem Maße wie der Halbmesser  $r$  wächst,  $p \cdot r = C$ . Danach ist die Verteilung des Flächendrucks durch eine gleichseitige Hyperbel, Abb. 1123, gegeben, deren Asymptoten die Drehachse und die Lauffläche sind und die am mittleren Durchmesser den mittleren Flächendruck aufweist. Denn:

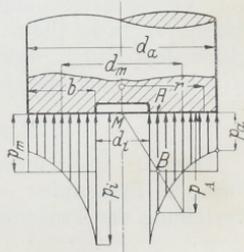


Abb. 1123. Verteilung des Flächendrucks an einem Spurzapfen nach Reye.

$$P = \int p \cdot df = C \int_{r_i}^{r_a} \frac{2\pi r dr}{r} = 2\pi C (r_a - r_i) = 2\pi C \cdot b$$

gibt:

$$C = \frac{P}{2\pi b} = p \cdot r$$

oder den Flächendruck  $p_r$  in der Entfernung  $r$  von der Mitte:

$$p_r = \frac{P}{2\pi r \cdot b} \quad (364)$$

Auf dem Kreis vom mittleren Durchmesser ist  $r = \frac{d_m}{2}$  und daher:

$$p_m = \frac{P}{\pi \cdot d_m \cdot b}, \quad (365)$$

also gleich dem mittleren Druck  $p$  nach Formel (362), während der größte Druck am inneren Rande eines ringförmigen Zapfens:

$$p_i = \frac{P}{\pi \cdot d_i \cdot b}, \quad (366)$$

der kleinste am Außenrande:

$$p_a = \frac{P}{\pi \cdot d_a \cdot b} \quad (367)$$

ist. Pfarr empfiehlt, der Berechnung von Turbinenzapfen  $p_i = 100$  bis  $170 \text{ kg/cm}^2$  zugrunde zu legen.

Zeichnerisch findet man den Verlauf der Pressung, indem man in einem beliebigen Punkte  $A$  ein Lot  $AB$  von der Länge  $p_m$  errichtet und einen Strahl vom Mittelpunkt  $M$  durch  $B$  zieht, der auf dem Lote am Ende von  $r_m$  die Pressung  $p_A$  im Punkte  $A$  abschneidet.

Im Mittelpunkt eines vollen Zapfens wird  $p_i$  theoretisch unendlich groß, ein Wert, der tatsächlich nicht erreicht wird, da die Baustoffe schon nachgeben und ausweichen, wenn der Flächendruck die Fließgrenze überschreitet, der aber doch darauf hinweist, den mittleren Teil eines vollen Spurzapfens nicht zu benutzen, weil dort die Schmierung durch den hohen Flächendruck sehr erschwert wird. Meist wird deshalb die Mitte ausgespart und zur Zuführung des Öls benutzt.

Auf die Reyesche Theorie gegründete Rechnungen haben ebenfalls nur den Wert von Vergleichsrechnungen, die auf außergewöhnliche Fälle nicht angewendet werden dürfen. Denn der Öldruck müßte am äußeren Rande der Lauffläche gleich Null, am inneren gleich dem Druck, unter dem das Öl zufließt, z. B. im Falle einer einfachen Umlaufschmierung auch gleich Null sein.

## 2. Berechnung auf Sicherheit gegen Warmlaufen.

Das zur Überwindung der Zapfenreibung nötige Drehmoment wird beim ringförmigen Spurzapfen — wieder unter der einfachen Voraussetzung gleichmäßiger Verteilung der Pressung —, nach Abb. 1081:

$$M_R = \int \mu_1 \cdot p \cdot df \cdot r = \mu_1 \cdot p \cdot \int df \cdot r.$$

Nimmt man als Flächenelement einen Kreisring vom Halbmesser  $r$  und der Breite  $dr$ , so geht die Gleichung über in:

$$M_R = \mu_1 \cdot p \int 2\pi r \cdot dr \cdot r = 2\pi \cdot \mu_1 \cdot p \int r^2 dr = 2\pi \mu_1 \cdot p \cdot \frac{r^3}{3} \Big|_{\frac{d_i}{2}}^{\frac{d_a}{2}} = \frac{\pi}{12} \cdot p \cdot \mu_1 (d_a^3 - d_i^3).$$

Mit:

$$P = p \cdot f' = p \cdot \frac{\pi}{4} (d_a^2 - d_i^2)$$

oder:

$$p = \frac{4}{\pi} \frac{P}{d_a^2 - d_i^2}$$

wird am ringförmigen Spurzapfen oder an einem Kammzapfen mit beliebig vielen, aber gleich großen Ringen:

$$M_R = \frac{1}{3} P \cdot \mu_1 \frac{d_a^3 - d_i^3}{d_a^2 - d_i^2}. \quad (368)$$

Für den vollen Spurzapfen ist  $d_i = 0$ ,  $d_a = d$  und:

$$M_R = \frac{1}{3} P \cdot \mu_1 \cdot d. \quad (369)$$

In beiden Formeln fällt das Reibungsmoment durch die Annahme, daß  $p$  sich gleichmäßig verteilt, größer aus, als wenn ein von innen nach außen abnehmender Druck zugrunde gelegt wird. Die Voraussetzung erhöht mithin die Sicherheit der Rechnung.

Die Reibungsarbeit  $A_R$  ist durch das Produkt des Reibungsmomentes und der Winkelgeschwindigkeit dargestellt; sie wird an einem ringförmigen Spurzapfen oder einem Kammzapfen:

$$A_R = M_R \cdot \omega = \frac{\pi}{12} \cdot \mu_1 \cdot p \cdot \omega (d_a^3 - d_i^3).$$

Bei einem mittleren Durchmesser  $d_m$  und der Breite  $b$  der Lauffläche, also  $d_a = (d_m + b)$ ;  $d_i = (d_m - b)$  geht  $A_R$  über in:

$$A_R = \frac{\pi}{2} \cdot \mu_1 \cdot p \cdot \omega \cdot d_m^2 \cdot b \left(1 + \frac{1}{3} \frac{b^2}{d_m^2}\right) = \frac{1}{2} \mu_1 \cdot P \cdot d_m \cdot \omega \left(1 + \frac{1}{3} \frac{b^2}{d_m^2}\right)$$

und da  $\frac{\omega \cdot d_m}{2}$  gleich der Zapfengeschwindigkeit  $v_m$  am mittleren Durchmesser, die spezifische Reibungsarbeit aber:

$$a_R = \frac{A_R}{f_1}$$

ist, wird schließlich für den ringförmigen Spur- oder den Kammzapfen:

$$a_R = \mu_1 \cdot p \cdot v_m \left(1 + \frac{1}{3} \frac{b^2}{d_m^2}\right). \quad (370)$$

Am vollen Spurzapfen ist die Reibungsarbeit:

$$A_R = M_R \cdot \omega = \frac{1}{3} P \cdot \mu_1 \cdot d \cdot \omega$$

oder mit:

$$P = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot p \quad \text{und} \quad \frac{\omega \cdot d}{2} = v,$$

$$A_R = \frac{1}{6} \pi \mu_1 \cdot v \cdot d^2 \cdot p$$

und die spezifische:

$$a_R = \frac{A_R}{\pi d^2} = \frac{2}{3} \mu_1 \cdot v \cdot p. \quad (371)$$

$v$  ist dabei die größte auftretende Geschwindigkeit am äußeren Umfange des Zapfens.

Die Gefahr des Heißlaufens kann in entsprechender Weise wie an Tragzapfen nach dem Produkt  $p \cdot v_m$  beurteilt werden, wobei  $v_m$  die mittlere Geschwindigkeit an der Lauffläche ist.

Es darf unter Beachtung der Art der Schmierung gewählt werden: an ebenen oder ringförmigen Spurzapfen von Wasserturbinen

$$p \cdot v_m = 15-25 \text{ bis höchstens } 40 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}}.$$

An Kammzapfen, bei welchen die Wärmeableitung meist sehr erschwert ist, pflegt man nur halb so große Werte zuzulassen.

Bei reichlicher Ölzufuhr unter Druck ist die Wärmeabführung günstig, dementsprechend dürfen dabei die höheren Zahlen eingesetzt werden; wenn die Schmierung spärlich ist oder die Reibungsarbeit durch Halslager noch vergrößert wird, muß man die niedrigeren Werte wählen. Beim Überschreiten der angeführten Zahlen ist Kühlung nötig.

Setzt man in  $p \cdot v_m$  die für den ringförmigen Zapfen geltenden Werte:

$$p = \frac{P}{f} = \frac{P}{\pi \cdot d_m \cdot b} \quad \text{und} \quad v_m = \frac{\omega \cdot d_m}{2 \cdot 100} = \frac{\omega \cdot d_m}{200}$$

ein, wobei  $d_m$  den mittleren Durchmesser in cm,

$b$  die Breite der Lauffläche, radial gemessen in cm,

$\omega$  die Winkelgeschwindigkeit

bedeuten, so folgt:

$$p \cdot v_m = \frac{P \cdot \omega}{200 \pi \cdot b} \approx \frac{P \cdot n}{6000 b} \quad (372)$$

Die Reibungsarbeit ist danach unabhängig vom mittleren Durchmesser, dagegen umgekehrt verhältnisgleich der Lauftringbreite  $b$ . Ein Ringzapfen, der bei der Nachrechnung auf Reibungsarbeit zu große Werte für  $p \cdot v_m$  ergibt, kann daher durch Vergrößerung der Breite betriebsicher gemacht werden. Am vollen, ebenen Zapfen entspricht  $b$  dem halben Durchmesser  $\frac{d}{2}$ .

Pfarr [XV, 21] führt folgende Beispiele anerkannt gut laufender Stützzapfen an, bemerkt aber dazu, daß manche der Ausführungen ein Wagnis darstellen, indem sie Belastungen zeigen, denen man sich nur im äußersten Falle nähern sollte.

$d_a$ cm	$d_i$ cm	$P$ kg	$n$	$p$		$v_m$ m/sek	$p \cdot v_m$ kg m cm <sup>2</sup> sek	
				berechnet kg/cm <sup>2</sup>	$p_i$ kg/cm <sup>2</sup>			
12,0	4,0	6200	32	61,1	122,2	0,134	8,2	
35,9	28,5	9400	40	16,3	191,3	0,713	11,6	
17,8	6,0	12600	47	57,2	113,4	0,293	16,8	
17,5	5,0	17300	46,5	78,5	176,5	0,274	21,5	
42,0	29,0	6000	150	8,3	10,1	2,79	23,2	
50,0	33,0	20000	60	18,1	22,7	1,302	23,6	
54,0	38,0	26300	43	22,8	27,6	1,036	23,6	
6,0	0,0	5150	100	183	$\infty$	0,157	28,8	
54,0	38,0	15950	87,5	13,8	16,7	2,11	29,1	
49,0	31,0	40000	40	35,4	45,7	0,83	29,4	
15,0	3,0	9600	122	56,7	169,8	0,575	32,6	
16,0	10,5	4100	160	35,9	45,3	1,11	39,8	
10,0	2,0	10000	96	132,5	398,0	0,302	40,0	
14,0	5,0	7536	150	56,2	106,7	0,746	41,9	
24,0	6,0	55000	41,5	129,5	324,0	0,326	42,2	
46,0	31,0	6500	300	7,2	8,9	6,05	43,5	

Lauffen, Kühlrippen  
Wetter (Ruhr) kalt.

Schongau, Kühlschlange,  
Bremen.

Versuche an einem einzelnen Druckring für ein Schiffsturbinedrucklager stellte Lasche [XV, 10] an. Bei denselben wurde eine Grenzbelastung, an die man zur Beurteilung der Betriebsicherheit des Lagers heranging, von 39,1 kg/cm<sup>2</sup> Pressung bei 11,6 m/sek mittlerer Geschwindigkeit erreicht, allerdings unter starker Wasserkühlung und sehr reichlicher Ölzufuhr. Während der mit Weißmetall überzogene Druckring völlig eben und glatt gehalten war, war der gehärtete und geschliffene stählerne Lauftring mit eingefrästen und an ihren Kanten aufs sorgfältigste abgerundeten Nuten nach Abb. 1124 versehen. Eine Ausführung, die sich als bedeutend tragfähiger erwies als die übliche, bei der die Schmiernuten in der Weißmetallfläche liegen. Denn das Weißmetall gibt

unter hohem Druck leicht nach, versetzt die Nuten und beeinträchtigt die Schmierung. Die Nuten am Druckring traten mit etwa 1 mm<sup>2</sup> Querschnitt aus den Laufflächen heraus zu dem Zwecke, vom Öl mitgerissene Unreinigkeiten, die das Weißmetall anfransen würden, hinauszuspülen.

Bei der Berechnung bestimmt man nach Wahl des Flächendrucks die nötige Auflagefläche und rechnet dann den Zapfen auf Sicherheit gegen Warmlaufen nach. Soll der Druck am inneren Rande eine gewisse Höhe  $p_i$  nicht überschreiten, so ist nach den Formeln (366) und (365)  $\frac{p_i}{p} = \frac{d_m}{d_i}$ . Unter Benutzung der weiteren Beziehungen  $d_i = d_m - b$  und  $P = p \cdot \pi \cdot d_m \cdot b$  lassen sich die Maße  $d_m$ ,  $b$ ,  $d_i$  und  $d_a$  des Zapfens berechnen:

$$d_m = \sqrt{\frac{P}{\pi(p_i - p)} \frac{p_i}{p}}; \quad b = \frac{P}{p \cdot \pi \cdot d_m};$$

$$d_i = d_m - b; \quad d_a = d_m + b.$$

Ist zu erwarten, daß die Reibungsarbeit maßgebend ist, so empfiehlt es sich, zuerst die Breite  $b$  der Lauffläche aus:

$$b = \frac{P \cdot n}{6000(p \cdot v_m)} \quad (372a)$$

unter Annahme des Wertes für  $p \cdot v_m$  festzulegen und dann unter Nachrechnung des mittleren Flächendrucks zu ermitteln, ob ein Vollzapfen genügt oder ein Ringzapfen genommen werden muß.

Die nötigen Festigkeitsrechnungen an den Ring- und Kammzapfen zeigt Beispiel 15.

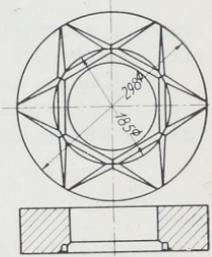


Abb. 1124. Druckring eines Schiffsturbinenlagers Nach Lasche. M. 1:10.

### 3. Berechnungsbeispiele.

Beispiel 14. Stützzapfen einer Wasserturbine für  $P = 20100$  kg Belastung bei  $n = 110$  Umdrehungen in der Minute. Die Pressung am inneren Rande soll etwa  $p_i = 150$  kg/cm<sup>2</sup> betragen. Zapfen und Stützfläche aus Stahl. Unter Annahme verschiedenen mittleren Flächendrucks ergibt sich folgende Rechnung:

Mittlerer Flächendruck $p$ angenommen zu	50	45	40	kg/cm <sup>2</sup>
$d_m = \sqrt{\frac{P}{\pi(p_i - p)} \frac{p_i}{p}}$	13,9	14,3	14,8	cm
$b = \frac{P}{p \cdot \pi \cdot d_m}$	9,2	10,0	10,8	„
$d_i = d_m - b$	4,7	4,3	4,0	„
$d_a = d_m + b$	23,1	24,3	25,6	„
Gewählt $d_i/d_a$	5,0/23,0	4,5/24,5	4,0/25,5	„
Tatsächlicher mittlerer Flächendruck $p = \frac{P}{\frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2)}$	50,7	44,1	40,3	kg/cm <sup>2</sup>
Mittlere Geschwindigkeit $v_m = \frac{\omega(d_a + d_i)}{4}$	0,806	0,835	0,850	m/sek
$p \cdot v_m$	40,9	36,8	34,3	$\frac{\text{m kg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^3}$

Dem Produkt  $p \cdot v_m$  nach ist der mittlere Zapfen noch zulässig, größerer Sicherheit wegen aber derjenige von 4/25,5 cm Durchmesser empfehlenswerter.

Beispiel 15. Der in Abb. 1125 und 1991 dargestellte fünf-ringige Kammzapfen hat bei voller Belastung des Schneckentriebes  $P = 1400$  kg aufzunehmen und steht dabei unter:

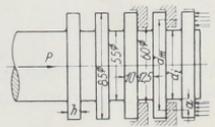


Abb. 1125. Kammzapfen. M. 1:5.

$$p = \frac{P}{z \cdot \frac{\pi}{4} (d_a^2 - d_i^2)} = \frac{1400}{5 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (8,5^2 - 6^2)} = 9,83 \text{ kg/cm}^2$$

Flächendruck. Bei 1000 Umdrehungen der Schnecke in der Minute ist die mittlere Umfangsgeschwindigkeit:

$$v_m = \frac{\omega \cdot d_m}{2} = \frac{104,7 \cdot 0,0725}{2} = 3,79 \text{ m/sek.}$$

Das Produkt  $p \cdot v_m = 9,83 \cdot 3,79$  gibt  $37,3 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}}$ . Dieser hohe Wert gestattet die Konstruktion unter voller Belastung nur bei unterbrochenem Betrieb anzuwenden, schließt aber Dauerbetrieb aus.

Die Kämme werden durch die am Hebelarm  $a$  angreifende Belastung auf Biegung beansprucht, wobei das Widerstandsmoment des Ansatzquerschnitts in Frage kommt, der abgewickelt ein Rechteck von der Länge  $\pi d_i$  und der Höhe  $h$  gibt, so daß:

$$\sigma_b = 6 \cdot \frac{P}{z} \cdot \frac{d_m - d_i}{2 \pi \cdot d_i \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 1400 \cdot (7,25 - 5,5)}{5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 1^2} = 94 \text{ kg/cm}^2$$

wird.

Beispiel 16. Am Kopfende einer Welle von 150 mm Durchmesser soll eine Kraft  $P = 5000 \text{ kg}$  bei  $n = 200$  Umläufen in der Minute aufgenommen werden.

Da offenbar die Reibungsarbeit maßgebend sein wird, berechnet man unter Annahme von  $p \cdot v_m = 30 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}}$  zunächst die nötige Breite nach (372a)

$$b = \frac{P \cdot n}{6000 (p \cdot v_m)} = \frac{5000 \cdot 200}{6000 \cdot 30} = 5,55 \text{ cm.}$$

In der Wahl des äußeren oder inneren Durchmessers ist man lediglich an konstruktive Rücksichten gebunden. Vgl. Abb. 1588.

## B. Stützzapfen, die unter flüssiger Reibung arbeiten.

Neben der schon erwähnten Möglichkeit, die flüssige Reibung durch Ausbildung keiliger Schmierschichten auszunutzen, besteht noch die, das Öl unter solchem Druck und in solcher Menge am inneren Rande der ebenen Lauffläche zuzuführen, daß der Zapfen, als Voll- oder einfacher Ringzapfen ausgeführt, von der Stützfläche abgehoben wird und auf dem Öle schwimmt. Dieser Fall sei zuerst besprochen.

### 1. Stützzapfen mit Preßschmierung.

Bedeutet  $r_i$  den inneren,  $r_a$  den äußeren Halbmesser der tragenden Fläche in cm,  $\eta$  die absolute Zähigkeit in  $\frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$ ,  $q$  die Menge des zugeführten Öls in l/sek,  $P$  die Belastung, die der Zapfen aufnehmen muß und  $h$  die durchweg gleich große Stärke der Schmierschicht in cm, so wird der Öldruck  $p_x$  in at im Abstände  $x$  von der Drehachse, solange Zähigkeitsströmung vorhanden ist, also keine Wirbel auftreten:

$$p_x = 0,6 \frac{\eta \cdot q}{\pi \cdot h^3} \ln \frac{r_a}{x}. \quad (373)$$

Wegen der Ableitung der Formel vergleiche [XV, 7]. Der größte Druck am inneren Rande, unter dem das Öl zuzuführen ist, ergibt sich, wenn man  $x$  in  $r_i$  übergehen läßt, zu.

$$p_i = 0,6 \frac{\eta \cdot q}{\pi \cdot h^3} \ln \frac{r_a}{r_i}. \quad (374)$$

An Hand eines Ringes vom Halbmesser  $x$  und der Breite  $dx$ , folgt nun die Belastung, die der Zapfen tragen kann:

$$P_1 = \int p_x \cdot 2\pi x \cdot dx = \frac{1,2 \cdot \eta \cdot q}{h^3} \int \ln \frac{r_a}{x} \cdot x \cdot dx = -1,2 \frac{\eta \cdot q}{h^3} \int \ln \frac{x}{r_a} \cdot x \cdot dx.$$

Zur Integration multipliziert und dividiert man den Ausdruck mit  $r_a^2$ :

$$P_1 = -1,2 \frac{\eta \cdot q}{h^3} \cdot r_a^2 \int_{r_i}^{r_a} \ln \frac{x}{r_a} \cdot \frac{x}{r_a} \cdot \frac{dx}{r_a},$$

betrachtet  $\frac{x}{r_a}$  als Veränderliche und erhält nach einigen Umformungen:

$$P_1 = 0,3 \frac{\eta \cdot q}{h^3} \left[ r_a^2 - r_i^2 \left( 2 \ln \frac{r_a}{r_i} + 1 \right) \right].$$

Dazu tritt noch die Längskraft, die der Öldruck im Spalte in Höhe von  $P_2 = \pi [r_i^2 - (r')^2] p_i$ , erzeugt, wenn  $r'$  den Wellenhalbmesser bedeutet, so daß:

$$P = P_1 + P_2 = \frac{0,3 \eta \cdot q}{h^3} \left[ r_a^2 - r_i^2 - 2 (r')^2 \ln \frac{r_a}{r_i} \right] \quad (375)$$

wird. Schaltet man aus (374) und (375)  $q$  aus, so folgt die Beziehung:

$$r_a = \sqrt{r_i^2 + 2 (r')^2 \ln \frac{r_a}{r_i} + \frac{2P}{\pi \cdot p_i} \ln \frac{r_a}{r_i}} \quad \text{oder} \quad p_i = \frac{2P \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}}{\pi [r_a^2 - r_i^2 - 2 (r')^2 \ln \frac{r_a}{r_i}]} \quad (376)$$

zur Ermittlung des Außenhalbmessers  $r_a$  oder des Öldruckes  $p_i$ . An dem Elementarring vom Halbmesser  $x$  ergibt sich ferner die Schubkraft  $S$ , die aufgewendet werden muß, um den Zapfen mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  zu drehen, auf Grund des Newtonschen Gesetzes, daß  $S$  verhältnismäßig der Zähigkeit, der Schubfläche und der Geschwindigkeit und umgekehrt verhältnismäßig der Schichtdicke ist, daß also:

$$dS = \frac{\eta \cdot df \cdot v}{h} \quad \text{ist,}$$

$$S = 10^{-4} \cdot \frac{\eta}{h} \int_{r_i}^{r_a} 2\pi x dx \cdot \omega \cdot x = 2 \cdot 10^{-4} \frac{\pi \cdot \eta \cdot \omega}{h} \int_{r_i}^{r_a} x^2 dx = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot \eta \cdot \omega}{3h} (r_a^3 - r_i^3). \quad (377)$$

Die Beizahl  $10^{-4}$  berücksichtigt, daß  $r_a$  und  $r_i$  in der im Maschinenbau üblichen Weise in cm eingesetzt werden. Das Produkt  $dS \cdot x$  ist das Moment zur Überwindung der Schubkraft an der Elementarfläche und:

$$M_R = \int dS \cdot x = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\pi \cdot \eta \cdot \omega}{h} \int_{r_i}^{r_a} x^3 dx = \frac{10^{-4} \cdot \pi \cdot \eta \cdot \omega}{2h} (r_a^4 - r_i^4) \quad (378)$$

das zum Antrieb des Zapfens nötige Drehmoment.

Faßt man die Schubkraft  $S$  als Reibungswiderstand auf, so kann  $S = \mu_1 \cdot P$  gesetzt und daraus die Zapfenreibungszahl:

$$\mu_1 = \frac{S}{P} \quad (379)$$

bestimmt werden.

Mit dem mittleren Flächendruck:

$$p = \frac{P - P_2}{\pi (r_a^2 - r_i^2)}$$

und der mittleren Umfangsgeschwindigkeit:

$$v_m = \omega \cdot \frac{r_a + r_i}{2}$$

gewinnt man noch in:

$$a_{R_0} = \mu_1 \cdot p \cdot v_m = \frac{\mu_1 \omega (P - P_2)}{2 \pi (r_a - r_i)} \quad (380)$$

den Betrag der spezifischen Reibungsarbeit. Die gesamte am Zapfen entwickelte Reibungsarbeit ist:

$$A_R = a_{R_0} \cdot \pi (r_a^2 - r_i^2) = \frac{\mu_1 \omega \cdot (P - P_2) (r_a + r_i)}{4} \quad (381)$$

Sie gestattet die Erwärmung des Öls nachzurechnen. Wenn man annimmt, daß die gesamte Reibungswärme auf das Öl übergeht, so fällt die so ermittelte Temperatur etwas zu hoch aus, weil ein Teil der Wärme durch den Zapfen und das Lager abgestrahlt wird.

Mit den bei Formel (349) angeführten Bezeichnungen muß sein:  $\frac{A_R}{427} = \frac{c \cdot q}{\gamma} (t_2 - t_1)$ , woraus sich die Abflußtemperatur des Öls ergibt:

$$t_2 = t_1 + \frac{A_R \cdot \gamma}{427 c \cdot q} \quad (382)$$

Die vorstehende Ableitung setzt die Zähigkeit  $\eta$  als unveränderlich, also an allen Stellen der Lauffläche gleich groß voraus; tatsächlich nimmt aber die Temperatur des Öles, während dasselbe über die Zapfenfläche läuft, zu, mithin die Zähigkeit ab.

Beispiel 17. Dem im Beispiel 16 berechneten Zapfen soll so viel Preßöl zugeführt werden, daß er unter flüssiger Reibung auf dem Öl schwimmt. Das Drucköl wird dem Zapfen längs der Welle zugeführt und der Lauffläche zu dem Zwecke ein innerer Durchmesser von  $d_i = 160$  mm gegeben, so daß ein rings um die Welle von 150 mm Durchmesser laufender Spalt von 5 mm Weite entsteht. Praktisch genügende Abdichtung wird erreicht, wenn das Stützlager mit dem anschließenden Halslager zu einem Ganzen vereinigt wird. Die Ölmenge ist um den Betrag, der durch das Spiel des Halslagers verlorengeht, zu vergrößern.

Die Berechnungsgrundlagen sind: Belastung  $P = 5000$  kg,  $n = 200$ /min oder  $\omega = 20,94$  1/sek,  $r_i = 8,0$  cm,  $r_a = 8,0 + 5,55 \approx 13,6$  cm,  $\frac{r_a}{r_i} = \frac{13,6}{8} = 1,70$ ,

$\ln \frac{r_a}{r_i} = 2,303 \cdot \lg 1,7 = 0,5306$ . Die Zähigkeit des zu verwendenden Öls sei  $0,02 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$ .

Um die Wirkung der Stärke der Ölschicht anschaulich zu zeigen, ist die Rechnung in der folgenden Zusammenstellung für  $h = 0,01$  und  $0,02$  cm durchgeführt.

Ist Öl von bestimmter Pressung, in Turbinenanlagen etwa zur Betätigung der Regelung, vorhanden, so liefert Formel (376) den Außenhalbmesser  $r_a$ . Z. B. würde bei  $p_i = 20$  at Überdruck und  $h = 0,01$  cm Schichtstärke:

$$r_a = \sqrt{r_i^2 + 2(r_i)^2 \ln \frac{r_a}{r_i} + \frac{2P}{\pi \cdot p_i} \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}} = \sqrt{8^2 + 2 \cdot 7,5^2 \cdot 0,5306 + \frac{2 \cdot 5000}{\pi \cdot 20} \cdot 0,5306} = 14,4 \text{ cm}$$

werden müssen.

Verschiedene Schmierschichtstärke hat, wie die nachstehende Rechnung zeigt, keinen Einfluß auf den Öldruck  $p_i$  am inneren Rande, den mittleren Druck  $p$  und die mittlere Geschwindigkeit  $v_m$ . Eine Verdoppelung der Stärke der Ölschicht setzt die Zapfenreibungszahl  $\mu_1$ , das Antriebsmoment  $M_R$  und die Reibungsarbeit  $A_R$  auf die Hälfte herab, vermindert die Temperatur des ablaufenden Öls, verlangt aber die achtfache Ölmenge.

Zu bemerken ist, daß das Lager auch während der Ruhe, sofern es unter Öldruck steht, ständig die berechnete Ölmenge durchläßt, daß dadurch aber andererseits die

Verlangte Schmierschichtstärke $h$ . . . . .	0,01	0,02	cm
Öldruck am inneren Rande (376) $p_i = \frac{2 P \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}}{\pi \left[ r_a^2 - r_i^2 - 2 (r')^2 \ln \frac{r_a}{r_i} \right]}$ . . . . .	27,6	27,6	at
Ölmenge (374) $q = \frac{\pi \cdot p_i \cdot h^3}{0,6 \cdot \eta \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}}$ . . . . .	0,014	0,112	l/sek
Druck $P_2 = \pi [r_i^2 - (r')^2] p_i$ . . . . .	662	662	kg
Schubkraft (377) $S = \frac{2 \cdot 10^{-4} \pi \cdot \eta \cdot \omega}{3 h} (r_a^3 - r_i^3)$ . . . . .	17,6	8,8	kg
Antriebsmoment (378) $M_R = \frac{10^{-4} \pi \eta \cdot \omega}{2 h} (r_a^4 - r_i^4)$ . . . . .	198,2	99,1	cmkg
Zapfenreibungszahl (379) $\mu_1 = \frac{S}{P}$ . . . . .	0,00352	0,00176	
Mittlerer Flächendruck $p = \frac{P - P_2}{\pi (r_a^2 - r_i^2)}$ . . . . .	11,42	11,42	kg/cm <sup>2</sup>
Mittlere Umlaufgeschwindigkeit $v_m = \omega \left( \frac{r_a + r_i}{2} \right)$ . . . . .	2,26	2,26	m/sek
Spezifische Reibungsarbeit (380) $a_{R_0} = \mu_1 \cdot p \cdot v_m$ . . . . .	0,0908	0,0454	$\frac{\text{m kg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$
Gesamte Reibungsarbeit (381) $A_R = a_{R_0} \cdot \pi (r_a^2 - r_i^2)$ . . . . .	34,51	17,26	mkg/sek
Ölablauftemperatur (382) $t_2 = t_1 + \frac{A_R \cdot \gamma}{427 c \cdot q}$ . . . . .	33°	21°	

Sicherheit beim Anfahren erhöht ist, weil der Zapfen von vornherein schwimmt. Die Voraussetzung, daß stets Drucköl vorhanden ist, muß bei Turbinenanlagen auch in Rücksicht auf die Regelung erfüllt sein. In konstruktiver Beziehung wird man die Einlaufkanten gut abrunden und die Stützfläche starr lagern. Sie kugelig zu stützen und dadurch selbststellbar zu machen, ist bedenklich, weil sie dann beim Laufen kippen und zum einseitigen Anlaufen kommen kann.

## 2. Stützzapfen, an denen flüssige Reibung durch keilige Schichten erzeugt wird.

### a) Grundlagen.

Die Wirkung eben begrenzter keiliger Schmierschichten sei hier nur anschaulich an Hand einiger Abbildungen erläutert; bezüglich der mathematischen Verfolgung der Geschwindigkeits- und Druckverhältnisse, der die Anregung zu dem technisch wichtigen Fortschritt in der Ausbildung der Stützlager zu danken ist, muß auf das Buch von Gumbel-Everling [XV, 7] verwiesen werden. Vorausbemerkt sei, daß man sich bei der Berechnung der Lager gewöhnlich auf die Ermittlung des Flächendrucks beschränkt, weil sich rechnerisch so geringe Keilneigungen ergeben, daß sie praktisch nicht sicher verwirklicht werden können und weil sich die Neigung bei der wichtigsten Form derartiger Stützlager, beim Michell-Lager, selbsttätig einstellt, also vorher nicht ermittelt zu werden braucht.

Wird eine ebene Fläche über einer ruhenden, schwach geneigten, Abb. 1126, im Sinne des Pfeiles mit der Geschwindigkeit  $v$  verschoben, so wäre auf Grund einer Betrachtung ähnlich der an Abb. 936b, Seite 526, durchgeführten geradlinige Geschwindigkeitsverteilung nach den Dreiecken  $AA_1A_2$ ,  $BB_1B_2$ , usw., Abb. 1126, zu erwarten. Die Inhalte dieser Dreiecke sind verhältnismäßig den an der betreffenden Stelle mitgenommenen Flüssigkeitsmengen, die also verschieden groß sind. Die Folge ist, daß sich die beiden Platten entweder parallel zueinander zu stellen suchen oder daß die dazwischen eingeschlossene Flüssigkeit unter Druck kommen muß, wenn die Platten ihre gegenseitige Lage beibehalten, weil ein Teil der an den Stellen  $A$  und  $B$  mitgenommenen Flüssigkeit sich staut und zurückströmen muß. Der Flüssigkeitsdruck ruft nun nach den Erläuterungen an Abb. 936a in dem Spalt Geschwindigkeiten hervor, die nach

Parabeln verteilt sind, vgl. Abb. 1126. In allen den Querschnitten, in denen die Dreiecksfläche größer ist als der Inhalt der Parabeln, wird der Flüssigkeitsdruck zunehmen. Er erreicht seinen Höchstwert im Querschnitt  $CC_1$ , wenn dort die beiden Flächen gleich groß sind. Von da ab sinkt er auf Null im Endquerschnitt  $DD_1$ . In Abb. 1126 unten sind die aus den Einzelgeschwindigkeiten zusammengesetzten Geschwindigkeiten dargestellt. Man sieht, daß zwei Strömungen entstehen: eine obere im Sinne des Pfeils, in der die an der oberen Fläche haftenden Ölschichten auf solchen mit abnehmenden Geschwindigkeiten gleiten — eine untere, dem Pfeil entgegengesetzt gerichtete, die das überschüssige Öl zurückfördert. Eine bestimmte Zwischenschicht hat die Geschwindigkeit Null. — Die bei derartigen Strömungen entstehenden Drucke können sehr hoch sein.

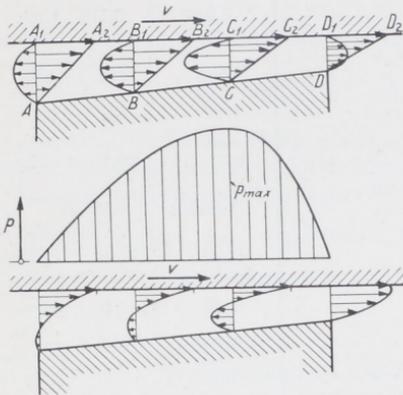


Abb. 1126. Druck- und Geschwindigkeitsverteilung in einer keiligen Schmierschicht.

und das Schwimmen des Zapfens unter flüssiger Reibung dadurch, daß sich die Welle in der Schale infolge des Lagerspiels selbsttätig exzentrisch einstellt. Im Falle einer halbverschließenden Schale entsteht so eine Druckverteilung nach Abb. 1127. Der Druck steigt von Null an der Eintrittsstelle des Öls auf einen Höchstwert und sinkt wieder auf Null an der dünnsten Stelle der Schmierschicht.

Welche Wirkung eine den Zapfen nahezu ganz umschließende Schale hat, verdeutlicht Abb. 1128. Die Drucke werden gleichmäßiger; es treten jedoch auch Drucke in der Oberschale auf, die den Deckel belasten. Sofern es nicht wegen der Richtung der am Zapfen angreifenden Kräfte notwendig ist, die Oberschale anliegen zu lassen, wird man ihr größeres Spiel als der Unterschale geben und erreicht gleichzeitig eine Verminderung der Lagerreibung.

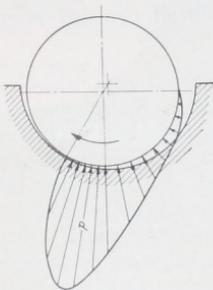


Abb. 1127. Druckverteilung in einer den Zapfen halb umschließenden Schale.

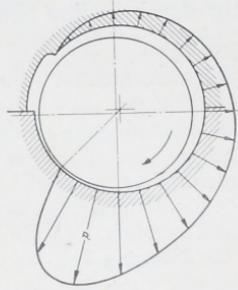


Abb. 1128. Druckverteilung in einer den Zapfen nahezu ganz umschließenden Schale.

Schmierschicht stellt sich die unten mit  $I$  bezeichnete Druckverteilung ein. Benutzt man nur einen Teil von  $L$  zur Bildung der keiligen Schmierschicht, so entstehen Drucke entsprechend den Kurven  $II-IV$ , und zwar ist nach Fall  $II$  am günstigsten, die Keillänge auf etwa  $0,75 L$  zu bemessen. Der hierbei erreichte Druck ist sogar größer als im Falle  $I$ .

Selbst schon das Brechen oder Abrunden der Eintrittskanten unter gutem Übergang zur Stützfläche kann die Bildung tragfähiger Ölschichten ermöglichen. So ist die leidliche Wirkung älterer Stützlager mit ebenen Flächen im wesentlichen auf die richtige

Schließt sich an eine schräge Fläche eine parallele an, so wird auch diese durch das dazwischen gebrachte Öl zum Tragen herangezogen. Abb. 1129 zeigt die Wirkung solcher gebrochenen Flächen. In einer auf der ganzen Länge keiligen

Schließt sich an eine schräge Fläche eine parallele an, so wird auch diese durch das dazwischen gebrachte Öl zum Tragen herangezogen. Abb. 1129 zeigt die Wirkung solcher gebrochenen Flächen. In einer auf der ganzen Länge keiligen

Ausbildung der Schmiernuten unter sorgfältiger Abrundung der Kanten, über welche hinweg das Öl zu den Zapfenflächen gefördert wird, zurückzuführen.

Die Neigung der Flächen kann ganz gering sein:  $\leq 1 : 100$ , wenn sie durch Drehen, Fräsen oder Hobeln,  $1 : 1000$ , wenn sie durch Schaben hergestellt werden sollen. Die Wirkung ist um so vollkommener, je breiter die Gleitflächen sind, senkrecht zur Bewegungsrichtung gemessen, weil der Druck nach allen Kanten hin auf Null sinken muß,

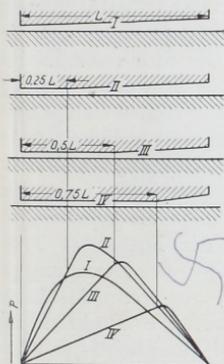


Abb. 1129. Druckverteilung an gebrochenen geschmierten Gleitflächen.

und die Schmiermittel um so leichter längs der Ränder entweichen werden, je schmaler die Flächen sind. Vorteilhaft ist, die Keilflächen nicht auf der ganzen Breite der Gleitflächen durchzuführen, Abb. 1130.

Alles, was die Ausbildung und Aufrechterhaltung der tragenden keiligen Schicht stören kann, muß vermieden werden. Dahin gehören in erster Linie Schmiernuten an der eigentlichen Tragfläche, aber auch alle größeren Unregelmäßigkeiten in den Oberflächen der aufeinander bewegten Teile.

Schmiernuten stellen die Verbindung zwischen Orten verschiedenen Druckes her,

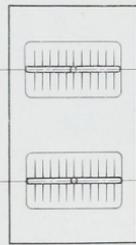


Abb. 1130. Ausbildung der Schmiernuten an ebenen Gleitflächen.

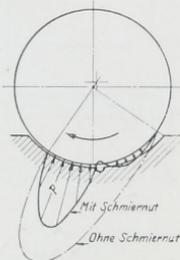


Abb. 1131. Wirkung von Schmiernuten auf die Druckverteilung in einer Lagerschale.

machen dadurch die gesetzmäßige Ausbildung der Druckverteilung unmöglich und zerlegen die Tragfläche in kleine Teilflächen unter erheblicher Verminderung der Flüssigkeitsdrucke, wie Abb. 1131 an einem Zapfen verdeutlicht. Wird eine Fläche durch Nuten in  $n$  kleine Flächen unterteilt, so sinkt der Druck auf  $1/n$  desjenigen, der sich an einer ununterbrochenen Fläche bei gleicher Gleitgeschwindigkeit einstellt, sofern auch die größten und die kleinsten Stärken der Schmierschicht in beiden Fällen dieselben sind.

Die Zuführung des Schmiermittels hat dort zu erfolgen, wo der Druck im Schmiermittel kleiner ist als der Zufuhrdruck. Dabei ist das Schmiermittel an dieser Stelle ständig in solcher Menge bereit zu halten, daß die Schicht nicht abreißt, weil sonst die Schmierung unterbrochen wird. Bei hin- und hergehender Bewegung muß also mindestens die für einen Hub nötige Menge vorhanden sein, bei dauernd in einer Richtung bewegten Teilen aber für ständige Zufuhr von Öl gesorgt werden.

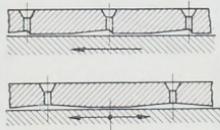


Abb. 1132. Ausbildung keiliger Schmierschichten an ebenen Gleitflächen.

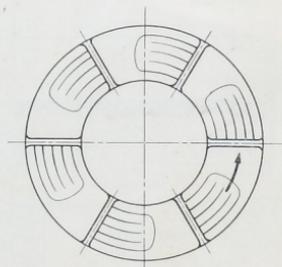


Abb. 1133. Ausbildung keiliger Schmierschichten an einem Stützlager.

### b) Anwendungen.

Keilige Flächen zur Herbeiführung flüssiger Reibung unter Ausschaltung jeglichen Verschleißes kann man vorteilhafterweise an den Gleitflächen von Führungen aller Art, an Kreuzkopfschuhen, Büchsen, aber auch an Steuerschiebern, Dampfkolben usw. anwenden. Abb. 1132 zeigt oben ihre Ausbildung bei Bewegung im Sinne des Pfeiles, unten bei wechselnder Richtung.

An Stützlagern mit mäßigen Belastungen lassen sich die Wirkungen durch Anarbeiten von schwach keiligen Flächen nach Abb. 1133 erreichen. Ob es zweckmäßiger

ist, die Nuten nur vom inneren Rande her einzuschneiden oder sie über die ganze Ringbreite durchzuführen, müssen erst noch Versuche zeigen.

Viel vollkommener ist die von Michell zuerst angegebene Bauart der Stützlager. Michell zerlegt die ruhende Tragfläche nach Abb. 1134 in mehrere Teile, die z. B. durch Schneiden oder Schrauben so gestützt sind, daß sie sich zu der über sie hinweggleitenden

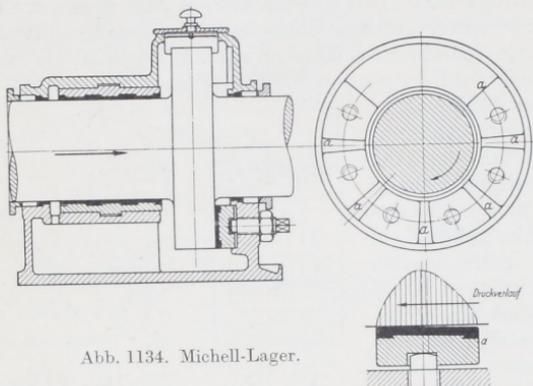


Abb. 1134. Michell-Lager.

Lauffläche geneigt einstellen können. Sie tun das selbsttätig, wenn nur dafür gesorgt wird, daß der Zutritt des Öls durch sorgfältiges Abrunden der Einlaufkanten gesichert ist und stellen sich je nach der Umfangsgeschwindigkeit unter verschiedener Neigung ein. Zweckmäßigerweise ordnet man den Stützpunkt oder die Schneide etwas hinter der Mitte der Tragfläche, im Sinne der Bewegung gerechnet, an; nur wenn das Lager unter wechselnder Drehrichtung arbeiten soll, empfiehlt es sich, die Stützung in der Mitte vorzu-

sehen. An diesen Lagern ist es möglich geworden, den spezifischen Druck ganz wesentlich zu erhöhen, z. B. an Schiffswellendrucklagern von 3 bis 6 kg/cm<sup>2</sup> in den üblichen Kammlagern, Abb. 1591, auf 25 bis 35 kg/cm<sup>2</sup> zu gehen und die vielteilige, teure, sehr empfindliche frühere Bauart durch ein kurzes Lager mit einem einzigen Druckring

zu ersetzen, bei geringerer Wartung und viel größerer Betriebsicherheit. Auch im Wasser- und Dampfturbinenbau haben die Michell-Lager überall Eingang gefunden. Wichtig ist, die Druckstücke zu möglichst gleichmäßigem Tragen zu bringen. Manche Firmen beschränken sich auf genau übereinstimmende Ausführung der Druckklötze durch äußerst sorgfältige Werkstattarbeit. In Abb. 1134 werden die Stücke durch Stellschrauben beim Zusammenbau zu gleichmäßigem Anliegen gebracht. Brown, Boveri & Co. stützen die Druckstücke durch eine Doppelreihe von Kugeln, Abb. 1135, die den Druckausgleich herbeiführen. Wird ein Druckstück zu hoch belastet, so drückt es die Kugeln auseinander, zwingt aber

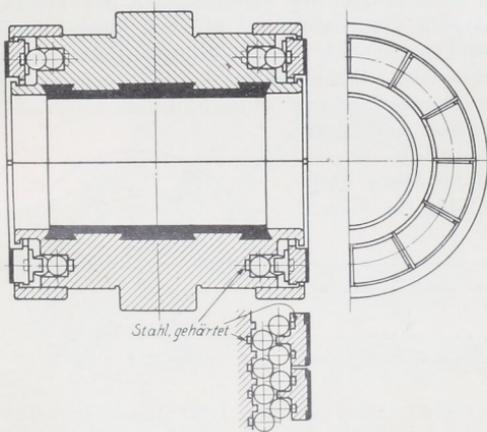


Abb. 1135. Doppeldrucklager, Brown, Boveri & Co.

dabei die Nachbarstücke zu stärkerem Tragen. Die Abbildung zeigt ein mit einem Traglager vereinigt Doppeldrucklager, geeignet zur Aufnahme von Kräften, die von rechts oder links kommen.

Ein Michell-Lager von 322,5 cm<sup>2</sup> Stützfläche zeigte nach zweieinviertelstündigem Betrieb unter 6800 kg oder 21 kg/cm<sup>2</sup> Belastung bei 455 Umläufen in der Minute, 36,7° Lagertemperatur bei 13,9° Zu- und 30° Abflußtemperatur des etwa 3 l/min betragenden Kühlwassers, nach weiterem eineinhalbstündigen Betrieb unter 9070 kg oder 28 kg/cm<sup>2</sup> bei 460 Umläufen in der Minute 37,8° Lager- und 32,2° Kühlwasserabflußtemperatur. Als Reibungszahl wurde  $\mu_1 = 0,0015$  ermittelt [XV, 17].

In Abb. 1136 ist ein Schiffshauptdrucklager der AEG, Berlin, mit Umlaufschmierung dargestellt. Die beiderseits des einfachen, auf der Welle sitzenden Druckringes angeordneten Stützflächen ruhen in kugelig abgedrehten Trägern, welche den Druck auf das Lagergehäuse übertragen. Die Schmierung besorgt der Druckring, der das Öl aus dem Bade am Boden des Lagers auf seinen Umfang mitnimmt und hochhebt. Durch einen in seinem Scheitel vorgesehenen Abstreicher und durch Rinnen wird das Öl unter die Traglager geleitet und nun längs der Welle den Druckstücken zugeführt, die auf diese Weise sehr reichlich geschmiert werden. Das Ölbad kann vermittle der eingebauten Kühltülle gekühlt werden.

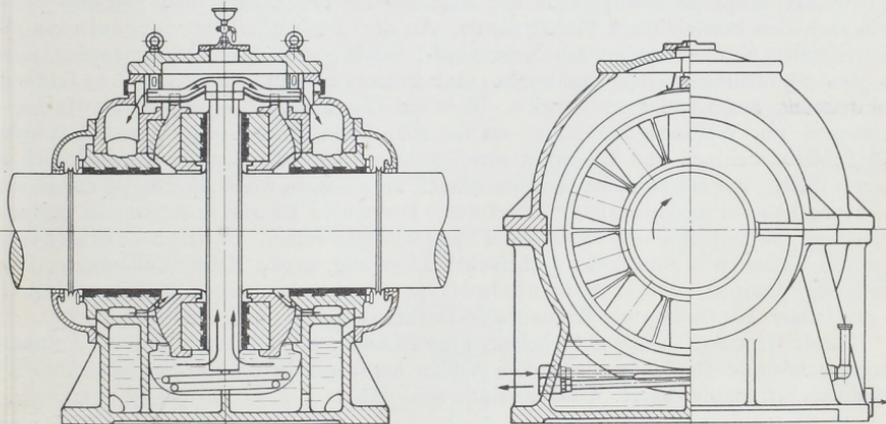


Abb. 1136. Schiffshauptdrucklager der AEG, Berlin.

### C. Kugelige Stützzapfen.

Kugelförmige Stützzapfen werden als umlaufende Zapfen vermieden und hauptsächlich in solchen Fällen verwendet, wo eine geringe kippende Bewegung im Raume ermöglicht werden soll, wie an den Drehgestellen von Lokomotiven und Eisenbahnwagen, sowie an manchen im Raum schwingenden Stangen. Die Reibungsarbeit ist meist von untergeordneter Bedeutung, es genügt, den Zapfen auf Flächendruck:

$$p = \frac{P}{f}$$

zu berechnen. Für  $f$ , Abb. 1084, kommt je nach der Druckrichtung eine Kreis- oder Kreisringfläche in Betracht.  $p$  kann der Zusammenstellung S. 644 entnommen werden.

## VI. Ausführung der Zapfen.

Die wichtigsten Baustoffe für die Zapfen sind die geschmiedeten Stähle Reinheitsgrad B, Zusammenstellung 21, Seite 81 (insbesondere nach dem Siemens-Martinverfahren hergestellt) und die Einsatz- und Vergütungsstähle der Zusammenstellung 22 sowie Sonderstähle. Vgl. auch Zusammenstellung 26.

Was die Bearbeitung anlangt, so genügt bei mäßigen Anforderungen sorgfältiges Abdrehen und Schlichten; bei höheren muß man, wie mehrfach betont, auf größte Glätte Wert legen und zu dem Zwecke die Laufflächen schleifen oder härten und schleifen. Da aber durch und durch gehärtete Stahlzapfen gegen Stöße empfindlich sind, ist es vorteilhafter, weichen (Einsatz-)Stahl oder die mit Nickel und Chrom legierten Sonderstähle zu verwenden, die bedeutende Festigkeit mit sehr großer Zähigkeit verbinden