

Fünftehnter Abschnitt.

Zapfen.

I. Zweck und Hauptformen.

Zapfen vermitteln das gegenseitige Schwingen oder Drehen zweier Maschinenteile. Es sind Drehkörper, die von Hohlkörpern, den Büchsen, Lagern oder Naben, in denen sie laufen oder welche sich um die Zapfen drehen, ganz oder teilweise umschlossen

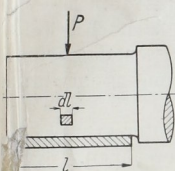


Abb. 1074. Tragzapfen.

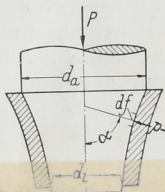
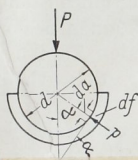
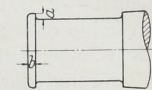
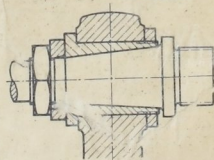
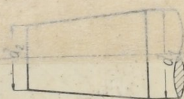


Abb. 1075. Stützzapfen.

Abb. 1076 und 1077. Stütz-
zapfen.Abb. 1078 und 1079.
Kegelige Zapfen.

Je nach der Richtung der angreifenden Kräfte unterscheidet man: Tragzapfen, bei denen die gesamte Belastung in der größten Teil senkrecht zur Zapfenachse gerichtet ist, Abb. 1074 und Stütz- oder Spurzapfen, bei welchen die Kraft vorwiegend in Richtung der Achse wirkt, Abb. 1075.

Die wichtigsten Formen der Trag- und Spurzapfen sind folgende: Abb. 1076, am Ende, als Halszapfen, als Stirnzapfen

oder an der Achse oder Welle sitzend. Soll der zylindrische Zapfen an beiden Seiten mit Anlaufflächen oder Bunden versehen, so wird er an einer oder beiden Seiten mit Anlaufflächen oder Bunden versehen. Kegelige Zapfen, Abb. 1078 und 1079, sind zur gleichzeitigen Aufnahme von Quer- und Längskräften geeignet und bieten beim Laufen in ungeteilten Lagerbüchsen die Möglichkeit einer Nachstellung.

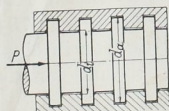
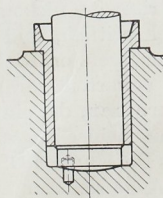
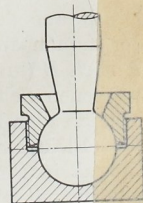
Abb. 1080 und 1081. Voller
und ringförmiger Stütz-
zapfen.Abb. 1082. Kamm-
zapfen.Abb. 1083. Stütz-
zapfen mit Hals-
lager.Abb. 1084.
Kugelzapfen.

Abb. 1080 zeigt einen ebenen vollen, Abb. 1081 einen ringförmigen Stütz- oder Spurzapfen, Abb. 1082 einen Kammzapfen mit mehreren parallelen Tragringen. Zur Führung oder zur Aufnahme seitlicher Kräfte werden einfache Spurlager mit einem Halslager nach Abb. 1083 verbunden.

Während die bisher erwähnten Zapfenarten die Drehung nur um ihre eigene Längsachse ermöglichen, gestattet der Kugelpapfen, Abb. 1084, auch ein seitliches Ausschweichen, also eine Bewegung im Raume. Er wird sowohl als Trag- wie als Stützzapfen verwendet.

II. Allgemeine Gesichtspunkte.

Man unterscheidet ruhende und laufende Zapfen. Erstere haben lediglich den Zweck, die Einstellung der Teile, an denen sie sitzen, den Kräften entsprechend, zu ermöglichen — z. B. im Falle einer gelenkigen Aufhängung eines Stückes, Abb. 895 —; sie führen keine oder ganz geringe Bewegungen aus und können deshalb vielfach trocken mit dem Lager zusammengebaut werden. Alle laufenden Zapfen müssen dagegen zur Verminderung der Reibung und zur Einschränkung der Abnutzung geschmiert werden.

Die Zapfen sind auf Flächendruck, Festigkeit und, falls sie unter größerer Geschwindigkeit arbeiten, auf Sicherheit gegen Warmlaufen zu berechnen.

Laufende Zapfen dürfen von den Lagerschalen nicht fest umschlossen werden, sondern müssen, damit das Schmiermittel zur Wirkung kommen kann, Spiel, „Öluft“ haben.

In der Ruhe legt sich ein genau zylindrischer Zapfen in einer genau zylindrischen, aber dem Spiel entsprechend weiteren Scheitel längs der unteren Scheitellinie an, wie in Abb. 1085 strichpunktiert angedeutet ist. Wird er im Sinne des Pfeiles 1 in Drehung versetzt, so nimmt er das anhaftende Schmiermittel mit, bringt es in die Laufbahn, wird aber dabei angehoben, weil die mitgenommenen Schmiermittel-

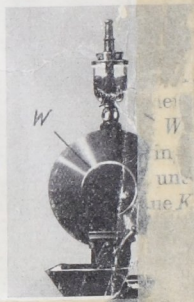


Abb. 1086. Zylindrischer Zapfen während des Laufens.

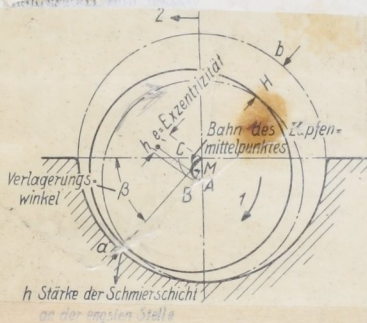


Abb. 1085. Stellung eines Zapfens in einer ihm anschließenden Lagerschale.

menge durch den Scheitelquerschnitt fließen muß. Dieses Anheben wird längs der senkrechten Mittellinie unter symmetrischer Ausbildung der Schmierhaut und der Druckverteilung beiderseits der genannten Linie erfolgen, wenn die Belastung in der Schmierhaut verlustfrei wäre. Durch die unvermeidlichen Verluste kann aber der Druck auf der Austrittseite nicht so groß sein wie auf der anderen, mithin muß sich der Zapfen auch noch seitlich, und zwar im Sinne des Pfeiles 2 verschieben, z. B. vor A nach B (in entgegengesetzter Richtung also, wie beim Laufen des Zapfens in einer trockenen Schale zu erwarten wäre). Vergleiche hierzu Abb. 1086, eine Aufnahme des Studierenden Buchkremers, der ein Stück Welle W von 70 mm Durchmesser mittelst eines Elektromotors und einer biegsamen Drahtwelle in einem einige Zentimeter breiter Ring R im Sinne des Pfeils unter Öl laufen ließ und auf diese Weise das Verhalten des Zapfens mit bloßem Auge sichtbar machte.

Am stillstehenden Zapfen ist, da das Schmiermittel Zeit gehabt hat, auszuweichen, metallische Berührung mit der Schale vorhanden, beim Anlaufen also im ersten Augenblick die beträchtliche ruhende Reibung fester Körper zu überwinden. Wären die Oberflächen völlig glatt, so würden schon äußerst dünne Ölschichten von schätzungsweise $\frac{1}{100000}$ mm Stärke genügen, um die sehr niedrige flüssige Reibung herbeizuführen, bei der eine am Zapfen haftende Ölhaut mit der Laufgeschwindigkeit des Zapfens v auf einer in der Lagerschale ruhenden Schicht gleitet. Bei größerer Stärke bilden sich zahl-

reiche Schichten mit verschiedener, von 0 — v m/sek steigender Geschwindigkeit unter gegenseitigem Gleiten aufeinander.

Völlig glatte Oberflächen aber lassen sich praktisch nicht herstellen. Nach Messungen von Prof. Berndt muß man mit den folgenden Unebenheiten an bearbeitetem, ungehärtetem Siemens-Martinstahl rechnen.

Zusammenstellung 113. Höhe der Unebenheiten bearbeiteter Oberflächen bei ungehärtetem Siemens-Martinstahl.

1.	Gedreht	0,03 — 0,04 mm
2.	Gedreht und mit Halbschlichtfeile geschlichtet	0,02 — 0,03 „
3.	Gedreht und mit Schlichtfeile geschlichtet	0,01 — 0,02 „
4.	Geschlichtet und mit Schmirgelleinen Nr. 1 abgezogen	0,006 — 0,007 „
5.	Mit Schmirgelscheibe geschliffen	0,004 — 0,005 „
6.	Geschlichtet und mit Schmirgelleinen Nr. 00 abgezogen oder gehärtet und geschliffen	0,003 — 0,004 „
7.	Auf Gußplatte sauber abgezogen (nur für ebene Flächen)	0,001 — 0,003 „
8.	Gehärtet und bes. sauber auf Gußplatte abgezogenrd.	0,0001 „

Zapfen sollen sorgfältig, wie unter 4 bis 6 angegeben, hergestellt werden, so daß man als Mittelwert für die Unebenheiten $\delta_1 = 0,005$ mm annehmen darf. Die gleiche Zahl $\delta_2 = 0,005$ mm gilt für genau bearbeitete Lagerschalen mit verdichteter Oberfläche, während man bei sauber gebohrten im Falle von Weißmetall etwa 0,015, im Falle von Bronze sogar 0,02 mm wird ansetzen müssen.

Da nun während der Ruhe an der einen oder anderen Stelle eine größte Erhöhung des einen Teils in einer größten Vertiefung des andern liegt, muß der Zapfen beim Laufen, wenn flüssige Reibung eintreten und metallische Berührung ausgeschlossen sein soll, an der engsten Stelle a , Abb. 1085, mindestens um die Summe der Unebenheiten z. B. unter sorgfältiger Bearbeitung beider Teile um 0,01 mm angehoben werden. Wenn die Unebenheiten verschieden groß, etwa im Falle eines geschliffenen Zapfens in einer sauber ausgebohrten Bronzeschale $\delta_1 = 0,005$ und $\delta_2 = 0,02$ mm sind, würde das gegenseitige Ineinanderdringen während der Ruhe und das Anheben beim Laufen allerdings nur 2 δ_1 betragen, wohl aber müßte die Schmierschicht im Ausklinkzustand in dem die Unebenheiten gerade übereinander hinweggleiten, die Mindeststärke:

$$h = \delta_1 + \delta_2$$

haben. Die Menge des vom Zapfen mitgenommenen Öls und damit die Stärke der Schmierschicht an der engsten Stelle, durch die ja jene Menge hindurchgepreßt werden muß, nimmt mit der Umfangsgeschwindigkeit zu; es wird also an einem gegebenen, unter bestimmten Betriebsverhältnissen laufenden Zapfen eine ganz bestimmte Drehzahl geben, bei der jene Schmierschichtstärke erreicht wird und damit flüssige Reibung einsetzt. Arbeitet der Zapfen mit geringerer Geschwindigkeit, so wird ein Teil der Belastung durch das in den Vertiefungen eingedrungene Öl aufgenommen, die Bildung einer zusammenhängenden Ölschicht, auf der der Zapfen schwimmt, aber noch unmöglich sein, weil sie durch die Erhöhungen zerrissen wird. Die letzteren werden noch stellenweise in metallische Berührung kommen; ein Betriebszustand, der durch die halbflüssige Reibung gekennzeichnet ist, bei der der entstehende Widerstand zwischen dem bei ruhender Reibung und dem bei flüssiger liegt. Wird die oben erwähnte Drehzahl erreicht, so greifen die Erhöhungen nicht mehr ineinander ein; der Zapfen beginnt auf dem Schmiermittel unter Vermeidung jeglicher Abnutzung zu schwimmen.

Zusammenfassend sei hervorgehoben, daß also beim Inbetriebsetzen die im ersten Augenblick auftretende Reibung fester Körper zunächst in die halbflüssige übergeht, weil das Schmiermittel, das sich auch während der Ruhe noch in dem Spielraum zwischen Zapfen und Schale gehalten hat, oder das dem Zapfen zugeführt wird, infolge seiner Haftfähigkeit zwischen die bewegten Flächen gebracht wird. Mit steigender Drehzahl nimmt die Stärke der Schmierschicht an der Lauffläche unter rascher Abnahme des Reibungswiderstandes zu, bis bei einer bestimmten Drehzahl die Schicht so dick

wird, daß die Unebenheiten ausklinken, also übereinander hinweggleiten und eine zusammenhängende Ölschicht zustande kommt. Damit setzt der für den Betrieb vorteilhafte Zustand der flüssigen Reibung ein, in welchem der Zapfen unter sehr geringem Widerstand auf der Schmierschicht schwimmt. Wird die erwähnte Drehzahl nicht erreicht, so ist dauernd mit halbflüssiger Reibung und mit Verschleiß zu rechnen.

Die vorstehenden Betrachtungen gelten für ständig in einer Richtung belastete und laufende Zapfen, wie sie vorwiegend bei Triebwerken, Wasser- und Dampfturbinen, Elektromotoren usw. vorkommen. Wesentlich ist dabei die Entstehung einer keiligen Schmierschicht, deren Stärke auf der Eintrittseite des Schmiermittels von H an der Stelle b in Abb. 1085 stetig auf h an der engsten Stelle a abnimmt.

Anders liegen die Verhältnisse, wenn die Zapfen zwar ständig im selben Sinne umlaufen, aber der Richtung nach wechselnden Kräften ausgesetzt sind oder häufig wechselnder Drehrichtung unterliegen oder nur schwingende Bewegungen ausführen. Der erste Fall findet sich z. B. bei doppeltwirkenden Kolbenmaschinen, an den Kurbel- und den Wellenzapfen, die durch die Triebkräfte bald an der einen, bald an der anderen Schale zum Anliegen gebracht werden. Zur dritten Gruppe gehören die Kreuzkopfpapfen. Unter den genannten Umständen ist die Ausbildung zusammenhängender, keiliger, tragfähiger Schichten nicht nur schwierig, sondern vielfach überhaupt nicht möglich; das Schmiermittel hat insbesondere im ersten Falle eine völlig andere Aufgabe, nämlich die Stöße, die an einem ungeschmierten Zapfen beim Wechsel der Krafttrichtung durch das Zapfenspiel gegeben wären, zu dämpfen. Beim Laufen führt der Zapfen das an ihm haftende Öl der unbelasteten Schale zu; das Öl fängt bei dem genannten Wechsel den Stoß auf, wird dabei aber weggequetscht. Ist es nun möglich, die Schmierschicht so dick zu halten, daß die Unebenheiten der Oberflächen nicht in metallische Berührung kommen — und das kann durch Zufuhr frischen Öls unter genügendem Druck, durch Preßschmierung, ganz wesentlich unterstützt werden —, so tritt auch in diesem Falle kein Verschleiß ein. Meistens wird man aber mit halbflüssiger Reibung, also auch mit Abnutzung rechnen müssen. Das trifft auch für die meisten schwingenden Zapfen zu, bei denen es naturgemäß noch schwieriger ist, größere Ölmengen an die Auflagestelle durch die Zapfen selbst zu führen.

Sollen an Stützzapfen die Vorteile der flüssigen Reibung: geringer Laufwiderstand und Vermeidung des Verschleißes, ausgenutzt werden, so gilt es wiederum, keilige und dadurch tragfähige Schmierschichten zu erzeugen, wie es Michell zuerst gelungen ist.

III. Grundlagen der Berechnung der Zapfen.

A. Verteilung des Flächendruckes.

Bezeichnet df ein Element der Zapfenoberfläche, Abb. 1074 und 1075, das unter dem Winkel α gegen die senkrechte Ebene bzw. Achse geneigt ist und p den Flächendruck, der dort herrscht, so ist die Kraft, der dieses Element ausgesetzt ist, $p \cdot df$. Die Gleichgewichtsbedingung in Richtung der Zapfenbelastung P fordert:

$$P = \int p \cdot df \cdot \cos \alpha,$$

nämlich daß P gleich der Summe der parallel zu P gerichteten Komponenten von sämtlichen Elementarkräften ist.

Das Integral läßt sich ohne weitere Annahmen über die Größe und Verteilung von p nicht lösen. Am einfachsten ist es, p für alle Elemente gleich groß anzunehmen, eine zwar nicht zutreffende Voraussetzung, die aber doch den Vergleich und damit die Berechnung neuer Zapfen ähnlicher Form gestattet. Mit diesem „mittleren Flächendruck“ geht die Gleichung über in:

$$P = p \int df \cdot \cos \alpha.$$

Da aber $df \cdot \cos \alpha$ die Projektion des Flächenelementes auf eine zur Krafrichtung senkrechte Ebene, also das Integral von $df \cdot \cos \alpha$ die Projektion f' der gesamten Auflagefläche auf diese Ebene ist, so wird:

$$P = p \cdot f',$$

oder

$$p = \frac{P}{f'}. \quad (306)$$

Nimmt man nämlich nach Abb. 1074 als Flächenelement df ein Rechteck mit den Seitenlängen dl längs des Zapfens und da tangential zu demselben an, so bleibt bei der Projektion senkrecht zur Kraft P , d. h. im Grundriß, dl unverändert, während sich da in $da \cdot \cos \alpha$ verkürzt. Die Projektion von $df = dl \cdot da$ wird also $dl \cdot da \cdot \cos \alpha = df \cdot \cos \alpha$.

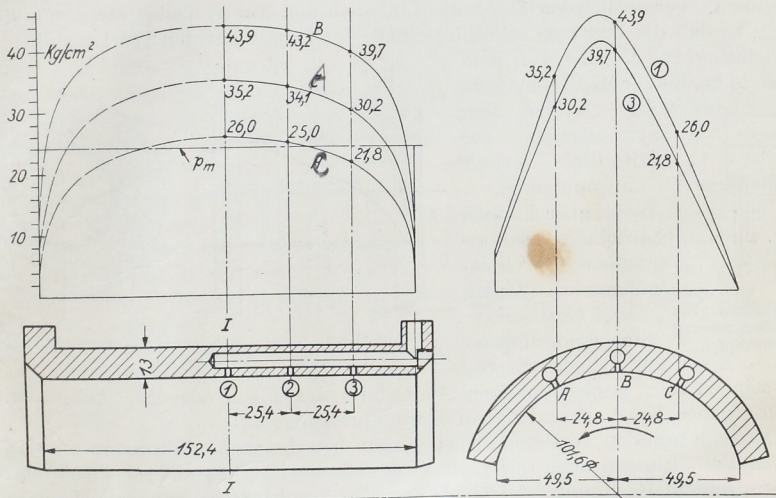


Abb. 1087. Verteilung des Auflagedrucks an einem Tragzapfen nach B. Tower. M. 1: 2,5.

Im Falle des zylindrischen Tragzapfens der Abb. 1074 ist $f' = d \cdot l$, mithin:

$$p = \frac{P}{d \cdot l}, \quad (307)$$

am Stützzapfen, Abb. 1075, $f' = \frac{\pi}{4} (d_a^2 - d_i^2)$ oder:

$$p = \frac{P}{\frac{\pi}{4} (d_a^2 - d_i^2)}. \quad (308)$$

Die tatsächliche Verteilung des Flächendrucks wird eine andere sein, je nachdem, ob der Zapfen geschmiert ist oder nicht. Denn im ersten Falle ist die Schmier-schicht durch die die Kraft hindurch übertragen werden muß, maßgebend, die aber an den Schalenrändern leicht nachgibt, so daß sich dort ein geringerer Druck als in der Mitte einstellen wird, wie es zuerst die Untersuchungen von B. Tower an einem laufender geschmierten Tragzapfen nach Abb. 1087 [XV, 2] bestätigten. Die Lagerschale war mit drei Bohrungen A, B, C , gleichlaufend zur Zapfenachse versehen. Durch radiale Löcher $I, 2, 3$, nach der Lauffläche zu, die einzeln angeschlossen wurden, konnten die Ölpressungen manometrisch an neun verschiedenen Punkten der Schale gemessen werden. Diese umfaßte den Zapfen unter einem Zentriwinkel von 154° ; ihre Projektion senk-

recht zur Krafttrichtung war $f' = 9,9 \cdot 15,2 = 149,5 \text{ cm}^2$ groß. Bei der eingezeichneten Lauftrichtung, 150 minutlichen Umdrehungen und einer Belastung von $P = 3632 \text{ kg}$ oder $p = \frac{P}{f} = \frac{3632}{149,5} = 24,3 \text{ kg/cm}^2$ mittlerem Flächendruck, wurden die in Abb. 1087

durch Punkte hervorgehobenen Drucke gefunden, nach denen Tower auf eine Verteilung entsprechend den eingezeichneten Linien schloß. Die Pressung ist, wie oben ausgeführt, im mittleren Teile am größten und nimmt nach dem Umfange hin ab. Der Höchstwert der Kurve 1 in Abb. 1087 rechts oben ist $45,1 \text{ kg/cm}^2$. Er ist 1,85mal so groß, wie der mittlere und liegt, auf die Drehrichtung bezogen, hinter der Mittelebene des Zapfens. Daß die Mittelkraft P der Lagerpressungen, wie es nach Abb. 1087 rechts oben den Anschein hat, im gleichen Sinne verschoben ist, da die Schwerpunkte der von den Kurven 1 und 3 umschlossenen Flächen links der Mittellinie liegen, ist allerdings nicht anzunehmen. Vermutlich verlaufen die Linien in den linken Teilen steiler als dort gezeichnet, so daß die Pressung schon innerhalb der Schale auf den Wert 0 sinkt. In der Längsrichtung ist dieselbe von dem einen Ende her bis zur Mitte gemessen,

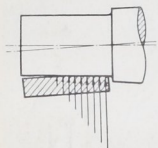


Abb. 1088. Ungleichmäßige Verteilung des Flächendrucks und Kantenpressung an Tragzapfen.

im übrigen aber symmetrisch zur Mittellinie verteilt angenommen.

Wohl aber können unrichtiger Zusammenbau, Durchbiegungen der Wellen und elastische Formänderungen an langen Zapfen

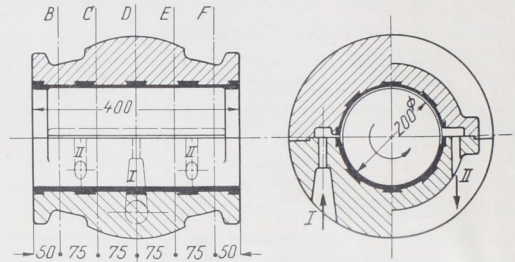


Abb. 1089. Lager einer 10000-kW-Turbodynamo, AEG Berlin.

Anlaß sein zu sehr ungleichmäßiger Verteilung des Flächendrucks, Abb. 1088, Verschiebungen der Kraft P und hohen Kantenpressungen.

Wählt man nun den mittleren Druck p nach bewährten Ausführungen, so wird unter normalen Verhältnissen auch der größte die zulässige Grenze nicht überschreiten. Die auf p gegründete Rechnung ist freilich nur eine Vergleichsrechnung, die über die tatsächlich vorhandenen Pressungen keinen Aufschluß gibt. Es darf nicht übersehen werden, daß die üblichen Werte sicher nicht für außergewöhnliche Zapfenformen gelten, daß es z. B. bedenklich ist, sie auf sehr kurze Zapfen anzuwenden, an denen das Schmiermittel seitlich leicht entweichen kann.

An einem Lager von 200 mm Durchmesser und 400 mm Länge einer 10000 kW-Turbodynamo der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft, Berlin, Abb. 1089, ermittelte Lasche [XV, 11] bei 30 m/sek Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens oder rund 3000 Umdrehungen in der Minute in der Mittelebene D die durch die Kurven, Abb. 1090, links dargestellte Druckverteilung in der unteren Lagerschale bei den an den Linien angeschriebenen mittleren Flächendrücken p . Die Höchstwerte sind, wie die folgenden Zahlen zeigen, 6 bis 2,4mal größer als die mittleren.

p	1	6,5	10	15	20 kg/cm^2 ,
p_{max}	6	18	25,5	36,6	49,5 kg/cm^2 ,
$\frac{p_{\text{max}}}{p}$	6	2,8	2,6	2,4	2,5

In der Ebene B , 50 mm vom Schalenrande, waren die tatsächlichen Öldrücke auf die in Abb. 1090 rechts dargestellten Beträge gesunken. Die Lauffläche der Schale war genau zylindrisch mit 0,34 mm größerem Durchmesser als der Zapfen ausgebohrt. Das Öl floß durch die Öffnung I , Abb. 1089, und durch die Schalenfuge in einem keilförmigen, sich dem Zapfen ganz allmählich anschmiegender, breiter Streifen zu, durch die beiden Öffnungen II aber ab. Die sonst üblichen Schmiernuten waren, damit der Zusammen-

hang der Schmierschichten nicht unterbrochen oder gestört wurde, ganz weggelassen. Die obere Schale hatte auf ihrem mittleren Teile reichlich Spiel gegenüber dem Zapfen, um diesen durch eine große Ölmenge, die beim vorliegenden Versuche 20 kg/min betrug, zu umspülen, zu dem Zwecke, die beim Laufen entstehende Wärme abzuführen.

Erheblichen Einfluß auf die Größe und Verteilung des Flächendrucks hatte die Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens, wie Abb. 1091 nachweist, die links die in der Mittelebene *D* gefundenen Drucke bei der normalen Belastung des Lagers mit $p = 6,5 \text{ kg/cm}^2$, wiedergibt. Mit zunehmender Geschwindigkeit wird der Höchstwert der Pressung größer — er beträgt bei 20 m/sek das 2,5fache, bei 60 m/sek das 3,7fache des mittleren Druckes p ; außerdem drängt sich der Druck mehr und mehr auf dem mittleren Teil der Schale zusammen. Von geringerem Einfluß war die Geschwindigkeit auf die Druckverteilung in den mehr nach außen liegenden Ebenen, wie Abb. 1091 rechts für Ebene *C* zeigt.

Eine Verminderung der Schalenslänge von 400 auf 300 mm erhöht die örtlichen Drucke in der Mittelebene nach Abb. 1092 nicht unbeträchtlich. Es ist dort die gestrichelt gezeichnete Verteilung des Flächendrucks an dem Lager von 200 mm Durchmesser und 400 mm Länge bei 12000 kg Belastung oder $p = 15 \text{ kg/cm}^2$ Flächendruck mit den ausgezogenen Linien für 15 und 20 kg/cm^2 Flächendruck am schmaleren Lager in Vergleich gestellt, wobei dem letzten Werte die gleiche Gesamtbelastung von 12000 kg entspricht.

Zahlreiche weitere Aufschlüsse über die Wirkung der Temperatur des eintretenden Öles, der Art der Ölzuführung, der Ölmenge, des Lager-spieles und des Verhältnisses der Lagerschalenslänge zur Bohrung bringt das Buch von Lasche [XV, 11].

Rückschlüsse auf die Druckverteilung an ungeschmierten Zapfen, also bei unmittelbarer, metallischer Berührung zwischen Zapfen und Lager dürfen aus den angeführten Versuchen nicht gezogen werden. Wahrscheinlich ist an ihnen die Druckverteilung, sorgfältige Bearbeitung und Anpassung des Zapfens und Lagers vorausgesetzt, wesentlich gleichmäßiger

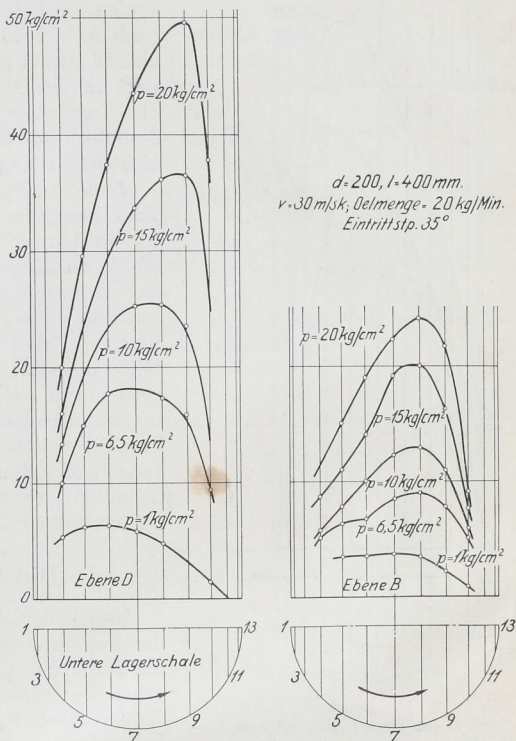


Abb. 1090. Druckverteilung im Lager Abb. 1089 in Abhängigkeit vom mittleren Flächendruck. Nach Lasche.

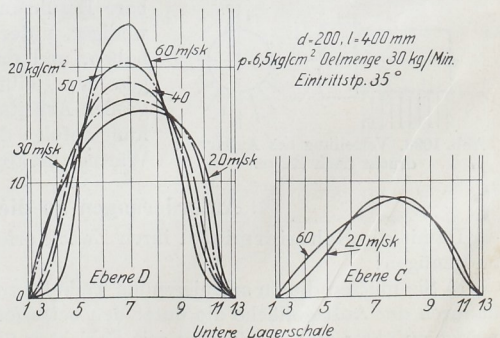


Abb. 1091. Druckverteilung im Lager Abb. 1089 bei verschiedenen Zapfengeschwindigkeiten und $p = 6,5 \text{ kg/cm}^2$ mittlerem Flächendruck. Nach Lasche.

Wahrscheinlich ist an ihnen die Druckverteilung, sorgfältige Bearbeitung und Anpassung des Zapfens und Lagers vorausgesetzt, wesentlich gleichmäßiger

Die Reyesche Zapfenreibungstheorie [XV, 1], auf Grund der Bedingung abgeleitet, daß Zapfen und Lager sich so abnutzen, daß sie dauernd zueinander passen, ist durch die weiter unten behandelte hydrodynamische überholt. An einem zylindrischen Zapfen führt sie zu einer Verteilung des Flächendrucks nach Abb. 1093: in der Längsrichtung wäre der Druck überall gleich groß, quer dazu hätte er einen Höchstwert in der Mittelebene. Wie ersichtlich, stimmen die Ergebnisse mit den Versuchen nicht überein, deshalb werde auf die genannte Theorie bei Tragzapfen nicht näher eingegangen.

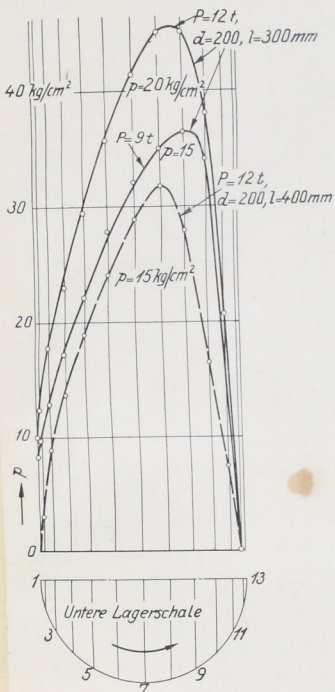


Abb. 1092. Die Drücke in der Mittelebene D des Lagers Abb. 1089 im Vergleich mit denen an einem Lager von 300 mm Länge. Nach Lasche.

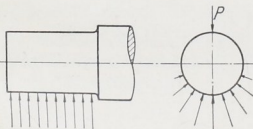


Abb. 1093. Verteilung des Auflage-drucks nach Reye.

Auch an Spurzapfen ist auf eine gleichmäßige Verteilung der Auflagepressung nicht zu rechnen. An ebenen vollen wird die größte Pressung in der Mitte, an Ringzapfen am inneren Rande auftreten, da das Öl durch die Fliehkraft nach außen befördert wird und dort entweicht. Darauf deutet auch die Beobachtung hin, daß das Fressen an Spurzapfen von der Mitte ausgeht, wenn es durch das Laufen und nicht etwa durch Zufälligkeiten oder durch Unreinigkeiten im Schmiermittel hervorgerufen wird. Nach der später kurz abgeleiteten Reyeschen Theorie erreicht die Pressung im Mittelpunkt eines ebenen, vollen Zapfens einen unendlich großen Wert und nimmt nach dem Rande zu nach einer Hyperbel ab.

B. Die Schmierung der Zapfen.

Zweck der Schmierung ist, die bei der Bewegung der Zapfen entstehende Reibung zu vermindern. An die Stelle der beträchtlichen, gleitenden Reibung zwischen festen Körpern, wie sie sich an ungeschmierten Zapfen einstellt, tritt die bedeutend geringere Flüssigkeitsreibung in der Schmier-schicht, die sich zwischen dem Zapfen und der Lagerschale bildet. Die unmittelbare Berührung der festen Baustoffe ist mehr oder weniger, unter bestimmten Umständen ganz aufgehoben, und damit werden auch die Folgescheinungen der Reibung fester Körper: große Abnutzung, großer Arbeitsverbrauch und starke Temperaturerhöhung infolge der Umwandlung der Reibungsarbeit in Wärme, herabgesetzt.

1. Anforderungen an die Schmiermittel.

Damit die Schmiermittel ihren Zweck erfüllen, haben sie mehreren Bedingungen zu genügen:

a) Sie müssen die zu schmierenden Teile benetzen und an ihnen gut haften, sollen dadurch der Auflagefläche die unter den betreffenden Umständen nötige Schmiermittelmenge zuführen und die Zapfen mit Schichten überziehen, die aufeinander gleiten. Der Zapfen nimmt die auf seiner Oberfläche liegende mit der vollen Geschwindigkeit mit, sie gleitet auf den weiter außen befindlichen und diese schließlich auf der in der Lagerschale ruhenden. Dazu muß die Haftfähigkeit des Schmiermittels größer als die innere Reibung sein. Stoffe, die diese Eigenschaft besitzen, bezeichnet man als schlüpfrig. So sind Fette und Öle auf Grund ihrer Schlüpfrigkeit zur Schmierung geeignet; Wasser

ist es dagegen im Falle der Bewegung metallener Teile aufeinander trotz geringer innerer Reibung nicht, weil es jene nicht genügend benetzt. Wohl aber haftet es an den Hartholzstützflächen der Unterwasserzapfen von Turbinen, die nur in Wasser liegend, hinreichend geschmiert sind.

b) Die Schmiermittel müssen geringe innere Reibung besitzen, also wenig Widerstand bei der gegenseitigen Verschiebung der einzelnen Teilchen bieten. Die innere Reibung

ist im wesentlichen für die Größe des am Zapfen entstehenden Reibungswiderstandes maßgebend, solange genügende Schmiermittelmengen zwischen den aufeinander gleitenden Flächen vorhanden sind. Annähernd zutreffende Vergleichswerte liefert das Englersche Viskosimeter zur Bestimmung der Viskosität oder des Zähigkeitsgrades. Es dient dazu, die Zeit in Sekunden zu ermitteln, die für den Durchfluß von 200 cm³ Flüssigkeit durch ein senkrechtes Röhrchen von 20 mm Länge benötigt wird, das oben 2,9, unten 2,8 mm weit ist. Als Grundwert und Einheit gilt die Zeit (50 bis 52''), die Wasser von 20° braucht. Ein Öl, das 300'' zum Ausfließen benötigt, hat den Englergrad 6, wenn der Grundwert des benutzten Viskosimeters 50'' ist. Abb. 1094 gibt den in starkem Maße von der Art und der Temperatur abhängigen Zähigkeitsgrad für vier verschiedene Sorten Öl nach Ermittlungen des Materialprüfungsamtes in Berlin-Lichterfelde wieder. Alle diese Öle werden mit steigender Temperatur leichtflüssiger; bei hoher Wärme haben sie nahezu den gleichen Flüssigkeitsgrad.

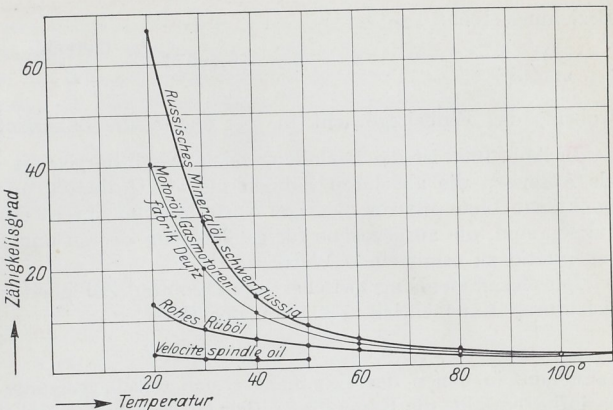


Abb. 1094. Zähigkeitsgrade verschiedener Schmieröle nach Engler. (Materialprüfungsamt Berlin.)

Für Rechnungen in den üblichen Maßeinheiten geht man auf die absolute Zähigkeit η der Schmiermittel in $\frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$ zurück, die nach Ubbelohde mit der Viskosität in Englergraden in folgender

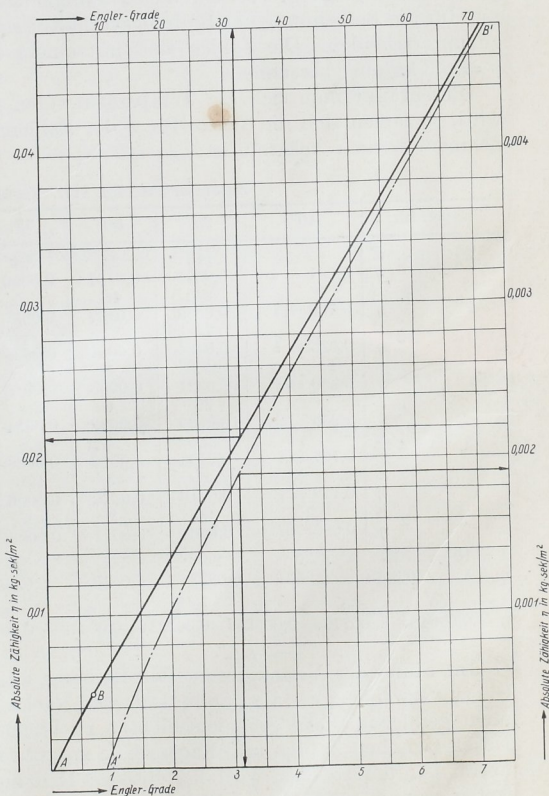


Abb. 1095. Zusammenhang zwischen der Zähigkeit in Englergraden und der absoluten Zähigkeit.

Beziehung steht:

$$\eta = \gamma \left(0,00074 E - \frac{0,00064}{E} \right), \quad (309)$$

wobei γ das Einheitsgewicht in $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ und E die Zähigkeit in Englergraden bedeutet.

In Abb. 1095 ist die Beziehung zeichnerisch dargestellt, indem zu den Englergraden als Abszissen die absoluten Zähigkeiten als Ordinaten aufgetragen sind. Die strichpunktierte Linie gilt für niedrige Werte, die am untern und rechten Randmaßstab abzulesen sind, die ausgezogene für größere, am oberen und linken Rande der Abbildung gegenseitig zu ermittelnde Werte.

Der Zusammenhang zwischen der absoluten Zähigkeit η und der Temperatur t läßt sich durch Exponentialkurven von der Form:

$$\eta \cdot (0,1 t)^z = i \quad (310)$$

darstellen, in denen der Exponent z sich durch geeignete Zusammensetzung der Öle beeinflussen läßt, die Kennziffer i aber ein Festwert, nämlich die Zähigkeit η bei $t = 10^\circ$ ist. i deutet an, ob es sich um ein dünn- oder ein dickflüssiges Öl handelt. Falz [XV, 20] setzt $z = 2,6$, schlägt vor, Öle dieses Zähigkeitscharakters als Normalöle zu bezeichnen und für die Berechnung der Reibungsverhältnisse die 8 Sorten der Zusammenstellung 114 zu unterscheiden. Die Zahlen sind mit einem durchschnittlichen Einheitsgewicht von $\gamma = 0,9 \text{ kg/dm}^3$ berechnet.

Beschränkt man sich auf Temperaturstufen von 5° , was praktisch stets ausreichen wird, so lassen sich die Werte für η der Zahlenreihe unter Zusammenstellung 114 entnehmen, wenn i bekannt ist.

Zusammenstellung 114. Normalöle nach Falz.

Temperatur t	10°	25°	50°	75°	100°				
Normalöl 24	E	143	24	8,4	3,9	Zylinderöl Schwere Maschinenöle Mittleres Maschinenöl Leichtes Maschinenöl Spindelöl für leicht belastete Zapfen			
	η	1,061 = i	0,0980	0,0161	0,0056		0,0027		
" 16	E	95	16	5,7	2,8		Schwere Triebwerk-lager		
	η	0,706 = i	0,0652	0,0107	0,0037			0,0018	
" 12	E	72	12	4,4	2,25		Schwere Triebwerk-lager		
	η	0,535 = i	0,0494	0,0081	0,0028			0,0013	
" 8	E	47,2	8	3	1,7		Schwere Triebwerk-lager		
	η	0,350 = i	0,0324	0,0053	0,0018			0,00088	
" 6	E	35	6	2,4	1,5		Triebwerk-lager		
	η	0,259 = i	0,0239	0,0039	0,0014			0,00065	
" 4	E	22,5	4	1,8	1,25		Mittleres Maschinenöl		
	η	0,167 = i	0,0154	0,0025	0,00088			0,00042	
" 3	E	16	3	1,5	1,15		Leichtes Maschinenöl für Turbodynamos, leichte Triebwerke		
	η	0,119 = i	0,0110	0,0018	0,00063			0,00030	
" 2	E	9,3	2	1,2	1,05		Spindelöl sehr rasch laufende, für leicht belastete Zapfen		
	η	0,069 = i	0,0064	0,0011	0,00036			0,00017	
$t = 10$	15	20	25	30	35	40	45	50	55°
$\eta = i$	0,349 i	0,240 i	0,0923 i	0,0575 i	0,0385 i	0,0272 i	0,0215 i	0,0152 i	0,0119 i
$t = 60$	65	70	75	80	85	90	95	100°	
$\eta = 0,00948 i$	0,00770 i	0,00635 i	0,00531 i	0,00449 i	0,00383 i	0,00330 i	0,00287 i	0,00251 i	

Im Sinne der Verminderung der Reibung wäre es günstig, möglichst dünnflüssige Öle zu verwenden, die aber andererseits den Nachteil haben, bei größeren Flächendrücken nicht genügend dicke Schmierschichten zu bilden und leichter und rascher durch den Druck zwischen Zapfen und Lagerschale zu entweichen. Je dünnflüssiger das Schmiermittel ist, um so eher wird halbflüssige Reibung und schließlich Trockenlaufen eintreten, wenn nämlich das Öl seitlich wegzufießen vermag, ehe der Zapfen in die Schmiernuten oder gar erst nach einer vollen Umdrehung an der Zufuhrstelle des Schmiermittels wieder neu benetzt wird. Deshalb müssen um so dickflüssigere und zähere Öle gewählt werden, je höher die spezifische Pressung und die Temperatur in den Lagern ist. Ähn-

liches gilt für Maschinen und Betriebe, die mit Unterbrechungen arbeiten; an Hebezeugen und Werkzeugmaschinen wird deshalb bei geringen Zapfengeschwindigkeiten oft Starrschmierung vorgezogen, da flüssige Schmiermittel während der Betriebspausen zu leicht verdrängt werden, so daß die Schmierung beim Wiedereingangssetzen beeinträchtigt ist. Beim Anfahren schwer belasteter und rasch laufender Zapfen ist es äußerst wichtig, daß die Schmierung sofort in genügendem Maße einsetzt. An großen Turbodynamos werden zu dem Zwecke besondere Hilfsölpumpen vorgesehen, die schon vor dem Anlassen der Turbinen genügende Schmiermittelmengen liefern und so lange in Tätigkeit bleiben, bis die Hauptölpumpen ausreichend fördern.

c) Von guten Schmiermitteln wird weiterhin verlangt: sie müssen frei sein von mechanischen und chemischen Beimengungen, insbesondere Wasser und Säuren, die die Maschinenteile angreifen; sie dürfen sich durch den Betrieb oder die längere Berührung mit der Luft nicht verändern, nicht verharzen, eintrocknen, dick oder sauer werden; endlich sollen sie nicht verdunsten oder verdampfen und einen genügend hohen Flammpunkt haben, bei dem sie sich entzünden.

2. Arten der Schmiermittel.

Die Schmiermittel sind heutzutage vorwiegend mineralischen, seltener pflanzlichen oder tierischen Ursprungs. Nach ihrer Art und Herkunft unterscheidet der vom Verein deutscher Eisenhüttenleute eingesetzte Ausschuß zur Normung der Schmiermittel in den „Richtlinien“ [XV, 19]:

- a) Schmieröle aus Erdöl,
- b) solche aus Braunkohle, Schiefer oder Steinkohle,
- c) Mischöle und
- d) Schmierfette.

Die erste Gruppe teilt man weiter ein in:

α) Destillate, durch stufenweise Destillation aus Erdöl bei mäßigen Temperaturen gewonnen,

β) Raffinate, durch Filtern oder weitere chemische Behandlung von sauren, basischen oder verharzten Bestandteilen befreit und

γ) Rückstandöle, bei höheren Temperaturen abgespaltet.

Öle der Gruppe b) werden durch Destillation der Steinkohlen-, Braunkohlen- und Schiefertereere gewonnen.

Mischöle entstehen durch Mischen verschiedener Sorten der Gruppen a) und b) untereinander oder durch Zusätze anderer Art.

Schmierfette sind pflanzlichen oder tierischen Ursprungs; ferner faßt man darunter die bei gewöhnlicher Temperatur festen und salbenartigen Rückstände zusammen, die bei der Gewinnung der vorstehend aufgeführten Mineralöle übrig bleiben.

Als Compoundöle werden unabhängig von den vorstehenden Gruppen reine Mineralöle bezeichnet, denen Fettöle oder auch pflanzliche oder tierische Fettsäuren zugesetzt sind.

Bei den flüssigen Ölen ist die Zuführung und Verteilung, selbst nach mehreren Stellen hin leicht; die Schmierung kann bei Lagern durch Schmierringe, Ketten usw. vollständig selbsttätig und damit sehr betriebsicher und sparsam gemacht werden; andererseits erfordert aber die Abführung des Öles besondere konstruktive Maßnahmen, um das Spritzen und Abschleudern zu verhüten oder unschädlich zu machen. Ein Zusatz von feinstem Flockengraphit kann sich bei rauen Lagerschalen empfehlen; er wirkt glättend, darf aber nicht im Übermaß und zu lange Zeit hindurch angewendet werden, damit sich die Zuleitungen und Nuten nicht versetzen. Öl läßt sich durch Filtern reinigen und dann wieder verwenden. Richtig durchgeführt ist die Ölschmierung bei rasch laufenden Teilen der Schmierung mit Fetten überlegen.

Fette, gelegentlich unter Zusatz von Graphit verwandt, haben den Vorzug, stark haften, nicht abzutropfen und den Zutritt von Staub zu den Lagern zu verhindern,

da sie alle Zwischenräume ausfüllen. Nachteilig ist, daß sie den Gleitflächen unter Druck zugeführt werden müssen und daß die entstehende Reibung größer ist. Sie eignen sich für schwer belastete, langsam oder mit Unterbrechungen laufende Zapfen, selbst in staubigen Betrieben. Lager und Schmiervorrichtungen können konstruktiv einfach und billig gehalten werden. Dagegen ist die Reinigung gebrauchter starrer Schmiermittel zwecks ihrer Wiederverwertung schwierig.

Von den in den Richtlinien unterschiedenen weiteren Untersorten kommen insbesondere für die Schmierung von Zapfen in Frage:

Für schnellaufende, leicht belastete Maschinenteile, Präzisionsmaschinen, Textil-, Papier- und Druckereimaschinen: Spindelschmieröl Nr. 12, Art: Raffinat.

Für Lager mit Umlauf- oder Ringschmierung, Elektromotoren, schwer belastete Lager an Werkzeugmaschinen und großen Antrieben bei Umlaufzahlen von mehr als 200 in der Minute: Elektromotoren- und Dynamoöl Nr. 16, Raffinat oder Destillat.

Für Lager und Regelvorrichtungen an Dampfturbinen: Dampfturbinenöl Nr. 3, Raffinat.

Für normale Lager aller Art und Gleitbahnen: Lagerschmieröl Nr. 18, Raffinat oder Destillat oder Mischöl.

Für Eisenbahnachsenlager: Achsenöl Nr. 19, Mischöl, Steinkohlen- oder Braunkohlenschmieröl oder Rückstandöl.

Für schwer belastete heißgehende Lager: hochschmelzende Maschinenfette Nr. 21.

An Stellen, wo Ölschmierung nicht möglich ist: Maschinenfett Nr. 22 (Stauferfett).

Für Achsen von Lastwagen, Fuhrwerken, landwirtschaftlichen Maschinen, Förderwagen mit offenen Lagern: Wagenfett Nr. 24.

Für Walzengerüste und -lager aller Art größerer Abmessung, Rollgänge: Kaltwalzenfett Nr. 30 und Kaltwalzenfettbriketts Nr. 31.

Für Walzengerüste, Lager und Zapfen der Feinblechstraßen: Heißwalzenfett Nr. 32 oder hochschmelzende Warmwalzenfettbriketts Nr. 33.

Näheres über die Eigenschaften, Anforderungen und die nötigen Untersuchungen siehe [XV, 19].

C. Die Zapfenreibung.

Von den drei oben erwähnten Zuständen der trockenen, halbflüssigen und flüssigen Reibung, die beim Laufen der Zapfen in Betracht kommen, ist die trockene bedingt durch Formänderungen der Unebenheiten der aufeinandergleitenden Flächen und gekennzeichnet durch das Coulombsche Gesetz:

$$R = \mu \cdot P, \quad (311)$$

wenn R den Reibungswiderstand, P den Druck, unter dem die Flächen stehen und μ die Reibungszahl bedeutet. μ ist ein Festwert, wahrscheinlich solange die Formänderungen im wesentlichen elastischer Natur sind.

Das Gebiet der flüssigen Reibung ist durch hydrodynamische Untersuchungen in befriedigender Weise geklärt. Die ersten wurden von Petroff [XV, 3] angestellt; Reynolds [XV, 4], Sommerfeld [XV, 5] und Gümbel [XV, 6, 7], dessen Nachlaß durch Everling bearbeitet und herausgegeben wurde, erweiterten und vertieften sie. Theoretisch noch nicht erfaßt ist die halbflüssige Reibung.

Zur Untersuchung der Verhältnisse bei flüssiger Reibung behält Gümbel die einfache Form der für feste Körper gültigen Gleichung (311) $R = \mu_1 \cdot P$ bei, in der R und P die oben erläuterte Bedeutung haben, μ_1 aber die veränderliche Zapfenreibungszahl ist. Bevor jedoch auf deren Größe näher eingegangen werden kann, muß die Lage, welche die Mitte eines Zapfens bei verschiedenen Drehzahlen in einer Schale einnimmt näher betrachtet werden.

1. Lage des Zapfens in der Schale.

Sie ergibt sich nach G ü m b e l aus der annähernd halbkreisförmigen Bahn ABM , Abb. 1085, auf der die Zapfenmitte mit wachsender Umdrehzahl immer höher steigt, den Mittelpunkt M aber, der der zentrischen Lage beider Teile entspricht, erst bei $n = \infty$ erreicht. Versuche von Vieweg haben dieses Verhalten des Zapfens dem Wesen nach bestätigt. Bezeichnet D den Durchmesser der Schale, d den des Zapfens, so ist das Lagerpiel s , das sich während der Ruhe im oberen Scheitel voll ausbildet und dort messen läßt, durch $D - d$, die Strecke AM aber durch $\frac{s}{2} = \frac{D-d}{2}$ gegeben. In der Stellung B der Zapfenmitte, gekennzeichnet durch den Verlagerungswinkel β und die Exzentrizität e entsteht an der engsten Stelle eine Schmierschichtstärke h . e und h lassen sich auch leicht an einem um M geschlagenen Viertelkreis AC finden. An Hand der in Abb. 1096 ver-

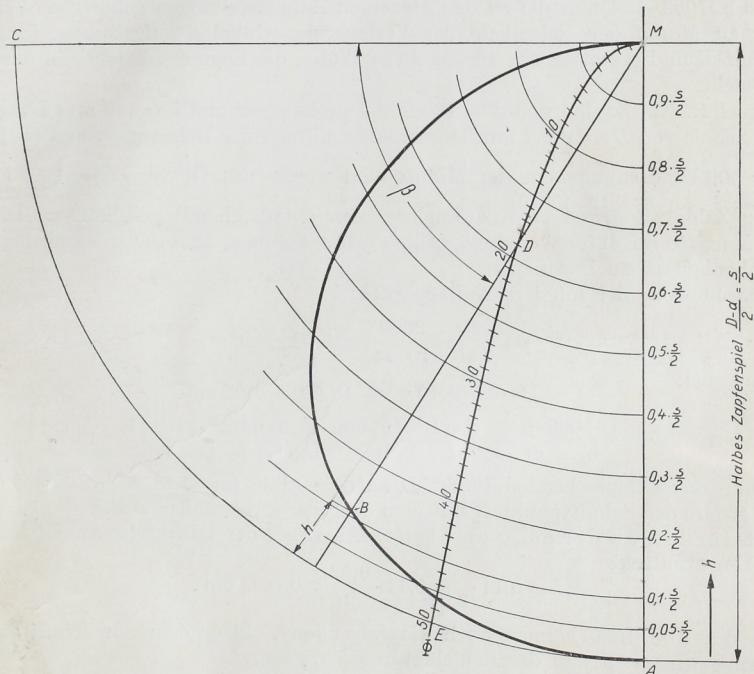


Abb. 1096. Zur Ermittlung der Lage zylindrischer Tragzapfen.

größert dargestellten Bahn ABM kann h mittels der um M geschlagenen Hilfskreise in Teilen des halben Lagerspiels $\frac{s}{2} = MA = \frac{D-d}{2}$ ausgedrückt werden. (Dabei ist vorläufig angenommen, daß die Oberflächen des Zapfens und der Schale völlig glatt seien; welche Wirkung die unvermeidliche Rauigkeit derselben hat und wie sie berücksichtigt wird, ist später gezeigt.) Beispielsweise entspricht B 11 % von $\frac{s}{2}$ oder $\frac{D-d}{2}$. Nach G ü m b e l bestimmt sich nun die Lage der Zapfenmitte in einer Schale, die den Zapfen halb umschließt, durch die Größe:

$$\Phi = \frac{191000 \cdot p \cdot s^2 \cdot d + l}{\eta \cdot n \cdot d^2} \cdot \frac{d + l}{l}, \quad (312)$$

wenn p den mittleren Flächendruck in kg/cm^2 , η die absolute Zähigkeit des Schmier-

mittels in $\frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$, n die Drehzahl in der Minute, l die Schalen- oder Zapfenlänge in cm, d den Zapfendurchmesser in cm und s das Zapfenspiel in cm bedeuten. Das erste Glied in Formel (312) gilt für ein unendlich langes Lager; durch das zweite soll die endliche, wirkliche Länge der Schale berücksichtigt werden, die sicher eine tiefere Lage des Zapfens in der Schale bedingen wird. Die einfache Annahme, daß dies durch das Verhältnis $\frac{d+l}{l}$ ausgedrückt werden kann, ist willkürlich, genügt aber den Grenzbedingungen, indem das Glied für $l = \infty$ gleich 1 und damit Φ gleich dem ersten Gliede ist, während für $l = 0$, also für ein schneidenförmiges Lager, in dem sich kein Öl halten kann, Φ unendlich groß wird. Annähernd gilt die Formel auch für ganz von der Schale umschlossene Zapfen, die nach genauerer Untersuchung nur um ein geringes günstiger gestellt sind.

In Abb. 1096 sind nun die zu den einzelnen Zapfenstellungen gehörigen Werte von Φ polar zu M auf den Schenkeln der Verlagerungswinkel β aufgetragen, führen zur Kurve MDE und gestatten auf anschauliche Weise, die Lage des Zapfens in der Schale zu ermitteln.

Beispiel 1. Ein Zapfen von $d = 100$ mm Durchmesser und $l = 140$ mm Länge laufe in einer Schale von $D = 100,2$ mm Durchmesser unter einer Belastung von $P = 2500$ kg bei $n = 500$ Umdrehungen in der Minute und werde mit Öl von $\eta = 0,0025 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$ mittlerer Zähigkeit (rund etwa 4 Englergraden entsprechend) geschmiert. Die Lage der Zapfenmitte sei unter Annahme völlig glatter Flächen, also unter Vernachlässigung der Unebenheiten, zu bestimmen.

Es ergibt sich: der mittlere Auflagedruck:

$$p = \frac{P}{l \cdot d} = \frac{2500}{10 \cdot 14} = 17,9 \text{ kg/cm}^2,$$

das Lagerspiel:

$$s = D - d = 10,02 - 10,00 = 0,02 \text{ cm.}$$

und:

$$\Phi = \frac{191000 \cdot p \cdot s^2}{\eta \cdot n \cdot d^2} \cdot \frac{d+l}{l} = \frac{191000 \cdot 17,9 \cdot 0,02^2}{0,0025 \cdot 500 \cdot 10^2} \cdot \frac{10+14}{14} = 18,8.$$

Sucht man den entsprechenden Punkt D auf der Linie für Φ in Abb. 1096 und zieht DM , so liefert der Schnittpunkt B mit dem Weg der Zapfenmitte ABM die Schmier-schichtstärke h an der engsten Stelle. An Hand der Hilfskreise um M folgt, wie schon oben ermittelt:

$$h = 0,11 \cdot \frac{s}{2} = 0,11 \cdot \frac{0,02}{2} = 0,0011 \text{ cm.}$$

Anstelle der Abb. 1096 können auch die folgenden Zahlenreihen zur Ermittlung des Verlagerungswinkels β und der Schichtstärke h dienen.

Zusammenstellung 115. Zusammenhang zwischen dem Verhältnis der Schmier-schichtstärke h an der engsten Stelle zum halben Zapfenspiel $\frac{s}{2}$ und den Größen Φ , β und \varkappa .

$\frac{h}{s/2}$. .	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45
Φ . . .	39,6	20,5	13,6	10,5	8,5	7,2	6,1	5,3	4,7
β . . .	67,4	59,7	53,8	49,0	45,2	41,8	38,3	35,5	32,0
\varkappa . . .	2,67	2,61	2,41	2,31	2,23	2,17	2,13	2,09	2,06
$\frac{h}{s/2}$. .	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8		
Φ . . .	4,1	3,6	3,2	2,8	2,4	2,0	1,7		
β . . .	29,2	26,5	23,4	20,7	17,7	14,7	12,4 ^o		
\varkappa . . .	2,05	2,06	2,08	2,12	2,19	2,28	2,47.		

2. Die Größe der Zapfenreibungszahl.

Von der Lage des Zapfens in der Schale und damit von der Größe Φ hängt nun auch die Zapfenreibungszahl μ_1 ab. Für eine den Zapfen halbumschließende Schale leitet Gümbel den Ausdruck:

$$\mu_1 = 0,0023 \cdot \kappa \sqrt{\frac{\eta \cdot n}{p}} \sqrt{\frac{4d}{l} + 1} \quad (313)$$

ab, in welchem κ in Abhängigkeit von Φ der vorstehenden Zusammenstellung zu entnehmen ist, die zweite Wurzel aber den Einfluß der endlichen Länge l des Lagers berücksichtigt. Aus der Zahlenreihe ist ersichtlich, daß κ und damit μ_1 für ein bestimmtes Lager den Kleinstwert bei $\frac{h}{s/2} = 0,5$ oder $s = 4h$ in Höhe von $\kappa = 2,05$ oder:

$$\mu_{1\min} = 0,0047 \sqrt{\frac{\eta \cdot n}{p}} \sqrt{\frac{4d}{l} + 1} \quad (314)$$

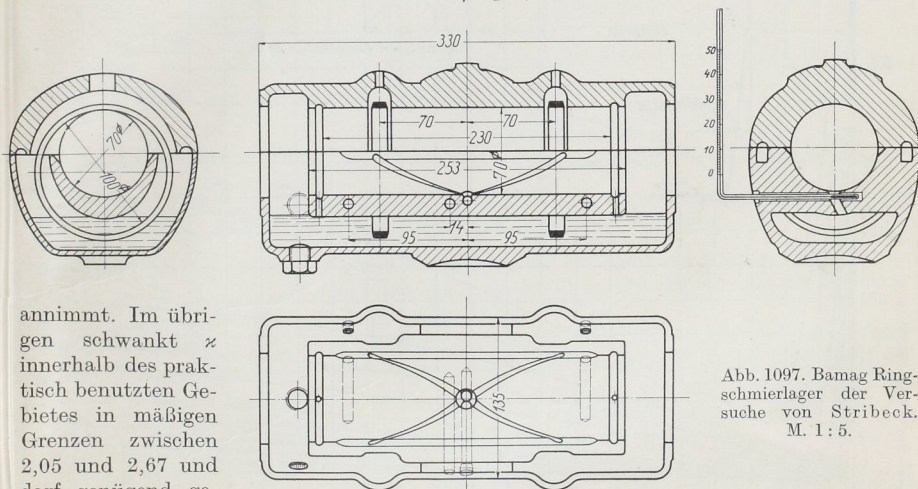


Abb. 1097. Bamag Ringschmierlager der Versuche von Stribeck. M. 1:5.

annimmt. Im übrigen schwankt κ innerhalb des praktisch benutzten Gebietes in mäßigen Grenzen zwischen 2,05 und 2,67 und darf genügend genau durch den Mittelwert $\kappa = 2,4$ ersetzt werden, mit dem:

$$\mu_1 = 0,0055 \sqrt{\frac{\eta \cdot n}{p}} \sqrt{\frac{4d}{l} + 1} \quad (315)$$

wird.

Nach den vorstehenden Formeln nimmt die Zapfenreibungszahl μ_1 mit der Wurzel aus der absoluten Zähigkeit η und der Drehzahl n zu, mit steigendem Flächendruck p aber ab. Daß größere Zähigkeit bei sonst gleichen Betriebsverhältnissen die Reibung erhöht, ist ohne weiteres erklärlich. Den Einfluß der Drehzahl und der Flächenpressung, wie er im folgenden des näheren erläutert ist, hat auf Grund von Versuchen zuerst Stribeck 1899 [XV, 8] dargetan.

a) Einfluß der Belastung und der Umfangsgeschwindigkeit auf die Zapfenreibungszahl μ_1 .

Stribeck fand an einem Sellers-Lager mit Ringschmierung der Berlin-Anhaltischen Maschinenbau A.-G., Dessau, Abb. 1097, bei Verwendung von Motorenöl der Gasmotorenfabrik Deutz die Kurven Abb. 1098. Als Abszissen sind die Drehzahlen und Umfangsgeschwindigkeiten, als Ordinaten die Zapfenreibungszahlen μ_1 aufgetragen. An den einzelnen Linien stehen die zugehörigen mittleren Flächendrucke $p = \frac{P}{l \cdot d}$. Es

zeigt sich, daß die Reibungszahl bei geringen Umfangsgeschwindigkeiten von einem Anfangswert 0,14 zunächst auf einen kleinsten Wert fällt, und zwar um so langsamer, je höher die Auflagepressung ist; dann steigen die Kurven wieder.

Der Anfangswert, Punkt *A* im Schema, entspricht der trockenen Reibung fester, wenig gefetteter Körper, die beim Anlauf zu überwinden ist. Die Reibung sinkt aber rasch, da bei zunehmender Geschwindigkeit steigende Ölmengen zugeführt werden, die im Gebiete *AB* halbflüssige Reibung bedingen, bis bei einem für alle Drücke gleich hohen Kleinstwerte *B* die günstigsten Verhältnisse erreicht werden und unter Ausklippen der Unebenheiten die flüssige Reibung einsetzt. Dieser Übergang tritt bei um

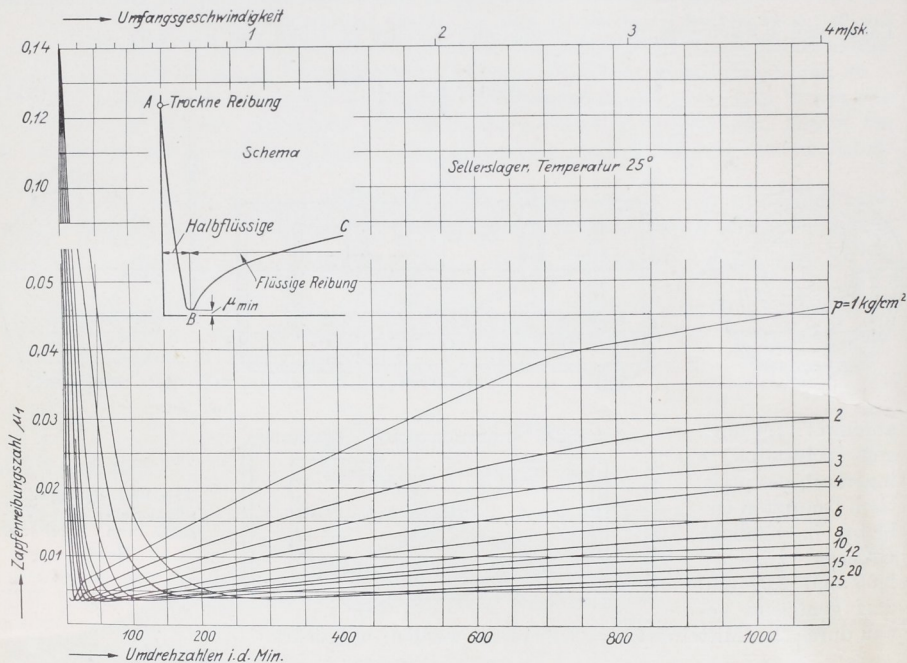


Abb. 1098. Zapfenreibungszahl μ_1 in Abhängigkeit von der Zapfengeschwindigkeit und dem mittleren Flächendruck an dem Sellerslager, Abb. 1097, nach Stribeck.

so höherer Geschwindigkeit ein, je größer die Belastung des Zapfens ist, vgl. Abb. 1099, wo als Abszissen die entsprechenden Pressungen, als Ordinaten die zugehörigen Geschwindigkeiten aufgetragen sind.

Die zunächst auffallende Erscheinung, daß die Kleinstwerte $\mu_{1\min}$ bei verschiedenem Auflagedruck sämtlich auf gleicher Höhe liegen, ist auch nach der hydrodynamischen Theorie zu erwarten. Ermittelt man nämlich die Größe $\sqrt{\frac{\eta \cdot n}{p}}$ aus den Formeln (314) und (312) und setzt die Werte einander gleich, so folgt:

$$\frac{\mu_{1\min}}{0,0047} \sqrt{\frac{l}{4d+l}} = \frac{s}{d} \sqrt{\frac{191000}{\Phi}} \sqrt{\frac{d}{l} + 1}.$$

Bei dem Verhältnis $h : \frac{s}{2} = 0,5$, bei dem sich $\mu_{1\min}$ ausbildet, ist aber nach der Zusammenstellung 115, Seite 630 $\Phi = 4,1$, womit:

$$\mu_{1\min} = \frac{1,02 \cdot s \sqrt{(4d+l)(d+l)}}{d \cdot l} \quad (316)$$

wird. Es ist lediglich vom Spiel s und den Maßen d und l des Zapfens abhängig, unabhängig dagegen vom mittleren Flächenndruck p , der Drehzahl n und selbst der Zähigkeit η des Schmiermittels.

Das spätere Ansteigen der Kurven in Abb. 1098 erklärt sich aus den mit größeren Geschwindigkeiten wachsenden Widerständen in der Ölschicht selbst. Ganz allgemein gilt für dieses Gebiet, daß die Reibung 1. mit steigender Pressung abnimmt, dagegen

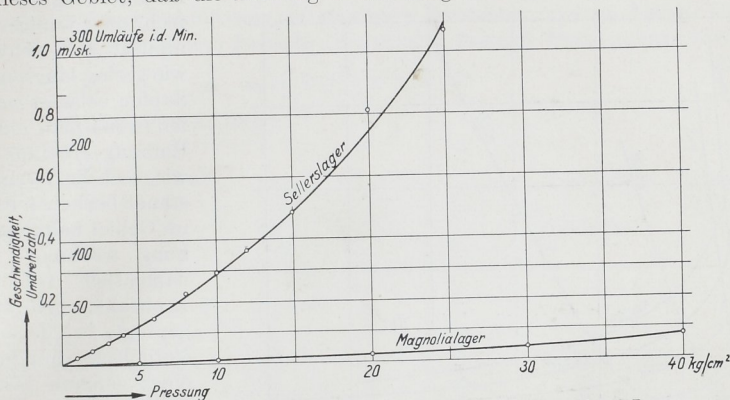


Abb. 1099. Abhängigkeit des Ausklitzzustands an den von Stribeck untersuchten Lagern von der mittleren Flächenpressung und von der Umlaufgeschwindigkeit.

2. mit Zunahme der Geschwindigkeit wächst, bis sie bei mehr als 10 m/sek nahezu unabhängig von der Geschwindigkeit wird, wie Lasche [XV, 9] in Ergänzung der Stribeck'schen Versuche nachwies; vgl. Abb. 1100.

Den Stribeck'schen Kurven ganz ähnliche fand Rydberg [XV, 14] bei der Ermittlung des Fahrwiderstandes von Eisenbahnzügen, der in Abb. 1101 in kg/t Gewicht, abhängig von der Fahrgeschwindigkeit, aufgezeichnet ist. Linie a für die leeren Wagen zeigt bei Geschwindigkeiten von mehr als 5 km/st durchweg höhere Werte als die Linie b für die

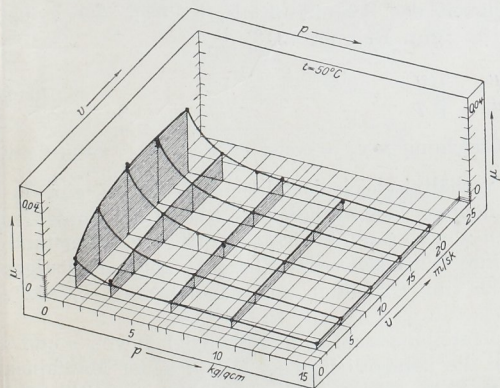


Abb. 1100. Zapfenreibungszahl μ_1 in Abhängigkeit von der Zapfengeschwindigkeit und dem mittleren Flächenndruck nach Lasche.

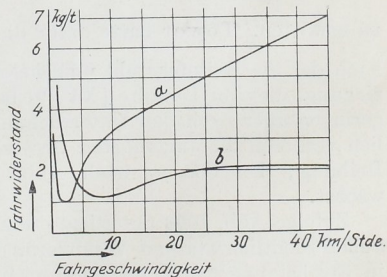


Abb. 1101. Fahrwiderstand an Eisenbahnwagen nach Rydberg.

beladenen, an denen die Zapfen rund viermal höher belastet waren. Der Fahrwiderstand setzt sich aus der Lagerreibung, der Radreibung und dem Luftwiderstand der Wagen zusammen. Da die im wesentlichen rollende Radreibung nur gering ist und der Luftwiderstand erst bei größeren Geschwindigkeiten starken Einfluß gewinnt, prägt die Zapfenreibung den Kurven die charakteristische Form auf.

Praktisch wertvolle Rückschlüsse gestattet die Darstellung der Zapfenreibungszahl μ_1 in Abhängigkeit von der Pressung bei verschiedenen Drehzahlen, Abb. 1102, die gewissermaßen aus senkrechten Schnitten durch die Abb. 1098 hergeleitet werden kann. Die Kurven bestehen jeweilig aus einem fallenden, links von $\mu_{1\min}$ gelegenen Teil, für den flüssige Reibung gilt und einem steigenden, in dem die Reibungszahl infolge

halbflüssiger Reibung mehr oder weniger rasch zunimmt. Man sieht deutlich, wie gering langsam laufende Zapfen belastet werden dürfen, wenn man mit flüssiger Reibung arbeiten will, und wie rasch die Reibungswiderstände bei hohen Pressungen im Gebiet halbflüssiger Reibung wachsen. Das ist namentlich bei niedrigen Drehzahlen sehr stark ausgeprägt, bei denen sich die Verhältnisse nur durch Wahl eines zäheren Schmiermittels günstiger gestalten lassen, das eine Verschiebung des Kleinstwertes von μ_1 nach rechts und einen weniger steilen Verlauf der Kurve jenseits dieses Scheitelpunktes zur Folge hat.

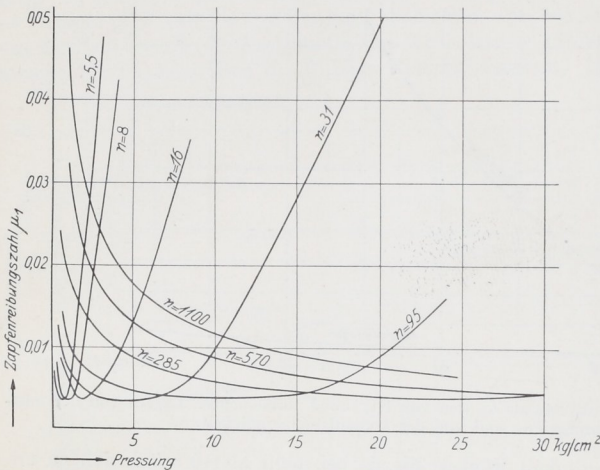


Abb. 1102. Zapfenreibungszahl μ_1 am Lager Abb. 1097 in Abhängigkeit von der Flächenpressung und der Umlaufzahl des Zapfens. (Nach Stribeck.)

Als Beziehung zwischen μ_1 und verschiedenen Pressungen p und p' bei gleicher Laufgeschwindigkeit, Temperatur und Zähigkeit des Schmiermittels, ist nach der hydrodynamischen Theorie im Gebiet der flüssigen Reibung (313):

$$\frac{\mu_1}{\mu_1'} = \sqrt{\frac{p'}{p}} \quad (317)$$

zu erwarten. Tower hatte dafür die Gleichung $p \cdot \mu_1 = \text{const}$ oder $\mu_1 = \frac{C}{p}$ aufgestellt, nach der die Reibungszahl umgekehrt verhältnismäßig dem Flächendruck sei, eine Beziehung, die von Lasche [XV, 9] bei höheren Geschwindigkeiten bestätigt wurde, bei geringen aber nach den Untersuchungen von Stribeck nicht zutrifft. Selbstverständlich verlieren die angeführten Gesetze ihre Gültigkeit beim Übergang zur halbflüssigen Reibung, bei der μ_1 nach Abb. 1098 im Gegenteil mit zunehmender Pressung wächst.

Zufolge Abb. 1098 unterliegt die Zapfenreibungszahl μ_1 in Abhängigkeit von p und v außerordentlich starken Veränderungen, die namentlich beim Anlaufen der Maschinen in Erscheinung treten und eine wichtige Rolle spielen. Schon nach kurzem Stillstand ist zu Beginn der Bewegung die trockene Reibung der Ruhe zu überwinden und dazu ein großes Kraftmoment nötig. Nach Einleitung der Bewegung sinkt die Reibung, aber langsamer als nach den Linien der genannten Abbildungen zu erwarten ist, weil die Ölschicht beim Anlaufen dünner sein wird, als während des Beharrungszustandes, für welchen jene Kurven gelten.

Aber nicht allein beim Anfahren, sondern auch während des normalen Betriebes werden gewöhnliche Gleitlager nicht immer die günstigen Zahlen aufweisen, die sich bei dem mit großer Sorgfalt durchgeführten Laboratoriumsversuch fanden. Um sicher zu

gehen, pflegt man deshalb bei Überslagrechnungen, sofern nicht bei höheren Drehzahlen auf flüssige Reibung zu rechnen und Formel (315) heranzuziehen ist, als durchschnittliche Werte die folgenden Zahlen zu benutzen:
bei guter Schmierung und Wartung

$$\mu_1 = 0,06,$$

bei weniger sorgfältiger Schmierung, in staubigen Betrieben, oder im Freien, ferner für Maschinen mit unterbrochenem Betriebe (Hebezeuge, manche Werkzeugmaschinen usw.)

$$\mu_1 = 0,08 \text{ bis } 0,10.$$

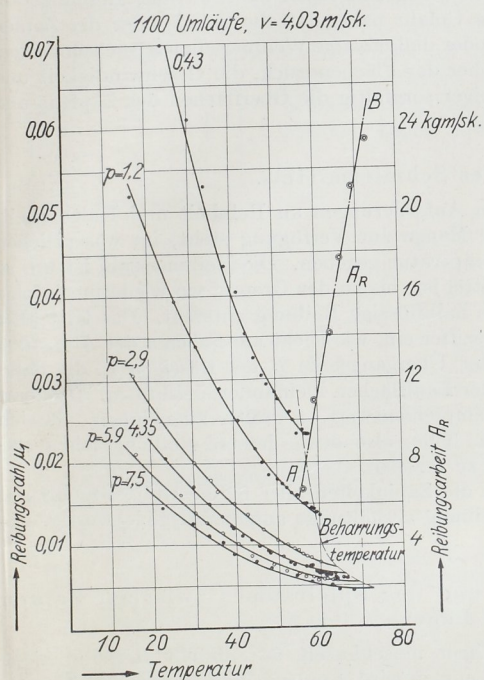


Abb. 1103. Zapfenreibungszahl μ_1 in Abhängigkeit von Temperatur und Flächenpressung bei $v = 4,03 \text{ m/sk}$ Zapfengeschwindigkeit nach Stribeck.

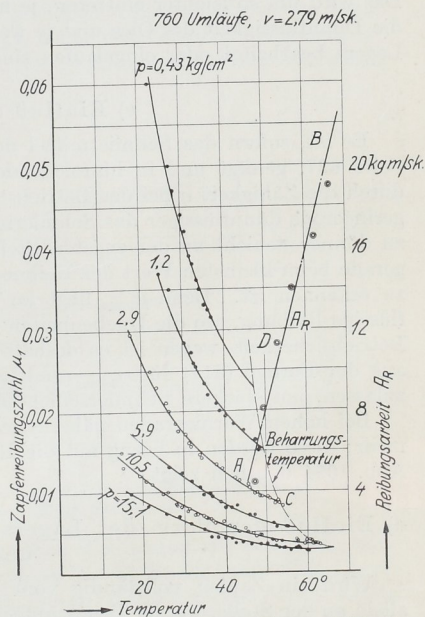


Abb. 1104. Zapfenreibungszahl μ_1 in Abhängigkeit von Temperatur und Flächenpressung bei $v = 2,79 \text{ m/sk}$ Zapfengeschwindigkeit nach Stribeck.

b) Einfluß der Temperatur.

Unter der Voraussetzung, daß genügende Ölmengen in den Lagerflächen vorhanden sind, sinkt die Reibung mit steigender Temperatur, wie der zunehmende Flüssigkeitsgrad erwarten läßt und wie die Abb. 1103 und 1104 nach den Versuchen Stribecks an dem Sellerslager, Abb. 1097, bei 1100 und 760 Umläufen in der Minute deutlich zeigen. Bei einer Temperaturerhöhung von 20 auf 50° fällt die Reibung bei allen Pressungen auf etwa $\frac{1}{3}$. Aus dem Verhältnis der Zähigkeiten des bei den Versuchen verwandten Deutzer Gasmotorenöls, die nach Abb. 1094 durch 40 und 7 Englergrade bei 20 und 50° C oder durch absolute Zähigkeiten $\eta = 0,027$ und $\eta' = 0,0046 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$

gekennzeichnet sind, wäre nach Formel (313) unter sonst gleichen Umständen ein Verhältnis:

$$\frac{\mu'_1}{\mu_1} = \sqrt{\frac{\eta'}{\eta}} = \sqrt{\frac{0,0046}{0,027}} = 2,42$$

zu erwarten. Der Unterschied dürfte sich zwanglos aus der Abnahme der Stärke der Ölschicht an der engsten Stelle bei höheren Temperaturen und der damit verbundenen Vergrößerung des Wertes α erklären.

Wird die Ölschicht zu dünn, so kommen die Unebenheiten der Laufflächen wieder in metallische Berührung; halbflüssige Reibung mit rasch zunehmender Reibungszahl und Erwärmung setzt ein und rückt die Gefahr nahe, daß die Schale oder der Zapfen angegriffen werden, sogar festbrennen, oder daß etwaige Weißmetallausgüsse schmelzen. Das wird um so leichter eintreten, je höher der Flächendruck, die Geschwindigkeit und die Dünnpflüssigkeit des Öles und je weniger sorgfältig die Oberflächen des Zapfens und Lagers bearbeitet oder eingelaufen sind.

c) Einfluß des Schmiermittels.

Er ist, sofern das Schmiermittel den Anforderungen an Reinheit und Haltbarkeit, Seite 627, genügt und in hinreichender Menge zur Verfügung steht, im wesentlichen durch die Zähigkeit η bei der Betriebstemperatur gegeben. Die Reibungszahl ist um so geringer, je dünnflüssiger das Schmiermittel ist, bis zu der Grenze, wo wiederum infolge zu dünner Schicht an der engsten Stelle halbflüssige Reibung entsteht. Das tritt aber gerade beim kleinsten Wert der Reibungsziffer ein, wie leicht am Schema der Abb. 1098 zu erkennen ist. Denn $\mu_{1\min}$ liegt an der Übergangsstelle *B* der flüssigen in die halbflüssige Reibung, wo die Unebenheiten der Laufflächen ineinander einklinken. Größere Betriebsicherheit wegen ist es deshalb empfehlenswert, η größer zu nehmen, als sich aus der Formel (314) für $\mu_{1\min}$ ermitteln ließe, also etwas höhere Reibungszahlen zuzulassen, um stärkere Schmierschichten zu erzielen.

Bei hohen Wärmegraden nähern sich die Zähigkeiten aller Schmiermittel mehr und mehr; diese werden in bezug auf die Reibungsverhältnisse annähernd gleichwertig, wie Abb. 1094 deutlich zeigt.

d) Einfluß der Form des Lagers und des Spielraumes zwischen Zapfen und Lager.

Wird ein Zapfen vollständig vom Lager umschlossen, so entsteht Reibung nicht allein an der Stelle, wo der Druck aufgenommen wird, sondern auch in der Ölschicht der unbelasteten Schale, also auf dem ganzen Umfange des Zapfens. Die theoretische Untersuchung läßt sogar die Entstehung nicht unbedeutlicher Pressungen im Öl der unbelasteten Schale erwarten, und das fand Lasche [XV, 11] bei seinen Messungen an Lagern tatsächlich bestätigt. Die Reibung wird um so größer sein, je dünner die Ölschicht und je geringer der Spielraum zwischen Lager und Zapfen ist, je genauer also die beiden ineinander passen. So bewirkte die Vergrößerung des Zapfenspiels von 0,12 auf 0,24 mm bei einem Versuch von Heimann [XV, 12] an einem Lager von 30 mm Durchmesser bei $p = 3 \text{ kg/cm}^2$ und 1—3 m/sek Geschwindigkeit eine Abnahme der Reibung um 50%. Wählt man andererseits den Zapfen wesentlich kleiner, als die Bohrung des Lagers, so ist ungleichmäßigere Verteilung des Auflagedruckes in der immer dünner werdenden Schmierschicht und die Gefahr des Fressens gegeben. Bei mäßigen Flächenpressungen und unveränderlich in derselben Richtung wirkendem Druck wird im allgemeinen größeres Spiel als bei hohen Pressungen und Wechsel der Kraftrichtung oder bei Stößen zugelassen werden können.

Wenn der Druck seine Richtung nicht ändert, ist es vorteilhaft, der nichttragenden Schale reichliches Spiel zu geben, wodurch nach Abb. 1089 gleichzeitig ein Raum, in

dem sich das Öl sammelt, geschaffen werden kann. Oder es ist die genannte Schale schmaler zu halten oder endlich ganz wegzulassen. Vielfach beschränkt man sogar die tragende Schale auf einen Winkel von etwa 150 bis 120 Grad, wie z. B. an Eisenbahnwagenlagern. Denn die äußersten Schalteile erfahren nur geringe Pressungen und nehmen einen kleinen Betrag des Gesamtdruckes auf, erhöhen dagegen die Reibung in verhältnismäßig starkem Maße.

e) Einfluß der Baustoffe und der Bearbeitung.

Wie oben ausgeführt, kommen Zapfen und Lagerschalen im Gebiet der trockenen und halbflüssigen Reibung in unmittelbare, metallische Berührung, sind dagegen durch eine Ölschicht getrennt, wenn sie unter flüssiger Reibung aufeinander laufen. Dann ist nur das verwandte Schmiermittel für die Reibung maßgebend. Immerhin sei auf die praktisch erheblichen Unterschiede aufmerksam gemacht, die Stribeck bei seinen Versuchen an dem gußeisernen Lager, Abb. 1097, und einem anderen feststellte,

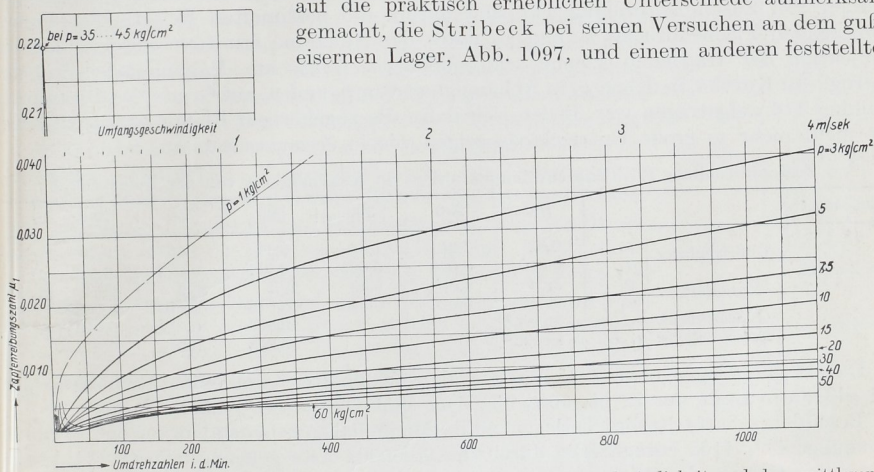


Abb. 1105. Zapfenreibungszahl μ_1 in Abhängigkeit von der Zapfengeschwindigkeit und dem mittleren Flächendruck an einem Magnolialager. (Nach Stribeck.)

das mit Magnoliametall ausgegossen war, einem weichen Weißmetall aus Blei, Zinn und Antimon mit wenig mehr als 200 kg/cm^2 Festigkeit an der Quetschgrenze. Das Lager hatte 70 mm Bohrung und 70 mm Schalenlänge, besaß Ringschmierung und ergab Reibungszahlen, die in Abb. 1105 in Abhängigkeit von den Umläufen in der Minute oder von der Umfangsgeschwindigkeit, in Abb. 1106 aber in Abhängigkeit von den mittleren Auflagedrücken aufgetragen sind. Beide Abbildungen sind zum leichteren Vergleich in demselben Maßstabe gehalten, wie die für das Sellerslager mit gußeisernen Schalen geltenden Abb. 1098 und 1102. Zunächst ist die Reibungsziffer μ_0 der trockenen Reibung, die beim Anlaufen in Frage kommt, beim Magnolialager nach der Zahlenreihe:

$p =$	2...35	35...45	45...55	60 kg/cm^2
$\mu_0 =$	0,21	0,22	0,23	0,24

in geringem Maße abhängig von der Pressung, aber wesentlich größer als am Sellerslager mit durchweg $\mu_0 = 0,14$. Beim Inbetriebsetzen sinkt jedoch die Reibungszahl μ_1 am Magnolialager viel rascher unter erheblicher Einschränkung der Gebiete halbflüssiger Reibung auf einen nur etwa halb so großen Wert von $\mu_{1 \text{ min}} = 0,0017$ gegenüber 0,0035 in der gußeisernen Schale. Dagegen liegt μ_1 am Magnolialager nach Eintritt flüssiger Reibung durchweg höher, vgl. Abb. 1105 mit 1098. Auch die folgenden Zahlenreihen zeigen das deutlich, die für 2 und 4 m/sec Umfangsgeschwindigkeit bei verschiedenen Auflagedrücken gelten:

Zusammenstellung 116. Zapfenreibungszahlen μ_1 in Abhängigkeit von der Umfangsgeschwindigkeit v und dem Flächendruck p .

$$v = 2 \text{ m/sek}$$

Flächenpressung $p =$	1	2	3	6	10	15	20 kg/cm ²
μ_1 am Magnolialager	0,051	0,0355	0,0299	0,0196	0,0138	0,0105	0,0090
μ_1 am Gußeisenlager	0,032	0,0218	0,0172	0,0115	0,0086	0,0061	0,0055
$v = 4 \text{ m/sek}$							
μ_1 am Magnolialager			0,0406	0,0262	0,0185	0,0138	0,0114
μ_1 am Gußeisenlager			0,0237	0,0160	0,0118	0,0090	0,0076

Im Durchschnitt ist das Verhältnis der Zapfenreibungszahlen beider Lager bei gleicher Flächenpressung 1,6 : 1.

Zur Beurteilung der Reibungsverluste an ganzen Lagern müssen freilich statt der Zahlen für gleichen Flächendruck diejenigen bei gleichen Gesamtlasten herangezogen werden. In Zusammenstellung 117 sind darum die bestimmten Belastungen P entsprechenden Flächendrücke p_1 und p_2 unter der Annahme ermittelt worden, daß die Projektion der tragenden Fläche am Sellerslager 7·23, am Magnolialager 7·7 cm² betrug. An Kurven, in denen μ_1 in Abhängigkeit von p_1 und p_2 auf Grund der Zusammenstellung 116 aufgetragen war, ließen sich dann die zugehörigen Reibungszahlen finden, die nicht mehr so große Unterschiede zeigen wie in Zusammenstellung 116.

Zusammenstellung 117. Zapfenreibungszahl μ_1 in Abhängigkeit von der Belastung P .

Belastung P	100	200	300	500	750	1000	kg	
$v = 2 \text{ m/sek}$	Gußeisenlager	p_1 .	0,62	1,24	1,86	3,11	4,66	6,22 kg/cm ²
		μ_1	0,040	0,029	0,023	0,017	0,013	0,011
	Magnolialager	p_2 .	2,04	4,08	6,13	10,2	15,3	20,4 kg/cm ²
		μ_1 .	0,035	0,025	0,019	0,013	0,010	0,0089
$v = 4 \text{ m/sek}$	Gußeisenlager	μ_1 bei p_1 kg/cm ²			0,023	0,019	0,016	
	Magnolialager	μ_1 bei p_2 kg/cm ²			0,018	0,014	0,011	

Das Magnolialager erweist sich sogar als vorteilhafter, weil seine Reibungszahlen bei gleicher Last um 12 bis 30% niedriger sind als die des Gußeisenlagers.

Besonders scharf tritt die Überlegenheit des Magnolialagers in den Kurven der Abb. 1106 gegenüber Abb. 1102 zutage: Die durch die fallenden Äste gekennzeichneten praktisch wertvollen Gebiete der flüssigen Reibung sind viel ausgedehnter und die Übergänge zur halbflüssigen viel allmählicher!

Die Unterschiede lassen sich hydrodynamisch durch verschieden große Lagerspiele erklären. Formel (316) würde aus den beiden Werten für $\mu_{1 \min}$ Spiele von:

$$s = \frac{\mu_{1 \min} \cdot d \cdot l}{1,02 \cdot \sqrt{(4d + l)(d + l)}}$$

errechnen lassen, die sich im Falle des Magnolialagers zu:

$$s = \frac{0,0017 \cdot 7 \cdot 7}{1,02 \cdot \sqrt{(4 \cdot 7 + 7)(7 + 7)}} = 0,00365 \text{ cm} \quad \text{oder} \quad 0,037 \text{ mm},$$

im Falle des Sellerslagers mit gußeisernen Schalen zu:

$$s = \frac{0,0035 \cdot 7 \cdot 23}{1,02 \cdot \sqrt{(4 \cdot 7 + 23)(7 + 23)}} = 0,014 \text{ cm} \quad \text{oder} \quad 0,14 \text{ mm}$$

ergeben und die entweder durch die Herstellung oder durch das Einlaufen, bei dem sich wahrscheinlich das Weißmetall dem Zapfen viel weitgehender anschmiegt, entstanden sein können. Leider ist an Hand dieser Größen eine Nachprüfung der Theorie nicht möglich, da die Lagerspiele nicht ermittelt worden sind. Auch war die Voraussetzung bei der Ableitung der Formel, daß die Tragfläche genau halbzylindrisch und ununterbrochen sei, nicht erfüllt; denn beide Lager hatten Schmiernuten, die die Ausbildung zusammenhängender Schmierschichten erschwerten.

Hervorzuheben ist ferner noch, daß der höchste Flächen-
druck, der an der gußeisernen Schale $22,6 \text{ kg/cm}^2$ betrug, beim
Magnolialager auf 60 kg/cm^2 gesteigert werden konnte.

Beträchtlichen Einfluß hat der Werkstoff beim Einlaufen
eines Lagers. Zapfen und Lager passen selbst bei genauester
Bearbeitung und sorgfältigstem Zusammenbau infolge der
Verbiegungen im Betriebe nie völlig zusammen; alle Zapfen
müssen einlaufen. Mäßig belastete tun das von selbst wäh-
rend des Arbeitens. Wichtige, hoch belastete nimmt man
unter vorsichtiger Steigerung der Belastung und, sofern nicht
flüssige Reibung in Betracht kommt, unter allmählicher Er-
höhung der Geschwindigkeit bei ständiger Beobachtung des
Wärmezustandes der Lager in Betrieb. Gewöhnlich stellt man
die Temperatur durch Anfühlen fest; an wichtigen Lagern sollte
diese aber möglichst nahe der Lauffläche durch Thermometer
verfolgt werden können. Schreitet der Einlaufvorgang richtig
fort, so steigt die Temperatur beim Übergang zu einer höheren
Belastungsstufe zunächst vorübergehend, sinkt dann aber lang-
sam und stetig ab; Störungen machen sich sofort durch Wieder-
ansteigen bemerkbar. Harte Werkstoffe, wie Gußeisen und
Bronze, passen sich durch Abschleifen, weiche durch Weg-
quetschen der Unebenheiten den Zapfen an. Von den für die
Schalen in Betracht kommenden wichtigeren: Stahl, Guß-
eisen, Bronze, Messing und Weißmetall, letzteres in Form von
Ausgüssen benutzt, läuft der Stahl, insbesondere in gehärtetem
Zustande, nur sehr wenig und äußerst langsam ein. Stahl-
schalen müssen also von vornherein so sorgfältig wie möglich
ausgeführt werden. Auch Gußeisen braucht lange Zeit zum
Einlaufen. Viel günstiger verhalten sich die angegebenen
Legierungen, insbesondere Weißmetall. Nach den Unter-
suchungen von Charpy [XV, 13] bestehen sie aus harten Kri-
stallen, die bei hoher örtlicher Flächenpressung in die weichere
Grundmasse eingedrückt werden und ein rasches und anscheinend
sehr vollkommenes Anpassen der Schalen an den Zapfen
bewirken, wie die niedrigen Kleinstwerte der Reibungszahlen
in Abb. 1105 im Vergleich mit denjenigen in Abb. 1098 an-
deuten. Zugleich werden die Zapfen nicht so leicht, wie bei
den Schleifvorgängen an härteren Baustoffen angegriffen. Das
geht so weit, daß die weiche Grundmasse der Weißmetallager
im Falle des Warmlaufens im Betriebe ohne Beschädigung
der Zapfen zum Teil schmelzen und ausfließen kann, während
bei härteren Schalen unbedingt Fressen eintreten würde. Sehr
weiche Stoffe dagegen, wie reines Blei, sind als Lagermetalle
ungeeignet, weil sie an den Zapfen haften und „schmie-
ren“. Auch einander ähnliche, zähe Baustoffe, wie weicher
Flußstahl auf weichem Flußstahl oder auf Stahlguß müssen
vermieden

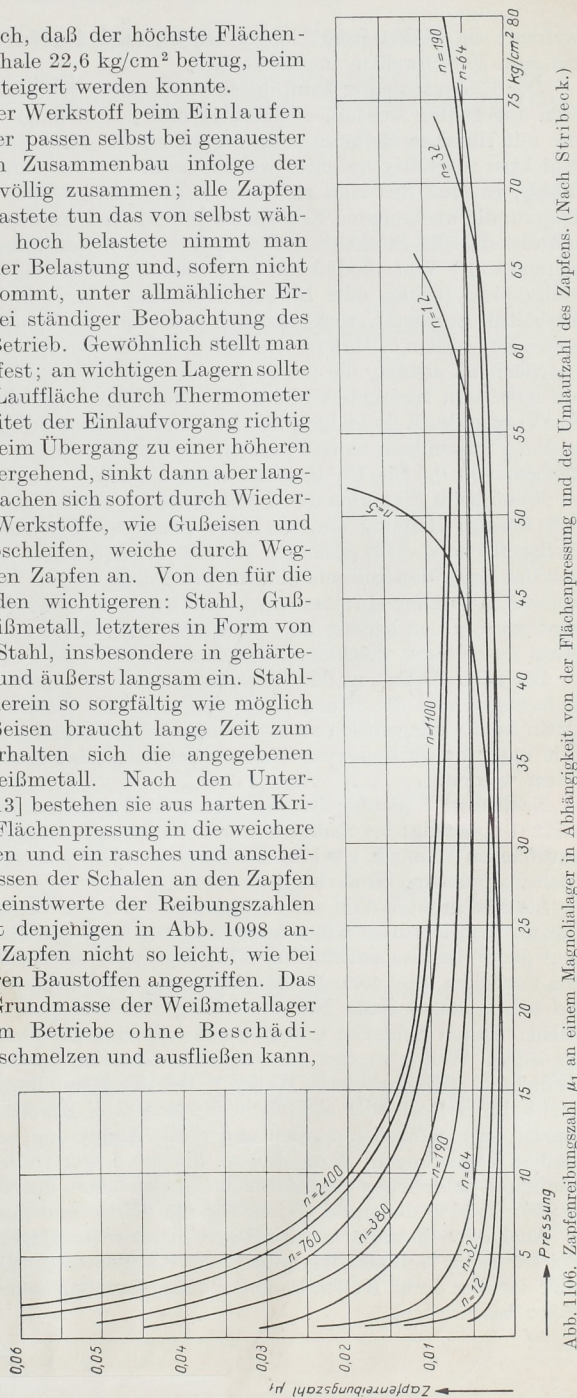


Abb. 1106. Zapfenreibungszahl μ_1 an einem Magnolialager in Abhängigkeit von der Flächenpressung und der Umlaufzahl des Zapfens. (Nach Striebeck.)

werden; sie bilden leicht längere Späne und fressen sich dann bald vollständig, oft bis zum Verschweißen ineinander ein.

Der Einlaufvorgang kann durch vorsichtiges Nachschaben der Stellen, die am stärksten angegriffen werden, unterstützt und beschleunigt werden, wobei aber an Lagern, die mit flüssiger Reibung arbeiten sollen, die Möglichkeit der Ausbildung keiliger Ölschichten sorgfältig beachtet werden muß. Ein zu weitgehendes sattes Einpassen wäre falsch; es muß das zum richtigen Laufen nötige Spiel gewahrt bleiben. (Anders bei Lagern, die wechselnden Kräften ausgesetzt sind, an denen das Entweichen des Schmiermittels, das die Stöße zu dämpfen hat, durch möglichst dichtes Einpassen verhindert werden soll!) Vorteilhaft kann die Anwendung feinsten Graphits oder noch besser Kolloidalgraphits (Oiltag oder Kollag) beim Einlaufen sein. Dem Schmieröl in bestimmtem Verhältnis zugesetzt, wirkt ersterer polierend, darf jedoch nur mit großer Vorsicht angewendet werden, während sich der zweite in den Vertiefungen der Zapfen und Lageroberflächen festsetzt, die Größe der Unebenheiten nach Schätzung von Falz bis herab auf 0,001 mm vermindert und so das frühe Einsetzen der flüssigen Reibung begünstigt. Der Vorzug des Kolloidalgraphits ist, praktisch aschefrei zu sein und deshalb keine Schleifwirkung auszuüben, so daß er dem Öl, das allerdings säurefrei sein muß, dauernd in Mengen von 0,5 bis 1% zugefügt werden kann.

Wenn beim Einlaufen die Unebenheiten der Oberflächen so ausgeglichen worden sind, daß flüssige Reibung eintritt, oder wenn der Flächendruck unter Vergrößerung der Auflagefläche so weit gesunken ist, daß der Werkstoff nicht mehr angegriffen wird, behält das Lager dauernd seine Form. Wird diese Grenze nicht erreicht, so tritt im Betriebe weitere Abnutzung ein; das Lager muß nachstellbar gemacht werden. Die Abnutzung wird man an den leichter zu ersetzenden Teil, d. i. meist die Lagerschale, verlegen; sie pflegt deshalb aus weicherem, der Zapfen aus härterem Werkstoff hergestellt zu werden.

Bei jeder Änderung der Belastung muß der Zapfen wegen der eintretenden Formänderungen und der neuen Lage, die er in der Schale annimmt, wiederum einlaufen. Darin ist die gelegentlich zu beobachtende Erscheinung begründet, daß Lager, die lange Zeit unter hoher Belastung einwandfrei liefen, bei der Umstellung auf geringere Last warm werden.

Nach dem Einlaufen ist das Verhalten des Lagers im wesentlichen vom Schmiermittel abhängig; bei mangelhafter Schmierung oder wenn Unreinigkeiten zwischen die Laufflächen gelangen, gewinnt der Werkstoff der Lagerschalen aber wieder im günstigen oder ungünstigen Sinne Einfluß.

Stets ist größter Wert auf weitgehendste Glätte der Laufflächen zu legen, namentlich an dem aus dem widerstandsfähigeren Werkstoff bestehenden Teile, in der Mehrzahl der Fälle also am Zapfen. Das begründet neben der meist hohen Beanspruchung auf Festigkeit die vorzugweise Benutzung von dichtem Flußstahl für die Zapfen und die häufig angewandte Einsatzhärtung zur Erzeugung einer besonders harten Oberfläche. Durch Schleifen und Polieren läßt sich an derselben die größtmögliche Glätte erreichen. Wellen werden aus ähnlichen Gründen durch Kaltwalzen an der Oberfläche verdichtet. (Komprimierte Wellen.) Bei der Herstellung rauh gebliebene oder im Betriebe durch Rost oder elektrische Ströme rauh gewordene Zapfen können den Lagerschalen sehr gefährlich werden und große Abnutzung bedingen. Rost erzeugt unregelmäßige Vertiefungen; Kurzschlüsse, die das Lager treffen, lassen die Zapfenoberfläche häufig mit zahlreichen punktförmigen Unebenheiten übersät erscheinen. Ein beschädigter Zapfen ist eine dauernde Gefahr für die Schale und den Betrieb.

Auch die Schalenflächen verdichtet man zweckmäßigerweise auf mechanischem Wege: Bei stärkeren Weißmetallaussgüssen vor der Bearbeitung durch gleichmäßiges Hämmern oder nachher durch Kaltwalzen oder durch Durchpressen eines Dornes, wie an Abb. 1467 näher beschrieben.

D. Reibungsmoment, Reibungsarbeit und Ausstrahlung.

Zur Überwindung der Zapfenreibung $P \cdot \mu_1$ ist ein Reibungsmoment M_R nötig, das je nach der Form des Zapfens verschieden groß ausfällt. Am zylindrischen Tragzapfen, Abb. 1074, greift die Reibung an einem Hebelarm $\frac{d}{2}$ an, so daß:

$$M_R = P \cdot \mu_1 \cdot \frac{d}{2} \quad (318)$$

ist; an einem kegelförmigen, Abb. 1078, darf der mittlere Halbmesser eingesetzt werden:

$$M_R = P \cdot \mu_1 \cdot \frac{d_1 + d_2}{4} \quad (319)$$

Aus dem Reibungsmoment erhält man die sekundliche Reibungsarbeit A_R durch Multiplikation mit der Winkelgeschwindigkeit:

$$A_R = M_R \cdot \omega. \quad (320)$$

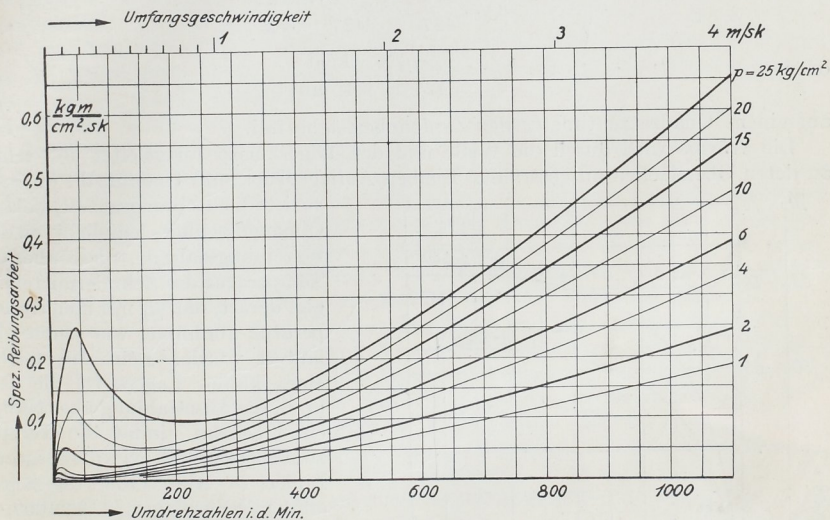


Abb. 1107. Spezifische Reibungsarbeit am Sellerslager, Abb. 1097, in Abhängigkeit von Umfangsgeschwindigkeit und spezifischem Flächendruck. (Nach Stribeck.)

Für die wichtigste Form, den zylindrischen Tragzapfen, wird durch Einsetzen der Werte:

$$A_R = P \cdot \mu_1 \cdot \frac{d}{2} \cdot \omega = P \cdot \mu_1 \cdot v = p \cdot f' \cdot \mu_1 \cdot v, \quad (321)$$

wenn v die Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens bedeutet und die Belastung P oder der Flächendruck p dauernd denselben Wert hat. Wächst und sinkt P während jeder Umdrehung regelmäßig, so sind die mittleren Werte P_m und $p_m = \frac{P_m}{f'}$ einzusetzen, weil es sich um die Ermittlung einer Arbeit handelt. Um an diesen Umstand zu erinnern, wurde in den folgenden, auf die Reibungsarbeit bezüglichen Formeln P_m und p_m benutzt.

Bei der Ermittlung der Lagertemperatur ist es zweckmäßig, die sekundliche Reibungsarbeit wegen des leichteren Vergleichs mit der Ausstrahlung des Lagers auf die Einheit der Zapfenoberfläche zu beziehen. Sie sei als spezifische Reibungsarbeit mit a_{Ro} bezeichnet und ergibt sich aus:

$$a_{Ro} = \frac{A_R}{\pi \cdot d \cdot l} = \frac{A_R}{\pi \cdot f'} = \frac{p_m \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi} \quad (322)$$

In Pferdestärken ausgedrückt, wird die Leistung, die ein Zapfen durch Reibung verbraucht:

$$N_R = \frac{A_R}{75} = \frac{P_m \cdot \mu_1 \cdot v}{75} = \frac{p_m \cdot f' \cdot \mu_1 \cdot v}{75} = \frac{\pi \cdot a_{R0} \cdot f'}{75} \text{ PS.} \quad (923)$$

Wie sich die spezifische Reibungsarbeit bei verschiedenen Drehzahlen oder Umfangsgeschwindigkeiten am Sellerslager Abb. 1097 änderte, zeigt Abb. 1107. Im Gebiet der halbflüssigen Reibung steigt die Arbeit von Null auf einen Höchstwert; fällt dann aber infolge der rasch abnehmenden Reibungszahl wieder und nimmt im Gebiet der flüssigen Reibung bei wachsender Geschwindigkeit stetig zu. Sehr ausgeprägt ist dieser Verlauf bei höherem Flächendruck.

Der größte Teil der Reibungsarbeit wird in Wärme verwandelt; nur ein sehr geringer entfällt auf mechanische Abnutzung und anderes. Unter der Annahme, daß sie vollständig in Wärme übergeht, werden am Zapfen insgesamt:

$$Q = \frac{A_R}{427} = \frac{P_m \cdot \mu_1 \cdot v \text{ kcal}}{427 \text{ sek}} \quad (924)$$

oder

$$q_0 = \frac{p_m \cdot \mu_1 \cdot v \text{ kcal}}{427 \cdot \pi \text{ sek} \cdot \text{cm}^2} \quad (925)$$

auf einem Quadratzentimeter der Zapfenoberfläche frei.

Die Wärme wird durch die Welle und den Lagerkörper fortgeleitet und schließlich an deren Oberflächen ausgestrahlt. Bleiben Auflagedruck und Umlaufzahl unverändert,

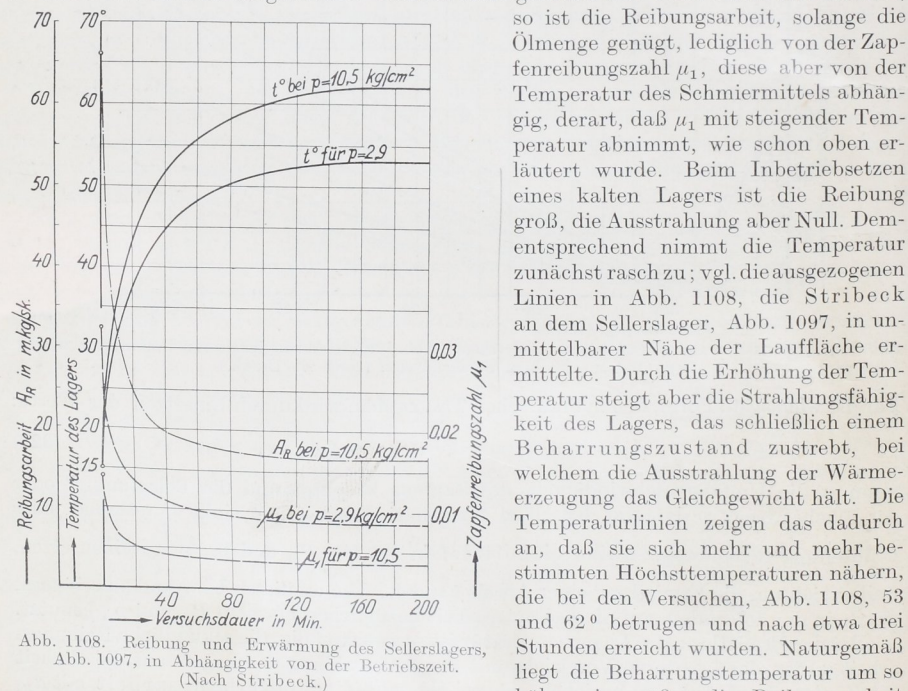


Abb. 1108. Reibung und Erwärmung des Sellerslagers, Abb. 1097, in Abhängigkeit von der Betriebszeit. (Nach Stribeck.)

ist; vgl. Abb. 1103 und 1104, in denen die gestrichelten Linien, welche die rechten Endpunkte der ermittelten Kurven verbinden, die Beharrungstemperaturen für die verschiedenen Auflagedrucke, die Linien *AB* aber die zugehörigen Reibungsarbeiten und damit

so ist die Reibungsarbeit, solange die Ölmenge genügt, lediglich von der Zapfenreibungszahl μ_1 , diese aber von der Temperatur des Schmiermittels abhängig, derart, daß μ_1 mit steigender Temperatur abnimmt, wie schon oben erläutert wurde. Beim Inbetriebsetzen eines kalten Lagers ist die Reibung groß, die Ausstrahlung aber Null. Dementsprechend nimmt die Temperatur zunächst rasch zu; vgl. die ausgezogenen Linien in Abb. 1108, die Stribeck an dem Sellerslager, Abb. 1097, in unmittelbarer Nähe der Lauffläche ermittelte. Durch die Erhöhung der Temperatur steigt aber die Strahlungsfähigkeit des Lagers, das schließlich einem Beharrungszustand zustrebt, bei welchem die Ausstrahlung der Wärmeerzeugung das Gleichgewicht hält. Die Temperaturlinien zeigen das dadurch an, daß sie sich mehr und mehr bestimmten Höchsttemperaturen nähern, die bei den Versuchen, Abb. 1108, 53 und 62° betragen und nach etwa drei Stunden erreicht wurden. Naturgemäß liegt die Beharrungstemperatur um so höher, je größer die Reibungsarbeit

die Ausstrahlungen angeben. Beispielweise ist in Abb. 1104 bei 760 Umläufen in der Minute die Beharrungstemperatur für den Endpunkt C des Versuchs mit $p_m = 2,9 \text{ kg/cm}^2$ 53°, die Zapfenreibungszahl $\mu_1 = 0,0087$ und die Reibungsarbeit:

$$A_R = p_m \cdot f' \cdot \mu_1 \cdot v = 2,9 \cdot 7 \cdot 23 \cdot 0,0087 \cdot 2,79 = 11,3 \frac{\text{kgm}}{\text{sek}},$$

entsprechend dem Punkte D . Ebenso groß ist, da sich das Lager im Beharrungszustand befindet, die Wärmeabgabe an die umgebende Luft durch die Ausstrahlung, die im Wärmemaß ausgedrückt:

$$Q = \frac{A_R}{427} = \frac{11,3}{427} = 0,0265 \frac{\text{kcal}}{\text{sek}}$$

beträgt.

Bewegung der Teile verstärkt die Wärmeabgabe wesentlich; so werden z. B. der Kurbelzapfen einer Dampfmaschine oder die Triebwerkteile einer Lokomotive viel kräftiger gekühlt als ein ruhendes Lager; sie vertragen daher größere Auflagedrucke und Geschwindigkeiten. Als Grenze dürfen an Lagern bei Dauerbetrieb 70 bis 80, äußerstenfalls 100°, im abfließenden Öl oder unmittelbar an der Lauffläche gemessen, betrachtet werden. An wichtigeren Lagern sollte immer die Möglichkeit, diese Temperatur zu beobachten, durch eine Bohrung für ein Thermometer vorgesehen sein.

Wird die Temperaturgrenze überschritten, so muß der Konstrukteur für die Abführung der überschüssigen Wärme sorgen. Das ist möglich durch:

1. Künstliche Vergrößerung der ausstrahlenden Oberfläche. Soweit es der Preis für die Maschine zuläßt, soll man den Lagern reichlichen Umfang und kräftige Formen geben. Oft kann die Ausstrahlung durch geräumige Ausbildung des Ölbehälters verstärkt werden, wodurch das umlaufende Öl Gelegenheit findet, die am Zapfen aufgenommene Wärme rasch wieder abzugeben. Wo auf das Aussehen kein Wert gelegt zu werden braucht, bieten außen aufgesetzte Rippen ein sehr wirksames Mittel.

2. Künstliche Kühlung durch fließendes Wasser. Die Lagerschalen oder der Lagerkörper sind zwecks Durchleitung von Wasser hohl auszubilden, oder schmiedeeiserne Röhren, durch welche Wasser läuft, in die Lagerschale einzuzieße. Wasserkühlung ist konstruktiv immerhin umständlich und verlangt sorgfältige Instandhaltung der Teile, weil Wasser, das infolge von Undichtheiten in das Öl gelangt, die Schmierung erheblich beeinträchtigen, ja völlig unterbinden kann. Bei großen Maschinen wird Wasserkühlung häufig vorgesehen, um Störungen begegnen zu können, selbst wenn im normalen Betriebe das Erreichen der Grenztemperatur nicht zu erwarten ist und die Kühlung deshalb gewöhnlich nicht angestellt wird.

3. Abführung der Wärme durch das Öl (Spülschmierung). Das Öl wird in geschlossenem Kreislauf in solcher Menge zugeführt, daß es die überschüssige Wärme aufnehmen kann und wird immer wieder zurückgekühlt. Beispiele dafür bieten die Lager der mittleren und großen Dampfturbinen, die mit sehr hohen Geschwindigkeiten laufen. Spülschmierung gibt konstruktiv einfache Lager, verlangt aber besondere Kühlvorrichtungen und Ölpumpen.

IV. Berechnung der Tragzapfen.

Die Berechnung muß auf verschiedene Weise erfolgen, je nachdem ob der Zapfen A. bei geringen Umfangsgeschwindigkeiten oder bei Wechselkräften im Gebiet der halbflüssigen Reibung arbeitet oder

B. bei stetig in einer Richtung wirkender Belastung und genügender Geschwindigkeit unter flüssiger Reibung läuft. Bei der noch sehr unvollkommenen Theorie der halbflüssigen Reibung ist man im Falle A vorläufig auf Vergleichsrechnungen unter Benutzung von Erfahrungswerten angewiesen.

A. Berechnung von Tragzapfen, die unter halbflüssiger Reibung arbeiten.

Beispiele sind die Kurbel- und Kreuzkopfzapfen und die meisten Wellenzapfen der Kraft- und Arbeitsmaschinen mit hin- und hergehender Kolbenbewegung, die langsam laufenden Zapfen an Hebermaschinen, Förderanlagen, Werkzeugmaschinen, Walzwerken u. a.

1. Berechnung auf Flächendruck.

Bei der Wahl des zulässigen mittleren Flächendrucks, bezogen auf die Projektion f' der Lagerschale auf einer zur Krafrichtung senkrechten Ebene:

$$p = \frac{P}{f'} \quad (306)$$

ist wegen der Erhaltung der Ölschicht für P stets der größte, längere Zeit wirkende Druck einzusetzen. Ferner sind zu beachten: Die Baustoffe des Zapfens und der Lagerschale, die Sorgfalt der Bearbeitung und des Zusammenbaues, der Zustand der Oberflächen, die Schmierung, die Art des Betriebes, die Umfangsgeschwindigkeit, die Abnutzung. Von den Baustoffen ist der weniger widerstandsfähige oder weichere maßgebend; z. B. bei gußeisernen Zapfen in Bronzeschalen oder bei Stahlzapfen auf Gußeisen, das empfindlichere Gußeisen. Je glatter und gleichmäßiger die Oberflächen sind, und je genauer sie unter Wahrung der nötigen Ölluft zueinander passen, um so höhere Flächendrucke sind zulässig. Die Schalen für hoch belastete, wechselnden Kräften ausgesetzte Zapfen werden, wie schon einmal angedeutet, zweckmäßigerweise beim Zusammenbau den Zapfen durch Einschaben an den tragenden Flächen so vollkommen wie möglich angepaßt, um die dämpfende Wirkung der Ölschichten zu erhöhen. Vorteilhaft ist der Wechsel der Krafrichtung in bezug auf die Beförderung des Umlaufes des Schmiermittels, das durch das „Atmen“ des Lagers jeweils von der belasteten Seite auf die unbelastete gedrückt wird. Solche Zapfen vertragen höhere Pressungen als langsam laufende, ständig auf einer Seite anliegende. Bei diesen beruht die Zuführung des Schmiermittels lediglich auf dessen Haftfähigkeit, sofern dasselbe nicht unter Druck zugeleitet werden kann. Je größer die Umfangsgeschwindigkeit eines dauernd laufenden Zapfens ist, um so niedriger muß p gewählt werden, um nicht die Grenze der Erwärmung zu erreichen, vgl. hierzu die Ausführungen zu 3.

Für den zylindrischen Stirnzapfen, Abb. 1074, vom Durchmesser d und der Länge l geht die Formel für den mittleren Auflagedruck:

$$p = \frac{P}{f'} \quad (326)$$

$$p = \frac{P}{d \cdot l},$$

über in:

vorausgesetzt, daß die Lagerschale auf dem halben Umfange anliegt.

p soll an ständig sich drehenden Zapfen bei sorgfältiger Ausführung, sofern die Erwärmung nicht geringere Werte bedingt, im allgemeinen folgende Grenzen nicht überschreiten:

Zusammenstellung 118. Flächendrucke an Zapfen, die unter halbflüssiger Reibung laufen.

Stahl auf Gußeisen	25—30	kg/cm ²
Stahl auf Rotguß, Messing	50	„
Stahl, ungehärtet auf Bronze	50	„
Stahl, gehärtet und geschliffen auf Bronze	80	„
Stahl, ungehärtet auf Weißmetall	60	„
Stahl, gehärtet und geschliffen auf Weißmetall	90	„
Stahl auf Stahl, gehärtet und geschliffen	150	„
An den Gelenken der Lokomotivkuppelstangen, die sich nicht gegeneinander bewegen, Stahl auf Bronze	bis 350	„

An sehr langsam und mit häufigen Unterbrechungen arbeitenden Zapfen, z. B. von Seil- und Kettenrollen oder an nur schwingenden Zapfen, bei denen die Abnutzung keine Bedeutung hat, kann man die Drucke bei Gußeisen, Rotguß und Bronze zwei- bis dreimal so groß nehmen, wie oben angegeben.

Sonderwerte:

Kurbelzapfen an Dampfmaschinen auf Weißmetall	60—70	kg/cm ²
Kurbelzapfen an Fördermaschinen auf Weißmetall	90—120	„
Kurbelzapfen an Verbrennungsmaschinen auf Weißmetall	100—120	„
Kurbelzapfen an Maschinen auf Schnelldampfern	40—50	„
Kurbelzapfen an Torpedobootmaschinen	60—70	„
Kurbelzapfen an Lokomotiven	115—140	„
Kurbelzapfen an Lokomotiven, auf den vollen Kesseldruck gerechnet, bis zu	175	„
Kurbelzapfen an Stanzen und Lochmaschinen, Stahl auf Bronze	200	„
Wellenzapfen an Dampfmaschinen, Stahl auf Weißmetall	15—25	„
Wellenzapfen an Fördermaschinen unter Berücksichtigung des Eigengewichts der Welle mit Trommel und des Seilzuges	20—28	„
Wellenzapfen an Gasmaschinen, Stahl auf Weißmetall	bis 30	„
Wellenzapfen an Maschinen auf Schnelldampfern, Stahl auf Weißmetall	16—22	„
Wellenzapfen an Kriegsschiffsmaschinen, Stahl auf Weißmetall	18—25	„
Wellenzapfen an Torpedobootmaschinen, Stahl auf Weißmetall	28—38	„

Für die nur schwingenden Kreuzkopfzapfen gilt:

an Dampfmaschinen, Stahl auf Bronze	80—90	kg/cm ²
an Fördermaschinen, Stahl auf Bronze	100—130	„
an Gasmaschinen, Stahl auf Bronze	100—150	„
an Lokomotiven, Stahl auf Bronze	150—250—300	„
an Torpedobootmaschinen, Stahl auf Bronze	120—150	„

Bei diesen Werten, mit Ausnahme des Falles, daß gehärteter Stahl auf gehärtetem Stahl ruht oder mit geringer Geschwindigkeit läuft, tritt Abnutzung ein; die Lager müssen deshalb nachstellbar eingerichtet werden, wenn kein Spiel entstehen darf.

2. Berechnung auf Festigkeit.

Ruhigen Lauf vorausgesetzt, sind der Festigkeitsrechnung die größten auftretenden Kräfte, selbst, wenn sie nur ganz kurze Zeit wirken, und die Werte der Zusammenstellung 2, S. 12 unter Berücksichtigung der Art der Beanspruchung, ob schwellend oder wechselnd, zugrunde zu legen. Bei stoßweisem Betriebe, an Pumpen, Stanzen usw. sind jene Werte auf ²/₃ bis ¹/₂ zu ermäßigen. Die Kraft für die Festigkeitsrechnung wird also nicht selten eine andere sein, wie die für die Ermittlung des Flächendrucks, vgl. Zahlenbeispiel 2.

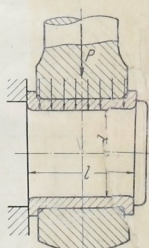


Abb. 1109. Zur Berechnung eines Stirnzapfens.

Der zylindrische Stirnzapfen, Abb. 1109, darf als einseitig eingespannter Körper betrachtet werden und ist demnach, gleichmäßige oder zur Zapfenmitte symmetrische Verteilung der Flächenpressung vorausgesetzt, auf das Biegemoment:

$$M_b = \frac{P \cdot l}{2} = W \cdot \sigma_b = k_b \cdot W$$

zu berechnen, woraus sich bei angenommener Form die Beanspruchung oder umgekehrt das Widerstandsmoment W bestimmen läßt. Für den wichtigsten Fall, den vollen Zapfen, wird:

$$\sigma_b = \frac{16 Pl}{\pi d^3} \approx \frac{5 \cdot Pl}{d^3} \tag{327}$$

oder:
$$W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{Pl}{2 \cdot k_b} \quad \text{und} \quad d = \sqrt[3]{\frac{5 P \cdot l}{k_b}} \tag{328}$$

In Verbindung mit Formel (326) ergibt sich eine Beziehung zwischen dem Durchmesser und der Länge, welche das Verhältnis beider und damit die Form des Zapfens so zu wählen gestattet, daß die Festigkeit und der zulässige Auflagedruck möglichst vollständig ausgenutzt werden. Aus $P = \frac{k_b \cdot d^3}{5 l} = p \cdot d \cdot l$ folgt nämlich:

$$\frac{l}{d} \approx \sqrt{\frac{k_b}{5 p}} \tag{329}$$

Hervorgehoben sei aber, daß diese Formel lediglich für zylindrische Stirnzapfen und zwar unter der Voraussetzung gilt, daß die Kraft für die Berechnung auf Biegung die gleiche, wie für diejenige auf Flächendruck ist und daß sich schließlich die Sicherheit gegen Warmlaufen bei der Nachrechnung genügend groß ergibt. Den Zusammenhang zwischen den Größen der Formel (329) verdeutlicht auch Zusammenstellung 119, in der die zu bestimmten Flächendrücken p und Verhältnissen $\frac{l}{d}$ gehörigen

Biegespannungen σ_b berechnet sind. Aus ihr geht deutlich hervor, daß höherer Flächendruck kurze, dicke Zapfen bedingt oder daß lange Zapfen nur niedrigen Flächendruck vertragen, wenn die Biegespannung nicht sehr hoch werden soll. Will man für k_b mindestens 350 kg/cm^2 zulassen, aber unter 800 kg/cm^2 bleiben, so sind die durch das eingerahmte Gebiet gekennzeichneten Zapfen zweckmäßig.

Zusammenstellung 119. Zusammenhang zwischen dem Flächendruck p , dem Verhältnis $\frac{l}{d}$ und der Beanspruchung auf Biegung σ_b an zylindrischen Stirnzapfen.

$p =$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	120	150	kg/cm^2	
$\frac{l}{d} =$	1	50	100	150	200	250	300	σ_b 350	400	450	500	600	750	kg/cm^2
	1,2	72	144	216	288	360	432	504	576	648	720	862	1080	„
	1,5	89	178	267	356	445	534	623	712	801	890	1068	„	
	1,8	162	324	486	648	810	972	1130	1296	„	„	„	„	
	2,0	200	400	600	800	1000	1200	„	„	„	„	„	„	
	2,2	242	484	725	967	1210	„	„	„	„	„	„	„	
	2,4	288	577	865	1150	„	„	„	„	„	„	„	„	

Am Gabelzapfen, Abb. 1110, dessen gefährlicher Querschnitt in der Mitte liegt, wird — wiederum unter Annahme gleichmäßiger Verteilung des Flächendrucks, sowohl an den Lauf-, wie an den Stützflächen:

$$M_b = \frac{P}{2} \left[\left(\frac{l+l_1}{2} \right) - l \right] = \frac{P}{8} (l + 2l_1) = \frac{P \cdot L}{8},$$

wenn L die Gesamtlänge des belasteten Teils des Bolzens bedeutet. Für den vollen Zapfen wird ähnlich wie oben:

$$\sigma_b = \frac{4 P \cdot L}{\pi d^3} \approx \frac{1,25 \cdot P \cdot L}{d^3} \quad (330)$$

oder:

$$W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{P \cdot L}{8 \cdot k_b} \quad \text{und} \quad d \approx \sqrt[3]{\frac{1,25 \cdot P \cdot L}{k_b}} \quad (331)$$

Mit $P = p \cdot d \cdot l$ läßt sich entsprechend der Formel (329) die Beziehung:

$$\frac{k_b \cdot d^3}{1,25 L} = p \cdot d \cdot l$$

Abb. 1110. Belastung eines Gabelzapfens.

ableiten, die mit dem vielfach üblichen Werte $L = 1,5 l$, bei welchem an den Stützflächen doppelt so hoher Flächendruck, wie an der Lauffläche zugelassen ist, übergeht in:

$$\frac{l}{d} = \sqrt{\frac{k_b}{1,88 p}} \quad (332)$$

Die Formel gestattet wieder unter der Bedingung, daß die gleiche Kraft für die Berechnung auf Biegung und Flächendruck maßgebend ist, das vorteilhafteste Verhältnis von l zu d an Gabelzapfen zu bestimmen. (Die Sicherheit gegen Warmlaufen braucht an den Gabelzapfen selten berücksichtigt zu werden, weil dieselben nur für schwingende Bewegungen in Betracht kommen.)

Zusammenstellung 120 gilt für Gabelzapfen unter den gleichen Voraussetzungen, die bei der Zusammenstellung 119 für Stirnzapfen angegeben sind. Nach der Formel (332)

und der Zusammenstellung 120 dürfen nicht beurteilt werden Zapfen an durchgehenden oder gekröpften Wellen, die meist zusammengesetzten Beanspruchungen auf Biegung, Drehung und Schubunterliegen, wie im Beispiel 8 des Abschnitts 18 näher dargetan ist.

Zusammenstellung 120. Zusammenhang zwischen dem Flächendruck p , dem Verhältnis $\frac{l}{d}$ und der Beanspruchung auf Biegung σ_b an zylindrischen Gabelzapfen.

$p =$	20	30	40	50	60	70	80	90	100	120	150	180	kg/cm ²	
	σ_b													
$\frac{l}{d} =$	1,5	84	127	169	211	254	295	338	380	422	504	633	760	kg/cm ²
	1,8	122	182	243	304	364	426	486	547	608	729	912	1092	„
	2,0	150	225	300	375	450	525	600	675	750	900	1125	„	„
	2,2	182	272	363	454	544	636	726	817	908	„	„	„	„
	2,5	234	351	468	585	702	819	936	„	„	„	„	„	„
	3,0	338	507	676	845	1014	„	„	„	„	„	„	„	„

3. Berechnung auf Sicherheit gegen Warmlaufen.

Damit ein Zapfen nicht heißläuft, darf die spezifische Reibungsarbeit:

$$a_{R0} = \frac{p_m \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi}, \quad \text{wobei} \quad v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} \quad \text{ist,}$$

nicht zu groß werden. Unter der Annahme einer unveränderlichen Zapfenreibungszahl, $\mu_1 = \text{const}$, wie für den Beharrungszustand bei höheren Wärmegraden in erster Annäherung zutrifft, ist a_{R0} verhältnismäßig $p_m \cdot v$. Dieses Produkt darf daher als maßgebend für die Erwärmung der Zapfen betrachtet werden und bestimmte Grenzen nicht überschreiten. Wechselt der Druck auf den Zapfen in seiner Größe, so ist der mittlere

Wert $p_m = \frac{P_m}{f}$ aus dem Druckverlaufe zu ermitteln. Beispielweise ist er für den Kurbelzapfen einer Dampfmaschine aus der Kolbenüberdrucklinie, Abb. 1111, unter Zurechnung der negativen Verdichtungsarbeit, also aus der gestrichelten Fläche zu bestimmen. Ist die auf den betreffenden Zapfen entfallende Leistung N einer Kolbenmaschine, etwa für den Hochdruckkurbelzapfen diejenige der Hochdruckseite einer zweiachsigen Dampfmaschine in Pferdestärken gegeben, so kann die Mittelkraft aus:

$$P_m = \frac{\rho \cdot 75 \cdot N}{c_m} \tag{333}$$

berechnet werden, wenn c_m die mittlere Kolbengeschwindigkeit und ρ eine Berichtigungszahl bedeutet, welche die Verdichtungsfläche berücksichtigt. ρ darf an Dampfmaschinen mit hoher Verdichtung zu 1,15, mit mäßiger Verdichtung zu 1,08 angenommen werden,

an Viertaktverbrennungsmaschinen wegen der Massenkräfte zu $\frac{1,5}{4} \dots \frac{1,7}{4}$, falls die Maschine einfachwirkend, zu $\frac{1,5}{2} \dots \frac{1,7}{2}$, wenn sie doppeltwirkend ist.

Führt man $v = \frac{\omega \cdot d}{2}$ ein, so ist der Nenner des Ausdrucks zum Ausgleich der verschiedenen Maßeinheiten, in denen d eingesetzt zu werden pflegt (in Metern bei der Ermittlung der Geschwindigkeit $v = \frac{\omega \cdot d}{2}$ m/sek, in Zentimetern bei der Bestimmung

Flächendrucks $p_m = \frac{P_m}{d \cdot l}$ kg/cm²), mit 100 zu multiplizieren:

$$p_m \cdot v = \frac{P_m}{l \cdot d} \cdot \frac{\omega \cdot d}{2} \cdot \frac{1}{100} = \frac{P_m \cdot \omega}{200 l} \tag{33}$$

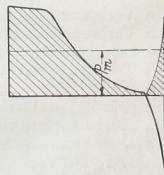


Abb. 1111. Bestimmung des mittleren Flächendrucks p_m zur Berechnung der Reibungsarbeit.

Die Formel zeigt, daß die Reibungsarbeit und die Erwärmung unabhängig vom Durchmesser d und umgekehrt verhältnismäßig der Zapfenlänge l ist, also nur durch Verlängerung des Zapfens herabgesetzt werden kann. Die Wahl eines größeren Durchmessers bei derselben Länge würde wohl den Flächendruck vermindern, aber gleichzeitig die Umfangsgeschwindigkeit steigern und damit die Reibungsarbeit unverändert lassen oder sogar vergrößern; denn nach den früheren Ausführungen, S. 633, wächst die Zapfenreibungszahl μ_1 mit zunehmender Geschwindigkeit. Ist die Belastung P und die Umdrehzahl n gegeben, so erhält man die nötige Länge des Zapfens aus:

$$l = \frac{P_m \cdot \omega}{200 \cdot p \cdot v} \approx \frac{P_m \cdot n}{2000 \cdot p \cdot v} \quad (335)$$

Als Anhalt kann dienen, daß man das Verhältnis der Länge zum Durchmesser nicht gekühlter Zapfen je nach der Umfangsgeschwindigkeit etwa wie folgt nimmt:

An Zapfen mit geringer Bewegung	$l \approx 0,25 \dots 1 d$,
bei Umfangsgeschwindigkeiten $v < 1$ m/sek	$l \approx 1,5 d$,
„ „ „ $v = 2 \dots 4$ „	$l \approx 1,8 \dots 2,5 d$,
„ „ „ $v > 5$ „	$l \approx 2,5 \dots 4 d$.

Je länger der Zapfen ist, um so besser hält sich das Öl im Lager; doch ist besonders sorgfältige Ausführung und Aufstellung und bei $l > 2d$ Verwendung sich selbst einstellender Lagerschalen empfehlenswert, bei wesentlich größerer Länge sogar geboten.

An gekühlten Zapfen ist man in der Wahl des Verhältnisses $\frac{l}{d}$ frei.

Das Produkt $p_m \cdot v$ soll die folgenden Werte nicht überschreiten:

Zusammenstellung 121. Zulässige Werte von $p_m \cdot v$ an Zapfen, die unter halbflüssiger Reibung laufen.

An Schwungrad- und Kurbelwellenlagern normaler Dampfmaschinen	15—20 $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}}$
An Verbrennungsmaschinen mit Rotgußschalen	25 „ „
An Verbrennungsmaschinen mit Weißmetallschalen	30 „ „
An Schiffsmaschinen	30—40 „ „
An Triebwerken	10—20 „ „
An Kurbelzapfen normaler Dampfmaschinen, Kompressoren, Pumpen	25—35 „ „
An gekröpften Wellen, wenn die Lagerschalen mit Weißmetall ausgegossen sind	50 „ „
An Kurbelzapfen von Schiffsmaschinen	50—70 „ „
An Eisenbahnwagenachsen (Personenwagen) kommen Werte bis zu	50 „ „
An Lokomotivachsen bis zu	65 „ „
An den Zapfen der gekröpften Wellen der dreiachsigen Schnellzuglokomotiven bis zu	80—100 „ „
An den äußeren Kurbelzapfen derselben sogar	130 „ „

vor. Sie sind in der sehr starken Kühlung durch die beim Fahren vorbeistreichende Luft begründet. Hohe Beträge von $p_m \cdot v$ verlangen gute konstruktive Durchbildung der Schmierung und sorgfältige Wartung, bedingen aber auch größere Abnutzung. Bei Lokomotiven und Schiffsmaschinen wird diese in Kauf genommen, um möglichst leichte Triebwerkteile und geringe Massen zu bekommen.

Bach hat die im folgenden auf etwas anderem Wege abgeleitete Formel angegeben. Die spezifische Reibungsarbeit:

$$a_{R_0} = \frac{p_m \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi}$$

geht, wenn der Zapfendurchmesser d in Zentimetern eingeführt wird, über in:

$$a_{R_0} = \frac{\mu_1 \cdot P_m \cdot \pi \cdot d \cdot n}{\pi \cdot d \cdot l \cdot 100 \cdot 60} = \frac{\mu_1 \cdot P_m \cdot n}{6000 \cdot l}$$

$$l = \frac{\mu_1 \cdot P_m \cdot n}{6000 \cdot a_{R_0}}$$

Setzt man $\frac{6000 \cdot a_{E0}}{\mu_1} = \frac{6000 \cdot p_m \cdot v}{\pi} = w$, so vereinfacht sich der Ausdruck in:

$$l = \frac{P_m \cdot n}{w} \quad (336)$$

v ist eine an bewährten Ausführungen ermittelte, dem Produkt $p_m \cdot v$ verhältnismäßige Erfahrungszahl. Aus Formel (336) folgt wiederum, daß der Durchmesser keinen Einfluß auf die Wärmeentwicklung durch die Reibung hat. Für w gibt Bach u. a. folgende

Zahlen (die entsprechenden für $p_m \cdot v = \frac{w}{1910}$ sind gleichzeitig angeführt):

	w	$p_m \cdot v$
für Schwunrad- und Kurbelwellenlager	15 000	7,9
für mit Weißmetall ausgegossen, bis zu	40 000	20,9
für Kurbelzapfen an normalen Dampfmaschinen	37 500	19,5
in gekröpften Wellen, wenn die Lager mit Weißmetall ausgegossen sind, bis zu	90 000	47

4. Berechnungsbeispiele für zylindrische Tragzapfen.

Bei der Berechnung eines Zapfens geht man zweckmäßig so vor, daß unter Annahme des Flächendrucks p die nötige Auflagefläche ermittelt, dann das Verhältnis der Länge

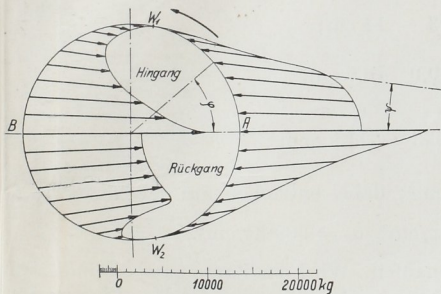


Abb. 1112. Die am Kurbelzapfen wirkenden Kräfte bei 14% Füllung der Pumpmaschine Tafel I. Hochdruckseite.

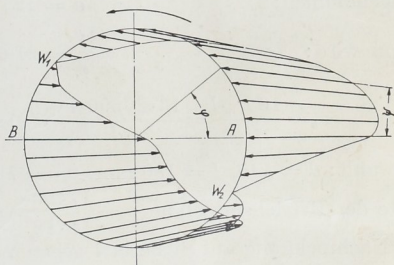


Abb. 1113. Die am Hochdruckkurbelzapfen angreifenden Kräfte, wenn die Dampfmaschine der Tafel I als Betriebsmaschine mit 40% Füllung läuft.

zum Durchmesser nach der Umfangsgeschwindigkeit oder den Konstruktionsverhältnissen angenommen, gegebenenfalls nach den Formeln (329) und (332) berechnet wird. Der Zapfen ist dann auf Festigkeit und Sicherheit gegen Warmlaufen nachzuprüfen und nötigenfalls abzuändern.

Beispiel 2. Kurbelzapfen der Wasserwerkmaschine, Tafel I. Der Zapfen ist nach Abb. 1109 belastet, bestehe aus Flußstahl, sei geschliffen und laufe in einer mit Weißmetall ausgegossenen Bronzeschale.

Um die Eigenart der Belastung des Zapfens zu zeigen, wurden Richtung und Größe der an ihm angreifenden Kräfte in den verschiedenen Kurbelstellungen in Abb. 1112 und 1113 wiedergegeben. Die Kräfte sind aus den Pleuellendrucklinien der Hochdruckseite hergeleitet, und zwar in der ersten Abbildung für die Wasserwerkmaschine bei 14% Füllung unter Antrieb der unmittelbar angekuppelten Pumpe, in der zweiten für die als Betriebsmaschine gedachte Dampfmaschine allein bei 40% Füllung, beide Male ohne Berücksichtigung der Massenkräfte und des Wirkungsgrades.

Die Kurven wurden gefunden, indem zu den einzelnen Zapfenstellungen, z. B. zu der unter dem Winkel φ , die Schubstangenrichtung unter dem Winkel ψ gesucht und auf ihr die zugehörige Kraft aufgetragen wurde.

Der Zapfen ist im wesentlichen schwelend beansprucht. Zwar haben die hohen Drucke in den Totpunkten A und B der Abb. 1112 entgegengesetzte Richtung, da sich aber auch der Zapfen um 180° gedreht hat, werden stets dieselben Fasern, nämlich die

nach der Wellenmitte zu gelegenen auf Druck, die außen liegenden auf Zug in Anspruch genommen. Wechselnde Beanspruchung tritt nur in geringem Maße in der Nähe der Druckwechsellpunkte W_1 und W_2 auf.

Die größte den Zapfen beanspruchende Kraft ist durch die Summe des Dampf- und des Pumpendruckes in Höhe von $P_0 = 20600$ kg (S. 138) auf der Hochdruckseite gegeben. Sie ist für die Berechnung auf Biegefestigkeit maßgebend.

Der Bestimmung der Auflagefläche legt man, da P_0 nur ganz vorübergehend in den Totlagen auftritt, den größten, längere Zeit wirkenden Dampfdruck $P_d = 16900$ kg zugrunde. Dies geschieht auch in Rücksicht darauf, daß man die Dampfmaschine so durchbilden wird, daß sie an anderer Stelle als Betriebsmaschine für sich allein benutzt werden kann, wobei allerdings der Dampfdruck im Niederdruckzylinder nach Seite 138 17400 kg erreicht. Bei unmittelbarer Kupplung der Pumpen durch die Kolbenstangen kommt tatsächlich, wie aus den Ausführungen auf Seite 138 hervorgeht, am Kurbelzapfen nur die Differenz des Dampf- und Pumpenkolbendrucks, noch vermindert um die Massenkräfte zur Wirkung, so daß die folgende Rechnung sehr sicher ist.

p gewählt zu 65 kg/cm^2 . Nötige Auflagefläche:

$$f' = \frac{P_d}{p} = \frac{16900}{65} = 260 \text{ cm}^2.$$

Angenommen: $d = 12 \quad 13 \quad 14 \text{ cm};$

dann wird: $l = \frac{f'}{d} = 21,6 \quad 20,0 \quad 18,6 \text{ cm},$

$$\sigma_b = \frac{16 P_0 \cdot l}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 20600 \cdot l}{\pi \cdot d^3} = 1312 \quad 955 \quad 711 \text{ kg/cm}^2.$$

Gewählt: $d = 140$, $l = 180 \text{ mm}$, $p = 67 \text{ kg/cm}^2$; dabei entstehen auf der Niederdruckseite der Betriebsmaschine $p = \frac{17400}{14 \cdot 18} = 69 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_b = 688 \text{ kg/cm}^2$.

Nachrechnung auf Sicherheit gegen Warmlaufen. Wird der Zapfen auf die indizierte Leistung des Niederdruckzylinders $N_i = 163 \text{ PS}$ bei Verwendung der Maschine zu Betriebszwecken, berechnet, so ergibt sich der mittlere Kolbendruck P_m aus der Überdrucklinie oder aus der Formel (333) zu:

$$P_m = \frac{e \cdot 75 \cdot N_i}{c_m} = \frac{1,15 \cdot 75 \cdot 163}{1,33} = 10550 \text{ kg}$$

und daraus:

$$p_m = \frac{P_m}{d \cdot l} = \frac{10550}{14 \cdot 18} = 41,9 \text{ kg/cm}^2.$$

Mit der Zapfengeschwindigkeit:

$$v = \frac{\pi d \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,14 \cdot 50}{60} = 0,367 \text{ m/sek}$$

wird:

$$p_m \cdot v = 41,9 \cdot 0,367 = 15,4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}},$$

was zulässig ist.

Im Falle der unmittelbaren Kupplung der Dampf- mit den Pumpenkolben gibt die Differenz des mittleren Dampfdrucks und der Pumpenkraft $9300 - 3700 = 5600 \text{ kg}$ eine mittlere Auflagepressung $p_m = 22,2 \text{ kg/cm}^2$, so daß $p_m \cdot v$ auf $8,15 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ sinkt.

Beispiel 3. Gabelzapfen des Kreuzkopfes derselben Maschine. $p = 80 \text{ kg/cm}^2$.

$$f' = \frac{P_d}{p} = \frac{16900}{80} = 211 \text{ cm}^2.$$

Die Zapfenlänge sei aus Gründen der leichteren Bearbeitung der Schubstange gleich der des Kurbelzapfens, $l = 180$ mm, genommen.

$$d = \frac{f'}{l} = \frac{211}{18} = 11,7 \text{ cm},$$

abgerundet auf $d = 120$ mm.

Nachrechnung des Zapfens an der Betriebsmaschine auf der Niederdruckseite:

$$p = \frac{17400}{12 \cdot 18} = 80,5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}.$$

Auflagelänge im Kreuzkopf bei $p = 100 \text{ kg/cm}^2$, vgl. Abb. 1110,

$$2l_1 = \frac{P_d}{p \cdot d} = \frac{16900}{100 \cdot 12} = 14,1 \text{ cm}.$$

Gewählt $l_1 = 70$ mm, so daß die Gesamtlänge $L = 320$ mm und die Biegebeanspruchung:

$$\sigma_b = \frac{32 P_0 \cdot L}{8 \pi d^3} = \frac{32 \cdot 20600 \cdot 32}{8 \pi \cdot 12^3} = 485 \text{ kg/cm}^2$$

wird, die bei Stahl unter der wechselnden Belastung noch gut zulässig ist.

Ein Warmlaufen ist wegen der nur schwingenden Bewegung der Schubstange nicht zu befürchten.

Ausführung siehe unter Kreuzköpfen, Abb. 1195.

Beispiel 4. Kurbelwellenzapfen der gleichen Maschine. Die nach Abb. 1112 und 1113 am Kurbelzapfen wirkenden Kräfte beanspruchen auch den Wellenzapfen. Dabei ruft die in den Totlagen auftretende Summe der Kolbenkräfte $P_0 = 20600$ kg lediglich Biegespannungen hervor, der in den anderen Kurbelstellungen wirksame Dampfdruck dagegen außerdem noch Drehbeanspruchungen, wie weiter unten des näheren gezeigt wird. Die Art der Belastung ist auch hier, ähnlich wie am Kurbelzapfen, im wesentlichen eine schwellige.

Die genaue Berechnung der nötigen Zapfenfläche aus der Auflagepressung setzt die Ermittlung der Lagerdrucke aus den Kolbenkräften auf der Hoch- und Niederdruckseite voraus. Dazu fehlt aber zunächst noch der Abstand a , Abb. 1114, der Kurbelzapfen- von der Wellenlagermitte. Vielfach geht man deshalb so vor, daß man den Auflagedruck in erster Annäherung aus der größten, am Kurbelzapfen längere Zeit wirkenden Kraft und den übrigen an der Welle angreifenden Kräften zusammensetzt, die Flächenpressung aber in Rücksicht auf die voraussichtliche Erhöhung durch die Kurbelzapfendrucke der anderen Seite mäßig hoch wählt. Wenn die Maschine als Betriebsmaschine verwandt wird, wäre nach Seite 138 mit $P'_n = 17400$ kg in der Totlage des Niederdruckzapfens, also in wagrechter Richtung, zu rechnen. Zu ihnen tritt die Wirkung des Seil- oder Riemenzugs, der sich, unter der Voraussetzung, daß das Schwungrad mitten

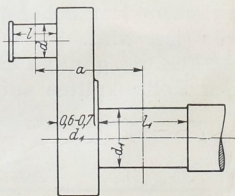


Abb. 1114. Skizze der Stirnkurbel zur Maschine Tafel I.

auf der Welle sitzt, je zur Hälfte auf die beiden Lager verteilt und $\frac{P_s}{2} = 2900$ kg beträgt.

Wenn man ungünstigenfalls annimmt, daß der Trieb wagrecht angeordnet ist, vermehrt er den Lagerdruck in der einen Totlage der Kurbel. Zu diesen wagrechten Kräften kommt, in senkrechter Richtung wirkend, die Hälfte des Schwungradgewichtes $\frac{G_s}{2} = 2450$ und des zu schätzenden Eigengewichts der Welle, einschließlich der halben Schubstangen-gewichte, $\frac{G_w}{2} = 1200$ kg, in Summe 3650 kg. Insgesamt wird demnach der Druck im Lager:

$$A = \sqrt{\left(P'_n + \frac{P_s}{2}\right)^2 + \left(\frac{G_s + G_w}{2}\right)^2} = \sqrt{(17400 + 2900)^2 + 3650^2} = 20630 \text{ kg}.$$

Wird eine spezifische Auflagepressung von $p = 23 \text{ kg/cm}^2$ zugelassen, so folgt die Projektion der Zapfenfläche:

$$f' = \frac{20630}{23} = 897 \text{ cm}^2$$

und bei Schätzung des Durchmessers:

$$d_1 = 24 \quad 25 \quad 26 \text{ cm,}$$

$$\text{die Zapfenlänge:} \quad l_1 = 37,4 \quad 35,9 \quad 34,5 \text{ cm.}$$

Nunmehr läßt sich der Hebelarm a und damit die Biegebeanspruchung, die die größte Kraft P_0 hervorruft, ermitteln. Man findet a entweder durch Aufskizzieren des Kurbelarms auf Grund der ermittelten Zapfen, Abb. 1114, oder durch Berechnen aus:

$$a = \frac{l + l_1}{2} + 0,6 \dots 0,7 d_1,$$

wobei das letzte Glied die Nabenlänge von der Lagerkante bis zu der Fläche darstellt, auf welcher der Kurbelzapfen sitzt. Mit dem Mittelwert von $0,65 d_1$ und mit $l = 18 \text{ cm}$ wird bei:

$$d_1 = 24 \quad 25 \quad 26 \text{ cm,}$$

$$a = \frac{l + l_1}{2} + 0,65 d_1 = 43,3 \quad 43,2 \quad 43,1 \text{ cm}$$

und

$$\sigma_b = \frac{32 \cdot P_0 \cdot a}{\pi \cdot d_1^3} = \frac{32 \cdot 20600 \cdot a}{\pi \cdot d_1^3} = 658 \quad 580 \quad 515 \text{ kg/cm}^2.$$

Gewählt: $d_1 = 250$, $l_1 = 360$, $a = 435 \text{ mm}$, $\sigma_b = 584 \text{ kg/cm}^2$.

Bei der Durchbildung des Kurbelarms wurde an der Lagerseite der Kurbelnabe ein Spritzring, Abb. 1298, eingedreht, dafür aber die Nabe über die Fläche, auf der der Kurbelzapfen sitzt, um $b = 25 \text{ mm}$ vorgezogen. Dabei bleibt noch genügend Spiel zwischen dem Schubstangenschaft, während die Beanspruchung der Schrumpffläche günstiger wird.

Für die genaue Berechnung der Auflagepressung werde der Lagerdruck aus den Kolbenkräften auf der Hoch- und Niederdruckseite unter Beachtung der Kurbelversetzung und der Massenwirkung ermittelt. Die ungünstigste Belastung tritt im Lager A nach Abb. 1115 in der hinteren Totlage der Niederdruckkurbel ein, falls die Maschine als Betriebsmaschine mit 40% Füllung arbeitet. Am Kurbelzapfen greift dabei in wagrechter Richtung der Kolbendruck von 17400 kg (S. 138), vermindert um die Massenkraft von 1330 kg (S. 608), also $P_n = 16070 \text{ kg}$, an. Auf der Hochdruckseite, wo die Kurbel in der Mittellage steht, ist der Dampfdruck nach der Schaulinie, Abb. 1051, auf 7,8 at Überdruck und damit die Kolbenkraft auf $P_h = \frac{\pi}{4} (45^2 - 10^2) \cdot 7,8 \approx 11800 \text{ kg}$ gesunken, während der geringe Betrag der Massenkraft vernachlässigt werden kann. Am Hochdruckkurbelzapfen greift diese Kraft in wagrechter, $\frac{1}{2}$ davon, d. s. 2360 kg, in senkrechter Richtung an. Das Schwungradgewicht G_s , das Eigengewicht der Welle und der wagrechte Seil- oder Riemenzug sind wie oben angenommen, Abb. 1115.

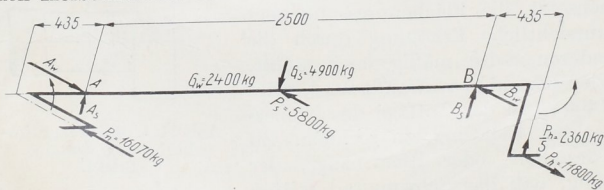


Abb. 1115. Belastung der Kurbelwelle der Maschine Tafel I in der hinteren Totlage der Niederdruckkurbel.

Geht man von der Annahme aus, daß die größte Schubspannung für die Einleitung der ersten Formänderungen maßgebend sei, so liefert die Formel (44):

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_0^2 + 4\tau_0^2} = \frac{1}{2} \sqrt{493^2 + 4 \cdot 227^2} = 335 \text{ kg/cm}^2.$$

Hat der Werkstoff der Welle eine Festigkeit $K_z = 4500 \text{ kg/cm}^2$ und eine Fließspannung $\sigma_s = 2900 \text{ kg/cm}^2$, so beträgt die entsprechende Schubspannung $\tau_i = \frac{1}{2} \sigma_s = 1450 \text{ kg/cm}^2$. Mithin ist nach der zweiten Rechnung eine 4,3fache Sicherheit:

$$\varnothing' = \frac{\tau_i}{\tau_{\max}} = \frac{1450}{335} = 4,3$$

gegen Überschreiten der Fließgrenze vorhanden und nach der ersten Rechnung eine $\varnothing = \frac{K_z}{\sigma_{\max}} = \frac{4500}{608} = 7,4$ fache Sicherheit gegen Bruch, Werte, die ausreichend erscheinen.

Nachrechnung auf Sicherheit gegen Warmlaufen. Die genaue Bestimmung der Reibungsarbeit setzt die Kenntnis des Verlaufs des Lagerdrucks während einer Umdrehung der Welle voraus, dessen Ermittlung aber ziemlich umständlich ist. An Hand der Dampfdrucklinien, Abb. 1051 und 1052, oder unter Benutzung des Kurbeldruckverlaufs, Abb. 1113, müßten die Lagerdrucke für eine größere Zahl von Kurbelstellungen berechnet und mit den übrigen an der Welle angreifenden Kräften zusammengesetzt werden. Näherungsweise kann man annehmen, daß für die an einem der Lager entstehende Reibungsarbeit die auf der betreffenden Maschinenseite erzeugte indizierte Arbeit maßgebend ist, indem man also die Beeinflussung des Lagerdrucks durch die auf der anderen Maschinenseite wirkenden Kräfte vernachlässigt.

a) Im Falle der Wasserwerkmaschine, Tafel I, wird ein Teil der Dampfkolbenkräfte unmittelbar auf den Pumpenkolben übertragen, derart, daß auf der Hochdruckseite ein Kräfteverlauf entsteht, wie er durch die senkrechte Strichelung in Abb. 1065 verdeutlicht ist. Nimmt man in weiterer Näherung an, daß diese Drucke auch am Kurbelwellenlager in wagrechter Richtung wirken, so kann man den mittleren wirksamen Druck unter Ausmessen der Flächen der Abb. 1065 bestimmen. Im vorliegenden Falle findet er sich zu $P_m = 4840 \text{ kg}$ und liefert mit den übrigen am Zapfen senkrecht angreifenden, unveränderlichen Kräften, dem halben Schwungrad- und Wellengewichte von 3650 kg, einen resultierenden mittleren Lagerdruck:

$$A_m = \sqrt{P_m^2 + \left(\frac{G_s + G_w}{2}\right)^2} = \sqrt{4840^2 + 3650^2} = 6060 \text{ kg}$$

und eine mittlere Pressung:

$$p_m = \frac{A_m}{d_i \cdot l_i} = \frac{6060}{25 \cdot 36} = 6,73 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}.$$

Die Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens beträgt:

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,25 \cdot 50}{60} = 0,655 \text{ m/sek},$$

und damit wird: $p_m \cdot v = 6,73 \cdot 0,655 = 4,41 \frac{\text{kgm}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}}$, also genügend niedrig.

b) Im Falle der Betriebsmaschine bestimmt man den mittleren Kolbendruck am einfachsten aus der Leistung der betreffenden Maschinenseite. Aus der größeren, nämlich derjenigen auf der Niederdruckseite folgt aus Formel (333):

$$P'_m = \frac{q \cdot 75 \cdot N_i}{c_m} = \frac{1,15 \cdot 75 \cdot 163}{1,33} = 10550 \text{ kg}.$$

Dieser in wagrechter Richtung wirkende Druck ist beim Hingang des Kolbens um den Betrag des halben Riemen- oder Seilzuges $\frac{P}{2} = 2900 \text{ kg}$ auf 13450 kg zu vermehren,

beim Rücklauf um 2900 kg auf 7650 kg zu vermindern. Er liefert, mit der senkrechten Belastung von 3650 kg zusammengesetzt, den mittleren Druck beim Hingange $\sqrt{13540^2 + 3650^2} = 13930$, beim Rückgange $\sqrt{7650^2 + 3650^2} = 8480$ kg oder im Mittel während eines Umlaufes $A'_m = 11205$ kg. Damit wird:

$$p'_m \cdot v = \frac{A'_m}{d_1 \cdot l_1} \cdot v = \frac{11205}{25 \cdot 36} \cdot 0,654 = 8,15 \frac{\text{kgm}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}},$$

was zulässig ist.

Beispiel 5. Stirnzapfen an einem Vorgelege, der bei $n = 250$ Umläufen in der Minute dauernd mit $P = 5000$ kg belastet ist. Werkstoff: Ungehärteter Stahl auf Weißmetall.

(An dem Zapfen ist, wie das Zahlenbeispiel 8 erkennen und auch die später näher erläuterte Abb. 1117 erwarten läßt, ohne Schwierigkeit flüssige Reibung zu erzielen; er werde hier jedoch in der früher üblichen Art berechnet.)

Der erfahrene Ingenieur sieht, daß die Zapfenmaße auf Grund der Sicherheit gegen Warmlaufen gewählt werden müssen; aber auch der oben beschriebene Rechnungsgang führt rasch zur gleichen Erkenntnis und kann deshalb Anfängern empfohlen werden.

Ausgehend von einem zulässigen Flächendruck von $p_{\max} = 60$ kg/cm² wird die Auflagefläche: $f' = \frac{P}{p} = \frac{5000}{60} = 83,3$ cm² und unter Schätzen des Durchmessers:

$$d = \quad \quad \quad 7 \quad \quad 8 \quad \quad 9 \text{ cm},$$

$$l = \frac{f'}{d} = \quad \quad \quad 12 \quad \quad 10,4 \quad \quad 9,3 \text{ cm},$$

$$\sigma_b = \frac{32 P \cdot l}{2 \pi d^3} = 25500 \frac{l}{d^3} = 893 \quad 518 \quad \text{— kg/cm}^2,$$

$$v = \frac{\omega \cdot d}{2} = 13,09 \cdot d = \quad \quad \quad 1,047 \text{ — m/sek},$$

$$p \cdot v = \quad \quad \quad 62,8 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}} \text{ — Unzulässig.}$$

Der hohe Wert von $p \cdot v$ weist darauf hin, daß der Zapfen gegen Warmlaufen zu berechnen ist. Mit der an Triebwerkwellen üblichen Größe $(p \cdot v)' = 20$ wird die nötige Zapfenlänge:

$$l' = \frac{l \cdot p \cdot v}{(p \cdot v)'} = \frac{10,4 \cdot 62,8}{20} = 32,7 \text{ cm.}$$

Gewählt: $l' = 330$ mm.

Mit $k_b = 600$ kg/cm² folgt:

$$W = \frac{\pi}{32} \cdot d^3 = \frac{P \cdot l'}{2 k_b} = \frac{5000 \cdot 33}{2 \cdot 600} = 137,5 \text{ cm}^3; \quad d = 11,2 \text{ cm.}$$

Gewählt $d = 115$ mm.

Dabei sinkt der Flächendruck auf: $p = \frac{P}{d \cdot l} = \frac{5000}{11,5 \cdot 33} = 13,2$ kg/cm².

B. Berechnung der Tragzapfen auf hydrodynamischer Grundlage.

Voraussetzung ist, daß der Zapfen unter flüssiger Reibung läuft, daß also das zur Bildung einer tragfähigen, keiligen Schmierschicht notwendige Spiel bei zylindrischer Form des Zapfens und der Schale und die nötige Umfangsgeschwindigkeit vorhanden sind. Im allgemeinen werden die Bedingungen nur bei ständig in einer Richtung umlaufenden und gleichmäßig oder doch nur unter mäßigen Schwankungen belasteten Zapfen erfüllt sein. Die nur eine kippende Bewegung ausführenden Gabelzapfen scheiden ganz aus.

Daß die Stärke der Schmierschicht vom Grunde der Vertiefungen der Schalenoberfläche aus gerechnet werden muß, wie schon auf Seite 619 ausgeführt wurde, berücksichtigt man bei den Rechnungen am einfachsten dadurch, daß man das Zapfen- oder Lagerspiel aus der Lagerbohrung D und dem Zapfendurchmesser d als $D - d$ ermittelt oder im Scheitel des im Lager ruhenden Zapfens mißt und dasselbe um den doppelten Betrag der Summe der Unebenheiten der aufeinanderlaufenden Flächen vermehrt, so daß das Zapfenspiel in den folgenden Rechnungen:

$$s = D - d + 2 (\delta_1 + \delta_2) \quad (337)$$

zu setzen ist.

Berechnungsbeispiel 6. Das auf Seite 630 unter Voraussetzung völlig glatter Flächen durchgerechnete Beispiel ergibt bei Berücksichtigung der Unebenheiten von $\delta_1 = \delta_2 = 0,0005$ cm die Werte:

Zapfenspiel $s = D - d + 2 (\delta_1 + \delta_2) = 10,02 - 10,0 + 2 (0,0005 + 0,0005) = 0,022$ cm und:

$$\Phi = \frac{191\,000 p \cdot s^2 \left(\frac{d+l}{l}\right)}{\eta \cdot n \cdot d^2} = \frac{191\,000 \cdot 17,9 \cdot 0,022^2}{0,0025 \cdot 500 \cdot 10^2} \cdot \left(\frac{10+14}{14}\right) = 22,8.$$

Nach Abb. 1096 wird beim Ziehen des Strahles durch M und $\Phi = 22,8$:

$$h = 0,091 \cdot \frac{s}{2} = 0,091 \cdot \frac{0,022}{2} = 0,001 \text{ cm.}$$

Der Zapfen läuft mithin im Ausklinkzustand; flüssige Reibung ist gerade noch sichergestellt.

Zunächst sind die grundlegenden Beziehungen zur Bestimmung

1. des Lagerspiels und der Stärke der Schmierschicht an der engsten Stelle, 2. der Reibungsarbeit und 3. der Lagertemperatur entwickelt. Diesen Gesichtspunkten gegenüber tritt namentlich an kleinen Zapfen und bei mäßigen Belastungen die unter 4. kurz behandelte Berechnung der Zapfen auf Festigkeit zurück. Die auf Grund derselben ermittelten Durchmesser stellen oft Mindestwerte dar, die vergrößert werden müssen, um in das Gebiet der flüssigen Reibung zu kommen. Es empfiehlt sich daher häufig, den Durchmesser zunächst nach den unter 1. bis 3. entwickelten Gleichungen zu bestimmen und die Beanspruchungen auf Biegung und Drehung lediglich nachzuprüfen. Dagegen sind die unter 5. behandelten Wirkungen der Formänderungen der Zapfen äußerst wichtig; sie sind sorgfältig zu beachten.

1. Ermittlung des Lagerspiels und der Stärke der Schmierschicht an der engsten Stelle.

Die Stärke h der Schmierschicht an der engsten Stelle war auf Seite 629 an Hand der Größe Φ und der Abb. 1096 ermittelt worden. Trägt man nun Φ nach der Zusammenstellung 115 abhängig von dem Verhältnis $\frac{h}{s/2}$ in einem Liniennetz auf, so erhält man eine

Kurve, die sich innerhalb des praktisch wichtigen Gebiets $\frac{h}{s/2} = 0,05$ bis $0,5$ genügend genau durch eine gleichseitige Hyperbel:

$$\frac{h}{s/2} \cdot \Phi = 2,08 \quad \text{oder} \quad \Phi = 1,04 \frac{s}{h} \quad (338)$$

ersetzen läßt. Wird diese Beziehung in Gleichung (312) eingeführt, so folgt:

$$\text{a) } s = \frac{\eta \cdot n \cdot d^2}{183600 \cdot h \cdot p} \cdot \frac{l}{d+l} \quad \text{oder} \quad \text{b) } h = \frac{\eta \cdot n \cdot d^2}{183600 \cdot s \cdot p} \cdot \frac{l}{d+l} \quad (339)$$

(gültig für $h = 0,025 \dots 0,25 s$).

Diese Formeln gestatten die wechselseitige Berechnung von s und h an einem Zapfen vom Durchmesser d und der Länge l unter bestimmten, durch p , η und n gekennzeichnet-

neten Betriebsbedingungen, ohne Φ bestimmen zu müssen. (Liegt aber der betrachtete Fall außerhalb der angeführten Grenzen, so muß man die Größe Φ , wie auf Seite 630 angegeben, bei der Ermittlung heranziehen.) Sind s und h gegeben, so läßt sich je nach Umständen n oder p ermitteln.

Die geringste Zapfenreibungszahl $\mu_{1\min}$ und damit die kleinste Reibungsarbeit, die sowohl wegen Erhöhung des Wirkungsgrades des Getriebes wie auch wegen Beschränkung der Erwärmung des Lagers anzustreben ist, stellt sich nun, wie auf Seite 631 an Hand des Verlaufes von α gezeigt wurde, bei $h = \frac{s}{4}$ ein. Indem man diesen Wert in Gleichung (339a) einsetzt, findet man das vorteilhafteste Spiel:

$$s_{\text{best}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \eta \cdot n d^2}{183600 p} \cdot \frac{l}{d+l}} \approx 0,00467 d \sqrt{\frac{\eta \cdot n}{p} \cdot \frac{l}{d+l}}. \quad (340)$$

Hervorgehoben sei noch, daß nach Formel (339b) die Ölschichtdicke h um so größer wird, mithin um so mehr Sicherheit gegen Auftreten halbflüssiger Reibung bietet, je kleiner s ist. h nimmt nach der gleichen Beziehung verhältnismäßig der Drehzahl n und dem Quadrat des Durchmessers d zu, so daß größere Durchmesser die Ausbildung flüssiger Reibung unterstützen; mit zunehmender Pressung wird h geringer.

Dem Lagerspiel $D - d$ sind nun untere Grenzen durch die Ausführbarkeit, der Stärke der Schmierschicht h aber durch den Ausklinkzustand gezogen. Die Ausführung der Zapfen und Lager erfolgt in neuzeitlichen Betrieben nach den Passungen der Dinormen. Im allgemeinen Maschinenbau werden für Lager, an die höhere Ansprüche gestellt werden, in erster Linie die Lehren der Laufsitz-Feinpassung des Einheitsbohrungssystems benutzt. Das u. a. im Triebwerkbau angewandte Einheitswellensystem hat annähernd die gleichen Spiele. Seltener wird man an genügend kurzen Zapfen zum engen Laufsitz greifen. Dagegen muß man bei mehrfach gelagerten Wellen häufig wegen der Schwierigkeit, mehrere Lagerstellen genügend übereinstimmend herzustellen, leichten Laufsitz oder Schlichtlaufsitz ausführen. Auch bei großen Durchmessern kann es sich empfehlen, diese weiteren Sitze anzuwenden.

Neben dem Einhalten des Lagerspiels ist aber wichtig, daß die Flächen genau zylindrisch, die Achsen der Zapfen und Schalen also genau gerade sind. Nicht selten kommt es vor, daß sich die Werkzeuge infolge verschiedener Härte des Werkstoffes verlaufen und demzufolge z. B. die Mittellinien der Schalen unregelmäßig ausfallen. So lassen sich erfahrungsgemäß lange, ungeteilte Büchsen mit engem Laufsitz meist schwer und nicht ohne Klemmen mit ihren Zapfen zusammenstecken. Das richtige Spiel ist aber nicht allein bei der Herstellung einzuhalten, sondern auch beim Zusammenbau; dieser wird um so schwieriger, je mehr die Schalen unterteilt sind. Und schließlich verändern namentlich geteilte Schalen ihre Form durch die Wirkung der Belastung, falls sie nicht kräftig genug gehalten oder hinreichend unterstützt sind, oder sie werfen und verziehen sich infolge der Erwärmung beim Betriebe. Kleinere Verzerrungen können durch richtig geleitetes Einlaufen beseitigt, größere müssen durch besonderes Nacharbeiten ausgeglichen werden.

Die Wirkung des Spiels werde zunächst an einigen Zahlenbeispielen der Laufsitzpassung nach der Einheitsbohrung gezeigt.

Beispiel 7. Bei Durchmessern von 32 bis zu 50 mm beträgt nach DIN 777 und 773 das Kleinstspiel 0,025, das Größtspiel 0,075 mm. Sorgfältige Bearbeitung des Zapfens durch Schleifen und der Schale durch Aufreiben vorausgesetzt, darf man die Unebenheiten mit $\delta_1 = \delta_2 = 0,005$ mm annehmen und muß daher in die Rechnungen:

als Kleinstspiel

$$s_{\min} = (D - d)_{\min} + 2(\delta_1 + \delta_2) = 0,025 + 0,02 = 0,045 \text{ mm},$$

als Größtspiel

$$s_{\max} = (D - d)_{\max} + 2(\delta_1 + \delta_2) = 0,075 + 0,02 = 0,095 \text{ mm}$$

einführen. Aus der Mindeststärke der Schmierschicht an der engsten Stelle läßt sich nun bei gegebener Pressung p und Zähigkeit des Schmiermittels η die Mindestdrehzahl berechnen, die ein Zapfen haben muß, wenn flüssige Reibung auftreten soll, sofern die später besprochenen Formänderungen der Zapfen und der Schale unberücksichtigt bleiben können. Löst man die Gleichung (339) nach n auf, so erkennt man an:

$$n = \frac{183600 \cdot s \cdot h \cdot p \cdot d + l}{\eta \cdot d^2} \cdot \frac{d + l}{l},$$

daß die erforderliche Drehzahl um so höher liegt, je größer p ist.

Des leichteren Vergleichs wegen sei p durchweg mit 10 kg/cm^2 , $\eta = 0,003 \frac{\text{kg/sek}}{\text{m}^2}$ und $h = \delta_1 + \delta_2 = 0,001 \text{ cm}$ angenommen. Damit wird die Mindestdrehzahl für den Zapfen von $d = 32 \text{ mm}$ Durchmesser bei $l = 1,5 d = 48 \text{ mm}$ Länge, für den Fall, daß Kleinstspiel vorliegt:

$$n' = \frac{183600 \cdot 0,0045 \cdot 0,001 \cdot 10 \cdot 3,2 + 4,8}{0,003 \cdot 3,2^2} \cdot \frac{3,2 + 4,8}{4,8} = 448,$$

im zweiten Grenzfall, beim Größtspiel:

$$n'' = \frac{183600 \cdot 0,0095 \cdot 0,001 \cdot 10 \cdot 3,2 + 4,8}{0,003 \cdot 3,2^2} \cdot \frac{3,2 + 4,8}{4,8} = 946 \text{ Umdrehungen in der Minute.}$$

Dieser beträchtliche, durch die Spielgrenzen gegebene Unterschied in den Drehzahlen wird dadurch gemildert, daß die angenommenen äußersten Fälle, bei denen ein dickster Zapfen mit einer engsten Bohrung oder umgekehrt zusammentrifft, kaum vorkommen werden, sowie dadurch, daß das Einlaufen des Zapfens ausgleichend wirkt.

Zur Beurteilung des Einflusses verschiedener Zapfendurchmesser kann daher das mittlere Spiel von $0,070 \text{ mm}$ und der entsprechende Wert $n_m = 697$ dienen.

Für den größten Durchmesser $d = 500 \text{ mm}$, bis zu dem die Laufsitzpassung genormt worden ist, gelten die folgenden Spiele:

$$\begin{aligned} (D - d)_{\min} &= 0,06, & s_{\min} &= 0,08 \text{ mm}; \\ (D - d)_{\max} &= 0,18, & s_{\max} &= 0,20 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Nimmt man ferner, da die Länge solcher starken Zapfen verhältnismäßig kleiner gehalten zu werden pflegt, $l = d = 500 \text{ mm}$ an, so werden die Grenzdrehzahlen, bei denen flüssige Reibung einsetzt:

$$n' = \frac{183600 \cdot 0,008 \cdot 0,001 \cdot 10 \cdot 50 + 50}{0,003 \cdot 50^2} \cdot \frac{50 + 50}{50} = 3,9,$$

$$n'' = \frac{183600 \cdot 0,020 \cdot 0,001 \cdot 10 \cdot 50 + 50}{0,003 \cdot 50^2} \cdot \frac{50 + 50}{50} = 9,7 \text{ in der Minute.}$$

Die Werte zeigen deutlich, daß, gleiche Zähigkeit der Schmiermittel und gleiche spezifische Belastung vorausgesetzt,

a) kleine Zapfen erst bei großen Umdrehzahlen, große dagegen schon bei sehr niedrigen so weit angehoben werden, daß die Unebenheiten ausklinken und somit flüssige Reibung eintritt,

b) daß die durch die Toleranzen der Laufsitzpassung gegebenen Grenzwerte von n an größeren Zapfen näher beieinander liegen. Zapfen größeren Durchmessers bieten mithin eine viel sichere Gewähr für die Entstehung flüssiger Reibung. Manchmal sind bei ihnen sogar größere Spiele, als der genannten Passung entsprechen, möglich und sogar zweckmäßig, wie Berechnungsbeispiel 13 zeigt.

In Abb. 1117 sind die Grenzdrehzahlen n für die normalen Durchmesser von 32 bis 500 mm dargestellt, indem über den Durchmessern als Abszissen die Kleinst- und Größtspiele unter Berücksichtigung der Unebenheiten und die zugehörigen Drehzahlen als Ordinaten aufgetragen wurden. Dabei ist angenommen, daß die Zapfenlänge $l = 1,5 d$ bei kleinen Durchmessern auf $1,0 d$ bei großen nach folgender Reihe sinkt:

$d =$	32—50	52—80	82—120	125—180	185—260	270—360	370—500 mm
$l =$	$1,5d$	$1,5d$	$1,4d$	$1,3d$	$1,2d$	$1,1d$	$1d$

wie auch über den einzelnen Durchmessergruppen angegeben ist. Übrigens gestatten die Kurven auch, die Grenzdrehzahlen n' bei beliebig anderem Flächendruck p' und anderer Zähigkeit η' nach:

$$n' = \frac{0,003 \cdot n_{\min} \cdot p'}{10 \cdot \eta'} = 0,0003 \frac{n_{\min} \cdot p'}{\eta'} \quad (341)$$

zu bestimmen und lassen sich daher namentlich bei Überschlagrechnungen vorteilhaft verwenden. Lläuft beispielweise ein Zapfen von 150 mm Durchmesser und $l = 1,3d = 195$ mm Länge unter $p' = 12$ kg/cm² Flächendruck oder 3510 kg Belastung bei Schmierung mit Normalöl 16 (schwerem Maschinenöl) und einer Temperatur von 50°, so wird nach der Zusammenstellung 114, Seite 626, $\eta' = 0,0107$, während die Drehzahlen für den Ausklinkzustand:

beim kleinsten Spiel $(D - d)_{\min} = 0,04$ mm von 29 auf

$$n' = \frac{0,0003 \cdot 29 \cdot 12}{0,0107} = 9,8$$

und beim Größtspiel $(D - d)_{\max} = 0,12$ mm von 67 auf

$$n'' = \frac{0,0003 \cdot 67 \cdot 12}{0,0107} = 23 \text{ in der Minute}$$

sinken.

Mit der Schmierschichtstärke h an der engsten Stelle bei dauerndem Laufen an den Grenzwer im Ausklinkzustand $\delta_1 + \delta_2$ heranzugehen, ist betriebstechnisch bedenklich, weil bei Störungen sofort halbflüssige Reibung mit rasch steigendem Widerstand eintritt. Zugunsten einer größeren Sicherheit, im Gebiet der flüssigen Reibung zu sein, empfiehlt es sich, größere Schmierschichtstärken anzustreben, selbst unter Inkaufnahme von etwas mehr Reibung. Nach Falz soll man, frei einstellbare Lager vorausgesetzt, bei dünnen raschlaufenden Wellen mindestens $h = 0,02$, bei mittleren 0,025, bei starken 0,03 bis 0,035 mm fordern. Nur an langsam laufenden Wellen wird man auf geringere Werte gehen müssen.

Ist das Spiel gegeben, so kann die Berechnung der Zähigkeit des geeigneten Schmiermittels in Frage kommen.

2. Berechnung der Reibungsarbeit.

Setzt man in der Grundgleichung (322)

$$a_{R_0} = \frac{p_m \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi}$$

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{6000} \text{ (der}$$

Nenner ist 6000,

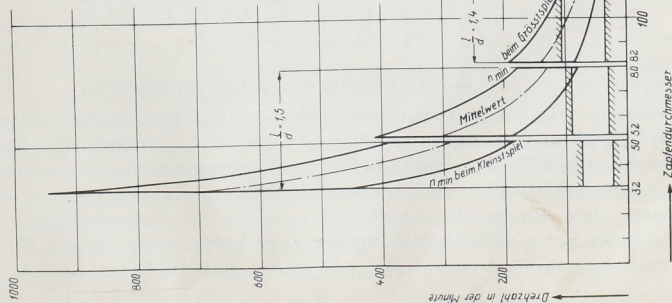
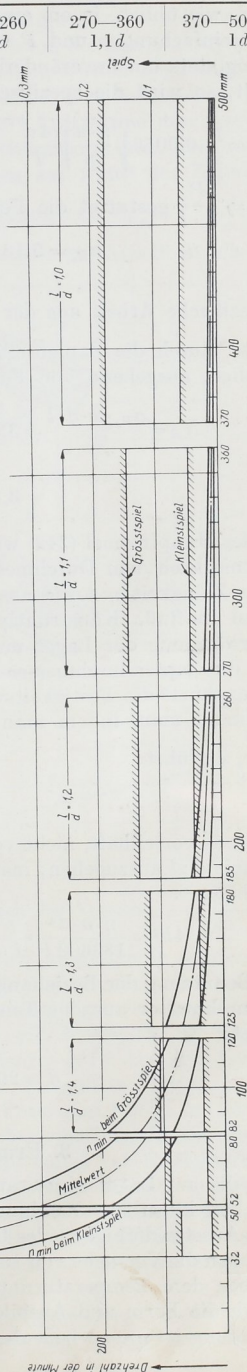


Abb. 1117. Grenzdrehzahlen von Zapfen mit Laufsitz. Feinpassung des Einheitsbohrungssystems von 32 bis 500 mm Durchmesser bei $p = 10$ kg/cm² mittlerem Flächendruck und $\eta = 0,003 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$ Zähigkeit des Schmiermittels.



wenn d , wie üblich, in cm eingeführt wird), sowie μ_1 nach Formel (315) ein und schreibt zur Vereinfachung p und P statt p_m und P_m , da es sich bei Zapfen unter flüssiger Reibung stets um unveränderliche oder doch in nur geringem Maße schwankende Drucke handelt, so wird die spezifische Reibungsarbeit:

$$a_{R_0} = \frac{p}{\pi} \cdot 0,0055 \sqrt{\frac{\eta \cdot n}{p}} \sqrt{\frac{4d}{l} + 1} \cdot \frac{\pi \cdot d \cdot n}{6000} = 9,16 \cdot 10^{-7} \cdot d \sqrt{\eta \cdot p \cdot n^3 \left(\frac{d}{l} + 1 \right)} \frac{\text{kg m}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2} \quad (342)$$

Mit $p = \frac{P}{d \cdot l}$ gestattet die Formel:

$$a_{R_0} = 9,16 \cdot 10^{-7} \sqrt{\eta \cdot P \cdot n^3 \left[4 \left(\frac{d}{l} \right)^2 + \frac{d}{l} \right]} \frac{\text{kg m}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2} \quad (343)$$

die spezifische Arbeit aus der Belastung P und dem Verhältnis $\frac{d}{l}$ zu berechnen. Der gesamte, durch die Zapfenreibung entstehende Leistungsverlust in Pferdestärken wird schließlich, ausgehend von Formel (323):

$$\begin{aligned} N_R &= \frac{a_{R_0} \cdot \pi \cdot d \cdot l}{75} = 3,84 \cdot 10^{-8} d^2 \cdot l \sqrt{\eta \cdot p \cdot n^3 \left(\frac{d}{l} + 1 \right)} \\ &= 3,84 \cdot 10^{-8} \cdot d l \sqrt{\eta \cdot P \cdot n^3 \left[4 \left(\frac{d}{l} \right)^2 + \frac{d}{l} \right]} \text{ PS.} \end{aligned} \quad (344)$$

Nach der Hauptformel (342) wächst die Reibungsarbeit im Gebiet der flüssigen Reibung verhältnismäßig dem Durchmesser d , der 1,5ten Potenz der Drehzahl n und der Wurzel aus der Zähigkeit η sowie aus dem Flächendruck p . Die Länge des Zapfens hat nur geringen Einfluß. Konstruktiv gilt es demnach zur Beschränkung der Reibungsarbeit und Erwärmung der Lager und zur Erzielung eines besseren Wirkungsgrades des Getriebes die Zapfendurchmesser so klein auszuführen, wie es die Sicherheit des Betriebes und manchmal die Festigkeitsverhältnisse gestatten. Den schmierungstechnisch besten Wert findet man, indem man in Gleichung (339a) das günstigste Spiel $s = 4h$ und $p = \frac{P}{d \cdot l}$ einführt:

$$4h^2 = \frac{\eta \cdot n \cdot d^3 \cdot l}{183600 P} \cdot \frac{l}{d + l}$$

Meist ist es vorteilhaft, nicht von der Länge l , sondern von dem leichter zu schätzenden Verhältnis $d:l$ auszugehen; man multipliziert zu dem Zwecke Zähler und Nenner mit d und erhält:

$$4h^2 = \frac{\eta \cdot n \cdot d^4}{183600 P} \cdot \frac{l^2}{d(d+l)} \quad \text{oder} \quad d = 29,3 \sqrt[4]{\frac{P \cdot h^2}{\eta \cdot n} \left[\left(\frac{d}{l} \right)^2 + \frac{d}{l} \right]} \quad (345)$$

Unter Benutzung der Beziehung (310) mit $z = 2,6$ entsteht eine Formel, die den günstigsten Durchmesser aus der Temperatur t , die das Lager annehmen soll, zu berechnen gestattet:

$$d = 29,3 \sqrt[4]{\frac{P \cdot h^2 \cdot (0,1t)^{2,6}}{i \cdot n} \left[\left(\frac{d}{l} \right)^2 + \frac{d}{l} \right]} \quad (346)$$

3. Ermittlung der Lagertemperatur.

Um die am Lager zu erwartende Temperatur finden und dadurch beurteilen zu können, ob künstliche Kühlung nötig ist oder nicht, braucht die Reibungsarbeit nur mit der Ausstrahlungsfähigkeit des betreffenden Lagers verglichen zu werden. Anhaltspunkte dafür geben die Versuche von Lasche [XV, 9] und Stribeck [XV, 8], die gezeigt haben, daß neben dem Temperaturunterschied zwischen der Lagerauflagefläche und der Außenluft auch die Form und Ausbildung der Lagerkörper wesentlichen Einfluß haben. Die Ausstrahlung ist um so bedeutender, je größer die Oberfläche des Lagers im Verhältnis

zu der des Zapfens ist. Aber auch den inneren Bau der Lager muß man in bezug auf die Wärmeleitfähigkeit beachten. Luft- oder gar Ölschichten, die durch Aussparungen der Schalen an ihrer Auflagefläche im Lagerkörper entstehen, wirken ungünstig; es ist vorteilhafter, die Schalen in ihrer vollen Breite zu bearbeiten und aufliegen zu lassen. Lasche gibt für die Beurteilung der Ausstrahlung bei 20° Luftwärme drei Kurven I, II und III, Abb. 1118. Als Abszissen dienen die Schalentemperaturen, als Ordinaten die Ausstrahlungen, umgerechnet in mkg/sek und bezogen auf 1 cm² der Zapfenoberfläche, um einen Vergleich mit der spezifischen Reibungsarbeit $\alpha_{R_0} = \frac{p_m \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi}$ zu ermöglichen. Linie I gibt die nach Dulong und Petit berechnete Arbeit an, die durch

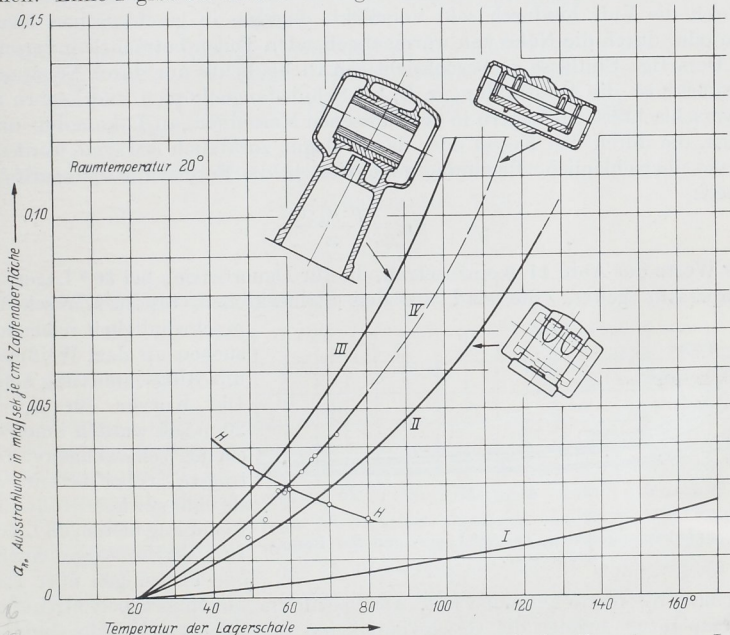


Abb. 1118. Ausstrahlungsfähigkeit von Lagern verschiedener Bauart nach den Versuchen von Lasche und Stribeck.

die Oberfläche des Zapfens allein in Form von Wärme ausgestrahlt werden kann. I darf als untere Grenzkurve betrachtet werden, da die Ausstrahlung durch das den Zapfen umgebende Lager sicher vergrößert wird. Für gedrängt gebaute Lager an Triebwerken, Dampfturbinen, rasch laufenden Dynamos usw. gilt Kurve II, für Lager, die besonders große Eisenmassen und Oberflächen haben, Kurve III. Aus den Versuchen von Stribeck an dem Sellersringschmierlager, Abb. 1097, errechnete Werte, sind durch die zwischen II und III liegende Linie IV dargestellt. Form und Größe im Verhältnis zu den Abmessungen des Zapfens kennzeichnen die an den einzelnen Linien stehenden Skizzen der Lager, an denen die Werte ermittelt wurden, wobei zur Erleichterung des Vergleichs die Maßstäbe so gewählt wurden, daß die Zapfenoberflächen gleichgroß ausfielen. Daß bei dieser Darstellung das Sellerslager mit einer im Verhältnis zum Zapfen kleinen Außenfläche zwischen die Kurven II und III zu liegen kommt, ist auf die dünnwandige, geräumige Ölkammer zurückzuführen, die, ringsum von Luft umspült, die Wärmeabgabe sehr begünstigt.

Nach Kurve III können durch ein reichlich groß gehaltenes Lager bei 80° Schalen- und 20° Raumtemperatur 0,07, durch ein Sellersringschmierlager nach Kurve IV 0,054,

durch ein gedrängt gebautes Lager nach Kurve *II* 0,037 kgm/sek, bezogen auf je 1 cm² der Zapfenoberfläche ausgestrahlt werden. Dagegen könnte der Zapfen allein nach Kurve *I* nur 0,007 $\frac{\text{kgm}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$ abgeben. Für Kurbel- und Schwungradwellenlager an Kolbenmaschinen liegen noch keine Untersuchungen vor. Schätzungsweise dürften die Werte wegen der meist großen Eisenmassen, welche die Wärme weiterleiten und ausstrahlen, nahe der Kurve *III* liegen.

Die Abführung der Wärme kann durch Luftzug, erzeugt durch Temperaturunterschiede oder durch nahe am Lager sitzende Kurbeln, Scheiben oder Räder, gelegentlich auch durch Anblasen mittels besonderer Ventilatoren oder durch Bewegung der Lager durch die Luft hindurch sehr verstärkt, dagegen in geschlossenen Räumen, in Gehäusen oder durch die Nähe von wärmeabgebenden Teilen beträchtlich verschlechtert werden. Derartige Einflüsse zu berücksichtigen ist bis heute nur durch Schätzung möglich. Verstärkt ist die Ausstrahlung z. B. bei Schubstangenköpfen und Lagern an Fahrzeugen, verschlechtert bei Lagern in geschlossenen Maschinen, an Lokomobil- und Walzwerklagern, die durch den Kessel oder das Walzgut zusätzlich erwärmt werden.

Für eine überschlägliche Rechnung genügt es, in die Formel für die spezifische Reibungsarbeit:

$$a_{R_0} = \frac{p \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi}$$

für μ_1 die Werte der Abb. 1119 einzusetzen, die für Dauerbetrieb bei 50° Lager- und 20° Raumtemperatur gelten. Sie sind aus den Stribeckschen, bis zu 4 m/sek Umfang-

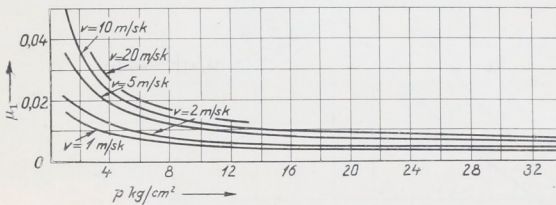


Abb. 1119. Zapfenreibungszahl μ_1 bei 50° Lager- und 20° Raumtemperatur.

durchweg kleinere Werte gefunden hat. Die spezifische Reibungsarbeit sinkt mit steigender Temperatur, solange die Geschwindigkeits- und Druckverhältnisse unverändert bleiben, gemäß den Zapfenreibungszahlen, also nach Kurven der Art, wie sie die Abb. 1103 und 1104 zeigen. Nähert man deren Verlauf durch gleichseitige Hyperbeln:

$$a_{R_0} \cdot t = \text{const} = a_{R_0}' \cdot t' \quad (347)$$

an, so erhält man in den Schnittpunkten mit den Kurven, Abb. 1118, die bei den verschiedenen Lagerbauarten zu erwartenden Beharrungstemperaturen, wie die unten folgenden Beispiele erläutern.

Allgemein ist noch zu beachten, daß die Reibungszahlen der Abb. 1119 an sorgfältig behandelten Lagern gefunden sind, daß aber durch Ausführungs- und Aufstellungsfehler ungenügendes Einlaufen, Unreinigkeiten im Öl usw. die Reibung sehr erhöht werden kann und daher Vorsicht geboten erscheint, wenn die zu erwartenden Wärmegrade hoch sind. An mehrfach gelagerten Wellen hängt die Verteilung der Auflagedrucke von der Ausführung und dem Einbau ab; beim Lauf kann daher leicht Überlastung und Warmlaufen einzelner Lager eintreten.

Als zulässig dürfen 70 bis 80° Öl- oder Lagerschalentemperatur erachtet werden. Bei einer Raumtemperatur t_r , die mehr als 20° beträgt, ist naturgemäß die Gefahr des Heißlaufens größer; die zu erwartende Temperatur am Lager wird um $(t_r - 20)$ Grad höher sein, als die auf die beschriebene Weise ermittelte. Wichtige Lager sollten stets,

wie schon erwähnt, eine Bohrung für ein Thermometer zur Überwachung der Schalen- oder Öltemperatur bekommen.

Beispiel 8. Die Beharrungstemperatur, die ein Zapfen von 120 mm Durchmesser und 240 mm Länge annimmt, der dauernd unter einem Druck von $P = 5000$ kg bei $n = 250$ Umdrehungen in der Minute läuft, soll angenähert ermittelt werden.

Mittlerer Auflagedruck:

$$p_m = \frac{P}{d \cdot l} = \frac{5000}{12 \cdot 24} = 17,4 \text{ kg/cm}^2,$$

Umfangsgeschwindigkeit:

$$v = \frac{\pi n d}{30 \cdot 2} = \frac{\pi \cdot 250}{30} \cdot 0,06 = 1,57 \text{ m/sek.}$$

Dafür findet sich die Zapfenreibungszahl μ_1 aus Abb. 1119 zu 0,004. Die spezifische Reibungsarbeit bei $t = 50^\circ$ Lager- und 20° Raumwärme ist also:

$$a_{R_0} = \frac{p_m \cdot \mu_1 \cdot v}{\pi} = \frac{17,4 \cdot 0,004 \cdot 1,57}{\pi} = 0,0348 \frac{\text{mkg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}.$$

Zur Aufzeichnung der gleichseitigen Hyperbel dient der Grundwert:

$$a_{R_0} \cdot t = 0,0348 \cdot 50 = 1,74.$$

$$a'_{R_0} = \frac{a_{R_0} \cdot t}{t'} = \frac{1,74}{t'}$$

liefert dann durch Einsetzen verschiedener Zahlen für die Temperatur:

$t' =$	60	70	80 ⁰
$a'_{R_0} =$	0,029	0,025	0,022 $\frac{\text{mkg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$

Das Eintragen dieser Werte in Form der Linie $H-H$ in Abb. 1118 ergibt nach Kurve II , also bei Ausführung des Lagers entsprechend Bauart II , 66° , bei den günstigeren Ausstrahlungsverhältnissen nach Art III rund 54° Beharrungstemperatur.

Zur genaueren Berechnung der Wärmeverhältnisse von Lagern und Zapfen auf Grund der hydrodynamischen Theorie der flüssigen Reibung braucht man nur an einem gegebenen Zapfen die spezifische Reibungsarbeit a_{R_0} nach Formel (342) zu ermitteln und unter Beachtung der Durchbildung des Lagers und etwaiger besonderer, die Wärmeableitung unterstützender oder hindernder Umstände die zu erwartende Temperatur an Hand der Kurven, Abb. 1118, zu bestimmen.

Wird die so gefundene Temperatur zu hoch, so muß der Zapfen oder das Lager umgestaltet oder die überschüssige Wärme künstlich abgeführt, das Lager gekühlt werden. Die abzuleitende Wärme Q in kcal/sek ergibt sich aus dem Unterschied der am Zapfen entwickelten Reibungswärme a_{R_0} und der Ausstrahlung, die mit a_s in $\frac{\text{kgm}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$ bezeichnet sei, zu:

$$Q = \frac{(a_{R_0} - a_s) \pi \cdot d \cdot l}{427} \text{ kcal/sek.} \quad (348)$$

Die zur Kühlung nötigen Wasser- oder Ölmengen q in l/sek folgen bei einer Zuflußtemperatur des Kühlmittels von t_1^0 , einer Abflußtemperatur von t_2^0 , einem Einheitsgewicht γ kg/dm³ und einer spezifischen Wärme c aus:

$$Q = \frac{q}{\gamma} c \cdot (t_2 - t_1) \quad \text{oder} \quad q = \frac{\gamma \cdot Q}{c \cdot (t_2 - t_1)} = \frac{\gamma (a_{R_0} - a_s) \pi \cdot d \cdot l}{427 c \cdot (t_2 - t_1)}. \quad (349)$$

Für Öl ist γ im Durchschnitt 0,9, $c = 0,4$, für Wasser $\gamma = 1$, $c = 1$.

Beispiel 9. Die Wärmeverhältnisse am Zapfen des Beispiels 8 sind bei Schmiering mit Motorenöl der Gasmotorenfabrik Deutz genauer zu untersuchen. Nach Abb. 1094 nimmt das Öl bei verschiedenen Wärmegraden, die in der folgenden Zusammenstellung

angegebenen Zähigkeiten an, mit denen sich an Hand der Formel (342) die darunter angeführten spezifischen Reibungsarbeiten ergeben.

Öltemperatur t	30	40	50	60	70°
Zähigkeit $\left\{ \begin{array}{l} \text{nach Engler } E \dots\dots\dots \\ \text{absolut } \eta \dots\dots\dots \end{array} \right.$	20 0,0134	11,3 0,0076	6,8 0,0045	4,4 0,0028	3,1 0,0019
Spezifische Reibungsarbeit $a_{R_0} \dots\dots\dots$	0,0364	0,0273	0,0211	0,0166	0,0137
					$\frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$ $\frac{\text{mkg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$

Beispielweise hat das Öl bei $t = 30^\circ$ Temperatur eine Zähigkeit von $E = 20$ Englergraden, aus der sich bei einem spezifischen Gewicht $\gamma = 0,9 \text{ kg/dm}^3$ nach (309) eine absolute Zähigkeit:

$$\eta = \gamma \left(0,00074 E - \frac{0,00064}{E} \right) = 0,9 \left(0,00074 \cdot 20 - \frac{0,00064}{20} \right) = 0,0134 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$$

errechnet. Aus Abb. 1095 kann dieser Wert unmittelbar abgelesen werden. Damit wird:

$$\begin{aligned} a_{R_0} &= 9,16 \cdot 10^{-7} d \sqrt{\eta \cdot p \cdot n^3 \left(\frac{4d}{l} + 1 \right)} = 9,16 \cdot 10^{-7} \cdot 12 \sqrt{\eta \cdot 17,4 \cdot 250^3 \left(\frac{4 \cdot 12}{24} + 1 \right)} \\ &= 0,314 \sqrt{\eta} = 0,314 \sqrt{0,0134} = 0,0364 \frac{\text{mkg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2} \end{aligned}$$

Trägt man die Werte von a_{R_0} in Abhängigkeit von t auf einem über Abb. 1118 gelegten Stück Pauspapier auf, so ist an Hand des Schnittes mit Kurve III bei Ausführung des Lagers mit größeren Außenmaßen eine Beharrungstemperatur von 46° , bei der gedrängten Ausführung nach II von 55° zu erwarten. Sie liegen, wie vorauszu-sehen war, etwas niedriger als bei der oben durchgeführten angenäherten Berechnung.

Für den Fall II mögen noch die übrigen wichtigen Werte ermittelt werden. Das Öl hat bei 55° $5,3$ Englergrade oder eine absolute Zähigkeit $\eta = 0,0035 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$, wobei

$a_{R_0} = 0,0186 \frac{\text{mkg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$ wird. Wie groß ist die zu erwartende geringste Stärke der Schmier-schicht, wenn Zapfen und Lager nach der Laufsitzpassung der Dinormen mit einem mittleren Spiel von $D - d = 0,07 \text{ mm}$ bei einer Größe der Unebenheiten von $\delta_1 = \delta_2 = 0,005 \text{ mm}$ hergestellt werden?

Der Berechnung zugrunde zu legendes Spiel nach (337):

$$s = D - d + 2(\delta_1 + \delta_2) = 0,07 + 2(0,005 + 0,005) = 0,09 \text{ mm.}$$

Daraus Stärke der Schmierschicht nach Formel (339b):

$$h = \frac{\eta \cdot n \cdot d^2}{183600 \cdot s \cdot p} \cdot \frac{l}{d+l} = \frac{0,0035 \cdot 250 \cdot 12^2}{183600 \cdot 0,009 \cdot 17,4} \cdot \frac{24}{12+24} = 0,0029 \text{ cm oder } 0,03 \text{ mm.}$$

Diese im Verhältnis zum Spiel beträchtliche Stärke der Schmierschicht macht die Nach-prüfung erforderlich, ob die Gültigkeitsgrenzen der benutzten Formel eingehalten sind. Da $h = 0,322 s$ ist, trifft das tatsächlich nicht zu und damit wird die Nachrechnung unter Ermittlung des Wertes Φ nach Formel (312) notwendig. Es ergibt sich:

$$\Phi = \frac{191000 \cdot p \cdot s^2}{\eta \cdot n \cdot d^2} \cdot \frac{d+l}{l} = \frac{191000 \cdot 17,4 \cdot 0,009^2}{0,0035 \cdot 250 \cdot 12^2} \cdot \frac{12+24}{24} = 3,20.$$

Aus Zusammenstellung 115 oder an Hand der Kurve Abb. 1096 folgt aus dem Schnitt des Polstrahles durch M und den Punkt $\Phi = 3,20$ mit der Linie ABM :

$$h' = 0,60 \cdot \frac{s}{2} = 0,60 \cdot \frac{0,09}{2} = 0,027 \text{ mm.}$$

Flüssige Reibung ist demnach mit großer Sicherheit verbürgt. Fragt man nach dem günstigsten Spiel, so führt Formel (340) zu:

$$s_{best} = 0,00467 \cdot d \sqrt{\frac{\eta \cdot n}{p} \cdot \frac{l}{d+l}} = 0,00467 \cdot 12 \sqrt{\frac{0,0035 \cdot 250}{17,4} \cdot \frac{24}{12+24}} = 0,0103 \text{ cm oder } 0,1 \text{ mm}$$

und einer Schmierschichtstärke an der engsten Stelle von:

$$h = \frac{s}{4} = 0,025 \text{ mm.}$$

Schließlich beziffert sich die gesamte am Zapfen verloren gehende Leistung nach (344) auf:

$$N_R = \frac{a_{R_0} \cdot \pi \cdot d \cdot l}{75} = \frac{0,0186 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 24}{75} = 0,224 \text{ PS.}$$

4. Berechnung der Zapfen auf Festigkeit.

Bei Stirnzapfen ist die Beanspruchung auf Biegung gemäß den Formeln (327) oder (328) maßgebend. Da es in Rücksicht auf die weitere Berechnung vielfach zweckmäßig ist, das Verhältnis $\frac{l}{d}$ anzunehmen, kann Formel (328) auch in der Form:

$$d = \sqrt[2]{\frac{5 P \cdot l}{k_y \cdot d}} \tag{350}$$

benutzt werden. Bei mitten in einer Welle sitzenden Halszapfen ist von den an der Stelle auftretenden größten Biege- und Drehmomenten auszugehen.

5. Wirkung der Formänderung der Zapfen.

In Betracht kommen die Durchbiegung, Krümmung und Schiefstellung, denen die Zapfen durch die äußeren Kräfte unterliegen, Formänderungen, die von der gleichen Größenordnung sind, wie die Schmierschichtstärke und deshalb sorgfältig berücksichtigt werden müssen. Da sich nun die Durchbiegungen aus einem Schiefstehen, entsprechend der mittleren Neigung der elastischen Linie der Welle und einer Krümmung des Zapfens selbst zusammensetzen lassen, genügt es, die Wirkung dieser beiden Formänderungsarten zu untersuchen. Schiefe Lage eines Zapfens zu seiner Schale erzeugt Kantenpressung, läßt sich aber, wenn die Neigung dauernd dieselbe bleibt, durch richtigen Zusammenbau oder durch Einlaufenlassen unschädlich machen. Ändert sich aber die Neigung, so müssen selbststellbare Schalen verwendet oder die Wirkungen durch Verkürzen oder Verstärken des Zapfens gemildert werden. Die Notwendigkeit sich selbst einstellender Schalen in Fällen, wo flüssige Reibung erzielt werden soll, wird vielfach noch nicht genügend beachtet. Verhältnismäßig lange, hochbelastete Schalen ($l \geq 2, 6$, selbst $2 d$) sollten, namentlich wenn sie veränderlicher Belastung ausgesetzt sind, stets selbststellbar gemacht werden.

Die Krümmung eines Zapfens oder der elastischen Linie von Wellen ruft, je nachdem, ob sie an der Stelle der dünnsten Schmierschicht erhaben oder hohl verläuft, Verminderungen der Schmierschichtstärke oder Kantenpressungen hervor, Wirkungen, die nur durch genügend kräftige und kurze Zapfen beschränkt werden können.

An Stirnzapfen errechnet sich die größte Pfeilhöhe f der elastischen Linie unter der etwas zu ungünstigen Annahme gleichmäßiger Verteilung des Flächenendrucks an der Lauffläche nach Abb. 1120 wie folgt. In der Entfernung x vom Zapfenende ist nach der Gleichung der elastischen Linie:

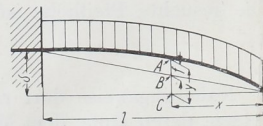


Abb. 1120. Zur Berechnung der Pfeilhöhe der elastischen Linie an Stirnzapfen.

$$f = \overline{AC} - \overline{BC} = y - \frac{\delta \cdot x}{l} = \frac{\alpha \cdot P \cdot l^3}{J} \left(\frac{x}{6l} - \frac{x^4}{24l^4} - \frac{1}{8} \frac{x}{l} \right) = \frac{\alpha \cdot P \cdot l^3}{24J} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^4}{l^4} \right).$$

Setzt man den Differentialquotienten $\frac{df}{dx} = 0$, so ergibt sich der größte Wert von f bei $x = 0,63 l$ und zwar zu:

$$f_{\max} = 0,02 \frac{\alpha \cdot P \cdot l^3}{J} \quad \text{oder} \quad 0,08 \alpha \cdot \sigma_b \cdot \frac{l^2}{d}. \quad (351)$$

Der Einfluß auf die Stärke der Schmierschicht an der engsten Stelle dürfte hinreichend berücksichtigt sein, wenn man zur Summe der Unebenheiten $\frac{f_{\max}}{2}$ hinzuzählt, also mit:

$$h_{\min} = \delta_1 + \delta_2 + \frac{f_{\max}}{2} \quad (352)$$

rechnet, namentlich, da die Ebenen der größten Durchbiegung und der engsten Stelle nicht ganz zusammenfallen.

Zahlenbeispiel 10. Läßt man an einem Stirnzapfen von $d = 20$ cm Durchmesser und $l = 30$ cm Länge eine Biegebeanspruchung von $\sigma_b = 700$ kg/cm² zu, so wird bei Fluß-

stahl mit einer Elastizitätszahl $\alpha = \frac{1}{2200000}$ cm²/kg:

$$f_{\max} = 0,08 \cdot \alpha \cdot \sigma_b \cdot \frac{l^2}{d} = \frac{0,08 \cdot 700 \cdot 30^2}{2200000 \cdot 20} = \frac{1,15}{1000} \text{ cm}.$$

Bei $\delta_1 = \delta_2 = 0,0005$ cm steigt h_{\min} von 0,001 nach Gleichung (352) immerhin auf:

$$h_{\min} = \delta_1 + \delta_2 + \frac{f_{\max}}{2} = 0,0005 + 0,0005 + \frac{0,00115}{2} = 0,0016 \text{ cm}.$$

An kleineren Zapfen ist der Einfluß naturgemäß geringer. Z. B. wird an einem geometrisch ähnlichen von 50 mm Durchmesser und 75 mm Länge unter den gleichen Verhältnissen

$$f_{\max} = \frac{3}{10000} \text{ cm}.$$

An den Halszapfen durchlaufender Wellen läßt sich die Pfeilhöhe an Hand der Biegemomentenfläche ermitteln. Bedeuten in Abb. 1121 F_1 und F_2 die Inhalte der Momentenflächen links und rechts der Zapfenmitte in cm²·cm und ξ_1 und ξ_2 ihre Schwerpunktabstände von den Zapfenden in cm, so sind die Durchbiegungen δ_1 und δ_2 der elastischen Linie im Abstände $\frac{l}{2}$ von der Zapfenmitte, bezogen auf die dort angelegte Tangente nach Formel (32) dargestellt durch:

$$\delta_1 = \alpha \int \frac{M_x \cdot x \cdot dx}{J_x} \approx \frac{20 \cdot \alpha \cdot F_1 \cdot \xi_1}{d^4} \quad \text{und} \quad \delta_2 = \frac{20 \cdot \alpha \cdot F_2 \cdot \xi_2}{d^4}.$$

Abb. 1121. Zur Ermittlung der Pfeilhöhe der elastischen Linie an Halszapfen.

Die gesuchte Pfeilhöhe ist dann:

$$f' = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = \frac{10 \alpha}{d^4} (F_1 \xi_1 + F_2 \xi_2). \quad (353)$$

Näherungsweise darf man die Trapeze der Momentenflächen durch Rechtecke ersetzen, deren Höhe dem Moment in der Zapfenmitte entspricht. Dann werden die Abstände ξ_1 und $\xi_2 = \frac{l}{4}$ und:

$$f' = \frac{10 \cdot \alpha}{d^4} \left(M_b \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} + M_b \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} \right) = \frac{2,5 \alpha \cdot M_b \cdot l^2}{d^4}$$

der unter Ersatz von $\frac{10 M_b}{d^3}$ durch σ_b :

$$f' = 0,25 \alpha \cdot \sigma_b \cdot \frac{l^2}{d}. \quad (354)$$

Der Vergleich der Formeln (351) und (354) zeigt, daß die größte Pfeilhöhe am Halszapfen gleicher Abmessung und gleicher Beanspruchung rund 3,1mal größer ist als am Stirnzapfen. Die bekannte Neigung von Mittellagern zum Heißlaufen ist eben auf die bedeutenderen Formänderungen zurückzuführen, die höhere Kantenpressung oder stärkere Verminderung der Schmierschichtdicke in der Lagermitte zur Folge haben. Sie läßt sich, wie Formel (354) lehrt, in erster Linie durch Verringern der Lagerlänge oder durch Niedrighalten der Biegespannung bekämpfen.

Zahlenbeispiel 11. Würde der Zapfen des Beispiels 10 von $d = 20$ cm Durchmesser und $l = 30$ cm Länge als Halszapfen einem größten Biegemoment von 549800 cmkg, entsprechend $\sigma_b = 700$ kg/cm², ausgesetzt sein und würde die Momentenfläche nach Abb. 1121 verlaufen, so ergibt sich folgender Rechnungsgang: Da der Längenmaßstab 1 : 10 ist und 1 cm² 125000 · 10 = 1250000 cmkg · cm bedeutet, die Flächen $F_1 = 5,48$ und $F_2 = 6,18$ cm² Inhalt haben und die Abstände $\xi_1 = 0,77$, $\xi_2 = 0,76$ cm sind, so wird:

$$f' = \frac{10 \alpha}{d^4} (F_1 \xi_1 + F_2 \xi_2) = \frac{10}{2200000 \cdot 20^4} (5,48 \cdot 1250000 \cdot 0,77 \cdot 10 + 6,18 \cdot 1250000 \cdot 0,76 \cdot 10) = \frac{3,21}{1000} \text{ cm.}$$

Die Näherungsformel (354) liefert:

$$f' = 0,25 \alpha \cdot \sigma_b \frac{l^2}{d} = \frac{0,25 \cdot 700 \cdot 30^2}{2200000 \cdot 20} = \frac{3,58}{1000} \text{ cm,}$$

einen etwas zu großen Wert, wie im vorliegenden Falle nach der Form der Momentenfläche in Abb. 1121 zu erwarten war.

6. Berechnung von Zapfen mit Laufsitzpassung, die unter flüssiger Reibung laufen.

Den Weg, den zweckmäßigsten Durchmesser d bei Laufsitzpassung zu berechnen, wenn die Belastung P und die Umdrehzahl n in der Minute gegeben sind, hat Falz zuerst angegeben [XV, 20]. Die folgenden Formeln sind auf dem gleichen Wege, aber so aufgestellt, daß sie ein beliebiges Verhältnis $\frac{l}{d}$ und die Ausstrahlungsfähigkeit der Lager anschaulich an Hand der Abb. 1118 zu berücksichtigen gestatten. Das mittlere Spiel der Laufsitzpassung unter Einschluß der gewöhnlichen Beträge für die Oberflächenrauigkeit läßt sich genügend genau durch die empirische Gleichung:

$$s = \frac{\sqrt[3,3]{d}}{224} = \frac{d^{0,303}}{224} \quad (355)$$

ausdrücken. In Formel (340) eingeführt, wird:

$$\frac{4 \eta \cdot n \cdot d^2}{183600 p} \cdot \frac{l}{d+l} = s_{\text{best}}^2 = \frac{d^{0,606}}{224^2}$$

oder die Zähigkeit:

$$\eta = 0,915 \frac{p}{n \cdot d^{1,4}} \left(\frac{d}{l} + 1 \right). \quad (356)$$

Bei dieser Zähigkeit stellt sich eine Stärke der Ölschicht an der engsten Stelle:

$$h = \frac{s}{4} = \frac{d^{0,303}}{900} \quad (357)$$

ein. Dadurch wird auch der schmieringstechnisch günstigste Wert für d nach Formel (345) gewährleistet, wie man sich überzeugt, wenn man η und h dort einsetzt.

Durch Einführung von η in die Formel (343) entsteht eine Beziehung zur Reibungsarbeit oder Ausstrahlungsfähigkeit an Lagern mit Laufsitzpassung:

$$a_{R_0} = 8,75 \cdot 10^{-7} \frac{P \cdot n}{d^{1,7}} \cdot \frac{d}{l} \sqrt{4 \left(\frac{d}{l}\right)^2 + 5 \frac{d}{l} + 1},$$

aus der die Formel:

$$d = C \sqrt[1,7]{\frac{P \cdot n}{a_{R_0}}} \quad (358)$$

zur Bestimmung von d folgt, wenn P und n gegeben sind, die zulässige spezifische Reibungsarbeit a_{R_0} aber, je nach der Bauart der Lager an Abb. 1118 geschätzt wird. C ist eine nur vom Verhältnis $\frac{l}{d}$ abhängige Größe:

$$C = 2,73 \cdot 10^{-4} \sqrt[1,7]{\frac{d}{l} \sqrt{4 \left(\frac{d}{l}\right)^2 + 5 \frac{d}{l} + 1}}, \quad (359)$$

deren Werte Zusammenstellung 122 zu entnehmen sind.

Zusammenstellung 122. Werte von C und $C^{1,7}$ in der Falzchen Formel für verschiedene Verhältnisse $\frac{l}{d}$.

$\frac{l}{d}$	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
C	$8,97 \cdot 10^{-4}$	$7,67 \cdot 10^{-4}$	$6,70 \cdot 10^{-4}$	$5,97 \cdot 10^{-4}$	$5,38 \cdot 10^{-4}$	$4,91 \cdot 10^{-4}$	$4,52 \cdot 10^{-4}$
$\log C$	0,9528 — 4	0,8845 — 4	0,8263 — 4	0,7756 — 4	0,7310 — 4	0,6910 — 4	0,6550 — 4
$C^{1,7}$	$6,60 \cdot 10^{-6}$	$5,06 \cdot 10^{-6}$	$4,02 \cdot 10^{-6}$	$3,30 \cdot 10^{-6}$	$2,77 \cdot 10^{-6}$	$2,37 \cdot 10^{-6}$	$2,06 \cdot 10^{-6}$
$\log C^{1,7}$	0,8197 — 6	0,7037 — 6	0,6047 — 6	0,5186 — 6	0,4426 — 6	0,3747 — 6	0,3135 — 6

$\frac{l}{d}$	1,3	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0
C	$4,19 \cdot 10^{-4}$	$3,91 \cdot 10^{-4}$	$3,65 \cdot 10^{-4}$	$3,46 \cdot 10^{-4}$	$3,11 \cdot 10^{-4}$	$2,83 \cdot 10^{-4}$
$\log C$	0,6222 — 4	0,5922 — 4	0,5621 — 4	0,5388 — 4	0,4926 — 4	0,4519 — 4
$C^{1,7}$	$1,81 \cdot 10^{-6}$	$1,61 \cdot 10^{-6}$	$1,43 \cdot 10^{-6}$	$1,31 \cdot 10^{-6}$	$1,09 \cdot 10^{-6}$	$9,29 \cdot 10^{-7}$
$\log C^{1,7}$	0,2577 — 6	0,2067 — 6	0,1556 — 6	0,1159 — 6	0,0375 — 6	0,9682 — 7

Zahlenbeispiel 12. Der Zapfen und das Lager des Beispiels 8 für $P = 5000$ kg Dauerbelastung bei $n = 250$ Umdr./min. sollen zwecks Ausführung nach den Normen der Laufsitzpassung (Einheitsbohrung) berechnet werden. Das Lager werde nach Bauart II der Abb. 1118 durchgebildet.

Um den Einfluß verschiedener Zapfenlängen im Verhältnis zum Durchmesser zu zeigen, sei die Rechnung für $\frac{l}{d} = 1, 1,5$ und 2 durchgeführt. Nach Kurve II der Abb. 1118 ist die Ausstrahlungsfähigkeit a_{R_0} bei 20° Luft- und 70° Öltemperatur am Lager zu $0,029$ mkg/sek \cdot cm² anzunehmen. Man ermittelt zunächst den Zapfendurchmesser nach Formel (358) und an Hand des angenommenen Verhältnisses $\frac{l}{d}$ die Zapfenlänge l . Das Ausführungsmaß des Durchmessers wird man der Reihe der Normaldurchmesser der DIN 3 anpassen, die Länge aber auf 5 oder 10 mm abrunden, wenn man sich nicht sogar an die Normalzahlen der DIN 323 halten will. Die unten eingetragene Beanspruchung auf Biegung σ_b gilt für Stirnzapfen. Wichtig ist die Berechnung der Zähigkeit η , um das für den Betrieb bei 70° zweckmäßige Öl an Hand der Zusammenstellung 114 auszusuchen zu können. Schließlich dient Formel (344) zur Bestimmung des Reibungsverlustes in Pferdestärken. Die Werte s, h, μ_1 und v sind nur der besseren Veranschaulichung wegen ermittelt worden. Neben denjenigen von s nach Formel (355) sind eingeklammert die an den Normen der Laufsitzfeinpassung nach dem Einheitsbohrungssystem ermittelten

Spiele eingetragen. p , μ_1 und v müssen, in Formel (322) eingesetzt, angenähert den angenommenen Wert a_{R_0} ergeben und können so zur Nachprüfung der Rechnung dienen.

Zapfen Nr.	1	2	3
$l: d$	1	1,5	2
$d = C \sqrt[1.7]{\frac{P \cdot n}{a_{R_0}}} = C \sqrt[1.7]{\frac{5000 \cdot 250}{0,029}}$	16,67	11,3	8,77 cm
l	16,67	16,95	17,54 cm
Gewählt $d \cdot l$	16,5 · 16,5	11,5 · 17,0	9,0 · 17,5 cm
Flächendruck $p = \frac{P}{d \cdot l}$	18,4	25,6	31,8 kg/cm ²
Beanspruchung auf Biegung $\sigma_b = \frac{5 P \cdot l}{d^3}$	91,8	279	600 kg/cm ²
Zähigkeit $\eta = 0,915 \frac{p}{n \cdot d^{1,4}} \left(\frac{d}{l} + 1 \right)$	0,00266	0,00514	0,00800 $\frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$
Ölsorte nach Zusammenstellung 114	NÖ 12	NÖ 16	NÖ 24
Reibungsleistung $N = \frac{a_{R_0} \cdot \pi \cdot d \cdot l}{75}$	0,331	0,238	0,175
Mittleres Spiel $s = \frac{\sqrt[3,3]{d}}{224}$	0,0104 (0,01)	0,00936 (0,009)	0,00869 (0,009) cm
Schmierschichtstärke $h = \frac{s}{4}$	0,0026	0,00234	0,00217 cm
Zapfenreibungszahl $\mu_1 = 0,0055 \sqrt{\frac{\eta \cdot n \cdot \left(4 \frac{d}{l} + 1\right)}{p}}$	0,00234	0,00237	0,00241
Umfangsgeschwindigkeit $v = \frac{\pi \cdot n \cdot d}{6000}$	2,16	1,51	1,18 m/sek

Beim Vergleich mit dem im Beispiel 5 nach der bisherigen Art berechneten Zapfen zeigt sich, daß die hydrodynamische Theorie im vorliegenden Falle auf wesentlich günstigere und namentlich kürzere Zapfen führt.

Ob aber die Rechnungsergebnisse praktisch anwendbar sind, ist von der Höhe der Biegebeanspruchung σ_b , der Zähigkeit η der zu benutzenden Öle und den Formänderungen, denen die Zapfen durch die Belastung ausgesetzt sind, abhängig. Während die Werte von σ_b in allen drei Fällen an Stirnzapfen zulässig sind, ergeben sich für den zweiten und namentlich den dritten Zapfen Öle, die sehr zähflüssig sind und die unter Druck zugeführt werden müßten, nicht aber für Tropf- oder selbsttätige Schmierung geeignet wären. Schmierringe würden in solchem Öl, wenn es nach längerem Stillstande kalt geworden ist, zu großen Widerstand finden und versagen. Will man etwas leichtflüssigere Öle verwenden, so bietet die Formel (339), die Möglichkeit, die Wirkung nachzurechnen, wie am Beispiel 9 auf Seite 663 gezeigt ist. Verwendet man am Zapfen 2 ein Öl von etwa den Eigenschaften des Normalöles 8 der Zusammenstellung 114, so ergibt sich eine Beharrungstemperatur von 62°. Die Schmierschichtstärke sinkt aber bei der zugehörigen Zähigkeit $\eta = 0,00305 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$ auf 0,00142 cm und damit auch die Sicherheit gegen den Eintritt halbflüssiger Reibung.

Etwas vorteilhafter werden die Verhältnisse, wenn man das günstigste Spiel nach der Formel (340):

$$s_{\text{best}} = 0,00467 d \sqrt{\frac{\eta \cdot n \cdot l}{p \cdot d + l}} = 0,00467 \cdot 11,5 \sqrt{\frac{0,00305 \cdot 250}{25,6} \cdot \frac{17}{11,5 + 17}} = 0,00716 \text{ cm}$$

zugrunde legt, da dann die Schmierschichtstärke an der engsten Stelle auf $\frac{s_{\text{best}}}{4} = 0,0018$ cm steigt. Die genaue Einhaltung dieses sehr kleinen Spiels ist aber nicht leicht.

Sorgfältig sind die Formänderungen an den längeren Zapfen zu beachten. Wird Zapfen Nr. 3 als Stirnzapfen verwandt, so wird die größte Pfeilhöhe nach Formel (351):

$$f_{\text{max}} = 0,08 \alpha \cdot \sigma_b \cdot \frac{l^2}{d} = \frac{0,08 \cdot 600 \cdot 17,5^2}{2 \cdot 200000 \cdot 9} = \frac{7,42}{10000} \text{ cm,}$$

die unter Berücksichtigung der Unebenheiten der Zapfen- und Schalenoberfläche zu einer Mindeststärke der Ölschicht nach Formel (352)

$$h_{\min} = \delta_1 + \delta_2 + \frac{f_{\max}}{2} = 0,0005 + 0,0005 + 0,00037 = 0,0014 \text{ cm}$$

führt. Die oben berechnete Stärke von 0,00217 cm bietet jedoch bei zähem Zylinderöl noch völlig ausreichende Sicherheit gegen Störungen.

Anders liegen die Verhältnisse, wenn der Zapfen mitten in einer Welle sitzt und vergleichsweise derselben Biegebeanspruchung $\sigma_b = 600 \text{ kg/cm}^2$ ausgesetzt ist. Dann wird die Pfeilhöhe nach der Näherungsformel (354) 3,1 mal so groß, erreicht also 0,0026 cm und verlangt eine Mindeststärke der Ölschicht von 0,0023 cm, während nach der Berechnung nur 0,00217 cm vorhanden sind, so daß flüssige Reibung nicht möglich ist. Der Zapfen dürfte also nur an Stellen, wo mäßige Biegemomente auftreten, verwendet werden.

Dagegen ist der Zapfen mit $\frac{l}{d} = 1,5$ auch als Halszapfen brauchbar. Er bietet etwa die gleiche Sicherheit, wie der Stirnzapfen mit $\frac{l}{d} = 2$, da die Pfeilhöhe $f_{\max} = 0,00189$ und die Größen $h_{\min} = 0,00195 \text{ cm}$, $h - h_{\min}$ aber 0,00039 gegenüber 0,00035 cm am Stirnzapfen werden.

Bei der Verwendung des dünnflüssigeren Normalöls 8 reicht die Schmierschicht selbst bei genauer Einhaltung des günstigsten Spiels nicht mehr aus. Die Benutzung eines genügend dickflüssigen Öles ist also geboten.

Berechnungsbeispiel 13. Die Wärme- und Reibungsverhältnisse an dem Zapfen einer Turbodynamo von 120 mm Durchmesser und 300 mm Länge für 1800 kg Belastung bei $n = 3000 \text{ Umdr./min.}$ sind zu untersuchen. Als Öl soll Normalöl 3 verwendet und eine Temperatur des Lagers von 50° zugelassen werden.

Ölzähigkeit bei 50° nach Zusammenstellung 114:

$$\eta = 0,0152 i = 0,0152 \cdot 0,119 = 0,00181 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$$

Bei $\frac{d}{l} = \frac{120}{300} = 0,4$ wird die spezifische Reibungsarbeit nach Formel (343):

$$a_{R_0} = 9,16 \cdot 10^{-7} \sqrt{\eta \cdot P \cdot n^3 \left[4 \left(\frac{d}{l} \right)^2 + \frac{d}{l} \right]}$$

$$= 9,16 \cdot 10^{-7} \sqrt{0,00181 \cdot 1800 \cdot 3000^3 [4 \cdot 0,4^2 + 0,4]} = 0,277 \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$$

Sie ist so groß, daß sie keinesfalls durch Ausstrahlung abgegeben werden kann; das Lager muß künstlich gekühlt werden. Ein Lager von gedrängter Bauart kann nach Kurve II der Abb. 1118, bei 50° 0,015, ein solches von schwerer Bauart nach Kurve III 0,029 mkg/sek $\cdot \text{cm}^2$ ausstrahlen. Legt man der weiteren Rechnung vorsichtigerweise den niedrigeren Wert zugrunde, so müssen am ganzen Lager nach Formel (348):

$$Q = \frac{(a_{R_0} - a_s) \pi \cdot d \cdot l}{427} = \frac{(0,277 - 0,015) \cdot \pi \cdot 12 \cdot 30}{427} = 0,694 \frac{\text{kcal}}{\text{sek}}$$

künstlich abgeleitet werden.

Die dazu nötige Kühlwassermenge beträgt bei $t_1 = 20^\circ$ Zufluß- und $t_2 = 40^\circ$ Abflußtemperatur nach (349):

$$q = \frac{\gamma \cdot Q}{c(t_2 - t_1)} = \frac{1 \cdot 0,694}{1(40 - 20)} = 0,035 \text{ kg/sek} \quad \text{oder} \quad 2,1 \text{ l/min.}$$

An Öl mit $\gamma = 0,9$ und $c = 0,4$ würden:

$$q' = \frac{q}{\gamma \cdot c} = \frac{2,1}{0,9 \cdot 0,4} = 5,8 \text{ l/min}$$

notwendig sein.

Vgl. hierzu das Turbodynamolager, Abb. 1500, bei dem das Kühlwasser durch die hohlgegossenen Lagerschalen geleitet wird. Zur Schmierung dient bei der dargestellten älteren Ausführung noch Preßöl; es wird nahe der tiefsten Stelle durch eine breite Nut zugeführt, umspült den Zapfen und fließt oben im Scheitel ab, um in einem Ölkühler zurückgekühlt und wieder in Umlauf gesetzt zu werden. Flächendruck am Zapfen:

$$p = \frac{P}{d \cdot l} = \frac{1800}{12 \cdot 30} = 5 \text{ kg/cm}^2.$$

Beanspruchung auf Biegung im Falle der Verwendung als Stirnzapfen:

$$\sigma_b = \frac{5 P \cdot l}{d^3} = \frac{5 \cdot 1800 \cdot 30}{12^3} = 156 \text{ kg/cm}^2.$$

Das schmiertechnisch günstigste Zapfenspiel ist nach (340):

$$s_{best} = 0,00467 \cdot d \sqrt{\frac{\eta \cdot n}{p} \cdot \frac{l}{d+l}} = 0,00467 \cdot 12 \sqrt{\frac{0,00181 \cdot 3000}{5} \cdot \frac{30}{12+30}} = 0,0494 \text{ cm}.$$

Zieht man den üblichen Betrag für die Oberflächenrauigkeit von 0,002 cm ab, so bleibt als zweckmäßiger Unterschied des Bohrungs- und Zapfendurchmessers 0,0474 cm, ein Spiel, das beträchtlich größer ist als das mittlere der Laufsitzpassung von nur 0,007 cm.

Auch die Schmierschichtstärke $h = \frac{s}{4} = 0,012 \text{ cm}$ gewährleistet flüssige Reibung mit großer Sicherheit.

C. Berechnung kegelliger und kugelliger Tragzapfen.

Diese seltener benutzten Formen werden kaum für wichtige Zapfen unter flüssiger Reibung verwendet werden. Deshalb ist im folgenden nur auf ihre Berechnung für halbflüssige Reibung ähnlich den zylindrischen Tragzapfen im Abschnitt IV A eingegangen.

An kegelligen Tragzapfen, Abb. 1079, besteht der Unterschied nur darin, daß bei der Bestimmung des Auflagedrucks und der Reibungsarbeit der mittlere Durchmesser zugrunde gelegt wird. Bei der Berechnung auf Biegung könnte die Mittelkraft etwas näher am dickeren Ende angenommen werden; meist wird jedoch als Hebelarm, an dem die Auflagekraft wirkt, $\frac{l}{2}$ eingesetzt.

An kugelligen Tragzapfen, Abb. 1122, darf die Auflagebreite b annähernd zu $0,7 d$ gewählt, der mittlere Durchmesser zu $0,9 d$ geschätzt und dann der mittlere Flächendruck p aus:

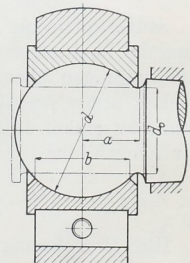
$$p = \frac{P}{\bar{p}} = \frac{P}{0,9 \cdot b \cdot d} = \frac{P}{0,63 d^2} \quad (360)$$

bestimmt werden. p sollte, wenn möglich niedriger sein, wie auf Abb. 1122. Kugelzapfen. S. 644 angegeben ist.

Die verhältnismäßig geringe Länge der Lagerschalen führt zu großen Zapfendurchmessern und Lagermaßen, die schwierige Herstellung der kugelligen Flächen an den Zapfen und in den Schalen macht die Ausführung teuer; Umstände, die begründen, daß man kugelige Zapfen tunlichst vermeiden soll. Sie finden sich als Kurbelzapfen an Sägegattern und an Lokomotiven, um geringe seitliche Ausweichungen oder Schwingungen der Schubstangen zu ermöglichen.

Die Beanspruchung des Halses auf Biegung verlangt ein Widerstandsmoment:

$$W \approx \frac{d_0^3}{10} = \frac{P \cdot a}{k_b},$$



a und d_0 ergeben sich aus der Aufzeichnung, bei welcher der seitliche Ausschlag der Stange zu berücksichtigen und auf eine gute Abrundung am Übergang vom Zapfen zur Welle zu achten ist. Als Anhalt kann $d_0 = 0,6 d$ dienen.

Bei der Berechnung des Zapfens gegen Warmlaufen wird zweckmäßig die Geschwindigkeit $v = \frac{\pi d n}{60}$, also die größte, dem Kugeldurchmesser d entsprechende eingesetzt und $p \cdot v$ etwa nach den Angaben S. 648 gewählt.

Beispiel 14. Kugelzapfen für 3500 kg Belastung bei 100 Umläufen in der Minute.
 $p = 50 \text{ kg/cm}^2$.

$$f' = \frac{P}{p} = \frac{3500}{50} = 70 \text{ cm}^2 = 0,63 d^2.$$

$$\text{Daraus: } d = \sqrt{\frac{f'}{0,63}} = \sqrt{\frac{70}{0,63}} = 10,5 \text{ cm; gewählt } d = 110 \text{ mm}.$$

Nachrechnung auf Biegung: a ergibt sich beim Aufzeichnen zu 46, d_0 zu 70 mm

$$\sigma_b = \frac{32 \cdot P \cdot a}{\pi d_0^3} = \frac{32 \cdot 3500 \cdot 4,6}{\pi 7^3} = 478 \text{ kg/cm}^2, \quad \text{— zulässig —,}$$

auf Warmlaufen:

$$p_m = \frac{P}{0,9 \cdot b \cdot d} = \frac{3500}{0,9 \cdot 7,8 \cdot 11} = 45,3 \text{ kg/cm}^2, \quad v = \frac{\pi d \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,11 \cdot 100}{60} = 0,576 \text{ m/sek}.$$

$$p_m \cdot v = 45,3 \cdot 0,576 = 26,1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}}.$$

Ausführung nach Abb. 1122. Die strichpunktierten Linien deuten einen zylindrischen Zapfen an, der ungefähr denselben Beanspruchungen unterliegt, aber einen wesentlich kleineren Stangenkopf verlangt.

V. Berechnung der Stützzapfen.

Stützzapfen zur Aufnahme von Kräften, die ausschließlich oder vorwiegend in Richtung der Drehachse wirken, wurden früher mit ebenen Laufflächen versehen. Die neueren Anschauungen über die Schmiermittelreibung führten zur Ausbildung schräger Tragflächen unter Ausnützung der flüssigen Reibung in keiligen Schmierschichten und damit zu einem äußerst wichtigen Fortschritt. Kugelige Stützzapfen kommen selten zur Anwendung.

A. Stützzapfen mit ebenen Laufflächen.

Ihre Berechnung erfolgt 1. auf Flächendruck, 2. auf Sicherheit gegen Warmlaufen. Nur an ringförmigen und Kammzapfen ist die Verbindung mit der Welle auf Festigkeit nachzuprüfen.

1. Berechnung auf Flächendruck.

Sie pflegt unter der Annahme gleichmäßiger Verteilung auf der ganzen Auflagefläche durchgeführt zu werden, wobei der mittlere Flächendruck p , an bewährten Ausführungen ermittelt, ähnlich wie an Tragzapfen nur als Vergleichswert zu betrachten ist. Am vollen Spurzapfen, Abb. 1080, ist:

$$p = \frac{P}{\frac{\pi}{4} d^2}, \quad (361)$$

am ringförmigen Spurzapfen, Abb. 1081:

$$p = \frac{P}{\frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2)}, \tag{362}$$

am Kammzapfen mit z Ringen, Abb. 1082:

$$p = \frac{P}{z \cdot \frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2)}. \tag{363}$$

Die von den Schmiernuten eingenommene Fläche, die häufig 10 bis 20% beträgt, Abb. 1124, ist bei hohen Belastungen abziehen.

Für die Wahl des mittleren Auflagedrucks gelten die bei den Tragzapfen auf Seite 644 aufgeführten Gesichtspunkte. Da aber die Verhältnisse im allgemeinen, namentlich an großen Spurzapfen, ungünstiger liegen als bei den Tragzapfen, empfiehlt es sich, selbst bei mäßigen Geschwindigkeiten unter den dort angegebenen Werten zu bleiben.

Sonderwerte. An Wasserturbinen hat sich nach Pfarr für die Stützfläche ein hartes, fast weißes Gußeisen gut bewährt, das bei gehärtetem und geschliffenem Stahlzapfen und Ölschmierung bis zu 90 kg/cm² verträgt. Als Mittelwert empfiehlt Pfarr 50 bis 70 kg/cm². Eichen- und Pockholz, in Wasser laufend, darf mit 8 bis 10, höchstens 20 kg/cm² belastet werden.

An Kammzapfen ist die Schwierigkeit, die Stützflächen so auszuführen, daß alle Ringe gleichmäßig tragen und der Umstand, daß ein Ring, der warm läuft, sich ausdehnt und noch mehr belastet und gefährdet wird, durch Wahl eines besonders niedrigen Wertes für p zu berücksichtigen. Für die Drucklager der Schiffswellen gibt Bauer an:

Auf Frachtdampfern	3—4 kg/cm ² ,
Auf Personendampfern	4—5,5 „
Auf schweren Kriegsschiffen	5—6 „
Auf leichten Kriegsschiffen	7—9 „

Die Annahme, daß sich der Auflagedruck auf der ganzen Zapfenfläche gleichmäßig verteilt, daß also überall der mittlere Flächendruck herrscht, ist nicht zutreffend, weil 1. das Öl am äußeren Rande entweichen und deshalb dort geringere Pressung haben wird und weil 2. mit halbflüssiger Reibung und daher mit Abnutzung der Flächen gerechnet werden muß. Bei gleichmäßigem Flächendruck würde die Abnutzung am Rande infolge der größeren Geschwindigkeit stärker sein und eine schwach gewölbte Lauffläche unter Erhöhung des Flächendrucks im mittleren Teil erzeugen.

Auf die Bedingung, daß die Abnutzung überall gleich groß sein muß, wenn die Laufflächen eben bleiben sollen, gründet sich die Reyesche Theorie der Druckverteilung an Stützzapfen. Nimmt man an, die Abnutzung in irgend einem Punkte sei dem dort herrschenden Flächendruck p und der vorhandenen Gleitgeschwindigkeit v verhältnismäßig, so ist die Bedingung für überall gleiche Abnutzung $p \cdot v = \text{konst}$ oder, da v in gleichem Maße wie der Halbmesser r wächst, $p \cdot r = C$. Danach ist die Verteilung des Flächendrucks durch eine gleichseitige Hyperbel, Abb. 1123, gegeben, deren Asymptoten die Drehachse und die Lauffläche sind und die am mittleren Durchmesser den mittleren Flächendruck aufweist. Denn:

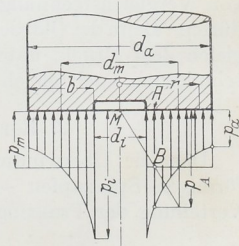


Abb. 1123. Verteilung des Flächendrucks an einem Spurzapfen nach Reye.

$$P = \int p \cdot df = C \int_{r_i}^{r_a} \frac{2\pi r dr}{r} = 2\pi C (r_a - r_i) = 2\pi C \cdot b$$

gibt:

$$C = \frac{P}{2\pi b} = p \cdot r$$

oder den Flächendruck p_r in der Entfernung r von der Mitte:

$$p_r = \frac{P}{2\pi r \cdot b} \quad (364)$$

Auf dem Kreis vom mittleren Durchmesser ist $r = \frac{d_m}{2}$ und daher:

$$p_m = \frac{P}{\pi \cdot d_m \cdot b}, \quad (365)$$

also gleich dem mittleren Druck p nach Formel (362), während der größte Druck am inneren Rande eines ringförmigen Zapfens:

$$p_i = \frac{P}{\pi \cdot d_i \cdot b}, \quad (366)$$

der kleinste am Außenrande:

$$p_a = \frac{P}{\pi \cdot d_a \cdot b} \quad (367)$$

ist. Pfarr empfiehlt, der Berechnung von Turbinenzapfen $p_i = 100$ bis 170 kg/cm^2 zugrunde zu legen.

Zeichnerisch findet man den Verlauf der Pressung, indem man in einem beliebigen Punkte A ein Lot AB von der Länge p_m errichtet und einen Strahl vom Mittelpunkt M durch B zieht, der auf dem Lote am Ende von r_m die Pressung p_A im Punkte A abschneidet.

Im Mittelpunkt eines vollen Zapfens wird p_i theoretisch unendlich groß, ein Wert, der tatsächlich nicht erreicht wird, da die Baustoffe schon nachgeben und ausweichen, wenn der Flächendruck die Fließgrenze überschreitet, der aber doch darauf hinweist, den mittleren Teil eines vollen Spurzapfens nicht zu benutzen, weil dort die Schmierung durch den hohen Flächendruck sehr erschwert wird. Meist wird deshalb die Mitte ausgespart und zur Zuführung des Öls benutzt.

Auf die Reyesche Theorie gegründete Rechnungen haben ebenfalls nur den Wert von Vergleichsrechnungen, die auf außergewöhnliche Fälle nicht angewendet werden dürfen. Denn der Öldruck müßte am äußeren Rande der Lauffläche gleich Null, am inneren gleich dem Druck, unter dem das Öl zufließt, z. B. im Falle einer einfachen Umlaufschmierung auch gleich Null sein.

2. Berechnung auf Sicherheit gegen Warmlaufen.

Das zur Überwindung der Zapfenreibung nötige Drehmoment wird beim ringförmigen Spurzapfen — wieder unter der einfachen Voraussetzung gleichmäßiger Verteilung der Pressung —, nach Abb. 1081:

$$M_R = \int \mu_1 \cdot p \cdot df \cdot r = \mu_1 \cdot p \cdot \int df \cdot r.$$

Nimmt man als Flächenelement einen Kreisring vom Halbmesser r und der Breite dr , so geht die Gleichung über in:

$$M_R = \mu_1 \cdot p \int 2\pi r \cdot dr \cdot r = 2\pi \cdot \mu_1 \cdot p \int r^2 dr = 2\pi \mu_1 \cdot p \cdot \frac{r^3}{3} \Big|_{\frac{d_i}{2}}^{\frac{d_a}{2}} = \frac{\pi}{12} \cdot p \cdot \mu_1 (d_a^3 - d_i^3).$$

Mit:

$$P = p \cdot f' = p \cdot \frac{\pi}{4} (d_a^2 - d_i^2)$$

oder:

$$p = \frac{4}{\pi} \frac{P}{d_a^2 - d_i^2}$$

wird am ringförmigen Spurzapfen oder an einem Kammzapfen mit beliebig vielen, aber gleich großen Ringen:

$$M_R = \frac{1}{3} P \cdot \mu_1 \frac{d_a^3 - d_i^3}{d_a^2 - d_i^2}. \quad (368)$$

Für den vollen Spurzapfen ist $d_i = 0$, $d_a = d$ und:

$$M_R = \frac{1}{3} P \cdot \mu_1 \cdot d. \quad (369)$$

In beiden Formeln fällt das Reibungsmoment durch die Annahme, daß p sich gleichmäßig verteilt, größer aus, als wenn ein von innen nach außen abnehmender Druck zugrunde gelegt wird. Die Voraussetzung erhöht mithin die Sicherheit der Rechnung.

Die Reibungsarbeit A_R ist durch das Produkt des Reibungsmomentes und der Winkelgeschwindigkeit dargestellt; sie wird an einem ringförmigen Spurzapfen oder einem Kammzapfen:

$$A_R = M_R \cdot \omega = \frac{\pi}{12} \cdot \mu_1 \cdot p \cdot \omega (d_a^3 - d_i^3).$$

Bei einem mittleren Durchmesser d_m und der Breite b der Lauffläche, also $d_a = (d_m + b)$; $d_i = (d_m - b)$ geht A_R über in:

$$A_R = \frac{\pi}{2} \cdot \mu_1 \cdot p \cdot \omega \cdot d_m^2 \cdot b \left(1 + \frac{1}{3} \frac{b^2}{d_m^2}\right) = \frac{1}{2} \mu_1 \cdot P \cdot d_m \cdot \omega \left(1 + \frac{1}{3} \frac{b^2}{d_m^2}\right)$$

und da $\frac{\omega \cdot d_m}{2}$ gleich der Zapfengeschwindigkeit v_m am mittleren Durchmesser, die spezifische Reibungsarbeit aber:

$$a_R = \frac{A_R}{f_1}$$

ist, wird schließlich für den ringförmigen Spur- oder den Kammzapfen:

$$a_R = \mu_1 \cdot p \cdot v_m \left(1 + \frac{1}{3} \frac{b^2}{d_m^2}\right). \quad (370)$$

Am vollen Spurzapfen ist die Reibungsarbeit:

$$A_R = M_R \cdot \omega = \frac{1}{3} P \cdot \mu_1 \cdot d \cdot \omega$$

oder mit:

$$P = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot p \quad \text{und} \quad \frac{\omega \cdot d}{2} = v,$$

$$A_R = \frac{1}{6} \pi \mu_1 \cdot v \cdot d^2 \cdot p$$

und die spezifische:

$$a_R = \frac{A_R}{\pi d^2} = \frac{2}{3} \mu_1 \cdot v \cdot p. \quad (371)$$

v ist dabei die größte auftretende Geschwindigkeit am äußeren Umfange des Zapfens.

Die Gefahr des Heißlaufens kann in entsprechender Weise wie an Tragzapfen nach dem Produkt $p \cdot v_m$ beurteilt werden, wobei v_m die mittlere Geschwindigkeit an der Lauffläche ist.

Es darf unter Beachtung der Art der Schmiering gewählt werden: an ebenen oder ringförmigen Spurzapfen von Wasserturbinen

$$p \cdot v_m = 15-25 \text{ bis höchstens } 40 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}}.$$

An Kammzapfen, bei welchen die Wärmeableitung meist sehr erschwert ist, pflegt man nur halb so große Werte zuzulassen.

Bei reichlicher Ölzufuhr unter Druck ist die Wärmeabführung günstig, dementsprechend dürfen dabei die höheren Zahlen eingesetzt werden; wenn die Schmierung spärlich ist oder die Reibungsarbeit durch Halslager noch vergrößert wird, muß man die niedrigeren Werte wählen. Beim Überschreiten der angeführten Zahlen ist Kühlung nötig.

Setzt man in $p \cdot v_m$ die für den ringförmigen Zapfen geltenden Werte:

$$p = \frac{P}{f} = \frac{P}{\pi \cdot d_m \cdot b} \quad \text{und} \quad v_m = \frac{\omega \cdot d_m}{2 \cdot 100} = \frac{\omega \cdot d_m}{200}$$

ein, wobei d_m den mittleren Durchmesser in cm,

b die Breite der Lauffläche, radial gemessen in cm,

ω die Winkelgeschwindigkeit

bedeuten, so folgt:

$$p \cdot v_m = \frac{P \cdot \omega}{200 \pi \cdot b} \approx \frac{P \cdot n}{6000 b} \quad (372)$$

Die Reibungsarbeit ist danach unabhängig vom mittleren Durchmesser, dagegen umgekehrt verhältnisgleich der Lauftringbreite b . Ein Ringzapfen, der bei der Nachrechnung auf Reibungsarbeit zu große Werte für $p \cdot v_m$ ergibt, kann daher durch Vergrößerung der Breite betriebsicher gemacht werden. Am vollen, ebenen Zapfen entspricht b dem halben Durchmesser $\frac{d}{2}$.

Pfarr [XV, 21] führt folgende Beispiele anerkannt gut laufender Stützzapfen an, bemerkt aber dazu, daß manche der Ausführungen ein Wagnis darstellen, indem sie Belastungen zeigen, denen man sich nur im äußersten Falle nähern sollte.

d_a cm	d_i cm	P kg	n	p		v_m m/sek	$p \cdot v_m$ kg m cm ² sek	
				berechnet kg/cm ²	p_i kg/cm ²			
12,0	4,0	6200	32	61,1	122,2	0,134	8,2	
35,9	28,5	9400	40	16,3	191,3	0,713	11,6	
17,8	6,0	12600	47	57,2	113,4	0,293	16,8	
17,5	5,0	17300	46,5	78,5	176,5	0,274	21,5	
42,0	29,0	6000	150	8,3	10,1	2,79	23,2	
50,0	33,0	20000	60	18,1	22,7	1,302	23,6	
54,0	38,0	26300	43	22,8	27,6	1,036	23,6	
6,0	0,0	5150	100	183	∞	0,157	28,8	
54,0	38,0	15950	87,5	13,8	16,7	2,11	29,1	
49,0	31,0	40000	40	35,4	45,7	0,83	29,4	
15,0	3,0	9600	122	56,7	169,8	0,575	32,6	
16,0	10,5	4100	160	35,9	45,3	1,11	39,8	
10,0	2,0	10000	96	132,5	398,0	0,302	40,0	
14,0	5,0	7536	150	56,2	106,7	0,746	41,9	
24,0	6,0	55000	41,5	129,5	324,0	0,326	42,2	
46,0	31,0	6500	300	7,2	8,9	6,05	43,5	

Lauffen, Kühlrippen
Wetter (Ruhr) kalt.

Schongau, Kühlschlange,
Bremen.

Versuche an einem einzelnen Druckring für ein Schiffsturbinedrucklager stellte Lasche [XV, 10] an. Bei denselben wurde eine Grenzbelastung, an die man zur Beurteilung der Betriebsicherheit des Lagers heranging, von 39,1 kg/cm² Pressung bei 11,6 m/sek mittlerer Geschwindigkeit erreicht, allerdings unter starker Wasserkühlung und sehr reichlicher Ölzufuhr. Während der mit Weißmetall überzogene Druckring völlig eben und glatt gehalten war, war der gehärtete und geschliffene stählerne Laufing mit eingefrästen und an ihren Kanten aufs sorgfältigste abgerundeten Nuten nach Abb. 1124 versehen. Eine Ausführung, die sich als bedeutend tragfähiger erwies als die übliche, bei der die Schmiernuten in der Weißmetallfläche liegen. Denn das Weißmetall gibt

unter hohem Druck leicht nach, versetzt die Nuten und beeinträchtigt die Schmierung. Die Nuten am Druckring traten mit etwa 1 mm² Querschnitt aus den Laufflächen heraus zu dem Zwecke, vom Öl mitgerissene Unreinigkeiten, die das Weißmetall anfransen würden, hinauszuspülen.

Bei der Berechnung bestimmt man nach Wahl des Flächendrucks die nötige Auflagefläche und rechnet dann den Zapfen auf Sicherheit gegen Warmlaufen nach. Soll der Druck am inneren Rande eine gewisse Höhe p_i nicht überschreiten, so ist nach den Formeln (366) und (365) $\frac{p_i}{p} = \frac{d_m}{d_i}$. Unter Benutzung der weiteren Beziehungen $d_i = d_m - b$ und $P = p \cdot \pi \cdot d_m \cdot b$ lassen sich die Maße d_m , b , d_i und d_a des Zapfens berechnen:

$$d_m = \sqrt{\frac{P}{\pi(p_i - p)} \frac{p_i}{p}}; \quad b = \frac{P}{p \cdot \pi \cdot d_m};$$

$$d_i = d_m - b; \quad d_a = d_m + b.$$

Ist zu erwarten, daß die Reibungsarbeit maßgebend ist, so empfiehlt es sich, zuerst die Breite b der Lauffläche aus:

$$b = \frac{P \cdot n}{6000(p \cdot v_m)} \quad (372a)$$

unter Annahme des Wertes für $p \cdot v_m$ festzulegen und dann unter Nachrechnung des mittleren Flächendrucks zu ermitteln, ob ein Vollzapfen genügt oder ein Ringzapfen genommen werden muß.

Die nötigen Festigkeitsrechnungen an den Ring- und Kammzapfen zeigt Beispiel 15.

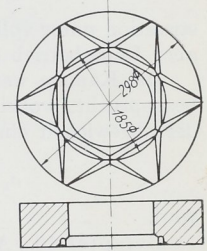


Abb. 1124. Druckring eines Schiffsturbinenlagers Nach Lasche. M. 1:10.

3. Berechnungsbeispiele.

Beispiel 14. Stützzapfen einer Wasserturbine für $P = 20100$ kg Belastung bei $n = 110$ Umdrehungen in der Minute. Die Pressung am inneren Rande soll etwa $p_i = 150$ kg/cm² betragen. Zapfen und Stützfläche aus Stahl. Unter Annahme verschiedenen mittleren Flächendrucks ergibt sich folgende Rechnung:

Mittlerer Flächendruck p angenommen zu	50	45	40	kg/cm ²
$d_m = \sqrt{\frac{P}{\pi(p_i - p)} \frac{p_i}{p}}$	13,9	14,3	14,8	cm
$b = \frac{P}{p \cdot \pi \cdot d_m}$	9,2	10,0	10,8	„
$d_i = d_m - b$	4,7	4,3	4,0	„
$d_a = d_m + b$	23,1	24,3	25,6	„
Gewählt d_i/d_a	5,0/23,0	4,5/24,5	4,0/25,5	„
Tatsächlicher mittlerer Flächendruck $p = \frac{P}{\frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2)}$	50,7	44,1	40,3	kg/cm ²
Mittlere Geschwindigkeit $v_m = \frac{\omega(d_a + d_i)}{4}$	0,806	0,835	0,850	m/sek
$p \cdot v_m$	40,9	36,8	34,3	$\frac{\text{m kg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^3}$

Dem Produkt $p \cdot v_m$ nach ist der mittlere Zapfen noch zulässig, größerer Sicherheit wegen aber derjenige von 4/25,5 cm Durchmesser empfehlenswerter.

Beispiel 15. Der in Abb. 1125 und 1991 dargestellte fünf-ringige Kammzapfen hat bei voller Belastung des Schneckentriebes $P = 1400$ kg aufzunehmen und steht dabei unter:

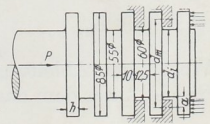


Abb. 1125. Kammzapfen. M. 1:5.

$$p = \frac{P}{z \cdot \frac{\pi}{4} (d_a^2 - d_i^2)} = \frac{1400}{5 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (8,5^2 - 6^2)} = 9,83 \text{ kg/cm}^2$$

Flächendruck. Bei 1000 Umdrehungen der Schnecke in der Minute ist die mittlere Umfangsgeschwindigkeit:

$$v_m = \frac{\omega \cdot d_m}{2} = \frac{104,7 \cdot 0,0725}{2} = 3,79 \text{ m/sek.}$$

Das Produkt $p \cdot v_m = 9,83 \cdot 3,79$ gibt $37,3 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}}$. Dieser hohe Wert gestattet die Konstruktion unter voller Belastung nur bei unterbrochenem Betrieb anzuwenden, schließt aber Dauerbetrieb aus.

Die Kämme werden durch die am Hebelarm a angreifende Belastung auf Biegung beansprucht, wobei das Widerstandsmoment des Ansatzquerschnitts in Frage kommt, der abgewickelt ein Rechteck von der Länge πd_i und der Höhe h gibt, so daß:

$$\sigma_b = 6 \cdot \frac{P}{z} \cdot \frac{d_m - d_i}{2 \pi \cdot d_i \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 1400 \cdot (7,25 - 5,5)}{5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 1^2} = 94 \text{ kg/cm}^2$$

wird.

Beispiel 16. Am Kopfende einer Welle von 150 mm Durchmesser soll eine Kraft $P = 5000 \text{ kg}$ bei $n = 200$ Umläufen in der Minute aufgenommen werden.

Da offenbar die Reibungsarbeit maßgebend sein wird, berechnet man unter Annahme von $p \cdot v_m = 30 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sek}}$ zunächst die nötige Breite nach (372a)

$$b = \frac{P \cdot n}{6000 (p \cdot v_m)} = \frac{5000 \cdot 200}{6000 \cdot 30} = 5,55 \text{ cm.}$$

In der Wahl des äußeren oder inneren Durchmessers ist man lediglich an konstruktive Rücksichten gebunden. Vgl. Abb. 1588.

B. Stützzapfen, die unter flüssiger Reibung arbeiten.

Neben der schon erwähnten Möglichkeit, die flüssige Reibung durch Ausbildung keiliger Schmierschichten auszunutzen, besteht noch die, das Öl unter solchem Druck und in solcher Menge am inneren Rande der ebenen Lauffläche zuzuführen, daß der Zapfen, als Voll- oder einfacher Ringzapfen ausgeführt, von der Stützfläche abgehoben wird und auf dem Öle schwimmt. Dieser Fall sei zuerst besprochen.

1. Stützzapfen mit Preßschmierung.

Bedeutet r_i den inneren, r_a den äußeren Halbmesser der tragenden Fläche in cm, η die absolute Zähigkeit in $\frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$, q die Menge des zugeführten Öls in l/sek, P die Belastung, die der Zapfen aufnehmen muß und h die durchweg gleich große Stärke der Schmierschicht in cm, so wird der Öldruck p_x in at im Abstände x von der Drehachse, solange Zähigkeitsströmung vorhanden ist, also keine Wirbel auftreten:

$$p_x = 0,6 \frac{\eta \cdot q}{\pi \cdot h^3} \ln \frac{r_a}{x}. \quad (373)$$

Wegen der Ableitung der Formel vergleiche [XV, 7]. Der größte Druck am inneren Rande, unter dem das Öl zuzuführen ist, ergibt sich, wenn man x in r_i übergehen läßt, zu.

$$p_i = 0,6 \frac{\eta \cdot q}{\pi \cdot h^3} \ln \frac{r_a}{r_i}. \quad (374)$$

An Hand eines Ringes vom Halbmesser x und der Breite dx , folgt nun die Belastung, die der Zapfen tragen kann:

$$P_1 = \int p_x \cdot 2\pi x \cdot dx = \frac{1,2 \cdot \eta \cdot q}{h^3} \int \ln \frac{r_a}{x} \cdot x \cdot dx = -1,2 \frac{\eta \cdot q}{h^3} \int \ln \frac{x}{r_a} \cdot x \cdot dx.$$

Zur Integration multipliziert und dividiert man den Ausdruck mit r_a^2 :

$$P_1 = -1,2 \frac{\eta \cdot q}{h^3} \cdot r_a^2 \int_{r_i}^{r_a} \ln \frac{x}{r_a} \cdot \frac{x}{r_a} \cdot \frac{dx}{r_a},$$

betrachtet $\frac{x}{r_a}$ als Veränderliche und erhält nach einigen Umformungen:

$$P_1 = 0,3 \frac{\eta \cdot q}{h^3} \left[r_a^2 - r_i^2 \left(2 \ln \frac{r_a}{r_i} + 1 \right) \right].$$

Dazu tritt noch die Längskraft, die der Öldruck im Spalte in Höhe von $P_2 = \pi [r_i^2 - (r')^2] p_i$, erzeugt, wenn r' den Wellenhalbmesser bedeutet, so daß:

$$P = P_1 + P_2 = \frac{0,3 \eta \cdot q}{h^3} \left[r_a^2 - r_i^2 - 2 (r')^2 \ln \frac{r_a}{r_i} \right] \quad (375)$$

wird. Schaltet man aus (374) und (375) q aus, so folgt die Beziehung:

$$r_a = \sqrt{r_i^2 + 2 (r')^2 \ln \frac{r_a}{r_i} + \frac{2P}{\pi \cdot p_i} \ln \frac{r_a}{r_i}} \quad \text{oder} \quad p_i = \frac{2P \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}}{\pi [r_a^2 - r_i^2 - 2 (r')^2 \ln \frac{r_a}{r_i}]} \quad (376)$$

zur Ermittlung des Außenhalbmessers r_a oder des Öldruckes p_i . An dem Elementarring vom Halbmesser x ergibt sich ferner die Schubkraft S , die aufgewendet werden muß, um den Zapfen mit der Winkelgeschwindigkeit ω zu drehen, auf Grund des Newtonschen Gesetzes, daß S verhältnismäßig der Zähigkeit, der Schubfläche und der Geschwindigkeit und umgekehrt verhältnismäßig der Schichtdicke ist, daß also:

$$dS = \frac{\eta \cdot df \cdot v}{h} \quad \text{ist,}$$

$$S = 10^{-4} \cdot \frac{\eta}{h} \int_{r_i}^{r_a} 2\pi x dx \cdot \omega \cdot x = 2 \cdot 10^{-4} \frac{\pi \cdot \eta \cdot \omega}{h} \int_{r_i}^{r_a} x^2 dx = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot \eta \cdot \omega}{3h} (r_a^3 - r_i^3). \quad (377)$$

Die Beizahl 10^{-4} berücksichtigt, daß r_a und r_i in der im Maschinenbau üblichen Weise in cm eingesetzt werden. Das Produkt $dS \cdot x$ ist das Moment zur Überwindung der Schubkraft an der Elementarfläche und:

$$M_R = \int dS \cdot x = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\pi \cdot \eta \cdot \omega}{h} \int_{r_i}^{r_a} x^3 dx = \frac{10^{-4} \cdot \pi \cdot \eta \cdot \omega}{2h} (r_a^4 - r_i^4) \quad (378)$$

das zum Antrieb des Zapfens nötige Drehmoment.

Faßt man die Schubkraft S als Reibungswiderstand auf, so kann $S = \mu_1 \cdot P$ gesetzt und daraus die Zapfenreibungszahl:

$$\mu_1 = \frac{S}{P} \quad (379)$$

bestimmt werden.

Mit dem mittleren Flächendruck:

$$p = \frac{P - P_2}{\pi (r_a^2 - r_i^2)}$$

und der mittleren Umfangsgeschwindigkeit:

$$v_m = \omega \cdot \frac{r_a + r_i}{2}$$

gewinnt man noch in:

$$a_{R_0} = \mu_1 \cdot p \cdot v_m = \frac{\mu_1 \omega (P - P_2)}{2 \pi (r_a - r_i)} \quad (380)$$

den Betrag der spezifischen Reibungsarbeit. Die gesamte am Zapfen entwickelte Reibungsarbeit ist:

$$A_R = a_{R_0} \cdot \pi (r_a^2 - r_i^2) = \frac{\mu_1 \omega \cdot (P - P_2) (r_a + r_i)}{4} \quad (381)$$

Sie gestattet die Erwärmung des Öls nachzurechnen. Wenn man annimmt, daß die gesamte Reibungswärme auf das Öl übergeht, so fällt die so ermittelte Temperatur etwas zu hoch aus, weil ein Teil der Wärme durch den Zapfen und das Lager abgestrahlt wird.

Mit den bei Formel (349) angeführten Bezeichnungen muß sein: $\frac{A_R}{427} = \frac{c \cdot q}{\gamma} (t_2 - t_1)$,
woraus sich die Abflußtemperatur des Öls ergibt:

$$t_2 = t_1 + \frac{A_R \cdot \gamma}{427 c \cdot q} \quad (382)$$

Die vorstehende Ableitung setzt die Zähigkeit η als unveränderlich, also an allen Stellen der Lauffläche gleich groß voraus; tatsächlich nimmt aber die Temperatur des Öles, während dasselbe über die Zapfenfläche läuft, zu, mithin die Zähigkeit ab.

Beispiel 17. Dem im Beispiel 16 berechneten Zapfen soll so viel Preßöl zugeführt werden, daß er unter flüssiger Reibung auf dem Öl schwimmt. Das Drucköl wird dem Zapfen längs der Welle zugeführt und der Lauffläche zu dem Zwecke ein innerer Durchmesser von $d_i = 160$ mm gegeben, so daß ein rings um die Welle von 150 mm Durchmesser laufender Spalt von 5 mm Weite entsteht. Praktisch genügende Abdichtung wird erreicht, wenn das Stützlager mit dem anschließenden Halslager zu einem Ganzen vereinigt wird. Die Ölmenge ist um den Betrag, der durch das Spiel des Halslagers verlorengeht, zu vergrößern.

Die Berechnungsgrundlagen sind: Belastung $P = 5000$ kg, $n = 200$ /min oder $\omega = 20,94$ 1/sek, $r_i = 8,0$ cm, $r_a = 8,0 + 5,55 \approx 13,6$ cm, $\frac{r_a}{r_i} = \frac{13,6}{8} = 1,70$,

$\ln \frac{r_a}{r_i} = 2,303 \cdot \lg 1,7 = 0,5306$. Die Zähigkeit des zu verwendenden Öls sei $0,02 \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}$.

Um die Wirkung der Stärke der Ölschicht anschaulich zu zeigen, ist die Rechnung in der folgenden Zusammenstellung für $h = 0,01$ und $0,02$ cm durchgeführt.

Ist Öl von bestimmter Pressung, in Turbinenanlagen etwa zur Betätigung der Regelung, vorhanden, so liefert Formel (376) den Außenhalbmesser r_a . Z.B. würde bei $p_i = 20$ at Überdruck und $h = 0,01$ cm Schichtstärke:

$$r_a = \sqrt{r_i^2 + 2(r_i)^2 \ln \frac{r_a}{r_i} + \frac{2P}{\pi \cdot p_i} \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}} = \sqrt{8^2 + 2 \cdot 7,5^2 \cdot 0,5306 + \frac{2 \cdot 5000}{\pi \cdot 20} \cdot 0,5306} = 14,4 \text{ cm}$$

werden müssen.

Verschiedene Schmierschichtstärke hat, wie die nachstehende Rechnung zeigt, keinen Einfluß auf den Öldruck p_i am inneren Rande, den mittleren Druck p und die mittlere Geschwindigkeit v_m . Eine Verdoppelung der Stärke der Ölschicht setzt die Zapfenreibungszahl μ_1 , das Antriebsmoment M_R und die Reibungsarbeit A_R auf die Hälfte herab, vermindert die Temperatur des ablaufenden Öls, verlangt aber die achtfache Ölmenge.

Zu bemerken ist, daß das Lager auch während der Ruhe, sofern es unter Öldruck steht, ständig die berechnete Ölmenge durchläßt, daß dadurch aber andererseits die

Verlangte Schmierschichtstärke h	0,01	0,02	cm
Öldruck am inneren Rande (376) $p_i = \frac{2 P \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}}{\pi \left[r_a^2 - r_i^2 - 2 (r')^2 \ln \frac{r_a}{r_i} \right]}$	27,6	27,6	at
Ölmenge (374) $q = \frac{\pi \cdot p_i \cdot h^3}{0,6 \cdot \eta \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}}$	0,014	0,112	l/sek
Druck $P_2 = \pi [r_i^2 - (r')^2] p_i$	662	662	kg
Schubkraft (377) $S = \frac{2 \cdot 10^{-4} \pi \cdot \eta \cdot \omega}{3 h} (r_a^3 - r_i^3)$	17,6	8,8	kg
Antriebsmoment (378) $M_R = \frac{10^{-4} \pi \eta \cdot \omega}{2 h} (r_a^4 - r_i^4)$	198,2	99,1	cmkg
Zapfenreibungszahl (379) $\mu_1 = \frac{S}{P}$	0,00352	0,00176	
Mittlerer Flächendruck $p = \frac{P - P_2}{\pi (r_a^2 - r_i^2)}$	11,42	11,42	kg/cm ²
Mittlere Umlaufgeschwindigkeit $v_m = \omega \left(\frac{r_a + r_i}{2} \right)$	2,26	2,26	m/sek
Spezifische Reibungsarbeit (380) $a_{R_0} = \mu_1 \cdot p \cdot v_m$	0,0908	0,0454	$\frac{\text{m kg}}{\text{sek} \cdot \text{cm}^2}$
Gesamte Reibungsarbeit (381) $A_R = a_{R_0} \cdot \pi (r_a^2 - r_i^2)$	34,51	17,26	mkg/sek
Ölablauftemperatur (382) $t_2 = t_1 + \frac{A_R \cdot \gamma}{427 c \cdot q}$	33°	21°	

Sicherheit beim Anfahren erhöht ist, weil der Zapfen von vornherein schwimmt. Die Voraussetzung, daß stets Drucköl vorhanden ist, muß bei Turbinenanlagen auch in Rücksicht auf die Regelung erfüllt sein. In konstruktiver Beziehung wird man die Einlaufkanten gut abrunden und die Stützfläche starr lagern. Sie kugelig zu stützen und dadurch selbststellbar zu machen, ist bedenklich, weil sie dann beim Laufen kippen und zum einseitigen Anlaufen kommen kann.

2. Stützzapfen, an denen flüssige Reibung durch keilige Schichten erzeugt wird.

a) Grundlagen.

Die Wirkung eben begrenzter keiliger Schmierschichten sei hier nur anschaulich an Hand einiger Abbildungen erläutert; bezüglich der mathematischen Verfolgung der Geschwindigkeits- und Druckverhältnisse, der die Anregung zu dem technisch wichtigen Fortschritt in der Ausbildung der Stützlager zu danken ist, muß auf das Buch von Gumbel-Everling [XV, 7] verwiesen werden. Vorausbemerkt sei, daß man sich bei der Berechnung der Lager gewöhnlich auf die Ermittlung des Flächendrucks beschränkt, weil sich rechnerisch so geringe Keilneigungen ergeben, daß sie praktisch nicht sicher verwirklicht werden können und weil sich die Neigung bei der wichtigsten Form derartiger Stützlager, beim Michell-Lager, selbsttätig einstellt, also vorher nicht ermittelt zu werden braucht.

Wird eine ebene Fläche über einer ruhenden, schwach geneigten, Abb. 1126, im Sinne des Pfeiles mit der Geschwindigkeit v verschoben, so wäre auf Grund einer Betrachtung ähnlich der an Abb. 936b, Seite 526, durchgeführten geradlinige Geschwindigkeitsverteilung nach den Dreiecken AA_1A_2 , BB_1B_2 , usw., Abb. 1126, zu erwarten. Die Inhalte dieser Dreiecke sind verhältnismäßig den an der betreffenden Stelle mitgenommenen Flüssigkeitsmengen, die also verschieden groß sind. Die Folge ist, daß sich die beiden Platten entweder parallel zueinander zu stellen suchen oder daß die dazwischen eingeschlossene Flüssigkeit unter Druck kommen muß, wenn die Platten ihre gegenseitige Lage beibehalten, weil ein Teil der an den Stellen A und B mitgenommenen Flüssigkeit sich staut und zurückströmen muß. Der Flüssigkeitsdruck ruft nun nach den Erläuterungen an Abb. 936a in dem Spalt Geschwindigkeiten hervor, die nach

Parabeln verteilt sind, vgl. Abb. 1126. In allen den Querschnitten, in denen die Dreiecksfläche größer ist als der Inhalt der Parabeln, wird der Flüssigkeitsdruck zunehmen. Er erreicht seinen Höchstwert im Querschnitt CC_1 , wenn dort die beiden Flächen gleich groß sind. Von da ab sinkt er auf Null im Endquerschnitt DD_1 . In Abb. 1126 unten sind die aus den Einzelgeschwindigkeiten zusammengesetzten Geschwindigkeiten dargestellt. Man sieht, daß zwei Strömungen entstehen: eine obere im Sinne des Pfeils, in der die an der oberen Fläche haftenden Ölschichten auf solchen mit abnehmenden Geschwindigkeiten gleiten — eine untere, dem Pfeil entgegengesetzt gerichtete, die das überschüssige Öl zurückfördert. Eine bestimmte Zwischenschicht hat die Geschwindigkeit Null. — Die bei derartigen Strömungen entstehenden Drucke können sehr hoch sein.

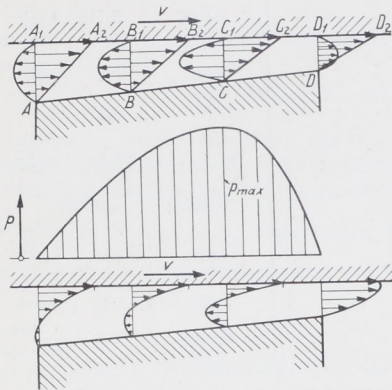


Abb. 1126. Druck- und Geschwindigkeitsverteilung in einer keiligen Schmierschicht.

und das Schwimmen des Zapfens unter flüssiger Reibung dadurch, daß sich die Welle in der Schale infolge des Lagerspiels selbsttätig exzentrisch einstellt. Im Falle einer halbverschließenden Schale entsteht so eine Druckverteilung nach Abb. 1127. Der Druck steigt von Null an der Eintrittsstelle des Öls auf einen Höchstwert und sinkt wieder auf Null an der dünnsten Stelle der Schmierschicht.

Welche Wirkung eine den Zapfen nahezu ganz umschließende Schale hat, verdeutlicht Abb. 1128. Die Drucke werden gleichmäßiger; es treten jedoch auch Drucke in der Oberschale auf, die den Deckel belasten. Sofern es nicht wegen der Richtung der am Zapfen angreifenden Kräfte notwendig ist, die Oberschale anliegen zu lassen, wird man ihr größeres Spiel als der Unterschale geben und erreicht gleichzeitig eine Verminderung der Lagerreibung.

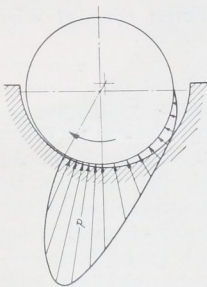


Abb. 1127. Druckverteilung in einer den Zapfen halb umschließenden Schale.

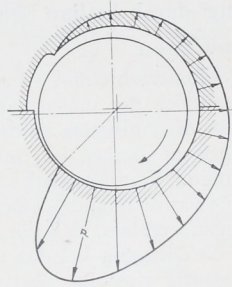


Abb. 1128. Druckverteilung in einer den Zapfen nahezu ganz umschließenden Schale.

Schmierschicht stellt sich die unten mit I bezeichnete Druckverteilung ein. Benutzt man nur einen Teil von L zur Bildung der keiligen Schmierschicht, so entstehen Drucke entsprechend den Kurven $II-IV$, und zwar ist nach Fall II am günstigsten, die Keillänge auf etwa $0,75 L$ zu bemessen. Der hierbei erreichte Druck ist sogar größer als im Falle I .

Selbst schon das Brechen oder Abrunden der Eintrittskanten unter gutem Übergang zur Stützfläche kann die Bildung tragfähiger Ölschichten ermöglichen. So ist die leidliche Wirkung älterer Stützlager mit ebenen Flächen im wesentlichen auf die richtige

Schließt sich an eine schräge Fläche eine parallele an, so wird auch diese durch das dazwischen gebrachte Öl zum Tragen herangezogen. Abb. 1129 zeigt die Wirkung solcher gebrochenen Flächen. In einer auf der ganzen Länge keiligen

Schließt sich an eine schräge Fläche eine parallele an, so wird auch diese durch das dazwischen gebrachte Öl zum Tragen herangezogen. Abb. 1129 zeigt die Wirkung solcher gebrochenen Flächen. In einer auf der ganzen Länge keiligen

Ausbildung der Schmiernuten unter sorgfältiger Abrundung der Kanten, über welche hinweg das Öl zu den Zapfenflächen gefördert wird, zurückzuführen.

Die Neigung der Flächen kann ganz gering sein: $\leq 1 : 100$, wenn sie durch Drehen, Fräsen oder Hobeln, $1 : 1000$, wenn sie durch Schaben hergestellt werden sollen. Die Wirkung ist um so vollkommener, je breiter die Gleitflächen sind, senkrecht zur Bewegungsrichtung gemessen, weil der Druck nach allen Kanten hin auf Null sinken muß,

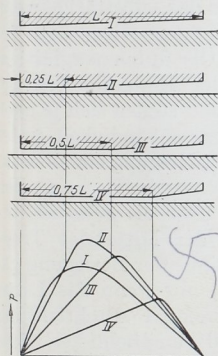


Abb. 1129. Druckverteilung an gebrochenen geschmierten Gleitflächen.

und die Schmiermittel um so leichter längs der Ränder entweichen werden, je schmaler die Flächen sind. Vorteilhaft ist, die Keilflächen nicht auf der ganzen Breite der Gleitflächen durchzuführen, Abb. 1130.

Alles, was die Ausbildung und Aufrechterhaltung der tragenden keiligen Schicht stören kann, muß vermieden werden. Dahin gehören in erster Linie Schmiernuten an der eigentlichen Tragfläche, aber auch alle größeren Unregelmäßigkeiten in den Oberflächen der aufeinander bewegten Teile.

Schmiernuten stellen die Verbindung zwischen verschiedenen Druckes her,

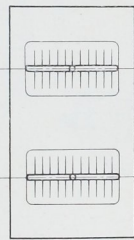


Abb. 1130. Ausbildung der Schmiernuten an ebenen Gleitflächen.

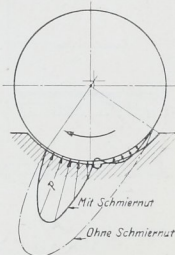


Abb. 1131. Wirkung von Schmiernuten auf die Druckverteilung in einer Lagerschale.

machen dadurch die gesetzmäßige Ausbildung der Druckverteilung unmöglich und zerlegen die Tragfläche in kleine Teilflächen unter erheblicher Verminderung der Flüssigkeitsdrucke, wie Abb. 1131 an einem Zapfen verdeutlicht. Wird eine Fläche durch Nuten in n kleine Flächen unterteilt, so sinkt der Druck auf $1/n$ desjenigen, der sich an einer ununterbrochenen Fläche bei gleicher Gleitgeschwindigkeit einstellt, sofern auch die größten und die kleinsten Stärken der Schmierschicht in beiden Fällen dieselben sind.

Die Zuführung des Schmiermittels hat dort zu erfolgen, wo der Druck im Schmiermittel kleiner ist als der Zufuhrdruck. Dabei ist das Schmiermittel an dieser Stelle ständig in solcher Menge bereit zu halten, daß die Schicht nicht abreißt, weil sonst die Schmierung unterbrochen wird. Bei hin- und hergehender Bewegung muß also mindestens die für einen Hub nötige Menge vorhanden sein, bei dauernd in einer Richtung bewegten Teilen aber für ständige Zufuhr von Öl gesorgt werden.

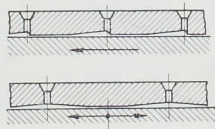


Abb. 1132. Ausbildung keiliger Schmierschichten an ebenen Gleitflächen.

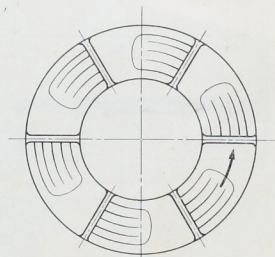


Abb. 1133. Ausbildung keiliger Schmierschichten an einem Stützlager.

b) Anwendungen.

Keilige Flächen zur Herbeiführung flüssiger Reibung unter Ausschaltung jeglichen Verschleißes kann man vorteilhafterweise an den Gleitflächen von Führungen aller Art, an Kreuzkopfschuhen, Büchsen, aber auch an Steuerschiebern, Dampfkolben usw. anwenden. Abb. 1132 zeigt oben ihre Ausbildung bei Bewegung im Sinne des Pfeiles, unten bei wechselnder Richtung.

An Stützlagern mit mäßigen Belastungen lassen sich die Wirkungen durch Anarbeiten von schwach keiligen Flächen nach Abb. 1133 erreichen. Ob es zweckmäßiger

ist, die Nuten nur vom inneren Rande her einzuschneiden oder sie über die ganze Ringbreite durchzuführen, müssen erst noch Versuche zeigen.

Viel vollkommener ist die von Michell zuerst angegebene Bauart der Stützlager. Michell zerlegt die ruhende Tragfläche nach Abb. 1134 in mehrere Teile, die z. B. durch Schneiden oder Schrauben so gestützt sind, daß sie sich zu der über sie hinweggleitenden

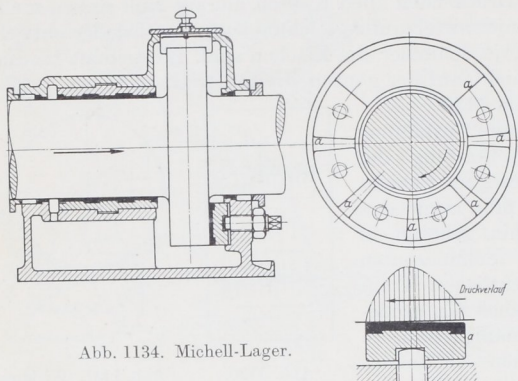


Abb. 1134. Michell-Lager.

Lauffläche geneigt einstellen können. Sie tun das selbsttätig, wenn nur dafür gesorgt wird, daß der Zutritt des Öls durch sorgfältiges Abrunden der Einlaufkanten gesichert ist und stellen sich je nach der Umfangsgeschwindigkeit unter verschiedener Neigung ein. Zweckmäßigerweise ordnet man den Stützpunkt oder die Schneide etwas hinter der Mitte der Tragfläche, im Sinne der Bewegung gerechnet, an; nur wenn das Lager unter wechselnder Drehrichtung arbeiten soll, empfiehlt es sich, die Stützung in der Mitte vorzu-

sehen. An diesen Lagern ist es möglich geworden, den spezifischen Druck ganz wesentlich zu erhöhen, z. B. an Schiffswellendrucklagern von 3 bis 6 kg/cm² in den üblichen Kammlagern, Abb. 1591, auf 25 bis 35 kg/cm² zu gehen und die vielteilige, teure, sehr empfindliche frühere Bauart durch ein kurzes Lager mit einem einzigen Druckring

zu ersetzen, bei geringerer Wartung und viel größerer Betriebsicherheit. Auch im Wasser- und Dampfturbinenbau haben die Michell-Lager überall Eingang gefunden. Wichtig ist, die Druckstücke zu möglichst gleichmäßigem Tragen zu bringen. Manche Firmen beschränken sich auf genau übereinstimmende Ausführung der Druckklötze durch äußerst sorgfältige Werkstattarbeit. In Abb. 1134 werden die Stücke durch Stellschrauben beim Zusammenbau zu gleichmäßigem Anliegen gebracht. Brown, Boveri & Co. stützen die Druckstücke durch eine Doppelreihe von Kugeln, Abb. 1135, die den Druckausgleich herbeiführen. Wird ein Druckstück zu hoch belastet, so drückt es die Kugeln auseinander, zwingt aber

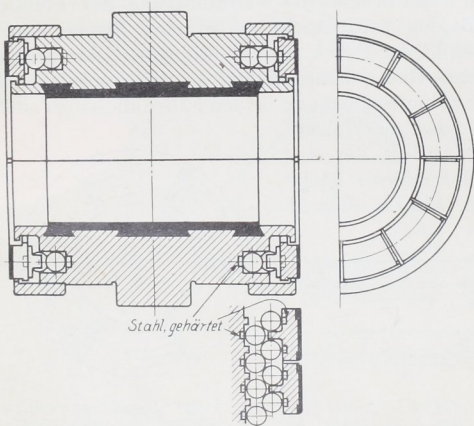


Abb. 1135. Doppeldrucklager, Brown, Boveri & Co.

dabei die Nachbarstücke zu stärkerem Tragen. Die Abbildung zeigt ein mit einem Traglager vereinigt Doppeldrucklager, geeignet zur Aufnahme von Kräften, die von rechts oder links kommen.

Ein Michell-Lager von 322,5 cm² Stützfläche zeigte nach zweieinviertelstündigem Betrieb unter 6800 kg oder 21 kg/cm² Belastung bei 455 Umläufen in der Minute, 36,7° Lagertemperatur bei 13,9° Zu- und 30° Abflußtemperatur des etwa 3 l/min betragenden Kühlwassers, nach weiterem eineinhalbstündigen Betrieb unter 9070 kg oder 28 kg/cm² bei 460 Umläufen in der Minute 37,8° Lager- und 32,2° Kühlwasserabflußtemperatur. Als Reibungszahl wurde $\mu_1 = 0,0015$ ermittelt [XV, 17].

In Abb. 1136 ist ein Schiffshauptdrucklager der AEG, Berlin, mit Umlaufschmierung dargestellt. Die beiderseits des einfachen, auf der Welle sitzenden Druckringes angeordneten Stützflächen ruhen in kugelig abgedrehten Trägern, welche den Druck auf das Lagergehäuse übertragen. Die Schmierung besorgt der Druckring, der das Öl aus dem Bade am Boden des Lagers auf seinen Umfang mitnimmt und hochhebt. Durch einen in seinem Scheitel vorgesehenen Abstreicher und durch Rinnen wird das Öl unter die Traglager geleitet und nun längs der Welle den Druckstücken zugeführt, die auf diese Weise sehr reichlich geschmiert werden. Das Ölbad kann vermittle der eingebauten Kühltülle gekühlt werden.

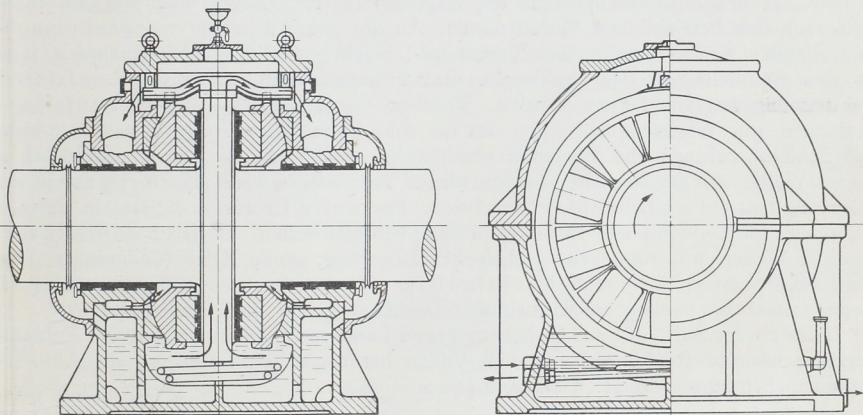


Abb. 1136. Schiffshauptdrucklager der AEG, Berlin.

C. Kugelige Stützzapfen.

Kugelförmige Stützzapfen werden als umlaufende Zapfen vermieden und hauptsächlich in solchen Fällen verwendet, wo eine geringe kippende Bewegung im Raume ermöglicht werden soll, wie an den Drehgestellen von Lokomotiven und Eisenbahnwagen, sowie an manchen im Raum schwingenden Stangen. Die Reibungsarbeit ist meist von untergeordneter Bedeutung, es genügt, den Zapfen auf Flächendruck:

$$p = \frac{P}{f}$$

zu berechnen. Für f , Abb. 1084, kommt je nach der Druckrichtung eine Kreis- oder Kreisringfläche in Betracht. p kann der Zusammenstellung S. 644 entnommen werden.

VI. Ausführung der Zapfen.

Die wichtigsten Baustoffe für die Zapfen sind die geschmiedeten Stähle Reinheitsgrad B, Zusammenstellung 21, Seite 81 (insbesondere nach dem Siemens-Martinverfahren hergestellt) und die Einsatz- und Vergütungsstähle der Zusammenstellung 22 sowie Sonderstähle. Vgl. auch Zusammenstellung 26.

Was die Bearbeitung anlangt, so genügt bei mäßigen Anforderungen sorgfältiges Abdrehen und Schlichten; bei höheren muß man, wie mehrfach betont, auf größte Glätte Wert legen und zu dem Zwecke die Laufflächen schleifen oder härten und schleifen. Da aber durch und durch gehärtete Stahlzapfen gegen Stöße empfindlich sind, ist es vorteilhafter, weichen (Einsatz-)Stahl oder die mit Nickel und Chrom legierten Sonderstähle zu verwenden, die bedeutende Festigkeit mit sehr großer Zähigkeit verbinden

und sie im Einsatz, d. h. durch Glühen in Kohlenstoff abgebenden Mitteln und nachheriges Abschrecken mit einer glasharten Oberfläche zu versehen, während sie im Innern einen zähen, gegen stoßweise Belastung auf Biegung widerstandsfähigen Kern behalten. Die harte Schicht soll mindestens 1 mm stark sein und allmählich in den zähen Kern übergehen. Vergütungsstähle kann man durch Vergüten auf hohe Festigkeit bringen. Die Vorschriften der Stahlwerke über die Behandlung der erwähnten Sondersorten, die oft mehrmals und bei bestimmten Wärmegraden abgeschreckt werden müssen, sind sorgfältig zu beachten, wenn man gute Ergebnisse erzielen will. Durch Einhüllen in Lehm u. dgl. schützt man Stellen, die nicht hart werden sollen.

Die Art des Zusammenpassens der Zapfen und ihrer Lager oder Büchsen richtet sich nach den betrieblichen Verhältnissen. An den zur Aufnahme wechselnder oder schwellerer Kräfte bestimmten Kreuzkopf-, Kurbel- und Kurbelwellenzapfen, ferner an den Spindellagern der Drehbänke und Fräsmaschinen pflegt der Laufsitz der Feinpassung angewendet zu werden. Größere Genauigkeit — engen Laufsitz —, verlangen nur Werkzeugmaschinen, an die sehr hohe Anforderungen gestellt werden, wie Schleifmaschinen und Mechanikerdrehbänke. Andererseits genügt für mehrfach gelagerte Wellen und gewöhnliche Maschinenlager, namentlich, wenn sie ständig nur in einer Richtung belastet sind, leichter Laufsitz. Der weite Laufsitz kommt in Betracht, wenn sich die Teile mit sehr reichlichem Spiel bewegen sollen. Schlichtlaufsitz reicht aus für Wellen mit drei- oder mehrfacher Lagerung, große Kurbelwellenlager, Lager für Kreiselpumpen, weiter Schlichtlaufsitz für Achsbuchsen von Fuhrwerken, für Lager langer Laufwellen an Kranen, für Deckenvorgelege und ähnliches.

Bunde oder Anläufe zur Sicherung gegen Längsverschiebungen und zur Aufnahme geringer Längskräfte können aus dem Vollen herausgearbeitet werden, wie Abb. 1076 an einem Stirnzapfen zeigt. Übliche Maße sind dabei:

$$a = 0,1 d, \quad b = 1 \dots 1,5 a.$$

Die Übergänge zwischen der Lauffläche und den Bunden sind sorgfältig auszurunden, scharfe Eindrehungen nach Abb. 1137 aber wegen der Gefahr des Bruches infolge der Kerbwirkung unbedingt zu vermeiden. Zu große Bunddurchmesser wirken schädlich insofern, als das Öl bei raschem Laufe durch die Fliehkraft stark abgesaugt und weggeschleudert wird.

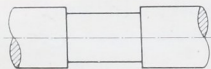


Abb. 1137. Fehlerhafte scharfe Eindrehung an einer Welle.

Ein durch Eindrehen nach Abb. 1077 geschaffener Halszapfen vermindert die Widerstandsfähigkeit der Welle gegen Biegung in erheblichem Maße; wenn beispielweise der Zapfendurchmesser das 0,8fache des Wellendurchmessers beträgt, ist sein Widerstandsmoment nur noch das 0,503fache von dem der Welle. Besser ist es, freilich auch teurer, die seitliche Begrenzung durch aufgeschweißte Bunde zu erreichen. Wenn irgend möglich, wird man mit Stellringen, Abb. 1138, auszukommen suchen, die man u. a. an Triebwerkwellen fast ausschließlich verwendet, um an Bearbeitung zu sparen. Gelegentlich kann ein Stellring durch die Nabe eines Rades oder einer Scheibe ersetzt werden, wenn dieselbe gegen seitliche Verschiebung genügend gesichert ist. Alle Bunde und Stellringe sind so anzubringen, daß die Ausdehnung der Welle nicht gehindert wird. Falsch wäre die Anordnung derselben an einer längeren Welle nach Abb. 1139, weil die Bunde, durch die Ausdehnung der Welle gegen die Lager gepreßt, heiß laufen würden. Gewöhnlich wird eins der Wellenenden festgehalten, dem andern aber freie Ausdehnung gesichert.

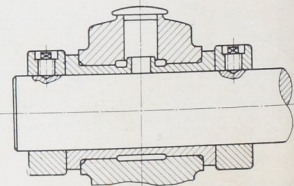


Abb. 1138. Festlegung einer Welle durch Stellringe.

Zapfen werden häufig wegen des Baustoffes, der Herstellung und des Härtens getrennt ausgeführt und in die anschließenden Teile eingesetzt. Dabei ist die größte Sorgfalt

auf richtige Stellung zu verwenden. So müssen an Kurbelwellen die Zapfen- und Wellenachsen genau parallel zueinander laufen, — an zusammengesetzten, gekröpften Wellen die Hauptlagerstellen genau ausgerichtet sein, wenn ein dauernd gutes Laufen erreicht werden soll.

Beispiele für die Befestigung von Stirnzapfen bieten die Abb. 1140 bis 1144. Die konstruktiv einfachste ist das Einschrumpfen oder Einpressen in die bei Gußeisen um 0,125%, bei Flußstahl um 0,5% kleinere Bohrung, Abb. 1140 und 1141. Zur Erhöhung der Sicherheit wird manchmal noch ein Stift quer durch beide Teile hindurchgetrieben oder der Zapfen vernietet, Abb. 1140, oder verbohrt. Bei der letzten Art der Sicherung wird nach Abb. 1141 ein zylindrischer oder schwach kegelliger Stift in ein längs der Fuge gebohrtes Loch getrieben. Freilich wirkt die Bohrung als Kerb und stört den Verlauf der Schrumpfspannungen, die den Zapfen festhalten sollen, um so mehr, je größer und tiefer sie ist. Soweit das Verbohren überhaupt für nötig gehalten wird — höchstens an auf Drehung beanspruchten Zapfen —, sollte es auf ein Drittel bis ein Viertel der

Länge des Schrumpfsitzes beschränkt und an einer Stelle vorgenommen werden, wo die Schwächung weniger bedenklich ist, an Kurbeln zum Beispiel auf der Seite des Armes.

Das Einpressen geschieht mit Schrauben- oder Wasserdrukpressen, wobei die Einführung durch eine kurze, schwach kegellige Andrehung des im übrigen zylindrischen Zapfenendes erleichtert wird. Beim Einschrumpfen bringt man den kalten Zapfen

in die erwärmte Nabe, die beim Abkühlen das Zapfenende fest umspannt. Der Vorsprung a , Abb. 1140, begrenzt den Weg des Zapfens beim Einziehen und sichert die richtige Entfernung der Zapfenmitte von der Nabenfläche. a braucht nur wenige Zehntel Millimeter zu betragen, um die sonst auftretende Kerbwirkung an dieser vielfach auf Biegung und Drehung hoch beanspruchten Stelle zu vermindern. Ein anderes Mittel, die richtige Lage des Zapfens beim Zusammenbau zu prüfen, ist, die Außenflächen bei bb , Abb. 1141, genau miteinander abschneiden zu lassen und das Einpressen an einem darüber gelegten Lineal zu verfolgen. Zur Erzeugung genügender Schrumpfspannungen müssen die Naben kräftig, ihre Außendurchmesser D 1,8- bis 2mal so groß, wie die Bohrungen genommen werden. Als Einschrumpflänge l_1 findet man an Stirnzapfen $l_1 = 1,0$ bis $1,2 d$, an den Zapfen zusammengebauter, gekröpfter Wellen und an den Kurbelnaben $l_1 = 0,7 - 0,8 d$, ausnahmsweise $0,65 d$.

Befestigungen durch Schrauben oder Keile sind lösbar, aber teurer und verlangen kegeliges Einpassen des Zapfens, Abb. 1142 bis 1144. Üblich sind dabei:

die normalen Kegel $\frac{d - \hat{a}_1}{l_1} = 1:10, 1:15, 1:20, 1:30$ bis $1:50$ der DIN 254,

Kegellängen: $l_1 = 1,5 \dots 1,7 d$,

Gewindedurchmesser: $\approx 0,3 d$.

Keildicken: $0,2 \dots 0,25 d$,

Keilhöhen: $0,3 \dots 0,4 l_1$.

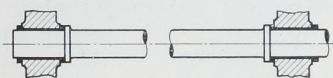


Abb. 1139. Falsche Anordnungen von Bunden.

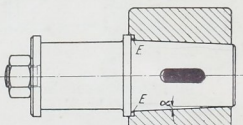
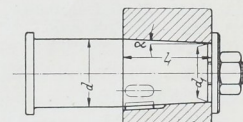
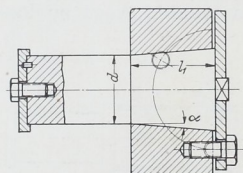


Abb. 1142 bis 1144. Lösbare Stirnzapfenbefestigungen.

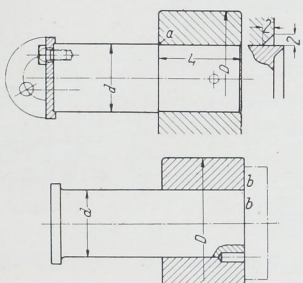


Abb. 1140 und 1141. Befestigen von Stirnzapfen durch Einschrumpfen oder Einpressen.

Zur Sicherung gegen Mitnahme lösbarer Zapfen durch das Reibungsmoment dient im Falle der Abb. 1143 eine Feder, in Abb. 1142 ein Vierkant, sonst auch eine Nase, Schraube u. dgl.

Für Bunde nach Abb. 1144 sind Eindrehungen *E* vorzusehen, so daß das Verspannen der Kegel nicht gehindert ist.

Zapfenverbindungen an Rohr- und Holzwellen zeigen die Abb. 1145 und 1146.

Die einfachste Form eines Gabelzapfens ist der zylindrische Bolzen, Abb. 1110, 1147 und 1148. In dem Teile, in welchem er festsitzen soll, wird er mit Schiebe- oder Festsitz eingebracht oder durch Stifte u. dgl. festgehalten, im Lager aber mit Laufsitz eingepaßt. Wie dabei die Bolzendurchmesser, je nachdem, ob das Passungssystem der Einheitswelle oder der Einheitsbohrung verwendet wird, zu wählen sind, zeigen die Abb. 1149 und 1150. Im Falle der Einheitswelle kommt man mit einem Absatz aus, weil die Büchse dem Laufsitz entsprechend weiter gebohrt wird. Bei dem System der Einheitsbohrung muß der Bolzen dagegen zwei Absätze erhalten, weil er sonst im rechten Auge zu lose sitzen würde. Sicherungen gegen Längsverschiebungen und gegen Drehen sieht man in Abb.

1147 und 1148. Bei Übertragung großer oder wechselnder Kräfte wird zweckmäßig kegelliger Sitz mit Normkegeln 1:20 oder 1:30 nach

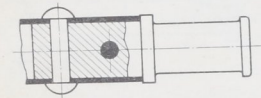


Abb. 1145. Zapfenverbindung an einer Rohrwellen.

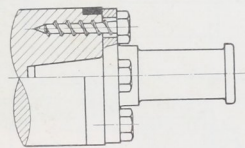


Abb. 1146. Zapfenverbindung an einer Holzwellen.

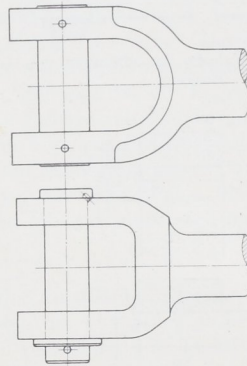


Abb. 1147 und 1148. Gabelzapfen.

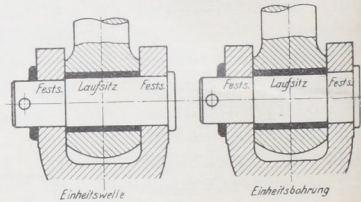


Abb. 1149 und 1150. Gabelzapfen nach dem System der Einheitswelle und der Einheitsbohrung.

Abb. 1151, 1152 und 976 angewandt und die nötige Spannungsverbindung durch Schrauben hergestellt. Die Ausführung nach Abb. 1152 mit gemeinsamem Kegel für beide Auflageflächen ist im Gegensatz zu Abb. 1151 einfacher, da der Zapfen unter Durchlaufen des Werkzeugs und beide Löcher gemeinsam mit einer durchgehenden Reibahle bearbeitet werden können; freilich schwächt das größere Loch auf der Seite *A* das Gabelauge in stärkerem Maße. Bei *B* läßt man den Ansatz am Zapfen etwas zurücktreten, um im Falle eines zu großen Lochs Klemmungen der Lagerschale durch das Anziehen des Zapfens zu vermeiden und um den Bolzen gut ausrunden zu können. Das Anziehen beider Sitzflächen mittels einer einzigen Schraube wird bei großen Abmessungen unsicher und kann zu Lockerungen des Sitzes oder auch zu Klemmungen des in der Gabel liegenden Lagers führen, wenn diese nachgiebig gestaltet ist. Dann müssen beiderseits Anzugvorrichtungen, Abb. 1151, angeordnet werden.

Die Kreuzkopfbolzen in den offenen Kolben mittlerer Gasmaschinen pflegen nur am einen Ende durch Kegel und Schraube, Abb. 976, oder eine sonstige Spannvorrichtung festgehalten, am andern aber zylindrisch abgedreht und mit Gleitsitz eingepaßt zu werden, damit sich die Formänderungen frei ausbilden können, denen die Kolben beim Betriebe durch die Erwärmung ausgesetzt sind und Zusatzspannungen vermieden werden.

Der einfachste Spurzapfen entsteht bei der Übertragung des Axialdruckes unmittelbar durch die eben abgedrehte Endfläche einer Achse oder Welle. In Abb. 1153

stützt sie sich gegen eine Lagerschale, die gleichzeitig als Halslager zur Aufnahme von seitlichen Drucken ausgebildet ist, eine u. a. an Stützsäulen von leichten Drehkränen häufig benutzte Ausführung.

Aus Rücksicht auf den Baustoff, die Herstellung und die Auswechselbarkeit bei zu erwartender starker Abnutzung werden auch die Spurzapfen häufig für sich besonders hergestellt und in die Konstruktionsteile, die sie stützen sollen, mit zylindrischem oder kegeligem Schaft eingesetzt, vgl. Abb. 1154.

Eine in der Achse vorgesehene Querbohrung *A* dient zum Heraustreiben des Zapfens mittels eines kegeligen Stiftes. Die Lauffläche wird am besten eben ausgeführt und muß wie die Linse, auf der sie läuft, genau senkrecht zur Drehachse stehen, weil sonst die zur richtigen Stützung nötige Berührung auf der ganzen Fläche ausgeschlossen ist. Macht die genaue

Herstellung Schwierigkeiten, so empfiehlt es sich, die Linse kugelig zu lagern, Abb. 1083 und sie dadurch selbststellbar zu machen. Doch ist das nur ein Mittel, Ausführungsfehler in der Unterstüttung der Linse auszugleichen; wenn die Endfläche des Zapfens schief zur Drehachse steht, muß die Linse bei jeder Drehung eine kippende Bewegung machen, Abb. 1156, die unbedingt vermieden werden sollte. Gegen Mitnahme bei der Drehung wird die Linse durch Stifte oder besser durch zwei symmetrische Anschläge gesichert, wie z. B. an dem Stützlager einer Reglerspindel, Abb. 1157, bei dem sich die Anschläge in zwei Nuten einer Büchse führen, die gleichzeitig als Halslager dient. Die Linse

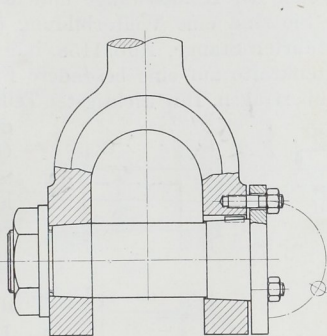


Abb. 1151. Gabelzapfen mit kegeligem abgesetztem Sitz.

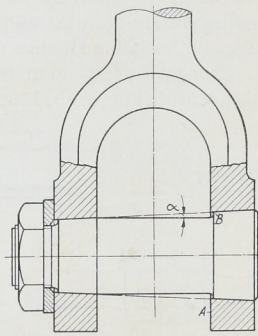


Abb. 1152. Gabelzapfen mit kegeligem durchlaufendem Sitz.

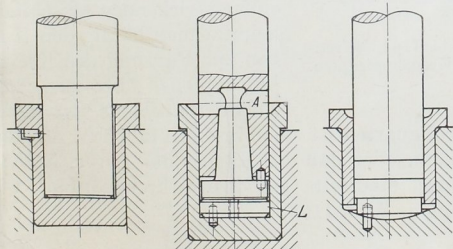


Abb. 1153 bis 1155. Spurzapfen.

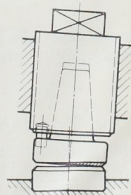


Abb. 1156. Schiefstehender Spurzapfen.

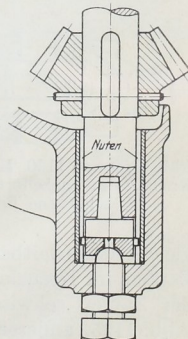


Abb. 1157. Stützlager einer Reglerspindel.

ruht auf einer kugelig abgedrehten Stellschraube zur genauen Einstellung der Höhenlage des Kegelrades.

Kugelige Laufflächen bieten keine besonderen Vorteile, sind aber schwieriger herzustellen. Bei ihnen muß der Mittelpunkt der Kugelfläche am Zapfen genau in der Drehachse liegen, um das Kippen der Linse zu vermeiden.

Mehrere Linsen übereinander anzuordnen, Abb. 1155, erhöht insofern die Sicherheit, als die Bewegung bei Störungen an einer Lauffläche, noch an einer anderen möglich ist; dagegen ist auf das gleichzeitige Laufen aller Linsen mit abgestufter Geschwindigkeit und eine Verminderung des Reibungswiderstandes, wie vielfach angenommen wird, nicht zu rechnen.