

ankerung hölzerner Thurmdächer. Endlich ist auch nicht einzusehen, warum es zulässig sein soll, eiserne Thürme zu verankern, ohne für das Mauerwerk schlimme Folgen zu befürchten, während dies für Holzthürme unzulässig sei. Auch kann man auf die hohen eisernen Viaductpfeiler hinweisen, welche stets verankert werden, ohne daß man Befürchtungen für das Mauerwerk des Unterbaues hegt. Wenn aber auf die alten Thürme hingewiesen wird, welche unverankert Stand gehalten haben, so ist zu bemerken, daß diese ein nicht unbedeutend größeres Eigengewicht hatten; sie enthielten theilweise mehr Holz und vor Allem schwereres Holz, da sie meist aus Eichenholz hergestellt wurden, während heute das leichtere Tannenholz die Regel bildet.

Nach dem Vorstehenden kann der Verfasser sich nur für die Verankerung der hölzernen Thurmhelme aussprechen; dieselbe muß im Stande sein, auch bei ungünstigsten Kräftewirkungen die Standfestigkeit zu erhalten.

Bereits oben ist bemerkt, daß man den Winddruck zu 200 kg (bezw. 250 kg) für 1 qm lothrechten Thurmschnittes setzen soll, daß ferner der Zustand des noch nicht gedeckten, aber bereits verschalten oder verlatteten Thurmes der Rechnung zu Grunde zu legen ist. Man bestimme nun die Verankerung so, daß das Stabilitätsmoment, einschließend des Moments des an den Ankern hängenden Mauergewichtes, wenigstens doppelt so groß ist, als das Umsturzmoment¹⁷⁵⁾.

Von großer Bedeutung für die Standfestigkeit ist das Verhältniß der Pyramidenhöhe h zur Breite B der Grundfläche (die Bezeichnungen entsprechen denjenigen in Fig. 349, S. 143). Dasselbe ist in erster Linie von architektonischen Erwägungen abhängig; doch dürfte es sich empfehlen, auch die statischen Verhältnisse in Betracht zu ziehen und allzu große Höhen zu vermeiden. Die Ausführungen zeigen die Verhältnisse $\frac{h}{B} = 3$ bis $4\frac{1}{2}$, ausnahmsweise auch wohl bis $\frac{h}{B} = 5$.

γ) Thurm-Fachwerk; Allgemeines. Es genügt nicht, daß die Thurmpyramide, als Ganzes betrachtet, stabil sei; auch die einzelnen Theile derselben müssen ein unverrückbares Fachwerk bilden, welches die an beliebigen Stellen aufgenommenen belastenden Kräfte sicher und ohne merkliche Formänderungen in den Unterbau befördert; sie muß ein geometrisch bestimmtes, wo möglich auch ein statisch bestimmtes Fachwerk sein. Um Klarheit über den Aufbau zu bekommen, sind einige allgemeine Untersuchungen über das räumliche Fachwerk hier vorzunehmen, welche sowohl für die Holzthürme, wie für die Eifenthürme Geltung haben.

Die Voraussetzungen, welche hier gemacht werden, sind allerdings bei den Holzthürmen nicht ganz erfüllt; insbesondere ist die Annahme der gelenkigen Knotenverbindung der Fachwerkstäbe nicht genau. Dennoch sind die nachfolgenden Untersuchungen auch für die Holzthürme nicht werthlos. Wenn sich ergibt, daß (für unsere Voraussetzungen) das Thurm-Fachwerk bei der einen Anordnung der Stäbe labil, bei einer etwas geänderten Stabanordnung aber stabil sein würde, so wird man zweckmäßig die zweite Anordnung vorziehen. Denn es ist stets mißlich, sich auf die unbekanntenen Hilfskräfte zu verlassen, welche auftreten, weil die Voraussetzungen

118.
Thurm-
Fachwerk.

¹⁷⁵⁾ Siehe auch: LODEMANN. Verankerung der Thurmhelme mit dem Mauerwerk. Centralbl. d. Bauverw. 1895, S. 481.
SEIBERTS. Der Abtutz des Thurmhelms an der St. Matthiaskirche zu Berlin. Deutsche Bauz. 1895, S. 382.

RINCKLAKE, MOHRMANN. Ueber dasselbe. Deutsche Bauz. 1895, S. 393.

MARSCHALL, CORNEHL. Ueber dasselbe. Deutsche Bauz. 1895, S. 477.

SEIBERTS. Desgl. Deutsche Bauz. 1895, S. 475.

nicht genau erfüllt sind, zumal wenn, wie hier, die rechnerische Ermittlung dieser Hilfskräfte eine äußerst umständliche und schwierige Arbeit ist. Da nun die folgenden Untersuchungen wegen der eisernen Thürme u. s. w. ohnehin vorgenommen werden müssen und auf die üblichen Thurm-Fachwerke ein klares Licht werfen, so dürfte für dieselben hier die geeignete Stelle sein.

Die Thurmhelme sind Raum-Fachwerke. Die einfachste Stützung eines Raum-Fachwerkes ist diejenige vermittelt dreier Fußpunkte. Die sämtlichen Unbekannten der Auflagerdrücke dürfen die Zahl 6 nicht überschreiten, wenn die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen starrer Körper zu ihrer Ermittlung ausreichen sollen. Man muß nun, um sowohl eine wagrechte Verschiebung der ganzen Construction, als auch eine Drehung derselben um eine lothrechte Axe zu verhüten, ein Auflager fest, ein zweites in einer geraden Linie verschiebbar machen, während das dritte in der Stützungsebene frei beweglich sein kann. Der Auflagerdruck des festen Auflagers kann eine ganz beliebige Richtung annehmen, enthält also drei Unbekannte, als welche man zweckmäßig die drei Seitenkräfte einführt, welche sich bei rechtwinkliger Zerlegung des Auflagerdruckes nach drei Axen ergeben. Der Auflagerdruck des in einer Geraden verschiebbaren Lagers muß senkrecht zu der Geraden — der sog. Auflagerbahn — gerichtet sein, weil die in die Richtung dieser Linie fallende Seitenkraft, der Beweglichkeit wegen, stets Null ist; dieser Auflagerdruck enthält also nur zwei Unbekannte, nämlich die beiden Seitenkräfte in der zur Auflagerbahn senkrecht gerichteten Ebene. Im Auflagerdruck des dritten, in einer Ebene beweglichen Auflagers ist nur eine Unbekannte, die Größe der Kraft, enthalten; denn die Richtung ist diesem Auflagerdruck vorgeschrieben: er muß wegen der Beweglichkeit des Auflagers senkrecht zur Auflagerebene stehen.

Allgemein bedeutet nach Vorstehendem beim Raum-Fachwerk jedes feste Auflager drei Unbekannte (entspricht drei Auflagerbedingungen), jedes in einer Linie bewegliche Auflager zwei Unbekannte (entspricht zwei Auflagerbedingungen) und jedes in einer Ebene bewegliche Auflager eine Unbekannte (entspricht einer Auflagerbedingung). Wir werden weiterhin die drei Arten der Auflager kurz als Punktlager, Linienlager, Ebenenlager bezeichnen.

Im oben angenommenen Falle dreier Auflager, von denen je eines ein Punkt-, ein Linien- und ein Ebenenlager ist, enthalten also die Auflagerkräfte $3 + 2 + 1 = 6$ Unbekannte, für deren Ermittlung die Gleichgewichtslehre bekanntlich 6 Gleichungen bietet. Die Auflagerkräfte werden sich demnach nach den Gleichgewichtsbedingungen starrer Körper bestimmen.

Es müssen aber auch die Spannungen der einzelnen Stäbe des Raum-Fachwerkes für beliebige mögliche Belastungen ermittelt werden können. Am einfachsten kann dies geschehen, wenn das Fachwerk statisch bestimmt ist, d. h. wenn alle Stabspannungen aus den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden können. Damit dies möglich sei, muß die Zahl der Stäbe zu derjenigen der Knotenpunkte in einem bestimmten Verhältnisse stehen.

Wir bezeichnen mit k die Anzahl der Knotenpunkte, s die Anzahl der Stäbe, p die Anzahl der festen Auflager (Punktlager), l die Anzahl der in Linien geführten Lager (Linienlager) und mit e die Anzahl der in Ebenen geführten Lager (Ebenenlager); alsdann ist die Zahl aller Unbekannten

$$s + 3p + 2l + e.$$

An jedem Knotenpunkte ergeben sich aus den drei Gleichgewichtsbedingungen drei

Gleichungen, also bei k Knotenpunkten erhält man $3k$ Gleichungen. Die Zahl der Unbekannten muß für statische Bestimmtheit gleich der Zahl der Gleichungen sein; mithin ist die Bedingung für statische Bestimmtheit:

$$s + 3p + 2l + e = 3k,$$

und wenn man abkürzungsweise die Zahl der Auflager-Unbekannten

$$3p + 2l + e = n \dots \dots \dots 7.$$

setzt, so wird $s + n = 3k$ und

$$s = 3k - n \dots \dots \dots 8.$$

Bei der obigen Annahme dreier Auflager, eines Punkt-, eines Linien- und eines Ebenenlagers war $p = 1$, $l = 1$ und $e = 1$, also $n = 3 + 2 + 1 = 6$; mithin muß für diesen Fall sein

$$s = 3k - 6 \dots \dots \dots 9.$$

Das einfachste räumliche Fachwerk ist das Tetraëder, welches 4 Knotenpunkte und 6 Stäbe hat; bei demselben ist thatfächlich $s = 3k - 6 = 3 \cdot 4 - 6 = 6$; dasselbe ist also ein statisch bestimmtes Fachwerk. Ein Punkt im Raume wird aber geometrisch bestimmt, wenn er durch Linien (Stäbe) mit 3 festen Punkten verbunden wird, welche mit ihm nicht in derselben Ebene liegen; alsdann findet auch eine zweifellose Zerlegung jeder auf diesen Punkt wirkenden Kraft auf Grund der Gleichgewichtsbedingungen statt. Man kann also durch allmähliches Anfügen von je einem Knotenpunkte und drei Stäben an den Grundkörper des Tetraëders ein geometrisch und statisch bestimmtes Raum-Fachwerk erhalten. Dies folgt auch aus der allgemeinen Gleichung 9. Nennt man die Zahl der zu einem statisch bestimmten Fachwerk hinzukommenden Knotenpunkte allgemein α , diejenige der hinzukommenden Stäbe σ , so ist das entstehende Fachwerk statisch bestimmt, wenn stattfindet:

$$s + \sigma = 3(k + \alpha) - 6.$$

Es war aber auch $s = 3k - 6$, woraus folgt, daß für den Fall statischer Bestimmtheit

$$\sigma = 3\alpha.$$

sein muß.

Soll also das Fachwerk auch nach dem Hinzufügen der neuen Knotenpunkte statisch bestimmt bleiben, so muß stets die Zahl der hinzukommenden Stäbe 3-mal so groß sein, wie die Zahl der hinzukommenden Knotenpunkte. Für $\alpha = 1$ muß $\sigma = 3$ sein.

Die Anordnung eines Thurmes mit nur drei Fußpunkten ist nicht üblich; es sind aber auch Stützungen auf mehr als drei Füßen als statisch bestimmte, räumliche Fachwerke möglich. Dies könnte auffallen, wenn man bedenkt, daß nur dann die Auflagerdrücke eines Körpers mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen ermittelt werden können, wenn die Zahl der Fußpunkte nicht größer als 3 ist. Bei einem Fachwerk aber kann man die Auflagerdrücke dennoch bestimmen, auch wenn die Zahl der in diesen enthaltenen Unbekannten größer als 6 ist; nur muß man dafür Sorge tragen, daß das Fachwerk selbst so viele weniger Stäbe, also Unbekannte, enthält, wie zu viel Unbekannte in den Auflagerdrücken sind. Selbstverständlich darf man nicht beliebige Stäbe entfernen und muß in jedem Falle genau untersuchen, ob das entstehende Fachwerk statisch und geometrisch bestimmt ist oder nicht. Aehnliche Anordnungen sind beim ebenen Fachwerk vorhanden, so bei den Bogenträgern mit 3 Gelenken, den Auslegerträgern etc. Man muß also auch hier, wegen der hinzukommenden Auflagerunbekannten, neue Bedingungen durch die Construction schaffen. Nachstehend sollen die beiden wichtigsten Fälle des vier-

feitigen und des achtseitigen Thurm-Fachwerkes in dieser Hinsicht besprochen werden.

119.
Vierseitige
Thurm-
pyramide.

δ) Vierseitige Thurmpyramide. Die vier Fußpunkte derselben seien A, B, C, D (Fig. 350); einer davon, etwa A , sei fest, ein zweiter, B , sei in einer Linie, etwa XX , die beiden anderen in der Ebene $ABCD$ beweglich. Die Auflagerdrücke enthalten also $n = 3 + 2 + 1 + 1 = 7$ Unbekannte. Geht man wieder vom Tetraëder aus und legt das Dreieck ABC zu Grunde, wobei A mit 3, B mit 2 und C zunächst mit einer Auflagerbedingung, so sind alle drei Punkte in der Ebene genau durch die Auflagerbedingungen und die Längen der Dreiecksseiten bestimmt, wenn nicht etwa die Auflagerbahn XX des Punktes B senkrecht zu AB gerichtet ist. Der Punkt I in einer über ABC liegenden Ebene wird nunmehr durch die drei Stäbe AI, BI und CI geometrisch bestimmt. Das erhaltene Tetraëder ist geometrisch und statisch bestimmt. Verbindet man nunmehr den vierten Fußpunkt D mit 2 Punkten, etwa mit B und C , in derselben Ebene, so wird auch D geometrisch fest gelegt, da dieser Punkt in der Ebene ABC bleiben muß; der dritte Stab, welcher eigentlich erforderlich wäre, um C fest zu legen, wird durch die Auflagerbedingung bei D ersetzt. Daraus folgt, daß, wie die Spannung dieses (nicht angeordneten) Stabes stets bekannt wäre, wenn D kein Auflagerpunkt wäre, so auch der Auflagerdruck bei D stets nach statischen Gesetzen ermittelt werden kann. D ist als in der Ebene $ABCD$ beweglich zu construieren. (Man kann auch, wie dies mehrfach geschehen ist, für die Untersuchung den Auflagerdruck durch einen gedachten Stab ersetzen). Für das Fachwerk mit 4 Stützpunkten nach Fig. 350 ist also die Zahl der Auflagerunbekannten $n = 7$, die Zahl der Stäbe s und die Zahl der Knotenpunkte k ; also muß für den Fall statischer Bestimmtheit

$$s + 7 = 3k \quad \text{oder} \quad s = 3k - 7$$

sein. Man kann nun Knotenpunkt 2 mit I, B, D , Punkt 3 mit $2, D, C$ und Punkt 4 mit $3, C, I$ verbinden und erhält so das in Fig. 350 gezeichnete Fachwerk, welches geometrisch und auch statisch bestimmt ist.

Bislang war angenommen, daß ein Stab BC vorhanden sei; dieser Stab ist unter Umständen un bequem und für die Benutzung störend. Es fragt sich, ob derselbe fortgelassen werden, bezw. unter welchen Bedingungen dies geschehen kann. Stab BC war angeordnet, um Punkt C in der Auflagerebene geometrisch fest zu legen. Man kann dies auch dadurch erreichen, daß man für C , wie für B , eine Auflagerbahn, etwa YY (Fig. 351) vor-

Fig. 350.

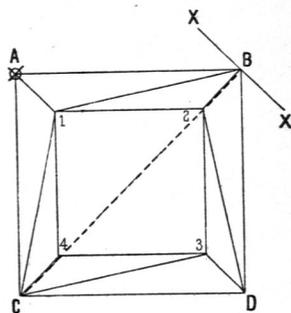


Fig. 351.

