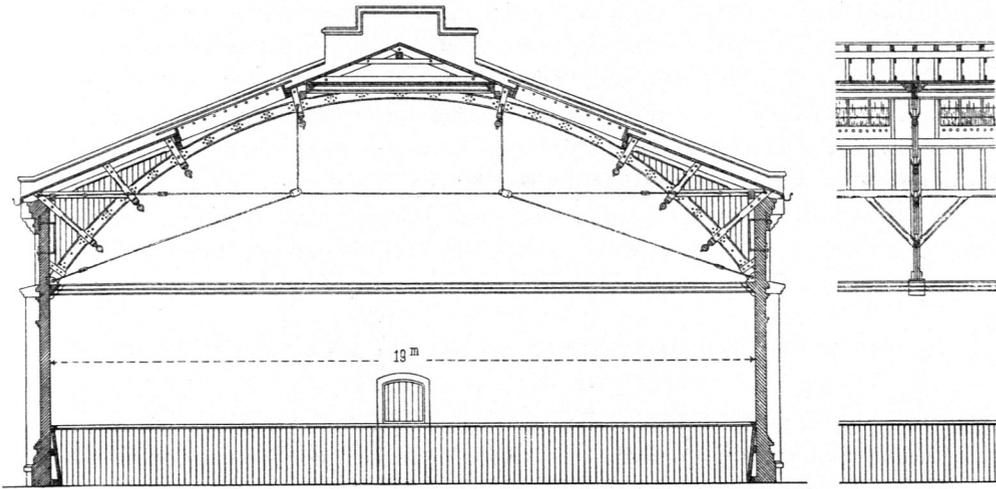


Fig. 345.

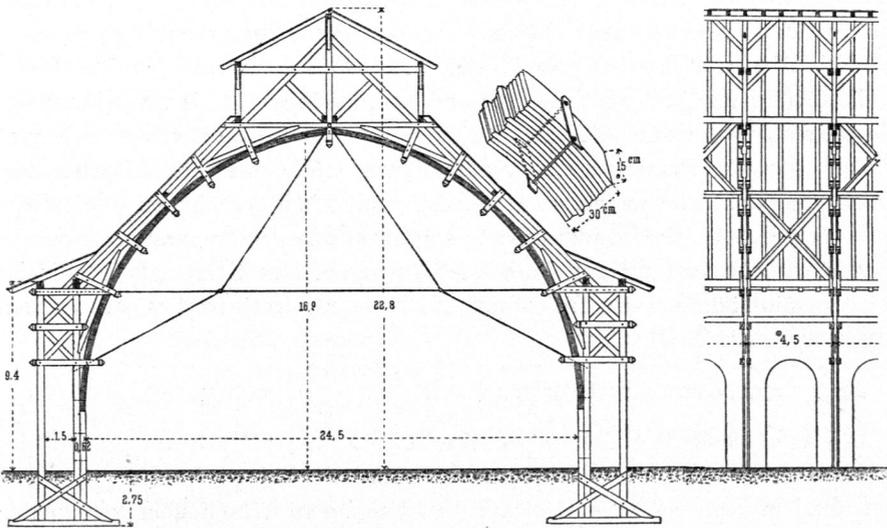


Vom Taterfall zu Mannheim 169).

$\frac{1}{200}$  n. Gr.

Arch.: *Manhot.*

Fig. 346.



Von der Festhalle für das Mittelrheinische Turnfest zu Darmstadt 1893 170).

$\frac{1}{375}$  n. Gr.

## 28. Kapitel

### Hölzerne Thurmdächer, Zelt- und Kuppeldächer.

#### a) Hölzerne Thurmdächer.

Thurmdächer sind steile Zeltedächer über quadratischer oder achteckiger, auch wohl kreisförmiger, selten über einer anders geformten Grundfläche. Dieselben

werden hauptsächlich durch den Winddruck gefährdet; Schnee bleibt wegen der Steilheit nicht liegen; das Eigengewicht erzeugt keine bedeutenden Beanspruchungen.

Eine gute Thurmdach-Construction muß folgenden Anforderungen Genüge leisten: sie muß standfest und fähig sein, auch bei ungünstigster Belastung die auf sie einwirkenden Kräfte sicher und, ohne merkbare Formänderung zu erleiden, in das unterstützende Mauerwerk zu leiten; sie muß der Zerstörung durch Feuchtigkeit und Faulen möglichst wenig Angriffspunkte bieten; sie muß leichten und sicheren Aufbau gestatten, bequemes Ausbessern und Auswechselln etwa schadhafte gewordener Hölzer ermöglichen; sie darf nicht zu viel Holz erfordern, um nicht zu theuer zu werden.

### 1) Statistische Verhältnisse und theoretische Grundlagen für die Construction.

114.  
Kräfte.

Die Thurmdächer setzen sich stets auf hohe Mauern; für diese sind aber wagrechte Kräfte besonders gefährlich; deshalb ordne man die Construction stets so an, daß die wagrechten Kräfte möglichst gering werden. Dem gemäß sind Sprengwerks-Constructionen, welche stets auch wagrechte Kräfte auf die Mauern übertragen, hier ausgeschlossen. Die schiefen Windkräfte haben allerdings stets wagrechte auf die Construction wirkende Seitenkräfte, die man nicht fortfchaffen kann. Man muß aber suchen, diese gefährlichen Seitenkräfte und ihr Umsturzmoment so klein wie möglich zu machen; durch eine zweckmäßige Form des Thurmdaches ist eine solche Verkleinerung wohl möglich, wie die Ueberlegung unter  $\alpha$  zeigt.

115.  
Wind-  
belastungen.

$\alpha$ ) Windbelastungen. Nach den Untersuchungen in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (2. Aufl., S. 23 u. 24) dieses »Handbuches« ist der Winddruck gegen ein achtseitiges Prisma kleiner, als derjenige gegen ein vierseitiges Prisma; das Gleiche gilt für die Pyramide. Nennt man die Höhe des Thurmdaches  $h$ , den Winddruck auf das Flächenmeter senkrecht getroffener Fläche  $p$ , die Seite des Quadrates, bezw. des Grundquadrates der Grundfläche  $B$ , nimmt man den Winddruck als wagrecht wirkend an und berechnet (mit geringem Fehler) so, als ob die Seitenflächen lothrecht ständen, so erhält man als die auf Umsturz des ganzen Thurmdaches wirkende Kraft  $W$ :

$$\text{bei quadratischer Grundfläche } W = p \frac{Bh}{2} = 0,5 p B h;$$

$$\text{bei regelmässiger Achteck-Grundfläche (Fig. 349) } W = 0,414 p B h;$$

$$\text{bei kreisförmiger Grundfläche (Kegeldach) } W = 0,39 p B h;$$

d. h. die auf Umsturz wirkende Kraft ist bei einem Thurmdach über regelmässigem Achteck um etwa 17 Procent und bei einem Kreis Kegeldach um etwa 22 Procent geringer, als bei einem Dach über quadratischer Grundfläche (Höhe und untere Breite als gleich angenommen).

Bei dreieckiger Seitenfläche des Thurmdaches liegt die Mittelkraft der Windkräfte in ein Drittel der Höhe über der Grundfläche; das Umsturzmoment ist dann:

$$M_{\text{Umsturz}} = W \frac{h}{3}.$$

Eine Verkleinerung des Umsturzmoments kann sowohl durch Verringerung von  $W$ , wie auch von  $h$  erreicht werden; die letztere Verkleinerung, d. h. eine tiefere Lage von  $W$  wird durch Verbreitern der Grundfläche und Anwendung verschiedener Dachneigungen in den verschiedenen Theilen des Thurmdaches erzielt. Eine solche in

Fig. 347.



Von der Kirche zu Schwarzrheindorf<sup>171)</sup>.

Fig. 348.



Von der reformirten Kirche zu Insterburg<sup>172)</sup>.

Fig. 347<sup>171)</sup> dargestellte Anordnung hat neben dem Vortheil der tiefen Lage von  $W$  noch den weiteren statischen Vorzug, dass die den unteren Theil belastenden Winddrücke grössere Winkel mit der Wagrechten einschliessen, als die auf den steileren Theil wirkenden; sie sind kleiner und haben eine günstigere Richtung.

Statisch günstig ist auch die vielfach ausgeführte, architektonisch sehr wirkfame Anordnung von vier Giebeln (Fig. 348<sup>170)</sup>; durch dieselben wird ein Theil des Daches der Einwirkung des Windes entzogen.

Endlich ist auch eine Form des Thurmdaches zweckmässig, bei welcher dasselbe eine über Ecke gestellte vierseitige Pyramide bildet, deren Kanten nach den Spitzen der vier Giebel laufen; diese sog. Rhombenhaube (Rautenhaube) ist günstiger, als die einfache Pyramide, deren

Kanten nach den Ecken des Grundquadrats laufen. Die grösste auf Umkanten wirkende Windkraft in der Diagonalebene ist allerdings genau so gross, wie die in der Mittelebene des Thurmes ungünstigstenfalls wirkende; beide sind aber annähernd 30 Procent geringer, als wenn das Dach als vierseitige Pyramide mit nach den Ecken des Quadrats laufenden Kanten hergestellt wäre.

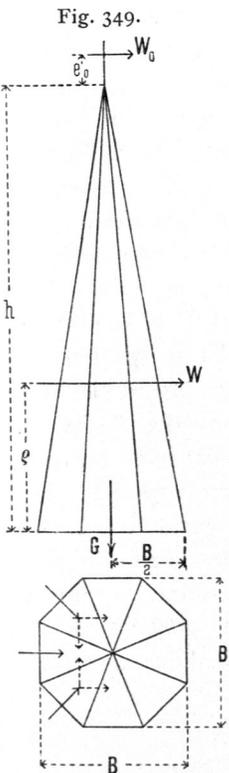
Den Winddruck auf das Flächenmeter senkrechter Thurmsquerschnittsfläche setze man  $p = 200 \text{ kg}$  für  $1 \text{ qm}$ ; an besonders dem Wind ausgesetzten Stellen rechne man mit  $p = 250 \text{ kg}$  für  $1 \text{ qm}$ .

β) Standficherheit des Thurmhelms. Für die Standficherheit muss zunächst verlangt werden, dass nicht das Thurmdach als Ganzes seitlich verschoben oder umgekantet werden könne. Der ersteren Bewegung wirkt der Reibungswiderstand an den Auflagern entgegen, der Drehung um eine Kante das Stabilitätsmoment. Nennt man die ganze ungünstigstenfalls auf das Thurmdach wirkende Windkraft  $W$ , die Höhe des Angriffspunktes dieser Kraft über der Grundfläche  $\rho$ , den auf das Thurmkreuz wirkenden Winddruck  $W_0$  und seine Höhe über der Thurmspitze  $e_0$ , so ist das Umsturzmoment (Fig. 349)

$$M_{\text{Umsturz}} = W_0 \rho + W_0 (h + e_0);$$

$\rho$  ist meistens nahezu gleich  $\frac{h}{3}$ . Das Stabilitätsmoment ist, wenn man das Gewicht des Thurmdaches mit  $G$  und die Breite der Grundfläche mit  $B$  bezeichnet,

$$M_{\text{Stab}} = \frac{GB}{2}.$$



116.  
Standficherheit  
des  
Thurmhelms.

171) Facf.-Repr. nach: DOHME, R. Geschichte der deutschen Baukunst. Berlin 1890. S. 68.  
172) Facf.-Repr. nach: Centralbl. d. Bauverw. 1890, S. 457.

Damit stets ausreichende Sicherheit gegen Umkanten vorhanden sei, mache man das Stabilitätsmoment gröfser, als das Umsturzmoment jemals werden kann.

Der ungünstigste Fall tritt unmittelbar vor der Fertigstellung des Thurmes ein, wenn die Dachdeckung noch nicht aufgebracht, das Thurmgewicht folglich verhältnismäfsig klein ist. Falls auch die Verschalung noch fehlt, kann der Wind im Zimmerwerk, in den Balkenlagen und ihren Abdeckungen unter Umständen gröfsere Angriffsflächen finden, als nachher; jedenfalls berechne man den Thurm wenigstens so, dafs er ohne Dachdeckung, aber mit Lattung oder Schalung ausreichende Sicherheit gegen Umsturz und Verschieben bietet.

Soll ein frei auf das Thurmmauerwerk gesetztes Thurmdach nicht seitlich verschoben werden, so mufs die gröfste wagrechte Windkraft kleiner sein, als der Reibungswiderstand an den Auflagern. Der Reibungs-Coefficient kann zu 0,5 bis 0,6 angenommen werden; es mufs demnach

$$W + W_0 < 0,5 G$$

sein.

Wenn das Eigengewicht des Thurmes die verlangte Standfestigkeit nicht liefert, so bleibt nichts übrig, als das Thurmdach mit dem Thurmmauerwerk zu verankern.

117.  
Verankerung  
des  
Thurmhelms.

Die Frage, ob eine Verankerung nothwendig oder auch nur zuläfsig sei, wird ganz verschieden beantwortet. Früher galt es als ausgemacht, dafs man eine Verankerung des Thurmhelms im Mauerwerk vermeiden müsse, weil durch eine solche das Mauerwerk gezwungen würde, an den Bewegungen des Thurmdaches theilzunehmen, was dem Mauerwerk über Kurz oder Lang schädlich werden müsse. Auch verwies man auf die aus alter Zeit stammenden, nicht verankerten Thürme, welche sich gut gehalten haben. *Moller* schreibt bestimmt vor<sup>173)</sup>, dafs das Zimmerwerk der Thurmspitze unmittelbar auf den oberen Theil der Mauer gesetzt werden solle, so dafs die Holz-Construction ganz für sich bestehe und das Mauerwerk keine weitere Verbindung mit ersterer habe, als dafs es derselben zur Unterlage diene. Das Eigengewicht der Dach-Construction mufs alsdann genügen, um ein Kanten zu verhüten.

Andererseits mufs aber doch verlangt werden, dafs das Bauwerk unter allen Umständen standfest sei. Genügt hierzu das Eigengewicht nicht, so verankere man oder vermindere die Höhe so weit, bis das Gewicht für die Standfestigkeit ausreicht. Letzteres ist vielfach nicht möglich; folglich bleibt nur die Verankerung übrig. Es fragt sich nun, ob denn wirklich die gegen die Verankerung in das Feld geführten Bedenken so schwer wiegend sind. Die gefürchtete Bewegung der Füfse des Thurmhelms kann dann nicht eintreten, wenn man dieselben fest und genügend tief mit dem Mauerwerk verankert; es kann sich stets nur um Verringerung des Auflagedruckes handeln, der auch negativ werden kann und dann durch das Gewicht des angehängten Mauerwerkes aufgehoben wird. So lange Gleichgewicht vorhanden ist, werden keine oder höchstens durch die Elasticität bedingte, sehr geringfügige Bewegungen eintreten, welche dem Mauerwerk nicht schaden. Aber auch die Erfahrung spricht nicht gegen die Verankerung. *Otzen* verankert seine hölzernen Thurmhelme ohne nachtheilige Ergebnisse; nach Mittheilung von *Mohrmann*<sup>174)</sup> greift auch der Altmeister der Gothik, *Haase*, neuerdings unbedenklich zur Ver-

<sup>173)</sup> In: MOLLER, G. Beiträge zu der Lehre von den Constructionen: Ueber die Construction hölzerner Thurmspitzen. Darmstadt und Leipzig 1832—44.

<sup>174)</sup> In: Deutsche Bauz. 1895, S. 394.

ankerung hölzerner Thurmdächer. Endlich ist auch nicht einzusehen, warum es zulässig sein soll, eiserne Thürme zu verankern, ohne für das Mauerwerk schlimme Folgen zu befürchten, während dies für Holzthürme unzulässig sei. Auch kann man auf die hohen eisernen Viaductpfeiler hinweisen, welche stets verankert werden, ohne daß man Befürchtungen für das Mauerwerk des Unterbaues hegt. Wenn aber auf die alten Thürme hingewiesen wird, welche unverankert Stand gehalten haben, so ist zu bemerken, daß diese ein nicht unbedeutend größeres Eigengewicht hatten; sie enthielten theilweise mehr Holz und vor Allem schwereres Holz, da sie meist aus Eichenholz hergestellt wurden, während heute das leichtere Tannenholz die Regel bildet.

Nach dem Vorstehenden kann der Verfasser sich nur für die Verankerung der hölzernen Thurmhelme aussprechen; dieselbe muß im Stande sein, auch bei ungünstigsten Kräftewirkungen die Standsicherheit zu erhalten.

Bereits oben ist bemerkt, daß man den Winddruck zu 200 kg (bezw. 250 kg) für 1 qm lothrechten Thurmschnittes setzen soll, daß ferner der Zustand des noch nicht gedeckten, aber bereits verschalten oder verlatteten Thurmes der Rechnung zu Grunde zu legen ist. Man bestimme nun die Verankerung so, daß das Stabilitätsmoment, einschließlic des Moments des an den Anker hängenden Mauergewichtes, wenigstens doppelt so groß ist, als das Umsturzmoment<sup>175)</sup>.

Von großer Bedeutung für die Standsicherheit ist das Verhältniß der Pyramidenhöhe  $h$  zur Breite  $B$  der Grundfläche (die Bezeichnungen entsprechen denjenigen in Fig. 349, S. 143). Dasselbe ist in erster Linie von architektonischen Erwägungen abhängig; doch dürfte es sich empfehlen, auch die statischen Verhältnisse in Betracht zu ziehen und allzu große Höhen zu vermeiden. Die Ausführungen zeigen die Verhältnisse  $\frac{h}{B} = 3$  bis  $4\frac{1}{2}$ , ausnahmsweise auch wohl bis  $\frac{h}{B} = 5$ .

γ) Thurm-Fachwerk; Allgemeines. Es genügt nicht, daß die Thurmpyramide, als Ganzes betrachtet, stabil sei; auch die einzelnen Theile derselben müssen ein unverrückbares Fachwerk bilden, welches die an beliebigen Stellen aufgenommenen belastenden Kräfte sicher und ohne merkliche Formänderungen in den Unterbau befördert; sie muß ein geometrisch bestimmtes, wo möglich auch ein statisch bestimmtes Fachwerk sein. Um Klarheit über den Aufbau zu bekommen, sind einige allgemeine Untersuchungen über das räumliche Fachwerk hier vorzunehmen, welche sowohl für die Holzthürme, wie für die Eifenthürme Geltung haben.

Die Voraussetzungen, welche hier gemacht werden, sind allerdings bei den Holzthürmen nicht ganz erfüllt; insbesondere ist die Annahme der gelenkigen Knotenverbindung der Fachwerkstäbe nicht genau. Dennoch sind die nachfolgenden Untersuchungen auch für die Holzthürme nicht werthlos. Wenn sich ergibt, daß (für unsere Voraussetzungen) das Thurm-Fachwerk bei der einen Anordnung der Stäbe labil, bei einer etwas geänderten Stabanordnung aber stabil sein würde, so wird man zweckmäßig die zweite Anordnung vorziehen. Denn es ist stets mißlich, sich auf die unbekanntenen Hilfskräfte zu verlassen, welche auftreten, weil die Voraussetzungen

118.  
Thurm-  
Fachwerk.

<sup>175)</sup> Siehe auch: LODEMANN. Verankerung der Thurmhelme mit dem Mauerwerk. Centralbl. d. Bauverw. 1895, S. 481.  
SEIBERTS. Der Abtutz des Thurmhelms an der St. Matthiaskirche zu Berlin. Deutsche Bauz. 1895, S. 382.

RINCKLAKE, MOHRMANN. Ueber dasselbe. Deutsche Bauz. 1895, S. 393.  
MARSCHALL, CORNEHL. Ueber dasselbe. Deutsche Bauz. 1895, S. 477.  
SEIBERTS. Desgl. Deutsche Bauz. 1895, S. 475.

nicht genau erfüllt sind, zumal wenn, wie hier, die rechnerische Ermittlung dieser Hilfskräfte eine äußerst umständliche und schwierige Arbeit ist. Da nun die folgenden Untersuchungen wegen der eisernen Thürme u. s. w. ohnehin vorgenommen werden müssen und auf die üblichen Thurm-Fachwerke ein klares Licht werfen, so dürfte für dieselben hier die geeignete Stelle sein.

Die Thurmhelme sind Raum-Fachwerke. Die einfachste Stützung eines Raum-Fachwerkes ist diejenige vermittelt dreier Fußpunkte. Die sämtlichen Unbekannten der Auflagerdrücke dürfen die Zahl 6 nicht überschreiten, wenn die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen starrer Körper zu ihrer Ermittlung ausreichen sollen. Man muß nun, um sowohl eine wagrechte Verschiebung der ganzen Construction, als auch eine Drehung derselben um eine lothrechte Axe zu verhüten, ein Auflager fest, ein zweites in einer geraden Linie verschiebbar machen, während das dritte in der Stützungsebene frei beweglich sein kann. Der Auflagerdruck des festen Auflagers kann eine ganz beliebige Richtung annehmen, enthält also drei Unbekannte, als welche man zweckmäßig die drei Seitenkräfte einführt, welche sich bei rechtwinkliger Zerlegung des Auflagerdruckes nach drei Axen ergeben. Der Auflagerdruck des in einer Geraden verschiebbaren Lagers muß senkrecht zu der Geraden — der sog. Auflagerbahn — gerichtet sein, weil die in die Richtung dieser Linie fallende Seitenkraft, der Beweglichkeit wegen, stets Null ist; dieser Auflagerdruck enthält also nur zwei Unbekannte, nämlich die beiden Seitenkräfte in der zur Auflagerbahn senkrecht gerichteten Ebene. Im Auflagerdruck des dritten, in einer Ebene beweglichen Auflagers ist nur eine Unbekannte, die Größe der Kraft, enthalten; denn die Richtung ist diesem Auflagerdruck vorgeschrieben: er muß wegen der Beweglichkeit des Auflagers senkrecht zur Auflagerebene stehen.

Allgemein bedeutet nach Vorstehendem beim Raum-Fachwerk jedes feste Auflager drei Unbekannte (entspricht drei Auflagerbedingungen), jedes in einer Linie bewegliche Auflager zwei Unbekannte (entspricht zwei Auflagerbedingungen) und jedes in einer Ebene bewegliche Auflager eine Unbekannte (entspricht einer Auflagerbedingung). Wir werden weiterhin die drei Arten der Auflager kurz als Punktlager, Linienlager, Ebenenlager bezeichnen.

Im oben angenommenen Falle dreier Auflager, von denen je eines ein Punkt-, ein Linien- und ein Ebenenlager ist, enthalten also die Auflagerkräfte  $3 + 2 + 1 = 6$  Unbekannte, für deren Ermittlung die Gleichgewichtslehre bekanntlich 6 Gleichungen bietet. Die Auflagerkräfte werden sich demnach nach den Gleichgewichtsbedingungen starrer Körper bestimmen.

Es müssen aber auch die Spannungen der einzelnen Stäbe des Raum-Fachwerkes für beliebige mögliche Belastungen ermittelt werden können. Am einfachsten kann dies geschehen, wenn das Fachwerk statisch bestimmt ist, d. h. wenn alle Stabspannungen aus den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden können. Damit dies möglich sei, muß die Zahl der Stäbe zu derjenigen der Knotenpunkte in einem bestimmten Verhältnisse stehen.

Wir bezeichnen mit  $k$  die Anzahl der Knotenpunkte,  $s$  die Anzahl der Stäbe,  $p$  die Anzahl der festen Auflager (Punktlager),  $l$  die Anzahl der in Linien geführten Lager (Linienlager) und mit  $e$  die Anzahl der in Ebenen geführten Lager (Ebenenlager); alsdann ist die Zahl aller Unbekannten

$$s + 3p + 2l + e.$$

An jedem Knotenpunkte ergeben sich aus den drei Gleichgewichtsbedingungen drei

Gleichungen, also bei  $k$  Knotenpunkten erhält man  $3k$  Gleichungen. Die Zahl der Unbekannten muß für statische Bestimmtheit gleich der Zahl der Gleichungen sein; mithin ist die Bedingung für statische Bestimmtheit:

$$s + 3p + 2l + e = 3k,$$

und wenn man abkürzungsweise die Zahl der Auflager-Unbekannten

$$3p + 2l + e = n \dots \dots \dots 7.$$

setzt, so wird  $s + n = 3k$  und

$$s = 3k - n \dots \dots \dots 8.$$

Bei der obigen Annahme dreier Auflager, eines Punkt-, eines Linien- und eines Ebenenlagers war  $p = 1$ ,  $l = 1$  und  $e = 1$ , also  $n = 3 + 2 + 1 = 6$ ; mithin muß für diesen Fall sein

$$s = 3k - 6 \dots \dots \dots 9.$$

Das einfachste räumliche Fachwerk ist das Tetraëder, welches 4 Knotenpunkte und 6 Stäbe hat; bei demselben ist thatfächlich  $s = 3k - 6 = 3 \cdot 4 - 6 = 6$ ; dasselbe ist also ein statisch bestimmtes Fachwerk. Ein Punkt im Raume wird aber geometrisch bestimmt, wenn er durch Linien (Stäbe) mit 3 festen Punkten verbunden wird, welche mit ihm nicht in derselben Ebene liegen; alsdann findet auch eine zweifellose Zerlegung jeder auf diesen Punkt wirkenden Kraft auf Grund der Gleichgewichtsbedingungen statt. Man kann also durch allmähliches Anfügen von je einem Knotenpunkte und drei Stäben an den Grundkörper des Tetraëders ein geometrisch und statisch bestimmtes Raum-Fachwerk erhalten. Dies folgt auch aus der allgemeinen Gleichung 9. Nennt man die Zahl der zu einem statisch bestimmten Fachwerk hinzukommenden Knotenpunkte allgemein  $\alpha$ , diejenige der hinzukommenden Stäbe  $\sigma$ , so ist das entstehende Fachwerk statisch bestimmt, wenn stattfindet:

$$s + \sigma = 3(k + \alpha) - 6.$$

Es war aber auch  $s = 3k - 6$ , woraus folgt, daß für den Fall statischer Bestimmtheit

$$\sigma = 3\alpha.$$

sein muß.

Soll also das Fachwerk auch nach dem Hinzufügen der neuen Knotenpunkte statisch bestimmt bleiben, so muß stets die Zahl der hinzukommenden Stäbe 3-mal so groß sein, wie die Zahl der hinzukommenden Knotenpunkte. Für  $\alpha = 1$  muß  $\sigma = 3$  sein.

Die Anordnung eines Thurmes mit nur drei Fußpunkten ist nicht üblich; es sind aber auch Stützungen auf mehr als drei Füßen als statisch bestimmte, räumliche Fachwerke möglich. Dies könnte auffallen, wenn man bedenkt, daß nur dann die Auflagerdrücke eines Körpers mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen ermittelt werden können, wenn die Zahl der Fußpunkte nicht größer als 3 ist. Bei einem Fachwerk aber kann man die Auflagerdrücke dennoch bestimmen, auch wenn die Zahl der in diesen enthaltenen Unbekannten größer als 6 ist; nur muß man dafür Sorge tragen, daß das Fachwerk selbst so viele weniger Stäbe, also Unbekannte, enthält, wie zu viel Unbekannte in den Auflagerdrücken sind. Selbstverständlich darf man nicht beliebige Stäbe entfernen und muß in jedem Falle genau untersuchen, ob das entstehende Fachwerk statisch und geometrisch bestimmt ist oder nicht. Aehnliche Anordnungen sind beim ebenen Fachwerk vorhanden, so bei den Bogenträgern mit 3 Gelenken, den Auslegerträgern etc. Man muß also auch hier, wegen der hinzukommenden Auflagerunbekannten, neue Bedingungen durch die Construction schaffen. Nachstehend sollen die beiden wichtigsten Fälle des vier-

feitigen und des achtseitigen Thurm-Fachwerkes in dieser Hinsicht besprochen werden.

119.  
Vierseitige  
Thurm-  
pyramide.

δ) Vierseitige Thurmpyramide. Die vier Fußpunkte derselben seien  $A, B, C, D$  (Fig. 350); einer davon, etwa  $A$ , sei fest, ein zweiter,  $B$ , sei in einer Linie, etwa  $XX$ , die beiden anderen in der Ebene  $ABCD$  beweglich. Die Auflagerdrücke enthalten also  $n = 3 + 2 + 1 + 1 = 7$  Unbekannte. Geht man wieder vom Tetraëder aus und legt das Dreieck  $ABC$  zu Grunde, wobei  $A$  mit 3,  $B$  mit 2 und  $C$  zunächst mit einer Auflagerbedingung, so sind alle drei Punkte in der Ebene genau durch die Auflagerbedingungen und die Längen der Dreiecksseiten bestimmt, wenn nicht etwa die Auflagerbahn  $XX$  des Punktes  $B$  senkrecht zu  $AB$  gerichtet ist. Der Punkt  $I$  in einer über  $ABC$  liegenden Ebene wird nunmehr durch die drei Stäbe  $AI, BI$  und  $CI$  geometrisch bestimmt. Das erhaltene Tetraëder ist geometrisch und statisch bestimmt. Verbindet man nunmehr den vierten Fußpunkt  $D$  mit 2 Punkten, etwa mit  $B$  und  $C$ , in derselben Ebene, so wird auch  $D$  geometrisch fest gelegt, da dieser Punkt in der Ebene  $ABC$  bleiben muß; der dritte Stab, welcher eigentlich erforderlich wäre, um  $C$  fest zu legen, wird durch die Auflagerbedingung bei  $D$  ersetzt. Daraus folgt, daß, wie die Spannung dieses (nicht angeordneten) Stabes stets bekannt wäre, wenn  $D$  kein Auflagerpunkt wäre, so auch der Auflagerdruck bei  $D$  stets nach statischen Gesetzen ermittelt werden kann.  $D$  ist als in der Ebene  $ABCD$  beweglich zu construieren. (Man kann auch, wie dies mehrfach geschehen ist, für die Untersuchung den Auflagerdruck durch einen gedachten Stab ersetzen). Für das Fachwerk mit 4 Stützpunkten nach Fig. 350 ist also die Zahl der Auflagerunbekannten  $n = 7$ , die Zahl der Stäbe  $s$  und die Zahl der Knotenpunkte  $k$ ; also muß für den Fall statischer Bestimmtheit

$$s + 7 = 3k \quad \text{oder} \quad s = 3k - 7$$

sein. Man kann nun Knotenpunkt 2 mit  $I, B, D$ , Punkt 3 mit  $2, D, C$  und Punkt 4 mit  $3, C, I$  verbinden und erhält so das in Fig. 350 gezeichnete Fachwerk, welches geometrisch und auch statisch bestimmt ist.

Bislang war angenommen, daß ein Stab  $BC$  vorhanden sei; dieser Stab ist unter Umständen un bequem und für die Benutzung störend. Es fragt sich, ob derselbe fortgelassen werden, bezw. unter welchen Bedingungen dies geschehen kann. Stab  $BC$  war angeordnet, um Punkt  $C$  in der Auflagerebene geometrisch fest zu legen. Man kann dies auch dadurch erreichen, daß man für  $C$ , wie für  $B$ , eine Auflagerbahn, etwa  $YY$  (Fig. 351) vor-

Fig. 350.

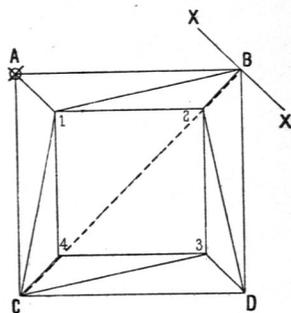
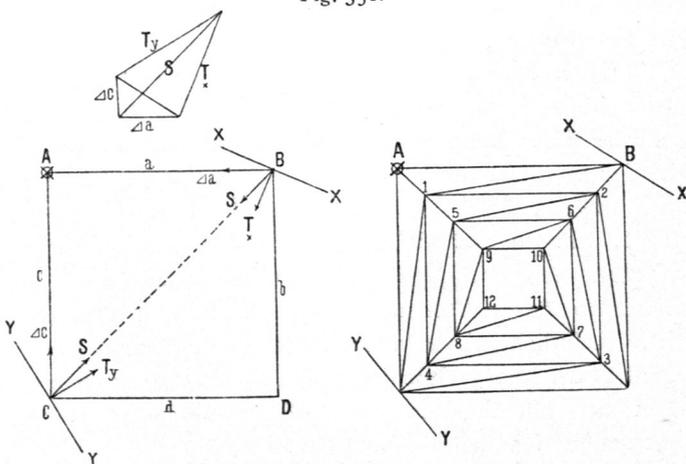


Fig. 351.



schreibt; dieselbe kann beliebige Richtung haben; nur darf sie nicht senkrecht zu  $AC$  stehen, da sonst eine sehr kleine Bewegung des Punktes  $C$ , nämlich eine Drehung um  $A$ , möglich wäre. Da nun Punkt  $C$  ohne Stab  $BC$  fest gelegt ist, so kann dieser fortfallen; das Fachwerk wird also nunmehr durch Fortlassen des Stabes  $BC$  nicht labil.

Man kann sich dies auch dadurch klar machen, daßs man zunächst den Stab  $BC$  als vorhanden annimmt und nun untersucht, ob die Spannung desselben durch das wirklich vorhandene Fachwerk, d. h. nach Fortnahme von  $BC$  geleistet werden kann. Ist die Spannung des Stabes  $BC$  gleich  $S_c$ , so zerlegt sich  $S_c$  in zwei Seitenkräfte, deren eine senkrecht zur Auflagerbahn  $YY$ , deren andere in die Linie  $AC$  fällt; in die Linie  $CD$  kann kein Theil der Kraft fallen, weil er in  $D$  (dort ist ein bewegliches Flächenlager) nicht aufgenommen werden kann. Eben so wird die in  $B$  angreifende Kraft  $S_B = S_c$  durch den Gegenruck der Auflagerbahn  $XX$  und die hinzukommende Spannung in  $BA$  geleistet. Die beiden Kräfte  $\Delta a$  in  $AB$  und  $\Delta c$  in  $CA$  werden dann im festen Punkte  $A$  in das Mauerwerk geleitet. Der Thurm mit vier Fußpunkten kann also als statisch bestimmtes Fachwerk hergestellt werden, wenn ein Auflager fest, ein zweites Auflager in der Auflagerebene, die beiden weiteren Auflager in geraden Linien beweglich gemacht sind und an diese vier Auflagerpunkte weitere Punkte nach der allgemeinen Regel (je 1 Knotenpunkt und 3 Stäbe) angeschlossen werden. Grundbedingung für die Stabzahl ist hier, weil  $n = 3 + 2 + 2 + 1 = 8$  ist,

$$s = 3k - 8.$$

Eine solche Anordnung zeigt Fig. 351, bei welcher die Spitze des Thurmhelms nicht gezeichnet ist. Durch diese wird, weil hier ein Knotenpunkt mit 4 Stäben hinzukommt,

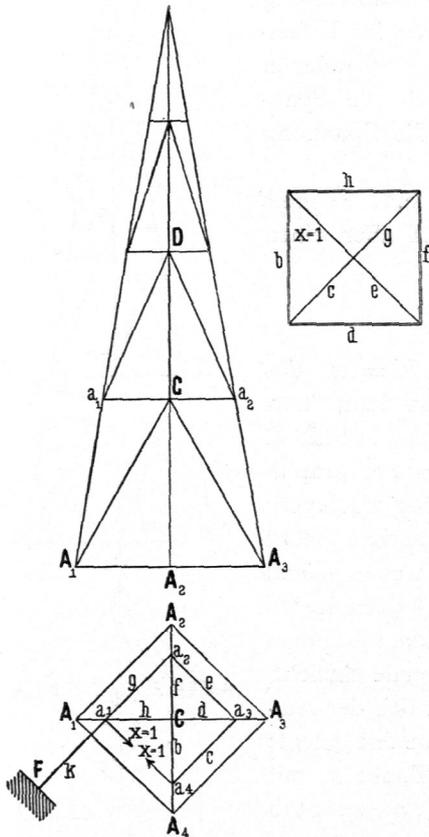
das Fachwerk statisch unbestimmt; es bleibt aber geometrisch bestimmt.

Es liegt nahe, die vierseitige Thurmpyramide dadurch zu versteifen, daßs man in die beiden lothrechten Diagonalebene Dreieckverband legt. Diese Anordnung ist von den Alten vielfach ausgeführt und hat sich bewährt; außer dieser Versteifung ist aber noch eine solche in den Seitenebenen anzubringen, worauf bereits *Moller*<sup>176)</sup> aufmerksam gemacht hat. Fig. 352 zeigt den Grundriß und den Diagonalschnitt eines solchen Thurmdaches; die Helmstange reicht bis zum zweiten Stockwerk hinab; die Diagonalebene sollen durch die Schrägstäbe  $A_1C$ ,  $A_2C$ ,  $A_3C$ ,  $A_4C$ ,  $a_1D$ ,  $a_2D$ ,  $a_3D$ ,  $a_4D$ , u. f. w. versteift werden.

Um die Stabilität des Fachwerkes zu untersuchen, bauen wir von den vier

<sup>176)</sup> A. a. O., Heft 4.

Fig. 352.



festen Auflagern  $A_1, A_2, A_3, A_4$  aus auf. Zunächst wird  $C$  mit allen vier Auflagern durch Stäbe verbunden; es genügte schon drei Stäbe, um  $C$  im Raume geometrisch fest zu legen; der vierte Stab macht die Construction statisch unbestimmt, aber nicht labil. Nun verbinden wir  $a_1$  durch Stäbe mit  $A_1 C$  und einem außerhalb gelegenen festen Punkte  $F$ ; wegen des letzteren, des sog. Ersatzstabes  $k$ , ist noch eine weitere Untersuchung vorzunehmen. Ferner wird verbunden: Punkt  $a_2$  mit  $A_2, a_1, C$ , Punkt  $a_3$  mit  $A_3, a_2, C$  und Punkt  $a_4$  mit  $A_4, a_3, C$ . Es fragt sich nun, ob an Stelle des Ersatzstabes  $a_1 F$  der Stab  $a_1 a_4$  treten kann, d. h. ob mit Stab  $a_1 a_4$ , aber ohne Stab  $k$  die Construction stabil ist. Zieht man den Stab  $a_1 a_4$  ein, so möge bei beliebiger äußerer Belastung darin die Spannung  $X$  entstehen, welche bei  $a_4$  und bei  $a_1$  je in der Stabrichtung wirkt. Wäre der Stab nicht vorhanden, so würde im Ersatzstab die Spannung  $\mathfrak{S}_{0k}$  auftreten; die außerdem vorhandenen Kräfte  $X$  im Stabe  $a_1 a_4$  erzeugen im Ersatzstab die Spannung  $X S_k'$ ; es ist also im Ganzen im Stabe  $k$  die Spannung

$$S_k = \mathfrak{S}_{0k} + X S_k'.$$

Soll ohne Ersatzstab  $k$  die Construction stabil sein, so muß für beliebige Belastung  $S_k$  gleich Null sein,  $X$  aber einen reellen Werth haben; d. h. es muß

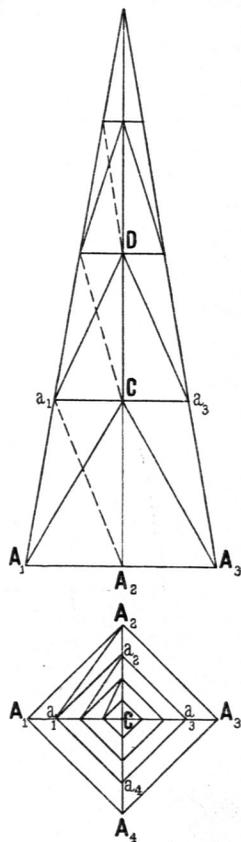
$$0 = \mathfrak{S}_{0k} + X S_k' \quad \text{und} \quad X = - \frac{\mathfrak{S}_{0k}}{S_k'}$$

sein. Ergibt sich  $S_k' = 0$ , so ist nur bei  $X = \infty$  das Gleichgewicht möglich, d. h. das Gleichgewicht ist dann überhaupt nicht möglich.  $S_k'$  ist die Spannung, welche in Stab  $K$  durch  $X = 1$  erzeugt wird. Man sieht leicht aus der graphischen Zerlegung in Fig. 352, daß  $S_k' = 0$ , das Fachwerk also nicht brauchbar ist. Ist aber dieser Unterbau nicht stabil, so ist es auch der weitere Aufbau eben so wenig, zumal sich die Anordnung in den oberen Gefchoßen wiederholt<sup>177</sup>.

Zweifellos brauchbar wird aber die Construction, wenn man in eines der trapezförmigen Seitenfelder eine Diagonale einzieht, z. B. die Diagonale  $a_1 A_2$  (Fig. 353). Dann ergibt sich der Aufbau wie folgt: Zunächst wird  $C$  wie oben im Raume fest gelegt; nun wird verbunden: Punkt  $a_1$  mit  $A_1, A_2, C$ , Punkt  $a_2$  mit  $A_2, a_1, C$ , Punkt  $a_3$  mit  $A_3, a_2, C$  und Punkt  $a_4$  mit  $A_4, a_3, a_1$ . Stab  $a_4 C$  wird gewöhnlich zugefügt; er ist überzählig, macht aber die Construction nicht labil. In gleicher Weise kann man weiter gehen. Die Helmstange dient nur dazu, die Bildung der Knotenpunkte  $C, D$  u. f. w. zu erleichtern. In der Ansicht (Fig. 353) sind die in den Seitenfeldern liegenden Diagonalen punktiert. — Gewöhnlich wird man statt einer Diagonale Andreaskreuz oder gekreuzte Zugdiagonalen, und zwar nicht nur in einem Felde, sondern in mehreren Feldern anordnen.

Dieses Fachwerk ist nicht so klar, wie das zuerst (Fig. 351) besprochene, bei welchem nur in den Seitenebenen Stäbe liegen; die praktische Construction ist aber sehr bequem: Doppelzangen in jeder Balkenlage verbinden die diagonal einander gegenüberstehenden Gratparren und nehmen die Helmstange zwischen sich; gegen diese setzen

Fig. 353.



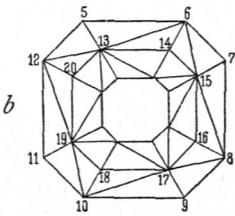
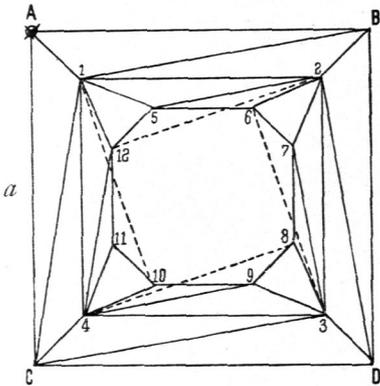
<sup>177</sup>) Das vorstehend angewendete Verfahren, welches stets zum Ziele führt und in der Folge noch mehrfach benutzt werden wird, ist angegeben in: MÜLLER-Breslau. Die neueren Methoden der Festigkeitslehre. 2. Aufl. Leipzig 1893. S. 4 u. 5.

sich die in den sich kreuzenden Mittelebenen angeordneten Diagonalen. Die herumlaufenden Balken dienen als Pfetten; in diese setzen sich die Andreaskreuze.

e) Achtseitige Thurmpyramide. Bei dieser sind verschiedene Arten des Aufbaues möglich. Man kann die 8 Grate bis zu den Auflagern hinabführen; man kann ferner 4 Grate zu der Auflagerebene hinabgehen lassen und die 4 zwischen diesen liegenden Grate auf Giebelspitzen setzen lassen (Fig. 356); endlich kann man von den 8 Graten im untersten Stockwerk je 2 zu einer Ecke des Grundquadrats zusammenführen. Bei den letzten beiden Anordnungen sind nur 4 Auflager vorhanden; die Ueberführung vom Viereck in das Achteck ist besonders zu untersuchen.

121.  
Achtseitige  
Thurm-  
pyramide  
mit 4 Lager-  
punkten

Fig. 354.



a) Achtseitige Thurmpyramide mit vier Lagerpunkten. Fig. 354 zeigt diese Lösung, wobei der größeren Allgemeinheit halber unter die achtseitige Pyramide noch eine vierseitige, ein Stockwerk hohe, abgestumpfte Pyramide ( $ABCD1234$ ) gefetzt ist. Dieselbe kann man auch fortlassen; alsdann sind  $1, 2, 3, 4$  die Auflager. Da dieses untere Stockwerk nach Vorstehendem geometrisch und statisch bestimmt ist, so bleibt auch das Ganze eben so, falls der hinzukommende, oberhalb  $1234$  befindliche Theil geometrisch und statisch bestimmt ist. Die zu führende Untersuchung gilt also auch für den in  $1234$  aufgelagerten Thurm. Das achtseitige Thurmdach soll nunmehr aus dem Unterbau dadurch entwickelt werden, daß jeder neue Knotenpunkt durch drei Stäbe an drei bereits vorhandene Knotenpunkte angeschlossen wird, welche mit ihm nicht in derselben Ebene liegen dürfen. Punkt  $12$  ist mit  $1, 4, 2$  verbunden. Die Stäbe  $121$  und  $124$  liegen in begrenzenden Ebenen,  $122$  aber nicht. Ferner sind angegliedert: Punkt  $5$  an  $12, 1, 2$ , Punkt  $6$  an  $2, 5, 3$  und so weiter. Die weiteren Stockwerke ergeben sich einfach; sie sind der größeren

Deutlichkeit halber in einer besonderen Abbildung (Fig. 354b) gezeichnet. Bei diesen liegen alle Stäbe in den begrenzenden Ebenen; das Innere bleibt frei. In Fig. 354a sind 16 Knotenpunkte und 40 Stäbe, also thatfächlich

$$s = 3k - 8.$$

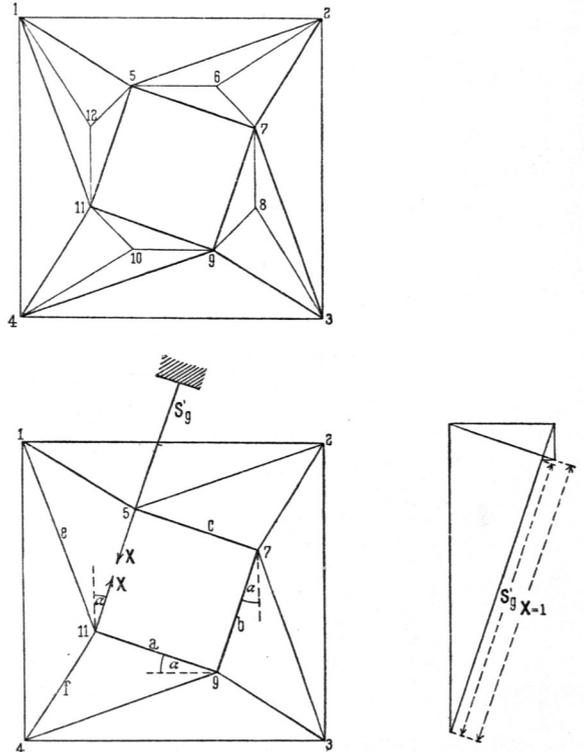
Die vier in Fig. 354a punktirten Stäbe ( $122, 63, 84, 101$ ), welche weder in Seitenflächen der Pyramiden noch in wagrechten Ebenen liegen, können un bequem sein; man kann sie vermeiden. Man lege das tieffliegende Achteck ( $56789101112$ ) gegen den unteren vierseitigen Theil geometrisch fest, indem man die Punkte  $1, 2, 3, 4$  als feste Punkte betrachtet (was sie ja sind) und die 8 hinzukommenden Knotenpunkte durch  $3 \cdot 8 = 24$  Stäbe anschließt. Dabei sind verschiedene Stabanordnungen möglich; eine solche ist in Fig. 355 angegeben. Man verbinde zunächst Punkt  $5$  durch Stab  $51$  und  $52$  mit bezw.  $1$  und  $2$ ; alsdann fehlt zunächst für die Bestimmung von  $5$  noch ein Stab, was vorläufig bemerkt werde.

Nunmehr betrachte man, vorbehaltlich späteren Nachtrages, Punkt 5 als fest, verbinde Punkt 7 mit 5, 2, 3, Punkt 9 mit 7, 3, 4 und Punkt 11 mit 9, 4, 1. Punkt 6 kann man nun mit 5, 7, 2, Punkt 8 mit 7, 3, 9, Punkt 10 mit 11, 9, 4 und Punkt 12 mit 5, 11, 1 verbinden. Die Verbindungsstäbe der 4 letztgenannten Punkte können für die vorläufige Betrachtung fortgelassen werden, da das ganze Fachwerk stabil ist, wenn es ohne diese 12 Stäbe stabil ist. Nunmehr fehlt noch ein Stab, da Punkt 5 nur mit 2 festen Punkten durch Stäbe verbunden war; es möge nun Stab 5 11 hinzugefügt werden; das Fachwerk hat dann die vorgeschriebene Zahl von Stäben. Wird nur das Fachwerk ohne die Knotenpunkte 6, 8, 10, 12 betrachtet, so sind 4 Knotenpunkte und 12 Stäbe hinzugekommen. Ergiebt sich bei beliebiger

Belastung für die Stabspannung des Stabes 11 5 ein reeller Werth, so ist das Fachwerk statisch und geometrisch bestimmt. Um diese Untersuchung zu führen, werde der Stab 11 5 herausgenommen und durch die darin herrschende, unbekannte Spannung  $X$  ersetzt; da aber dann ein Stab fehlt, wird ein Ersatzstab  $S_g'$  angebracht, der in der wagrechten Ebene liegend nach einem festen Punkte geführt werde. In Fig. 355 ist der feste Punkt durch Schraffurung angedeutet. Nun wirke in Knotenpunkt 11 eine beliebige äußere Kraft  $P$  in beliebiger Richtung, außerdem  $X$  in der Richtung 11 5; erstere zerlegt sich in 11 nach den Richtungen der jetzt hier noch vorhandenen Stäbe (11 1, 11 4, 11 9); diese Spannungen sind leicht zu ermitteln und können als bekannt angenommen werden. Die in 11 1 und 11 4 wirkenden Kräfte gehen nach den festen Punkten 1 und 4;

die Spannung in 11 9 zerlegt sich in Punkt 9 gleichfalls nach den Richtungen der dort zusammentreffenden 3 Stäbe, von welchen zwei nach den festen Punkten 4 und 3 gehen und diejenige in 9 7 nach Punkt 7 geht. So geht die Zerlegung weiter; die Spannung in 7 5 zerlegt sich in Punkt 5 nach den drei Stabrichtungen 5 1, 5 2 und  $S_g'$ . Alle diese Spannungen sind bestimmt und leicht zu finden. Wir bezeichnen sie mit  $\mathfrak{S}$ ; diejenige im Ersatzstab sei  $\mathfrak{S}_0$ . Außer der Kraft  $P$  wirken noch die beiden unbekanntenen Stabspannungen  $X$  in 11, bzw. 5. Die in Punkt 11 wirkende Kraft  $X$  erzeugt Spannungen, welche  $X$ -mal so groß sind, als diejenigen, welche durch die Kraft  $X=1$  erzeugt werden würden. Wir nennen die letzteren  $\sigma$  und ermitteln dieselben. Die in Punkt 11 wagrecht wirkende Kraft  $X=1$  zerlegt sich in zwei wagrechte Kräfte: in die Resultirende von den

Fig. 355.



Spannungen der Stäbe  $e$  und  $f$ , welche mit  $e$  und  $f$  in derselben Ebene liegt, also parallel zur Linie  $l$  sein muß, und in die Spannung  $a$  des Stabes  $a$ . Man sieht leicht, daß

$$\frac{a}{1} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

Fig. 356.



ist;  $a$  ist Druck, also

$$a = -\operatorname{tg} \alpha.$$

Überlegt man in gleicher Weise, daß  $a$  am Punkte  $g$  sich ähnlich zerlegt, so erhält man (vgl. die graphische Zerlegung in Fig. 355):

$$\operatorname{tg} \alpha \text{ und } b = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

Weiter erhält man  $\operatorname{tg}^3 \alpha$  und  $d = \operatorname{tg}^4 \alpha$ , und auch in Punkt  $5$  die Kraft  $X = 1$  wirkt, als ob im Ersatzstabe durch

$$\sigma = 1 - \operatorname{tg}^4 \alpha;$$

ist die ganze Spannung im Ersatzstabe durch beide durch  $P$

$$= \mathfrak{E}_0 + (1 - \operatorname{tg}^4 \alpha) X.$$

Da die Spannung im Ersatzstabe gleich Null sein muß — sie ist ja nicht vorhanden —, so setzt die Bedingungsgleichung für  $X$ :

$$\mathfrak{E}_0 + (1 - \operatorname{tg}^4 \alpha) X = 0 \text{ oder } X = -\frac{\mathfrak{E}_0}{1 - \operatorname{tg}^4 \alpha}.$$

Dieser Werth ist ein ganz bestimmter reeller Werth; mithin ist das System statisch und geometrisch bestimmt. Damit ist nachgewiesen, daß vorstehendes System brauchbar ist. Auf dem

## Handbuch der Architektur.

Dritter Theil. 2. Band. 4. Heft.

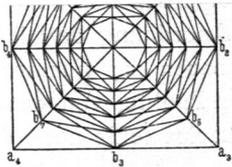
Es wird gebeten, vor Gebrauch des vorliegenden Heftes die nachstehenden, leider übersehenen Fehler zu verbessern:

Auf Seite 153, Zeile 16 von oben muß es heißen statt  $1 - \operatorname{tg}^4 \alpha$ :

$$d = -\operatorname{tg}^4 \alpha, \text{ also weiter auch } \sigma = 1 - \operatorname{tg}^4 \alpha$$

$$X = -\frac{\mathfrak{E}_0}{1 - \operatorname{tg}^4 \alpha}.$$

Das System der Fig. 355 ist demnach nur brauchbar für Winkelthe von  $\alpha$ , die von  $45^\circ$  verschieden sind.



Achteck 5 6 7 8 9 10 11 12 kann nun das weitere Achteck aufgebaut werden (Fig. 354 b).

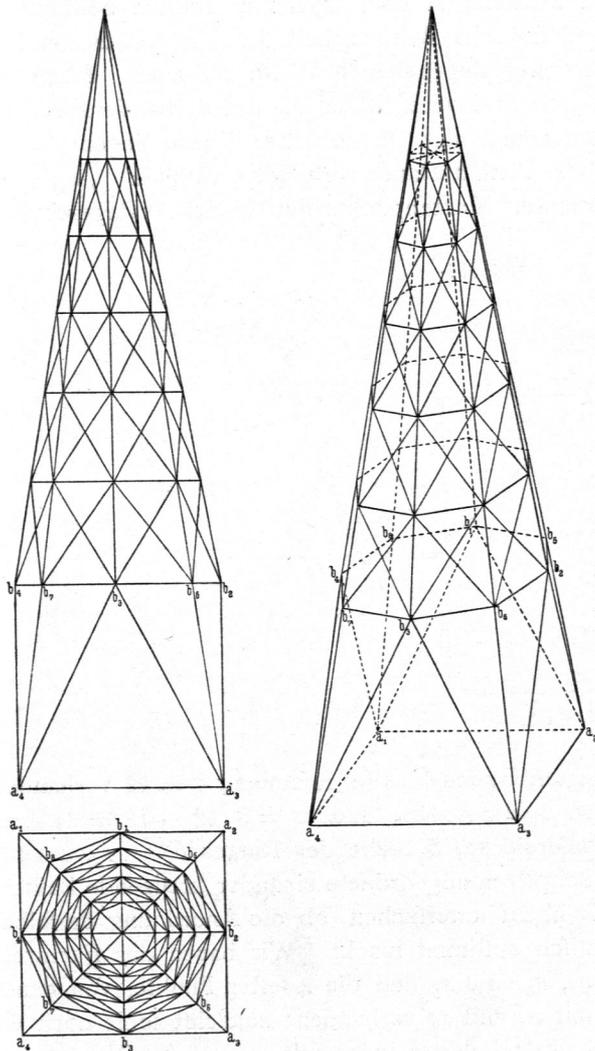
Eine andere Lösung, die achtseitige Pyramide auf nur vier Auflager zu setzen, wird unter Benutzung von vier Giebeldreiecken im untersten Stockwerk des Thurmes erhalten; diese Thurms-Construction ist vielfach von *Otzen* ausgeführt. Nach den Ecken des Grundquadrates  $a_1 a_2 a_3 a_4$  (Fig. 356) gehen vier Gratsparren hinab, während die zwischen diesen liegenden Gratsparren sich auf die Spitzen  $b_1, b_2, b_3, b_4$  von vier Giebeldreiecken setzen, also ein Stockwerk weniger weit hinabreichen, als

122.  
Achtseitige  
Thurm-  
pyramide  
mit vier  
Gratsparren  
auf  
Giebelspitzen.

Spannungen der Stäbe  $e$  und  $f$ , welche mit  $e$  und  $f$  in derselben Ebene liegt, also parallel zur Linie  $1 \ 4$  sein muß, und in die Spannung  $a$  des Stabes  $a$ . Man sieht leicht, daß

$$\frac{a}{1} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

Fig. 356.



ist;  $a$  ist Druck, also

$$a = - \operatorname{tg} \alpha.$$

Ueberlegt man in gleicher Weise, daß  $a$  am Punkte  $9$  sich ganz ähnlich zerlegt, so erhält man (vergl. die graphische Zerlegung in Fig. 355):

$$\frac{b}{a} = \operatorname{tg} \alpha \quad \text{und} \quad b = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$b$  ist Zug. Weiter erhält man  $c = - \operatorname{tg}^3 \alpha$  und  $d = \operatorname{tg}^4 \alpha$ , und da auch in Punkt  $5$  die Gegenkraft  $X = 1$  wirkt, als Spannung im Ersatzstabe durch  $X = 1$

$$\sigma = 1 \operatorname{tg}^4 \alpha;$$

mithin ist die ganze Spannung im Ersatzstabe durch beide  $X$  und durch  $P$

$$S = \mathfrak{C}_0 + (1 \operatorname{tg}^4 \alpha) X.$$

Da aber die Spannung im Ersatzstabe gleich Null sein muß — derselbe ist ja nicht vorhanden —, so lautet die Bedingungsgleichung für  $X$ :

$$0 = \mathfrak{C}_0 + (1 \operatorname{tg}^4 \alpha) X \quad \text{oder}$$

$$X = - \frac{\mathfrak{C}_0}{1 \operatorname{tg}^4 \alpha}.$$

Dieser Werth ist ein ganz bestimmter reeller Werth; mithin ist das System statisch und geometrisch bestimmt. Damit ist nachgewiesen, daß vorstehendes System brauchbar ist. Auf dem

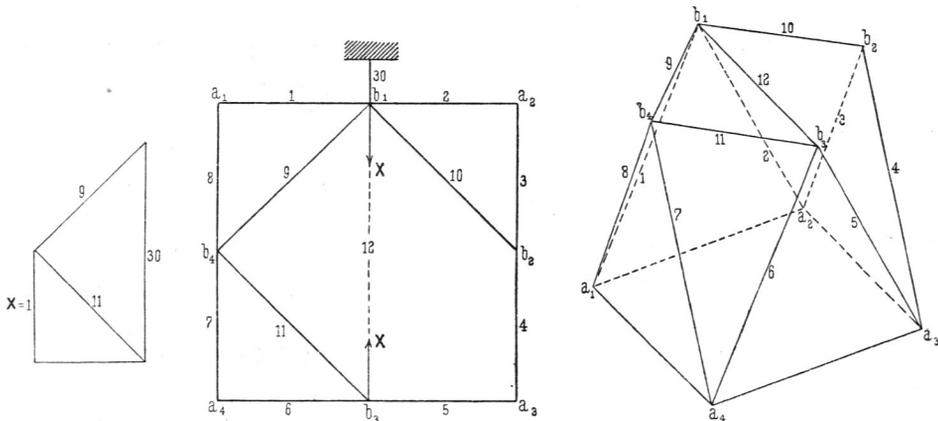
Achteck  $5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12$  kann nun das weitere Achteck aufgebaut werden (Fig. 354  $b$ ).

Eine andere Lösung, die achteckige Pyramide auf nur vier Auflager zu setzen, wird unter Benutzung von vier Giebdreiecken im untersten Stockwerk des Thurmes erhalten; diese Thurm-Construction ist vielfach von *Otzen* ausgeführt. Nach den Ecken des Grundquadrates  $a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4$  (Fig. 356) gehen vier Gratparren hinab, während die zwischen diesen liegenden Gratparren sich auf die Spitzen  $b_1, b_2, b_3, b_4$  von vier Giebdreiecken setzen, also ein Stockwerk weniger weit hinabreichen, als

die erstgenannten Gratsparren. Von den Spitzen der Giebeldreiecke werden die Spannungen der Gratsparren in die vier Auflagerpunkte der anderen Sparren geführt. Die Hauptauflager sind  $a_1, a_2, a_3, a_4$ ; die Punkte  $b_1, b_2, b_3, b_4$  kann man als Giebelauflager ansehen. Damit die Giebelspitzen nicht durch die wagrechten Seitenkräfte der Sparrendrücke aus den lothrechten Ebenen herausgeschoben werden, sind in der Höhe derselben vier radiale Balken ( $b_1 b_3, b_2 b_4, b_5 b_7, b_6 b_8$ ) angeordnet, welche im Verein mit dem umlaufenden Ringe  $b_1 b_5 b_2 b_6 b_3 b_7 b_4 b_8$  eine Scheibe bilden. Es fragt sich, ob dieser Unterbau der achtfseitigen Thurmpyramide statisch bestimmt ist. Ergiebt sich die geometrische und statische Bestimmtheit des Unterbaues, so kann man auf demselben weiter in der oben angegebenen Weise aufbauen, indem man stets einen neuen Knotenpunkt durch drei neue Stäbe an drei vorhandene Knotenpunkte anschliesst, welche mit dem neuen nicht in derselben Ebene liegen.

Im untersten Stockwerk sind vier Punktauflager vorhanden, nämlich  $a_1, a_2, a_3, a_4$ , also  $n = 3 \cdot 4 = 12$  Auflagerunbekannte. Knotenpunkte sind in der Auflagerebene 4,

Fig. 357.



in der durch die Giebelspitzen gelegten Ebene 8, also zusammen  $k = 12$  vorhanden. Die Zahl der Stäbe muß demnach  $s = 3k - n$  und  $s = 3 \cdot 12 - 12 = 24$  sein. Vorhanden sind: 8 Stäbe der Giebeldreiecke, 8 Stäbe des Ringes  $b_1 \dots b_8$ , 4 Gratsparren und 4 in der Ebene der Giebelspitzen angeordnete einander kreuzende Balken; die Zahl der Stäbe stimmt also. Es ist zu untersuchen, ob die Anordnung derselben das Fachwerk geometrisch und statisch bestimmt macht. Wir bauen das Fachwerk wieder von unten auf (Fig. 357).  $a_1, a_2, a_3, a_4$  sind die 4 festen Punkte, von denen ausgegangen wird: Punkt  $b_1$  wird mit  $a_1$  und  $a_2$  verbunden; zunächst fehlt noch ein Stab, was im Gedächtnis behalten wird; Punkt  $b_4$  wird mit  $a_1, a_4, b_1$ , Punkt  $b_3$  mit  $a_4, a_3, b_4$  und Punkt  $b_2$  mit  $a_2, a_3, b_1$  verbunden. Nun fehlt noch ein Stab, da  $b_1$  nur mit zwei festen Punkten verbunden war. Fügt man den Stab  $b_1 b_3$  ein, so ist die Gesamtzahl der Stäbe für das bisher construierte Fachwerk richtig; ob die Anordnung richtig ist, wird gefunden, indem man Stab  $b_1 b_3$  durch einen Ersatzstab (Stab 30) ersetzt, welcher  $b_1$  mit einem beliebigen festen Punkte verbinde und die im Stabe  $b_1 b_3$  vorhandene, unbekannte Spannung  $X$  auf die beiden Knotenpunkte  $b_1$  und  $b_3$  wirken läßt. Soll das Fachwerk brauchbar sein, so muß für beliebige Belastung  $X$  einen reellen Werth und die Spannung im Ersatzstab 30 die Größe Null

haben, da ja dieser Ersatzstab wirklich nicht vorhanden ist und ohne ihn Gleichgewicht stattfinden muß. Für irgend welche beliebige Belastung, etwa durch eine wagrechte Kraft  $K$  in  $b_3$ , erhält man im Ersatzstabe 30 die Spannung

$$S_{30} = \mathfrak{S}_{030} + \mathfrak{S}_{30}' X,$$

in welchem Ausdruck  $\mathfrak{S}_{030}$  die Spannung ist, welche allein durch  $K$ , und  $\mathfrak{S}_{30}'$  die Spannung, welche allein durch  $X=1$  im Stabe 30 erzeugt wird.  $K$  und  $X$  wirken gleichzeitig; also erhält man obigen Ausdruck für  $S_{30}$ .

$X=1$  zerlegt sich im Punkte  $b_3$  in eine Seitenkraft parallel zu  $a_4 a_3$  und eine in die Stabrichtung 11 fallende Kraft; es ist

$$\mathfrak{S}_{11}' = -\frac{1}{\cos \alpha}.$$

$\alpha$  ist der Winkel des Stabes 11 mit der Normalen zu  $b_1 b_3$  in der Ebene  $a_4 b_3 a_3$ , hier = 45 Grad.  $\mathfrak{S}_{11}'$  zerlegt sich in  $b_4$  weiter nach der Richtung des Stabes 9 und nach der Parallelen zu  $a_1 a_4$ ;  $\mathfrak{S}_9'$  im Punkte  $b_1$  nach der Richtung parallel zu  $a_1 a_2$  und der Richtung von Stab 30. Die Spannung  $\mathfrak{S}_{10}'$  ist Null, weil in  $b_2$  keine Kraft von Stab 10 übertragen werden kann. Durch  $X=1$  in Punkt  $b_3$  und  $X=1$  in Punkt  $b_1$  wird demnach (vergl. die graphische Zerlegung in Fig. 357)

$$\mathfrak{S}_{30}' = 1 + 1 = 2$$

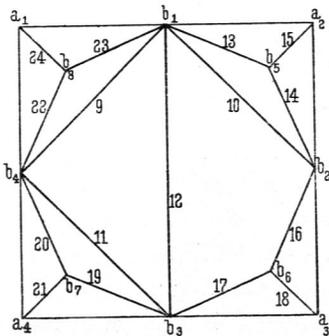
erzeugt; es ist also

$$S_{30} = \mathfrak{S}_{030} + 2 X.$$

Der Ersatzstab 30 ist überflüssig, d. h. die Construction ohne ihn ausreichend, wenn für beliebige Belastung  $K$  die Spannung  $S_{30}$  gleich Null ist, dabei aber  $X$  einen reellen Werth hat. Für  $S_{30} = 0$  wird

$$X = -\frac{\mathfrak{S}_{030}}{2},$$

Fig. 358.



d. h. reell. Das Fachwerk ist also brauchbar.

Wollte man statt des Stabes  $b_1 b_3$  den vierten Stab des Viereckes in der oberen wagrechten Ebene, d. h. den Stab  $b_2 b_3$  einreihen, so erhielte man ein labiles Fachwerk. Man findet auf die gleiche Weise, wie eben gezeigt wurde, daß dann  $X = \infty$  wird, d. h. daß dieses Fachwerk unbrauchbar wäre.

Nachdem nunmehr das Fachwerk in Fig. 357 als stabil erwiesen ist, kann man den Punkt

$b_5$	»	»	»	13, 14, 15,
$b_6$	»	»	»	16, 17, 18,
$b_7$	»	»	»	19, 20, 21,
$b_8$	»	»	»	22, 23, 24

fest legen (Fig. 358). Man sieht, daß dieses Fachwerk statisch und geometrisch bestimmt ist. Fügt man Stab  $b_2 b_3$  ein, so wird das Fachwerk statisch unbestimmt, wird aber nicht labil. Bei eisernen Thürmen kann man diesen Stab an einer Seite mit länglichen Schraubenlöchern befestigen, so daß er für die Berechnung als nicht vorhanden angesehen werden kann. Nun kann man weiter in bekannter Weise aufbauen. In Fig. 356 (S. 153) ist dieser Aufbau gezeichnet, dabei aber jedes Seitenfeld mit zwei gekreuzten Diagonalen versehen, welche als Gegendiagonalen wirken. Die Construction ist, abgesehen von der Spitze, statisch bestimmt. In der isometri-

sehen Ansicht von Fig. 356 find der grösseren Deutlichkeit wegen die Stäbe 9, 10, 11, 12 weggelassen.

Nachdem die Stabilität von Fig. 358 nachgewiesen ist, bleibt zu untersuchen, ob das Fachwerk stabil bleibt, wenn Stab 11 durch  $b_5 b_7$ , d. h. durch 31, Stab 9 durch  $b_6 b_8$ , d. h. durch 32, Stab 10 durch  $b_2 b_4$ , d. h. durch 33, und Stab 30 durch  $b_1 b_3$ , d. h. durch 12 ersetzt werden.

Der Gang der Untersuchung ist folgender. Jeder neu einzuführende Stab überträgt in seinen Anschluß-Knotenpunkten noch unbekannte Kräfte  $X$  auf dieselben und erzeugt in den zu ersetzenden Stäben Spannungen, welche den Kräften  $X$  proportional sind. In den Stäben 31, 32, 33, 12 (Fig. 359) mögen die Spannungen  $X_1, X_2, X_3, X_4$  wirken, welche in dem zu ersetzenden Stabe 11 die Spannungen

$$S_{11}'X_1, S_{11}''X_2, S_{11}'''X_3, S_{11}''''X_4$$

und im Stabe 9 die Spannungen

$$S_9'X_1, S_9''X_2, S_9'''X_3, S_9''''X_4 \text{ u. f. w.}$$

erzeugen mögen. Die sonst noch vorhandenen äußeren Lasten rufen in den Stäben die Spannungen  $\mathfrak{S}$  hervor, d. h.

in den Stäben 9, 10, 11, 30 die Spannungen  $\mathfrak{S}_9, \mathfrak{S}_{10}, \mathfrak{S}_{11}, \mathfrak{S}_{30}$ . Die Spannungen  $\mathfrak{S}$  würden allein vorhanden sein, wenn die Stäbe 31, 32, 33, 12 nicht und nur die zu ersetzenden Stäbe 9, 10, 11, 30 vorhanden wären. Offenbar sind die  $S'$  die durch  $X_1 = 1$  erzeugten Spannungen,  $S''$ , bezw.  $S'''$ ,  $S''''$  die durch  $X_2 = 1$ , bezw.  $X_3 = 1, X_4 = 1$  erzeugten Spannungen. Die gefamnten in den zu ersetzenden Stäben 9, 10, 11, 30 auftretenden Spannungen sind nunmehr

$$\begin{aligned} S_{30} &= \mathfrak{S}_{30} + S_{30}'X_1 + S_{30}''X_2 + S_{30}'''X_3 + S_{30}''''X_4, \\ S_9 &= \mathfrak{S}_9 + S_9'X_1 + S_9''X_2 + S_9'''X_3 + S_9''''X_4, \\ S_{10} &= \mathfrak{S}_{10} + S_{10}'X_1 + S_{10}''X_2 + S_{10}'''X_3 + S_{10}''''X_4, \\ S_{11} &= \mathfrak{S}_{11} + S_{11}'X_1 + S_{11}''X_2 + S_{11}'''X_3 + S_{11}''''X_4. \end{aligned}$$

Sollen die Stäbe 9, 10, 11, 30 ersetzbar sein, so müssen die Spannungen dieser Stäbe den Werth Null haben, ohne daß dadurch diejenigen in den ersetzenden Stäben  $X_1, X_2, X_3, X_4$  unendlich groß werden. Die Bedingungsgleichungen für die Werthe von  $X_1, X_2, X_3, X_4$  sind demnach:

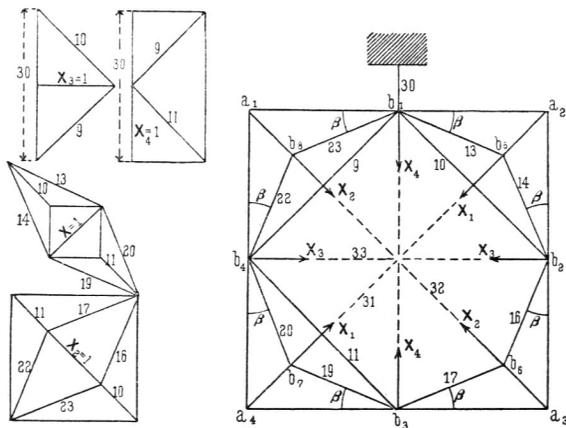
$$S_{30} = S_9 = S_{10} = S_{11} = \text{Null},$$

d. h.

$$\begin{aligned} X_1 S_{30}' + X_2 S_{30}'' + X_3 S_{30}''' + X_4 S_{30}'''' &= -\mathfrak{S}_{30}, \\ X_1 S_9' + X_2 S_9'' + X_3 S_9''' + X_4 S_9'''' &= -\mathfrak{S}_9, \\ X_1 S_{10}' + X_2 S_{10}'' + X_3 S_{10}''' + X_4 S_{10}'''' &= -\mathfrak{S}_{10}, \\ X_1 S_{11}' + X_2 S_{11}'' + X_3 S_{11}''' + X_4 S_{11}'''' &= -\mathfrak{S}_{11}. \end{aligned}$$

Sollen  $X_1, X_2, X_3, X_4$  reell sein, so darf die Nenner-Determinante vorstehender Gleichungen nicht gleich Null sein; wenn dies stattfindet, so ist das Fachwerk stabil.

Fig. 359.



Wendet man diese Ueberlegung auf das zu betrachtende Thurm-Fachwerk an, und bringt in den betreffenden Knotenpunkten die Kräfte  $X_1, X_2, X_3, X_4$  als äußere Kräfte an, so erhält man durch Zerlegung die in nachstehender Tabelle zusammengestellten Werthe der Stabspannungen  $S', S'', S''', S''''$ , welche bezw. durch die Kräfte  $X_1 = 1, X_2 = 1, X_3 = 1, X_4 = 1$  erzeugt werden.

Tabelle der Spannungen, welche in den Fachwerkflächen erzeugt werden durch:

	Stab 13	14	16	17	19	20
$X_1 = 1$	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos\beta - \sin\beta)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos\beta - \sin\beta)}$	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos\beta - \sin\beta)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos\beta - \sin\beta)}$
$X_2 = 1$	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos\beta - \sin\beta)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos\beta - \sin\beta)}$	0	0
$X_3 = 1$	0	0	0	0	0	0
$X_4 = 1$	0	0	0	0	0	0

	Stab 22	23	9	10	11	30
$X_1 = 1$	0	0	$-\frac{\sin\beta}{\cos\beta - \sin\beta}$	$+\frac{\sin\beta}{\cos\beta - \sin\beta}$	$+\frac{\sin\beta}{\cos\beta - \sin\beta}$	0
$X_2 = 1$	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos\beta - \sin\beta)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos\beta - \sin\beta)}$	0	$+\frac{\sin\beta}{\cos\beta - \sin\beta}$	$+\frac{\sin\beta}{\cos\beta - \sin\beta}$	0
$X_3 = 1$	0	0	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	0	-2
$X_4 = 1$	0	0	$+\sqrt{2}$	0	$-\sqrt{2}$	+2

Die Bedingungsgleichungen lauten also, wenn man abkürzungsweise

$$\frac{\sin\beta}{\cos\beta - \sin\beta} = a \quad \text{und} \quad \sqrt{2} = b$$

setzt:

$$\begin{aligned} 0X_1 + 0X_2 - b^2X_3 + b^2X_4 &= -\mathfrak{E}_{30}, \\ -aX_1 + 0X_2 - bX_3 + bX_4 &= -\mathfrak{E}_9, \\ aX_1 + aX_2 - bX_3 + 0X_4 &= -\mathfrak{E}_{10}, \\ aX_1 + aX_2 + 0X_3 - bX_4 &= -\mathfrak{E}_{11}. \end{aligned}$$

Die Nenner-Determinante ist, wie man leicht sieht, gleich Null, also das Fachwerk labil.

Wenn aber der Stab 11 im Fachwerk belassen und davon abgesehen wird, Stab 11 durch Stab 33 zu ersetzen, so erhält man ein stabiles Fachwerk. Alsdann lauten die Gleichungen, da nunmehr  $X_3$  gleich Null ist:

$$\begin{aligned} X_1S_{30}' + X_2S_{30}'' + X_4S_{30}'''' &= -\mathfrak{E}_{30}, \\ X_1S_9' + X_2S_9'' + X_4S_9'''' &= -\mathfrak{E}_9, \\ X_1S_{10}' + X_2S_{10}'' + X_4S_{10}'''' &= -\mathfrak{E}_{10}. \end{aligned}$$

Mit den Werthen obiger Tabelle heißen diese Gleichungen:

$$\begin{aligned} 0X_1 + 0X_2 + b^2X_4 &= -\mathfrak{E}_{30}, \\ -aX_1 + 0X_2 + bX_4 &= -\mathfrak{E}_9, \\ aX_1 + aX_2 + 0X_4 &= -\mathfrak{E}_{10}. \end{aligned}$$

Die Nenner-Determinante dieser Gleichungen hat den Werth:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & b^2 \\ -a & 0 & b \\ a & a & 0 \end{vmatrix} = -b^2a^2 = -2 \frac{\sin^2\beta}{(\cos\beta - \sin\beta)^2}.$$

Fig. 360.

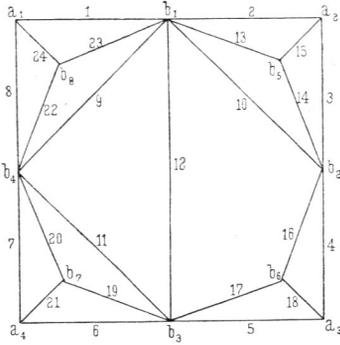
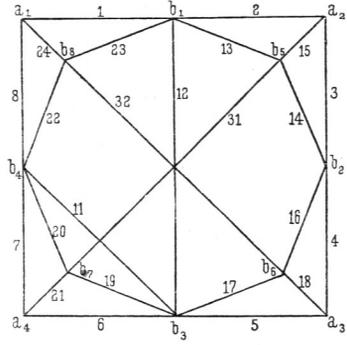


Fig. 361.



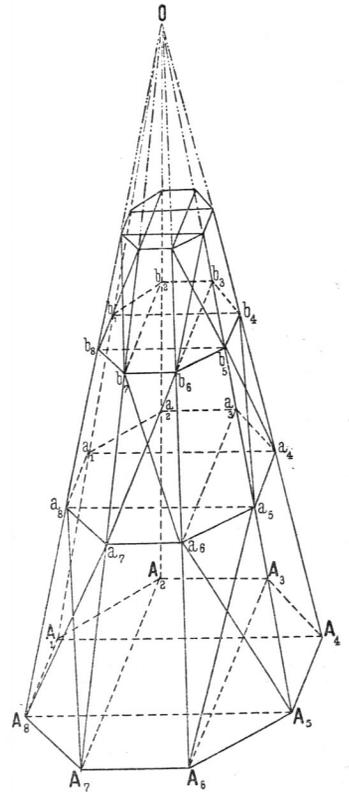
Das in Fig. 361 dargestellte Fachwerk ist also stabil, falls nicht  $\beta$  gleich Null ist. Dieser Werth ist ausgeschlossen, eben so der Werth  $\beta = 45$  Grad, für den  $a = \infty$  würde; aber auch Winkelwerthe von  $\beta$ , welche sich dem Nullwerthe nähern, sollten vermieden werden.

Die meist übliche Anordnung mit vier in der Ebene  $b_1 b_2 b_3 b_4$  einander kreuzenden Stäben ist also nicht stabil; wenn dieselbe trotzdem in der Praxis zu Aussetzungen bislang unfers Wiffens keine Veranlassung gegeben hat, so liegt dies darin, das die Verbindungen nicht gelenkig sind und an den Knotenpunkten Momente übertragen werden können. So wenig man aber die Hängewerke mit für die statische Bestimmtheit fehlenden Stäben als eine in jeder Beziehung befriedigende Stabanordnung erklären kann, eben so wenig ist dies mit der hier angegebenen Construction der Fall. Vielleicht empfiehlt sich am meisten das in Fig. 361 dargestellte Fachwerk. Eventuell ziehe man den Stab  $b_2 b_3$  ein, der das Fachwerk statisch unbestimmt, aber nicht labil macht.

Auf das Achteck  $b_1 b_5 b_2 b_6 b_3 b_7 b_4 b_8$  kann man nun die weitere Thurm-Construction aufbauen, wie in Art. 121 (Fig. 354b) angegeben ist, indem man nach und nach stets einen Knotenpunkt und drei Stäbe hinzufügt. Besonders werde bemerkt, das in den wagrechten Trennungsebenen der oberen Geflosse nunmehr nur noch die achteckigen Ringe angeordnet zu werden brauchen. Das Raum-Fachwerk ist mit diesen stabil.

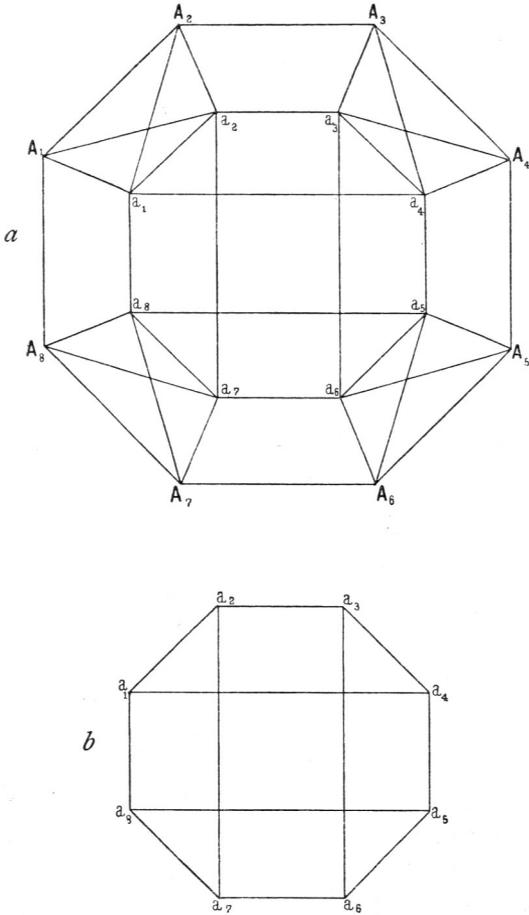
b) Achtseitige Thurmpyramide mit acht Lagerpunkten. Hier ist zunächst die Moller'sche Thurm-pyramide (Fig. 362) zu betrachten. Alle acht Gratspalten sind bis zur gemeinsamen Auflagerebene hinabgeführt; zwischen je zwei Stockwerken sind herumlaufende Ringe angeordnet und in jedem Stockwerk vier Seitenfelder mit gekreuzten Stäben derart versehen, das stets nur ein Feld um das andere ein

Fig. 362.



123.  
Moller'sche  
Thurm-  
pyramide.

Fig. 363.



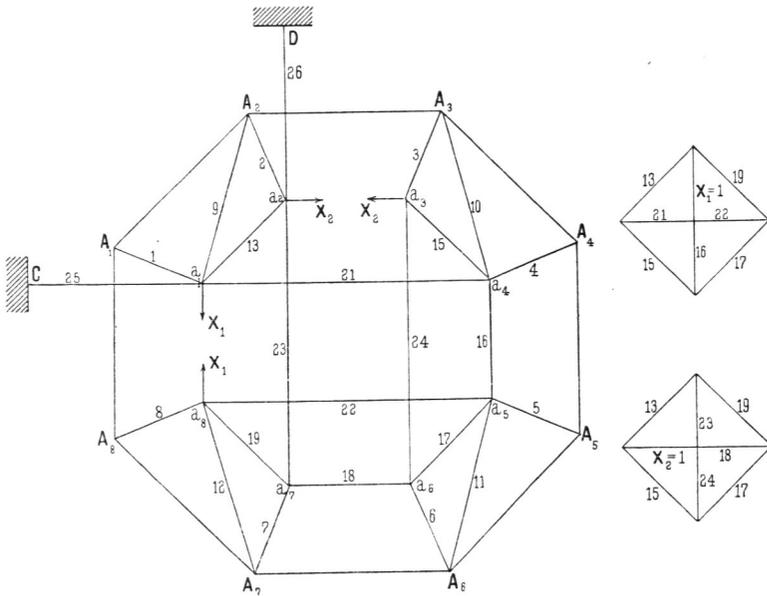
folches Andreaskreuz hat; diese verkreuzten Felder wechseln in den verschiedenen Stockwerken. Außerdem sind in den vier geneigten Ebenen  $A_1A_4O$ ,  $A_8A_5O$ ,  $A_2A_7O$  und  $A_3A_6O$  quer durchlaufende Balken, d. h. für das Stabsystem Stäbe  $a_1a_4$ ,  $a_8a_5$ ,  $a_2a_7$ ,  $a_3a_6$ , bezw.  $b_1b_4$ ,  $b_8b_5$ ,  $b_2b_7$ ,  $b_3b_6$  vorhanden. In Fig. 362 bezeichnet  $O$  die Spitze der Thurmpyramide. Es ergibt sich also zwischen je zwei Stockwerken eine Figur, wie in Fig. 363b dargestellt. Nunmehr soll untersucht werden, ob dieses Fachwerk statisch und geometrisch bestimmt ist, wobei zunächst, wie bisher stets, von der Spitze abgesehen werden soll, welche das Ganze statisch unbestimmt macht; ferner soll vor der Hand nur der Untertheil geprüft werden (Fig. 363a).

Die Scheibe  $a_1a_2 \dots a_7a_8$  ist ein ebenes, aber nicht steifes Fachwerk; rechnet man die Schnittpunkte der Balken nicht als Knotenpunkte, so hat sie 8 Knotenpunkte und nur 12 Stäbe, während die statische Bestimmtheit 13 Stäbe verlangt. Rechnet man aber die Schnittpunkte der Balken als Knoten, so ist die Zahl der

Knotenpunkte gleich 12 und die Zahl der Stäbe gleich 20; fonach fehlt für statische und geometrische Bestimmtheit wiederum ein Stab. Von den Auflagern werden vier als feste (als Punktauflager) und vier als Ebenenaflager angenommen; immer wechselt ein Punkt- und ein Ebenenaflager ab. Die vier Querbalken in der Auflagerebene sind dann, wenn ein Ring in derselben angeordnet wird, für die geometrische Bestimmtheit überflüssig und sollen als nicht vorhanden angesehen werden. Die Anzahl der Knotenpunkte des untersten Stockwerkes ist  $k = 16$ , die Zahl der Auflagerunbekannten  $n = 4 \cdot 3 + 4 = 16$  und diejenige der Stäbe  $s = 36$ ; für geometrische und statische Bestimmtheit müßte  $s^1 = 3k - n = 32$  sein; das betrachtete Raumfachwerk ist also vierfach statisch unbestimmt. Ordnet man nun statt der gekreuzten Stäbe in den vier Seitenfeldern einfache Stäbe an, so ist die erste Bedingung der statischen Bestimmtheit erfüllt.

Dieses Fachwerk soll untersucht werden; es genügt, ein Stockwerk, etwa das unterste, zu betrachten. Baut man dasselbe (Fig. 364) auf den acht Auflagern  $A_1 \dots A_8$  so auf, daß man jeden hinzukommenden Punkt mit drei bereits festen Punkten verbindet, so muß man wieder einige Ersatzstäbe — hier sind die Stäbe 25 und 26 gewählt — zu Hilfe nehmen. Verbunden ist: Punkt  $a_1$  mit  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $C$ , Punkt  $a_5$  mit  $A_3$ ,  $A_4$ ,  $a_1$ , Punkt  $a_5$  mit  $A_5$ ,  $A_6$ ,  $a_4$ , Punkt  $a_8$  mit  $A_7$ ,  $A_8$ ,  $a_5$ ; ferner

Fig. 364.



Punkt  $a_2$  mit  $A_2$ ,  $a_1$ ,  $D$ , Punkt  $a_7$  mit  $A_7$ ,  $a_8$ ,  $a_2$ , Punkt  $a_6$  mit  $A_6$ ,  $a_5$ ,  $a_7$ , Punkt  $a_3$  mit  $A_3$ ,  $a_4$ ,  $a_6$ . In Wirklichkeit sind an Stelle der angegebenen Ersatzstäbe 25 und 26, welche das Fachwerk unzweifelhaft geometrisch und statisch bestimmen machen, die Stäbe  $a_1 a_8$  und  $a_2 a_3$  vorhanden. Nennt man ihre Spannungen bei beliebiger Belastung bezw.  $X_1$  und  $X_2$ , so sind die Spannungen in den einzelnen Stäben, nach Früherem und mit den früheren Bezeichnungen

$$S = \mathfrak{S} + S' X_1 + S'' X_2.$$

$S'$  ist die in einem Stabe durch  $X_1 = 1$ ,  $S''$  die in einem Stabe durch  $X_2 = 1$  erzeugte Spannung. In den Ersatzstäben müssen für beliebige Belastung die Spannungen  $S = 0$  werden, wenn dieselben überflüssig sein sollen; die  $X_1$  und  $X_2$  dürfen dabei aber nicht unendlich groß werden. Mithin ist die Bedingung für die Standfähigkeit des Fachwerkes: die Nenner-Determinante der Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} S_{25}' X_1 + S_{25}'' X_2 &= -\mathfrak{S}_{25} \\ S_{26}' X_1 + S_{26}'' X_2 &= -\mathfrak{S}_{26} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 10.$$

muss von Null verschieden sein, d. h.

$$\left\{ \begin{matrix} S_{25}' & S_{25}'' \\ S_{26}' & S_{26}'' \end{matrix} \right\} \geq 0.$$

Die Werthe  $S'$  und  $S''$  ergeben sich leicht aus den Kräfteplänen in Fig. 364. Man erhält:

$$\begin{aligned} S_{22}' &= -1, & S_{16}' &= +1, & S_{21}' &= -1, \\ & S_{25}' &= 0, & S_{26}' &= 0, \\ S_{24}'' &= -1, & S_{18}'' &= +1, & S_{22}'' &= 0, \\ S_{23}'' &= -1, & S_{26}'' &= 0, & S_{16}'' &= 0 = S_{21}'', \\ & S_{25}'' &= 0. \end{aligned}$$

Da  $S_{25}' = S_{26}' = S_{25}'' = S_{26}'' = 0$  sind, so ist die Nenner-Determinante gleich Null. Aber auch die Zähler-Determinante in den Ausdrücken für  $X_1$  und  $X_2$  der Gleichungen 10 wird gleich Null; mithin erhält man sowohl für  $X_1$ , wie für  $X_2$  zunächst den Werth  $\frac{0}{0}$ , also einen unbestimmten Werth, der auch endlich sein kann.

Dividirt man aber beide Gleichungen 10 durch  $S_{25}' = S_{25}'' = S_{26}' = S_{26}''$ , so sieht man, daß sich  $X_1 = X_2 = \infty$  ergibt. Sonach dürfen die Ersatzstäbe nicht fehlen; das Fachwerk ist ohne dieselben labil.

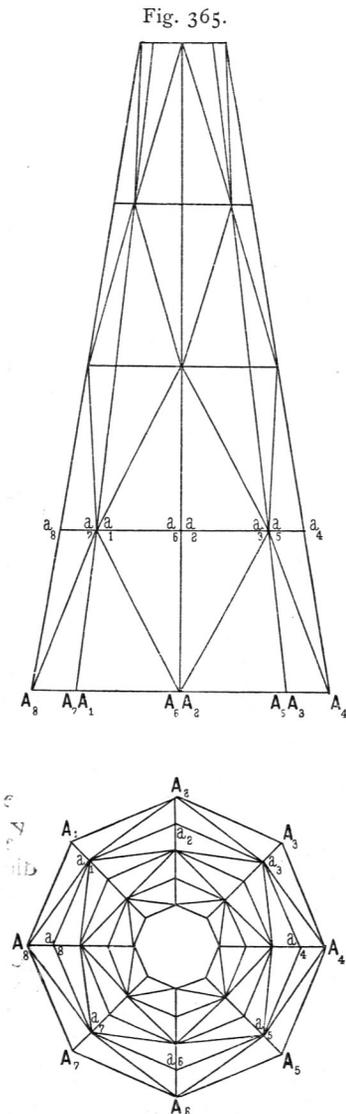
Es könnte die Frage aufgeworfen werden, ob nicht durch Einziehen einer Gegendiagonale in eines der bereits mit Diagonalen versehenen Felder die Stabilität hergestellt würde. Verzieht man etwa Feld  $A_1 A_2 a_2 a_1$  mit einer zweiten Diagonale, so wird zunächst die Gesamtzahl der Stäbe um einen Stab größer, als mit der statischen Bestimmtheit vereinbar ist; aber stabil wird das Fachwerk dadurch nicht. Denn in der Ebene dieses Feldes liegen die Punkte desselben schon, falls nur eine Diagonale vorhanden ist, fest, werden also durch die zweite Diagonale nur überbestimmt; das Verhältniß dieser Scheibe gegen das übrige Fachwerk aber, also für etwaige Drehungen derselben um die Axe  $A_1 A_2$ , bleibt vollständig unverändert. War also das frühere Fachwerk labil, so ist es auch das Fachwerk nach Einziehen der Gegendiagonale. Das Gleiche gilt von den anderen drei Gegendiagonalen, welche möglich und üblich sind. Das Fachwerk ist also auch mit den Gegendiagonalen eine labile Construction.

Ob man unter diesen Verhältnissen weiterhin empfehlen kann, Thurmdächer nach *Moller'scher* Construction auszuführen, ist fraglich. Dieselben haben sich allerdings bisher gut gehalten; aber eine als nicht stabil erkannte Construction, die überdies nicht berechnet werden kann, ist beim heutigen Stande der Constructionskunst nicht berechtigt.

Für Ausführung in Eifen-Construction ist die *Moller'sche* Thurmpyramide nicht geeignet.

c) Thurmflechtwerk mit bis zur Auflagerebene geführten Graten. Eine ganz klare Construction, bei welcher ebenfalls die Grate bis zu den

124.  
Thurmflechtwerk mit bis zur Auflagerebene geführten Graten.



Auflagern hinabgeführt sind, wird erhalten, wenn man abwechselnd ein Auflager als Punktlager und eines als Ebenenlager construirt und nunmehr stets einen neuen Knotenpunkt mit drei neuen Stäben an vorhandene Knotenpunkte anfügt. Eine solche Anordnung ist in Fig. 365 angegeben. Punktlager sind  $A_1, A_3, A_5, A_7$ ; Ebenenlager sind  $A_2, A_4, A_6, A_8$ . Die letzteren sind durch die Stäbe des Fußringes mit den ersteren zu verbinden. Man verbinde Punkt  $a_1$  mit  $A_1, A_2, A_8$ , Punkt  $a_3$  mit  $A_2, A_3, A_4$ ,

Punkt  $a_5$  mit  $A_4, A_5, A_6$ , Punkt  $a_7$  mit  $A_6, A_7, A_8$ ; alsdann sind  $a_1, a_3, a_5, a_7$  als feste Punkte anzusehen. Nun verbinde man Punkt  $a_2$  mit  $A_2, a_1, a_3$ , Punkt  $a_4$  mit  $A_4, a_3, a_5$ , Punkt  $a_6$  mit  $A_6, a_5, a_7$ , Punkt  $a_8$  mit  $A_8, a_7, a_1$ . In solcher Weise kann man weiter bauen und erhält, abgesehen von der Spitze, ein statisch bestimmtes Raum-Fachwerk. Dasselbe kann in Holz (zweckmäßig mit eisernen Diagonalen in den Seitenflächen) ohne Schwierigkeit hergestellt werden.

## 2) Construction der hölzernen Thurmhelme.

125.  
Grundsätze.

Für die Construction der hölzernen Thürme hat *Moller*<sup>178)</sup> vor mehr als einem halben Jahrhundert Grundsätze aufgestellt, welche zum großen Theile auch heute noch als gültig aufgeführt werden können, auch in vielen Hinsichten mit denjenigen übereinstimmen, welche sich als Folgerung der vorstehenden theoretischen Untersuchungen ergeben haben.

*Moller* schreibt u. A. vor: »Das Innere des Thurmes werde möglichst leicht construirt; man verstärke dagegen die äußeren Dachwände; die langen und schweren sogenannten Helmstangen sind fortzulassen und auf eine kurze Hängefäule zum Tragen des Knopfes und zum Ansetzen der Sparren zu beschränken; die Eckpfosten oder Ecksparren (von uns als Gratsparren bezeichnet) dürfen nicht durch horizontale Hölzer unterbrochen, sondern sie müssen, wenn sie zu kurz sind, unmittelbar verlängert werden, so daß Hirnholz auf Hirnholz zu stehen kommt; die äußeren Dachwände sind so zu verbinden, daß sie keinen Seitendruck ausüben, sondern nur senkrecht auf die Mauer wirken können; dieselben sind durch horizontale Verbindungen (Kränze) in gewissen, nicht zu großen Entfernungen so abzuschließen, daß dadurch die Thurmpyramide in mehrere kleine, abgestumpfte Pyramiden zerlegt wird.«

Man sieht, *Moller* verlangt das vorstehend entwickelte Fachwerk, bei welchem die Gratsparren durchgehen, in den Höhen der einzelnen Balkenlagen umlaufende Ringe und in den trapezförmigen Seitenflächen Diagonalen angeordnet sind. Die letzteren führt er nicht besonders auf, hat sie aber in dem nach ihm benannten Thurmdach nahe den Seitenflächen angewendet. Die Kränze dienen als Pfetten, als Auflager für die Zwischensparren; der Thurm ist im Inneren möglichst frei von Constructionstheilen zu halten. Wenn *Moller* fordert, daß die Dach-Construction nur lothrechten Druck auf die Mauer übertragen könne, so ist dies leider nicht durchführbar.

Weiter fordert *Moller* von der Construction für die Dauerhaftigkeit u. A.: »Alle Zapfenlöcher, in welchen sich Wasser sammeln könnte, sind zu vermeiden; wo dieses nicht möglich ist, müssen sie unten geschlitzt werden, damit das Wasser ablaufen kann. Der Luftzug ist zu befördern.«

Für die Ausbesserungen fordert er: »Alle Hölzer sind so zu verbinden, daß die schadhaften leicht weggenommen werden können; mithin sollen die Gebälke, Sparrenbalken u. f. w. nicht unter die Hauptpfosten oder Ecksparren gelegt werden, sondern neben dieselben. Bei größeren Thürmen ist jedesmal außer den Ecksparren noch eine von denselben unabhängige Unterstützung anzubringen, so daß durch dieselbe, sowohl beim Aufschlagen, als bei Reparaturen, die Festigkeit des Ganzen gesichert wird und sie zugleich als Gerüst dienen kann. Die Kränze sind so ein-

<sup>178)</sup> A. a. O., Heft 4.

zurichten, daß dieselben als Gänge für die Bauarbeiter dienen können. In jedem Stockwerk ist wenigstens ein eisernes Fenster anzubringen, um jeden Schaden des Dachwerks leicht erkennen zu können.«

Die hauptsächlich tragenden Constructionstheile sind die Gratsparren; diese dürfen nicht durch wagrechte Hölzer unterbrochen, müssen vielmehr Hirnholz auf Hirnholz gestossen werden, wobei auch Eifen zu Hilfe genommen werden kann (Fig. 378). Bei der Verbindung der Kränze oder Ringe, welche gleichzeitig als Pfetten dienen, mit den Gratsparren sind die letzteren möglichst wenig zu schwächen; die Ringe sind etwa 2,5 cm bis 3,0 cm in die Gratsparren einzulassen und mit ihnen zu verbolzen; auch hier können eiserne Laschen zur Verbindung verwendet werden. An der Spitze treffen die Gratsparren einander auf der Helmstange, welche nur ein bis zwei Gefchofshöhen hinabzureichen braucht; an dieser schwierigen Stelle wendet man heute mit Vortheil Eifen an (siehe Fig. 378 und die Tafel bei S. 173). Die zwischen den einzelnen Gefchoffen erforderlichen Balken lagert man zweckmäsig auf den Pfetten; wo möglich befestigt man sie auch seitlich an den Gratsparren. Dadurch ist das Aufschlagen und Auswechselfn schadhafter Balken und Pfetten leicht möglich. Die Dachbalkenlage kann mit Stichbalken für jeden Sparren hergestellt werden; gewöhnlich ruht sie auf zwei umlaufenden, auf dem Thurmmauerwerk verlegten Mauerlatten. Eine solche Balkenlage zeigt Fig. 367. Man kann aber auch die Zwischensparren auf eine Art von Fußpfetten setzen, welche herumlaufend einen untersten Ring bilden; als Verbindung der Auflager wird besser ein umlaufender eiserner Ring angeordnet.

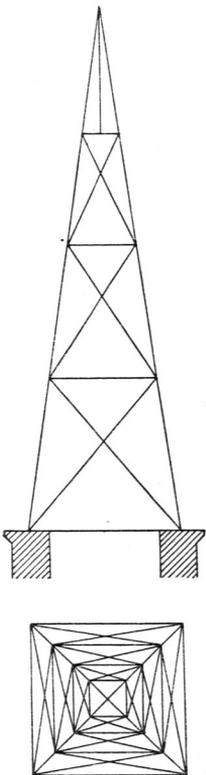
Nachstehend sind zu behandeln:

- α) das vierseitige Thurmdach;
- β) das achtseitige Thurmdach;
- γ) das Rhombenhaubendach;
- δ) das runde Thurmdach oder das Kegeldach.

α) Vierseitiges Thurmdach. Vier durchgehende, bzw. Hirn- auf Hirnholz gestossene Eckfäulen unter den Kanten der Pyramide (die Gratsparren) bilden die Hauptconstructionstheile; dazwischen gefetzte Holme theilen die ganze Höhe in eine Anzahl Stockwerke von etwa 3,0 bis 5,0 m Höhe. Die Holme nehmen die Sparren auf. Die in den geneigten Seitenflächen liegenden trapezförmigen Felder werden mit Diagonalen verstrebt, welche als gekreuzte Holzstäbe (Andreaskreuze) oder als gekreuzte Eisenstäbe (Gegendiagonalen) construirt werden können. Alle tragenden Constructionstheile liegen hier in den Seitenflächen der Pyramide. Nach Früherem (siehe Art. 119, S. 148) ist die Construction wegen der Spitze statisch unbestimmt, aber nicht labil. Eine schematische Darstellung giebt Fig. 366. Wegen der Einzelheiten, insbesondere der Verbindungen der Hölzer in den Knotenpunkten und an der Spitze, wird auf die weiterhin (Fig. 377 bis 380) folgenden Abbildungen und Erläuterungen verwiesen. Die Helmstange braucht nur ein bis zwei Stockwerke hinabzureichen.

β) Achtseitiges Thurmdach. Bei diesem kommen hier folgende Constructionen in Frage: das *Möller'sche* Thurmdach.

Fig. 366.



126.  
Vierseitiges  
Thurmdach.

127.  
*Möller'sche*  
Thurmdächer.

dach, das Thurmdach mit durchgehendem Kaiserstuhl, dasjenige des Mittelalters, endlich das neuere *Otzen'sche* Thurmdach.

2) *Moller'sche* Thurmdächer. Diese sind, als Raumfachwerk betrachtet, in Art. 123 (S. 158) bereits behandelt. Es wurde gezeigt, daß das Fachwerk streng genommen nicht allen Ansprüchen an die Stabilität genügt; dennoch haben sich diese Dächer gut gehalten; sie bedeuten gegenüber den jenerzeit üblichen Constructionen einen ganz bedeutenden Fortschritt und sind ein Beweis vom hervorragenden Constructionstalent *Moller's*. Sie sind nach den oben angeführten Grundrissen folgendermaßen hergestellt.

Die Gratsparren bilden die Haupttheile; sie laufen von unten bis oben durch und setzen sich an der Spitze gegen einen lothrechten Stab, den sog. Kaiserstuhl, welcher die Aufgabe hat, den Zusammenschluß der Gratsparren zu erleichtern und das Anbringen des Thurmkreuzes zu ermöglichen. Der ganze Thurm ist in einzelne Stockwerke von 3,5 bis 4,5 m Höhe zerlegt; in jedem Stockwerk sind vier Wände angebracht, deren jede aus Schwelle, Holm und zwei Streben (Andreas Kreuz) besteht. Diese Wände wechseln in den verschiedenen Stockwerken; wenn die Wände des einen Stockwerkes an den Seiten 1, 3, 5, 7 des Achteckes angeordnet sind, so sind sie in dem darüber folgenden Stockwerk in den Seiten 2, 4, 6, 8. So

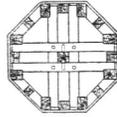
Fig. 367.  
Von der Kirche zu  
Friedrichsdorf.

1/133 n. Gr.

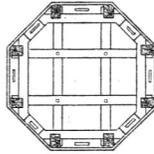
Schnitt I-I



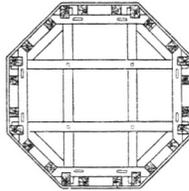
Schnitt II-II



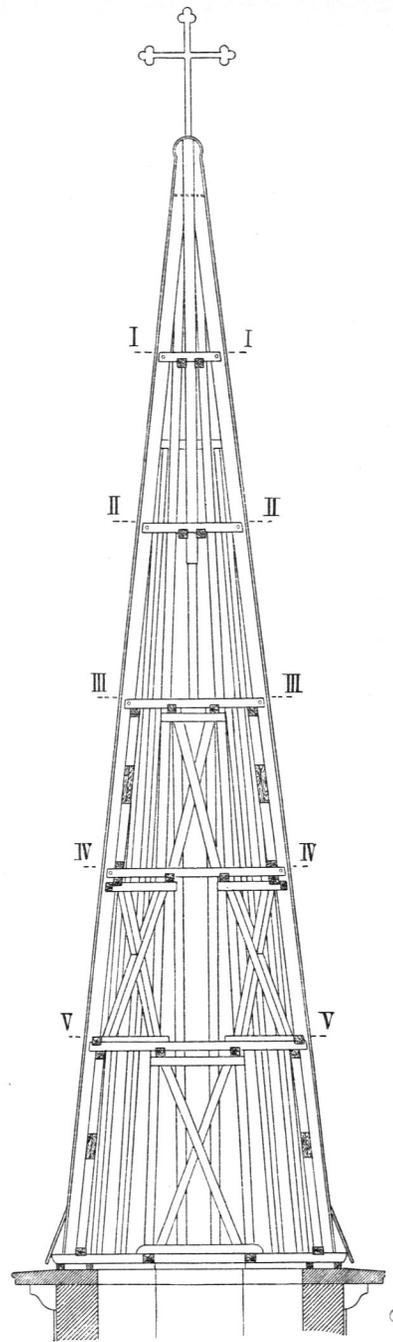
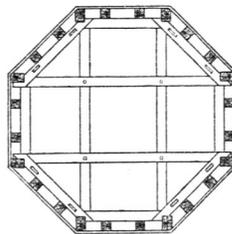
Schnitt III-III



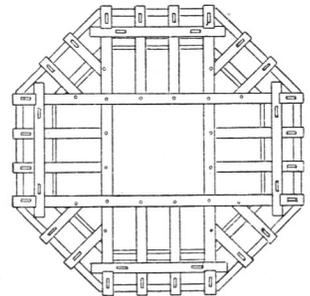
Schnitt IV-IV



Schnitt V-V



Unterste Balkenlage



bilden denn zwischen je zwei Stockwerken die Holme des unteren und die Schwellen des oberen Stockwerkes einen achteckigen Ring, gegen welchen sich auch die Zwischenparren, wie gegen Pfetten, lehnen.

Die Holme der verstreuten Wände tragen die in Art. 123 (S. 159) erwähnten Balken, welche in den vier großen, schräg liegenden Ebenen  $A_1A_4O$ ,  $A_8A_5O$ ,  $A_2A_7O$ ,  $A_3A_6O$  (Fig. 362, S. 158) angeordnet sind. Die Balken der einen Richtung sind über diejenigen der anderen, im Grundriss lothrecht dazu stehenden Richtung gelegt; beide sind etwa 2,5 cm tief mit einander verkämmt und verschraubt. Auf diese vier Balken werden nun die Schwellen der vier verstreuten Wände des nächsten Stockwerkes gelegt. Die Helmftange (der Kaiserftiel) reicht nur um eine oder zwei Gefchofshöhen hinab. Wo die Gratparren geflossen werden müssen, werden die Theile unmittelbar auf einander gesetzt. Die Stockwerkhöhe wähle man etwa 3,0 bis 4,5 m.

Fig. 368.

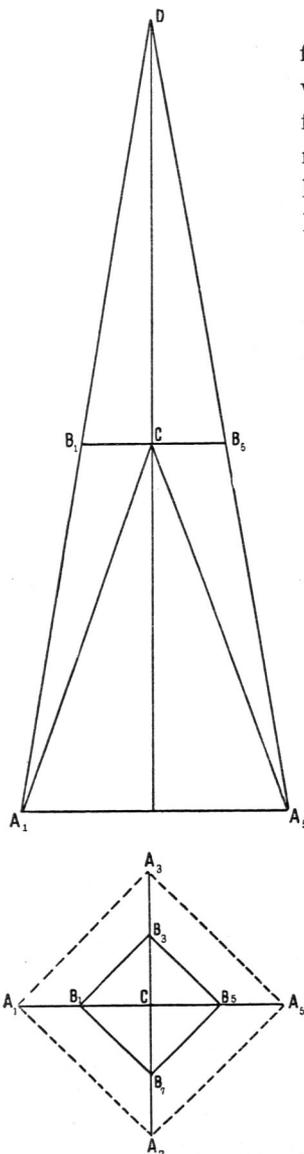


Fig. 367 zeigt einen solchen Thurm. Derselbe setzt sich auf das Gebälke, welches aus den in allen Böden sich wiederholenden vier Balken und den zwischen denselben, so wie übereck liegenden Stichbalken besteht. Diese Balken nehmen die Grat- und Zwischenparren auf. Die Balkenlage ruht auf zwei ringsum laufenden Mauerlatten; auf ihr liegen die Schwellen für die verstreuten Wände.

Vorteile der *Moller'schen* Constructionsweise sind:

a) Die vielfach bei anderen Thürmen bis zum untersten Boden hinabgeführte Helmftange, welche den Thurm unnöthig beschwert, ist bis auf das kurze Stück an der Spitze fortgelassen.

b) Das Aufschlagen des Thurmdaches ist sehr leicht. Zuerst wird die Grundbalkenlage gelegt und darauf werden die vier verstreuten Wände (die Andreaskreuze) gestellt, auf welche die vier Balken des zweiten Bodens kommen. Nuncmehr stellt man die Gratparren auf, welche jedesmal durch zwei Stockwerke reichen, jedoch so, daß bei dem einen Boden vier (etwa 1, 3, 5, 7), beim nächsten Boden die anderen vier Gratparren (etwa 2, 4, 6, 8) geflossen werden. So geht der Aufbau weiter. Ein besonderes Gerüste kann erspart werden, da die verstreuten Wände als Gerüste dienen können.

c) Das Beseitigen schadhafter und das Neueinbringen guter Hölzer ist bei dieser Construction ohne besondere Schwierigkeit möglich.

d) Der innere Thurm ist von Hölzern frei und überall leicht zugänglich.

Ein gutes Beispiel zeigt auch Fig. 395.

§) Thurmhelme mit durchgehendem Kaiserftiel.

Die hölzernen Thurm-Constructions sind bis zur neuesten Zeit vielfach mit einem bis zur Grundfläche des Thurmhelmes hinabreichenden fog. Kaiserftiel ausgeführt worden. Der Zusammenschnitt der Gratparren an der Spitze hat wohl schon

128.  
Thurmhelme  
mit  
durchgehendem  
Kaiserftiel.

früh zur Anwendung einer lothrechten Helmftange geführt, welche einerseits die Schwierigkeit der Herstellung dieses Knotenpunktes verminderte, andererseits eine gute Befestigung des Thurmkreuzes ermöglichte; zu diesem letzteren Zwecke mußte man aber die Helmftange wenigstens einige Meter weit hinabreichen lassen und das untere Ende derselben gegen seitliche Bewegungen sichern. So kam man leicht dazu, diesen Constructionstheil ganz hinab zu führen und als Haupttheil des Thurmhelmes auszubilden.

Bei niedrigen und mittelhohen Thürmen wird diese Anordnung auch heute noch vielfach ausgeführt.  $A_1, A_3, A_5, A_7$  (Fig. 368) seien vier feste Punkte in der Auflagerebene; alsdann wird Punkt  $C$  zu einem festen Punkte durch Verbindung mit dreien dieser Punkte; verwendet man zwei einander unter rechtem Winkel kreuzende Hängewerke mit gemeinsamer Hängefäule, so ist die vierte Strebe eigentlich ein überzähliger Stab, der aber das Fachwerk nicht labil macht. Eben so ist Punkt  $D$  an der Thurmspitze durch die beiden Hängewerke  $A_1DA_5$  und  $A_3DA_7$  ein fester Punkt, wobei gleichfalls ein überzähliger Stab verwendet ist. In der Höhe des Punktes  $C$  oder etwas höher, bzw. tiefer als  $C$  ordnet man Zangen  $B_1B_5$  und  $B_3B_7$  an, um die freie Knicklänge der langen Streben  $AD$  zu verringern; auch an Zwischenstellen kann man nach Bedarf Zangen zu gleichem Zwecke anordnen. Um die achtseitige Pyramide zu bilden, werden außer den Hauptgratsparren  $A_1D, A_3D$  u. f. w. und zwischen diese noch die Nebengratsparren  $A_2D, A_4D$  u. f. w. (Fig. 369) angebracht; dieselben lehnen sich oben an den Kaiserftiel und werden gleichfalls durch Doppelzangen an den Kaiserftiel angegeschlossen, welche Zangen in etwas andere Höhe gelegt werden, als die Zangen der Hauptgratsparren. Kräfte, welche in den lothrechten Ebenen  $XDX$  oder  $YDY$  der Hauptgratsparren wirken, werden durch die Hängewerke nach den Hauptauflagern  $A_1A_5$ , bzw.  $A_3A_7$  geführt; Kräfte in den lothrechten Ebenen  $UDU$ , bzw.  $VDV$  der Nebengratsparren werden durch die Zangen, theilweise unter Beanspruchung der Hölzer auf Biegung, zunächst auf den Kaiserftiel gebracht, dann von diesem durch die Hängewerke der Ebenen  $XX$  und  $YY$  in die Hauptauflager. Die Stäbe  $B_1B_3, B_3B_5, B_5B_7, B_7B_1$  werden dabei nicht beansprucht. Kräfte, welche in Ebenen wirken, welche die Mittellinie  $CD$  nicht enthalten, verdrehen das Fachwerk; für diese kommt zur Geltung, das, wie in Art. 120 (S. 150) entwickelt ist, das Fachwerk labil ist. Die Construction ist demnach nicht einwandfrei; auch ist sie durch die Nebenaullager unklar.

Fig. 369.

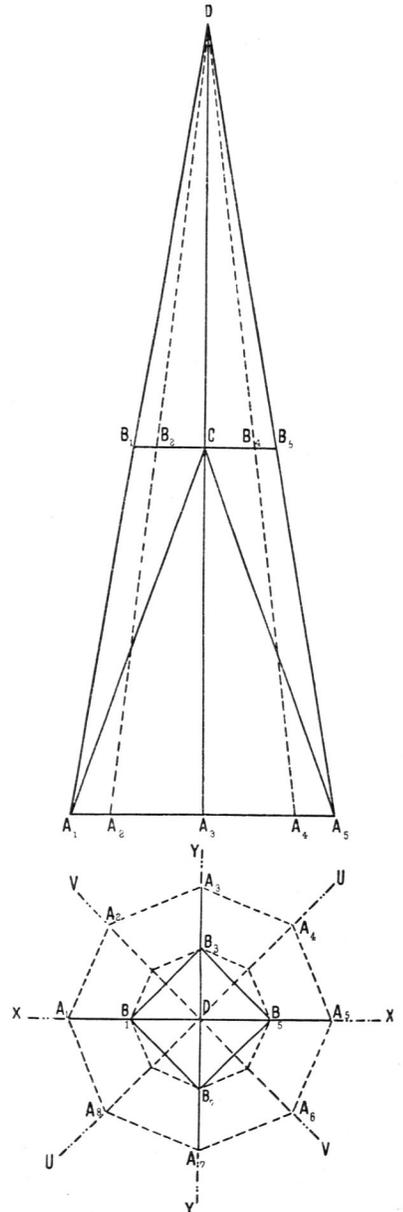
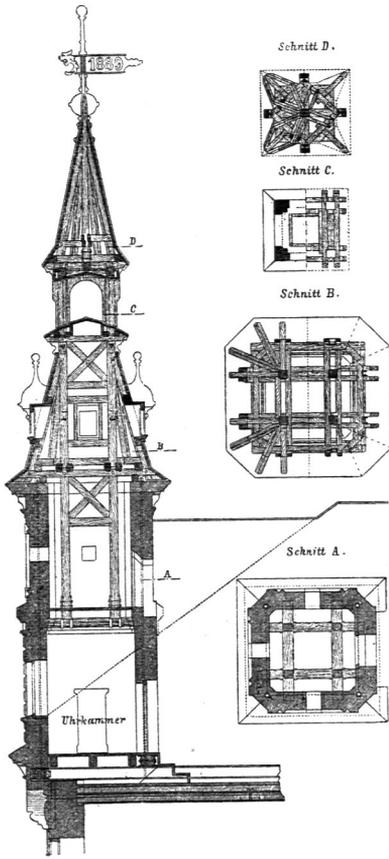
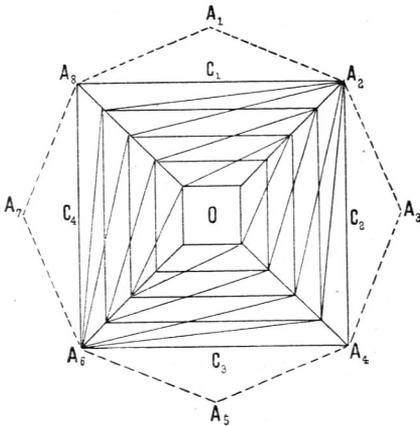


Fig. 370.

Uhrthurm des Amtsgebäudes zu  
Joslowitz <sup>179)</sup>.

in der Höhenrichtung des Thurmes schwinden und im Verein mit den vielen Fugen ein bedeutendes Sacken zur Folge haben. Kaiserftiel und Gratsparren müssen

Fig. 371.



Man könnte der Ansicht sein, durch Verbindung von  $C$  mit drei (oder vier) Auflagerpunkten  $A$  und nachherige Verbindung der vier Punkte  $B$  mit  $C$  und den Auflagern  $A_1, A_3, A_5, A_7$  werde ein stabiles Fachwerk geschaffen, an welches sich dann die anderen Stäbe zur Bildung der achtseitigen Pyramide anschließen könnten. Die in Art. 120 (S. 150) geführte Untersuchung lehrt, daß das so gebildete Fachwerk nicht stabil ist. Man hat vielfach in die Randbalken  $B_1 B_3, B_3 B_5 \dots$ , bezw. in Balken, welche diesen entsprechen, aber näher an  $C$  liegen, Stichbalken gesetzt und diese zur Unterstützung der vier Zwischengratsparren benutzt. Da das Viereck  $B_1 B_3 B_5 B_7$  nicht als eine Scheibe gelten kann, deren Eckpunkte im Raume fest gelegt sind, so können auch die Anschlußpunkte der Stichbalken nicht im Raume als fest liegend angesehen werden. Die vorderen Enden der Stichbalken hat man durch Wände unterstützt, welche mit herumlaufenden Schwellen und Ringen gebildet und durch Andreas-kreuze verstrebt sind. Daß diese Wände ein stabiles Fachwerk geben, ist oben nachgewiesen; aber bei diesem Fachwerk ist der bis zur Grundfläche reichende Kaiserftiel überflüssig. Die ganze auf diese Weise gebildete Construction ist nicht zweckmäßig. Die tragenden Wände in den schräg liegenden Seitenflächen der Thurmpyramide enthalten in den Rahmen und Schwellen viele Hölzer, welche

aus einem Holze gearbeitet oder Hirnholz auf Hirnholz gestossen werden. Diese Theile setzen sich nur äußerst wenig, so daß also ein ungleichmäßiges Sacken eintritt und die einzelnen Theile aus dem Zusammenhange kommen. Diese Constructionsweise ist deshalb mit Recht verlassen worden.

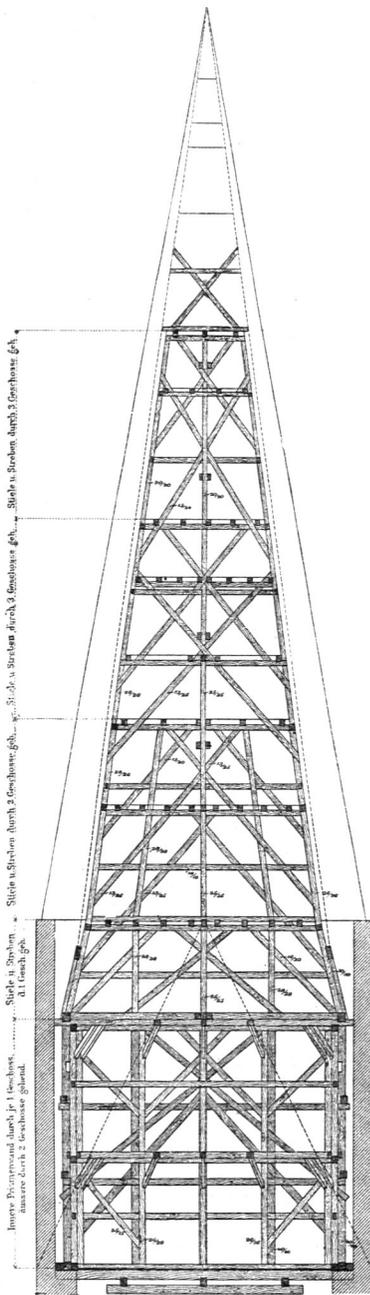
Fig. 370 <sup>179)</sup> zeigt ein ohne Weiteres verständliches Beispiel eines kleinen Thurmes mit weit hinabreichendem Kaiserftiel.

©) Thurmhelme des Mittelalters. Die bemerkenswertheste Eigenthümlichkeit der mittelalterlichen Thurmhelme ist nicht der durchgehende Kaiserftiel, sondern die sichere Stützung

129.  
Thurmhelme  
des  
Mittelalters.

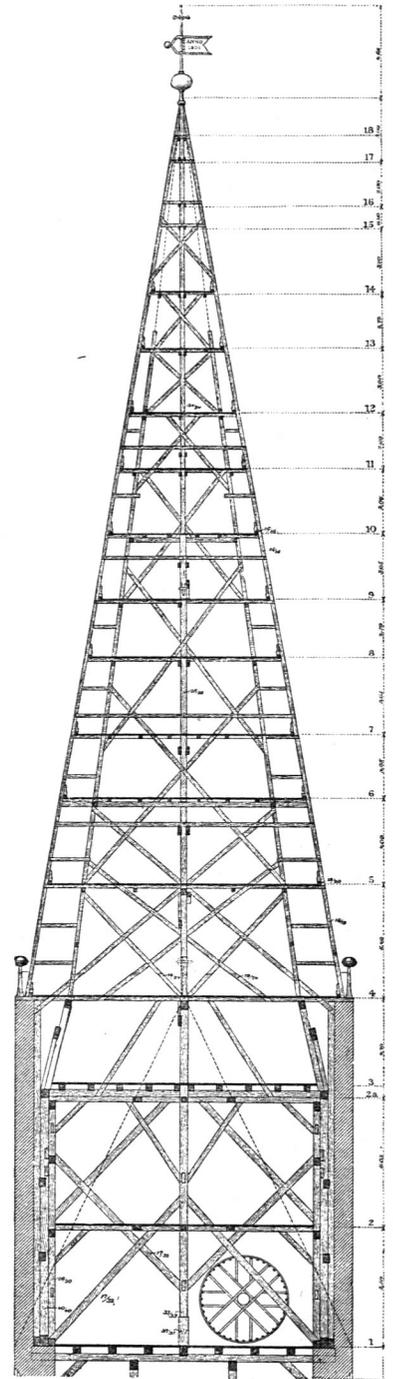
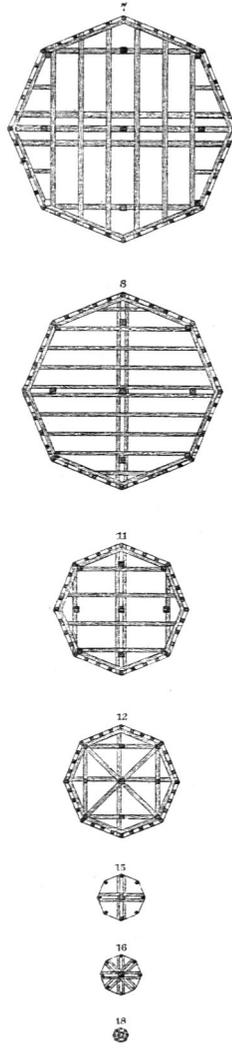
Fig. 374.

Fig. 372.



Seitenfläche der vierseitigen inneren Pyramide.

Fig. 373.



Lothrechter Schnitt durch die Mitte.

Von der Johannis-Kirche zu Lüneburg 180).

des achtseitigen Thurmdaches auf eine vierseitige Pyramide; dadurch wird die ganze Belaftung klar und sicher auf vier Punkte, die Auflagerpunkte, geführt. In der achtseitigen Thurmpyramide, welche in den Kanten die Gratsparren aufweist, steckt als tragende Construction eine nur vierseitige Pyramide  $A_2 A_4 A_6 A_8 O$  (Fig. 371), deren Kanten unter den Gratsparren liegen. Diese vierseitige Pyramide ist in einer vollständig befriedigenden Weise in ihren vier geneigten Seitenwänden mit Holmen, Streben und Stielen versehen, so daß sich ein stabiles, steifes Raumfachwerk, ein Flechtwerk, bildet. Die Holme entsprechen den heute sog. Ringen; die Streben gehen vielfach durch mehrere Stockwerke durch; man kann aber dieselbe Construction, unserer heutigen Bauweise entsprechend, so anordnen, daß jedes Stockwerk für sich verstrebt ist.

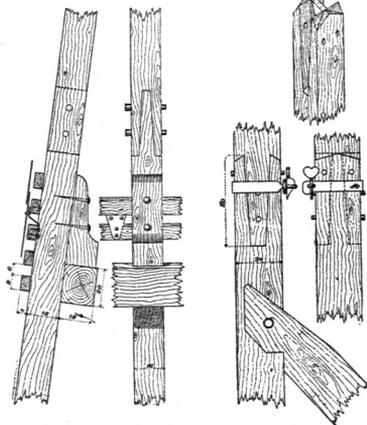
Die beschriebene Construction ist steif; dennoch ist noch eine weitere Versteifung dadurch vorgenommen, daß in zwei senkrecht zu einander stehenden lothrechten Ebenen ( $C_1 O C_3$ ,  $C_2 O C_4$  in Fig. 371) verstrebt Fachwerke angebracht sind; diese Fachwerke haben an der Schnittstelle ihrer Ebenen den sog. Kaiserfiel. Derselbe soll hauptsächlich die zu große Länge der in den beiden Ebenen liegenden Streben und Zangen verkürzen. Um nun die achtseitige Form der Thurmpyramide zu erhalten (die punktirte Grundform in Fig. 371), lagert man auf die Holme in den Seiten der vierseitigen Pyramide die Balken der Zwischenböden und versteht dieselben mit verschiedenen langen Auskragungen, so daß ihre Enden im Grundriß das verlangte Achteck bilden. Die Balken gehen in einer Richtung durch, in der dazu senkrechten Richtung werden Stichbalken angeordnet. Auf die Balkenenden werden die im Achteck herumlaufenden Pfetten gelegt, gegen welche sich sowohl die Gratsparren, wie die Zwischenparren legen. Die Balken der Zwischenböden gehen bald in der einen, bald in der zu dieser senkrechten Richtung durch.

Ein gutes Beispiel ist der in Fig. 372 bis 376 dargestellte Thurm der Johannis-kirche in Lüneburg<sup>180)</sup>.

Der lothrechte Schnitt in Fig. 374 zeigt die verstrebt Fachwand in der lothrechten Mittelebene des Thurmes; Fig. 372 veranschaulicht die Seitenwand der tragenden vierseitigen Pyramide. Die Gratsparren spielen hier kaum eine wichtigere Rolle als die anderen Sparren; beide sind gleich stark ( $15 \times 15$  cm). Fig. 375 zeigt den Sparrenstofs mittels des einfachen Scherzapfens und die Verbindung der Sparren mit den Pfetten vermittels der Knaggen. Fig. 376 giebt den sehr sorgfältig gearbeiteten Stofs des Kaiserfielses; dieselbe Abbildung zeigt das Hakenblatt, mit welchem sich die Streben an die Stiele setzen; um den Stiel dabei so wenig wie möglich zu schwächen, ist die Strebenbreite in der gezeichneten Weise am Anschlußpunkt vermindert. Der Thurm ist aus Eichenholz hergestellt und hat sich gut gehalten. Pries's sagt in der unten angegebenen Abhandlung<sup>180)</sup> über die Construction u. A.: »Der Helm ist in möglichst wenig Gefchoffen mit langen durchgehenden Stielen als ein starres, nach allen Seiten gut versteiftes Ganzes aufgebaut. Diese Anordnung übertrifft ohne Zweifel die der neueren Entwürfe, bei denen es üblich geworden ist, den Aufbau aus vielen niedrigen Gefchoffen mit kurzen Stielen bestehen zu lassen und dabei mehrfach über einander gelegte Hölzer in den Haupttragwänden zu verwenden, eine Ausführungsweise, die nicht nur von vornherein einen mangelhaften Verband der ganzen Spitze abgiebt, sondern die sich vor Allem auch wegen

Fig. 375.

Fig. 376.



Einzelheiten zu Fig. 372 bis 374.

1/40 n. Gr.

<sup>180)</sup> Nach: Zeitfchr. f. Bauw. 1893, S. 566 u. Bl. 55, 56.

des nothwendigen flärkeren Schwindens des Holzes in der Querfaser bei Bauten, die für längere Zeit berechnet sind, sicherlich nicht bewähren wird.«

Es empfiehlt sich, die vorstehend angeführte Bauweise wieder mehr in die Construction einzuführen: die ganze Last auf vier Gratsparren zu stellen, welche Hirnholz auf Hirnholz gefloßen werden, herumlaufende Ringe anzuordnen, die Seitenfelder durch gekreuzte (Holz- oder Eifen-) Diagonalen zu verstreben. Der Kaiserftiel braucht nur in den oberen Stockwerken vorhanden zu sein, um den Zusammenschluß der Gratsparren zu erleichtern und das Thurmkreuz aufzunehmen.

Eine ähnliche, aber wesentlich weniger gute Construction zeigen die Thurmhelme der St. Marienkirche in Lübeck<sup>181)</sup>. Auch hier ist eine innere, vierseitige Pyramide angeordnet; aber das Thurmgrüst besteht aus einzelnen, von einander unabhängigen stehenden Stühlen, welche nach oben, der Verjüngung der Innenpyramide entsprechend, geneigt sind. Die Verbindung der einzelnen Stockwerke mit einander durch die Sparren und die innere Querverstrebung ist mangelhaft. Thatfächlich sind bei diesen Thürmen bedeutende Formveränderungen im Laufe der Jahrhunderte eingetreten.

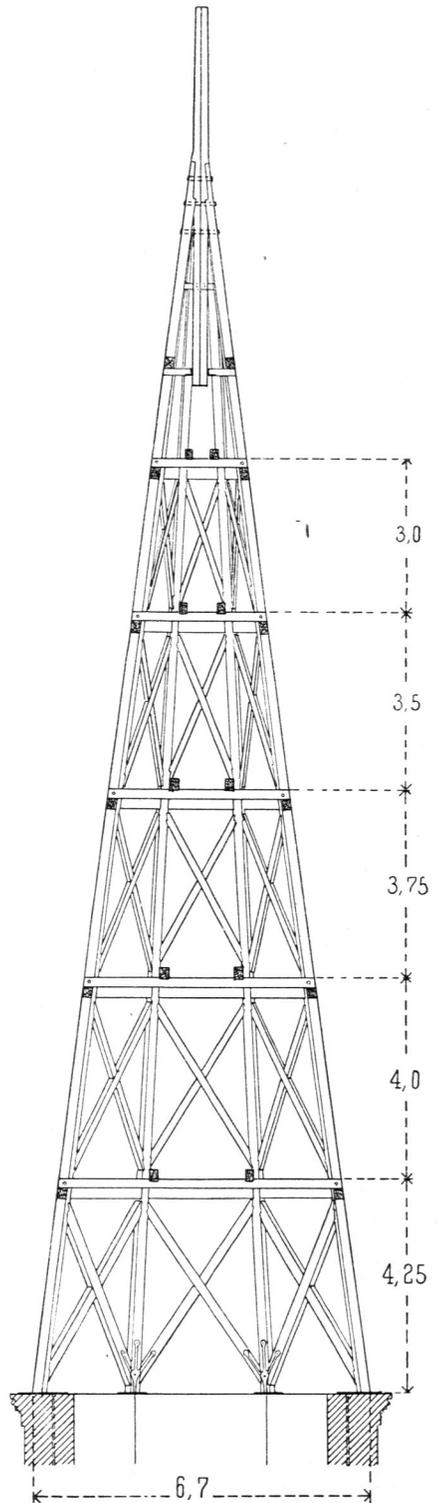
130.  
Otzen'sche  
Thurmdächer.

2) *Otzen'sche* Thurmdächer. Die von *Otzen* in neuerer Zeit construirten Thurmdächer sind sowohl in ihrer Gesamtanordnung, wie in der Ausbildung der Einzelheiten in hohem Maße bemerkenswerth. Der Gesamtanordnung zunächst ist eigenthümlich, daß alle trapezförmigen Felder der achtseitigen Thurmpyramide — so weit möglich — mit gekreuzten Schrägstäben verstrebt sind; zwischen je zwei Stockwerken ist ferner ein herumlaufender Pfettenring angeordnet, dessen einzelne Hölzer sich in die Gratsparren setzen. Werden die Gratsparren bis zur gemeinsamen Auflagerebene hinabgeführt, so ergibt sich ein stabiles, räumliches Fachwerk, wie in Art. 124 (S. 161) nachgewiesen ist. Abgesehen von der Spitze und den sich kreuzenden Gegen-diagonalen ist dieses Fachwerk sogar statisch

<sup>181)</sup> Beschrieben von *Schwiening* in: *Zeitschr. f. Bauw.* 1894, S. 503 u. Bl. 62, 63.

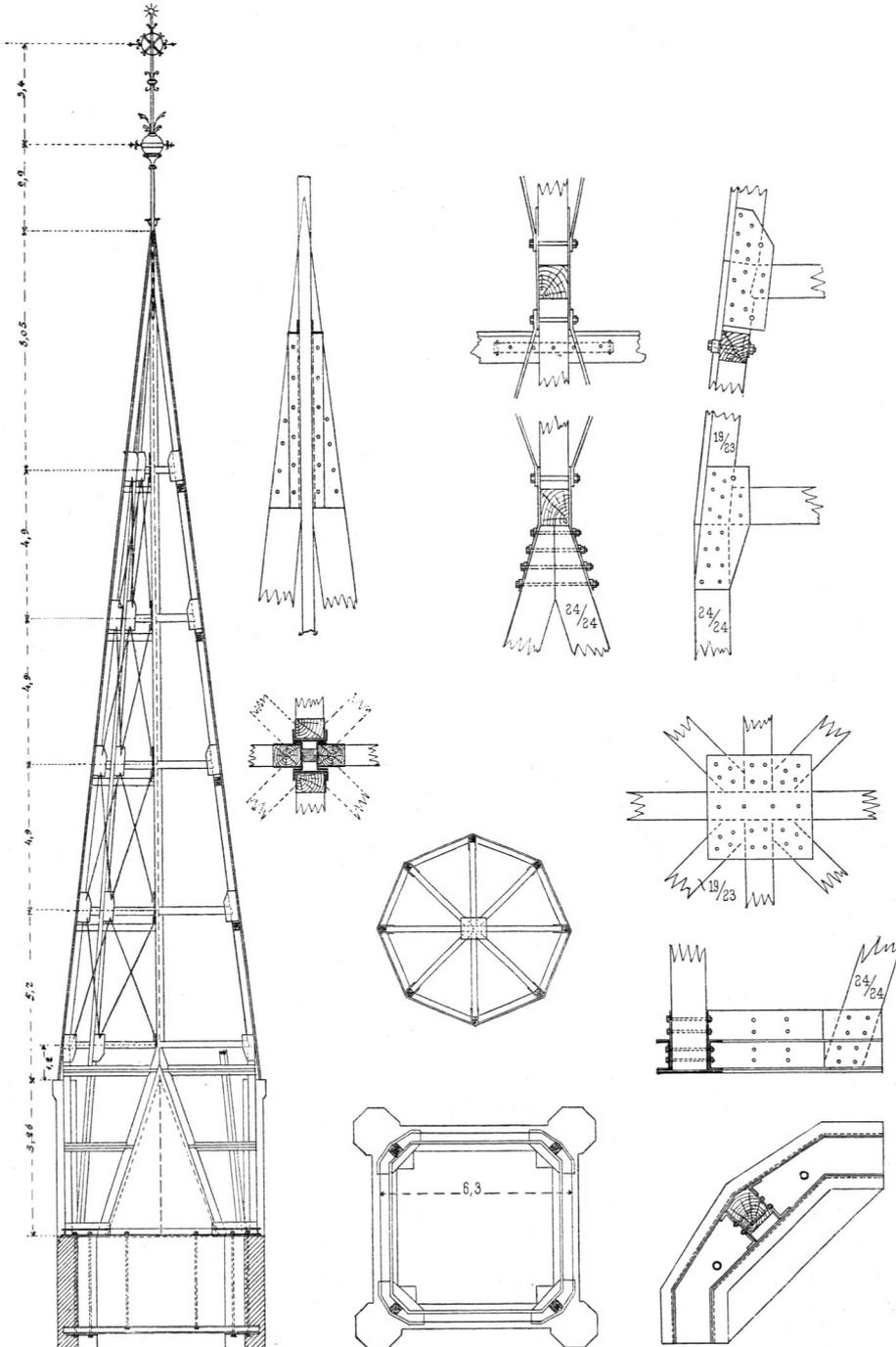
<sup>182)</sup> Nach den von Herrn Geheimen Regierungsrath Professor *Otzen* zu Berlin freundlichst zur Verfügung gestellten Zeichnungen.

Fig. 377.

Hauptthurm der Kirche zu Apolda<sup>182)</sup>.

$\frac{1}{150}$  n. Gr.

Fig. 378.



Von der Luther-Kirche zu Berlin<sup>182)</sup>.

$\frac{1}{250}$ , bzw.  $\frac{1}{50}$  n. Gr.

bestimmt. Sodann ist diesen Dächern die Verankerung mit dem Thurmmauerwerk eigentümlich. Bei den neueren Thurmhelmen ist endlich die ausgedehnte Verwendung des Eisens hervorzuheben, nicht nur zu den Schrägstäben in den Seitenflächen, sondern auch

zur Bildung der Knotenpunkte. Auf die Ausbildung der Knotenpunkte, auch der Thurmspitze, unter geschickter Benutzung des Eisens, wird besonders aufmerksam gemacht.

Fig. 377<sup>182)</sup> zeigt im Hauptthurm der Kirche zu Apolda einen fast ausschließlich in Holz construirten Thurm.

Die Gratparren setzen sich sämmtlich auf die Auflagerebene am Thurmmauerwerk, und zwar mit dem Hirnholz unmittelbar auf die Auflagerschuhe; sie sind stumpf nur mit Langblatt gestossen, so daß Höheveränderung möglichst ausgeschlossen ist. Die Stöße der Gratparren wechseln und sind, mit Ausnahme der obersten, stets oberhalb der Aussteifungen zwischen den Strebenfüßen (d. h. oberhalb der Ringe). Die Streben sind aus Holz hergestellte Andreaskreuze, in der Kreuzung mit einander vernagelt. Auf den Aussteifungen (den Pfettenringen) ruhen zwischen je zwei Stockwerken je zwei parallele Balken, welche einander im Grundriß unter rechtem Winkel kreuzen; die Balken sind mit den Gratparren durch Bolzen verbunden, auch an den Kreuzungsstellen mit einander verbolzt. Die Gratparren setzen sich in den aus 4 Hölzern von  $18 \times 18$  cm Querschnitt bestehenden Kaiserstiel, welcher etwa 6 m unter demjenigen Punkt hinabreicht, in dem die Gratparren zusammenstoßen; er ist mehrfach durch Winkeleisen gefaßt, die einander im Grundriß unter rechten Winkeln schneiden. In der Ebene der acht Auflager verbindet ein umlaufendes Randwinkeleisen die eisernen Auflagerschuhe; außerdem sind zur Querverbindung der acht Auflager vier Winkeleisen (oder Flacheisen) angeordnet, welche einander in der Mitte schneiden. Die Gesamthöhe des Thurmes beträgt 27,75 m und die Breite des unteren Achteckes 6,70 m. Holzstärken: Gratparren  $20 \times 24$  cm, Streben  $18 \times 18$  cm, Pfettenringe  $15 \times 18$  cm, Balken  $15 \times 18$  cm. Die Stockwerkshöhen sind von unten nach oben bezw. 4,25, 4,00, 3,75, 3,50, 3,00 und 1,85 m.

Eine ausgedehnte Verwendung des Eisens zeigt Fig. 378<sup>182)</sup>, den Thurm der Lutherkirche zu Berlin darstellend.

Hier setzen sich vier von den acht Gratparren auf Giebeldreiecke, während die anderen vier Gratparren bis zu derjenigen Auflagerebene hinabreichen, auf welche sich auch die Streben der Giebeldreiecke setzen. In der Höhe der Giebelspitzen ist eine achteckige Scheibe durch umlaufende Ringhölzer und vier quer angeordnete Balken gebildet; dieser Uebergang aus dem Viereck in das Achteck ist in Art. 122 (S. 153) besprochen. Dort ist auch nachgewiesen, daß diese Construction streng genommen nicht stabil ist. Bei der in Fig. 378 vorgewiesenen Art der Knotenbildung kann man jedoch die Scheibe als starre Scheibe annehmen, welche gegen die Auflagerebene durch die vier Giebeldreiecke und die vier untersten Theile der Gratparren fest gelegt ist. — Auf dem Unterbau ist nun die weitere achteckige Pyramide errichtet; die vier einander kreuzenden Balken wiederholen sich zwischen je zwei Balkenlagen; sie sind für die geometrische Bestimmtheit, also die Stabilität in diesen nicht mehr erforderlich.

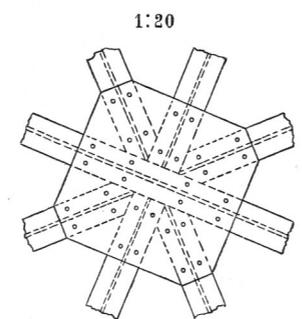
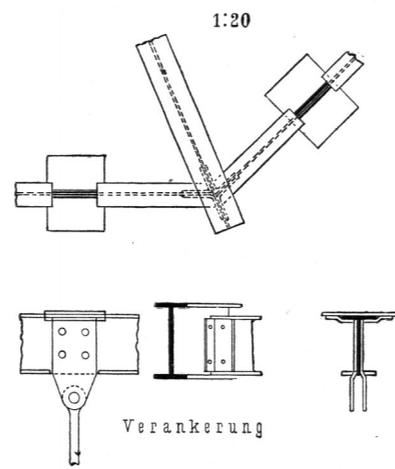
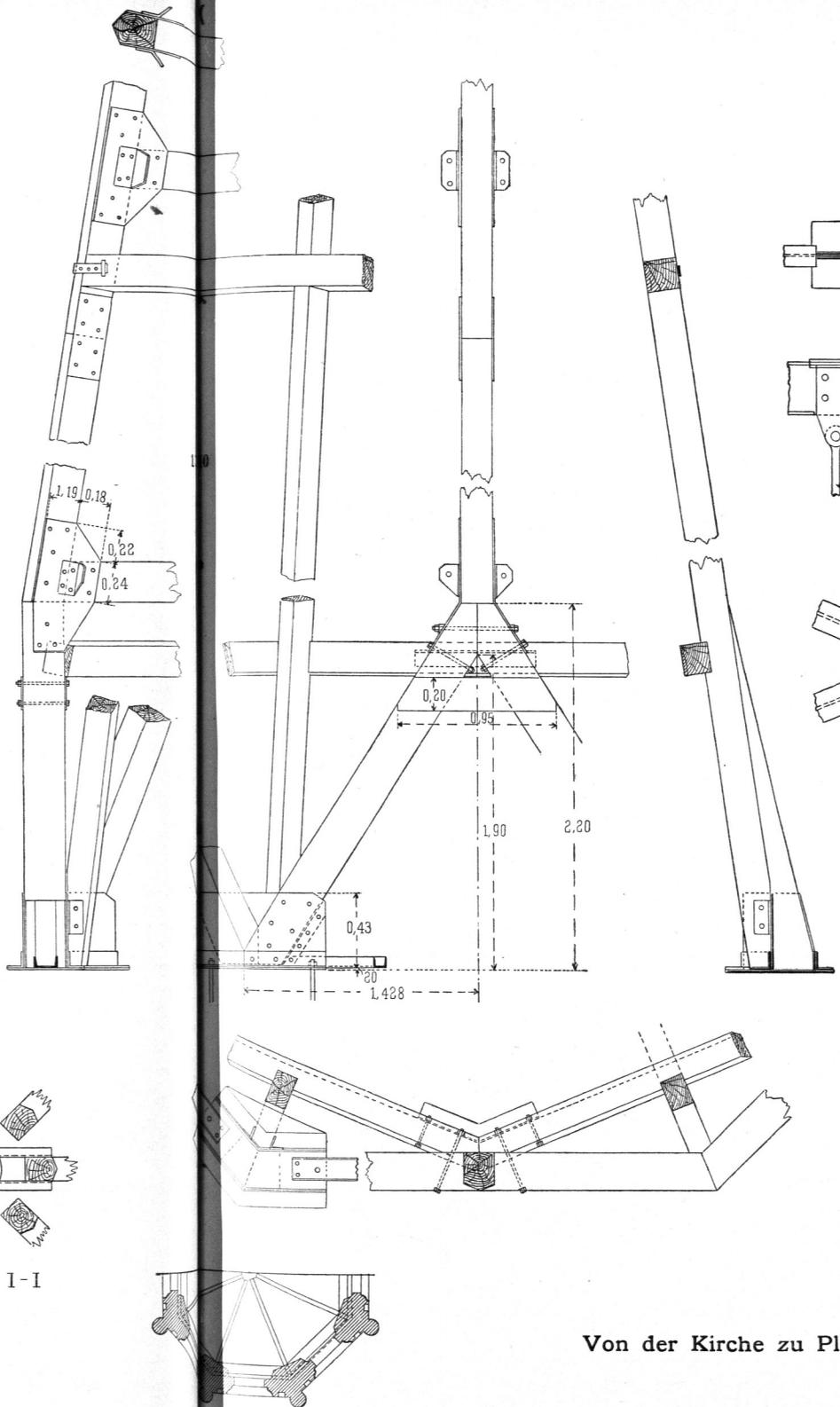
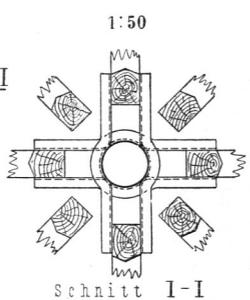
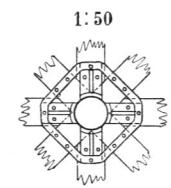
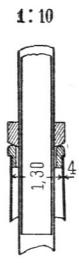
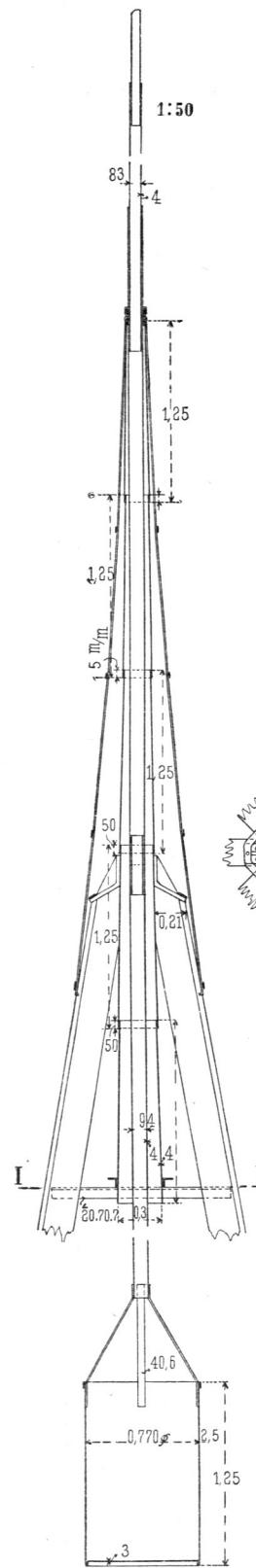
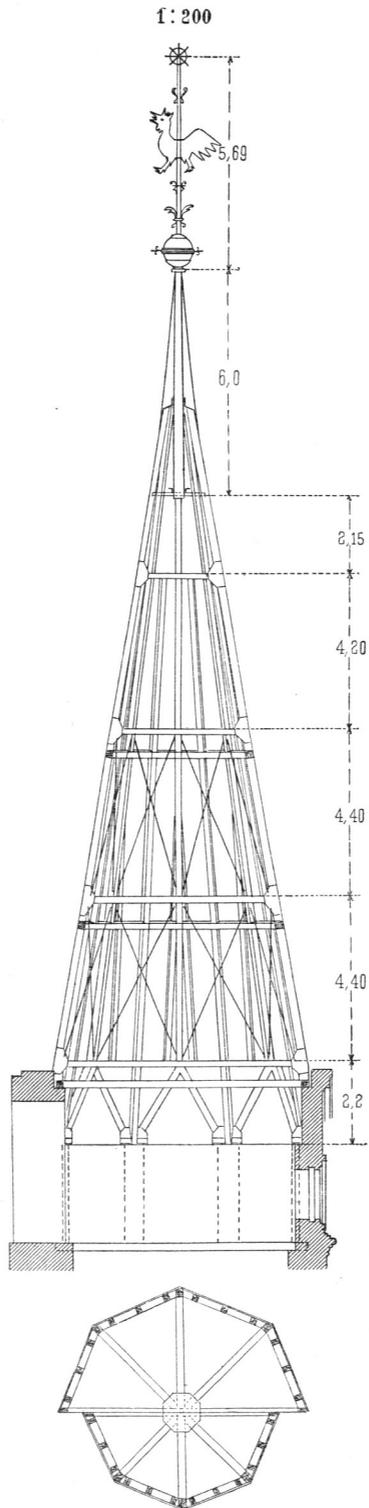
Eine etwas andere Anordnung zeigt Fig. 379.

Hier setzen sich alle acht Gratparren auf Giebeldreiecke. Der mittlere Sparren jeder Pyramidenseite ist bis zur gemeinsamen Auflagerebene aller Giebeldreieckstreben hinabgeführt. Es ist zu untersuchen, ob diese Anordnung ein stabiles Raum-Fachwerk bietet; für diese Untersuchung dient Fig. 379. Die Fußpunkte der Giebelstreben seien  $A_1, A_2 \dots A_8$ , die Giebelspitzen  $a_1, a_2 \dots a_8$ . Die Giebelspitzen  $a_1 \dots a_8$  sind durch die wagrechten Stäbe  $a_1 a_2, a_2 a_3, a_3 a_4 \dots a_8 a_1$  mit einander verbunden. Wir bauen das Raum-Fachwerk von unten auf, indem wir jeden hinzukommenden Punkt mit drei bereits festen Punkten verbinden, welche mit ihm nicht in einer Ebene liegen. Die Auflagerpunkte  $A_1$  bis  $A_8$  sind fest; den ersten Giebelpunkt, etwa  $a_1$ , verbinden wir durch Stäbe 1 und 2 mit  $A_1, A_2$  und vorläufig noch durch einen Hilfsstab mit dem festen Punkte  $C$  in der wagrechten Ebene  $a_1 a_2 \dots a_8$ . Damit ist  $a_1$  ein fester Punkt.

Nun verbinde man nach einander: Punkt  $a_2$  mit  $A_2, A_3, a_1$ , Punkt  $a_3$  mit  $A_3, A_4, a_2$ , Punkt  $a_4$  mit  $A_4, A_5, a_3$ , Punkt  $a_5$  mit  $A_5, A_6, a_4$ , Punkt  $a_6$  mit  $A_6, A_7, a_5$ , Punkt  $a_7$  mit  $A_7, A_8, a_6$  und Punkt  $a_8$  mit  $A_8, A_1, a_7$ . Damit sind alle Punkte  $a$  fest, wenn  $a_1$  fest ist. An Stelle des Ersatzstabes von  $a_1$  nach  $C$  werde jetzt der Stab 25 von  $a_1$  nach  $a_5$  gesetzt. Soll dadurch ein stabiles Raum-Fachwerk entstehen, so muß die Spannung im Stabe 24 für die Kräfte  $X = 1$  im Stabe 24 einen Werth haben, der von Null verschieden ist. Man erhält leicht, wenn der Winkel des Stabes 20 mit der wagrechten Linie in der Ebene  $A_6 A_5 a_5$  mit  $\beta$  bezeichnet wird:  $S_{20}' = -\frac{I}{\sin \beta}$ ,  $S_{19}' = +\frac{I}{\sin \beta}$ ,  $S_{18}' = -\frac{I}{\sin \beta}$ ,  $S_{17}' = +\frac{I}{\sin \beta}$ , und weil das Gleichgewicht am Knotenpunkt  $a_1$  bedingt:  $0 = I + S_{17}' \sin \beta - S_{24}'$ ,  $0 = I + I - S_{24}'$ ,  $S_{24}' = 2$ . Der Stab 25 kann also an die Stelle des Ersatzstabes 24 treten; er macht das Raum-Fachwerk stabil.

Außer den in Fig. 379 gezeichneten Stäben sind noch der Randstab  $a_8 a_1$  und die Querbalken oder Querstäbe  $a_2 a_6, a_3 a_7, a_4 a_8$  angeordnet. Dieselben sind überzählige Stäbe, welche das Fachwerk statisch





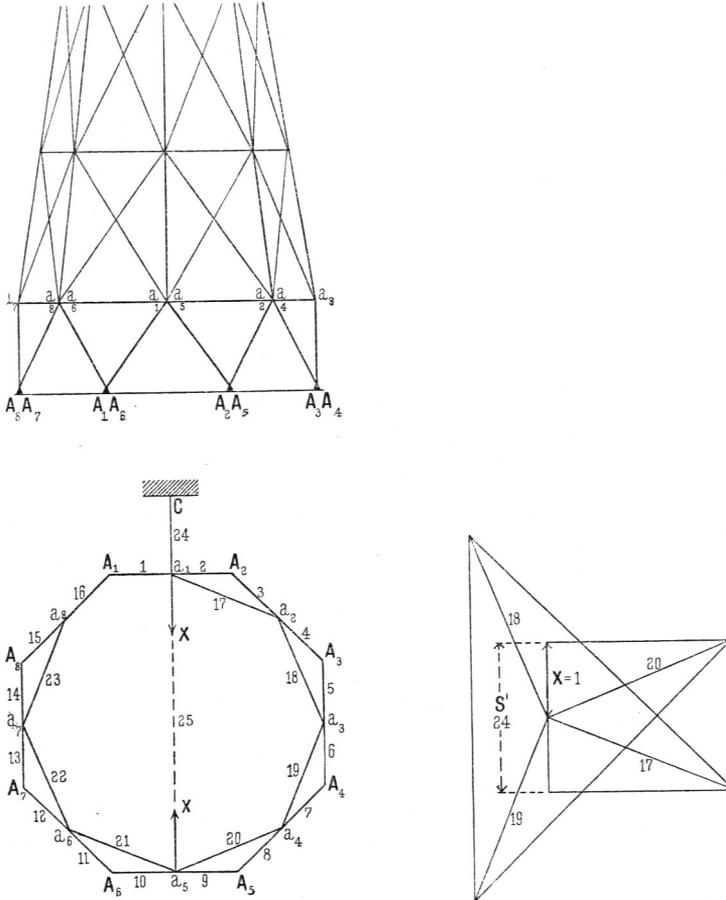
Von der Kirche zu Plagwitz-Leipzig.



unbestimmt machen, aber die Stabilität desselben nicht ändern. Der Unterbau der Pyramide ist also stabil, und das Fachwerk bleibt stabil, wenn nunmehr auf die Punkte  $a_1, a_2 \dots a_8$  der weitere Aufbau eines Flechtwerkes erfolgt.

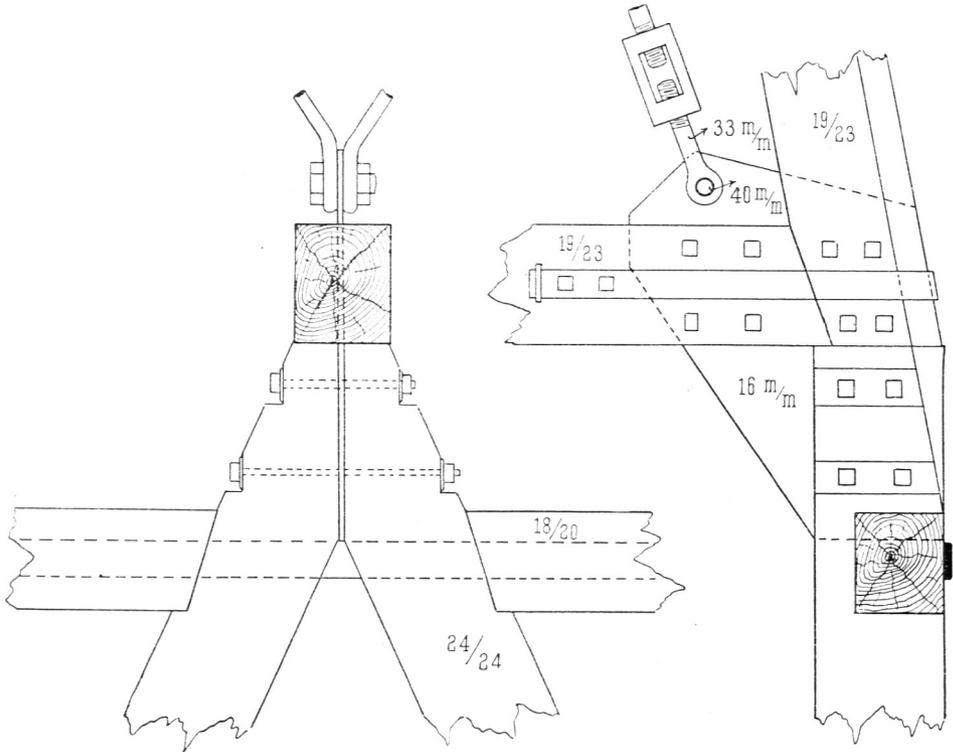
Die Einzelausbildung der Stofsstellen und Knotenpunkte ist bei den *Olzen'schen* Thurmhelmen mit Hilfe eiserner Blechlaschen vorgenommen. Die Gratparren setzen sich an den Stofsstellen auf einander und sind beiderseits mit Blechlaschen (7 bis 8 mm stark) versehen, welche durch Schraubenbolzen mit dem Holz verbunden sind; mittels solcher Stofsbleche werden auch die Querbalken an die Gratparren gefügt. Wo die Gratparren sich auf die Spitzen der Giebeldreiecke setzen, sind die verbindenden beiderseitigen Blechlaschen entsprechend gebogen, so dass sie theils in die Seitenfläche der Gratparren, theils in diejenige der Giebelstreben fallen. Die schmiedeeisernen Diagonalen der Seitenfelder sind an denselben Knoten-

Fig. 379.



blechen durch Bolzen befestigt (Fig. 378); in dem neueren Beispiel (siehe die neben stehende Tafel) sind auf die erwähnten Knotenbleche noch besondere Anschlussbleche für die Diagonalen genietet, welche zum Theile in die Seitenebenen der Pyramide fallen. Beachtenswerth ist auch die Ausbildung der Giebelspitze in Fig. 380, bei welcher ein mittleres Knotenblech zwischen die beiden Giebelstreben gelegt ist. Die Ueberfchneidung der radial angeordneten Balken ist in Fig. 378 dargestellt; ein Balken geht durch, die anderen stossen stumpf vor diesen; die Kräfte werden durch zwei genügend grosse Blechlaschen, eine obere und eine untere, übertragen. An den Auflagern treffen sich bei der Anordnung in Fig. 378 je ein Hauptgratparren und zwei Streben der Giebeldreiecke; für diese Stellen sind eigenartig geformte Schuhe aus Eisenblech und Walzeisen contruirt. Ein solcher Schuh ist in Fig. 378 dargestellt; er besteht aus einem 20 mm starken Fußblech, zwei gebogenen  $\Gamma$ -Eisen (N.-Pr. Nr. 20) und zwei gleichfalls entsprechend gebogenen Stehblechen. Dieser Schuh ist durch Anker aus 39 mm starkem Rundeisen kräftig mit dem Thurmmauerwerk verankert.

Fig. 380.

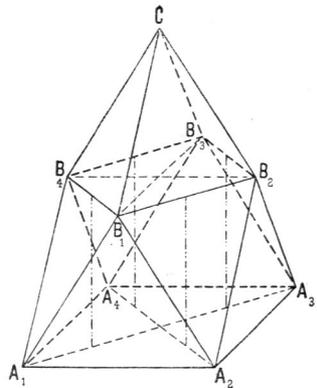
Von der Kirche zu Plagwitz-Leipzig<sup>182)</sup>. —  $\frac{1}{25}$  n. Gr.

Auch an der Spitze, wo die Gratsparren zusammenschneiden, ist Eisen verwendet. Die Helmstange in Fig. 378 ist aus Quadrateisen von 80 mm Seitenlänge; sie ist mit vier L-Eisen und trapezförmigen Seitenblechen verbunden, in welche sich die vier Hauptgratsparren setzen. Auf der umstehenden Tafel ist die Helmstange ein eisernes Rohr, welches aus einer Anzahl schwach kegelförmiger Stücke von 1,25 m Länge besteht und durch welches die gleichfalls rohrförmige eiserne Stange für den Thurmhahn hindurchreicht. Die Verbindung beider Stangen mit einander ist auf der umstehenden Tafel im Mafsstabe 1 : 10 dargestellt. Endlich ist auch die Verankerung durch herumlaufende I-förmige Walzbalken und die Verbindung der Ankerpunkte mit einander durch Querbalken veranschaulicht.

131.  
Rhomben-  
haubendach.

γ) Rhombenhaubendach. Dieses Dach, bei welchem die Gratsparren nach den Spitzen der vier Seitengiebel laufen, kann in der Weise angeordnet werden, welche in Fig. 381 schematisch dargestellt ist. Am Fuß der Giebel sind die vier Stützpunkte  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , von denen aus die Giebelstreben  $A_1B_1, A_2B_1, A_2B_2, A_3B_2$  u. f. w. ausgehen. Die vier Giebelspitzen  $B_1, B_2, B_3, B_4$  bilden ein Viereck, welches durch die Diagonalen  $B_1B_3, B_2B_4$  versteift ist. Auf dieses Viereck setzen sich nun die Gratsparren  $CB_1, CB_2, CB_3, CB_4$ . Von den Diagonalen  $B_1B_3$  und  $B_2B_4$  ist eine wegen des Schubes in den Gratsparren nöthig (vgl. die Untersuchung auf S. 154); die zweite Diagonale ist ein überzähliger Stab. Man braucht die Punkte  $B_1, B_2, B_3, B_4$  nicht als Auflagerpunkte auszubilden; dadurch wird die Kraftwirkung unklar. Diese Auflagerung wird aber

Fig. 381.

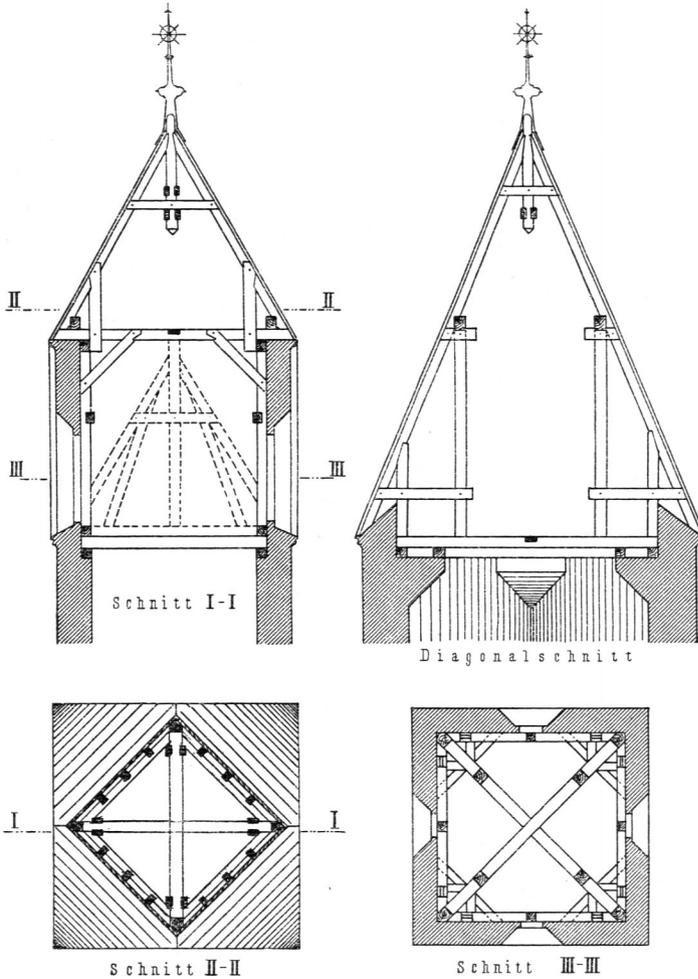


ausgeführt; z. B. findet sie sich auch in der Construction der Fig. 382. Die Linien  $B_1B_2$ ,  $B_2B_3$  . . . entsprechen Pfetten, welche einerseits durch die Diagonalbalken, andererseits durch besondere Stiele gestützt werden, die auf den Balken  $A_1A_3$  und  $A_2A_4$  stehen. Die Sparren in den rhombischen Seitenflächen schiften sich an die Giebelstreben und Gratsparren.

Ein derartiges Dach zeigt Fig. 382<sup>183)</sup>.

Die Gratsparren sind, wie oben angegeben, angeordnet; in den lothrechten Diagonalebene des Thurmes sind vier bis zur Auflagerebene  $A_1A_2A_3A_4$  reichende Sparren, welche auf den Auflagern und

Fig. 382<sup>183)</sup>.

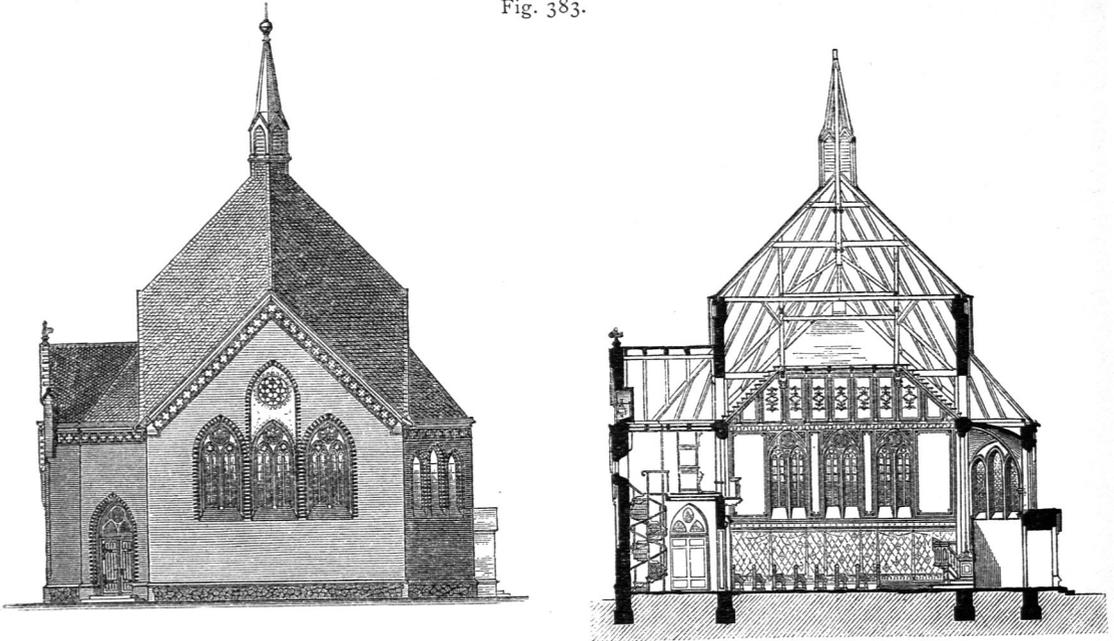


den in Höhe der Giebelspitzen umlaufenden Pfetten ruhen; diese sind in den Mitten ihrer freien Längen durch besondere in den Diagonalebene liegende Stiele gestützt. Hinter den gemauerten Giebeln laufen diesen parallel die Giebelstreben (im Querschnitt *II* punktirt), auf welchen die Schiffsparren ihr unteres Lager finden. Die Helmstange dient zum Zusammenführen der Grat- und Diagonalsparren und zum Tragen des Kreuzes; sie ist am unteren Ende durch Zangen gefasst. Damit die sich in der Auflagerebene kreuzenden Balken nicht zu weit frei liegen, sind die Ecken kragsteinartig vorgemauert.

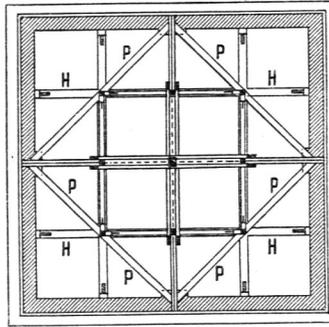
Es steht nichts im Wege, die Rhombenhaube mit einem Dache nach der *Otzen'schen* Bauweise zu versehen, demnach als Auflager nur die vier Punkte  $A_1, A_2,$

<sup>183)</sup> Nach: HARRES, B. Die Schule des Zimmermanns. Theil I. 7. Aufl. Berlin 1889. S. 128.

Fig. 383.



Capelle der  
Univerfitäts-  
zu

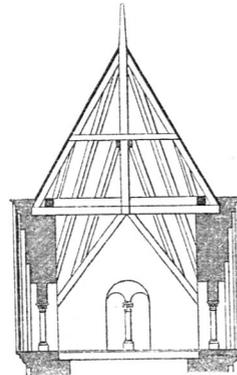
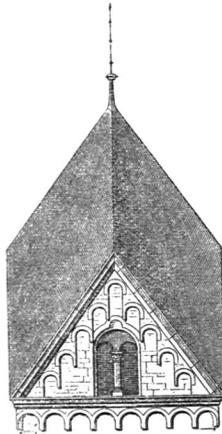


klinifchen  
Institute  
Halle a. S. 184).

$\frac{1}{300}$  n. Gr.

Fig. 384.

Von der Kirche



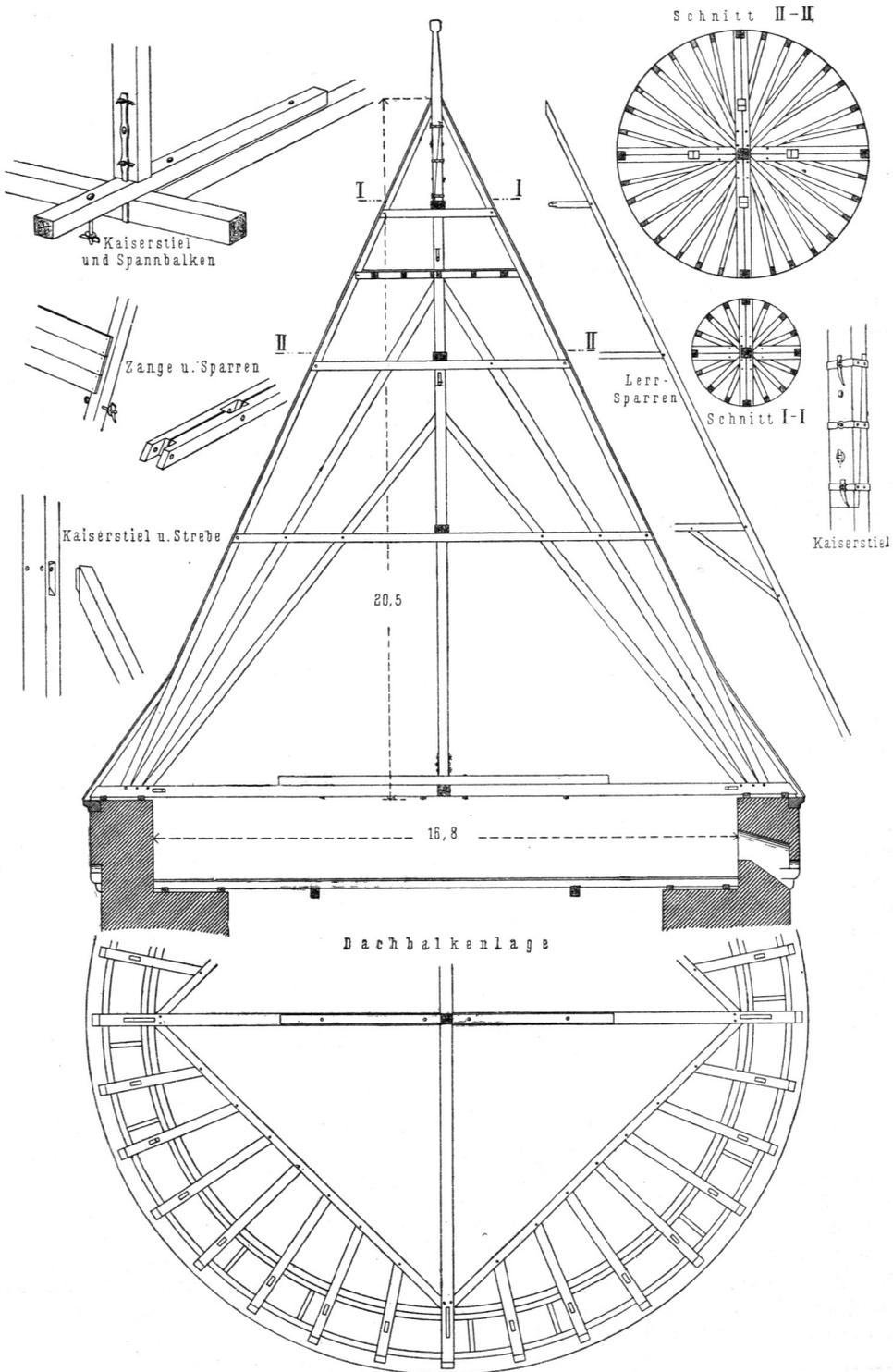
$\frac{1}{200}$  n. Gr.

zu Daufenau 185).

184) Ansicht und Schnitt Facf.-Repr. nach: Centralbl. d. Bauverw. 1883, S. 475.

185) Facf.-Repr. nach: Zeitfchr. f. Bauw. 1893, Bl. 57.

Fig. 385.



Vom großen Zwinger zu Goslar<sup>186)</sup>.

$\frac{1}{200}$  n. Gr.

$A_3, A_4$  in der unteren Ebene zu verwenden, die Giebelstreben durch eiserne Knotenbleche mit einander und mit den durchgehenden Balken zu verbinden und die beiden nach einem Auflagerpunkte  $A$  laufenden Giebelstreben in einen gemeinsamen eisernen Schuh zu setzen. Um den Zusammenschchnitt der Sparren in der Thurmspitze einfacher zu erhalten, lege man in die lothrechten Diagonalebene keine Sparren.

Fig. 383<sup>184)</sup> veranschaulicht ein Rautendach über einem quadratischen Raume von 9 m lichter Weite.

Das Dach wird durch vier Hängewerke  $H$  getragen, welche einander rechtwinklig kreuzen und ein quadratisches Mittelfeld von 4,50 m Lichtweite bilden. In der Höhe der Giebelspitzen läuft eine Pfette  $P$  rings herum, welche durch die Säulen der Hängewerke und das Mauerwerk der Giebel getragen wird. Auf die Pfetten stützen sich die Sparren der Rautenfläche, die sich außerdem an die Gratsparren und Giebelhölzer schiften; die Pfetten tragen ferner vier Balken, welche Stiele zum Stützen der Gratsparren und Streben für die Helmflange aufnehmen. Die sichtbare Decke der Kirche ist an die Hängewerke gehängt.

Fig. 384<sup>185)</sup> zeigt ein kleines, nach gleichen Grundfätzen construirtes Rhombenhaubendach.

132.  
Kegeldach.

δ) Kegeldach oder rundes Thurmdach. Die alte Constructionswiese solcher Dächer wird durch das in Fig. 385<sup>186)</sup> dargestellte Dach vom großen Zwinger in Goslar gut verdeutlicht.

Man verwendete als tragende Construction zwei Hängewerksbinder in zwei lothrechten Ebenen, die einander unter rechtem Winkel kreuzten. Wo die Binder sich durchdringen, ist der Kaiferstiel angebracht, gegen den sich die tragenden Hängewerksstreben, so wie die Binder sparren in beiden Ebenen setzen; der Kaiferstiel dient als gemeinfaame Hängefäule. In verschiedenen Höhen werden Kehlbalckenlagen angebracht, und in den Höhen der Balkenlagen liegen in den Binderebenen Doppelzangen, welche einander aber nicht überschneiden, sondern über, bzw. unter einander durchgehen. In der Dachbalkenlage sind in beiden Binderebenen Spannbalken angeordnet, um den Zug aufzunehmen; diese sind in dieselbe Ebene gelegt; es kann also nur einer von beiden durchgehen. Der andere stößt stumpf vor den ersteren und ist durch ein darüber gelegtes, genügend langes Holz, eine Laiche, gestossen. Der Kreuzungspunkt ist an der Hängefäule, dem Kaiferstiel, aufgehängt. Auf diese tragende Construction ist nun die Last des übrigen Dachwerkes übertragen; zwischen die vier Hauptsparren der Bindergerbinde setzen sich noch in jedem Viertel 7 Leer sparren, welche ihre Auflager in Stichbalken finden; letztere sind in Wechsel geführt, die sich in die Hauptspannbalken setzen. Die Leer sparren finden weitere Unterstützung in drei Kehlbalckenlagen, deren radial angeordnete Kehlbalken sich nach Fig. 385 in die Doppelzangen der Hauptbinder setzen. Das ganze Dach ruht auf zwei ringförmig verlaufenden Mauerlatten. Zur Verbindung der Streben mit dem Kaiferstiel sind nur Zapfen, keine Verfatzen verwendet; die Binder sparren sind mit der Doppelzange durch Bolzen, die Streben mit den Doppelzangen aber nur durch starke eiserne Nägel verbunden. Um den Kaiferstiel sind die Doppelzangen einfach herumgeführt. Der Kaiferstiel ist  $30 \times 30$  cm stark; die Sparren sind unten  $25 \times 25$  cm, oben  $16 \times 16$  cm und die Stichbalken etwa  $30 \times 30$  cm stark.

Eine etwas andere, grundsätzlichen aber ähnliche Anordnung zeigen Fig. 386 bis 388<sup>187)</sup>, ebenfalls eine alte Construction.

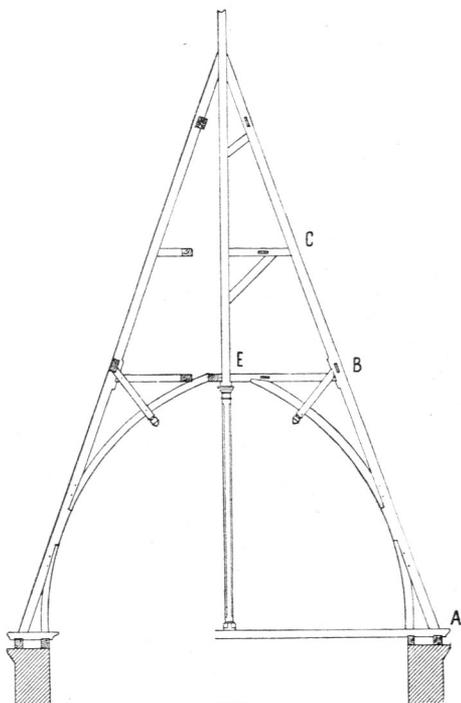
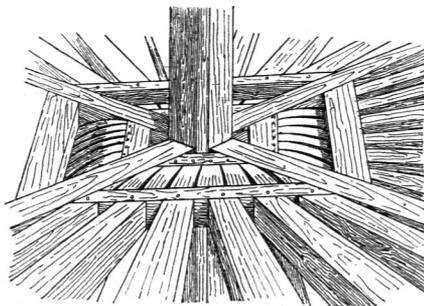
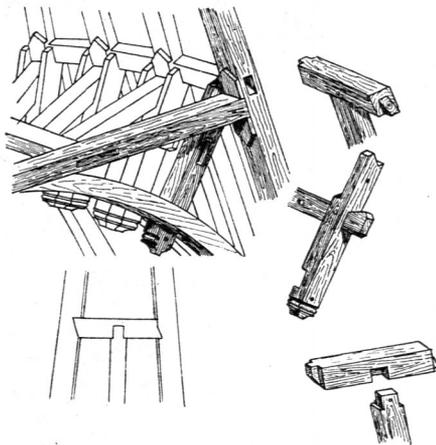
Auch dieses Kegeldach hat zwei sich im Kaiferstiel schneidende Binder, so wie Kehlbalckenlagen in verschiedenen Höhen. Die Stelle der Streben vertreten hier runde Kopfbänder; zwei Kehlbalckenlagen mit radialen Balken stützen die Sparren; bei beiden sind die Kehlbalken in Wechsel eingezapft, welche sich in die Binderbalken setzen. Außer den Binder sparren sind in jedem Kreisviertel 6 bis zur Spitze durchgehende Leer sparren und weitere 6 nur bis zur ersten Kehlbalckenlage reichende Leer sparren angeordnet; letztere sind in besondere, zwischen die durchgehenden Sparren eingefetzte Wechsel eingezapft. Nahe unter der Dachspitze, an welcher sich die Sparren vereinigen, finden sie eine Unterstützung in vier pfettenartigen Hölzern, die in die vier Binder sparren eingezapft sind, je eines in jedem Viertel. Auch die Leer sparren sind durch runde Kopfbänder gestützt, welche sich in besondere kurze Wechsel setzen, die in der Höhe der ersten Balkenlage angebracht sind.

186) Nach: Zeitschr. f. Bauw. 1893, Bl. 57.

187) Nach: VIOUET-LE-DUC. *Dictionnaire raisonné de l'architecture française* etc. Bd. 3. Paris 1859. S. 49 ff.

Fig. 386 zeigt im Grundrifs die in den Höhen *C*, *B*, *A* und nahe unter der Spitze genommenen Schnitte, je zu ein Viertel; Fig. 387 u. 388 geben die Punkte *E* und *B* scharbildlich.

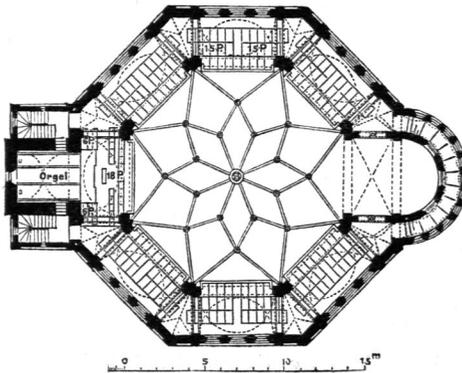
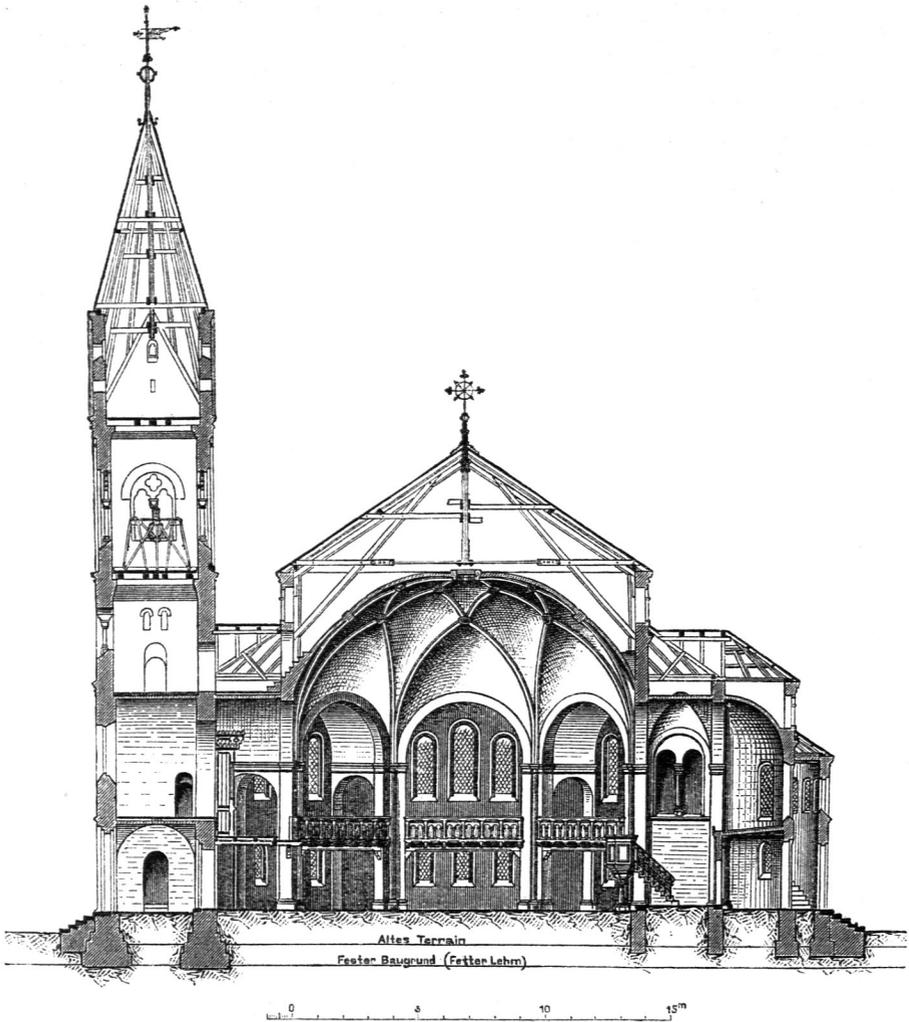
Es steht nichts im Wege, auch hier die Constructionstheile in die Dachfläche zu verlegen, das Kegeldach aus einer vielseitigen, etwa 12- oder 16- seitigen Pyramide zu entwickeln und in der von *Otzen* bei den achtseitigen Thurmpyramiden eingeführten Weise herzustellen.

Fig. 386<sup>187</sup>).Fig. 387<sup>187</sup>).Fig. 388<sup>187</sup>).

### b) Hölzerne flache Zeldächer.

Die flachen Zeldächer sind von den steilen Zeldächern oder Thurmdächern grundfätzlich nicht verschieden; auch bei ihnen schneiden sich die einzelnen Dachflächen in den fog. Graten und alle Gratlinien in einem Punkte, der Spitze. Dennoch empfiehlt es sich, die flachen Zeldächer besonders zu behandeln; die Constructions-

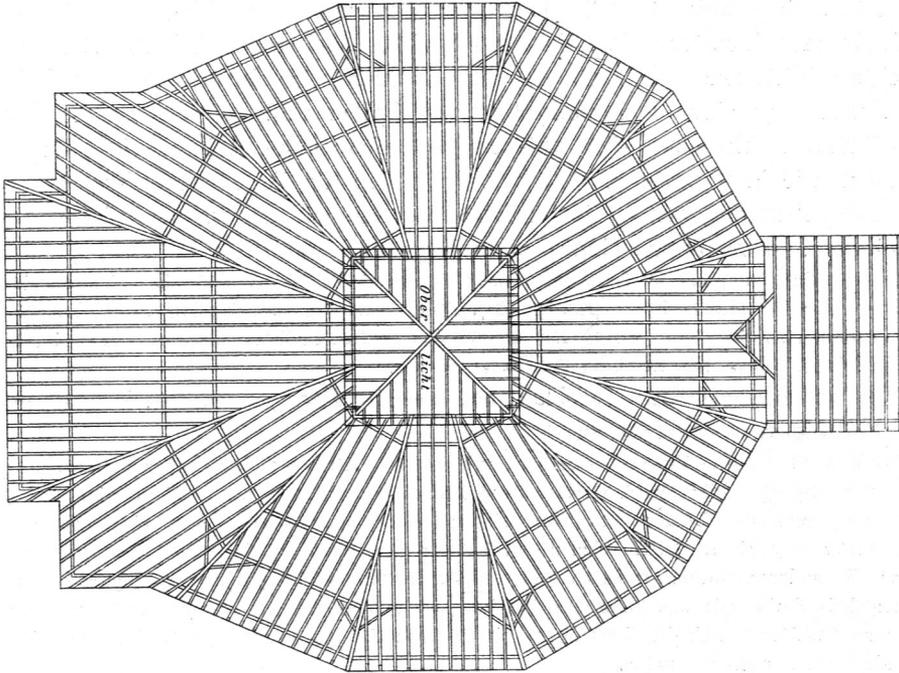
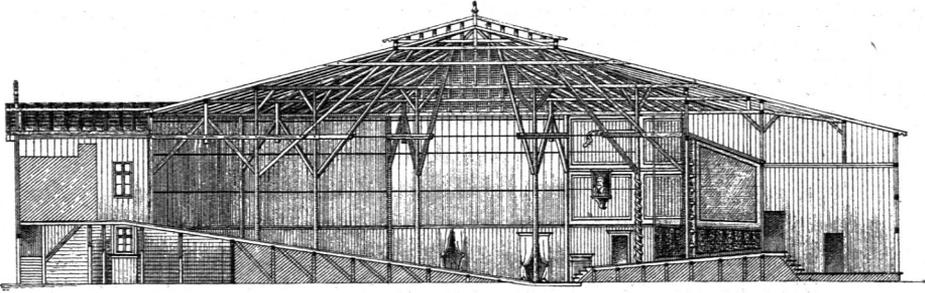
Fig. 389.

Von der Kirche zu Nietleben<sup>188)</sup>.

weise ist derjenigen der Thürme nicht ganz gleich, und die in Betracht kommenden Kräfte sind andere, als bei den Thurmdächern. Bei diesen spielt das Eigengewicht

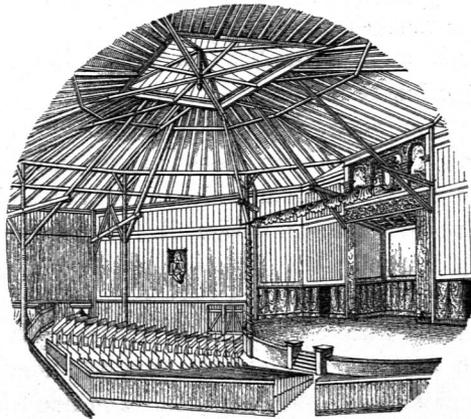
<sup>188)</sup> Facf.-Repr. nach: Centralbl. d. Bauverw. 1890, S. 218.

Fig. 390.



$\frac{1}{500}$  n. Gr.

Fig. 391.



Vom Luther-Festspielhaus zu Hannover<sup>189)</sup>.

<sup>189)</sup> Facf.-Repr. nach: Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1888, Bl. 26.

eine geringe und die Schneelast gar keine Rolle; dagegen ist der Wind sehr gefährlich. Gerade umgekehrt liegen die Verhältnisse bei den flachen Zeltdächern; der Sparrenschub bei den Thürmen ist verhältnißmäßig gering, hier ziemlich groß.

Im Folgenden sollen die Zeltdächer über einem geschlossenen Vieleck als ganze, diejenigen über dem Theile eines Vieleckes als halbe bezeichnet werden; die letzteren kommen vielfach bei Kirchen als Apfisdächer vor.

Die meist übliche Construction der flachen Zeltdächer weist unter jedem Grat einen Binder auf; diese tragen herumlaufende Pfetten und sind der Hauptsache nach, wie die gewöhnlichen Satteldachbinder, also für Kräfte in der Binderebene, stabile Fachwerke. Eine andere Constructionsweise verlegt alle tragenden Theile in die Dachhaut; diese Construction ist dem *Schwedler'schen* Kuppeldache nachgebildet.

134.  
Construction  
mit Bindern  
unter den  
Graten.

Befindet sich unter jedem Grat ein Binder, so schneiden sich alle Binder in der lothrechten Mittelaxe des Daches; die dadurch entstehende Schwierigkeit wird durch Anordnung einer Helmstange an der Spitze und von eisernen Ankern mit gemeinfamem Schloß an den unteren Durchschneidungsstellen oder durch Constructionsweisen, wie in Fig. 390 u. 392, beseitigt. Die für die einzelnen Binder erforderlichen Doppelzangen werden in verschiedene Höhen gelegt, so daß sie einander nicht hindern. Eine solche Construction zeigt Fig. 389<sup>188)</sup>.

Je zwei einander unter 90 Grad im Grundriß schneidende Binder sind als zusammengehörig behandelt. Die für die mittlere Pfette erforderlichen Zangen sind bei zwei Bindern unter, bei den beiden anderen Bindern über die Pfette gelegt. Die unteren Zangen sind in ihrem mittleren Theile durch eiserne Zugbänder ersetzt, welche sich in einem Schloß vereinigen.

Ein beachtenswerthes Zeltdach hat das in Fig. 390 u. 391<sup>189)</sup> dargestellte Luther-Festspielhaus zu Hannover.

Dasselbe, über einem Zwölfeck errichtet, ruht auf zwei Reihen concentrischer Stützen, so daß ein 6,80 m breiter Umgang gebildet wird, welcher als wirkames Widerlager dient. Zwei einander unter 90 Grad im Grundriß schneidende Binder unter den Diagonalen des quadratischen Dachlichtes sind als durchlaufende Binder angeordnet. Diese nehmen den Rahmen für das Dachlicht auf, gegen welchen Rahmen sich dann die anderen Gratbinder setzen (vergl. das Schaubild in Fig. 391). Ursprünglich sollten gegen den Seitenschub starke mit den äußersten Ständern fest verbundene Streben angebracht werden; später ersetzte man dieselben durch die Zugstangen, welche unter den Diagonalen des Dachlichtes, also in den Hauptbindern die Zangen verbinden.

Eine gute Construction ist das Dach über einem Locomotivschuppen, welches in Fig. 392<sup>191)</sup> vorgeführt ist.

Die Grundfigur ist ein regelmäßiges Zwölfeck; jeder einzelne Binder ist ein Auslegerträger; eine Laterne belastet die Enden der Ausleger.

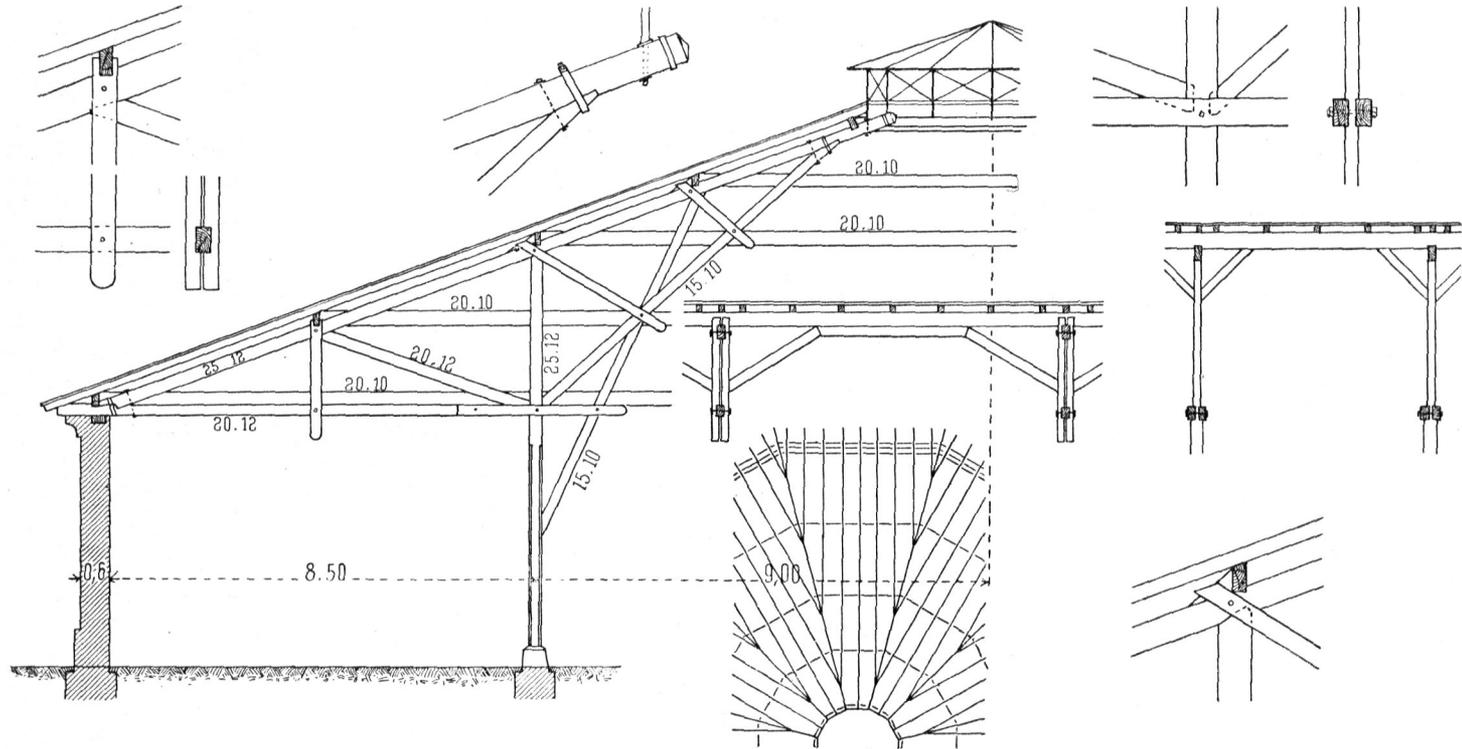
Es möge hier auch an das ähnlich construirte Dach des Theaters zu Mainz (siehe Fig. 285, S. 112) erinnert werden.

135.  
Construction  
nach  
*Schwedler'scher*  
Art.

Wird die Construction nach Art der *Schwedler'schen* Kuppeln durchgeführt, so liegen alle tragenden Theile in den Dachflächen; unter die Grate kommen die Gratparren und werden durch herumlaufende Ringe verbunden, die gleichzeitig als Pfetten dienen. Gegen die ungleichmäßige Belastung ordnet man in den Dachflächen liegende Schrägstäbe an. Die Berechnung dieser Construction ist in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Art. 456 bis 460, S. 427 u. ff.<sup>190)</sup> dieses »Handbuches« vorgeführt, worauf hier verwiesen wird. Die Sparren werden gedrückt; die Schrägstäbe in den Dachflächen werden stets als gekreuzte ausgeführt, können demnach sowohl als Zug-, wie als Druckdiagonalen ausgebildet werden. Von den Ringen erhält der Fußring stets Zugbeanspruchung; derselbe wird deshalb meist aus Eisen hergestellt. Wenn

<sup>190)</sup> 2. Aufl.: Art. 245 bis 249, S. 234 u. ff.

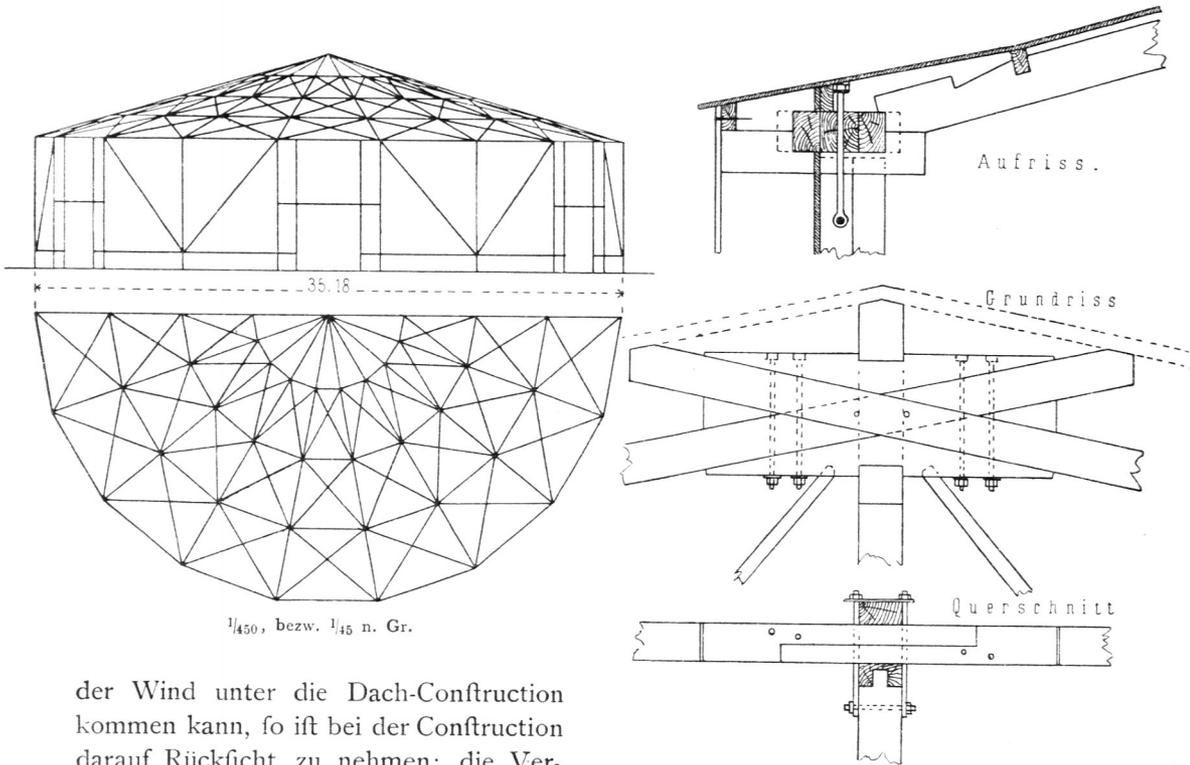
Fig. 392.



Von einem Locomotivschuppen der Verfailer Bahn (linkes Ufer<sup>191)</sup>).

$\frac{1}{150}$  n. Gr.

<sup>191)</sup> Nach: LACROIX, E. *La construction des ponts. 10 partie: Ponts en bois.* Paris. Bl. 11, 12.

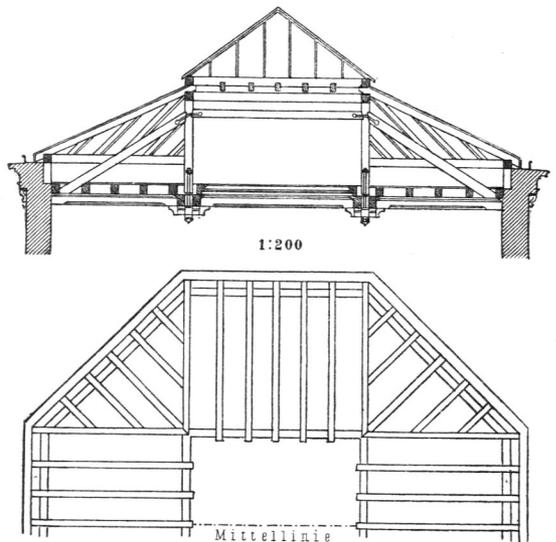
Fig. 393<sup>192)</sup>.

der Wind unter die Dach-Construction kommen kann, so ist bei der Construction darauf Rückficht zu nehmen; die Verbindungen sind dann so auszubilden, dafs sie den geringen resultirenden Zug übertragen können.

Ein Beispiel eines solchen Daches, bei welchem fast ausschliesslich Holz verwendet ist, zeigt Fig. 393<sup>192)</sup>, eine 18-eckige Scheune, entworfen von *Hacker*.

Ringe und Sparren sind nur durch Verzäpfungen mit einander verbunden, was zulässig ist, da an den Verbindungsstellen nur Druck übertragen zu werden braucht. Eigenartig ist die Ausbildung des Fufsringses, der ganz aus Holz hergestellt ist. Rechnungsmässig findet in demselben ein Zug von 64400 kg statt; die in einer Ecke zusammentreffenden Ringstücke sind je zur Hälfte überblattet, können also einen der halben Holzstärke entsprechenden Zug übertragen (dabei sind die überstehenden Enden so lang gehalten, dafs genügende Sicherheit gegen Abscheren verbleibt); ausserdem sind seitliche Lafchen angebracht, um den Rest des Zuges zu übertragen. Ringstücke und Lafchen werden von einem aus zwei Hölzern gebildeten Schlofs umfaßt. Das

Fig. 394.



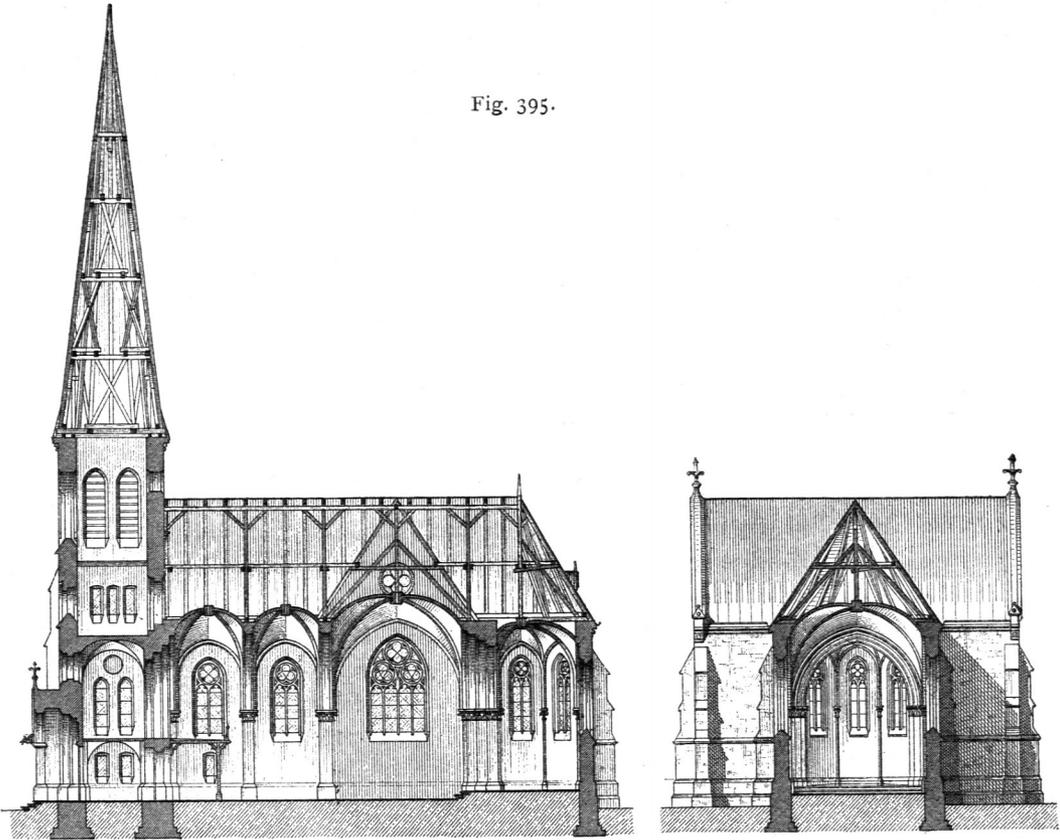
Vom pathologischen Institut zu Halle a. S.<sup>193)</sup>.

1/200 n. Gr.

<sup>192)</sup> Nach: Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1888, S. 134.

<sup>193)</sup> Nach: Centralbl. d. Bauverw. 1881, S. 210, 219.

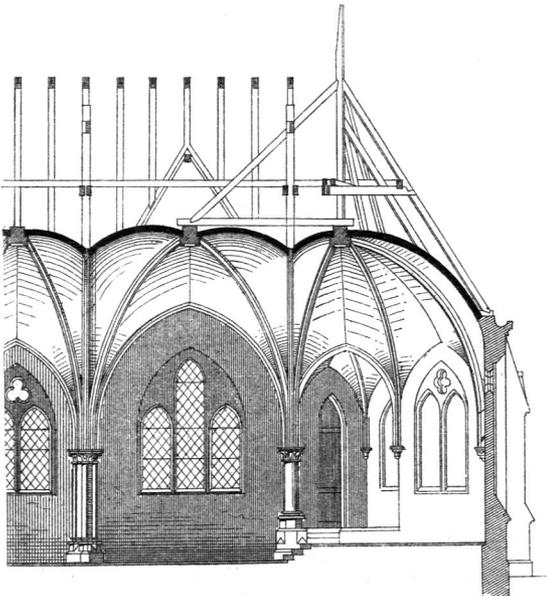
Fig. 395.



Von der Kirche zu Neuenkirchen<sup>194)</sup>.

$\frac{1}{200}$  n. Gr.

Fig. 396.



Von der Kirche zu Aßfeld<sup>195)</sup>.

$\frac{1}{200}$  n. Gr.

untere Holz nimmt das obere Ende des doppelten Eckstiels und die Wandstreben, das obere den Sparren mit Hakenblatt auf. Die Sparren tragen herumlaufende Pfetten, deren Oberfläche höher liegt, als diejenige der Sparren. Die Sparrenstärke beträgt am Fuß  $26 \times 26$  cm und am Firt  $14 \times 14$  cm.

Man kann beim achteckigen Zeldach die Schwierigkeit des Zusammenschneidens aller Binder in einer Linie dadurch vermeiden, daß man in der durch Fig. 394<sup>193)</sup> vorgeführten Weise zwei parallele Binder im angemessenen Abstände anordnet, welche die ganze Construction tragen. Im vorgeführten Beispiel tragen die beiden Hängewerke eine im Quadrat herumlaufende Pfette, auf welche sich die Sparren der im

<sup>194)</sup> Facf.-Repr. nach: Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1891, Bl. 21.

<sup>195)</sup> Facf.-Repr. nach ebendaf., 1875, Bl. 625.

Grundrifs entstehenden vier Rechteckfelder legen; diejenigen der dreieckigen Grundrifsfelder schiften sich gegen die äussersten Seitenparren der Rechteckfelder. Der mittlere quadratische Theil in Fig. 394 ist durch ein Dachlicht überdeckt.

136.  
Halbe  
Zeltdächer.

Halbe Zeltdächer werden wie gewöhnliche Zeltdächer behandelt; besondere Sorgfalt ist dem Anfallspunkte zu widmen, in welchem die Grate einander schneiden. Man ordnet hier zweckmäfsig einen ganzen Binder an und construiert, wie bei den Walmdächern gezeigt ist. Der Anfallspunkt erhält eine Helmftange; die Zuganker vereinigt man in einem Schlofs, von welchem aus die resultirende wagrechte Kraft weiter nach festen Punkten geführt werden mufs (siehe Fig. 395<sup>194</sup>).

Man hat auch den von den Gratbindern auf die Helmftange ausgeübten Schub durch eine Strebe und Schwelle in der Mittelaxe der Kirche aufgehoben (Fig. 396<sup>195</sup>). Die Schwelle ist auf die Schlufssteine der beiden letzten Gewölbe gelegt.

Ferner wird auch auf die Tafel bei S. 197 hingewiesen.

### c) Kuppeldächer.

137.  
Allgemeines.

Die Kuppeldächer sind Zeltdächer, deren Dachlinie eine krumme Linie ist; sie werden über kreisförmiger, elliptischer oder vieleckiger Grundfläche aufgebaut. Auch über dem Theile eines Kreifes, einer Ellipse oder eines Vieleckes erbaut man Kuppeldächer und erhält so bezw. eine halbe, Drittel-, Viertelkuppel. Fast stets hat das Kuppeldach in seiner Mitte eine fog. Laterne, die oft als Thurm ausgebildet ist und von der Dach-Construction getragen wird. Wichtig ist, dafs man den vom Kuppeldach umschlossenen inneren Raum möglichst frei von Constructionstheilen hält, sei es, weil die Construction von unten sichtbar bleibt und die architektonische Wirkung durch die kreuz- und querlaufenden Stäbe gestört werden würde, sei es, weil man den Raum in der Kuppel ausnutzen will. Wenn die Holzkuppel als Schutzkuppel für eine gemauerte innere Kuppel dient, so läfst man die innere Kuppel möglichst in den freien Kuppelraum hineinreichen und kann dann nicht gut durchgehende Hölzer anbringen. Es ist ferner nicht zweckmäfsig, das Kuppeldach auf die innere gemauerte Kuppel zu stützen, und so bietet sich für das Kuppeldach nur die ringsum laufende Mauer zur Anordnung der Auflager. Die Aufgabe ist demnach hier, eine Construction als stabiles, räumliches Fachwerk herzustellen, welche nur auf der Umfangsmauer Auflager findet und im Inneren einen möglichst freien Raum läfst.

138.  
Construction.

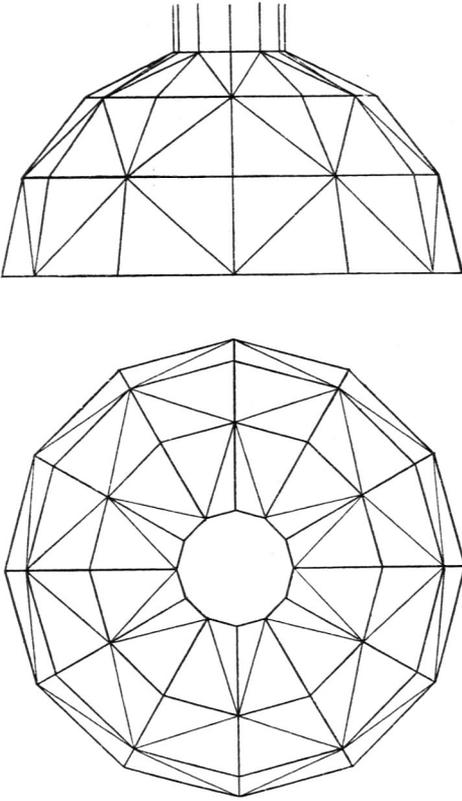
Die Bedingungen der Stabilität beim räumlichen Fachwerk sind in Art. 118 (S. 145) unterfucht; dieselben haben auch hier Geltung; die neuere Constructionsweise construiert die Kuppeldächer nach den dort entwickelten Bedingungen.

Bei der älteren Constructionsart stellte man eine gröfsere Zahl von Bindern radial auf; diese Anordnung, bei welcher der innere Kuppelraum stark verbaut wird, ist heute fast ganz zu Gunsten derjenigen verlassen, bei welcher alle tragenden Theile in die Dachfläche verlegt werden; die letztere Constructionsweise ist von *Schwedler* für die eisernen Kuppeln erfunden und für diese vielfach ausgeführt; sie eignet sich auch für Holzkuppeln. Gewöhnlich ersetzt man die stetig gekrümmte Kuppelfläche (die Rotationsfläche) durch ein dieser Fläche eingeschriebenes Vieleck mit Kanten unter den Graten und den Ringen der Kuppel.

Die äusseren auf die Kuppel wirkenden Kräfte (Belastungen) und die Berechnung sind in Theil I, Band 1, zweite Hälfte dieses »Handbuches« entwickelt.

Nach den Unterfuchungen in Art. 118 (S. 145) erhält man ein statisch bestimmtes, räumliches Fachwerk folgendermassen. Man wähle als Zahl der Auflager

Fig. 397.



eine gerade Zahl, mache die Hälfte der Auflager fest (Punktlager), die andere Hälfte frei in der Auflagerebene beweglich (Ebenenlager), verbinde jedes bewegliche Lager mit zwei festen Lagern durch Stäbe, ordne die Gratsparren, so wie die der Grundfigur ähnlichen, in verschiedenen Höhen liegenden Ringe an, und verfehe jedes Seitenfeld mit einer Diagonale. Das entstehende räumliche Fachwerk ist, falls oben ein Laternenring liegt, statisch bestimmt. Bei der in Fig. 397 dargestellten Kuppel über einer zwölfseitigen Grundfigur sind 6 Punktlager und 6 Ebenenlager vorhanden; mithin ist die Zahl der Auflagerunbekannten  $n = 3 \cdot 6 + 6 = 24$ . Es muß also, falls  $k$  die Zahl der Knotenpunkte bedeutet, die Zahl der Stäbe  $s = 3k - n = 3k - 24$  sein. Die Zahl der Knotenpunkte ist  $k = 4 \cdot 12 = 48$ ; also muß  $s = 3 \cdot 48 - 24 = 120$  sein. In der That ist  $s = 10 \cdot 12 = 120$ . Da nun außerdem jeder Knotenpunkt durch Aufbau von den Auflagern aus stets dadurch im Raume fest gelegt ist, daß er mit drei festen, nicht mit ihm in einer Ebene liegenden Punkten verbunden ist, so ist das Fachwerk statisch bestimmt.

Die in den Seitenfeldern liegenden Diagonalen haben Zug und Druck zu erleiden; will man, daß dieselben nur Zug oder nur Druck erhalten, so ordne man in jedem Felde gekreuzte Diagonalen an; dieselben können sowohl als Zugdiagonalen aus Eisen, wie als Druckdiagonalen aus Holz hergestellt werden. Der oberste Ring, der Laternenring, erhält stets Druck, und wird, wie die übrigen Ringe, aus Holz ausgeführt; den Fußring, welcher die Ebenen- und Punktlager mit einander verbindet und nicht unbedeutenden Zug zu erleiden hat, bildet man zweckmäßig aus Eisen.

Wegen der Einzelausbildung der Knotenpunkte kann auf diejenige hingewiesen werden, welche in Art. 130 (S. 170) bei den *Otzen'schen* Thurmdächern vorgeführt ist; die Knotenpunkte können hier ganz ähnlich angebildet werden, wobei sich Zuhilfenahme von Eisen empfiehlt.

Auf die unter den Graten angeordneten Kuppelsparren, welche die Stelle der Binder vertreten, kommen ringsherum laufende Pfetten für die Dachschalung. Wenn die freie Länge der Pfetten in den unteren Feldern zu groß wird, so kann man sie durch zwischengesetzte Kuppelsparren unterstützen, wodurch die Seitenzahl der Grundfigur vergrößert wird. Diese zwischengesetzten Sparren brauchen nicht bis zum Laternenring zu reichen.

Es liegt nahe, die Kuppelsparren als gekrümmte Bohlenparren herzustellen, wie in Art. 105 (S. 132) für Satteldächer vorgeführt wurde. Dadurch erhält man die Dachform in natürlichster Weise. Man kann die Gratparren der Kuppel aus hochkantigen Bohlen ausbilden, durch Pfetten als Ringe verbinden und mit Diago-

Fig. 398.

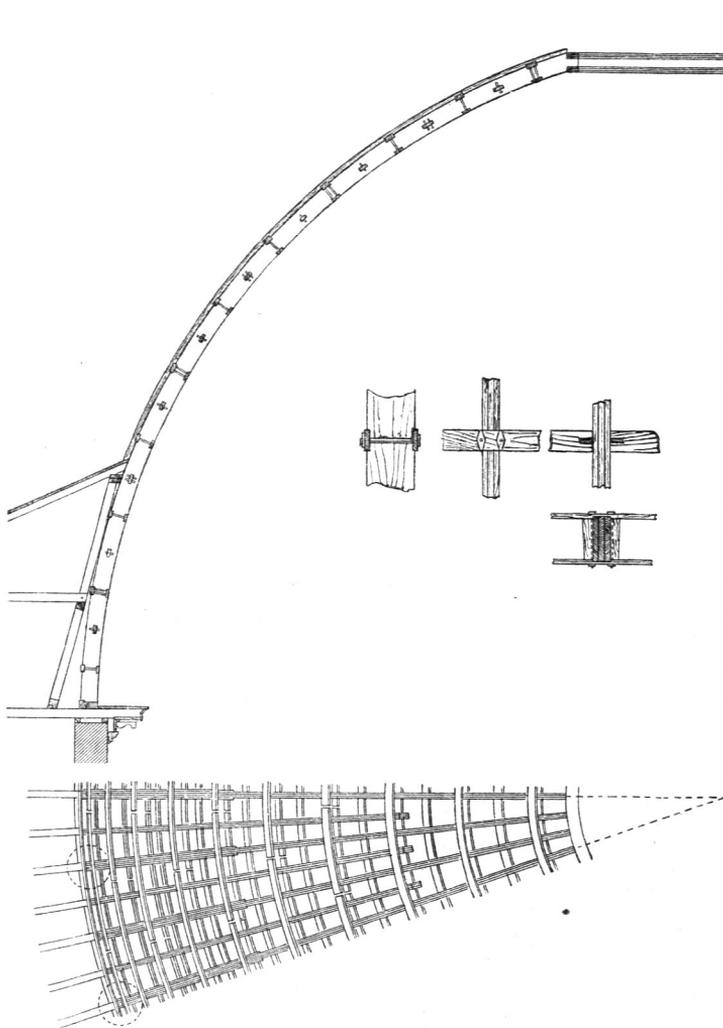
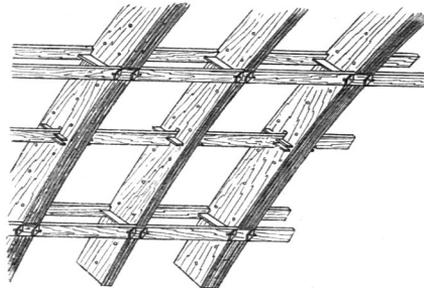
 $\frac{1}{200}$  n. Gr.

Fig. 399.

 $\frac{1}{100}$  n. Gr.Von der katholischen Kirche zu Darmstadt <sup>196)</sup>.

<sup>196)</sup> Nach: MOLLER, a. a. O., Heft I.

nalen in allen Seitenfeldern versehen; dann erhält man das vorstehend beschriebene Kuppelgerippe. Man kann auch die Bohlengefäße so nahe an einander stellen, daß auf ihnen ohne Weiteres die Schalung, welche dann die Diagonalen ersetzt, angebracht werden kann. Eine solche Kuppel ist die von *Moller* entworfene und

ausgeführte Kuppel der katholischen Kirche zu Darmstadt (Fig. 398<sup>196</sup>), welche, zweckmäßig und wohl überlegt erdacht, vielfach als Vorbild gedient hat und weit bekannt geworden ist.

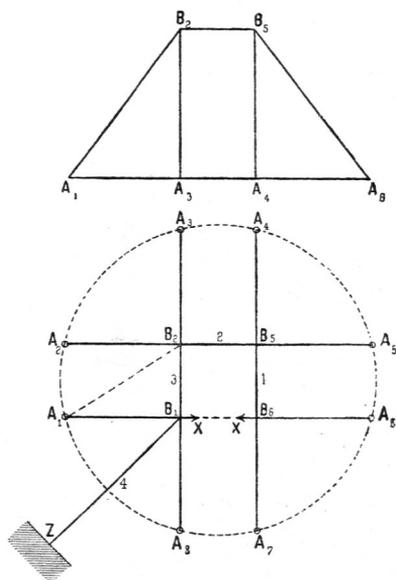
Sie überspannt einen Grundkreis von 33,50 m Durchmesser, besteht aus 56 radial gestellten Bohlenparren, welche sich oben gegen einen gleichfalls aus Bohlen hergestellten Laternenring lehnen und unten auf einen gemeinsamen Fußsring setzen. Zwischen je zwei dieser Hauptparren ist ein weiterer angeordnet, der aber nicht bis zum Laternenring hinauf reicht. Die Sparren werden durch herumlaufende Ringe — von *Moller* Gurtbänder genannt — mit einander verbunden, welche Ringe 2,125 m von einander entfernt sind. Außer diesen laufen auch Querriegel rings um die Kuppel, alle Bohlenbogen mit einander verbindend; je ein Querriegel liegt zwischen zwei Gurtbändern. Endlich ist noch, etwa in ein Drittel der Höhe über der Auflagerebene, ein herumlaufender Ring aus zwei über einander liegenden Hölzern angeordnet, welcher durch schief gestellte Pfosten gestützt wird und für das äußere Dach als Pfette dient; dieser Ring soll eine wagrechte Verschiebung der ganzen Kuppel verhüten. Diagonalen sind nicht angebracht; ihre Stelle vertritt wohl die Schalung. Die Bohlenbogen bestehen im unteren Theile

aus 5 und im oberen Theile aus 3 hochkantigen Bohlenlagen, jede 5 cm stark und 38 cm breit; sie sind aus 1,60 m langen Bohlenstücken zusammengesetzt; die Zwischensparren haben nur je drei Bohlenlagen. Die Gurtbänder sind aus jungem, geriffenem Eichenholz, 10 cm hoch, 25 cm stark und laufen außen und innen um die ganze Kuppel herum. Die Verbindung derselben mit den Bohlenparren ist in Fig. 399 dargestellt, eben so die der Querriegel, welche aus 12 cm hohen Bohlen gebildet sind und durch die Bohlenbogen hindurchgehen. Besonders gefürchtet wurde bei der Herstellung dieser Kuppel das ungleiche Setzen und Senken einzelner Bohlenparren, da bei der großen Länge der Sparren eine große Zahl von Stofsugen vorhanden ist. Deshalb wurden die Gurtbänder mit ihrer halben Stärke in die Bohlenparren eingelassen, so daß sie mit der hohen Seite tragen; dadurch sollte verhindert werden, daß die ungleichmäßigen Senkungen sich nach oben oder unten fortsetzten. Wegen weiterer Einzelheiten wird auf die unten erwähnte Quelle<sup>196</sup>) verwiesen.

Unter Umständen kann auch die Anordnung mit radialen Bindern empfehlenswerth sein; nur muß man Sorge tragen, daß das entstehende Fachwerk stabil ist. Die zwei nachstehend beschriebenen Constructionen bieten keine stabilen Fachwerke, worauf hier besonders hingewiesen wird.

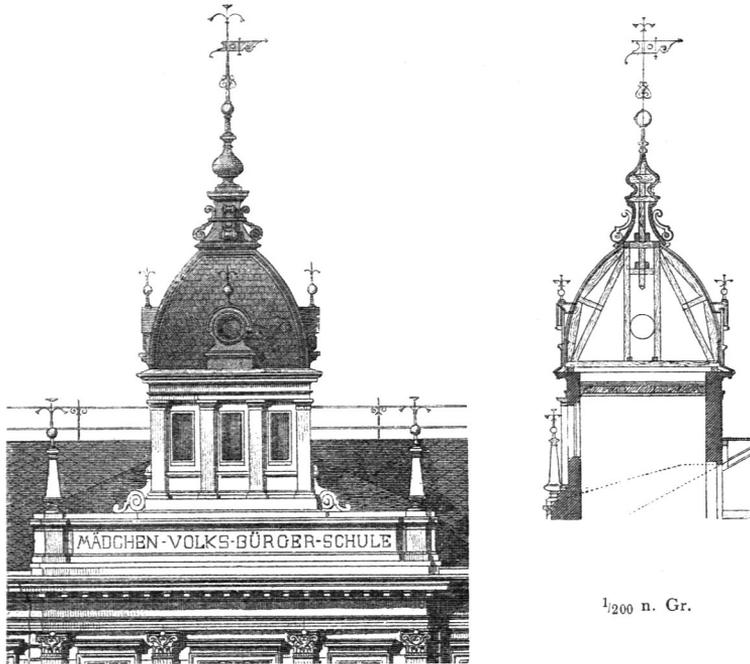
140.  
Aeltere Kuppel-  
Construction.

Fig. 401.



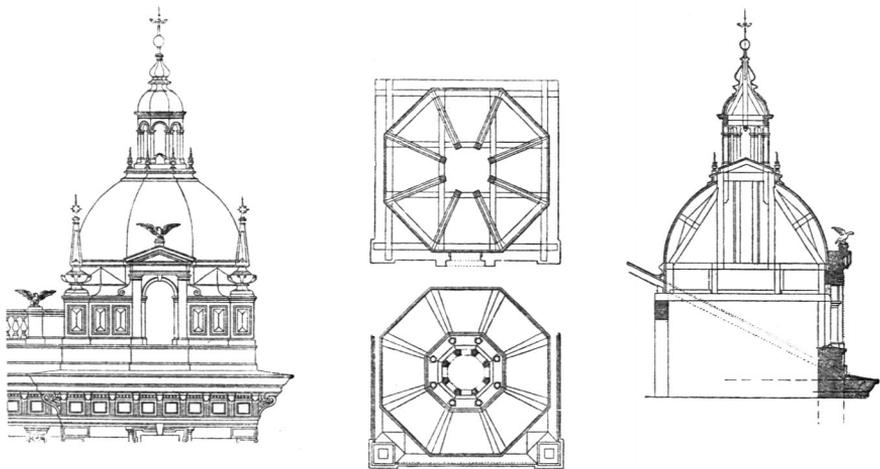
Zwei in lothrechten, einander unter 90 Grad schneidenden Ebenen liegende Fachwerke  $A_1 C A_3$  und  $A_2 C A_4$  (Fig. 400) stützen sich auf die vier festen Auflager  $A_1$ ,

Fig. 402.

Von der Mädchen-Volkschule zu Neutitschein<sup>197)</sup>.

$A_2, A_3, A_4$ . Punkt  $C$  ist durch Verbindung mit  $A_1, A_2, A_3$  und  $A_4$  gleichfalls im Raume fest gelegt, und zwar mit einem Stabe mehr, als nöthig wäre. Fügt man nun  $B_1, B_2, B_3, B_4$  hinzu, indem man diese Punkte je mit  $C$  und dem betreffenden Auflagerpunkte  $A$  verbindet, und die Stäbe  $B_1, B_2, B_3, B_4$  anbringt, so wäre zu untersuchen, ob dieses Fachwerk stabil ist. Wäre dies der Fall, so könnte man

Fig. 403.

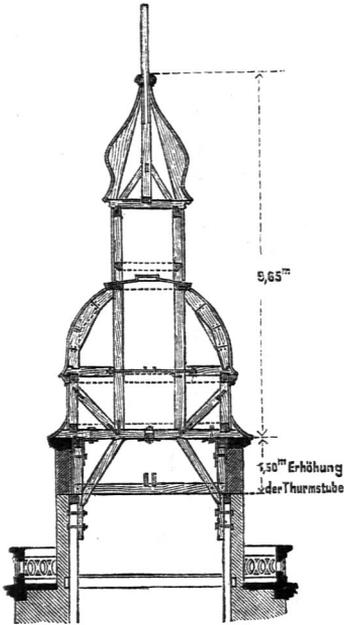
Von einem Wohnhaus zu Wien<sup>198)</sup>.

1/200 n. Gr.

<sup>197)</sup> Facf.-Repr. nach: Allg. Bauz. 1889, Bl. 27.

<sup>198)</sup> Facf.-Repr. nach ebendaf., 1883, Bl. 65.

Fig. 404.



Vom Rathaus zu Münsterberg<sup>199)</sup>.

$\frac{1}{200}$  n. Gr.

weiter darauf aufbauen, insbesondere zwischen die Hauptbinder Zwischenbinder setzen, welche sich gegen die Hölzer  $B_1 B_2$ ,  $B_2 B_3$ ,  $B_3 B_4$ ,  $B_4 B_1$  lehnen.

Die Zahl der Auflagerunbekannten ist  $n = 3 \cdot 4 = 12$ , die Zahl der Knotenpunkte  $k = 9$ ; es muß also die Zahl der Stäbe  $s = 3 \cdot 9 - 12 = 15$  sein. Vorhanden sind 16 Stäbe, und da  $C$  durch einen Stab zu viel mit den Auflagern verbunden ist, so wäre demnach Stabilität möglich.

Baut man von unten auf, indem man die Auflager  $A$  und Punkt  $C$  als fest ansieht, so verbinden wir  $B_1$  mit  $A_1$ ,  $C$  und  $Z$  (der Verbindungsstab  $B_1 Z$  ist ein nachher fortzulassender Ergänzungsstab); Punkt  $B_2$  wird mit  $A_2$ ,  $C$ ,  $B_1$ , Punkt  $B_3$  mit  $A_3$ ,  $C$ ,  $B_2$ , Punkt  $B_4$  mit  $A_4$ ,  $C$ ,  $B_3$  verbunden. Es fragt sich, ob Stab  $B_1 Z$  durch  $B_1 B_4$  ersetzt werden kann. Wirkt in der Richtung  $B_4 B_1$  in den Punkten  $B_1$  und  $B_4$  je  $X$ , so erhält man leicht als Spannungen in den Stäben 1, 2, 3 . . .

$$S_1' = -2 X \sin 45^\circ, S_2' = +X = S_3' = S_5',$$

$$S_4' = -2 X \sin 45^\circ, S_8 = 0.$$

Stab  $B_1 B_4$  kann also Stab  $B_1 Z$  nicht ersetzen (siehe Art. 120, S. 150); die Construction ist nicht stabil. Man kann also auf dieser Grundlage nicht weiter aufbauen.

Man hat wohl im Grundriss vier einander unter 90 Grad kreuzende Hängewerke, deren je zwei parallel sind, angeordnet (Fig. 401); in den Schnittpunkten derselben sind die Hängefäulen, welche unter Umständen als Laternen-, bzw. Dachreiter-

pfeften weiter geführt werden.

Verfährt man hier so, wie so eben gezeigt, und führt  $B_1 Z$  als Ergänzungsstab ein, so erhält man, wenn in den Punkten  $B_1$ , bzw.  $B_6$  je  $X$  als Zug in der Richtung  $B_1 B_6$  wirkt,

$$S_1 = -X, S_2 = +X, S_3 = -X, S_4 = 0.$$

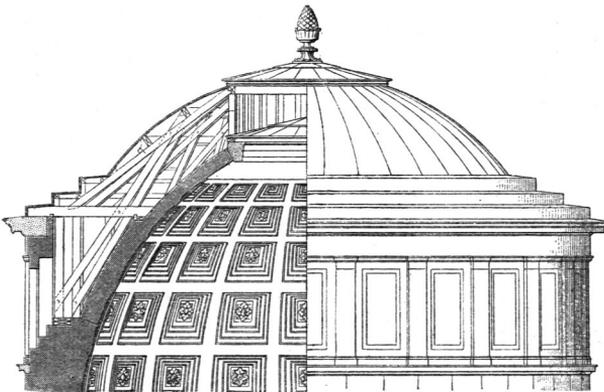
Auch dieses Fachwerk ist also eigentlich unbrauchbar. Dennoch kann man es ausführen, wenn die Abmessungen kleine oder mittlere sind und die Kuppel verschalt wird. Man sieht nämlich leicht, daß das räumliche Fachwerk sofort stabil wird, wenn man die Diagonale  $A_1 B_2$  einzieht; denn dann wird Punkt  $B_2$  durch Verbindung mit  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  räumlich bestimmt, eben so Punkt  $B_5$  durch Verbindung mit  $B_2$ ,  $A_4$ ,  $A_5$ , Punkt  $B_6$  mit  $B_5$ ,  $A_6$ ,  $A_7$  und Punkt  $B_1$  mit  $B_6$ ,  $A_8$ ,  $A_1$ . Die Diagonale wird aber durch die Schalung vollständig ersetzt.

Eine in dieser Weise construirte Kuppel zeigt Fig. 402<sup>197)</sup>.

Den günstigen Einfluss der Schalung kann man auch bei der in Fig. 403<sup>198)</sup> dargestellten Construction mit in Rechnung ziehen.

Acht radiale Halbbinder setzen sich gegen die durch einen im Grundriss achteckigen Laternenring mit einander verbundenen Pfeften. Wenn in den Seitenflächen der Kuppel Diago-

Fig. 405.



Vom Badehaus zu Oeynhaufen<sup>200)</sup>.

$\frac{1}{150}$  n. Gr.

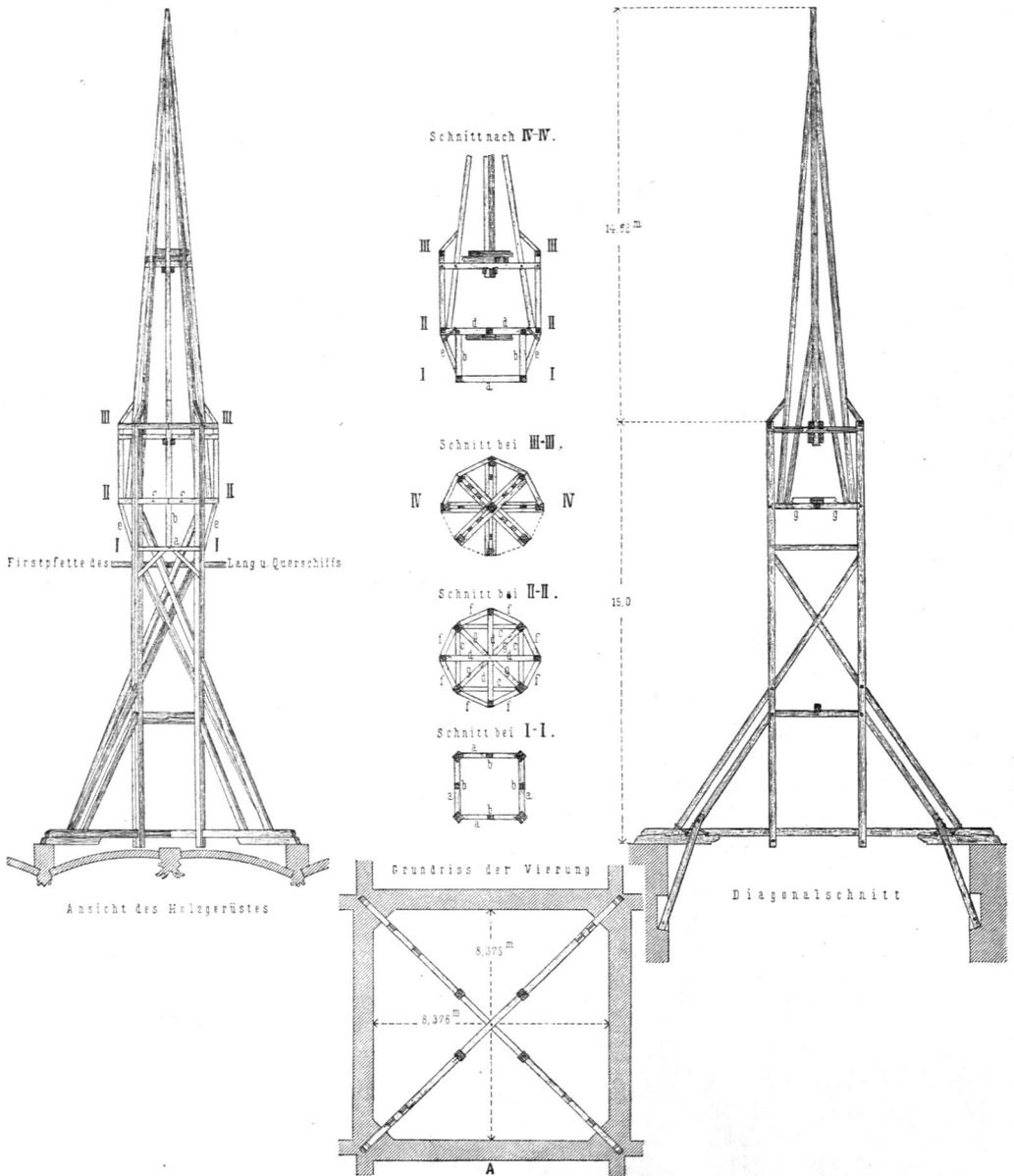
<sup>199)</sup> Facf.-Repr. nach: Centralbl. d. Bauverw. 1891, S. 131.

<sup>200)</sup> Facf.-Repr. nach: Zeitschr. f. Bauw. 1858, Bl. 23.

nalen wären, so würde das Fachwerk (als Flechtwerk) stabil sein; die Schalung vertritt die Stelle der Diagonalen.

Ähnlich ist die Anordnung in Fig. 404<sup>199)</sup>.

Fig. 406.



Von der Weißgerberkirche zu Wien<sup>201)</sup>.

$\frac{1}{270}$  n. Gr.

Dieselbe zeigt ein kuppelartiges Thurmdach für kleine Weiten über achteckigem Grundriss. Es scheint, daß die ganze Construction auf zwei einander unter 90 Grad schneidenden Balken ruht, in welche sich Wechsel unter 45 Grad fetzen, die dann die über Ecke gelegten Stichbalken aufnehmen.

<sup>201)</sup> Nach: WIST, J. Studien über ausgeführte Wiener Bau-Constructionen. Wien 1872. Bd. I, Bl. 20, 21.

Auf diese 8 radial liegenden Balken sind die 8 Stiele aufgesetzt, welche oben einen Laternenring tragen; gegen diesen, bezw. die Stiele setzen sich die Kuppelstiele.

Sehr einfach wird die Construction, wenn es zulässig ist, die Holzkuppel auf die innere, gemauerte Kuppel zu stützen. Eine solche ohne Weiteres leicht verständliche Anordnung zeigt Fig. 405<sup>200)</sup>.

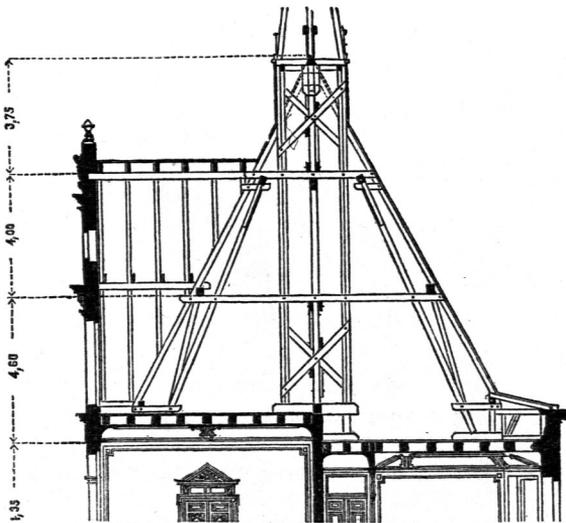
Am Widerlager der Kuppel stehen auf einer Holzschwelle Stiele, die an ihrem oberen Ende wagrechte Zangen tragen; die Zangen finden ein zweites Auflager auf dem Kuppelmauerwerk; sie nehmen die tragenden Sparren auf, welche sich oben in einen Laternenring setzen, der gleichfalls vom Kuppelmauerwerk getragen wird.

#### d) Dachreiter.

Die Dachreiter sind Thürme von gewöhnlich kleinen Abmessungen, welche sowohl auf einfachen Satteldächern, wie besonders bei Kirchen, gern an der Schnittstelle des Lang- und Quer Schiffes, also über der Vierung angeordnet werden; auch als Schmuck von flachen Zeldächern und Kuppeldächern kommen Dachreiter vielfach zur Anwendung. Sie haben meistens zunächst über der Dachfläche einen lothrechten, vier- oder achtseitigen Theil, über welchem dann der pyramidale Theil, der eigentliche Thurm folgt. Damit die auf den Dachreiter wirkenden Kräfte sicher in das stützende Mauerwerk geführt werden, setze man die Dachreiter auf genügend starke Constructions, z. B. auf die Dachbalkenlage oder Hängewerke u. dergl. Wenn der im Inneren des Daches befindliche Theil der Construction vier Stiele hat, aus denen oberhalb des Dachfirstes der Uebergang in das Achteck erfolgt, so kann man diese Stiele entweder in die Firstlinie, bezw. in die beiden sich kreuzenden Firstlinien legen oder zwischen dieselben anordnen; für beide Lagen sind weiterhin Beispiele vorgeführt. Zur Erläuterung der Construction der Dachreiter dienen Fig. 406 bis 411.

141.  
Zweck  
und  
Construction.

Fig. 407.



Vom Bankgebäude des Sparcassenvereins zu Danzig<sup>202)</sup>.

<sup>1/250</sup> n. Gr.

Fig. 406<sup>201)</sup> zeigt den Dachreiter von der Weißgerberkirche zu Wien.

Derselbe ist über der Vierung errichtet, ruht vermittels vier Doppelpfosten auf Balken, welche in den lothrechten Diagonalebene der Vierung verlegt sind. Die Doppelpfosten sind in den beiden Diagonalebene vermittels mehrfacher Hängewerke kräftig verstrebt, deren Streben zwischen den Doppelpfosten durchgehen. Die Lage der Firstpfetten der anschließenden Dächer ist in Fig. 406 angegeben. Beachtenswerth ist auch die Ueberführung aus dem Viereck der Pfosten in das Achteck. Bei I—I ist das Gerüst noch vierseitig; dort sind zwischen die Doppelpfosten Balken *a* eingezapft, welche die in den vier Seitenebenen befindlichen Pfosten *b* tragen. Bei II—II sind in denselben Seitenebenen die Balken *c* angebracht, welche die Querbalken *d* tragen; diese reichen über die Seitenebenen so weit hinaus, wie es die Achteckform bedingt, und sind durch Kopfbänder *e* gegen die Balken in der Höhe I—I abgestützt. Randhölzer *f* verbinden die

<sup>202)</sup> Facs.-Repr. nach: Centralbl. d. Bauverw. 1886, S. 500.

Balken *d* mit den Doppelstielen. Auf das so gebildete Achteck baut sich nunmehr der Thurm mit einem lothrechten und einem pyramidenförmigen Theile weiter auf. In der Höhe *II—II* sind zwischen den Doppelstielen diagonal laufende Balken *g* angebracht, welche die Streben für den Kaiserstiel aufnehmen.

In Fig. 407<sup>202)</sup> ragt der Dachreiter aus dem Langdach an einer Stelle hervor, an welcher etwas weiter unten ein Querdach einschneidet. Die vier Pfoften des Dachreiters stehen hier in den lothrechten Ebenen der betreffenden Firspfeften.

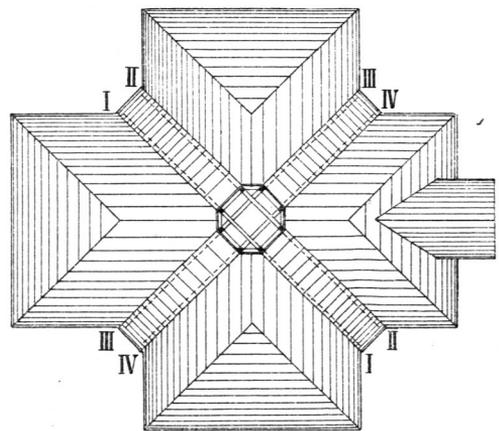
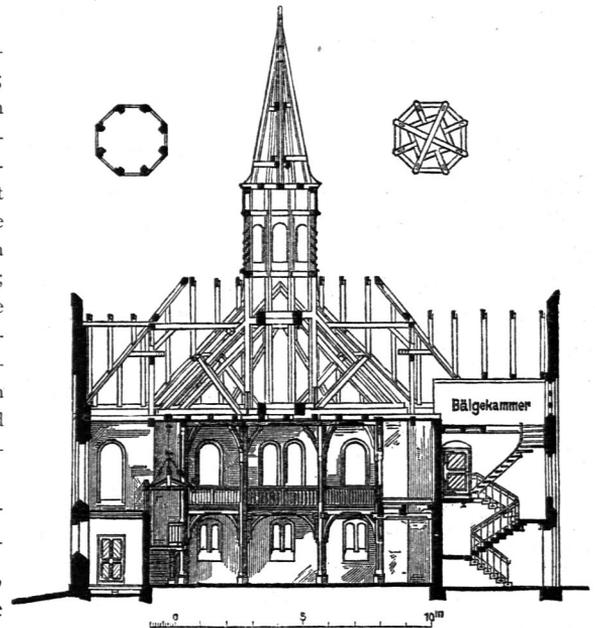
Auch hier ist die Construction des Dachreiters bis zur Dachbalkenlage hinabgeführt; die vier Pfoften sind auf kräftige Schwellen in dieser Balkenlage gestellt. Je zwei sich gegenüber stehende Stiele sind mit einander gut verkreuzt. An das Gerüst des Dachreiters schließt sich das Satteldach an. Die in die lothrechte Mittelebene des Dachreiters fallenden Sparren des Satteldaches setzen sich gegen die Pfoften; der eine dieser Sparren nimmt dann noch die Kehlsparrn auf. Die Firspfefte des Querdaches setzt sich beim Dachreiter als Doppelzange fort, welche die Pfoften und Sparren umfaßt. Die Unterstützung der Pfeften und Sparren des Hauptdaches ist aus Fig. 407 vollständig ersichtlich.

Eine eigenartige und gute Anordnung ist durch Fig. 408<sup>203)</sup> veranschaulicht. Die Last des Daches, einschließlic des Dachreiters, sollte auf die Seitenmauern gebracht und von den Mittelstützen fern gehalten werden. Der über der Kirchenmitte sich erhebende Dachreiter ist achteitig; an die unter 45 Grad liegenden Seiten des Achteckes setzen sich im Grundriß entsprechende Dachflächen.

Der Dachreiter weist 8 Eckstiele auf; Dach und Dachreiter werden durch vier Hängewerke (*I—I*, *II—II*, *III—III*, *IV—IV*) getragen; die Hängewerke liegen in den Richtungen der Diagonalen des grundlegenden Viereckes; die 8 Stiele des Dachreiters dienen als Hängefäulen der Hängewerke; die Spannriegel und Zugbalken der Hängewerke sind in etwas verschiedene Höhen gelegt, so daß sie einander nicht im Wege stehen. Für die Pfeften sind noch besondere Gegenstreben angebracht; die Pfeften nehmen auch die Kehlsparrn auf. gefstellt.

Fig. 409<sup>204)</sup> stellt einen achteitigen Dachreiter auf flachem achteitigem Zelt-dach dar.

Fig. 408.

Von der evangelischen Kirche zu Kupp<sup>203)</sup>.

Auch hier ist die Anordnung durch die Abbildung klar

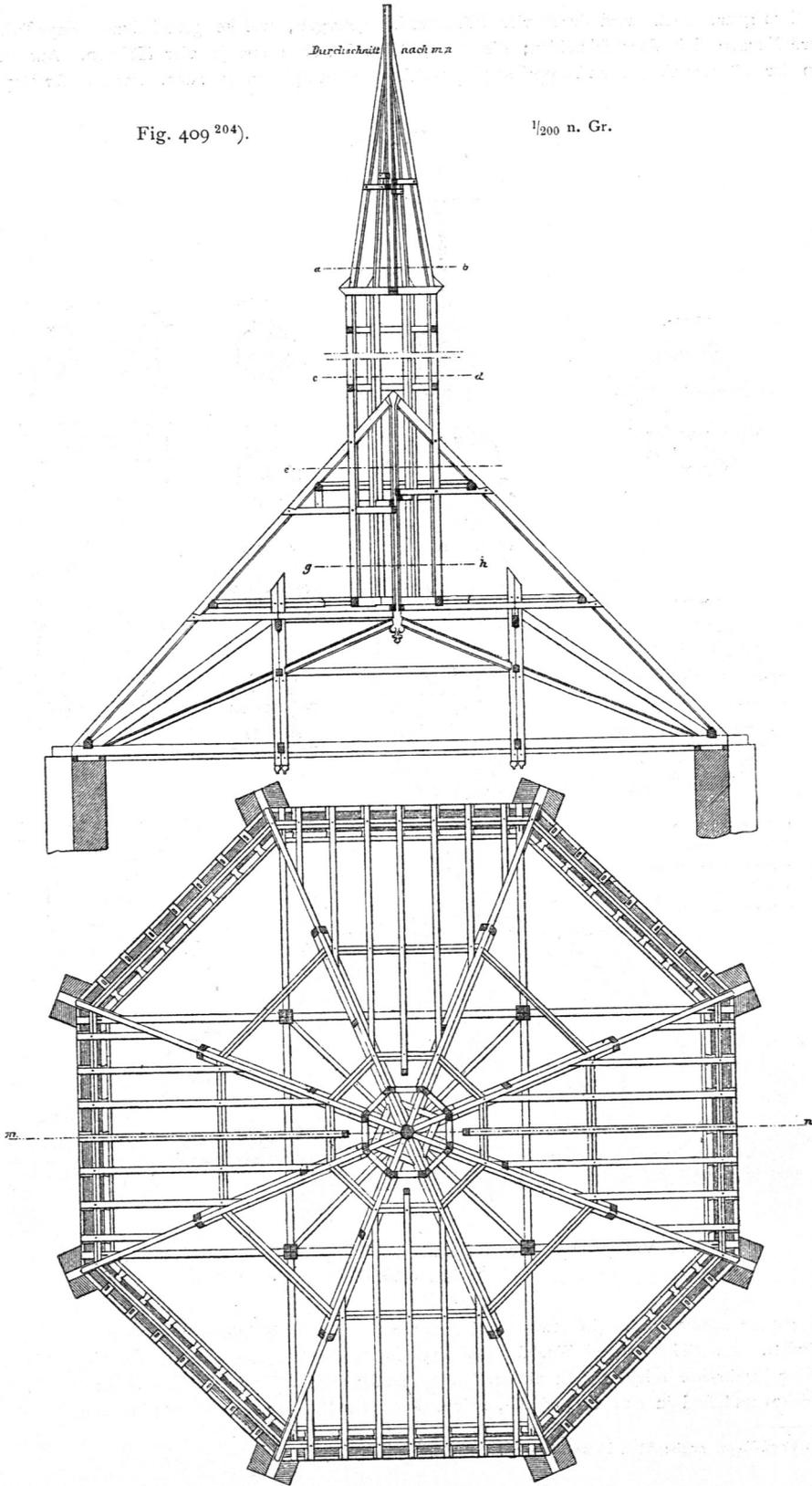
<sup>203)</sup> Nach: Centralbl. d. Bauverw. 1894, S. 366, 367.

<sup>204)</sup> Facf.-Repr. nach: BREYMANN, G. A. Allgemeine Bau-Constructions-Lehre etc. Theil 2. 4. Aufl. Stuttgart 1870. Bl. 57.

Durchschnitt nach m n

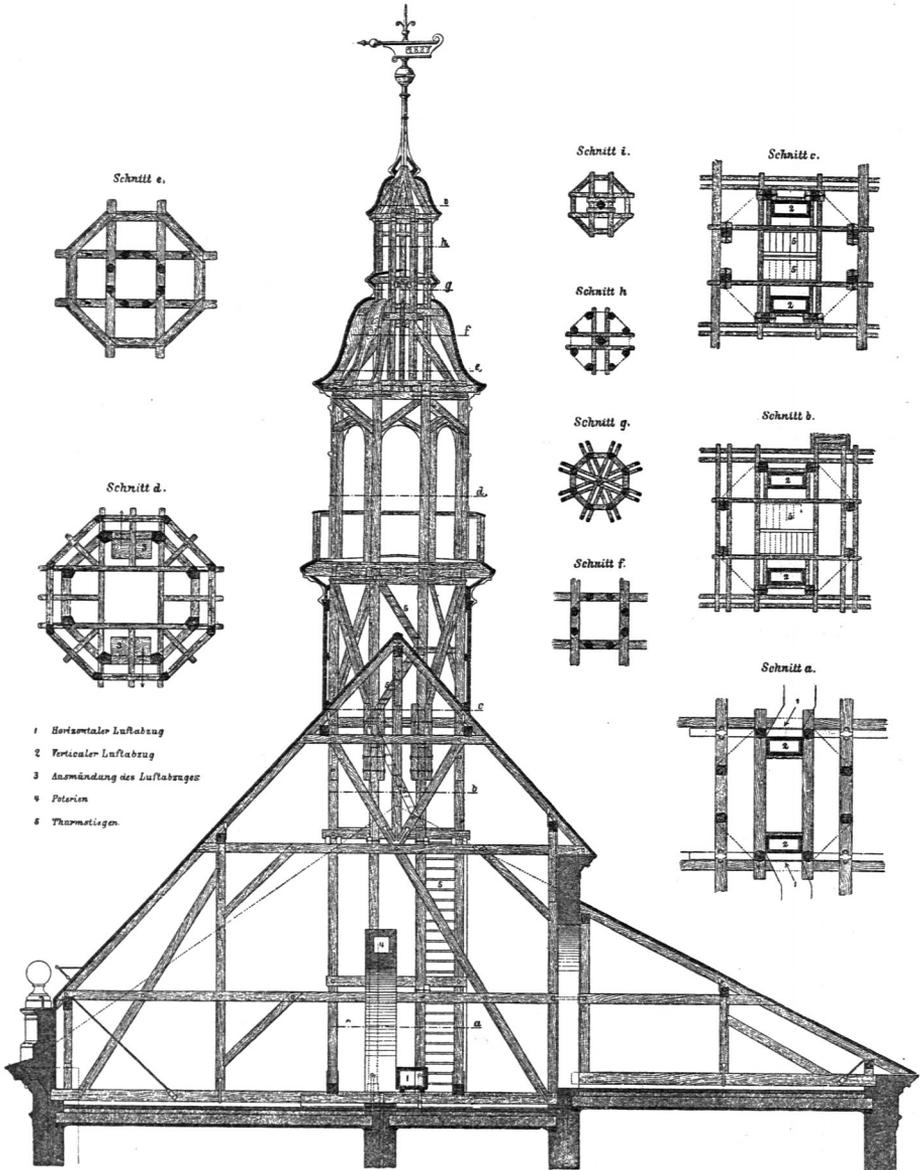
Fig. 409<sup>204</sup>).

1/200 n. Gr.



Das ganze Dach wird durch vier Hängewerke getragen, welche gemeinsame Hängefäulen haben, wo ihre Ebenen sich durchschneiden; die Hängefäulen bestehen aus je vier Hölzern. Auf den Spannriegeln der Hängewerke liegen Doppelzangen, welche die Gratsparren umfassen. Zwei dieser Doppelzangen

Fig. 410.

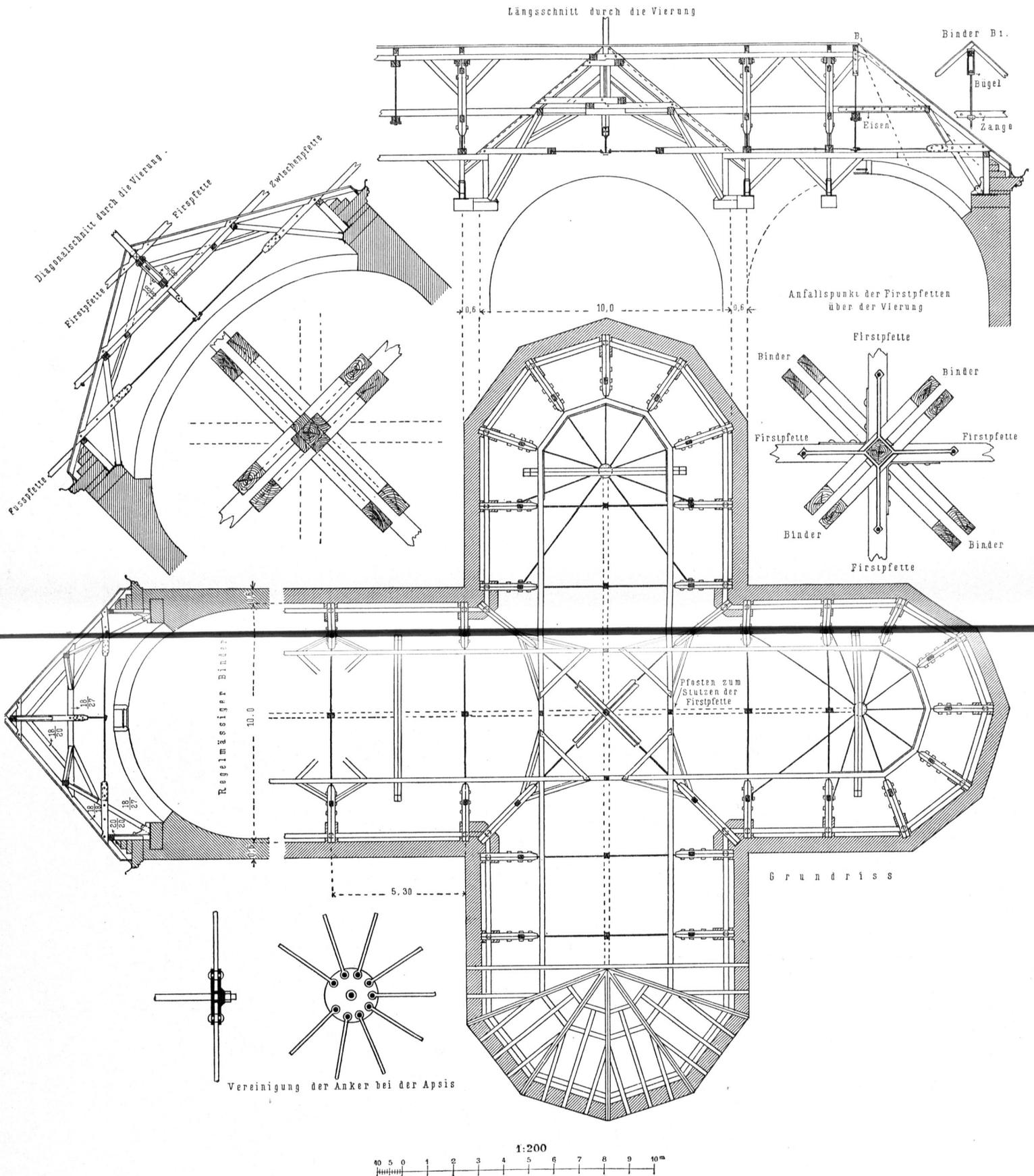
Vom Amtsgebäude der Gemeinde Feldberg in Oberösterreich<sup>205)</sup>.

1/200 n. Gr.

gehen in ganzer Länge durch (in etwas verschiedener Höhe); diese bilden mit einander im Grundriss rechte Winkel. An dieselben sind Wechsel befestigt, in welche sich die anderen vier Doppelzangen einzapfen. Der Dachreiter reicht bis zu diesen Zangen herab; seine 8 Doppelstiele umfassen die Gratsparren des Zeltdaches und sind in eine umlaufende, achteckige Schwelle gezapft, die auf den Zangen ruht. Die

205) Facf.-Repr. nach: Allg. Bauz. 1890, Bl. 19, 20.





Von der Kirche zu Badenweiler.



Doppelfiele sind im Dachraum noch weiter dadurch gesichert, daß sie zwischen Schwelle und Firt 8 Kehlbalken umschließen, die an die 8 Gratparren des Zeldaches angeblattet sind. Die weitere Construction ist einfach.

Eine gute, ohne Weiteres verständliche Anordnung ist in Fig. 410 u. 411<sup>205)</sup> vorgeführt.

### e) Anhang zu Kap. 26 und 27.

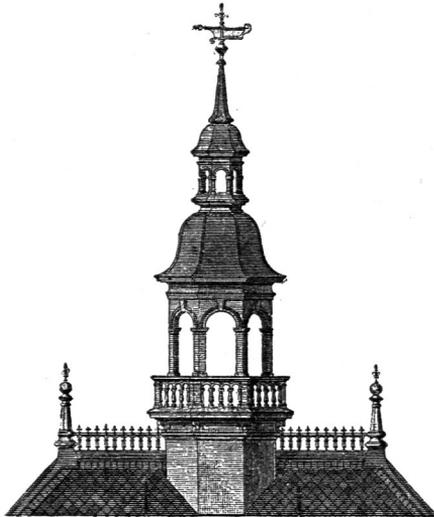
Beispiele für Dächer über verwickeltem Grundriß.

Das Entwerfen eines Daches auch über verwickeltem Grundriß wird nicht schwierig sein, wenn man die in den vorigen Kapiteln gegebenen Anleitungen über die Construction der Sattel-, Pult- und Zeldächer beachtet. Nachstehend sind einige Beispiele solcher Dächer vorgeführt.

Fig. 412 bis 415<sup>206)</sup> zeigen die Dach-Construction der Kirche zu Ellerstadt (Arch.: *Manchot*). Fig. 415 zeigt den Grundriß der Vierung, Fig. 413 den Diagonalschnitt, Fig. 414 den Längsschnitt durch die Vierung und Fig. 412 einen Satteldachbinder. Die Dach-Construction ist bis auf einen kleinen Theil in der Kirche sichtbar und dem entsprechend ausgebildet.

An den vier Seiten der Vierung sind Satteldachbinder (Fig. 412); für die Vierung selbst sind Diagonal-(Kehl-)binder angeordnet; die oberen Gurtungen derselben dienen zugleich als Kehlparren und setzen sich gegen eine gemeinsame Hängesäule, welche an ihrem unteren Ende durch zwei Doppelzangen gefaßt ist; vier eiserne Zugbänder verbinden diesen Punkt mit den vier Auf lagern. In solcher Weise ist eine Art deutschen Dachstuhles gebildet; die beiden dem Firt zunächst liegenden Pfetten sind noch durch liegende Druckstäbe gegen die Hängesäule abgestützt.

Ein sehr lehrreiches Beispiel bietet die neben stehende Tafel, den Dachstuhl der Kirche zu Badenweiler darstellend (Arch.: *Durm*); daselbst ist die Dach-Construction über der Vierung und den an diese anschließenden Schiffen im Grundriß und den Schnitten dargestellt.



Theilanfsicht zu Fig. 410<sup>205)</sup>.  
1/200 n. Gr.

Das Dach ist ein Pfettendach mit Firtspfette, zwei Fuß- und zwei Zwischenpfetten. Die Dachbinder haben Drempe; die durchgehende Zugfange liegt höher, als der Schlußstein des Gewölbes. Ueber der Vierung laufen die Zwischenpfetten sowohl des Langschiffes, wie des Querschiffes durch; sie liegen in gleicher Höhe und sind überschritten; daselbst sind zwei Diagonalbinder angeordnet, welche den Bindern des Lang- und Querschiffes entsprechen. Die im Grundriße sich ergebenden Eckpunkte der Zwischenpfetten sind durch besondere Streben gegen die Eckpfeiler der Vierung abgestützt; diese Streben sind über der Fußpfette durch Doppelzangen gefaßt, welche ein Zugband aus Rundeisen zwischen sich nehmen. Die Firtspfetten werden durch eine gemeinsame Hängesäule getragen, gegen welche sich vier weitere in den beiden Diagonalbändern liegende Streben setzen; diese gehen von Doppelzangen aus, welche in halber Dachhöhe liegen. Ganz oben, unter dem Firtspunkt, sind in den Diagonalbändern noch zwei Paar Doppelzangen angebracht; gegen das obere dieser Paare setzen sich die vier Firtspfetten vom Lang- und Querschiff; die Verbindung derselben mit der Helmstange unter Zuhilfenahme von Eisen ist im Einzelnen veranschaulicht.

Die vier Zwischenpfetten über der Vierung bilden im Grundriß ein durch vier wagrecht gelegte Bügen versteiftes Quadrat; die Pfetten sind noch durch Kopfbänder gegen die Diagonalbinder verstrebt; sie tragen in den Mitten ihrer Längen kleine Pfosten zum Abstützen der Firtspfetten.

<sup>206)</sup> Nach freundlicher Mittheilung des Herrn Professor *Manchot* in Frankfurt a. M.

Satteldachbinder.

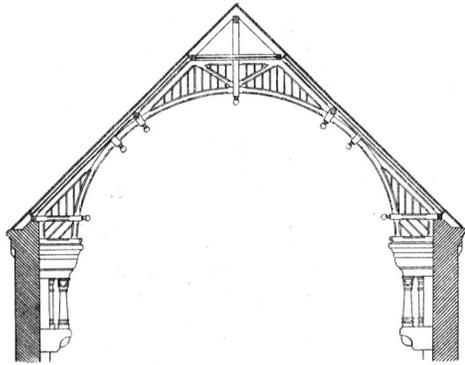


Fig. 412.

Diagonalschnitt.

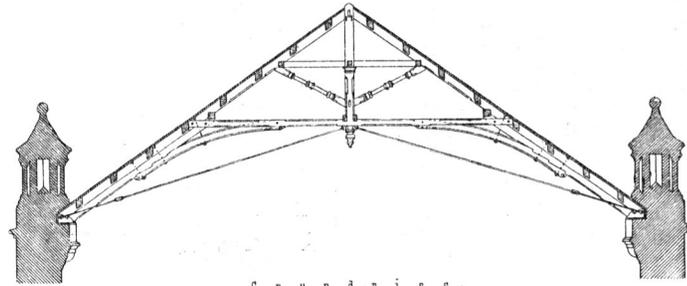


Fig. 413.

Grundriss.

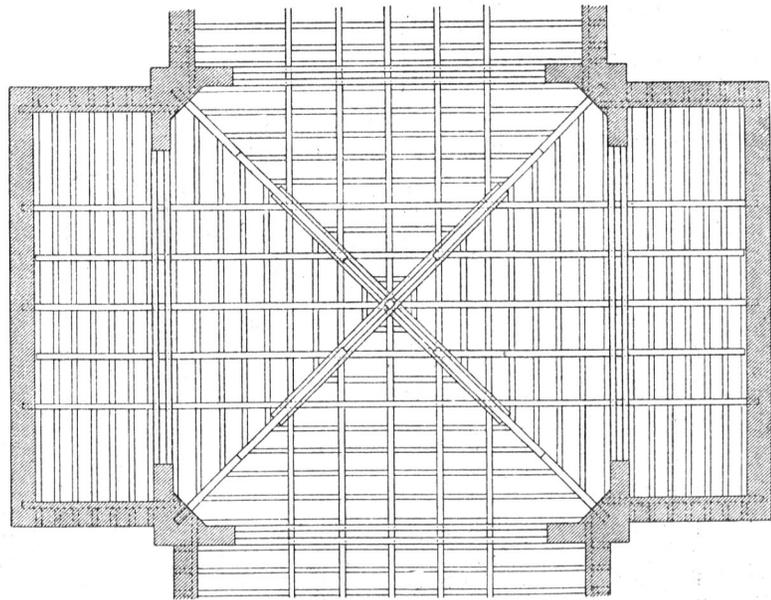


Fig. 415.

Längsschnitt durch die Vierung.

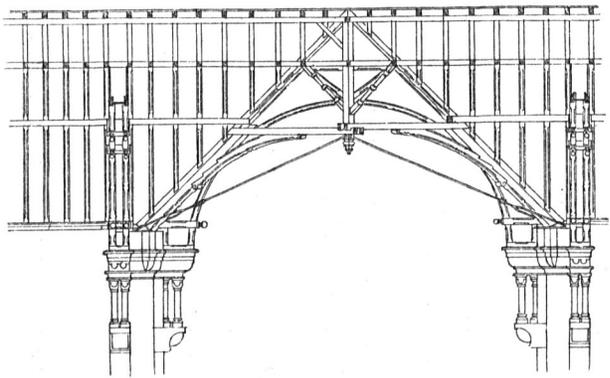


Fig. 414.

Von der Kirche zu Ellerstadt <sup>206</sup>).

Bei den Apfiden ergeben sich halbe Zeldächer. Da der eigentliche Binder etwa 1,40 m hinter dem Anfallspunkt liegt, so ist die Firftpette über den letzten Binder hinaus bis zum Anfallspunkt vorgestreckt, durch ein Kopfband unterstützt und mit einem eisernen Bügel belastet, der eine eiserne Scheibe trägt. In diese Scheibe sind die von den einzelnen Halbbindern ausgehenden Zugbänder (Rundeisen) geführt; der hier angefammelte Zug ist noch weiter nach den beiden nächsten Bindern geleitet. Die umlaufende Zwischenpette ist in jedem Halbbinder durch eine Strebe gestützt, die durch eine Doppelzange gefasst wird; an der Innenseite der umlaufenden Zwischenpette ist ein eiserner Ring angeordnet, welcher dieselbe auch zur Aufnahme von Zugspannungen befähigt. Die Gratsparren der Halbbinder werden durch die umlaufenden Pfetten (Zwischen- und Fufspetten) getragen; gegen dieselben lehnen sich die Schifter; für den mittelften Sparren ist in jedem Felde ein Wechsel angebracht. Die Sparrenlage ist bei der Apfis des einen Querschiffes im Grundriß der Abbildung gezeichnet.

## 29. Kapitel.

### Eiserne Sattel-, Tonnen- und Pultdächer.

Unter der Gesammtbezeichnung »Eiserne Dächer« sollen nicht nur diejenigen Dach-Constructionen vorgeführt werden, welche in ihren tragenden Theilen ausschließlich aus Eisen hergestellt sind, sondern auch solche Dächer, bei denen Pfetten und auch Theile der Binder aus Holz bestehen. Die Dachbinder mit hölzernen und eisernen Stäben, oder die »Dachbinder aus Holz und Eisen« sind älter, als die rein eisernen Binder; sie bilden in der Entwicklung der Dach-Constructionen das Uebergangsglied vom Holzdach zum Eisdach. Dennoch erscheint es zweckmäsig, zunächst die rein eisernen und danach erst die gemischt eisernen Dächer zu besprechen.

143-  
Einleitung.

#### a) Gesamtanordnung der eisernen Dachbinder.

Die eisernen Dächer sind fast ausschließlich Pfettendächer: die Binder tragen die Pfetten, diese die Sparren, die Sprossen und die Dachdeckung. Die Binder sind Träger, und zwar je nach der Art ihrer Auflagerung: Balkenträger, Sprengwerksträger, Auslegerträger.

144-  
Vor-  
bemerkungen.

Neuerdings ist von *Foeppl* vorgeschlagen worden, die Dächer aus Flechtwerk herzustellen; auf diesen Vorschlag, der ganz neue Gesichtspunkte eröffnet, wird unter 7 näher eingegangen werden.

Bei den eisernen Dachbindern können die in der Berechnung gemachten Voraussetzungen nahezu vollständig erfüllt werden, sowohl bezüglich der Auflagerung, als auch bezüglich der Bildung der Knotenpunkte. Die Möglichkeit genauer Berechnung hat denn auch zu immer kühneren und weiter gespannten Constructionen geführt. Hierher gehören insbesondere die neueren Bahnhofshallen und die großen Ausstellungsgebäude, Wunderwerke heutiger Constructionskunst. Da die bei den Holz-Constructionen vielfach noch unvermeidlichen Unklarheiten hier nicht vorhanden zu sein brauchen, so soll man sie auch nicht auf die Eisen-Constructionen übertragen; jede Eisen-Construction, welche nicht genau berechnet werden kann, ist unberechtigt und sollte vermieden werden. Hierhin rechnen wir vor Allem solche Stabwerke, welche bei gelenkigen Knotenverbindungen wegen fehlender Stäbe unstabil sein würden und welche nur durch die starre Verbindung der Stäbe an den Knotenpunkten standfähig sind. Solche Anordnungen werden besser vermieden, falls nicht besondere Gründe praktischer Art für dieselben sprechen. Auch bilde man die