

fehen davon, ob ein Theil einer reinen Kugelfläche oder einer kugelförmigen Fläche als Wölbfläche eingeführt werden soll, die gegenseitige Höhenlage der tiefsten Punkte der Kämpferlinien, also der Kämpfer- oder Fußpunkte des Gewölbes vorzuschreiben. Hierfür gelten folgende Annahmen: die sämtlichen Kämpferpunkte liegen in einer einzigen wagrechten Ebene, der eigentlichen Kämpferebene, oder die Kämpferpunkte liegen in verschiedenen wagrechten Ebenen. Sollen sämtliche Kämpferpunkte in einer schiefen Ebene liegen, so entsteht das steigende böhmische Kappengewölbe. Diesen Annahmen folgend soll die Gestaltung der Laibungsflächen des böhmischen Kappengewölbes näher besprochen werden.

a) Sämtliche Kämpferpunkte liegen in einer wagrechten Ebene.

Die Laibungsfläche soll einem Theile einer Kugelfläche angehören.

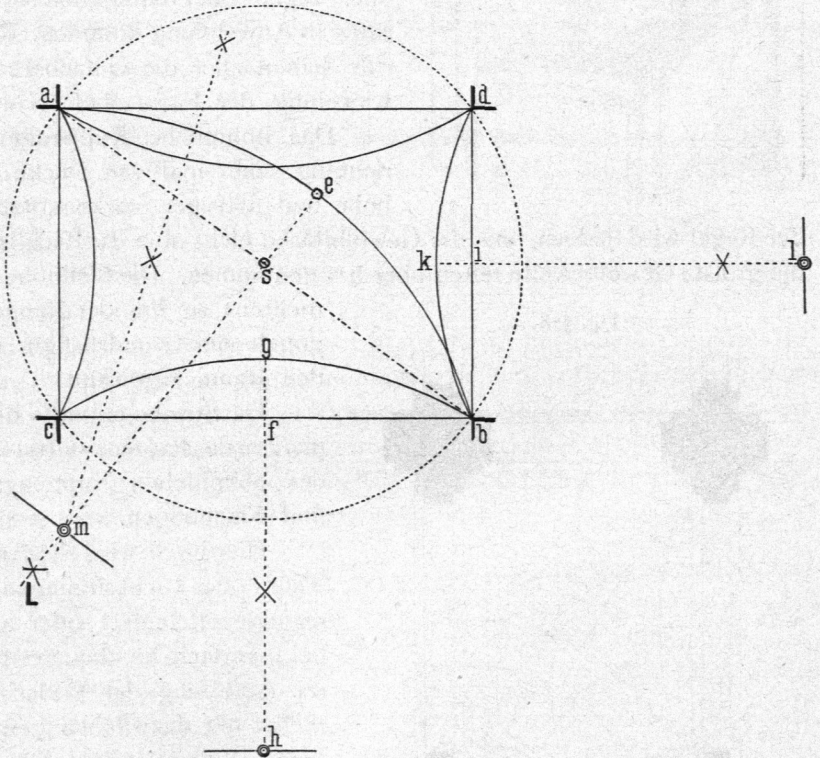
Läßt sich durch die sämtlichen Ecken der Grundrissfigur des zu überwölbenden Raumes ein Kreis legen, welcher als Parallelkreis der ihrem Halbmesser nach noch näher zu bestimmenden Kugelfläche zu gelten hat, so gehört dieser Parallelkreis der wagrechten Kämpferebene des Gewölbes an, und sämtliche Fußpunkte der Kämpferlinien sind Punkte dieses Parallelkreises.

Ist der Grundriss des Gewölbes ein Dreieck, ein Quadrat, ein Rechteck oder ein regelmäßiges Vieleck, so ist durch die Ecken der Grundrissfigur stets ein Kreis zu beschreiben.

Fig. 579.

In Fig. 579 ist das Rechteck $abcd$ der Grundriss des Gewölbesfeldes und s der Mittelpunkt des durch die Ecken a, b, c und d gehenden Parallelkreises. Die beliebig durch s geführte, hier mit der Diagonalen ab sich deckende Gerade ab ist der Durchmesser dieses Parallelkreises irgend einer Kugelfläche.

Der Mittelpunkt dieser Kugelfläche liegt auf einer in s lothrecht auf der Ebene des Parallelkreises stehenden Geraden L . Trägt man die frei gewählte Pfeilhöhe se des Gewölbes auf dieser Lothrechten L ab, so hat man durch die 3 Punkte a, e, b einen Kreis zu legen, dessen Mittelpunkt m auf L in bekannter Weise zu ermitteln ist. Der Punkt m ist der Mittelpunkt der Kugelfläche, welcher die Laibungsfläche des Gewölbes angehört. Der Kreisbogen aeb , der sog. Diagonalbogen des böhmischen Kappengewölbes, ist ein Theil des größten Kreises der ermittelten Kugelfläche. Die lothrechten Ebenen eb



Der Mittelpunkt dieser Kugelfläche liegt auf einer in s lothrecht auf der Ebene des Parallelkreises stehenden Geraden L . Trägt man die frei gewählte Pfeilhöhe se des Gewölbes auf dieser Lothrechten L ab, so hat man durch die 3 Punkte a, e, b einen Kreis zu legen, dessen Mittelpunkt m auf L in bekannter Weise zu ermitteln ist. Der Punkt m ist der Mittelpunkt der Kugelfläche, welcher die Laibungsfläche des Gewölbes angehört. Der Kreisbogen aeb , der sog. Diagonalbogen des böhmischen Kappengewölbes, ist ein Theil des größten Kreises der ermittelten Kugelfläche. Die lothrechten Ebenen eb

392.
Kugelfläche.

393.
Rechteckiger
Grundriss.

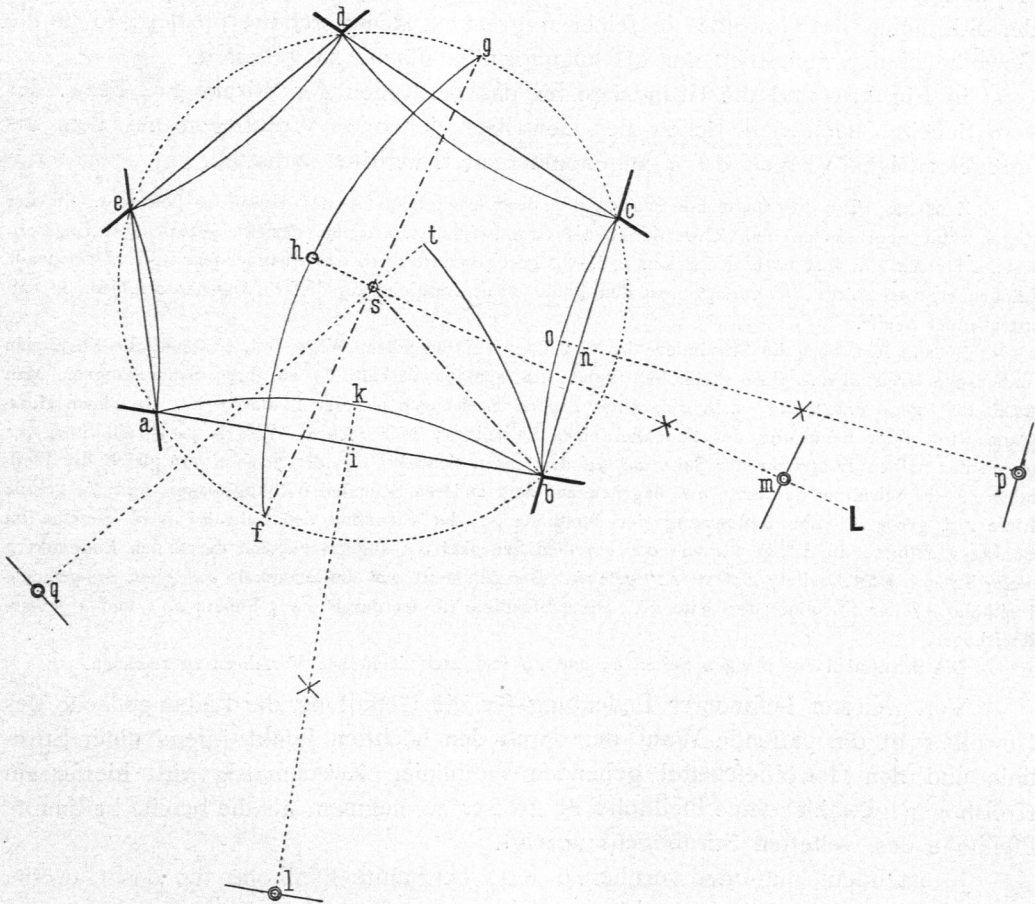
und bd der Widerlager des Gewölbes schneiden die Kugelfläche nach Kreifen, deren Theile cgb , bzw. bkd die Stirnlinien des Gewölbes an den langen Seiten cb, ad , bzw. an den kurzen Seiten bd, ca des rechteckigen Raumes werden. Errichtet man im Halbierungspunkte f der Seite cb das Loth fh , so ist, da der Mittelpunkt m der Laibungsfläche des Gewölbes von der wagrechten Kämpferebene den Abstand sm erhalten hat, die Länge $fh = sm$ auf dem Lothe fh abzutragen, um in h den Mittelpunkt für den Stirnbogen cgb zu bestimmen. Die Pfeilhöhe dieses Bogens ist fg .

Für die Ausmittelung des Stirnbogens bkd ist der gleiche Weg zu verfolgen. Hierbei ist $il = fh = sm$ zu nehmen, so dass l der Mittelpunkt, ik die Pfeilhöhe dieses Stirnbogens wird.

Ist die Grundrifs-Projection des Gewölbes ein regelmässiges Vieleck, so ist die Bestimmung der Kreisbogen für die Stirnlinien und Diagonalbogen, wie im vorhergehenden Artikel für das Rechteck gezeigt wurde, vorzunehmen. Diese Bestimmungen

394.
Vieleckiger
Grundrifs.

Fig. 580.



sind auch beim unregelmässigen Vieleck zu treffen, sobald, die gleiche Höhenlage der Kämpferpunkte vorausgesetzt, die Grundrifs-Projection des Gewölbes die Führung eines durch sämmtliche Ecken gehenden Kreises, wie in Fig. 580 angenommen ist, gestattet.

Dieser durch die Ecken des unregelmässigen Fünfecks $abcde$ gelegte Kreis mit dem Mittelpunkte s ist der Parallelkreis der für die Laibung des Gewölbes fest zu legenden Kugelfläche.

Die beliebig durch s geführte Gerade fg ist als eine in der wagrechten Kämpferebene liegende Sehne eines grössten Kreises der Kugelfläche anzunehmen. Auf dem in s auf fg errichteten Lothe L

wird sh als gewählte Pfeilhöhe abgetragen und hiernach der Mittelpunkt m auf L für den durch die 3 Punkte f , h und g gehende Kreis bestimmt. Alsdann ist mh der Halbmesser der für die weitere Gestaltung des Gewölbes maßgebenden Kugelfläche.

Für den Stirnbogen der Seite ab ist das im Halbierungspunkte i auf ab errichtete Loth il gleich dem Abstände sm zu nehmen. Der um l mit dem Halbmesser la beschriebene Kreisbogen akb ist sofort der gefuchte Stirnbogen mit der Pfeilhöhe ik . Der Stirnbogen boc mit der Pfeilhöhe no hat den Mittelpunkt p . Die Länge des in n auf bc errichteten Lothes np ist wiederum gleich $sm = il$.

In gleicher Weise sind die Stirnbogen sämtlicher Seiten des Gewölbes auszutragen. Für irgend einen, z. B. von s nach der Ecke b ziehenden Wölbbogen ist auf dem in s auf bs errichteten Lothe die Strecke $sq = sm$ zu nehmen, um diesen Wölbbogen in dem mit dem Halbmesser qb um q beschriebenen Kreisbogen bt , dessen Pfeilhöhe st offenbar gleich sh werden muß, zu erhalten.

Läßt sich durch die Ecken der vieleckigen Grundrifs-Projection des böhmischen Kappengewölbes kein Kreis legen, sollen aber dennoch die sämtlichen Fußpunkte der Stirnlinien des Gewölbes in feiner wagrechten Kämpferebene bleiben; so ist die Gewölbelaubung wesentlich nur als kugelförmige Fläche zu gestalten.

In Fig. 581 sind die Grundzüge für das Austragen der Stirnbogen, bzw. der vom Scheitel nach den Ecken des Gewölbes ziehenden Wölbbogen bei dem als unregelmäßiges Viereck $abcd$ angenommenen Grundriffe enthalten.

Zunächst wird die wagrechte Projection s des Scheitelpunktes des Gewölbes bestimmt. In der Regel wählt man hierfür den Schwerpunkt der Grundrifsfläche. Nimmt derselbe jedoch eine Lage an, welche für die von ihm nach den Ecken a, b, c, d gezogenen Strahlen von einander sehr stark abweichende Längen ergeben würde, so verlegt man den Punkt s zur Ausgleichung dieser Längenunterschiede in entsprechender Weise.

Sodann legt man die Stirnlinien des Gewölbes auf folgendem Wege fest. Sämtliche Stirnlinien sind flache Kreisbogen. Ihre Pfeilhöhen stehen im geraden Verhältnisse zu ihren Sehnenlängen. Man wählt für irgend eine Seite, z. B. ad , einen flachen Kreisbogen mit der Pfeilhöhe ie . In einem Hilfsplane wird unter Benutzung der Schenkel eines beliebigen, hier rechten Winkels $404'$ ein Stück $o1$ gleich der halben Länge $a1$ der Seite ad auf dem einen Schenkel $o4$, die Strecke $o1'$ gleich der Pfeilhöhe ie der Stirnlinie der Seite ad dagegen auf dem anderen Schenkel $o4$ abgetragen und die gerade Linie $11'$ gezogen. Zur Bestimmung der Pfeilhöhe $2f$ der Stirnlinie der Seite ab wird dieselbe im Punkte 2 halbiert, die Länge $a2$ von $o2$ auf dem Schenkel $o4$ abgetragen und durch den Endpunkt 2 dieser Strecke eine Parallele $22'$ zu $11'$ geführt. Der Abschnitt $o2'$ des Schenkels $o4'$ giebt die gefuchte Pfeilhöhe $2f$ der Stirnlinie der Seite ab . Diese Stirnlinie ist der durch die 3 Punkte a, f und b gelegte Kreisbogen.

Die Stirnlinien der übrigen Seiten bc und cd sind nach demselben Verfahren zu zeichnen.

Von weiterer besonderer Bedeutung für die Gestaltung der Laubungsfläche des Gewölbes ist die passende Wahl der durch den höchsten Punkt irgend einer Stirnlinie und den Gewölbefcheitel gehenden Wöblinie. Zweckmäßig wird hierfür ein Kreisbogen gewählt; seine Pfeilhöhe ist größer zu nehmen, als die bereits bestimmte Pfeilhöhe des weitesten Stirnbogens anzeigt.

Je nachdem nun von vornherein eine bestimmte Pfeilhöhe für das Gewölbe vorgeschrieben ist oder nicht, können folgende Bestimmungen für die durch den Gewölbefcheitel gehende Wöblinie getroffen werden.

Bleibt der Gewölbepfeil noch willkürlich, so legt man der Richtung der längsten Seite der Grundrifsfigur, z. B. cd , entsprechend, eine Gerade A durch s und durch den Halbierungspunkt r oder 3 der mit dieser längsten Seite zusammentreffenden Seiten da oder cb . In der Zeichnung ist der Punkt r angenommen. Die Gerade A soll in der wagrechten Kämpferebene liegen und als Spur einer lothrechten Ebene angesehen werden, welche in ihrem Schnitte mit der Gewölbfläche die vorhin erwähnte Wöblinie als Kreisbogen liefern soll.

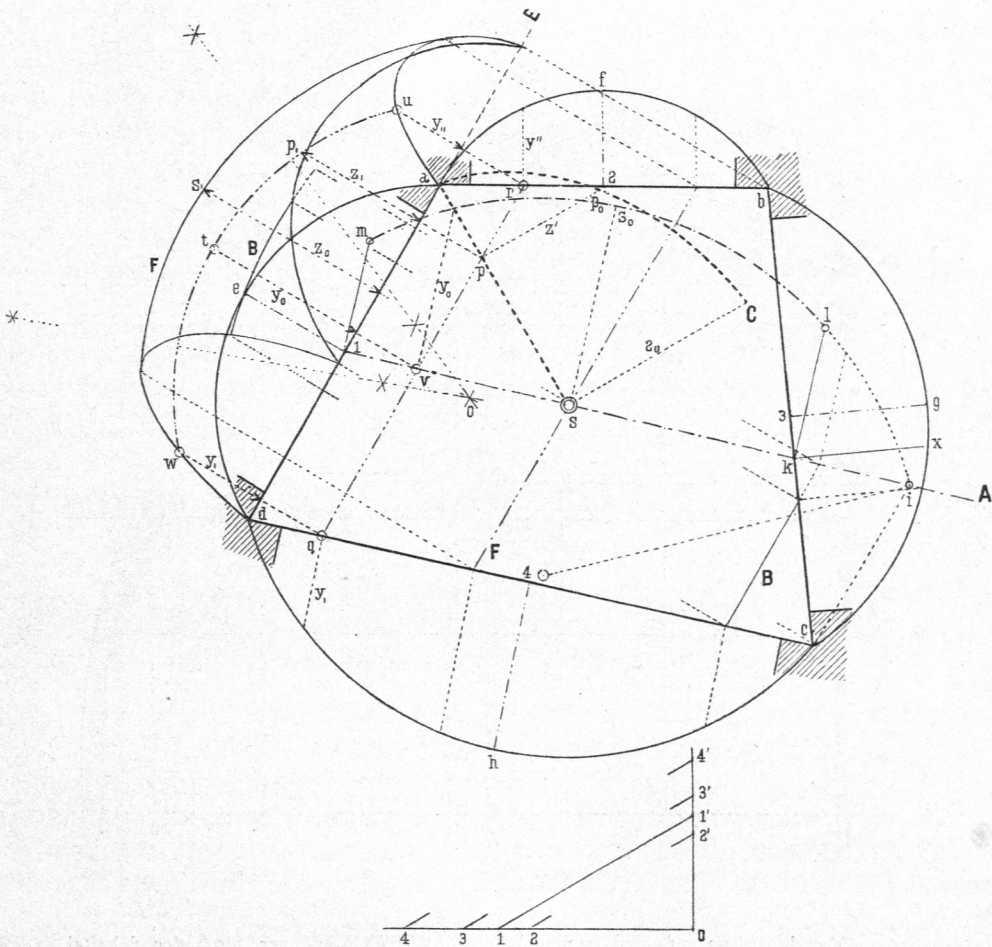
Die Ebene schneidet den Stirnbogen der Seite ad in e und den Stirnbogen der Seite bc in x . Errichtet man in r und 3 Lothe auf A , nimmt man $rm = re$ und $kl = kx$, so sind m und l zwei feste Punkte der gefuchten, bis zur Kämpferebene niedergedrehten Wöblinie. Projicirt man parallel zur

Seite ad den Endpunkt c der längsten Seite cd nach i auf A , so ist hierdurch ein dritter Punkt dieser Wölblinie bestimmt. Der durch die 3 Punkte m , l und i gelegte Kreisbogen stellt sie fest; ss_0 ist ihre Pfeilhöhe.

Wird dagegen die Pfeilhöhe dieser Wölblinie vorweg angenommen, so hat man in s auf A das Scheitelloth zu errichten und auf diesem die gegebene Pfeilhöhe abzutragen. Der durch die beiden festen Punkte m , l und durch den höchsten Punkt des Scheitellothes gelegte Kreisbogen, welcher natürlich hierbei vom Punkte i unabhängig ist, wird alsdann die gefuchte Wölblinie in der in A stehenden lothrechten Ebene.

Mit Hilfe der Stirnlinien und der Wölblinie mli , bzw. ms_0l kann die weitere Ausmittlung der Gewölbelaibung vorgenommen werden.

Fig. 581.



Legt man durch den beliebigen Punkt v der Geraden A parallel zur Seite ad , welche als Ausgangsseite für die zeichnerischen Darstellungen gewählt wurde, eine lothrechte Ebene mit der wagrechten Spur qr , so erzeugt dieselbe auf der Laibungsfläche den Schnitt wtu , welcher als der durch die 3 Punkte w , t und u geführte Kreisbogen mit dem Mittelpunkte o bestimmt werden kann. Die Punkte w , t und u sind ihrer Lage nach bekannt. Für w ist $dw = y_1$ des Stirnbogens dhc ; für t ist $tt = y_0$ der Wölblinie ms_0l , und für u ist y_u des Stirnbogens afb maßgebend. Auf demselben Wege sind auch die Kreisbogen F und B für die parallel zur Seite ad aufgestellten lothrechten Ebenen mit den im Grundrisse gezeichneten wagrechten Spuren F , bzw. B leicht zu ermitteln.

Eben so einfach ist ferner das Austragen irgend einer vom Gewölbescheitel nach einer Gewölbecke ziehenden Wölblinie. Die Bogenlinie C ist für die Richtung sa eingetragen. Für dieselbe ist die Länge

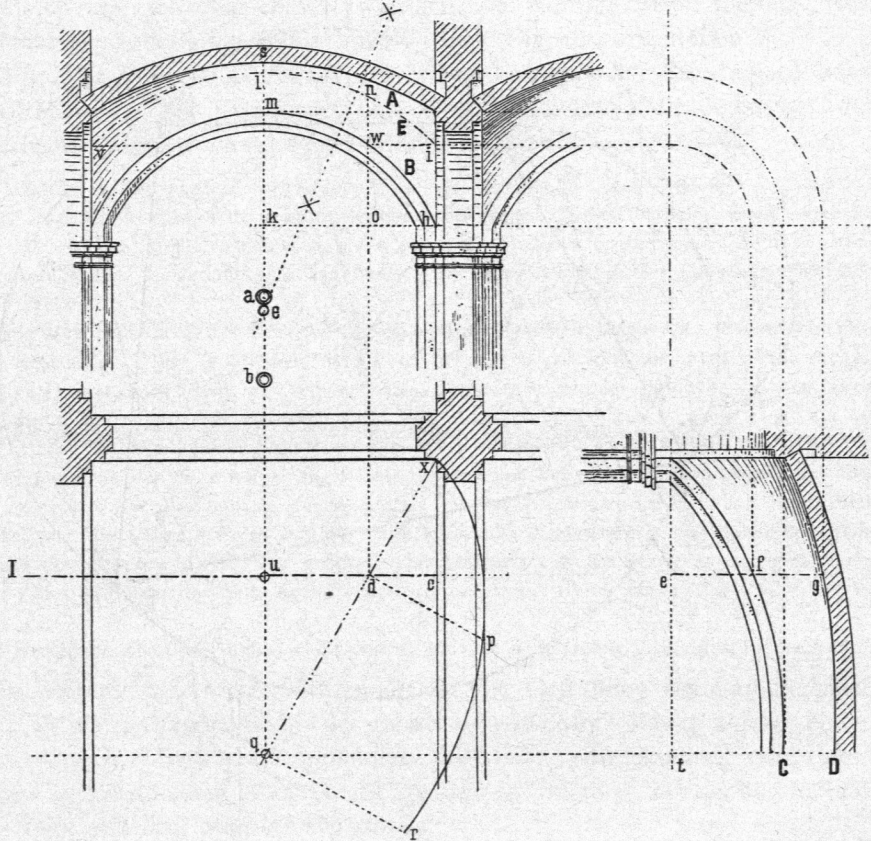
des in s auf as errichteten Lothes $sC = ss_0$, die Länge der in p auf as senkrecht stehenden Linie $p\phi_0$ gleich der Ordinate z , der Schnittlinie wtu u. f. f. Für die Bogenlinien nach sb, sc u. f. f. gelten dieselben Mafnahmen. Mittels lothrechter, parallel zu ad aufgestellter Ebenen werden die zugehörigen Schnittlinien der Laibungsfläche fest gelegt und hiernach einzelne Punkte dieser gefuchten Bogenlinie ermittelt.

396.
Gleich hohe
Stirnbogen:
Anordnung
I.

Wird bei rechteckigem Grundriffe des böhmischen Kappengewölbes die Forderung gestellt, alle Stirnbogen mit gleicher Pfeilhöhe einzuführen, so kann die kugelförmige Gestaltung der Laibungsfläche nach Anleitung von Fig. 582 bewirkt werden.

Der Stirnbogen der schmalen Rechtecksseite sei der um a beschriebene flache Kreisbogen B mit der Pfeilhöhe km . Der Stirnbogen C der langen Seite erhält dieselbe Pfeilhöhe $tC = km$. Dieser Stirnbogen C ist ein Stück einer Ellipse, wofür einzelne Punkte, z. B. f , auf bekanntem, auch aus der

Fig. 582.



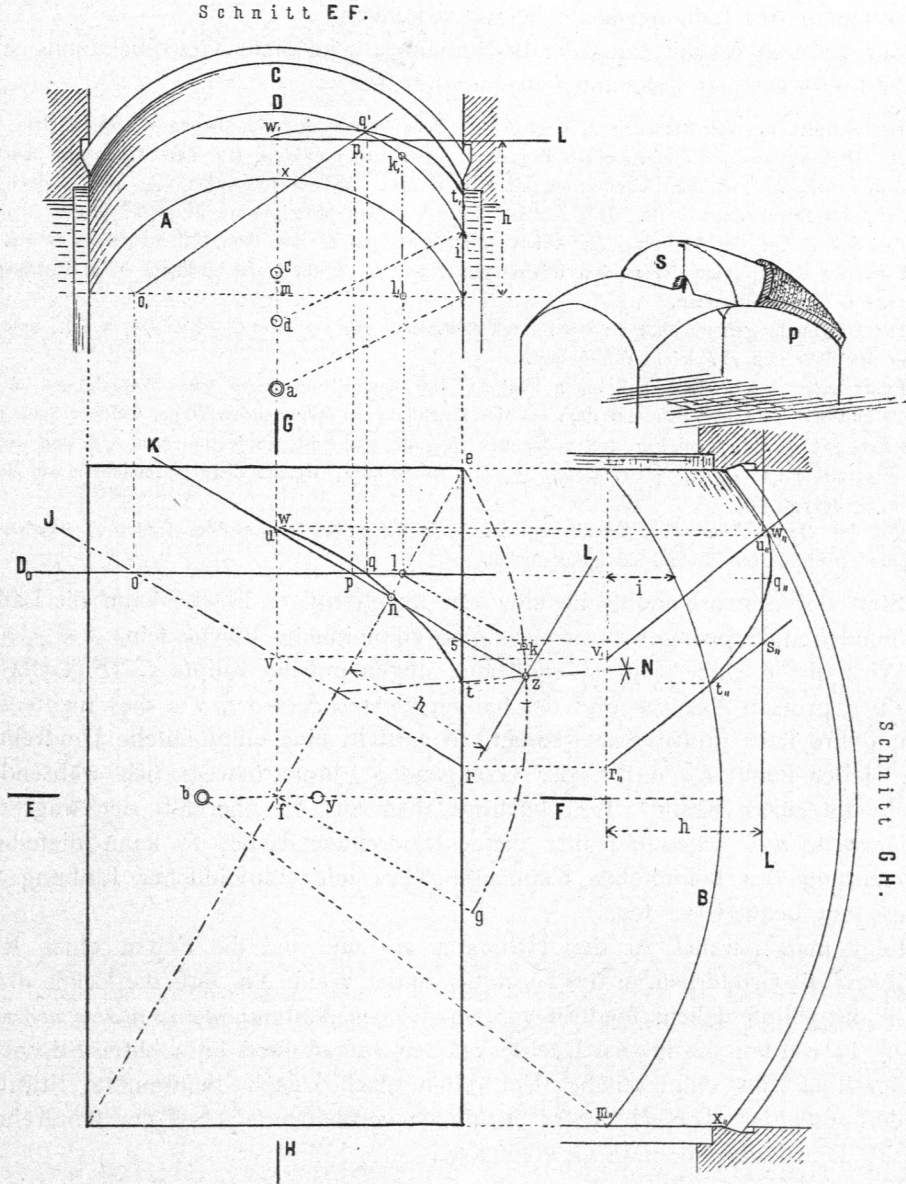
Zeichnung zu erfindenden Wege gefunden werden können. Die Wölblinie der durch den Scheitel s , dessen wagrechte Projection in der Kämpferebene der Punkt q ist, parallel zur schmalen Rechtecksseite geführten lothrechten Ebene sei der um b beschriebene Kreisbogen A , während die Wölblinie D in der durch den Gewölbescheitel parallel zur langen Rechtecksseite geführten lothrechten Ebene als flacher Kreisbogen, wobei jedoch $tD = ks$ und die Höhenlage des Anschlusspunktes an der schmalen Stirnseite gleich der Höhe tC über der Kämpferebene sein muß, gewählt werden möge. Nach diesen gegebenen Bestimmungsstücken läßt sich die kugelförmige Laibung des Gewölbes in folgender Weise ermitteln.

Man führt an beliebiger Stelle parallel zur Ebene des Stirnbogens B eine lothrechte Ebene I durch die Gewölbfläche. Dieselbe schneidet die Stirnbogen C der langen Rechtecksseiten in f . Die Ordinate dieses Punktes ist ef .

Wird durch f eine wagrechte Ebene gelegt, so erhält man in der Aufrifs-Projection unterhalb A die Punkte i und v . Die Ebene I schneidet die Scheitellinie D in g . Trägt man eg von k nach l , so

kann man durch die 3 Punkte i, l, v einen Kreisbogen E mit dem Mittelpunkte e legen, welcher als Erzeugende der kugelförmigen Laibung des Gewölbes für die Ebene I auftritt. Genau so find für verschiedene, parallel zur schmalen Rechtecksseite aufgestellte lothrechte Ebenen die zugehörigen Wöblinien oder Erzeugenden der Wöblfläche zu bestimmen. Für das Austragen des Diagonalbogens rx über qx ist sofort $qr = ks$ und $dp = on$, wie aus der Zeichnung zu ersehen, zu verwenden.

Fig. 583.



Eine zweite Art der Gestaltung kugelförmiger Gewölbelaibung für böhmische Kappengewölbe, deren Stirnbogen gleich große Pfeilhöhen erhalten sollen, kann bei rechteckigem Grundrisse in vorteilhafter Weise nach Fig. 583 zur Anwendung kommen.

Die Stirnbogen der Rechtecksseiten sind als flache Kreisbogen A , bzw. B mit gleicher Pfeilhöhe mx gewählt. Lässt man den Stirnbogen A , stets in einer loth-

397.
Anordnung
II.

rechten Ebene parallel mit der schmalen Rechtecksseite bleibend, auf den Stirnbogen B der langen Seiten stetig vorrücken, wie der Plan P mit der Scheibe S , deren obere Begrenzung dem Stirnbogen A entsprechen würde, näher angeht, so entsteht eine besondere Gewölbelaibung, deren Eigenschaften für die Ausführung des böhmischen Kappengewölbes nicht ungünstig sind.

Eben so hätte man auch umgekehrt den Stirnbogen der langen Rechtecksseite zur Erzeugung der Laibungsfläche benutzen können.

Zur weiteren Ausmittlung der Bestimmungstücke dieser Gewölbelaibung ist das Nöthige sofort aus der Zeichnung zu entnehmen.

Der Schnitt in der Richtung EF giebt als Scheitellinie den Kreisbogen C gleich dem Kreisbogen A . Der Abstand ac dieser beiden Bogen ist gleich der Pfeilhöhe mx der Stirnbogen überhaupt. Im Schnitte nach GH ist die Scheitellinie ein Kreisbogen, dessen Halbmesser yx , gleich dem Halbmesser bm , des Stirnbogens B ist. Der Abstand by der beiden Mittelpunkte ist gleich $mx = m, x$.

Ein Schnitt in der Richtung D_0 liefert den Kreisbogen D mit dem Halbmesser $di = ax$. Der Abstand ad der Mittelpunkte der beiden Kreisbogen A und D ist durch die Ordinate i des Stirnbogens B im Schnitte GH zu bestimmen.

Der Diagonalbogen ge über fe wird durch Ordinaten, wie $fg = mC$, $lk = l, k$, u. f. f., unter Verwerthung des Schnittes EF leicht fest gelegt.

Führt man durch einen beliebigen Punkt z des Diagonalbogens ge eine Normalebene mit den Spuren N und $\mathcal{F}r$, so erhält man auf dem aus der Zeichnung zu erkennenden Wege, welcher auch bereits z. B. in Art. 305 (S. 444) bei Fig. 508 angegeben ist, die wagrechte Projection t, n, q, w und die lothrechten Projectionen t, q, w , bezw. t, q, w , der Schnittlinie, welche diese Normalebene auf der Gewölbelaibung hervorruft.

Bei der Besprechung der Ausführung des böhmischen Kappengewölbes (unter c) werden diese Schnittlinien noch weitere Berücksichtigung finden.

Statt der reinen Kugelfläche oder der kugelförmigen Fläche kann die Laibung des böhmischen Kappengewölbes auch eine ellipsoidische Fläche sein.

Wird die in einer wagrechten Ebene angenommene Ellipse G (Fig. 584) mit der halben großen Axe mo und der halben kleinen Axe ml , wie dies meistens der Fall, um ihre feste große Axe gedreht, so entsteht eine ellipsoidische Umdrehungsfläche. Jeder Punkt l, I u. f. f. der erzeugenden Ellipse bewegt sich während der Drehung auf einem Kreise. Berücksichtigt man nur die oberhalb der wagrechten Meridianebene nE liegende Hälfte dieser Umdrehungsfläche, so kann dieselbe für die Gestaltung des böhmischen Kappengewölbes mit ellipsoidischer Laibung ohne Schwierigkeit benutzt werden.

Legt man parallel zu den Halbachsen mo und ml die Seiten eines Rechteckes $abcd$ als Grundrissfigur des Gewölbes in der Weise ein, daß die Ecken a, b, c, d nicht in die Ellipse fallen, sondern von m gleichen Abstand $ma = mb = mc = md$ erhalten, so werden die in den Rechtecksseiten aufgestellten lothrechten Stirnebenen des Gewölbes die ellipsoidische Umdrehungsfläche nach bestimmten Stirnlinien schneiden, und der oberhalb dieser Stirnlinien verbleibende Theil der Umdrehungsfläche ist die zu verwendende Gewölbfläche.

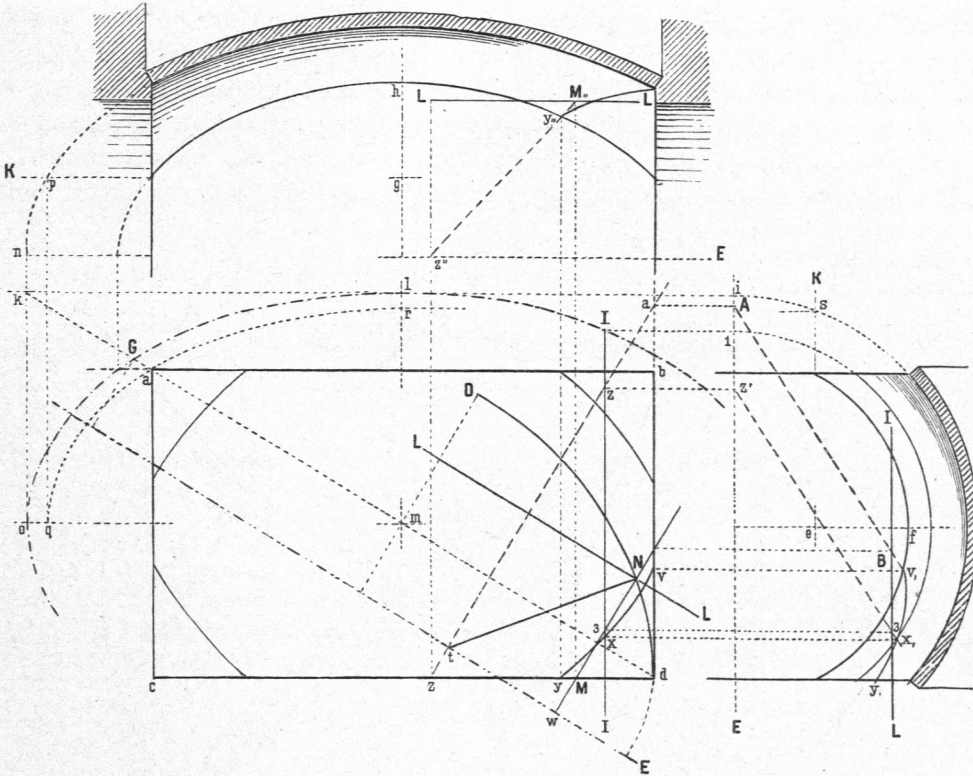
Ist $abcd$ das gegebene Rechteck, so sei für die schmale Rechtecksseite bd , bezw. ac ein flacher Kreisbogen mit der Pfeilhöhe ef in Rücksicht auf die Kämpferebene gewählt. Die Scheitellinie in der lothrechten Ebene ml ist als ein zum Stirnbogen concentrischer Kreisbogen zu nehmen. Gehörig erweitert, trifft diese Scheitellinie die Kämpferebene K in s und die wagrechte Meridian- oder jetzt die Grundebene in i . Erweitert man in der Grundebene die Diagonale da des gegebenen Rechteckes, zieht man durch i die Gerade ik parallel zu ab und hierauf ko parallel zu ac ,

so erhält man in ml die halbe kleine Axe und in mo die halbe große Axe der erzeugenden Ellipse G , welche hiernach in der Meridianebene der Umdrehungsfläche gezeichnet werden kann. Nunmehr sind alle Stücke gegeben, um die ellipsoidische Laibung des Gewölbes zu bilden.

Der Stirnbogen der Seite ab ist ein leicht darzustellendes Ellipfenstück mit der Pfeilhöhe $gh = ef$. Die Scheitellinie in der Richtung mo entspricht der erzeugenden Ellipse. Aus der Zeichnung ist hierfür das Nähere sofort ersichtlich.

Auch der Diagonalbogen D gehört einem Ellipfenstücke an. Die halbe große Axe für die erforderliche Ellipse des Diagonalbogens ist gleich mG , und die halbe kleine Axe ist wiederum gleich ml .

Fig. 584.



Der für den Diagonalbogen D gezeichnete Normalschnitt der Normalebene mit den Spuren Nt und ta liefert auf der Gewölbfläche die Curve, deren wagrechte Projection vxy und deren lothrechte Projection v, x, y , in bekannter Weise mit Hilfe der lothrechten Schnitte nach bd , II und ab , so wie der wagrechten Geraden L , wie aus der Zeichnung hervorgeht, zu finden ist.

Bemerkt sei noch, dass in der Kämpferebene durch die Ecken a, b, c, d eine Ellipse gelegt werden kann, deren halbe große Axe in mq , deren halbe kleine Axe in mr erhalten wird.

β) Die Kämpferpunkte liegen in verschiedenen wagrechten Ebenen.

Böhmische Kappengewölbe mit ungleich hoch gelegenen Fußpunkten der Stirnlinien zeigen meistens kein schönes Aussehen. Ist man genöthigt, über unregelmäßigen Grundrissen mehr untergeordneter Räume das böhmische Kappengewölbe als Raumdecke zu verwenden, so ist es angezeigt, einen Theil der reinen Kugelfläche als Laibungsfläche des Gewölbes zu benutzen und von der ellipsoidischen Fläche ganz abzuftelen.