

punkt eines kurzen Kreisbogens ui , und die Lothrechte ik ergibt eine mäfsige, nicht ungünstig wirkende Ueberhöhung der nunmehr fest gelegten inneren Begrenzungslinie, welcher sich die übrigen Randlinien gleich laufend anzuschließen haben. Durch diese an sich geringfügige Umformung werden keinerlei Nachtheile für die Gewölbekonstruktion verurtheilt.

8) Stärke der gothischen Kreuzgewölbe und ihrer Widerlager.

314.
Ueberficht.

Die Gewölbekappen der gothischen Kreuzgewölbe erhalten in den meisten Fällen eine Bufung. Ihre Laibungsflächen gehören reinen Kugelflächen oder kugelförmigen Flächen an; ihre Wölbung entspricht im Wesentlichen einem freihändigen Zusammenfügen der Wölbsteine in der Weise, daß Bestandtheile eines Kugelgewölbes entstehen, welche sich gegen die Rippen als Träger des ganzen Gewölbes legen. Letztere liefern das gefamnte im Gewölbe nach gerufene System von Kräften an die Gewölbstützen ab. Die zur Ermittlung der Stärke der gothischen Kreuzgewölbe zu führenden Untersuchungen umfassen vorwiegend die Prüfungen der Stabilität:

- a) der Gewölbekappen,
- β) der Gewölberippen und
- γ) der Gewölbewiderlager oder Gewölbstützen.

Bei dem zuletzt genannten Punkte sind noch besonders die bei den gothischen Kreuzgewölben mannigfach in Anwendung kommenden Strebepfeiler und Strebe- oder Schwibbogen zu berücksichtigen.

α) Stabilität der Gewölbekappen.

315.
Stabilität
der
Gewölbekappen.

Die bufigen Kappen der gothischen Kreuzgewölbe sind, wie auch die Art ihrer Einwölbung beschaffen sein mag, im Wesentlichen als Bestandtheile eines Kugel-, bzw. eines Kuppelgewölbes anzusehen. Ihre statische Untersuchung und die damit verknüpfte Bestimmung ihrer Stärke hat die Lehre vom Gleichgewichtszustande dieser besonderen Gewölbe zur Richtschnur zu nehmen. Die Theorie der Kuppelgewölbe ist in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Art. 489 u. ff., S. 461 u. ff.¹⁸³) dieses »Handbuches« gegeben.

Die hierin enthaltenen Grundlagen sollen im Folgenden bei den statischen Untersuchungen der in Frage kommenden Gewölbekappen mit berücksichtigt werden.

Ein Kuppelgewölbe besteht im Allgemeinen aus concentrischen Wölbflächen oder Kränzen, d. h. aus gewölbten Ringschichten, welche nach und nach für sich geschlossen und über einander gelagert werden. Ihre Lagerflächen sind Kegelflächen mit einer gemeinschaftlichen Spitze im Mittelpunkte der zugehörigen Kugel- oder Kuppelfläche; ihre Stofsflächen liegen in lothrechten Meridianebenen der Kuppel. Die gemeinschaftliche Schnittlinie dieser Schar von Meridianebenen ist die lothrechte Kuppelaxe. Ein von zwei benachbarten Meridianchnitten begrenztes Stück des Kuppelgewölbes ergibt einen Meridianstreifen.

Diesem besonderen Aufbau und Zerlegen der Kuppelgewölbe, wodurch sich dieselben wesentlich von der Herrichtung der cylindrischen Gewölbe unterscheiden, entsprechend, muß bei der statischen Untersuchung der Kuppelgewölbe der Gleichgewichtszustand von zwei Kräftegruppen geprüft werden. Diese Kräftegruppen umfassen erstens das auf die ebenen Stofsflächen der Wölbkränze einwirkende Kräftesystem und zweitens die auf die kegelförmigen Lagerflächen dieser Kränze gelangenden Kräfte.

¹⁸³) 2. Aufl.: Art. 281 u. ff., S. 269 u. ff.

Da Kuppelgewölbe auch am Scheitel offen bleiben können, also ein Meridianstreifen oben nicht bis zu der als lothrechte Gerade vorhandenen Scheitellinie zu reichen braucht, so ist in erster Linie die Untersuchung des Gleichgewichtszustandes eines Wölbkranzes von maßgebender Bedeutung.

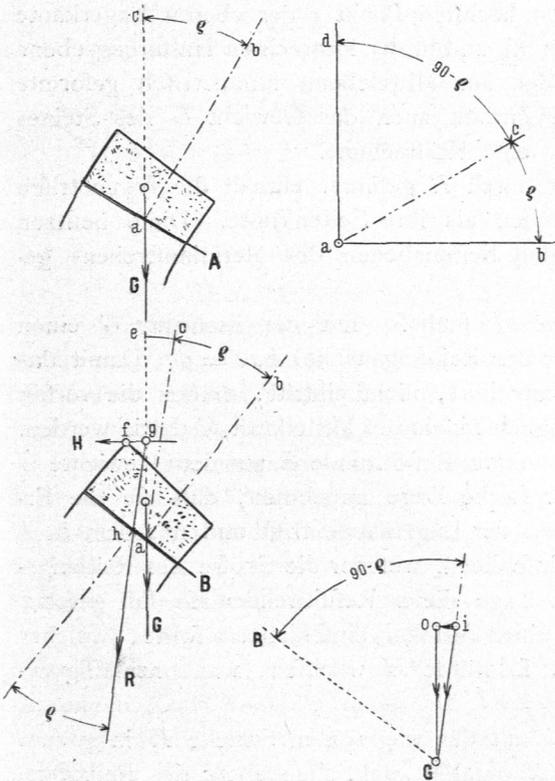
Hierbei kommt nun der Neigungswinkel der Erzeugenden der Lagerfläche des Kranzes und außerdem, in Bezug auf die unteren Lagerkanten desselben, die Lage der Lothrechten, worin das Gewicht eines Kranzsteines, einschliesslich seiner etwa vorhandenen Belaftung, wirkt, besonders in Betracht; denn sein Gleichgewichtszustand wird beeinflusst durch jenen Neigungswinkel in Rücksicht auf das Gleiten auf der Lagerfläche, durch die bezeichnete Lothrechte im Hinblick auf eine Drehung um eine Lagerkante des Kranzsteines.

Soll im vollständig geschlossenen Wölbkranze Gleichgewicht in Bezug auf Gleiten und Drehung herrschen, so werden durch die im Kranze lebenden Kräfte in den Stosfugen Pressungen geweckt, welche, unter der Voraussetzung eines geeigneten Wölbmaterials und einer genügenden Gewölbstärke, fähig sein müssen, das Bestreben des Abgleitens oder des Drehens der Kranzsteine zu verhindern. Sind diese Pressungen für jeden Wölbkranz bekannt geworden und somit für jede Wölb-schicht eines Meridianstreifens gefunden, so lässt sich dieses System von Kräften, in entsprechende Verbindung gebracht, zur Stabilitätsuntersuchung des ganzen Meridianstreifens benutzen.

Um die in den Stosflächen der Kranzsteine entstehenden Pressungen, wobei zunächst auf die Elasticität der Wölbsteine und auf die stärkere oder geringere Binfähigkeit des Mörtels keine Rücksicht genommen werden soll, zu ermitteln, können die folgenden Fälle in Behandlung treten.

a) In Fig. 518 ist Aa die Richtung der Erzeugenden einer Lagerfugentfläche in der Kräfteebene. Ihre Neigung zur Wagrechten sei gleich dem Reibungswinkel $\angle cab = \angle \rho$ des Wölbmaterials. Die Richtungslinie G des im Schwerpunkte des Kranzsteines angreifenden Gewichtes treffe die Erzeugende A im Punkte a der Lagerfläche des Steines. Das in a auf Aa errichtete Loth ab schliesse mit der Krafrichtung G den Winkel $\angle cab = \angle \rho$ ein. In diesem Falle ist nach der Lehre von der schiefen Ebene die Grenzlage für die Erzeugende Aa erreicht, wobei eben noch ein Gleiten des Steines verhindert wird. Da außerdem, vermöge der Lage des Punktes a der Krafrichtung G innerhalb der Lagerfläche des Kranzsteines, durch die Kraft G

Fig. 518.



keine Drehung dieses Steines um eine seiner Kanten eintreten kann, so werden im Systeme eines derartig gelagerten und durch Gewichte beanspruchten Kranzes keinerlei Pressungen in den Stosflächen erzeugt. Dasselbe gilt, selbst wenn die Krafrichtung G durch eine Kante geht.

Schließt die Erzeugende Aa mit der Wagrechten einen kleineren Winkel als den Reibungswinkel ρ ein, bleibt a innerhalb des Gebietes der Lagerfläche, so können ebenfalls in den Stosflächen des Kranzes keine Pressungen entstehen.

317.
Zweiter Fall.

b) Bleibt der Angriffspunkt a der Krafrichtung G in der Lagerfläche, wird aber der Neigungswinkel der Erzeugenden Ba zur Wagrechten grösser als der Reibungswinkel ρ , so hat der Kranzstein kein Bestreben, sich um eine Lagerkante zu drehen; wohl aber ist sein Ruhezustand in Bezug auf das Herabgleiten gestört. Um dieses Abwärtsgleiten zu verhindern, müssen im Kranzkörper Kräfte thätig werden, welche als Pressungen in den seitlichen Stosflächen mit solcher Grösse sich einzustellen haben, dass die aus diesen Seitenkräften entstehende Mittelkraft den Gleichgewichtszustand wieder herzustellen vermag.

Hinsichtlich der Grösse dieser Mittelkraft und danach auch der Grösse der Pressungen in den Stosflächen ist zu bemerken, dass dieselbe ein solches Mass annehmen hat, als zur Herstellung des Gleichgewichtes eben nothwendig ist, dass also ein Mehraufwand in diesem Kraftmasse nicht berechtigt ist. Dieses eben nothwendige Kraftmass drückt mithin einen Grenzwert für die in Rechnung zu ziehende Mittelkraft aus; dieser Grenzwert hat demnach in jedem besonderen Falle einen in Anwendung zu bringenden möglichst kleinsten Werth, welcher eben so wohl frei von einem Kraftmangel, als auch frei von einem Kraftüberschuss aufzutreten hat.

Unter Bezugnahme auf Fig. 518 wird die erwähnte Mittelkraft H der Pressungen möglichst klein, wenn dieselbe durch den höchsten Punkt f der oberen Lagerkante des Kranzsteines geht, wagrecht gerichtet ist und in der lothrechten Halbirungsebene des Meridianstreifens bleibt, welchem der zur Mittelebene symmetrisch geformte Stein zugewiesen ist. Diese Mittelebene enthält auch das Gewicht G des Steines sammt seiner etwaigen Belastung, ist also eine Kräfteebene.

Eine zweite Kräfteebene, wagrecht durch H geführt, enthält die symmetrisch zu H gelegenen Pressungen der Stosflächen als ihre Seitenkräfte. Diese besitzen gleiche Grösse und sind senkrecht zu den Seitenebenen des Meridianstreifens gerichtet.

Das in a auf Ba errichtete Loth ab schließt mit der Richtung G einen Winkel bae ein, welcher grösser ist, als der Reibungswinkel $bac = \rho$. Damit das Abgleiten des Kranzes, dem der Stein angehört, nicht eintritt, müssen die vorhin bezeichneten Seitenpressungen mit der möglichst kleinsten Mittelkraft H thätig werden.

Um diese Kraft H zu bestimmen, muss die Resultirende R aus dem Gewichte G und der noch unbekanntten Kraft H eine solche Lage annehmen, dass sie die Erzeugende Ba in einem Punkte h innerhalb der Lagerfläche trifft und mit dem in h auf Ba errichteten Lothe einen Winkel einschliesst, welcher die Grösse des Reibungswinkels nicht überschreitet. Würde die Lage dieser Resultirenden so fest gesetzt, dass dieselbe mit dem Lothe auf Ba einen Winkel einschliesse sollte, welcher kleiner als der Reibungswinkel ausfiele, so würde H wachsen, was unzulässig erscheinen muss.

Bringt man daher die Richtung G mit der wagrechten Strecke H in g zum Schnitte, zieht man durch g den Strahl R parallel zum Schenkel ac des Reibungs-

Das Gewicht G wird meistens nach Art. 249 (S. 363) auf graphischem Wege bestimmt und danach auch der Werth der Kraft H , bzw. die GröÙe ihrer Seitenkräfte p durch Zeichnung ermittelt.

319.
Wölbkranz.

Betrachtet man eine Schar von Kranzsteinen eines Wölbbringes für mehrere neben einander liegende Meridianstreifen von gleicher GröÙe (Fig. 522), so bleiben die in den äußersten Seitenflächen mg und mb vorhandenen Pressungen P, P gleich den für einen einzelnen Meridianstreifen, z. B. mbc ermittelten Pressungen $p = q$.

Wie aus der Zeichnung zu erkennen, wirken in c , auch in e , die Pressungen der zugehörigen Elementarstreifen in einer geraden Linie, in gleicher GröÙe $p = q$ und in entgegengesetzter Richtung, sind also für sich im Gleichgewicht.

An den lothrechten Grenzebenen mg und mb des Stückes eines Wölbkranzes bleiben also die Pressungen P, P übrig, welche offenbar dieselbe GröÙe wie die Seitenkräfte $p = q$ von H des Streifens mbc besitzen müssen. Diese Pressungen P liegen in einer wagrechten Ebene, welche durch die obere Lagerkante gb am Wölbkranze geführt werden kann; sie stehen je für sich senkrecht zu den Ebenen mg , bzw. mb und lassen sich in k zu einer Mittelkraft Q vereinigen, welche zugleich die Resultirende der Kräfte H der einzelnen Kranzsteine sein muß. Legte sich das Kranzstück mg in den Seitenebenen mg und mb gegen besondere Widerlagskörper, so hätten diese den Kräften P zur Herstellung des Gleichgewichtes einen gleich großen Widerstand zu leisten.

320.
Formänderung.

Bei den geführten Untersuchungen sind die Elasticität des Wölbmaterials und die damit im Zusammenhange stehende Formänderung des Wölbkörpers, welche die an einem Kranzsteine, bzw. an dem ganzen Kranze thätigen Kräfte bewirken, aufser Acht gelassen. Aus Gründen, welche bereits in Art. 141 (S. 194) angeführt sind,

Fig. 522.

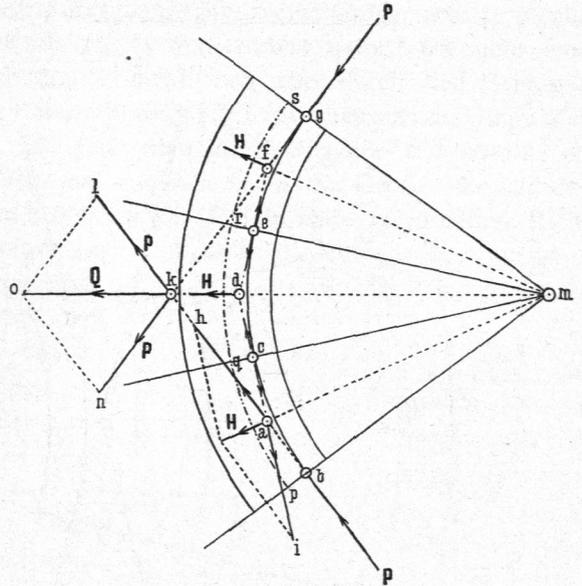
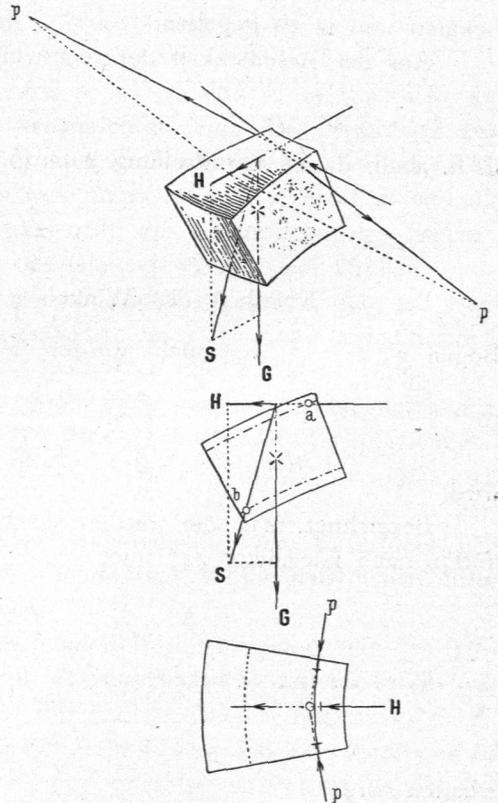


Fig. 523.

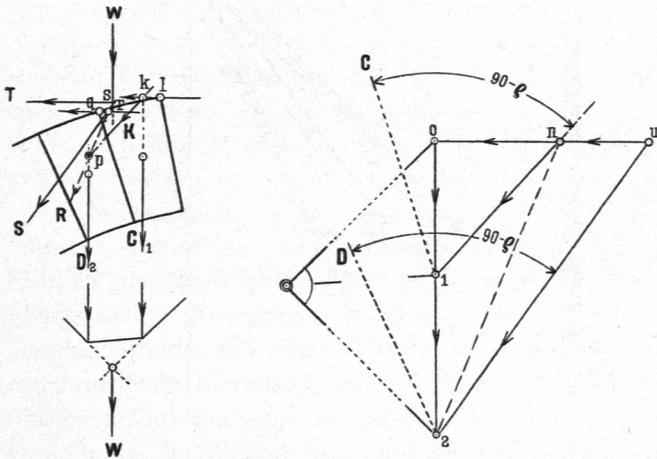


kann man bei Berücksichtigung der Pressbarkeit des Materials die Angriffspunkte a von H und b von S , wie Fig. 523 ohne Weiteres erklärt, um eine gewisse Strecke in das Innere des Wölbsteines rücken, sonst aber beim Bestimmen der Größen der Kräfte H , S und p , wie im Vorhergegangenen mitgeteilt ist, vorgehen. Erfahrungsgemäß ist auch bei Kuppelgewölben das Zurückziehen der Angriffspunkte a und b von den Kanten bei guten, hinlänglich festen Wölbsteinen nur äußerst gering. Die Angabe eines genauen Maßes für die Größe dieses Zurückziehens ist bis jetzt noch nicht möglich.

Mit dem Ermitteln der an den Stofsflächen der Kranzsteine eines Meridianstreifens entstehenden Kräfte, geht die Bestimmung der Drücke auf die Lagerflächen

321.
Pressungen
der
Lagerflächen.

Fig. 524.



der Wölbsteine dieses zugehörigen Streifens Hand in Hand. Ueber einander gelagerte Kranzsteine bilden den Meridianstreifen.

In Fig. 524 sind zur Erklärung des bei der Stabilitäts-Untersuchung eines Meridianstreifens einzuschlagenden Weges zwei über einander liegende Kranzsteine in ihrem Schnitte mit der Symmetrie- oder Kräfteebene vom Gewichte 1 , 2 und mit den Lagerfugen oder Erzeugenden der Lagerflächen C , D angenommen.

Setzt man das Gewicht 1 nach Art. 318 (S. 463) mit der durch l ziehenden wagrechten Kraft n_0 , welche unter Anwendung des Winkels $90 - \rho$ in bekannter Weise gefunden wird, zu der Mittelkraft $K = n_1$ in k auf lk zusammen, so trifft dieselbe die Fuge C . Gleichgewicht in Bezug auf Gleiten und Drehen ist beim Herrschen der Kraft n_0 für den Stein oberhalb der Fuge C gewahrt. Setzt man weiter die Kraft K , welche den Druck für die Fuge C angebt, mit dem Gewichte 2 im Punkte p zu einer Mittelkraft $R = n_2$ des Kräfteplanes zusammen, so schneidet dieselbe die durch den höchsten Punkt q des zweiten Kranzsteines gehende wagrechte, noch unbekannte Kraft im Punkte r . Zieht man zur Bestimmung dieser Kraft im Kräfteplane $2D$ parallel zur Erzeugenden D , trägt man an $2D$ den Winkel $90 - \rho$, so begrenzt der Schenkel zu dieses Winkels die durch o , bzw. n gelegte Wagrechte im Punkte u , und folglich wird nunmehr un die in r wirkende wagrechte Kraft und u_2 die gleichfalls durch r ziehende Resultirende S der beiden wagrechten Kräfte un und $n_0 = u_0$ und der beiden Gewichte 1 und $2 = o_2$, welche in ihrer Gesammtheit für die Fuge D in Wirksamkeit treten. Auch diese den Druck für die Lagerfuge D angegebende Kraft S bekundet Gleichgewicht in Rücksicht auf Gleiten und Drehung bis zur Fuge D des Meridianstreifens.

Die wagrechte Seitenkraft u_0 von S ist die Mittelkraft derjenigen Pressungen, welche bis zur Fuge D an den Seitenflächen des Meridianstreifens entstehen.

Setzt man dieses einfache Verfahren, welches im Folgenden — bei der be-

fonderen Betrachtung über Kuppelgewölbe — noch weiter verfolgt werden foll, unter Beobachtung der in Art. 315 (S. 460) behandelten und eintretenden Fälle

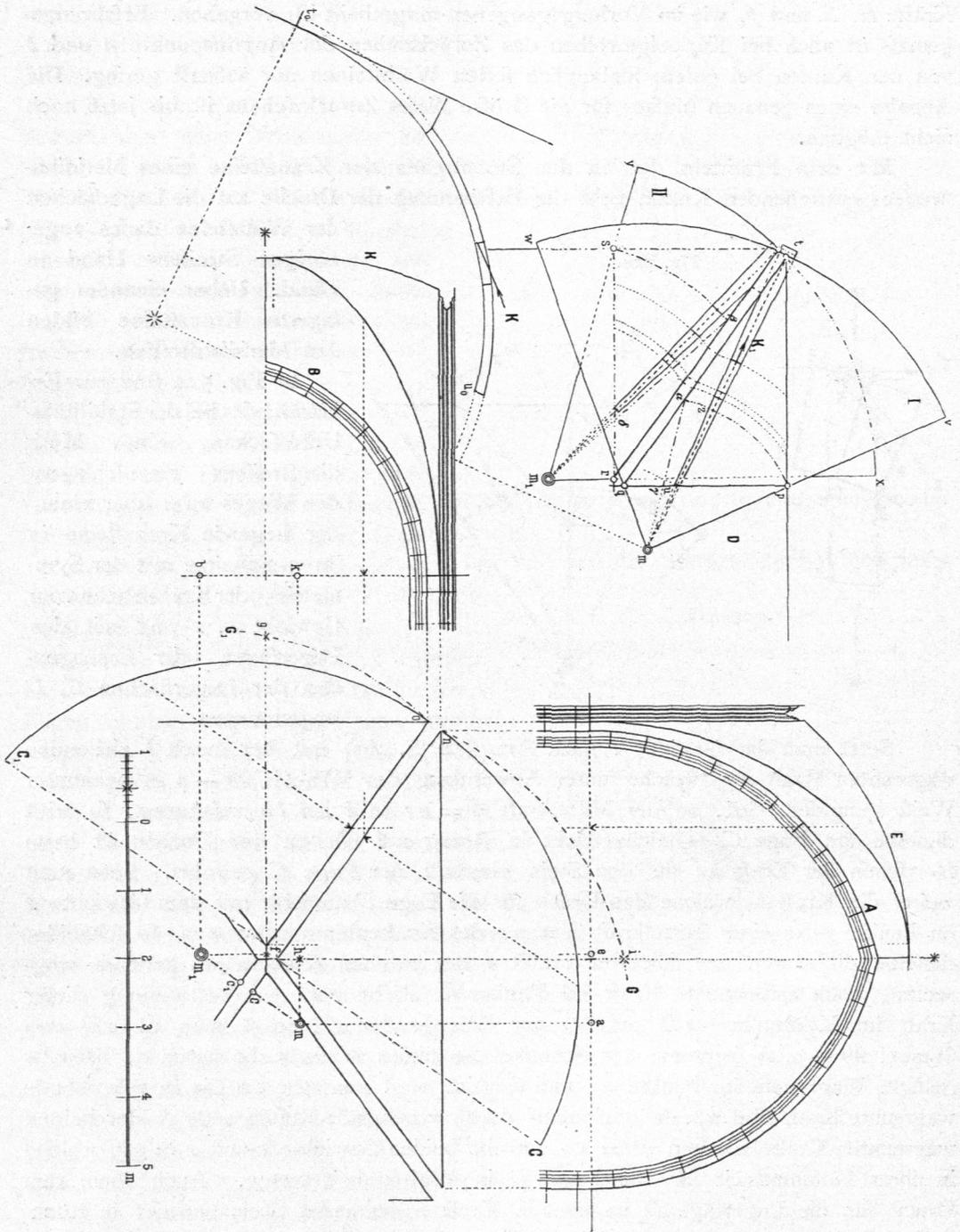


Fig. 525.

fort, so gelangt die statische Unterfuchung des Meridianstreifens sowohl in Bezug auf die Pressungen in den Stofsflächen, als auch auf die Drücke in den Lagerflächen zum Abschluss.

Hätte man die Kräfte no und un zu einer Mittelkraft T und eben so die Gewichte 1 und 2 zu einem resultirenden Gewichte W zusammengesetzt, diese in ihrem Schnitte s angreifen lassen, so würde die durch s parallel zu $u2$ gelegte Resultirende S ebenfalls durch den Punkt r gehen.

Die besprochenen, für die Stabilitäts-Untersuchung der Kuppelgewölbe wichtigsten Punkte lassen sich unmittelbar auf die Prüfung der Standfähigkeit der bufigen Kappen der gothischen Kreuzgewölbe übertragen. Da die sphäroidischen, nicht nach reinen Kugelflächen gewölbten Kappen doch im Allgemeinen in Rücksicht auf ihre praktische Ausführung nur wenig von der Kugelfläche abweichen, sondern fast immer in ihren Laibungsflächen kugelähnlich gestaltet werden, so entsteht kein großer Fehler, wenn auch diese sphäroidischen Kappen bei der statischen Untersuchung wie die mit Kugelflächen behafteten Kappen behandelt werden.

Für das Kreuzgewölbe über einem rechteckigen Gewölbefelde in Fig. 525 sind A und C , bezw. B und C die nach Kreisbogen genommenen Ansatzlinien der Gewölbflächen. Die Mittelpunkte dieser Kreisbogen liegen in der wagrechten Kämpferebene; m und m' sind die Kugelmittelpunkte für das Kappenstück zwischen A und C , bezw. zwischen B und C . Der größte Kreis des ersten Stückes ist in G , der des zweiten Stückes in G' auf bekanntem Wege ermittelt.

Unter Benutzung der größten Kreise werden die Kugelstücke der Kappen in schmale, lothrechte Meridianstreifen zerlegt. Für jede Kappe sind den einzelnen Streifen gleiche Winkel zu geben; auch ist, wie im Plane D gezeigt, thunlichst eine gleichmäßige Anordnung in Bezug auf die Symmetrie-Ebenen mt und $m't$ der längsten Streifen zu treffen. Ist die wagrechte und lothrechte Projection, wie ut , $u_0 t_0$ eines größten Meridianstreifens bestimmt, so ist dieses Gewölbstück für sich einer statischen Untersuchung zu unterwerfen, um danach ohne Weiteres die Stabilitätsverhältnisse der übrigen in den zugehörigen Kappenstücken noch vorhandenen, aber kürzeren Streifen, gleiche Stärke und Belastung vorausgesetzt, ableiten zu können.

Beim Zerlegen der Kappenstücke in Meridianstreifen ergeben sich weiter in Rücksicht auf die Scheitellinien qp der Kugelfläche I , mit dem größten Kreise vw , und rs der Kugelfläche II , mit dem größten Kreise xy , durch die Ringlinien $p\alpha$, bezw. $s\beta$ und durch die Scheitellinien qp , bezw. rs bestimmt begrenzte Gebiete $q\alpha p$ und $r\beta s$, welche die in den lothrechten Scheitelebenen pq und sr entstehenden Pressungen besonders beeinflussen.

Steht die lothrechte Axe der Kugelfläche, welche die Laibung eines Kappenstückes liefert, wie in Fig. 526 bei m , außerhalb des eigentlichen Gewölbefeldes, so ist nach dem Festlegen ihres größten Kreises G wiederum nur ein zweckmäßiges Zerlegen des Kappenstückes in schmale Meridianstreifen vorzunehmen. Der größte dieser Streifen, wie z. B. gf mit der lothrechten Projection g,f , ist für die statische Untersuchung zu Grunde zu legen.

In jeder Beziehung ist die Ermittlung der Seitenpressungen, welche die bufigen Kappen auf die stützenden Rippenkörper ausüben, von Bedeutung.

Ist nach Fig. 527 das Zerlegen der Kappen in Meridianstreifen vorgenommen, so kann man, z. B. für den größten Streifen $hfe g$, die in der besonders stark gezeichneten Kranzschicht entstehende wagrechte Kraft H ganz im Sinne der Ausführungen in Art. 319 (S. 466) und danach die Pressungen P an den Stosflächen des zugehörigen Kranzsteines bestimmen. Diese Pressungen P sind für sämtliche Kranzsteine des Wölbringes in Betracht zu ziehen. Dieselben machen sich sowohl

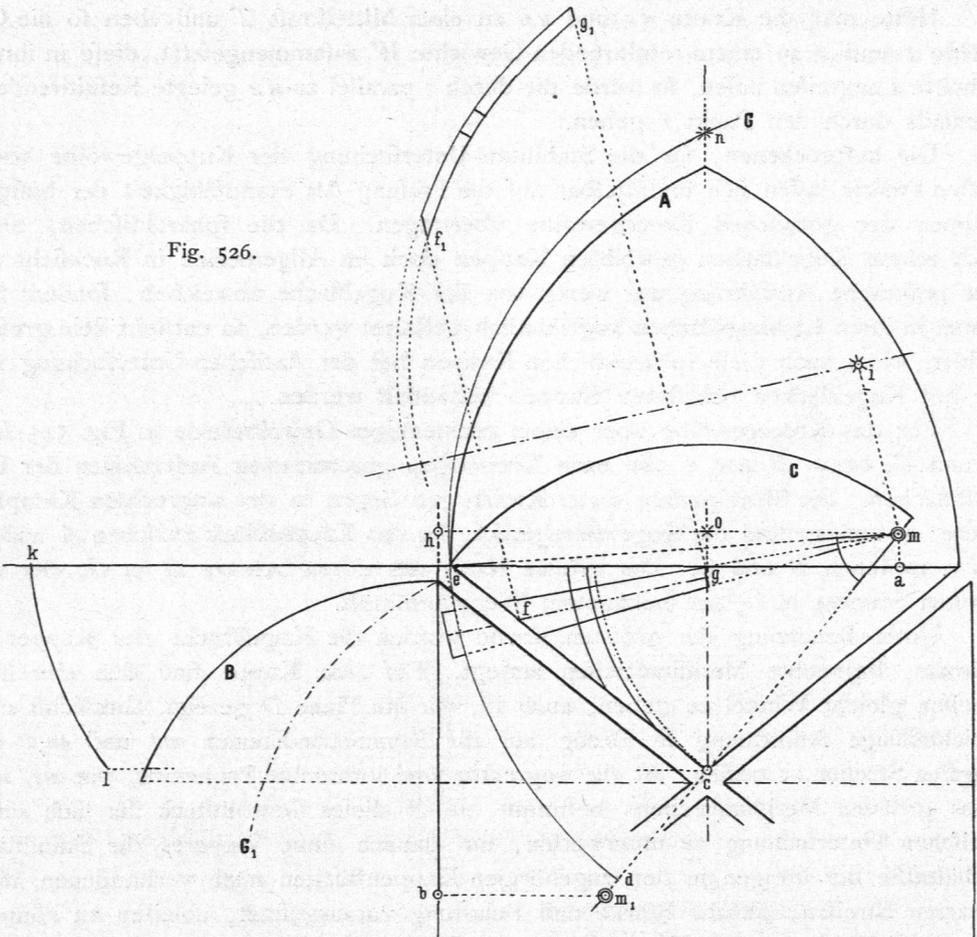


Fig. 526.

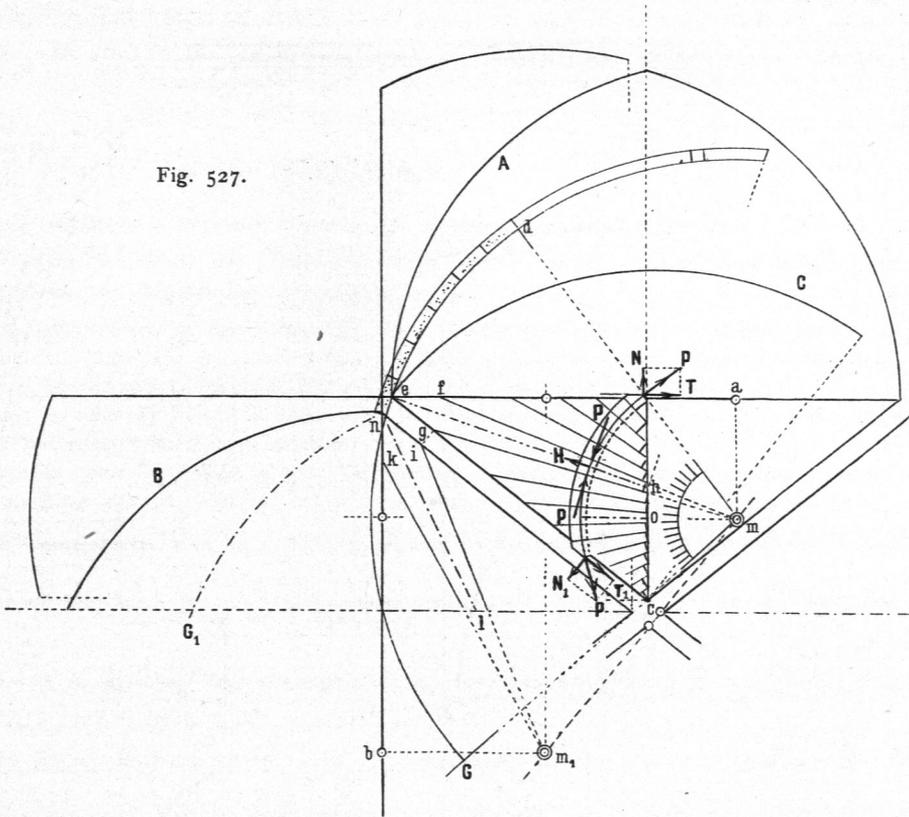
in den Ansatzflächen der Kränze, so fern die Kräfte in den Stosflächen bei einzelnen Ringfichten nicht gleich Null werden, am Randbogen der Seite ea , als auch am Diagonalbogen ec geltend. Sie sind auch hier bei einer normalen Stellung zu den äußersten Meridianebenen der Kranzschicht wagrecht gerichtet und kennzeichnen unmittelbar die Beanspruchung der stützenden Rippenkörper durch diese Kräftegruppe der Kappenwölbung.

Nach dem Zerlegen der Pressungen P in die Seitenkräfte N und T , bzw. N , und T , rechtwinkelig zu den Ebenen der Rand- und Diagonalbogen, bzw. in diese Ebene fallend, läßt sich hiermit unter Berücksichtigung des in Art. 253 (S. 375) Vorgetragenen die weitere statische Untersuchung dieser Bogenkörper in Verbindung bringen.

Ergeben die Pressungen P der Stosflächen der einzelnen Kranzschichten auch sofort die Größe der hierdurch eintretenden Seitenschübe für die Rippenkörper, so sind damit doch zunächst die Pressungen noch nicht klar gelegt, welche durch die innerhalb der bei Fig. 525 erwähnten Gebiete der Scheitellinien der Kappen befindliche Wölbung in den senkrechten Ebenen dieser gekrümmten Scheitellinien bei dem Zusammenchnitt der Wölbflächen entstehen.

Die Bestimmung der Größe dieser nach den Scheiteln der Rand- und Diagonalbogen gelangenden Pressungen soll besonders nach Fig. 528 vorgenommen werden.

Fig. 527.

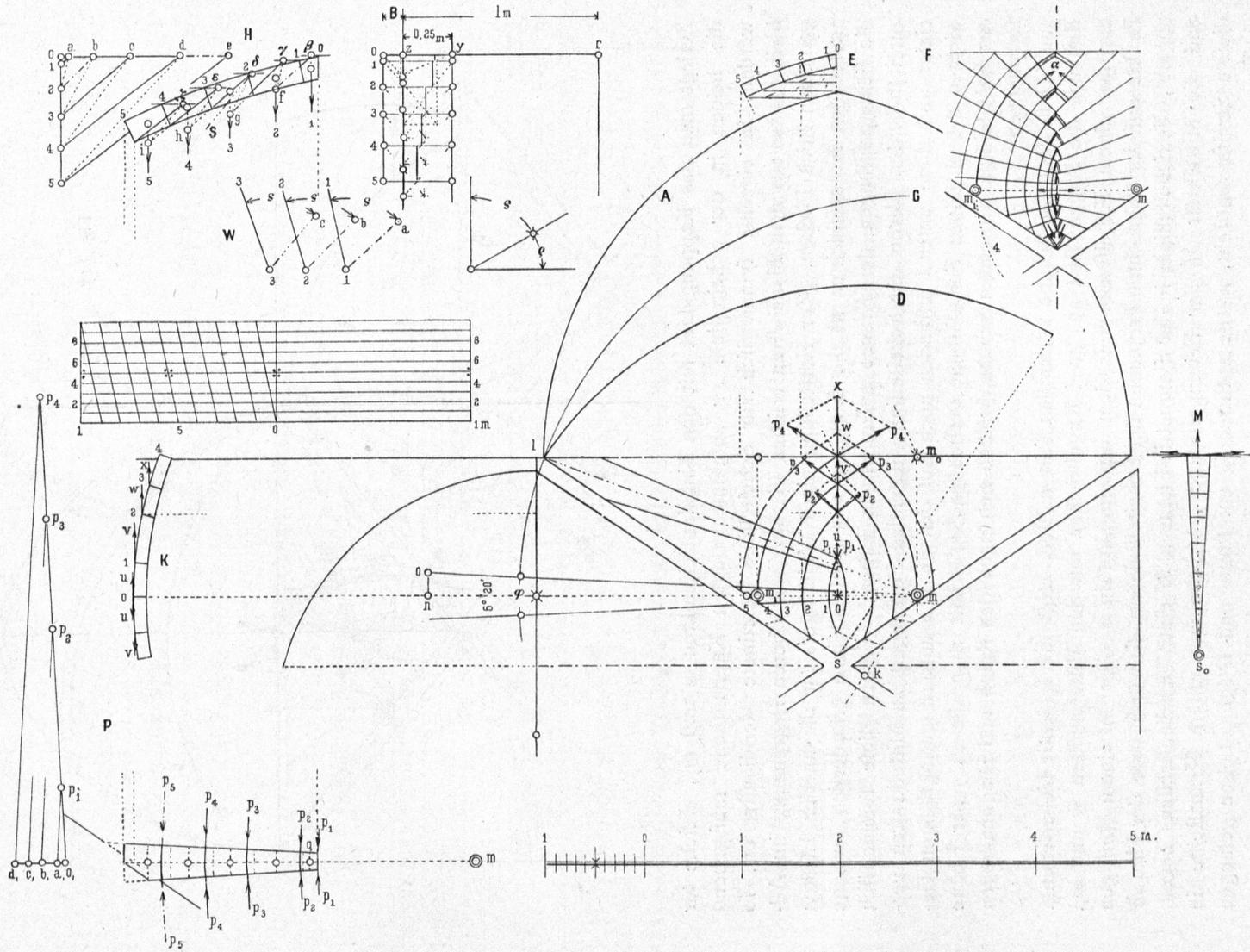


Zerlegt man das Kappengebiet mit den Kugelmittelpunkten m und m_1 , welche für die beiden in der Scheitellinie sv zusammengefügte Kappentheile maßgebend werden, in einzelne symmetrisch zur Scheitellinie geordnete Meridianstreifen, so bleiben, wie aus dem Plane F zu ersehen ist, an ihrer oberen Begrenzung im Allgemeinen noch Lücken. Zur Herstellung eines Widerlagers für die an den Lücken endigenden Kranzschichten ist das Einfügen von Schlufssteinen erforderlich, welche die Seitenpressungen der Kränze aufzunehmen haben. Werden diese symmetrisch zur lothrechten Ebene der Scheitellinie liegenden Pressungen zu Mittelkräften vereinigt und diese unter Umständen noch mit den an sich äußerst geringfügigen Gewichten der einzelnen Schlufssteine verbunden, so erhält man die in jener Ebene der Scheitellinie wirkenden Schübe, welche sich nach den Rand- und Diagonalbogen fortpflanzen.

Dafs derartige Schübe vorhanden sein müssen, zeigt die folgende Ueberlegung. Bestände die Kappe, statt aus zwei Kugelstücken mit den Mittelpunkten m und m_1 , nur aus einem Kugelstücke mit dem Mittelpunkte in s oder in einem sonstigen Punkte auf der wagrechten Projection der Scheitellinie sv , so würde, wie der Plan M angiebt, die Scheitellinie in der Symmetrie-Ebene s_0M eines Meridianstreifens liegen, und die Mittelkraft M der Seitenpressungen, welche am untern Kranzsteine in diesem Streifen entsteht, würde nothwendig auf Rand- und Diagonalbogen gelangen müssen.

Für das Gebiet der Scheitellinie, welches in der Zeichnung durch die Fläche vm, smv begrenzt ist, sind die Wölbkränze o bis 4 angenommen.

Fig. 528.



Der grösste Meridianstreifen ist p, l mit der Symmetrie-Ebene ml . Sein Winkel φ ist mittels des rechtwinkligen Dreieckes onm durch

$$\operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} = \frac{on}{nm} = \frac{0,275}{5} = 0,55,$$

d. h. $\frac{\varphi}{2} = 3^{\circ} 10'$ und $\varphi = 6^{\circ} 20'$ gefunden.

Die statische Untersuchung dieses Meridianstreifens ist in den Plänen H und P für 5 Wölbsteine nach der Grundriss-Projection $o5$ und der lothrechten Projection E im vergrösserten Maassstabe ausgeführt.

Um die Strecken für den Rauminhalt, bezw. für die Gewichte der Kranzsteine, welche nur $0,12$ m Höhe besitzen, ohne eine besonders grosse Zeichnung anzufertigen, doch in einer Grösse darzustellen, welche zur scharfen grapho-statischen Behandlung geeignet ist, kann man die in Art. 249 (S. 363) näher angegebene Bestimmung solcher Strecken noch mit einer weiteren, beliebig gewählten Vergrößerung in einfacher Weise durch Zeichnung verfahren.

Benutzt man zum Zwecke der Vergrößerung jener Strecken eine befondere Grundlinie zy kleiner als 1 m, also statt der im Art. 239 (S. 364) in Fig. 441 gezeichneten Strecke zo gleich 1 m, eine weit kleinere Strecke $zy = \frac{1}{n}$ Met., so entsteht nach Gleichung 232 (S. 363) $\frac{x}{1} = \frac{w}{d}$ nunmehr in

Rücksicht auf die Strecke $zy = \frac{1}{n}$ Met., weiter der Ausdruck $\frac{x}{\frac{1}{n}} = \frac{w}{d}$, woraus $w = nxd$ folgt. Hier-

nach wird w in n -facher Vergrößerung erhalten. Im Plane H ist $zy = 0,25$ m = $\frac{1}{4}$ m gewählt. Da $n = 4$ ist, so wird w sofort 4-fach vergrössert dargestellt.

Da endlich die Basis $B = 0,1 = \frac{1}{10}$ m angenommen wurde, so ist im Ganzen durch $\frac{1}{n} B = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{40}$ eine 40-fache Vergrößerung der Strecke für die Rauminhalte der Kranzsteine in der Zeichnung gewonnen.

Im Uebrigen ist die Bestimmung der Rauminhalte, bezw. der Gewichte dieser Steinkörper nach den im Art. 249 (S. 363) gemachten Angaben getroffen.

Soll nun der Rauminhalt v , z. B. des Wölbsteines \mathcal{J} , zahlenmässig ausgedrückt werden, so ist die zugehörige Strecke $z\mathcal{J}$ im Inhalts- oder Gewichtsplane zu messen. Ihre Länge beträgt $0,15$ m. Hiernach ist unter Berücksichtigung der 40-fachen Vergrößerung der Inhalt

$$v = 0,15 \cdot \frac{1}{40} \text{ cbm} = 0,00375 \text{ cbm.}$$

Aus dem Grundriss P des Meridianstreifens ergibt sich für den Stein \mathcal{J} durch Messung eine mittlere Dicke, welche durch den Weg seines Schwerpunktes innerhalb des Streifens bestimmt ist, zu $0,125$ m; seine Querschnittsfläche wird nach dem Plane H zu $0,12 \cdot 0,25 \text{ qm} = 0,03 \text{ qm}$ gefunden; folglich ist sein Inhalt $v = 0,03 \cdot 0,125 \text{ cbm} = 0,00375 \text{ cbm}$, wie vorhin. Wiegt 1 cbm Wölbmaterial, z. B. Backstein, 1600 kg , so ist das Gewicht des Steines \mathcal{J} gleich $0,00375 \cdot 1600 \text{ kg} = 6 \text{ kg}$.

In Uebereinstimmung mit dem in Art. 315 bis 321 (S. 460 bis 467) Gefagten ist unter Benutzung des Gewichtsplanes B die Stabilitäts-Untersuchung des Meridianstreifens $o5$ im Plane H auf graphischem Wege ausgeführt.

Für den ersten Stein trifft die Gewichtslinie r die durch o geführte Wagrechte im Punkte β . Der Strahl βf , parallel mit dem Schenkel $1a$ des für die Fuge 1 fest gelegten Reibungswinkels $11a$ durch β gezogen, schneidet die Fuge 1 . Zieht man im Plane H den Strahl $1a$ parallel zu βf , bezw. parallel zum Schenkel $1a$ des Reibungswinkels $11a$, so erhält man in der Strecke ao des Planes a die Mittelkraft der Seitenpressungen des ersten Kranzsteines und in ar den Druck auf die Lagerfläche r . Die Kraft- richtung βf schneidet die Gewichtslinie z im Punkte f .

Ein Strahl $f\gamma$, parallel zur Mittelkraft az der Kräfte ao und oz geführt, liefert auf der durch r gezogenen Wagrechten den Punkt γ . Eine Linie γg parallel zum Schenkel $2b$ des für die Fuge 2 gezeichneten Reibungswinkels $22b$ genommen, trifft wiederum die Fuge 2 . Man kann also ohne Weiteres auch im Plane H den Strahl $2b$ parallel zu γg oder, was dasselbe ist, parallel zum Schenkel $2b$ des

Reibungswinkels $\alpha\alpha b$ ziehen, um in ba die Mittelkraft der Seitenpressungen des zweiten Kranzsteines und in $b\alpha$ den Druck für die Lagerfuge α zu erhalten. Beim dritten Kranzsteine schneidet die durch g parallel zu $b\beta$ geführte Kraftstrecke die durch α gezogene Wagrechte im Punkte δ . Der durch δ parallel zum Schenkel βc des Reibungswinkels $\beta\beta c$ der Fuge β gelegte Strahl S trifft die Fuge β nicht mehr. Deshalb muß zur Bestimmung der Mittelkraft cb der Seitenpressungen des dritten Kranzsteines nach dem in Art. 318 (S. 463) behandelten dritten Falle die von δ ausgehende Krafrichtung δh durch den tiefsten Punkt der Fuge β gelegt werden. Nimmt man hiernach βc parallel zu δh , so ist cb die gefuchte Mittelkraft der Seitenpressungen des dritten Kranzsteines und $c\beta$ der Druck in der Lagerfuge β . Da für die Fuge β der Reibungswinkel $\beta\beta c$ die Bestimmung der bezeichneten Mittelkraft nicht mehr beeinflusst, so kann die weitere Zeichnung der Reibungswinkel für die Fuge γ u. f. f. unterbleiben. Der Strahl δh schneidet die Gewichtslinie γ im Punkte h . Die durch h parallel zur Resultirenden $c\gamma$ der Kräfte $c\beta$ und $\beta\gamma$ gezogene Gerade $h\epsilon$ trifft die durch β gelegte Wagrechte in ϵ . Von ϵ aus braucht man nur einen Strahl ϵi durch den tiefsten Punkt γ zu legen, um, nachdem im Plane H durch γ eine Parallele zu ϵi gezogen ist, in der Strecke dc die Mittelkraft der Seitenpressungen des vierten Kranzsteines und in $d\gamma$ die Pressung in der Lagerfuge γ zu gewinnen. Fährt man in dieser Weise fort, so kommt man an eine Fuge, welche ohne Weiteres bei genügender Gewölbstärke nicht mehr außerhalb, sondern innerhalb ihrer Begrenzungspunkte von den Mittelkräften, wie solche in den Strahlen $c\gamma$, $d\delta$ u. f. f. sich ergeben, geschnitten werden. Alsdann treten überall für die zugehörigen Kranzsteine keine Bestimmungen von Seitenpressungen mehr ein. Durch einfache Zusammenfassung der für die noch folgenden Fugen in Frage kommenden Kräfte, welche im Allgemeinen nicht mehr unmittelbar von dem Reibungswinkel und den Lagerkanten abhängig gemacht werden, ist alsdann, wie sich später bei der Untersuchung eines größeren Kuppelgewölbes noch zeigen wird, die Weiterführung der Stabilitäts-Ermittelungen in Bezug auf die Drücke in den Lagerflächen zu beforgen.

Da nunmehr die Mittelkräfte ao , ba , cb , dc der Seitenpressungen der Kranzsteine für die im Wölbgebiete vm, smv der Scheitellinie liegenden Ringfichten bekannt geworden sind, so lassen sich diese Pressungen selbst wiederum durch Zeichnung, wie der Plan P kenntlich macht, leicht bestimmen. Die Pressungen p_1 , p_2 u. f. f. liegen in wagrechten Ebenen und stehen senkrecht zu den Seitenebenen des Meridianstreifens.

Nimmt man im Plane P die Strecke oa , gleich der wagrechten Mittelkraft ao für die Seitenpressungen am ersten Kranzsteine des Planes H , zieht man op , und ap , parallel zu den senkrechten Strahlen p , des Meridianstreifens m , so erhält man in den Strecken op , bezw. pa , die gefuchten Seitenpressungen.

Für den zweiten Kranzstein ist ob , = ba des Planes H . Die Strecken op_1 , bezw. p_1b geben die Seitenpressungen dieses Steines u. f. f. Sollten die Seitenpressungen, z. B. für den dritten Stein, durch Rechnung unter Benutzung der hierfür auf graphischem Wege gefundenen Mittelkraft cb des Planes H bestimmt werden, so ist Gleichung 247 (S. 465) anzuwenden. Man erhält hiernach

$$p_3 = \frac{cb}{\varphi}.$$

Da der Winkel φ zu $6^\circ 20'$ ermittelt war, so ist die Bogenlänge φ bei einem Halbmesser 1 gleich 0,1105. Die Strecke cb mißt 0,19 Met., bezw. Cub.-Met. Hiernach wird

$$p_3 = \frac{0,19}{0,1105} = \infty 1,72 \text{ cbm.}$$

Die Zeichnung liefert $p_3 = o_1 p_3 = 1,75 \text{ cbm.}$

Die Rauminhalte, bezw. Gewichte sind jedoch in 40-facher Vergrößerung gezeichnet; mithin ist $p_3 = \frac{1,75}{40} = \infty 0,044 \text{ cbm}$ zu setzen, wofür bei Backsteinmaterial ein Gewicht von $0,044 \cdot 1600 \text{ kg} = 70 \text{ kg}$ entsteht.

Setzt man die in den Kränzen des Scheitelgebietes vm, smv wirkenden Seitenpressungen, wie in Art. 319 (S. 466) und in der Zeichnung angegeben ist, der Reihe nach zu Mittelkräften u , v , w , x zusammen, so ergibt sich aus dem Plane K die Beanspruchung des Randbogens und der Diagonalebogen durch dieses in der Scheitelebene sv wirkende Kräftesystem.

Die Vereinigung dieses Systemes mit den, meistens jedoch in geringer Größe auftretenden, Gewichten der Schlusssteine der früher erwähnten Lücken α liefert alsdann die in der Scheitelebene sv liegenden resultirenden Schübe für die Rand- und Diagonalebogen.

Bei Kappen mit sphäroidischer Bufung kann der im Vorhergegangenen erklärte Gang der statischen Untersuchung beibehalten werden. Die gemeinschaftliche loth-

rechte Axe der Meridianebenen, welche das Zerlegen der zu untersuchenden Kappenstücke in schmale Meridianstreifen angeben, ist die durch den Gipfelpunkt der kugelähnlichen Kappe geführte Gerade. Der Fußpunkt dieser lothrechten Axe kann auf der Kämpferebene des Gewölbes innerhalb oder außerhalb der zugehörigen Kappe liegen; für das Zerlegen dieser sphäroidischen Kappen bleiben die in Art. 322 (S. 469) für Kugelkappen angegebenen Maßnahmen bestehen.

In gleicher Weise ist auch die statische Untersuchung der Kappen bei den flachen Kreuzgewölben, den Stern- und Netzgewölben, gleichgiltig, ob dieselben nach reinen Kugelflächen oder nach sphäroidischen Flächen gestaltet sind, zu führen.

Die Stärke der Gewölbekappen kann für die Praxis nach der Größe der Pressungen, welche auf die Stofs-, bezw. Lagerflächen der Wölbkränze gelangen, berechnet werden.

323.
Stärke
der
Kappen.

Wie aus der statischen Untersuchung des oberen Theiles eines Meridianstreifens im Plane H in Fig. 528 hervorgeht, sind für die Bestimmung der Gewölbstärke eines Kranzes, bei möglichst strengem Verfahren, die Abmessungen eines Kranzsteines zu berechnen, einmal in Rücksicht auf die normalen Pressungen der Seitenflächen und sodann in Bezug auf den Druck seiner Lagerfläche. Da es an einer genauen Bekanntheit von der wirklich stattfindenden Druckvertheilung am gepressten Steine und der entstehenden Formänderung desselben mangelt, ist die bereits in Art. 136 (S. 181) angegebene, auf Erfahrung gestützte Grundlage für die weitere Durchführung der Rechnung in praktischer Beziehung zu verwerthen.

Dem Wesen der statischen Untersuchung der bufigen Kappen der gothischen Kreuzgewölbe entsprechend, kann aber bei der Berechnung der Gewölbstärke nicht, wie bei den cylindrischen Gewölben, von einem möglichst kleinsten Werthe eines Horizontalschubes in einer oberen Scheitelfuge, welcher bei Kuppelgewölben sogar gleich Null ist, sondern nur von der Größe der normalen Pressungen, welche die Stofs-, bezw. Lagerflächen eines Kranzsteines beeinflussen, füglich die Rede sein. Deshalb kann man für die Praxis die Gewölbstärke nach den für Normaldruck ermittelten Gleichungen 148, bezw. 149 (S. 186) bei der Wölbung aus Quadern, so wie nach den Gleichungen 150, bezw. 151 (S. 187) bei Backsteinmaterial von guter Beschaffenheit bestimmen. Hierbei hat man, da die Gewölbstärke in den meisten Fällen für alle Kranzschichten gleich groß genommen wird, den Normaldruck zu ermitteln, welcher auf die Fußfläche des größten Meridianstreifens einer Kappe kommt. Aber wenn auch dieselbe Gewölbstärke nicht durchweg für alle Wölbsschichten, vermöge etwa sehr stark nach dem Fusse des Streifens anwachsender Drücke, beibehalten werden kann, so ist man mit Hilfe der statischen Untersuchung und der erwähnten Gleichungen doch stets in der Lage, für irgend eine Kranzschicht die Gewölbstärke ausfindig zu machen.

Beispiel. So ist in Fig. 528 (S. 472) für den Stein \mathcal{J} im Plane H eine normale Pressung $p_3 = 0,044$ cbm gefunden. Die Breite der Kranzschicht ist bei der Theilung des Meridianstreifens $o\mathcal{J}$ zu $0,25$ m angenommen; mithin muß, um die für den Normaldruck bei einer Tiefe gleich 1 m entwickelten Gleichungen benutzen zu können, der Normaldruck für die Stofsflächen des Steines \mathcal{J} berechnet werden, als

324.
Beispiel.

$$N_3 = \frac{p_3 \cdot 1}{0,25} = \frac{0,044 \cdot 1}{0,25} = 0,176 \text{ cbm.}$$

Setzt man diesen Werth in Gleichung 150 (S. 187) für N , so ergibt sich bei Backsteinmaterial eine Stärke

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 0,176) 0,176} = 0,065 \text{ m;}$$

d. h. gleich einer Backsteindicke. In der Zeichnung ist in Rücksicht auf eine grössere Normalpressung am Fusse des grössten Meridianstreifens die Kranzstärke gleich 0,12 m, gleich einer Backsteinbreite, genommen.

Der Druck $c_{\mathcal{J}}$ für die untere Lagerfläche des Steines \mathcal{J} ergibt sich, unter Berücksichtigung der 40-fachen Vergrößerung der Kraftstrecke $c_{\mathcal{J}}$, im Plane H zu $\frac{0,475}{40} = \infty 0,012$ cbm.

Nach dem Grundriss m des Meridianstreifens ist die Tiefe der unteren Lagerfläche gleich 0,15 m. Die aus $c_{\mathcal{J}}$ für diese Fläche entstehende normale Seitenkraft ist etwas kleiner als $c_{\mathcal{J}}$, möge aber hier gleich der Strecke $c_{\mathcal{J}}$ gesetzt werden.

Hier wird der in Rechnung zu stellende Normaldruck für eine Tiefe gleich 1 m

$$N = \frac{0,012 \cdot 1}{0,15} = 0,08 \text{ cbm,}$$

also kleiner, als der vorhin für die Stosflächen berechnete Werth N_3 . In diesem Falle ist der Werth für N bei der Berechnung der Gewölbstärke aufser Acht zu lassen.

Umgekehrt aber ist bei Kranzschichten, deren Normalpressungen in den Stosflächen, die selbst den Werth Null annehmen können, kleinere Gewölbstärken ergeben, als der Normaldruck der Lagerflächen fordert, der letztere zu berücksichtigen.

Hat das Gewölbe aufser seinem Eigengewicht noch eine Uebermauerung oder eine sonstige ruhende Belastung aufzunehmen, so ist diese Ueberlast, auf das Gewicht des Wölbmaterials in bekannter Weise zurückgeführt und bei der Lamellentheilung des Meridianstreifens entsprechend berücksichtigt, bei der statischen Untersuchung eben so zu behandeln, wie früher bei den belasteten cylindrischen Gewölben gezeigt wurde.

325.
Empirische
Regeln.

Im Allgemeinen bedürfen die unbelasteten busigen Kappen der gothischen Kreuzgewölbe nur einer geringen Stärke. Bei der grossen Mannigfaltigkeit in der Gestalt dieser Gewölbe sind empirische Regeln, welche alle Fälle der verschiedenen Gewölbeanlagen umfassen sollten, für die Feststellung der Kappenstärke von keinem Werthe.

Hat das Rippen- und Kappenystem in constructiver Beziehung eine richtige, ungekünstelte Anordnung erfahren, so können bei der Verwendung von gutem Backsteinmaterial, welches jetzt vorzugsweise zur Wölbung der Kappen benutzt wird, sorgfältige Ausführung und guter Mörtel vorausgesetzt, unbelastete busige Kappen bis rund 10 m Spannweite mit 12 cm, d. h. $\frac{1}{2}$ Backstein Stärke angenommen werden.

Erfolgt die Wölbung mit geeignetem natürlichem Steinmaterial, so beträgt die Kappenstärke in der Regel nicht unter 20 cm, welche ausnahmsweise bei ausgezeichnetem Material wohl bis zu 10 cm herabsinkt. Bei belasteten Kappen sind die angegebenen Stärken zu vergrössern. Den besten Aufschluss über die anzunehmende Gewölbstärke wird man immer durch die ohne grosse Mühe auszuführende statische Untersuchung der Kappen erhalten.

β) Stabilität der Gewölberippen.

326.
Gewölberippen.

Die Rippenkörper der gothischen Kreuzgewölbe sind in den meisten Fällen Bestandtheile cylindrischer Gewölbe, deren Bogenlinie, abgesehen von einem Halbkreise oder einem Korbbogen, am häufigsten als Spitzbogen mit Kreisbogenfchenkeln angenommen wird. Liegen die Leitlinien der Schenkel des Spitzbogens in einer und derselben lothrechten Ebene und ist die Belastung beider Bogenfchenkel dieselbe, so bildet der Rippenkörper ein cylindrisches, symmetrisch geformtes und symmetrisch belastetes Gewölbstück. Eben so können auch Rippenkörper in besonderen Fällen als einfchenkelige Theile eines Spitzbogens und somit als einhüftige oder ansteigende Bogen auftreten. Wie nun auch an sich Form, Anordnung und Belastung der Rippenkörper sein mögen; stets sind für ihre statische Untersuchung die für die