

punkt eines kurzen Kreisbogens ui , und die Lothrechte ik ergibt eine mäfsige, nicht ungünstig wirkende Ueberhöhung der nunmehr fest gelegten inneren Begrenzungslinie, welcher sich die übrigen Randlinien gleich laufend anzuschließen haben. Durch diese an sich geringfügige Umformung werden keinerlei Nachtheile für die Gewölbekonstruktion verurthet.

8) Stärke der gothischen Kreuzgewölbe und ihrer Widerlager.

314.
Ueberficht.

Die Gewölbekappen der gothischen Kreuzgewölbe erhalten in den meisten Fällen eine Bufung. Ihre Laibungsflächen gehören reinen Kugelflächen oder kugelförmigen Flächen an; ihre Wölbung entspricht im Wesentlichen einem freihändigen Zusammenfügen der Wölbsteine in der Weise, daß Bestandtheile eines Kugelgewölbes entstehen, welche sich gegen die Rippen als Träger des ganzen Gewölbes legen. Letztere liefern das gefammte im Gewölbe nach gerufene System von Kräften an die Gewölbstützen ab. Die zur Ermittlung der Stärke der gothischen Kreuzgewölbe zu führenden Untersuchungen umfassen vorwiegend die Prüfungen der Stabilität:

- a) der Gewölbekappen,
- β) der Gewölberippen und
- γ) der Gewölbewiderlager oder Gewölbstützen.

Bei dem zuletzt genannten Punkte sind noch besonders die bei den gothischen Kreuzgewölben mannigfach in Anwendung kommenden Strebepfeiler und Strebe- oder Schwibbogen zu berücksichtigen.

α) Stabilität der Gewölbekappen.

315.
Stabilität
der
Gewölbekappen.

Die bufigen Kappen der gothischen Kreuzgewölbe sind, wie auch die Art ihrer Einwölbung beschaffen sein mag, im Wesentlichen als Bestandtheile eines Kugel-, bzw. eines Kuppelgewölbes anzusehen. Ihre statische Untersuchung und die damit verknüpfte Bestimmung ihrer Stärke hat die Lehre vom Gleichgewichtszustande dieser besonderen Gewölbe zur Richtschnur zu nehmen. Die Theorie der Kuppelgewölbe ist in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Art. 489 u. ff., S. 461 u. ff.¹⁸³) dieses »Handbuches« gegeben.

Die hierin enthaltenen Grundlagen sollen im Folgenden bei den statischen Untersuchungen der in Frage kommenden Gewölbekappen mit berücksichtigt werden.

Ein Kuppelgewölbe besteht im Allgemeinen aus concentrischen Wölbchichten oder Kränzen, d. h. aus gewölbten Ringschichten, welche nach und nach für sich geschlossen und über einander gelagert werden. Ihre Lagerflächen sind Kegelflächen mit einer gemeinschaftlichen Spitze im Mittelpunkte der zugehörigen Kugel- oder Kuppelfläche; ihre Stofsflächen liegen in lothrechten Meridianebenen der Kuppel. Die gemeinschaftliche Schnittlinie dieser Schar von Meridianebenen ist die lothrechte Kuppelaxe. Ein von zwei benachbarten Meridianchnitten begrenztes Stück des Kuppelgewölbes ergibt einen Meridianstreifen.

Diesem besonderen Aufbau und Zerlegen der Kuppelgewölbe, wodurch sich dieselben wesentlich von der Herrichtung der cylindrischen Gewölbe unterscheiden, entsprechend, muß bei der statischen Untersuchung der Kuppelgewölbe der Gleichgewichtszustand von zwei Kräftegruppen geprüft werden. Diese Kräftegruppen umfassen erstens das auf die ebenen Stofsflächen der Wölbkränze einwirkende Kräftesystem und zweitens die auf die kegelförmigen Lagerflächen dieser Kränze gelangenden Kräfte.

¹⁸³) 2. Aufl.: Art. 281 u. ff., S. 269 u. ff.

Da Kuppelgewölbe auch am Scheitel offen bleiben können, also ein Meridianstreifen oben nicht bis zu der als lothrechte Gerade vorhandenen Scheitellinie zu reichen braucht, so ist in erster Linie die Untersuchung des Gleichgewichtszustandes eines Wölbkranzes von maßgebender Bedeutung.

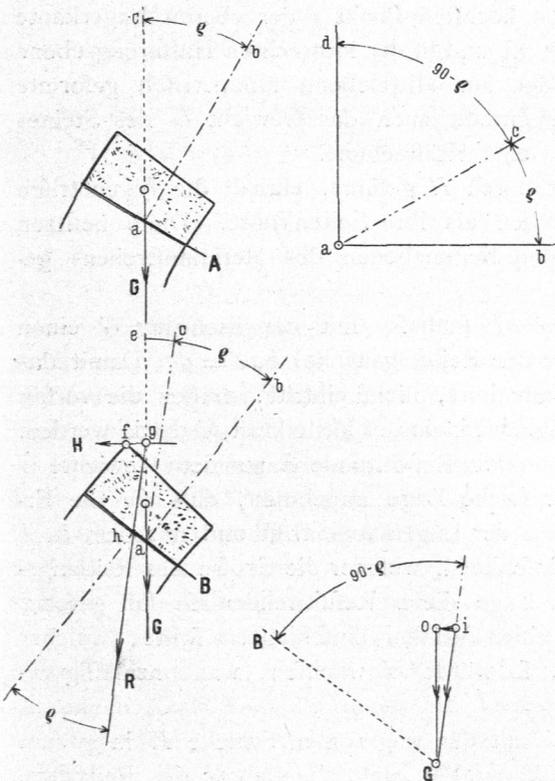
Hierbei kommt nun der Neigungswinkel der Erzeugenden der Lagerfläche des Kranzes und außerdem, in Bezug auf die unteren Lagerkanten desselben, die Lage der Lothrechten, worin das Gewicht eines Kranzsteines, einschliesslich seiner etwa vorhandenen Belaftung, wirkt, besonders in Betracht; denn sein Gleichgewichtszustand wird beeinflusst durch jenen Neigungswinkel in Rücksicht auf das Gleiten auf der Lagerfläche, durch die bezeichnete Lothrechte im Hinblick auf eine Drehung um eine Lagerkante des Kranzsteines.

Soll im vollständig geschlossenen Wölbkranze Gleichgewicht in Bezug auf Gleiten und Drehung herrschen, so werden durch die im Kranze lebenden Kräfte in den Stosfugen Pressungen geweckt, welche, unter der Voraussetzung eines geeigneten Wölbmaterials und einer genügenden Gewölbstärke, fähig sein müssen, das Bestreben des Abgleitens oder des Drehens der Kranzsteine zu verhindern. Sind diese Pressungen für jeden Wölbkranz bekannt geworden und somit für jede Wölb-schicht eines Meridianstreifens gefunden, so lässt sich dieses System von Kräften, in entsprechende Verbindung gebracht, zur Stabilitätsuntersuchung des ganzen Meridianstreifens benutzen.

Um die in den Stosflächen der Kranzsteine entstehenden Pressungen, wobei zunächst auf die Elasticität der Wölbsteine und auf die stärkere oder geringere Binfähigkeit des Mörtels keine Rücksicht genommen werden soll, zu ermitteln, können die folgenden Fälle in Behandlung treten.

a) In Fig. 518 ist Aa die Richtung der Erzeugenden einer Lagerfugentfläche in der Kräfteebene. Ihre Neigung zur Wagrechten sei gleich dem Reibungswinkel $\angle cab = \angle \rho$ des Wölbmaterials. Die Richtungslinie G des im Schwerpunkte des Kranzsteines angreifenden Gewichtes treffe die Erzeugende Aa im Punkte a der Lagerfläche des Steines. Das in a auf Aa errichtete Loth ab schliesse mit der Krafrichtung G den Winkel $\angle cab = \angle \rho$ ein. In diesem Falle ist nach der Lehre von der schiefen Ebene die Grenzlage für die Erzeugende Aa erreicht, wobei eben noch ein Gleiten des Steines verhindert wird. Da außerdem, vermöge der Lage des Punktes a der Krafrichtung G innerhalb der Lagerfläche des Kranzsteines, durch die Kraft G

Fig. 518.



keine Drehung dieses Steines um eine seiner Kanten eintreten kann, so werden im Systeme eines derartig gelagerten und durch Gewichte beanspruchten Kranzes keinerlei Pressungen in den Stosflächen erzeugt. Dasselbe gilt, selbst wenn die Krafrichtung G durch eine Kante geht.

Schließt die Erzeugende Aa mit der Wagrechten einen kleineren Winkel als den Reibungswinkel ρ ein, bleibt a innerhalb des Gebietes der Lagerfläche, so können ebenfalls in den Stosflächen des Kranzes keine Pressungen entstehen.

317.
Zweiter Fall.

b) Bleibt der Angriffspunkt a der Krafrichtung G in der Lagerfläche, wird aber der Neigungswinkel der Erzeugenden Ba zur Wagrechten grösser als der Reibungswinkel ρ , so hat der Kranzstein kein Bestreben, sich um eine Lagerkante zu drehen; wohl aber ist sein Ruhezustand in Bezug auf das Herabgleiten gestört. Um dieses Abwärtsgleiten zu verhindern, müssen im Kranzkörper Kräfte thätig werden, welche als Pressungen in den seitlichen Stosflächen mit solcher Grösse sich einzustellen haben, dass die aus diesen Seitenkräften entstehende Mittelkraft den Gleichgewichtszustand wieder herzustellen vermag.

Hinsichtlich der Grösse dieser Mittelkraft und danach auch der Grösse der Pressungen in den Stosflächen ist zu bemerken, dass dieselbe ein solches Maf annehmen hat, als zur Herstellung des Gleichgewichtes eben nothwendig ist, dass also ein Mehraufwand in diesem Kraftmafse nicht berechtigt ist. Dieses eben nothwendige Kraftmaf drückt mithin einen Grenzwert für die in Rechnung zu ziehende Mittelkraft aus; dieser Grenzwert hat demnach in jedem besonderen Falle einen in Anwendung zu bringenden möglichst kleinsten Werth, welcher eben so wohl frei von einem Kraftmangel, als auch frei von einem Kraftüberschuss aufzutreten hat.

Unter Bezugnahme auf Fig. 518 wird die erwähnte Mittelkraft H der Pressungen möglichst klein, wenn dieselbe durch den höchsten Punkt f der oberen Lagerkante des Kranzsteines geht, wagrecht gerichtet ist und in der lothrechten Halbirungsebene des Meridianstreifens bleibt, welchem der zur Mittelebene symmetrisch geformte Stein zugewiesen ist. Diese Mittelebene enthält auch das Gewicht G des Steines sammt seiner etwaigen Belastung, ist also eine Kräfteebene.

Eine zweite Kräfteebene, wagrecht durch H geführt, enthält die symmetrisch zu H gelegenen Pressungen der Stosflächen als ihre Seitenkräfte. Diese besitzen gleiche Grösse und sind senkrecht zu den Seitenebenen des Meridianstreifens gerichtet.

Das in a auf Ba errichtete Loth ab schließt mit der Richtung G einen Winkel bae ein, welcher grösser ist, als der Reibungswinkel $bac = \rho$. Damit das Abgleiten des Kranzes, dem der Stein angehört, nicht eintritt, müssen die vorhin bezeichneten Seitenpressungen mit der möglichst kleinsten Mittelkraft H thätig werden.

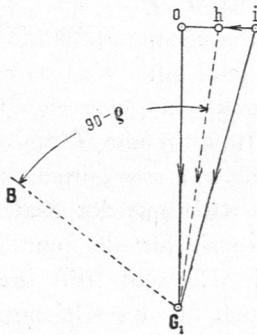
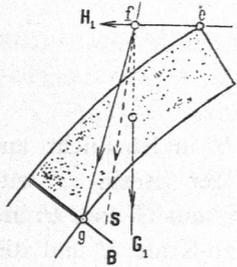
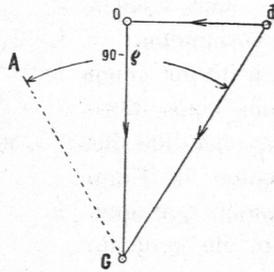
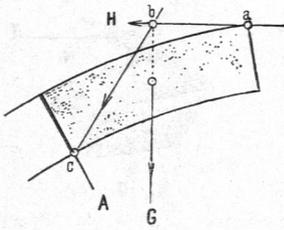
Um diese Kraft H zu bestimmen, muss die Resultirende R aus dem Gewichte G und der noch unbekanntten Kraft H eine solche Lage annehmen, dass sie die Erzeugende Ba in einem Punkte h innerhalb der Lagerfläche trifft und mit dem in h auf Ba errichteten Lothe einen Winkel einschliesst, welcher die Grösse des Reibungswinkels nicht überschreitet. Würde die Lage dieser Resultirenden so fest gesetzt, dass dieselbe mit dem Lothe auf Ba einen Winkel einschliesse sollte, welcher kleiner als der Reibungswinkel ausfiele, so würde H wachsen, was unzulässig erscheinen muss.

Bringt man daher die Richtung G mit der wagrechten Strecke H in g zum Schnitte, zieht man durch g den Strahl R parallel zum Schenkel ac des Reibungs-

winkels ρ , dessen zweiter Schenkel auf Ba lothrecht genommen wurde, so ist die Lage der Mittelkraft aus G und H bestimmt. Die GröÙe von R und von H ist mit Hilfe des Kräfteplanes oGi leicht zu finden. In demselben stellt oG die GröÙe des Gewichtes vom Kranzsteine dar; Gi ist parallel zu R und oi parallel zu H gezogen, so dafs nunmehr iG gleich der GröÙe von R , io gleich der Kraft H ist.

Um das Zeichnen der Schenkel des Reibungswinkels ρ am Wölbsteine zu vermeiden, hat man aus leicht erfichtlichen Gründen nur nöthig, im Kräfteplane selbst den Strahl GB parallel zur Erzeugenden Ba zu ziehen und an GB den Winkel $90 - \rho$ anzutragen. Der Schenkel Gi dieses Winkels muÙs alsdann ebenfalls parallel zu ac sein.

Fig. 519.



318.
Dritter Fall.

c) Schneidet die Kraft-
richtung G die Lagerfläche
des Kranzsteines nicht, ist
der Neigungswinkel der Er-
zeugenden Ac in Fig. 519
zur Wagrechten größer als
der Reibungswinkel ρ ; so
hat der Stein das Bestreben,
sich um die Lagerkante c zu
drehen und außerdem auf
der Lagerfläche zu gleiten.

Die Mittelkraft H der in
den Stosfugen des Kranzes
zur Herstellung des Gleich-
gewichtszustandes wach ge-
rufenen Pressungen muÙs also
denjenigen möglichst kleinen
Werth annehmen, welcher
ausreicht, jene Drehung und
jenes Gleiten zu verhindern.

Die Resultirende aus G
und der durch den höchsten
Punkt a der oberen Lager-

kante des Steines gerichteten Kraft H muÙs also zunächst eine solche Lage bc annehmen, dafs sie durch den Drehpunkt c der unteren vorderen Lagerkante geht und sodann mit der Senkrechten auf Ac einen Winkel einschliesen, welcher kleiner oder mindestens gleich dem Reibungswinkel ρ , aber niemals größer als ρ wird.

Für die Erzeugende Ac ergibt sich nach dem Kräfteplane, dafs die Mittelkraft dG in der Richtung bc auch mit der Senkrechten auf ac gerade noch einen Winkel gleich dem Reibungswinkel ρ einschliesst, so dafs die Strecke do die GröÙe der Mittelkraft H ergibt, welche ausreicht, um das Gleichgewicht des Kranzsteines aufrecht zu erhalten.

Für eine Erzeugende Bg dagegen würde, in Rücksicht auf Gleiten allein, eine Mittelkraft S aus G , und der im Kräfteplan hierfür gefundenen, in der Wagrechten ef wirkenden Kraft ho nicht durch den Drehpunkt g der unteren Lagerkante gehen; also der Stein nach wie vor eine Drehung um diese Kante vollziehen. Hiernach genügt die Kraft ho noch nicht zur Herstellung des Gleichgewichtszustandes. Die

Preffungen im Kranze müssen wachsen, und zwar in der Weise, daß ihre Mittelkraft H , für einen Stein des zugehörigen Meridianstreifens eine Größe erhält, welche die Resultirende aus G , und dieser Kraft H , so weit zurück treibt, bis diese neue Resultirende durch den Drehpunkt g läuft. Zieht man also durch den Schnitt f der Kraft G , und der Wagrechten ef den Strahl fg , so ist hiermit die Lage der bezeichneten Resultirenden gefunden. Zeichnet man im Kräfteplane G, i parallel zu fg , so ergibt sich in iG_1 ihre Größe und zugleich in io die Größe der für das Gleichgewicht nothwendigen Mittelkraft H . Da die Resultirende iG , in ihrer Richtung fg mit der Normalen einen Winkel einschließt, welcher um $\sphericalangle iG, h$ kleiner wird, als der Reibungswinkel ρ , so ist bei dem Herrschen der Kraft $H, = io$ auch Gleichgewicht in Bezug auf Gleiten vorhanden.

Nach diesen Erörterungen ist für einen beliebig genommenen Kranzstein eines Meridianstreifens mgb in Fig. 520 das bei der Untersuchung des Gleichgewichtes in Frage kommende Kräftesystem zusammen getragen.

In der Richtung he wirkt die gefuchte Mittelkraft H der in den Seitenflächen mg und mb in g und b entstehenden Preffungen P, P . Setzt man das Gewicht G in d mit der unbekanntenen, aber in he liegenden Kraft H zusammen, errichtet man auf der Erzeugenden mf der Lagerfläche des Steines das Loth mn und trägt man den Winkel nmo als Reibungswinkel ρ an; so muß die Resultirende K aus G und H in Rücksicht auf Gleichgewicht gegen Gleiten parallel mit om gerichtet sein. Der Strahl df entspricht dieser Lage. Da G und die Richtung der Resultirenden aus G und H bekannt sind, so ergeben sich die Größe de für die somit gefundene Kraft H und die Größe dK für die Resultirende K . Letztere trifft die Lagerfläche des Steines; folglich genügt die Kraft $de = H$ auch für das Gleichgewicht gegen Drehen.

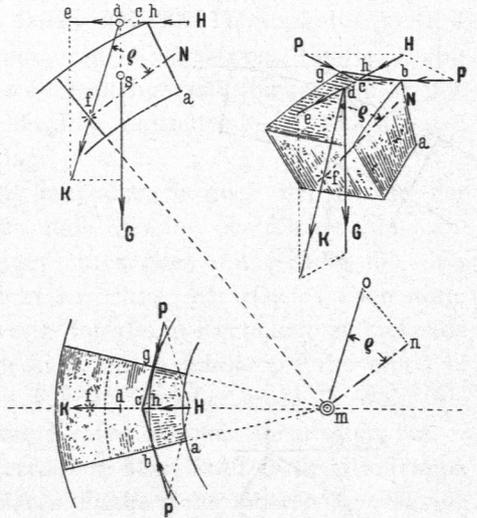
Die Preffungen P, P sind Seitenkräfte von H ; sie liegen mit H in einer wagrechten Ebene und sind senkrecht zu den Seitenflächen mg, mb des Meridianstreifens mgb gerichtet.

Zerlegt man die Kraft $H = de = Hc$ unter Benutzung der Strahlen Pc, Pc , die ihrer Lage und Richtung nach für die zu bestimmenden Kräfte P, P maßgebend werden, so liefert das Kräfte-Parallelogramm $HPcP$ in Pc und Pc die gefuchten Preffungen P, P .

Gehört ein Meridianstreifen einem reinen Kugelgewölbe an, so ergibt sich durch Rechnung eine einfache Beziehung zwischen den Preffungen P und ihrer Mittelkraft H .

In Fig. 521 ist mkl der Grundriß eines solchen Meridianstreifens mit der lothrechten Symmetrie-Ebene mn und dem sehr kleinen Winkel φ . Der Gewölbefuß dieses Streifens besitzt die mittlere Dicke kl ; der Halbmesser des Bogens kl ist R . Für einen Kranzstein dieses Streifens sei die in der Kugelfläche, welcher der Bogen kl angehört, gelegene mittlere Dicke gleich gd , und der Halbmesser des Bogens gd .

Fig. 520.



Das Gewicht G wird meistens nach Art. 249 (S. 363) auf graphischem Wege bestimmt und danach auch der Werth der Kraft H , bzw. die GröÙe ihrer Seitenkräfte p durch Zeichnung ermittelt.

319.
Wölbkranz.

Betrachtet man eine Schar von Kranzsteinen eines Wölbbringes für mehrere neben einander liegende Meridianstreifen von gleicher GröÙe (Fig. 522), so bleiben die in den äußersten Seitenflächen mg und mb vorhandenen Pressungen P, P gleich den für einen einzelnen Meridianstreifen, z. B. mbc ermittelten Pressungen $p = q$.

Wie aus der Zeichnung zu erkennen, wirken in c , auch in e , die Pressungen der zugehörigen Elementarstreifen in einer geraden Linie, in gleicher GröÙe $p = q$ und in entgegengesetzter Richtung, sind also für sich im Gleichgewicht.

An den lothrechten Grenzebenen mg und mb des Stückes eines Wölbkranzes bleiben also die Pressungen P, P übrig, welche offenbar dieselbe GröÙe wie die Seitenkräfte $p = q$ von H des Streifens mbc besitzen müssen. Diese Pressungen P liegen in einer wagrechten Ebene, welche durch die obere Lagerkante gb am Wölbkranze geführt werden kann; sie stehen je für sich senkrecht zu den Ebenen mg , bzw. mb und lassen sich in k zu einer Mittelkraft Q vereinigen, welche zugleich die Resultirende der Kräfte H der einzelnen Kranzsteine sein muß. Legte sich das Kranzstück mg in den Seitenebenen mg und mb gegen besondere Widerlagskörper, so hätten diese den Kräften P zur Herstellung des Gleichgewichtes einen gleich großen Widerstand zu leisten.

320.
Formänderung.

Bei den geführten Untersuchungen sind die Elasticität des Wölbmaterials und die damit im Zusammenhange stehende Formänderung des Wölbkörpers, welche die an einem Kranzsteine, bzw. an dem ganzen Kranze thätigen Kräfte bewirken, aufser Acht gelassen. Aus Gründen, welche bereits in Art. 141 (S. 194) angeführt sind,

Fig. 522.

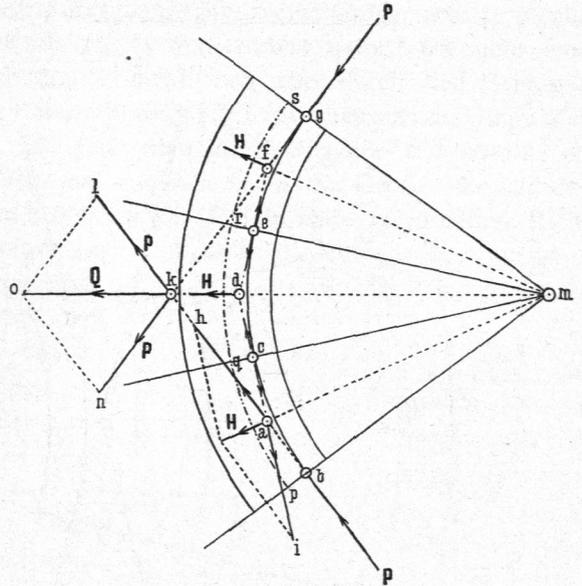
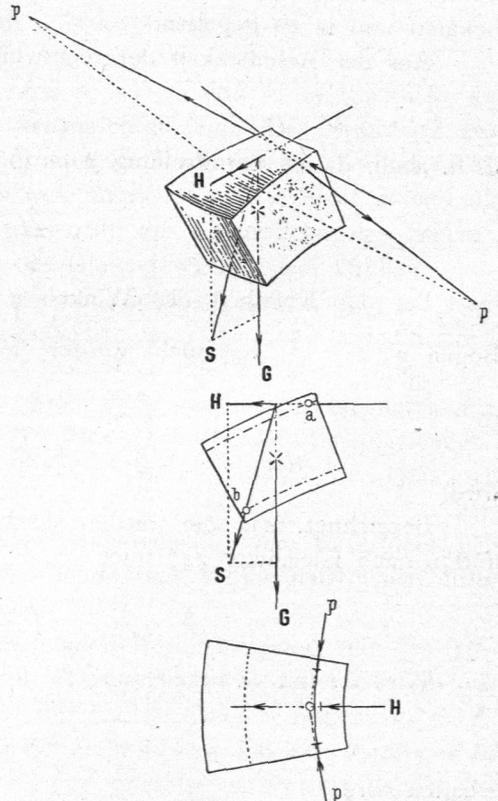


Fig. 523.



kann man bei Berücksichtigung der Pressbarkeit des Materials die Angriffspunkte a von H und b von S , wie Fig. 523 ohne Weiteres erklärt, um eine gewisse Strecke in das Innere des Wölbsteines rücken, sonst aber beim Bestimmen der Größen der Kräfte H , S und p , wie im Vorhergegangenen mitgeteilt ist, vorgehen. Erfahrungsgemäß ist auch bei Kuppelgewölben das Zurückziehen der Angriffspunkte a und b von den Kanten bei guten, hinlänglich festen Wölbsteinen nur äußerst gering. Die Angabe eines genauen Maßes für die Größe dieses Zurückziehens ist bis jetzt noch nicht möglich.

Mit dem Ermitteln der an den Stofsflächen der Kranzsteine eines Meridianstreifens entstehenden Kräfte, geht die Bestimmung der Drücke auf die Lagerflächen

321.
Pressungen
der
Lagerflächen.

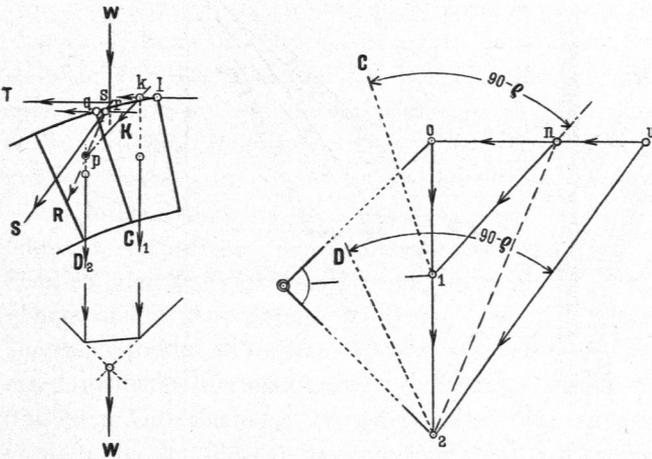


Fig. 524.

der Wölbsteine dieses zugehörigen Streifens Hand in Hand. Ueber einander gelagerte Kranzsteine bilden den Meridianstreifen.

In Fig. 524 sind zur Erklärung des bei der Stabilitäts-Untersuchung eines Meridianstreifens einzuschlagenden Weges zwei über einander liegende Kranzsteine in ihrem Schnitte mit der Symmetrie- oder Kräfteebene vom Gewichte 1 , 2 und mit den Lagerfugen oder Erzeugenden der Lagerflächen C , D angenommen.

Setzt man das Gewicht 1 nach Art. 318 (S. 463) mit der durch l ziehenden wagrechten Kraft no , welche unter Anwendung des Winkels $90 - \rho$ in bekannter Weise gefunden wird, zu der Mittelkraft $K = n1$ in k auf lk zusammen, so trifft dieselbe die Fuge C . Gleichgewicht in Bezug auf Gleiten und Drehen ist beim Herrschen der Kraft no für den Stein oberhalb der Fuge C gewahrt. Setzt man weiter die Kraft K , welche den Druck für die Fuge C angiebt, mit dem Gewichte 2 im Punkte p zu einer Mittelkraft $R = n2$ des Kräfteplanes zusammen, so schneidet dieselbe die durch den höchsten Punkt q des zweiten Kranzsteines gehende wagrechte, noch unbekannte Kraft im Punkte r . Zieht man zur Bestimmung dieser Kraft im Kräfteplane $2D$ parallel zur Erzeugenden D , trägt man an $2D$ den Winkel $90 - \rho$, so begrenzt der Schenkel zu dieses Winkels die durch o , bzw. n gelegte Wagrechte im Punkte u , und folglich wird nunmehr un die in r wirkende wagrechte Kraft und $u2$ die gleichfalls durch r ziehende Resultirende S der beiden wagrechten Kräfte un und $no = uo$ und der beiden Gewichte 1 und $2 = o2$, welche in ihrer Gesamtheit für die Fuge D in Wirksamkeit treten. Auch diese den Druck für die Lagerfuge D angegebende Kraft S bekundet Gleichgewicht in Rücksicht auf Gleiten und Drehung bis zur Fuge D des Meridianstreifens.

Die wagrechte Seitenkraft uo von S ist die Mittelkraft derjenigen Pressungen, welche bis zur Fuge D an den Seitenflächen des Meridianstreifens entstehen.

Setzt man dieses einfache Verfahren, welches im Folgenden — bei der be-

fonderen Betrachtung über Kuppelgewölbe — noch weiter verfolgt werden foll, unter Beobachtung der in Art. 315 (S. 460) behandelten und eintretenden Fälle

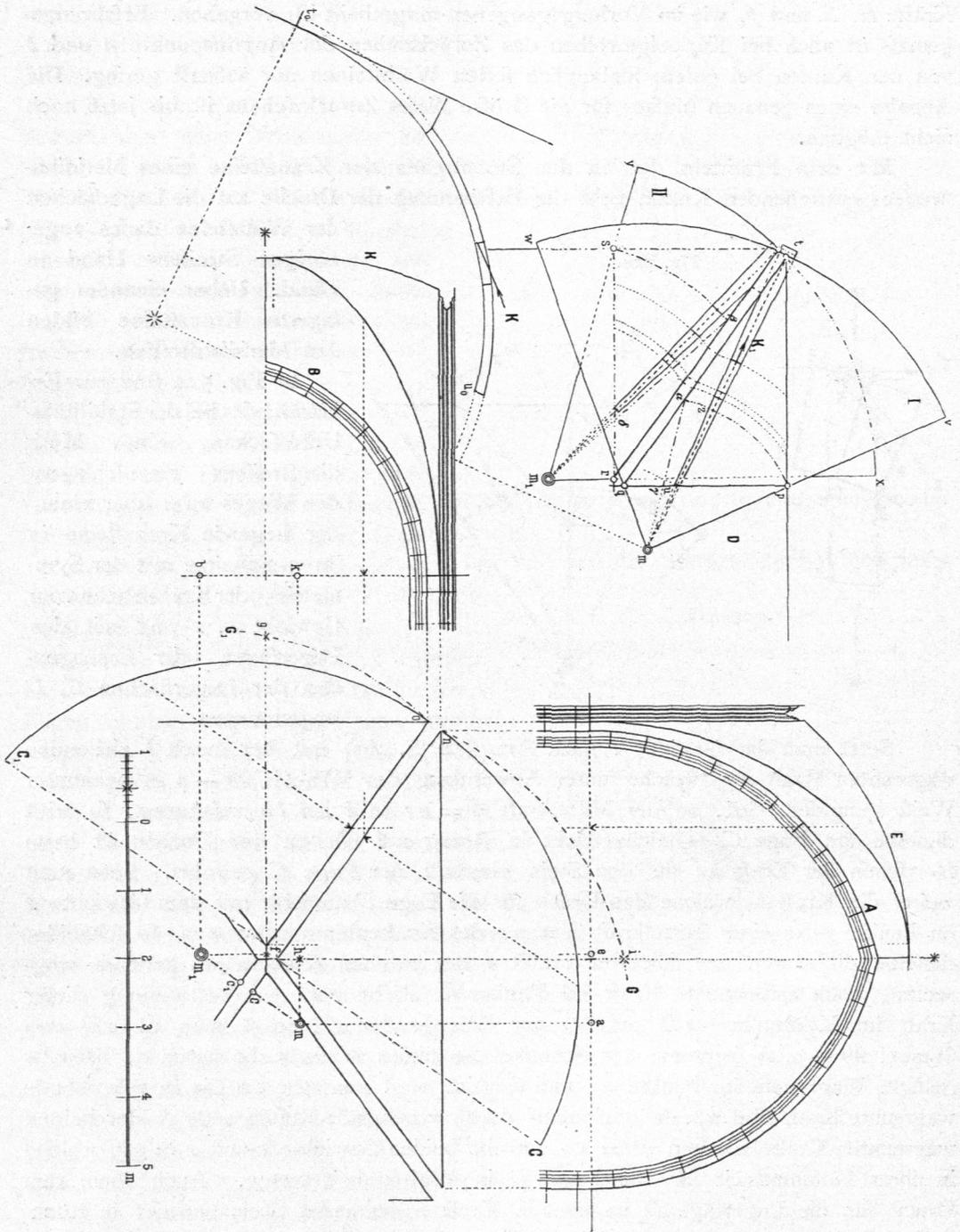


Fig. 525.

fort, so gelangt die statische Unterfuchung des Meridianstreifens sowohl in Bezug auf die Pressungen in den Stofsflächen, als auch auf die Drücke in den Lagerflächen zum Abschluss.

Hätte man die Kräfte no und un zu einer Mittelkraft T und eben so die Gewichte 1 und 2 zu einem resultirenden Gewichte W zusammengesetzt, diese in ihrem Schnitte s angreifen lassen, so würde die durch s parallel zu $u2$ gelegte Resultirende S ebenfalls durch den Punkt r gehen.

Die besprochenen, für die Stabilitäts-Untersuchung der Kuppelgewölbe wichtigsten Punkte lassen sich unmittelbar auf die Prüfung der Standfähigkeit der bufigen Kappen der gothischen Kreuzgewölbe übertragen. Da die sphäroidischen, nicht nach reinen Kugelflächen gewölbten Kappen doch im Allgemeinen in Rücksicht auf ihre praktische Ausführung nur wenig von der Kugelfläche abweichen, sondern fast immer in ihren Laibungsflächen kugelähnlich gestaltet werden, so entsteht kein großer Fehler, wenn auch diese sphäroidischen Kappen bei der statischen Untersuchung wie die mit Kugelflächen behafteten Kappen behandelt werden.

Für das Kreuzgewölbe über einem rechteckigen Gewölbefelde in Fig. 525 sind A und C , bezw. B und C die nach Kreisbogen genommenen Ansatzlinien der Gewölbflächen. Die Mittelpunkte dieser Kreisbogen liegen in der wagrechten Kämpferebene; m und m' sind die Kugelmittelpunkte für das Kappenstück zwischen A und C , bezw. zwischen B und C . Der größte Kreis des ersten Stückes ist in G , der des zweiten Stückes in G' auf bekanntem Wege ermittelt.

Unter Benutzung der größten Kreise werden die Kugelstücke der Kappen in schmale, lothrechte Meridianstreifen zerlegt. Für jede Kappe sind den einzelnen Streifen gleiche Winkel zu geben; auch ist, wie im Plane D gezeigt, thunlichst eine gleichmäßige Anordnung in Bezug auf die Symmetrie-Ebenen mt und $m't$ der längsten Streifen zu treffen. Ist die wagrechte und lothrechte Projection, wie ut , $u_0 t_0$ eines größten Meridianstreifens bestimmt, so ist dieses Gewölbstück für sich einer statischen Untersuchung zu unterwerfen, um danach ohne Weiteres die Stabilitätsverhältnisse der übrigen in den zugehörigen Kappenstücken noch vorhandenen, aber kürzeren Streifen, gleiche Stärke und Belastung vorausgesetzt, ableiten zu können.

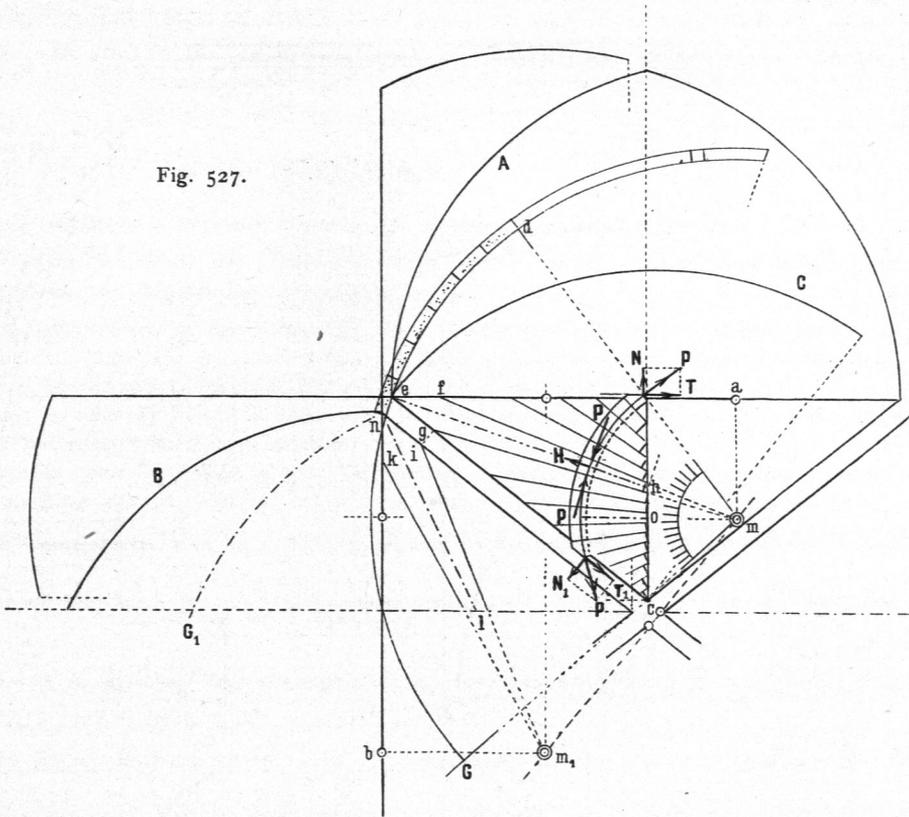
Beim Zerlegen der Kappenstücke in Meridianstreifen ergeben sich weiter in Rücksicht auf die Scheitellinien qp der Kugelfläche I , mit dem größten Kreise vw , und rs der Kugelfläche II , mit dem größten Kreise xy , durch die Ringlinien pa , bezw. $s\beta$ und durch die Scheitellinien qp , bezw. rs bestimmt begrenzte Gebiete $q\alpha p$ und $r\beta s$, welche die in den lothrechten Scheitelebenen pq und sr entstehenden Pressungen besonders beeinflussen.

Steht die lothrechte Axe der Kugelfläche, welche die Laibung eines Kappenstückes liefert, wie in Fig. 526 bei m , außerhalb des eigentlichen Gewölbefeldes, so ist nach dem Festlegen ihres größten Kreises G wiederum nur ein zweckmäßiges Zerlegen des Kappenstückes in schmale Meridianstreifen vorzunehmen. Der größte dieser Streifen, wie z. B. gf mit der lothrechten Projection g,f , ist für die statische Untersuchung zu Grunde zu legen.

In jeder Beziehung ist die Ermittlung der Seitenpressungen, welche die bufigen Kappen auf die stützenden Rippenkörper ausüben, von Bedeutung.

Ist nach Fig. 527 das Zerlegen der Kappen in Meridianstreifen vorgenommen, so kann man, z. B. für den größten Streifen $hfe g$, die in der besonders stark gezeichneten Kranzschicht entstehende wagrechte Kraft H ganz im Sinne der Ausführungen in Art. 319 (S. 466) und danach die Pressungen P an den Stosflächen des zugehörigen Kranzsteines bestimmen. Diese Pressungen P sind für sämtliche Kranzsteine des Wölbringes in Betracht zu ziehen. Dieselben machen sich sowohl

Fig. 527.

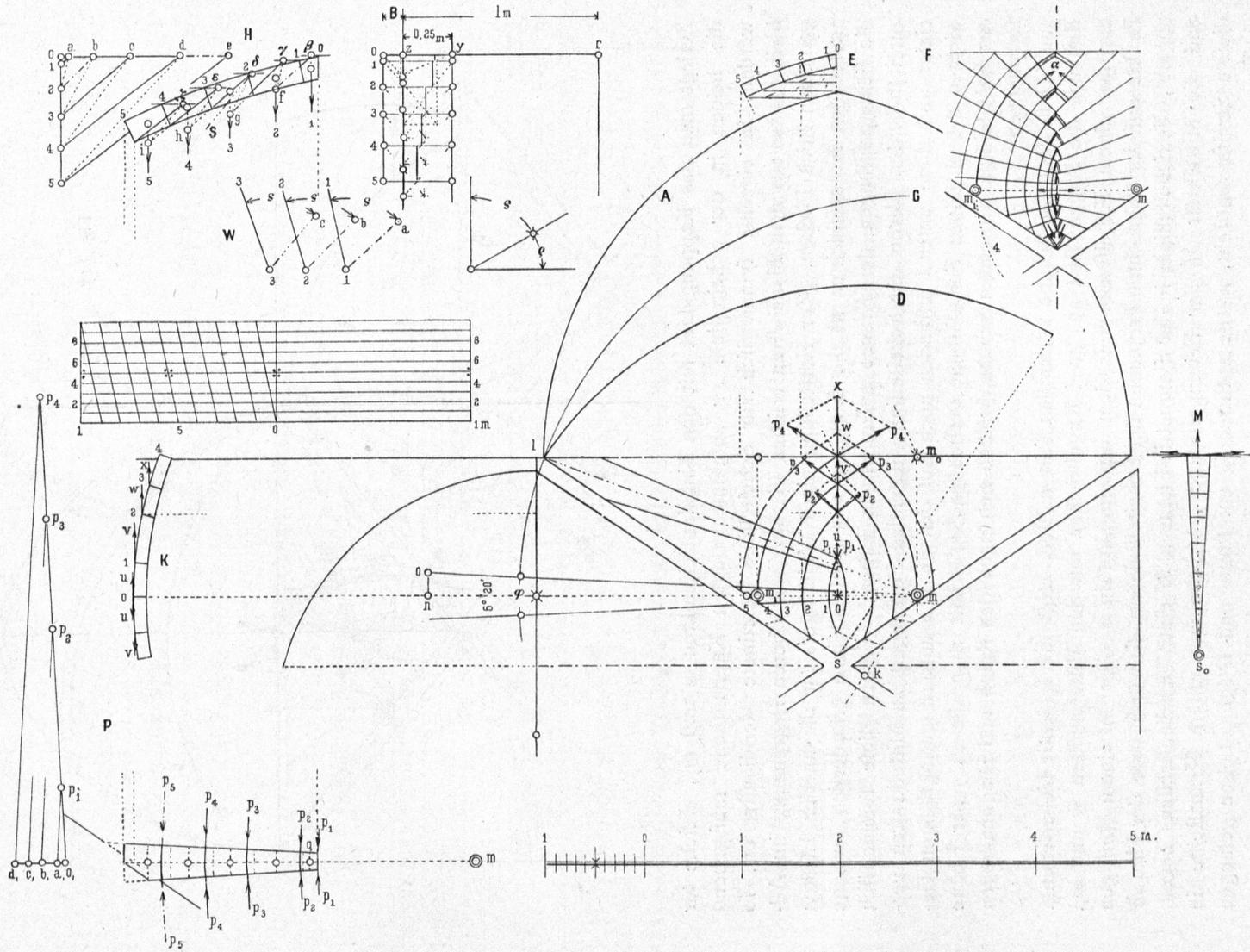


Zerlegt man das Kappengebiet mit den Kugelmittelpunkten m und m_1 , welche für die beiden in der Scheitellinie sv zusammengefügte Kappentheile maßgebend werden, in einzelne symmetrisch zur Scheitellinie geordnete Meridianstreifen, so bleiben, wie aus dem Plane F zu ersehen ist, an ihrer oberen Begrenzung im Allgemeinen noch Lücken. Zur Herstellung eines Widerlagers für die an den Lücken endigenden Kranzschichten ist das Einfügen von Schlufssteinen erforderlich, welche die Seitenpressungen der Kränze aufzunehmen haben. Werden diese symmetrisch zur lothrechten Ebene der Scheitellinie liegenden Pressungen zu Mittelkräften vereinigt und diese unter Umständen noch mit den an sich äußerst geringfügigen Gewichten der einzelnen Schlufssteine verbunden, so erhält man die in jener Ebene der Scheitellinie wirkenden Schübe, welche sich nach den Rand- und Diagonalbogen fortpflanzen.

Dafs derartige Schübe vorhanden sein müssen, zeigt die folgende Ueberlegung. Bestände die Kappe, statt aus zwei Kugelstücken mit den Mittelpunkten m und m_1 , nur aus einem Kugelstücke mit dem Mittelpunkte in s oder in einem sonstigen Punkte auf der wagrechten Projection der Scheitellinie sv , so würde, wie der Plan M angiebt, die Scheitellinie in der Symmetrie-Ebene s_0M eines Meridianstreifens liegen, und die Mittelkraft M der Seitenpressungen, welche am untern Kranzsteine in diesem Streifen entsteht, würde nothwendig auf Rand- und Diagonalbogen gelangen müssen.

Für das Gebiet der Scheitellinie, welches in der Zeichnung durch die Fläche vm, smv begrenzt ist, sind die Wölbkränze o bis 4 angenommen.

Fig. 528.



Der grösste Meridianstreifen ist p, l mit der Symmetrie-Ebene ml . Sein Winkel φ ist mittels des rechtwinkligen Dreieckes onm durch

$$\operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} = \frac{on}{nm} = \frac{0,275}{5} = 0,55,$$

d. h. $\frac{\varphi}{2} = 3^{\circ} 10'$ und $\varphi = 6^{\circ} 20'$ gefunden.

Die statische Untersuchung dieses Meridianstreifens ist in den Plänen H und P für 5 Wölbsteine nach der Grundriss-Projection $o5$ und der lothrechten Projection E im vergrösserten Maassstabe ausgeführt.

Um die Strecken für den Rauminhalt, bezw. für die Gewichte der Kranzsteine, welche nur $0,12$ m Höhe besitzen, ohne eine besonders grosse Zeichnung anzufertigen, doch in einer Grösse darzustellen, welche zur scharfen grapho-statischen Behandlung geeignet ist, kann man die in Art. 249 (S. 363) näher angegebene Bestimmung solcher Strecken noch mit einer weiteren, beliebig gewählten Vergrößerung in einfacher Weise durch Zeichnung verfahren.

Benutzt man zum Zwecke der Vergrößerung jener Strecken eine besondere Grundlinie zy kleiner als 1 m, also statt der im Art. 239 (S. 364) in Fig. 441 gezeichneten Strecke zo gleich 1 m, eine weit kleinere Strecke $zy = \frac{1}{n}$ Met., so entsteht nach Gleichung 232 (S. 363) $\frac{x}{1} = \frac{w}{d}$ nunmehr in

Rücksicht auf die Strecke $zy = \frac{1}{n}$ Met., weiter der Ausdruck $\frac{x}{\frac{1}{n}} = \frac{w}{d}$, woraus $w = nxd$ folgt. Hier-

nach wird w in n -facher Vergrößerung erhalten. Im Plane H ist $zy = 0,25$ m = $\frac{1}{4}$ m gewählt. Da $n = 4$ ist, so wird w sofort 4-fach vergrössert dargestellt.

Da endlich die Basis $B = 0,1 = \frac{1}{10}$ m angenommen wurde, so ist im Ganzen durch $\frac{1}{n} B = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{40}$ eine 40-fache Vergrößerung der Strecke für die Rauminhalte der Kranzsteine in der Zeichnung gewonnen.

Im Uebrigen ist die Bestimmung der Rauminhalte, bezw. der Gewichte dieser Steinkörper nach den im Art. 249 (S. 363) gemachten Angaben getroffen.

Soll nun der Rauminhalt v , z. B. des Wölbsteines \mathcal{J} , zahlenmässig ausgedrückt werden, so ist die zugehörige Strecke $z\mathcal{J}$ im Inhalts- oder Gewichtsplane zu messen. Ihre Länge beträgt $0,15$ m. Hiernach ist unter Berücksichtigung der 40-fachen Vergrößerung der Inhalt

$$v = 0,15 \cdot \frac{1}{40} \text{ cbm} = 0,00375 \text{ cbm.}$$

Aus dem Grundriss P des Meridianstreifens ergibt sich für den Stein \mathcal{J} durch Messung eine mittlere Dicke, welche durch den Weg seines Schwerpunktes innerhalb des Streifens bestimmt ist, zu $0,125$ m; seine Querschnittsfläche wird nach dem Plane H zu $0,12 \cdot 0,25 \text{ qm} = 0,03 \text{ qm}$ gefunden; folglich ist sein Inhalt $v = 0,03 \cdot 0,125 \text{ cbm} = 0,00375 \text{ cbm}$, wie vorhin. Wiegt 1 cbm Wölbmaterial, z. B. Backstein, 1600 kg , so ist das Gewicht des Steines \mathcal{J} gleich $0,00375 \cdot 1600 \text{ kg} = 6 \text{ kg}$.

In Uebereinstimmung mit dem in Art. 315 bis 321 (S. 460 bis 467) Gefagten ist unter Benutzung des Gewichtsplanes B die Stabilitäts-Untersuchung des Meridianstreifens $o5$ im Plane H auf graphischem Wege ausgeführt.

Für den ersten Stein trifft die Gewichtslinie r die durch o geführte Wagrechte im Punkte β . Der Strahl βf , parallel mit dem Schenkel $1a$ des für die Fuge 1 fest gelegten Reibungswinkels $11a$ durch β gezogen, schneidet die Fuge 1 . Zieht man im Plane H den Strahl $1a$ parallel zu βf , bezw. parallel zum Schenkel $1a$ des Reibungswinkels $11a$, so erhält man in der Strecke ao des Planes a die Mittelkraft der Seitenpressungen des ersten Kranzsteines und in ar den Druck auf die Lagerfläche r . Die Kraft- richtung βf schneidet die Gewichtslinie z im Punkte f .

Ein Strahl $f\gamma$, parallel zur Mittelkraft az der Kräfte ao und oz geführt, liefert auf der durch r gezogenen Wagrechten den Punkt γ . Eine Linie γg parallel zum Schenkel $2b$ des für die Fuge 2 gezeichneten Reibungswinkels $22b$ genommen, trifft wiederum die Fuge 2 . Man kann also ohne Weiteres auch im Plane H den Strahl $2b$ parallel zu γg oder, was dasselbe ist, parallel zum Schenkel $2b$ des

Reibungswinkels $\alpha\alpha b$ ziehen, um in ba die Mittelkraft der Seitenpressungen des zweiten Kranzsteines und in $b\alpha$ den Druck für die Lagerfuge α zu erhalten. Beim dritten Kranzsteine schneidet die durch g parallel zu $b\beta$ geführte Kraftstrecke die durch α gezogene Wagrechte im Punkte δ . Der durch δ parallel zum Schenkel βc des Reibungswinkels $\beta\beta c$ der Fuge β gelegte Strahl S trifft die Fuge β nicht mehr. Deshalb muß zur Bestimmung der Mittelkraft cb der Seitenpressungen des dritten Kranzsteines nach dem in Art. 318 (S. 463) behandelten dritten Falle die von δ ausgehende Krafrichtung δh durch den tiefsten Punkt der Fuge β gelegt werden. Nimmt man hiernach βc parallel zu δh , so ist cb die gefuchte Mittelkraft der Seitenpressungen des dritten Kranzsteines und $c\beta$ der Druck in der Lagerfuge β . Da für die Fuge β der Reibungswinkel $\beta\beta c$ die Bestimmung der bezeichneten Mittelkraft nicht mehr beeinflusst, so kann die weitere Zeichnung der Reibungswinkel für die Fuge γ u. f. f. unterbleiben. Der Strahl δh schneidet die Gewichtslinie γ im Punkte h . Die durch h parallel zur Resultirenden $c\gamma$ der Kräfte $c\beta$ und $\beta\gamma$ gezogene Gerade $h\epsilon$ trifft die durch β gelegte Wagrechte in ϵ . Von ϵ aus braucht man nur einen Strahl ϵi durch den tiefsten Punkt γ zu legen, um, nachdem im Plane H durch γ eine Parallele zu ϵi gezogen ist, in der Strecke dc die Mittelkraft der Seitenpressungen des vierten Kranzsteines und in $d\gamma$ die Pressung in der Lagerfuge γ zu gewinnen. Fährt man in dieser Weise fort, so kommt man an eine Fuge, welche ohne Weiteres bei genügender Gewölbstärke nicht mehr außerhalb, sondern innerhalb ihrer Begrenzungspunkte von den Mittelkräften, wie solche in den Strahlen $c\gamma$, $d\delta$ u. f. f. sich ergeben, geschnitten werden. Alsdann treten überall für die zugehörigen Kranzsteine keine Bestimmungen von Seitenpressungen mehr ein. Durch einfache Zusammenfassung der für die noch folgenden Fugen in Frage kommenden Kräfte, welche im Allgemeinen nicht mehr unmittelbar von dem Reibungswinkel und den Lagerkanten abhängig gemacht werden, ist alsdann, wie sich später bei der Untersuchung eines größeren Kuppelgewölbes noch zeigen wird, die Weiterführung der Stabilitäts-Ermittelungen in Bezug auf die Drücke in den Lagerflächen zu beforgen.

Da nunmehr die Mittelkräfte ao , ba , cb , dc der Seitenpressungen der Kranzsteine für die im Wölbgebiete vm, smv der Scheitellinie liegenden Ringfichten bekannt geworden sind, so lassen sich diese Pressungen selbst wiederum durch Zeichnung, wie der Plan P kenntlich macht, leicht bestimmen. Die Pressungen p_1 , p_2 u. f. f. liegen in wagrechten Ebenen und stehen senkrecht zu den Seitenebenen des Meridianstreifens.

Nimmt man im Plane P die Strecke oa , gleich der wagrechten Mittelkraft ao für die Seitenpressungen am ersten Kranzsteine des Planes H , zieht man o, p_1 und a, p_1 parallel zu den senkrechten Strahlen p , des Meridianstreifens m , so erhält man in den Strecken o, p_1 , bzw. p_1, a , die gefuchten Seitenpressungen.

Für den zweiten Kranzstein ist $ob_1 = ba$ des Planes H . Die Strecken $o_1 p_2$, bzw. $p_2 b$ geben die Seitenpressungen dieses Steines u. f. f. Sollten die Seitenpressungen, z. B. für den dritten Stein, durch Rechnung unter Benutzung der hierfür auf graphischem Wege gefundenen Mittelkraft cb des Planes H bestimmt werden, so ist Gleichung 247 (S. 465) anzuwenden. Man erhält hiernach

$$p_3 = \frac{cb}{\varphi}.$$

Da der Winkel φ zu $6^\circ 20'$ ermittelt war, so ist die Bogenlänge φ bei einem Halbmesser 1 gleich 0,1105. Die Strecke cb mißt 0,19 Met., bzw. Cub.-Met. Hiernach wird

$$p_3 = \frac{0,19}{0,1105} = \infty 1,72 \text{ cbm.}$$

Die Zeichnung liefert $p_3 = o_1 p_3 = 1,75 \text{ cbm.}$

Die Rauminhalte, bzw. Gewichte sind jedoch in 40-facher Vergrößerung gezeichnet; mithin ist $p_3 = \frac{1,75}{40} = \infty 0,044 \text{ cbm}$ zu setzen, wofür bei Backsteinmaterial ein Gewicht von $0,044 \cdot 1600 \text{ kg} = 70 \text{ kg}$ entsteht.

Setzt man die in den Kränzen des Scheitelgebietes vm, smv wirkenden Seitenpressungen, wie in Art. 319 (S. 466) und in der Zeichnung angegeben ist, der Reihe nach zu Mittelkräften u , v , w , x zusammen, so ergibt sich aus dem Plane K die Beanspruchung des Randbogens und der Diagonalebogen durch dieses in der Scheitelebene sv wirkende Kräftesystem.

Die Vereinigung dieses Systemes mit den, meistens jedoch in geringer Größe auftretenden, Gewichten der Schlusssteine der früher erwähnten Lücken α liefert alsdann die in der Scheitelebene sv liegenden resultirenden Schübe für die Rand- und Diagonalebogen.

Bei Kappen mit sphäroidischer Bufung kann der im Vorhergegangenen erklärte Gang der statischen Untersuchung beibehalten werden. Die gemeinschaftliche loth-

rechte Axe der Meridianebenen, welche das Zerlegen der zu untersuchenden Kappenstücke in schmale Meridianstreifen angeben, ist die durch den Gipfelpunkt der kugelähnlichen Kappe geführte Gerade. Der Fußpunkt dieser lothrechten Axe kann auf der Kämpferebene des Gewölbes innerhalb oder außerhalb der zugehörigen Kappe liegen; für das Zerlegen dieser sphäroidischen Kappen bleiben die in Art. 322 (S. 469) für Kugelkappen angegebenen Mafsnahmen bestehen.

In gleicher Weise ist auch die statische Untersuchung der Kappen bei den flachen Kreuzgewölben, den Stern- und Netzgewölben, gleichgiltig, ob dieselben nach reinen Kugelflächen oder nach sphäroidischen Flächen gestaltet sind, zu führen.

Die Stärke der Gewölbekappen kann für die Praxis nach der Gröfse der Pressungen, welche auf die Stofs-, bezw. Lagerflächen der Wölbkränze gelangen, berechnet werden.

323.
Stärke
der
Kappen.

Wie aus der statischen Untersuchung des oberen Theiles eines Meridianstreifens im Plane H in Fig. 528 hervorgeht, sind für die Bestimmung der Gewölbstärke eines Kranzes, bei möglichst strengem Verfahren, die Abmessungen eines Kranzsteines zu berechnen, einmal in Rückficht auf die normalen Pressungen der Seitenflächen und sodann in Bezug auf den Druck seiner Lagerfläche. Da es an einer genauen Bekanntheit von der wirklich stattfindenden Druckvertheilung am gepressten Steine und der entstehenden Formänderung desselben mangelt, ist die bereits in Art. 136 (S. 181) angegebene, auf Erfahrung gestützte Grundlage für die weitere Durchführung der Rechnung in praktischer Beziehung zu verwerthen.

Dem Wesen der statischen Untersuchung der bufigen Kappen der gothischen Kreuzgewölbe entsprechend, kann aber bei der Berechnung der Gewölbstärke nicht, wie bei den cylindrischen Gewölben, von einem möglichst kleinsten Werthe eines Horizontalschubes in einer oberen Scheitelfuge, welcher bei Kuppelgewölben fogar gleich Null ist, sondern nur von der Gröfse der normalen Pressungen, welche die Stofs-, bezw. Lagerflächen eines Kranzsteines beeinflussen, füglich die Rede sein. Deshalb kann man für die Praxis die Gewölbstärke nach den für Normaldruck ermittelten Gleichungen 148, bezw. 149 (S. 186) bei der Wölbung aus Quadern, so wie nach den Gleichungen 150, bezw. 151 (S. 187) bei Backsteinmaterial von guter Beschaffenheit bestimmen. Hierbei hat man, da die Gewölbstärke in den meisten Fällen für alle Kranzschichten gleich grofs genommen wird, den Normaldruck zu ermitteln, welcher auf die Fußfläche des gröfsten Meridianstreifens einer Kappe kommt. Aber wenn auch dieselbe Gewölbstärke nicht durchweg für alle Wölbfschichten, vermöge etwa sehr stark nach dem Fusse des Streifens anwachsender Drücke, beibehalten werden kann, so ist man mit Hilfe der statischen Untersuchung und der erwähnten Gleichungen doch stets in der Lage, für irgend eine Kranzschicht die Gewölbstärke ausfindig zu machen.

Beispiel. So ist in Fig. 528 (S. 472) für den Stein \mathcal{J} im Plane H eine normale Pressung $p_3 = 0,044$ cbm gefunden. Die Breite der Kranzschicht ist bei der Theilung des Meridianstreifens $o\mathcal{J}$ zu $0,25$ m angenommen; mithin mufs, um die für den Normaldruck bei einer Tiefe gleich 1 m entwickelten Gleichungen benutzen zu können, der Normaldruck für die Stofsflächen des Steines \mathcal{J} berechnet werden, als

324.
Beispiel.

$$N_3 = \frac{p_3 \cdot 1}{0,25} = \frac{0,044 \cdot 1}{0,25} = 0,176 \text{ cbm.}$$

Setzt man diesen Werth in Gleichung 150 (S. 187) für N , so ergibt sich bei Backsteinmaterial eine Stärke

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 0,176) 0,176} = 0,065 \text{ m;}$$

d. h. gleich einer Backsteindicke. In der Zeichnung ist in Rücksicht auf eine grössere Normalpressung am Fusse des grössten Meridianstreifens die Kranzstärke gleich 0,12 m, gleich einer Backsteinbreite, genommen.

Der Druck $c_{\mathcal{J}}$ für die untere Lagerfläche des Steines \mathcal{J} ergibt sich, unter Berücksichtigung der 40-fachen Vergrößerung der Kraftstrecke $c_{\mathcal{J}}$, im Plane H zu $\frac{0,475}{40} = \infty 0,012 \text{ cbm}$.

Nach dem Grundriss m des Meridianstreifens ist die Tiefe der unteren Lagerfläche gleich 0,15 m. Die aus $c_{\mathcal{J}}$ für diese Fläche entstehende normale Seitenkraft ist etwas kleiner als $c_{\mathcal{J}}$, möge aber hier gleich der Strecke $c_{\mathcal{J}}$ gesetzt werden.

Hier wird der in Rechnung zu stellende Normaldruck für eine Tiefe gleich 1 m

$$N = \frac{0,012 \cdot 1}{0,15} = 0,08 \text{ cbm},$$

also kleiner, als der vorhin für die Stosflächen berechnete Werth N_3 . In diesem Falle ist der Werth für N bei der Berechnung der Gewölbstärke aufser Acht zu lassen.

Umgekehrt aber ist bei Kranzschichten, deren Normalpressungen in den Stosflächen, die selbst den Werth Null annehmen können, kleinere Gewölbstärken ergeben, als der Normaldruck der Lagerflächen fordert, der letztere zu berücksichtigen.

Hat das Gewölbe aufser seinem Eigengewicht noch eine Uebermauerung oder eine sonstige ruhende Belastung aufzunehmen, so ist diese Ueberlast, auf das Gewicht des Wölbmaterials in bekannter Weise zurückgeführt und bei der Lamellentheilung des Meridianstreifens entsprechend berücksichtigt, bei der statischen Untersuchung eben so zu behandeln, wie früher bei den belasteten cylindrischen Gewölben gezeigt wurde.

325.
Empirische
Regeln.

Im Allgemeinen bedürfen die unbelasteten busigen Kappen der gothischen Kreuzgewölbe nur einer geringen Stärke. Bei der grossen Mannigfaltigkeit in der Gestalt dieser Gewölbe sind empirische Regeln, welche alle Fälle der verschiedenen Gewölbeanlagen umfassen sollten, für die Feststellung der Kappenstärke von keinem Werthe.

Hat das Rippen- und Kappenystem in constructiver Beziehung eine richtige, ungekünstelte Anordnung erfahren, so können bei der Verwendung von gutem Backsteinmaterial, welches jetzt vorzugsweise zur Wölbung der Kappen benutzt wird, sorgfältige Ausführung und guter Mörtel vorausgesetzt, unbelastete busige Kappen bis rund 10 m Spannweite mit 12 cm, d. h. $\frac{1}{2}$ Backstein Stärke angenommen werden.

Erfolgt die Wölbung mit geeignetem natürlichem Steinmaterial, so beträgt die Kappenstärke in der Regel nicht unter 20 cm, welche ausnahmsweise bei ausgezeichnetem Material wohl bis zu 10 cm herabsinkt. Bei belasteten Kappen sind die angegebenen Stärken zu vergrössern. Den besten Aufschluss über die anzunehmende Gewölbstärke wird man immer durch die ohne grosse Mühe auszuführende statische Untersuchung der Kappen erhalten.

β) Stabilität der Gewölberippen.

326.
Gewölberippen.

Die Rippenkörper der gothischen Kreuzgewölbe sind in den meisten Fällen Bestandtheile cylindrischer Gewölbe, deren Bogenlinie, abgesehen von einem Halbkreise oder einem Korbbogen, am häufigsten als Spitzbogen mit Kreisbogenfchenkeln angenommen wird. Liegen die Leitlinien der Schenkel des Spitzbogens in einer und derselben lothrechten Ebene und ist die Belastung beider Bogenfchenkel dieselbe, so bildet der Rippenkörper ein cylindrisches, symmetrisch geformtes und symmetrisch belastetes Gewölbstück. Eben so können auch Rippenkörper in besonderen Fällen als einfchenkelige Theile eines Spitzbogens und somit als einhüftige oder ansteigende Bogen auftreten. Wie nun auch an sich Form, Anordnung und Belastung der Rippenkörper sein mögen; stets sind für ihre statische Untersuchung die für die

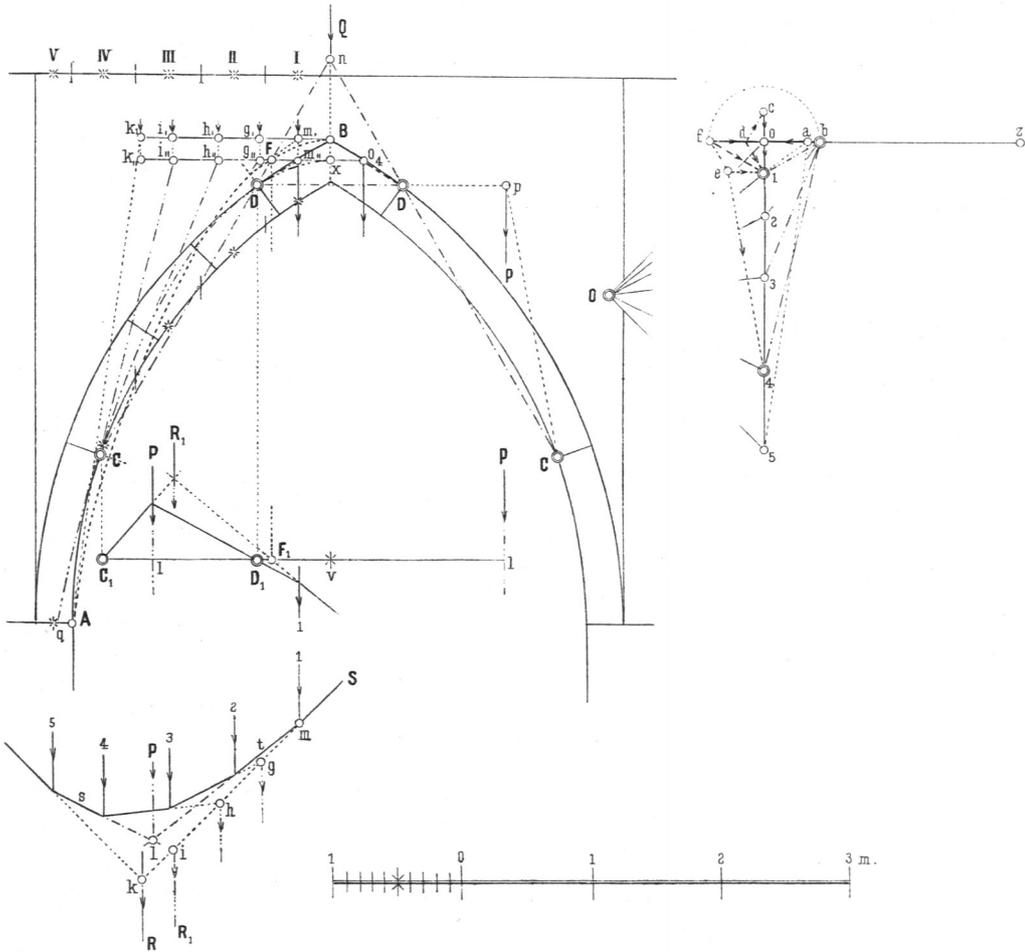
Ermittlung des Gleichgewichtes cylindrischer Gewölbe gegebenen Grundlagen als Richtschnur zu nehmen.

Für die Stabilitäts-Untersuchung eines symmetrisch geformten und symmetrisch belasteten Spitzbogengewölbes ist Fig. 529 als Beispiel in Betracht gezogen.

327.
Spitzbogen-
gewölbe.

Die Tiefe des Gewölbes sei gleich 1 m. Nach bekannter Zerlegung in Theilstreifen I, II u. f. f. und Bestimmung der Gewichte o_1, o_2 u. f. f. dieser prismatischen Theilkörper unter Benutzung der Reductions-Basis $oz = 2$ m, ist unter Annahme eines möglichst kleinsten, durch den höchsten Punkt B der gedachten Scheitelfuge des Gewölbes wagrecht gehenden Gewölbschubes für die Gewölbhälfte BA

Fig. 529.



eine Mittellinie des Druckes für die Punkte B und den vorderen Punkt A der Widerlagsfuge gezeichnet. Dieselbe verläuft jedoch die Stirnfläche des Gewölbes oberhalb der Rückenlinie und unterhalb der inneren Wölblinie; sie kennzeichnet in den Punkten D und C zwei Bruchfugen, und folglich ist der für diese vorläufige Mittellinie des Druckes ermittelte Horizontal Schub ao noch nicht fähig, den Gleichgewichtszustand im Wölbssystem herzustellen.

Hiernach tritt die Aufgabe heran, eine Mittellinie des Druckes zu finden, welche, mit einem größeren Horizontalchube behaftet, durch die Punkte D und C geht und dem entsprechend eine tiefere Lage des Angriffspunktes x in der gedachten Scheitelfuge für den neuen Gewölbschub bedingt.

Zur Auffindung dieser Drucklinie und der Lage des Punktes x kann man das in Art. 146 (S. 208) Gegebene benutzen. Hiernach erhält man in der durch C und D geführten Geraden Cn die Polaraxe und im Plane C, l unter Verwerthung des Seilpolygons S in F , die wagrechte Projection des Fixpunktes F ,

welcher für die Polaraxe Cu in Frage kommt. Durch den Punkt F muß also der Strahl des Seilpolygons $o_4 i_1, C$ mit der Resultirenden $R, = o_4$ im Gewichtsplane gehen. Der durch F zu legende Strahl hat aber vermöge der gleichen Form und Belaftung der Gewölbschenkel die wagrechte Lage. Der Schnitt x dieser durch F geführten Wagrechten mit der gedachten Scheitelfuge B giebt den Angriffspunkt des gefuchten neuen Gewölbschubes bo , welcher in seiner Größe auf bekanntem Wege als Strecke bo mittels des parallel zu Ci_1 , durch q gezogenen Strahles qb erhalten wird. Die mit dem Gewölbschube bo gezeichnete Drucklinie $xDCq$ verbleibt ganz innerhalb der Stirnfläche AB ; mithin ist der Gewölbschub bo die nunmehr möglichst kleinste Horizontalkraft, welche nöthig und fähig ist, den Gleichgewichtszustand gegen Drehung im Gewölbsystem aufrecht zu erhalten. Da eine Gefahr des Gleitens der Steine auf den Fugen nicht bekundet wird, so ist die Stabilitäts-Unterfuchung abgegeschlossen.

Für die Stärke des Gewölbes ist zunächst die Größe des Schubes bo zu berücksichtigen. Es ist $bo = 0,47$ m gemessen; da die Basis $os = 2$ m gewählt war, so ist $bo = 0,47 \cdot 2 = 0,94$ m oder, bei der Tiefe des Gewölbes gleich 1 m, mit 0,94 cbm in Rechnung zu stellen. Für Quadermaterial ist nach Gleichung 142 (S. 185), wenn $H = bo = 0,94$ Quadr.-Met., bezw. Cub.-Met. gesetzt wird, die senkrecht zur innern Wölblinie anzunehmende Stärke

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - 0,94) 0,94} = \infty 0,22 \text{ m.}$$

Der Normaldruck für die wagrechte Kämpferfuge A ist gleich der Gewichtsstrecke 0,5 mal Basiszahl os , d. h. $= 2,425 \cdot 2 = 4,85$ Quadr.-Met., bezw. Cub.-Met.

Nach Gleichung 148 (S. 186) wird

$$d_1 = \frac{1}{180} \sqrt{(540 - 4,85) 4,85} = \infty 0,28 \text{ m,}$$

also größer als d . Mithin würde die Gewölbstärke durchweg zu 0,28 m angenommen werden. Sie war in der Zeichnung zu 0,30 m gewählt.

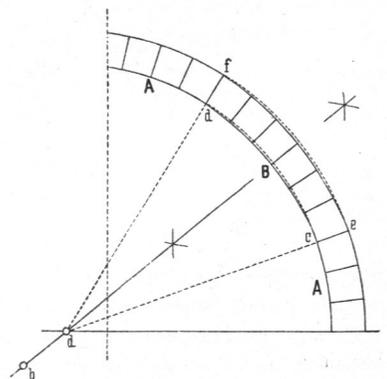
Ein anderer Weg zur Bestimmung der Größe des Gewölbschubes $fo = bo$ und der Lage des Angriffspunktes x für die durch D und C gehende Drucklinie ist der folgende.

Das Stück DBD des Gewölbes besitzt ein Gewicht cI , welches gleich dem zweifachen der Strecke oI ist, während das Gewicht jedes Stückes $DC = P$ gleich der Strecke Iq wird. Zerlegt man das Gewicht cI in n nach den Richtungen nD , nD in die beiden gleichen Seitenkräfte cd , dI , so wirkt im Punkte D zunächst eine solche Kraft dI . Außerdem wirkt in D eine wagrechte Kraft eI , welche als Seitenkraft der durch pC gehenden und hiermit der Lage nach bestimmten Resultirenden eI in Verbindung mit der bekannten Kraft P im Kräfte dreieck Iqe sofort zu ermitteln ist. Die in D wirkfame, aus dI und eI entstehende Mittelkraft fI ist die im Punkte D auftretende Pressung. Die wagrechte Seitenkraft fo dieser Pressung ist der gefuchte Horizontal-schub. Der parallel zu fI gezogene Strahl Do_4 schneidet die Gewichtslinie des Stückes BD im Punkte o_4 . Die durch o_4 gelegte Wagrechte o_4k_1 , trifft die angenommene lothrechte Scheitelfuge B im gefuchten Punkte x .

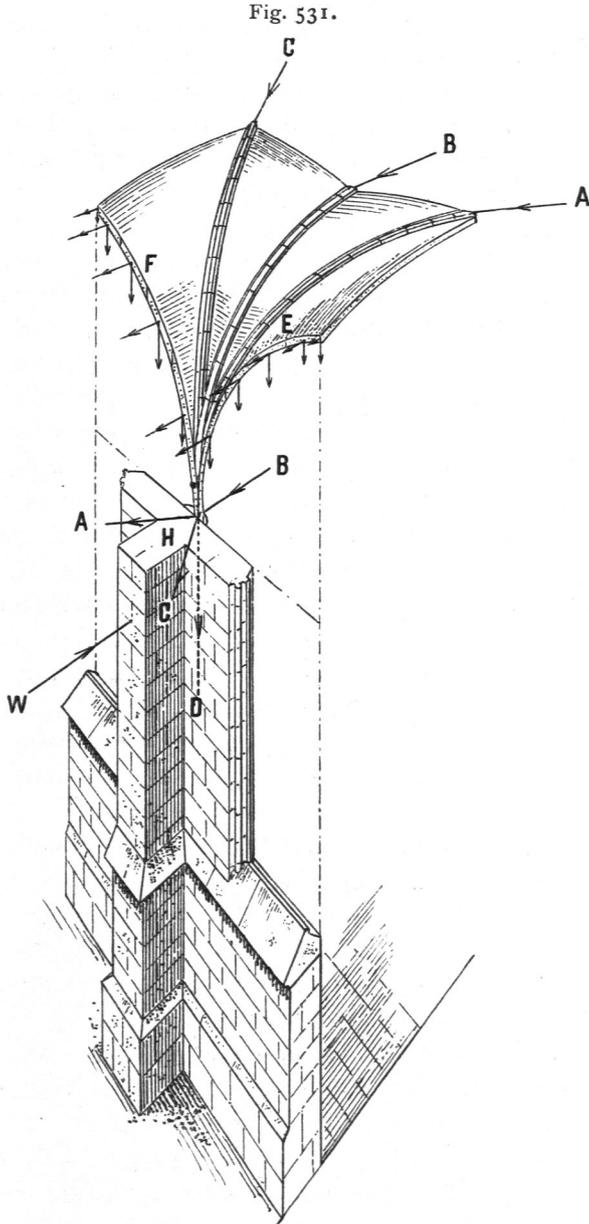
Aus dem Verlaufe der Mittellinie des Druckes $xDCq$ erkennt man ihre ziemlich steile Stellung zwischen den Bruchfugen C und D . Hiernach könnte zur Erzielung einer statisch günstigen Bogenform unter Umständen eine Umgestaltung des ursprünglichen Spitzbogens in einen Korbbogen derart vorgenommen werden, daß nach den Angaben von *Viollet-le-Duc*¹⁸⁴⁾ der mittlere, überwiegende Theil B (Fig. 530) mit einem größeren Halbmesser bB beschrieben würde, als die oberen und unteren kürzeren Bogenstücke A , deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt in a liegt.

Ist das gesammte Rippenystem eines gothischen Kreuzgewölbes planmäßig fest gelegt, ist die Kappenform und die Art der Kappenwölbung, auch die etwaige

Fig. 530.



zufällige Belastung des Gewölbes bestimmt, so sind zunächst, den in Art. 315 (S. 460) unter α gegebenen Entwicklungen entsprechend, die von den Gewölbekappen auf die einzelnen Rippenkörper gelangenden Gewichte und Pressungen zu ermitteln. Sodann sind die hieraus resultierenden Kräfte als äußere angreifende Kräfte für den Rippenkörper fest zu stellen, und endlich ist unter Berücksichtigung des Eigengewichtes, einschliesslich einer vielleicht vorhandenen besonderen Belastung der Rippen, die eigentliche statische Untersuchung des Rippenystems auch unter Beobachtung der gewählten Spitzbogenform doch ihrem Wesen nach ganz in der Weise durchzuführen, wie in Art. 253 (S. 375) und 254 (S. 377) bei der Untersuchung der Stabilität der Gratbogen cylindrischer Kreuzgewölbe eingehend angegeben und durch Beispiele erklärt ist.



Eben so ist nach der Bestimmung des für den Rippenbogen entstehenden Horizontalstresses, bzw. Normaldruckes, unter Anwendung der Gleichungen 142 u. 148 (S. 185 u. 186), bzw. der Gleichungen 145 u. 150 (S. 186 u. 187) die Stärke der Rippen bei Anwendung von Quadermaterial oder von Backsteinen zu berechnen.

Unter besonderen baulichen Verhältnissen kann aber für die Standfähigkeit der Gewölberippen oder auch des gefamten Gewölbsystems ein starker Winddruck, welcher auf die Flächen der seitlichen Begrenzungen der Gewölbeanlage gelangt, von nachtheiliger Wirkung sein. Bestimmt man nach Anleitung von Fig. 531 für die Kappengebiete E und F mit ihrer Gurtrippe B und ihren Diagonalrippen A und C die für eine zugehörige seitliche Begrenzungsfläche in Betracht kommenden Gewölbstöße, so lässt sich für diese den Widerlagskörper H des Gewölbes angreifenden Kräfte an sich ein standfähiges Widerlager schaffen. Wirkt nun aber auf diesen Widerlagskörper von aussen der Winddruck ein, dessen resultierende, winkelrecht zur Seitenfläche des Widerlagers gerichtete Pressung W die aus den Gewölb-

329
Stärke
der
Rippen.

330.
Winddruck.

schüben entstehende Mittelkraft an GröÙe übertrifft, so wird dieser Ueberschufs des Winddruckes das Gewölbe in Mitleidenschaft ziehen und, durch dasselbe fließend, sowohl ein etwa vorhandenes Pfeiler- oder Säulensystem, wie auch schließlich die andere seitliche Außenmauer des Gewölbbereiches besonders beanspruchen. Während dieses Vorganges erleiden auch die für die Rippen früher ohne Berücksichtigung des Winddruckes etwa gezeichneten Mittellinien des Druckes eine Veränderung, deren gewissenhafte Bestimmung erst Aufschluss über die nothwendige Stärke dieser Gewölbtheile zu geben vermag. Mit diesen Veränderungen der Drucklinien in den Rippen stehen wiederum Veränderungen in den Kappen und im Stützengebilde der Gewölbeanlage in innigem Zusammenhange. Eine durchweg scharfe und genaue Ermittlung dieser sämtlichen Veränderungen ist aber mit so großen Schwierigkeiten verknüpft, dass man nur durch Näherung einigen Aufschluss über die erwähnten Einflüsse des Winddruckes auf das Wölbsystem gewinnen wird. Selbst die Annahme über die GröÙe des in Rechnung zu stellenden Winddruckes ist noch Schwankungen unterworfen. Der in Deutschland noch mannigfach angenommene größte Werth von 120 kg Druck auf 1 qm einer vom Winde senkrecht getroffenen Fläche ist neueren Erfahrungen nach bei herrschenden Stürmen erheblich überschritten. Immerhin darf der Einfluss des Windes bei Gewölbeanlagen zwischen hohen Begrenzungsmauern nicht außer Acht gelassen werden. Deshalb ist dahin zu sehen, dass die dem Gewölbschube und dem Winddrucke ausgesetzten Begrenzungsmauern der Gewölbeanlage zur Erreichung entsprechender Sicherheit an und für sich mit ihren etwa vorhandenen Strebepfeilern, bezw. Strebebogen zunächst vollständige Standfähigkeit gegen den antretenden gesammten Gewölbschub besitzen, sodann aber auch eine solche Stärke erhalten, dass sie fähig sind, dem Winddruck allein Widerstand zu leisten, ohne dass ein nachtheiliger, die GröÙe des Gewölbschubes übertreffender Winddruck durch das Gewölbe selbst auf die übrigen Gewölbstützen oder Widerlager übertragen wird.

Treten Fälle ein, wobei für die Begrenzungsmauern oder für diese und die Stützen des Gewölbes nur eine Stärke zugelassen werden kann, welche nicht verhindert, dass der Ueberschufs des Winddruckes die Gewölb-Construction gleichsam für sich als Laufbahn in Anspruch nimmt, so muss die Stabilitäts-Untersuchung der ganzen Anlage durch das Auffuchen derjenigen Drucklinien vorgenommen werden, welche nach Ermittlung der sämtlichen sich geltend machenden äußeren Kräfte für die Gewölberippen, Gewölbekappen und für die Widerlagskörper den erforderlichen Aufschluss über den Gleichgewichtszustand des ganzen Systemes zu geben vermögen.

Die hierzu erforderliche, sehr umfangreiche und in mehr oder weniger hohem Grade doch mit Mängeln behaftete Arbeit kann wesentlich vereinfacht und für die Praxis genügend in abgekürzter Weise ausgeführt werden, sobald man den etwa vorhandenen Ueberschufs der GröÙe des Winddruckes nur als allein wirksam für den Gurtbogen B (Fig. 531) zwischen der Kappengruppe von E bis F betrachtet. Nach dieser Annahme lässt sich das Auffinden der Mittellinie des Druckes in der Gurtrippe B , den vorhandenen Gewölbpfeilern, den Widerlagern mit oder ohne Strebepfeilern, bezw. Strebebogen ganz im Sinne des in Art. 147 (S. 213) Vorgetragenen bewirken und hiernach die Stabilität des Baukörpers beurtheilen.

Stellt sich bei diesen Untersuchungen ein nicht gerade sehr günstiger Verlauf der Mittellinien des Druckes, namentlich für die Gewölbpfeiler oder die seitlichen Widerlager, heraus, so kann man sehr häufig durch das schon mehrfach erwähnte

Mittel einer geeigneten Uebermauerung des Gurtbogens *B*, unter Beachtung des in Art. 143 (S. 197) Gefagten, einen fachgemäßen Verlauf der in Frage kommenden Drucklinien herbeiführen und danach besondere Vortheile für eine gesicherte Standfähigkeit der einzelnen Bautheile erzielen.

Die äußerst mannigfaltig in größter Anzahl ausgeführten gothischen Kreuzgewölbe zeigen hinsichtlich der Abmessungen der Rippenquerschnitte so große Verschiedenheiten, daß das Aufstellen empirischer Regeln für die Bestimmung der Stärke der Gewölberippen zwecklos erscheinen muß. Schon die aus architektonischen Bedingungen hervorgehende Profilierung der Rippen veranlaßt häufig einen weit größeren Rippenquerschnitt, als die Pressungen erfordern, welche in Abhängigkeit von einem günstigen Verlaufe der Drucklinien im Rippenkörper entstehen.

Nimmt man zunächst eine gewissenhaft durchgeführte statische Untersuchung der Gewölberippen vor und bestimmt man hiernach, wie in Art. 139 (S. 193) angegeben wurde, die Stärke der Rippen, so läßt sich schließlich, bei Vermeidung einer Herabminderung des berechneten Rippenquerschnittes, die geplante Profilierung desselben vornehmen.

Oft ergibt eine solche Untersuchung allerdings auch so geringe Querschnittsgrößen, daß die praktische Ausführbarkeit der Rippen größere Abmessungen erforderlich macht. Immerhin sollte diese statische Untersuchung nicht ohne Weiteres von der Hand gewiesen werden.

Rippen aus Quadern erhalten bei Gewölben mit rund 10 m Diagonallänge wohl ungefähr eine Breite von 18, 20 bis 25 cm und, einschließend des Rückenansatzes, eine Höhe von 25, 30 bis 36 cm. Rippen aus Backsteinen oder besonderen, kleineren oder größeren Formsteinen können bei Gewölben mit gleicher Diagonalweite etwa 1 bis 1½ Stein breit und mit dem Rückenansatz 1½ bis 2 Stein hoch genommen werden.

Kleinere Gewölbe zeigen mehrfach ziemlich geringe Rippenquerschnitte mit 9 cm Breite und 15 cm Höhe ohne Rückenansatz. Diese Abmessungen dürften selten noch eine weitere Verminderung erfahren.

γ) Stabilität der Widerlager.

Werden die Umfangsmauern, die hauptsächlichsten Widerlagskörper der Anlage eines gothischen Kreuzgewölbes, im Sinne des in Art. 298 (S. 431) Gefagten in einzelnen Stützpunkten, mögen dieselben durch Strebepfeiler an sich schon verstärkt sein oder nicht, durch die Kräfte beansprucht, welche mit Hilfe der im Vorhergegangenen besprochenen statischen Untersuchung der Gewölbekappen und ihres Rippen-systemes ihrer Lage, Größe und Richtung nach bekannt werden, so läßt sich unter Verwendung dieser Kräfte die Prüfung der Stabilität der Widerlager einleiten. Sieht man zunächst von einer besonderen Versteifung derselben durch Strebebogen ab, so erfolgt die Fortführung der Stabilitäts-Untersuchung und die damit im Zusammenhange stehende Bestimmung der Stärke der Widerlager unter Anwendung der graphischen Statik auf demselben grundlegenden Wege, welcher in Art. 236 (S. 378) zu gleichem Zwecke beim cylindrischen Kreuzgewölbe gekennzeichnet ist. Beim Feststellen der Grundrißfläche des Widerlagskörpers wird die Grundrißlänge *l* (Fig. 532) unter richtiger Würdigung der geschaffenen Planlage möglichst gering gewählt, um hierdurch eine zu Gunsten des Sicherheitsgrades des Stütz Körpers angebahnte Verringerung seines Gewichtes in Rechnung zu stellen. Die

331.
Empirische
Regeln.

332.
Widerlager
ohne
Strebebogen.

Gewichtsbestimmung, so wie die Darstellung der Mittellinie des Druckes im Widerlagskörper erfolgt in bekannter Weise. Für den Verlauf der Drucklinie ist zu beachten, daß zur Erzielung einer entsprechenden Sicherheit die Querschnittsfläche des Widerlagskörpers diese Linie an jeder Stelle innerhalb des sog. Kernes¹⁸⁵⁾ des Querschnittes birgt und daß außerdem eine Gefahr in Rücksicht auf Gleiten ausgeschlossen bleibt.

333.
Empirische
Regel.

Eine hier und dort angegebene empirische Regel, wonach die Stärke der Widerlager zwischen $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{7}$ der Spannweite der Gewölbe wechselt, erscheint, ohne eine Rücksichtnahme auf die Höhe des Widerlagers und vermöge der durch die Zahlenwerthe angegebenen, weit von einander abstehenden Grenzen, nicht besonders beachtenswerth. Eine leicht zu bewirkende Stabilitäts-Untersuchung der Widerlager befreit von den Mafnahmen der an sich oft unsicheren empirischen Regeln.

334.
Widerlager
mit
Strebebogen.

Auf etwas anderem, nunmehr zu berücksichtigendem Wege ist die Stabilitäts-Prüfung der Widerlager vorzunehmen, wenn die in Art. 299 (S. 432) erwähnten Strebe- oder Schwibbogen in Gemeinschaft mit Strebepfeilern als besondere Stütz-Constructionen des eigentlichen Gewölbewiderlagers auftreten sollen.

Das innere Wesen dieser Stabilitäts-Untersuchung stimmt mit dem des grundlegenden Falles der Prüfung der Standfähigkeit des gemeinschaftlichen Widerlagers für Tonnengewölbe mit verschiedener Spannweite und ungleich großer Belastung, welcher in Art. 147 (S. 213) bereits näher behandelt ist, überein. Der meistens in der Form eines einhäutigen Gewölbes erscheinende Strebebogen ändert die Richtung des Prüfungsweges nicht. Die Stabilitäts-Untersuchung von einhäutigen Gewölben, welche demnach auch hier wieder Berücksichtigung finden muß, ist in Art. 146 (S. 208) erklärt.

Der Gang, welcher bei der statischen Untersuchung der Widerlager mit Strebebogen befolgt werden kann, soll unter Benutzung der Darstellungen auf nebenstehender Tafel besprochen werden.

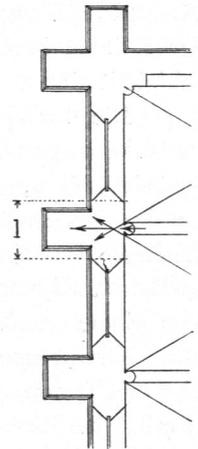
Der in der lothrechten, als Kräfteebene fest gesetzten Symmetrie-Ebene des Widerlagers G und des Strebebogens γo wirkende resultirende Gewölbfchub S der eigentlichen Gewölbanlage, welcher unter Beachtung des in Art. 328 (S. 478) Gefagten vorweg zu bestimmen ist, vereinigt sich mit dem Gewichte G des in seiner Grundrißfläche und Höhenentwicklung im Gewölbeplane bestimmten Widerlagskörpers zu einer Mittelkraft M . Größe, Lage und Richtung der letzteren bleiben unveränderlich, so fern der Gewölbfchub S und das Gewicht G keiner Aenderung unterzogen werden. Hiernach ist also der Strahl Mm , worin die Mittelkraft M wirkt, eine feste Gerade. Schneidet, wie hier der Fall ist, dieser Strahl die als fest und vollständig tragfähig vorausgesetzte Fulsebene mf der Widerlagsmauer außerhalb ihrer Grundfläche im Punkte m , so wird die Kraft M den Widerlagskörper um die Kante c drehen.

Wird zur Sicherung des Widerlagers gegen Drehung ein Strebebogen γo mit zugehörigem Strebepfeiler angeordnet, so können die Einflüsse, welche dieser Strebebogen auf das Widerlager ausübt, und umgekehrt, die Einwirkungen, welchen der Strebebogen durch den Gewölbfchub S , bezw. durch die Mittelkraft M unterworfen ist, in geeigneter Weise durch Zeichnung zur Erscheinung gebracht werden.

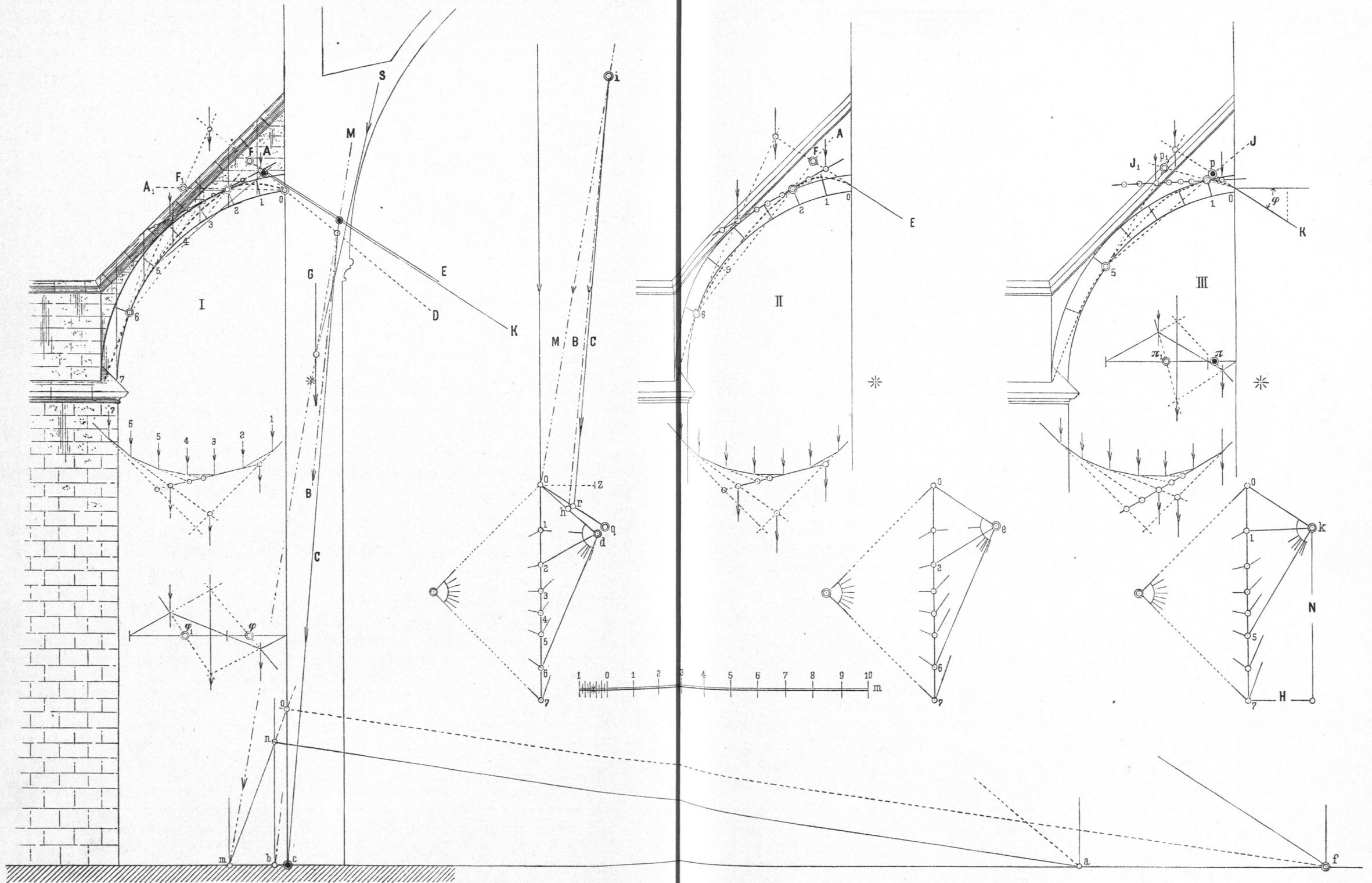
Zunächst ist die statische Untersuchung des Strebebogens selbst vorzunehmen. Die Tiefe desselben sei gleich $1 m$.

Unter Einführung einer beliebig gewählten Basis $oz = 2 m$ ist, entsprechend den Angaben in Art. 146 (S. 208), ein Gewichtsplan $o\gamma$ gezeichnet und unter Anwendung der Polaraxen oA und oA_1 mit Hilfe der Fixpunkte F , bezw. F_1 die punktirt dargestellte Drucklinie ermittelt, welche einem möglich kleinsten Gewölbfchube $D = do$ zukommt. Dieselbe verbleibt ganz in der eigentlichen Gewölbfäche des Strebebogens.

Fig. 532.



¹⁸⁵⁾ Siehe: Theil I, Band 1, zweite Hälfte, 2. Aufl. (Art. 112, S. 88) dieses »Handbuchs«.



Statische Unterfuchung des Widerlagers mit Strebebogen für ein Kreuzgewölbe.

Befitzt der Strebebogen eine gröfsere oder geringere Tiefe, als 1 m , so ist der Gewichtsplan $o\gamma$ offenbar nach der Vorschrift in Art. 249 (S. 363) zu zeichnen. Die übrigen Bestimmungen erleiden dadurch im Wesen keine Aenderungen.

Der Gewölbfschub D wirkt in der Richtung oD auf das Widerlager ein. Er vereinigt sich mit M zu einer neuen Mittelkraft B . Um diese Kraft im vollsten Einklange mit der gewählten Basiszahl $oz = 2\text{ m}$ und mit dem Einheitsgewichte des Wölbmaterials des Strebebogens im Kräfteplane als Linie von richtiger Länge darstellen zu können, ist vor allen Dingen die Kraft M , welche aus der statischen Unterfuchung des Hauptgewölbes und seines zugehörigen Widerlagsstückes hervorgegangen ist, im Kräfteplane in genauer Streckenlänge einzutragen. Ist z. B. die Bestimmung von M unter Benutzung einer anderen Basiszahl und unter Berücksichtigung eines vom Einheitsgewichte des Materials des Strebebogens abweichenden Einheitsgewichtes des Materials des Hauptgewölbes oder auch des Widerlagskörpers, wie häufig der Fall ist, erfolgt, so mufs die Länge der Strecke M eben so, wie in Art. 256 (S. 378) z. B. für das Festlegen des Druckes in einem Gratbogen geschehen ist, berechnet werden.

Eine Vorunterfuchung und die zugehörige Berechnung haben für M eine Strecke von $30,4\text{ m}$ ergeben. Zieht man im Gewichts-, bezw. Kräfteplane durch o den Strahl io parallel zu Mm und nimmt man die Länge dieses Strahles von o aus gleich der für M berechneten Strecke, so ist die nothwendige Vereinigung von gleichartigen, auf eine und dieselbe Reductionsbasis oz und auf dasselbe Baumaterial zurückgeführten Kräftelinien erreicht. In der Zeichnung ist zur Vermeidung der weit hinauf gehenden Linienstrecke von $30,4\text{ m}$ ein bestimmter Theil, hier nur die Hälfte $15,2\text{ m}$ für io aufgetragen, und eben so ist auch dem gemäfs die Strecke od des Schubes D in h halbirt, wodurch offenbar die Bestimmung der Lage der Mittelkraft B aus M und D nicht beeinflusst wird. Die Gröfse von B ist hierbei gleich dem Zweifachen von ih .

Führt man im Plane I durch den Schnitt des Strahles D mit der fest liegenden Geraden M die Parallele Bb zu ih des Kräfteplanes, so trifft dieselbe die feste Fufsebene mf ebenfalls noch in einem auferhalb der Grundfläche des Widerlagers gelegenen Punkte b . Hierdurch zeigt sich, dafs der einer Minimal-Drucklinie des Strebebogens γo zukommende Gewölbfschub D vom Gewölbfschube S des Hauptgewölbes, bezw. von der Kraft M noch weit überwunden wird. Der Schub D ist noch nicht im Stande, den Gleichgewichtszustand des gemeinschaftlichen Widerlagers gegen Drehung hervorzubringen.

Sieht man vorläufig von einem Höherlegen des sonst unverändert zu lassenden Strebebogens an der Widerlagsmauer ab, so folgt weiter, dafs durch die Einwirkung von S , bezw. M im Strebebogen ein gröfserer Gewölbfschub herrschen mufs, wenn derselbe fähig sein soll, das Drehbestreben des Widerlagers zu vernichten.

Zum Auffuchen dieses gröfseren Schubes im Strebebogen, und zwar zunächst in Rücksicht auf eine Grenzlage, wonach die aus M und diesem Schube entstehende Mittelkraft genau durch die äufserste Kante c der Grundfläche des Widerlagers geht, ist in Uebereinstimmung mit den Erörterungen in Art. 147 (S. 213) durch die Seilpolygone mna und mof der auch in dem dort Vorgetragenen erwähnte, bedeutungsvolle feste Punkt f auf der Fufsebene des Widerlagers ermittelt. Zieht man nun durch f und durch den Fixpunkt F der unverändert gelassenen Polaraxe A des Strebebogens einen Strahl E , so mufs in demselben ein Gewölbfschub herrschen, welcher, wenn mit ihm eine Drucklinie im Strebebogen entsteht, die ganz innerhalb der Gewölbfläche desselben bleibt, in Gemeinschaft mit M eine durch die Kante c gehende Refultirende liefert.

Im Plane II ist Aufschluss über den Verlauf einer Mittellinie des Druckes, welche einem in der Richtung fF wirkenden Schube E von der Gröfse eo angehört, gegeben. Die Polaraxe A mit dem Fixpunkte F ist ohne Weiteres aus dem Plane I übertragen. Die auf bekanntem Wege gezeichnete Mittellinie des Druckes verlässt jedoch die Stirnfläche des Strebebogens oberhalb der Rückenlinie zwischen den Fugen 1 und 2 und unterhalb der Wöblinie in der Nähe der Fuge 5 in merkbarem Abstände. Hieraus folgt, dafs der Gewölbfschub $E = eo$ in der angewiesenen Lage und mit der gefundenen Gröfse nicht fähig ist, eine Drucklinie zu erzeugen, welche ganz innerhalb der Wölbfläche des Strebebogens verläuft. Die eingezeichnete Drucklinie giebt aber einen Anhalt für die Lage der Bruchfugen oberhalb des Stückes $o2$ und in der unteren Kante der Fuge 5 . Berücksichtigt man ferner, dafs unter Beachtung dieser Bruchfugen dennoch im Allgemeinen ein noch möglich kleinster Gewölbfschub des Strebebogens eintreten kann, welcher, mit der Kraft M zusammengesetzt, eine Refultirende giebt, welche durch die Kante c der Grundfläche des Widerlagers geht, so hat man nach dem Plane III eine neue Mittellinie des Druckes aufzufuchen, welche durch den höchsten Punkt der als Bruchfuge angenommenen Fuge 1 , durch den tiefsten Punkt der zweiten Bruchfuge 5 zieht, und welche auferdem einem Gewölbfschube zukommt, dessen Richtung durch den festen Punkt f der Fufsebene mf geht.

Bestimmt man auf der durch \mathcal{S} und durch den höchsten Punkt der Fuge \mathcal{I} gelegten Polaraxe \mathcal{F} nach Art. 146 (S. 208) den Fixpunkt p mittels der Projection π ; zieht man im Plane I , nachdem auch hier die Lage des Punktes p nach Plan III eingetragen und stark ausgeprägt wurde, durch diesen Punkt und durch f der Fulsebene mf den Strahl K : so ist alles Nothwendige vorhanden, um die zugehörige Mittellinie des Druckes im Plane III zeichnen zu können. Für dieselbe ergibt sich alsdann noch weiter bei der Einführung der nunmehr gleichfalls näher bestimmten zweiten Polaraxe \mathcal{F}_1 , welche durch den Angriffspunkt der Kraft K auf der Fuge o und durch den höchsten Punkt der Bruchfuge \mathcal{I} gezogen werden muß, nebst ihrem Fixpunkte p_1 , dessen Projection in π_1 ermittelt wurde, eine reichliche Zahl von Elementen, welche für die richtige Darstellung dieser Drucklinie benutzt werden können. Dieselbe bleibt noch ganz innerhalb der Wölbfläche des Strebebogens. Die GröÙe ihres Gewölbchubes K wird im Gewichtsplane der Darstellung III als Strecke ko erhalten. Ueberträgt man ko in Lage und GröÙe nach dem Gewichtsplane der Hauptdarstellung I als qo , halbirt man, weil io die Hälfte der Kraft M angiebt, auch qo in r und zieht man den Strahl ir , so muß die durch den Schnitt von K mit M zu ir gezogene Parallele C genau durch den Punkt c der Kante der Widerlagsfläche gehen. Hierdurch wird bekundet, daß der Strebebogen, sobald in ihm eine Mittellinie des Druckes verbleibt, deren Gewölbchub die Lage K annimmt und dessen GröÙe gleich $ko = qo$ ist, fähig wird, den Grenzzustand des Gleichgewichtes gegen Drehung um die Kante c der Grundfläche des Widerlagers herbeizuführen.

Soll der Punkt c mehr in das Innere dieser Grundfläche, z. B. bis in den nach c zu gelegenen Kernpunkt des Querschnittes des Widerlagskörpers, gelegt und alsdann eine Prüfung dahin gehend angestellt werden, ob eine Mittellinie des Druckes mit noch größerem Gewölbchub für den Strebebogen möglich ist, wobei die aus M und dem neuen Gewölbchube entstehende Mittelkraft sich durch diesen Kernpunkt legt; so ist die Durchführung dieser Untersuchung, unter Ermittlung eines neuen festen Punktes, statt des für die Lothrechte co bestimmten Punktes f in der Ebene mf , ganz in dem Sinne des Vorgetragenen zu bewirken.

Ist in jedem einzelnen Falle die dem Gleichgewichte gegen Drehung entsprechende Mittellinie des Druckes gezeichnet, so ist bekanntlich auch noch zu prüfen, ob dieselbe den allgemeinen Bedingungen für das Gleichgewicht gegen Gleiten entspricht.

Namentlich kommt hierbei der Neigungswinkel φ der Kraft K mit der Normalen zur Ansatzfuge o des Strebebogens am Widerlager in Betracht. Da dieser Winkel die GröÙe des Reibungswinkels des anzuwendenden Materials nicht überschreiten darf, so muß, wenn die an sich unveränderliche Lage des Gewölbchubes K eine Ueberschreitung der GröÙe dieses Reibungswinkels bekunden sollte, die Ansatzfuge o in ihrer Neigung in dem Maße abgeändert werden, daß eine Gefahr durch Gleiten nicht mehr vorhanden ist. Für die übrigen Fugen tritt unter Umständen gleichfalls die Prüfung auf Gleiten und eine Aenderung der Fugenrichtung zwischen den Wölbsteinen ein.

Die Stärke des Strebebogens ist nach der Bestimmung des Schubes K mittels des leicht nach Plan III zu findenden wagrechten Gewölbchubes H , bezw. des Normaldruckes N für die am stärksten gepresste Fuge auf bekanntem Wege zu berechnen.

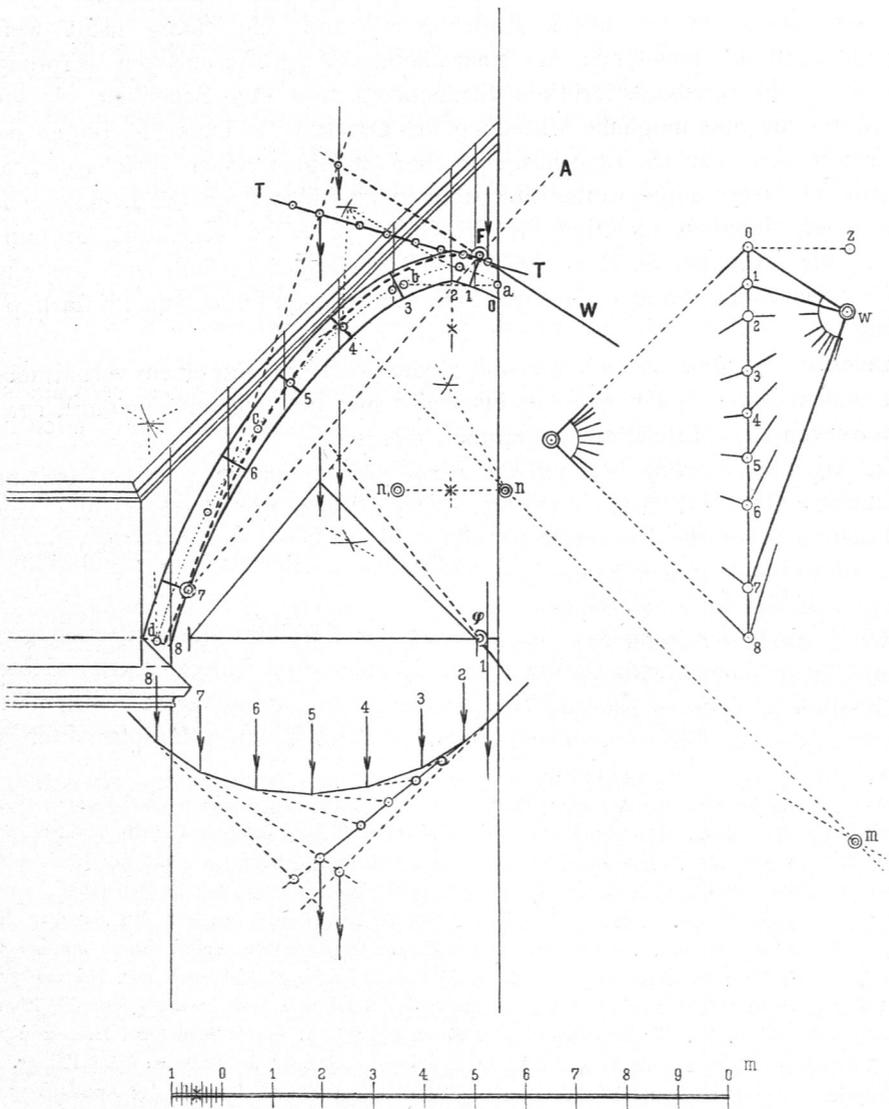
Eben so macht die Stabilitäts-Untersuchung des Strebepfeilers, welcher die Stütze des Strebebogens bildet, bei dem Bekantfein des Schubes K keine Schwierigkeiten.

Bei der Prüfung der Einwirkungen des Strebebogens auf die Standfähigkeit des gemeinschaftlich von ihm und vom Hauptgewölbe beanspruchten Widerlagskörpers war die unveränderliche Ansatzhöhe des Strebebogens geltend gelassen. Man erkennt aber aus der Darstellung I auf der Tafel bei S. 482, daß bei einem lothrechten Verschieben des Strebebogens $o7$ an der äußeren lothrechten Seite der Widerlagsmauer, ohne eine Umgestaltung des Strebebogens zu vollziehen, unter Umständen auch der Gewölbchub D , welcher, einer Minimaldrucklinie angehörend, von allen ermittelten Gewölbchüben des Strebebogens am kleinsten ist, fähig sein kann, bei feiner Zusammensetzung mit der Kraft M eine Resultirende zu liefern, welche durch den Punkt c oder, wenn man will, auch durch einen mehr im Inneren der Grundfläche des Widerlagers gelegenen Punkt geht. Denn würde man z. B. durch den Punkt c einen Strahl parallel zu Bb , bezw. ih ziehen, so müßte, im Allgemeinen genommen, dieser Strahl die feste Linie Mm in einem Punkte schneiden. Legte man durch diesen Schnitt auf der Geraden Mm die Parallele zu der Richtung des

Schubes D , so würde dieselbe die neue Lage des Ansatzpunktes o des Strebebogens am Widerlager bedingen. Im vorliegenden Plane würde der Strebebogen in feiner Gefammtheit höher gerückt werden. Bleibt nun bei dieser Verschiebung eine durch die Kräfte S , G und D verursachte Drucklinie ganz in der Fläche des Widerlagskörpers, bezw. innerhalb des Gebietes der Grenzlinien der Kernflächen seines Querschnittes, so ist auch hierdurch die Standfähigkeit des Systems bekundet. Bei vielen Bauwerken der deutschen und französischen Gothik findet man sehr hoch an der Widerlagsmauer angeetzte Strebebogen.

Werden zwei über einander liegende Strebebogen zur Absteifung eines gemeinschaftlichen Widerlagers angeordnet, so läßt sich die zugehörige Stabilitäts-Untersuchung eines solchen Baufsystems unter Anwendung der gegebenen Grundlagen schrittweise, ohne besondere Hindernisse anzutreffen, ebenfalls vollziehen.

Fig. 533.



336.
Umgestaltung
der
Strebebogen.

Die im Plane *III* auf der Tafel bei S. 482 für den Gewölbschub *K* construirte Mittellinie des Druckes nähert sich einer Parabel, bezw. einer Korbbogenlinie, bei welcher vom höchsten Punkte der Bruchfuge *r* aus die beiden seitlichen Aeste etwas spitzbogenartig abfallen.

Nimmt man nach Fig. 533 diese Mittellinie des Druckes als Mittellinie *abcd* der Wölbfläche eines Strebebogens an und fucht man, wie leicht geschehen und aus der Zeichnung näher ersehen werden kann, die Mittelpunkte *m* für den Bogen von *d* durch *c* bis zur Fuge *q* und *n*, bezw. *n*, für die durch *b* und *a* gehenden Bogen, so läßt sich mit großer Genauigkeit der Linienzug *abcd* durch einen am Scheitel spitzbogenförmig zusammentretenden Korbbogen ersetzen. Behält man die im Plane *III* auf der Tafel bei S. 482 für den Strebebogen angenommene Stärke auch in Fig. 533 in der Weise bei, daß dieselbe je zur Hälfte stets normal zum Korbbogen *abcd* nach oben und unten abgetragen wird, so sind die aus den bezeichneten Mittelpunkten beschriebenen, die Wölbstärke begrenzenden inneren und oberen Wölblinien der Mittellinie *abcd* des Strebebogens concentrisch.

Läßt man auch die obere Aufmauerung und Abdeckung nicht wesentlich ändern, so entsteht, abgesehen von einer kleinen Vergrößerung der ursprünglichen Spannweite, ein spitzbogenförmiger Strebebogen mit den Schenkeln *o2* und *28*, dessen Mittellinie eine mögliche Mittellinie des Druckes ist. Derartige Bogen besitzen, wie schon in Art. 127 (S. 153) ausgesprochen ist, einen hohen Grad von Stabilität. Will man für diesen umgeformten Strebebogen eine Mittellinie des Druckes zeichnen, welche einem möglich kleinsten Gewölbschube $W = w_0$ angehört, so sind unter Befolgung der Angaben in Art. 146 (S. 208) die erforderlichen, auch aus Fig. 533 zu ersehenden Maßnahmen zu treffen. Die entstehende Drucklinie ist stark punktirt eingetragen.

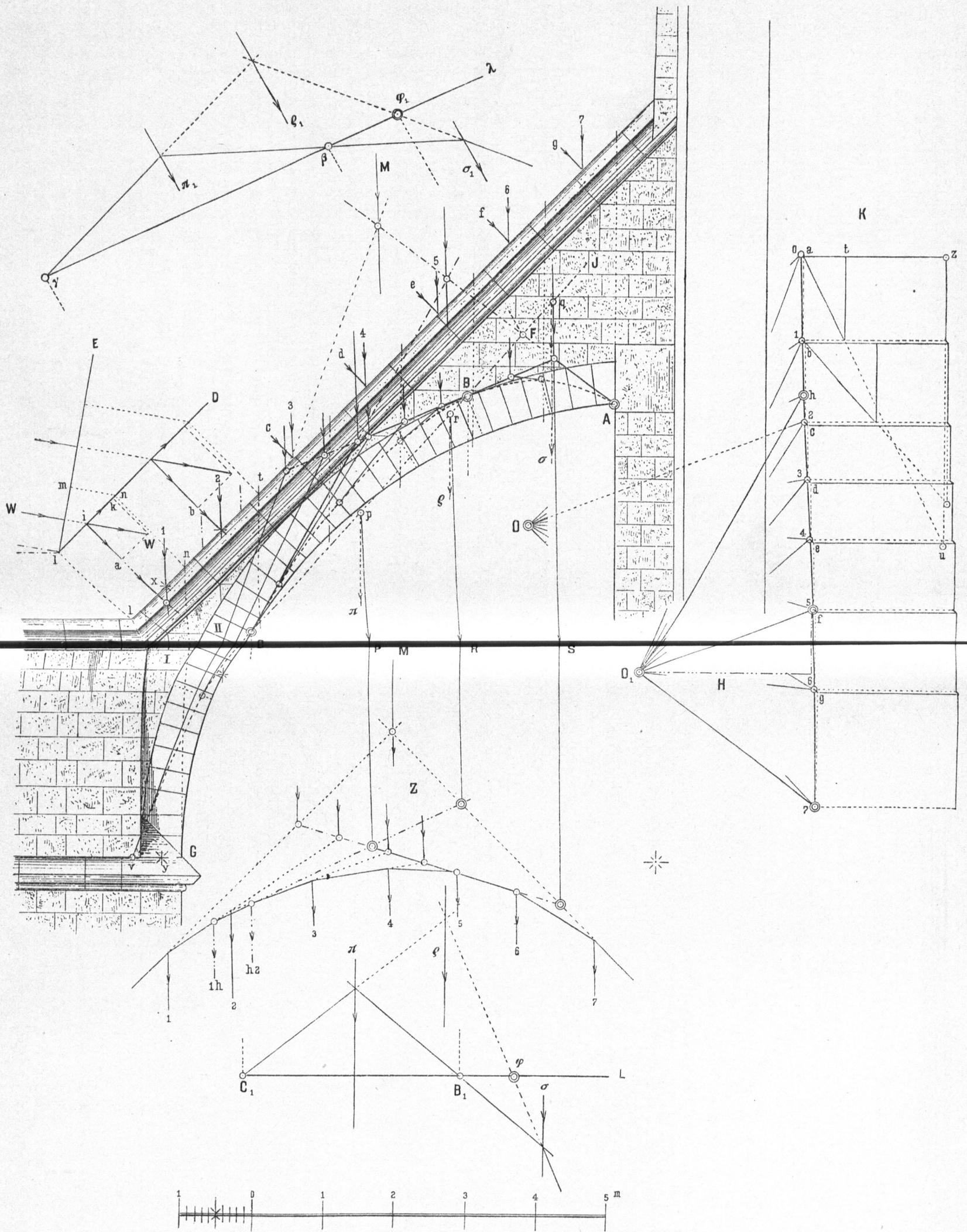
Bemerkt sei, daß Strebebogen mit einem größeren und einem verhältnismäßig kurzen Schenkel als Spitzbogen mit einer der hier gefundenen sehr ähnlichen Form bei Bauwerken des Mittelalters angetroffen werden.

337.
Winddruck
bei
Strebebogen.

In Art. 146 (S. 208) ist schon die Bemerkung gemacht, daß bei den meistens als einhüftige Gewölbstücke ausgeführten Strebebogen der Kreuzgewölbe noch der Winddruck, welcher die Rückenfläche dieser Bogen trifft, bei ihrer Stabilitäts-Untersuchung in Frage kommen kann.

Die Lösung der Aufgabe, die Prüfung der Stabilität eines Strebebogens mit Hilfe der graphischen Statik vorzunehmen, sobald außer seinem Eigengewichte noch die Einwirkung eines größeren Winddruckes in Bezug auf seine Rückenfläche zu berücksichtigen ist, soll nach neben stehender Tafel in ihren Hauptpunkten gezeigt werden.

Zunächst ist das Gewölbe des übermauerten und mit Platten abgedeckten Strebebogens *GA*, dessen Tiefe gleich 1^m sein möge, unter Annahme gleichen Materials nach bekannten Gesichtspunkten in schmale Theilstreifen, hier 7, zerlegt. Die einzelnen lothrechten Theillinien bestimmen auf der Rückenfläche der Abdeckung des Bogens die Größe der für jeden Theilstreifen in Rechnung zu stellenden, vom Winddruck beanspruchten Fläche. Für den Streifen *I* würde eine Länge *ln*, für den daneben liegenden Streifen *II* eine Länge *nt* u. f. f. dieser Fläche entstehen. Projicirt man diese Längen, wie bei *D* und *E* geschehen, auf eine zur Windrichtung *W* senkrecht stehende Ebene *E*, so erhält man bei der gegebenen Breite der gedrückten Fläche ihre für die Berechnung des Winddruckes *W* in Bezug auf die Ebene *E* zu benutzende Höhe *lm* u. f. f. Ist allgemein *b* Met. die Breite, *h* Met. die Höhe dieser Fläche und *p* Kilogr. der in der Ebene *E* herrschende Winddruck für eine Flächeneinheit, so ist $W = b h p$ Kilogr. In der Zeichnung ist $lm = h = 0,9$ m. Die Breite *b* der gedrückten Fläche beträgt der Annahme nach 1 m. In Rücksicht auf die Gewalt, welche bei starken Stürmen an hoch gelegenen Mauerwerkskörpern, wozu



Statische Unterfuchung eines Strebebogens unter Berücksichtigung des Winddruckes.

die Strebebogen meistens zu zählen sind, ausgeübt wird, möge $p = 300 \text{ kg}$ für 1 qm gerechnet werden. Hiernach wird $W = 1 \cdot 0,9 \cdot 300 = 270 \text{ kg}$. Für den Strebebogen kommt die senkrecht zu seiner Rücken-ebene D wirkende Seitenkraft ia in Frage¹⁸⁶). Diefelbe ergibt sich zu 216 kg .

In gleicher Weise sind die lothrechten Drücke b, c, d u. f. f. des Windes für die übrigen Theilstreifen bestimmt. Diefse Drücke setzen sich mit den Gewichten ihrer zugehörigen Theilstreifen zu einzelnen Mittelkräften zusammen. Im Kräfteplane K sind dieselben unter Anwendung einer Basis $az = 2 \text{ m}$ als $o1, 12$ u. f. f. bis 7 zu einem Kräftepolygonzuge vereinigt.

Hierbei ist jedoch die Länge der Kräftefrecken für den Winddruck, welcher in Kilogramm ausgedrückt ist, durch die Abmessung x Met. Höhe eines Steinprismas darzustellen, welches dasselbe Einheitsgewicht, als das Material des Strebebogens besitzt, dessen rechteckiger Querschnitt eine Breite von stets gleich 1 m , sonst aber eine Länge gleich der gewählten Maßzahl 2 m der Basis az des Gewichtsplans K erhält.

Wiegt 1 cbm des Wölbmaterials 2400 kg , so ist hiernach die Strecke oa des Planes K , welche die Größe des senkrecht auf der Rückenfläche des Theilstreifens vorhandenen Winddruckes gleich 216 kg angeben muß, mittels des Ausdruckes

$$x \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2400 = 216$$

als $oa = x = 0,045 \text{ m}$. Die Linie oa , parallel zu ia gezogen, hat diese Länge erhalten. Mit derselben wurde das Gewicht $o1$ des ersten Theilstreifens I_1 dessen Breite als at , dessen mittlere Höhe als $xy = zu$ gegeben ist, nach bekannter Reduction auf die Basis az , zu der Resultirenden $o1$ zusammengesetzt. In ganz gleicher Weise sind alle übrigen Theilstreifen behandelt.

Im Plane des Strebebogens sind die für die einzelnen Theilstreifen aus Winddruck und Gewicht entstehenden Mittelkräfte als 1 parallel $o1$, 2 parallel 12 u. f. f. ihrer richtigen Lage nach gezeichnet; und es ist für dieselben unter Benutzung des Poles O das Seilpolygon Z fest gelegt. Nach einer vorläufigen Prüfung über den Verlauf einer Mittellinie des Druckes, welche unter der Einwirkung der ermittelten, im Allgemeinen in nicht paralleler Lage auftretenden Kräfte für den möglich kleinsten Gewölbschub des Strebebogens entsteht, sind in A, B und C Punkte von Bruchfugen erhalten. Diefse können für die weitere Durchführung der graphisch-statischen Untersuchung zunächst benutzt werden.

Bei der Anwendung der fog. Fixpunkt-Methode sind entweder durch B und C oder durch B und A Polaraxen zu führen. Hier ist durch die Punkte B und C eine Polaraxe \mathcal{F} gelegt. Für das Stück AB des Strebebogens ergibt sich mit Hilfe des Seilpolygons Z eine resultirende Kraft S gleich und parallel der Verbindungsgeraden 5 bis 7 im Kräfteplane K . Für das Stück CB ist P die Resultirende, parallel und gleich der Verbindungsgeraden h bis 5 im Plane K . Die Mittelkraft R aus P und S ist parallel und gleich einer Geraden mit den Endpunkten h und 7 des Gewichtsplans K . Um für die nicht einander parallelen Kräfte P und S mit ihrer Mittelkraft R ein Seilpolygon durch die gegebenen Punkte A, B und C zu legen, kann man zur Bestimmung des Fixpunktes F auf der Polaraxe \mathcal{F} das folgende Verfahren einschlagen.

Man bringt die Strahlen P, R und S mit der Polaraxe \mathcal{F} in p, r und q zum Schnitt. Zerlegt man die Kräfte P, R, S in diesen Punkten einzeln in Seitenkräfte, in die Gerade $C\mathcal{F}$ fallend und sonst parallel zu einer beliebig gewählten Axe CC_1 genommen, so mögen die Geraden π, ρ und σ , nunmehr einander parallel, die zuletzt genannten Seitenkräfte enthalten. Projicirt man die Punkte B gleichfalls parallel zu CC_1 auf eine beliebig von C_1 ausgehende, jedoch die Strahlen π, ρ und σ schneidende Axe L , so läßt sich ganz auf dem in Art. 146 (S. 208) angegebenen Wege die Projection φ des gesuchten Fixpunktes F auf der Axe L ermitteln.

Projicirt man φ parallel zu CC_1 nach F auf \mathcal{F} , so ist nunmehr wiederum ganz im Sinne von Art. 146 (S. 208) die Mittellinie des Druckes für den Strebebogen GA zu bestimmen.

Hätte man das Auffinden des Fixpunktes F unter Benutzung der Axen $C\gamma$ und $\gamma\lambda$ bewirken wollen, so sind die Seitenkräfte von P, R und S , welche nicht in die Polaraxe $C\mathcal{F}$ fallen, von p, r und q aus parallel $C\gamma$ als π_1, ρ_1 und σ_1 fest zu legen und B parallel $C\gamma$ auf λ nach β zu projiciren, um alsdann in üblicher Weise auch den Punkt φ_1 auf λ als Projection von F zu erhalten.

Wird statt der durch B und C gelegten Polaraxe \mathcal{F} eine durch A und B geführte Gerade als Polaraxe angenommen, so ist das Auffinden des auf dieser Axe gelegenen Fixpunktes ganz nach den für die Polaraxe \mathcal{F} gegebenen Grundlagen vorzunehmen.

Der aufgefundenen Mittellinie des Druckes gehört im Punkte B der Gewölbschub O_{15} , bzw. $5 O_1$ an. Für die Berechnung der Stärke des Strebebogens ist die wagrechte Seitenkraft H von O_{15} , bzw.

¹⁸⁶) Siehe: Theil I, Band 1, zweite Hälfte, 2. Aufl. (Art. 27, S. 21) dieses »Handbuches«.

der leicht zu ermittelnde Normaldruck für die am stärksten gepresste Wölbuge in bekannter Weise zu verwerthen.

Die punktirt eingetragene Mittellinie des Druckes ABC u. f. f. durchschneidet die Rückenlinie des Strebebogens in der Nähe und in geringer Höhe über der Widerlagsfuge G . Ihr Endpunkt v liegt bereits im Körper des für den Strebebogen erforderlichen Strebepfeilers. Will man diese Lage von v nicht als gerade günstig ansehen, so kann man sachgemäß die Stärke des Strebebogens nach dem Widerlager zu etwas über v hinaus vergrößern.

338.
Gewölbepfeiler.

Die Gewölbepfeiler, Mittel- oder Zwischenpfeiler, bilden die Stützen für an einander gereihte Gewölbeanlagen. Sie haben den Gewölbschub von den in größerer Zahl am Pfeiler zusammentretenden oder sich anschmiegenden Rippenkörpern aufzunehmen. Heben sich die wagrechten Seitenkräfte der sämtlichen Gewölbschübe auf, vereinigen sich alle lothrechten Seitenkräfte derselben zu einer Mittelkraft, welche mit der lothrechten Axe des zugehörigen Pfeilers ganz oder nahezu zusammenfällt, so hat der Querschnitt des Pfeilers nur eine solche Größe nöthig, daß unter Berücksichtigung seines eigenen Gewichtes der Pfeiler nicht zerdrückt, bezw. nicht zerknickt wird. Diese durch die gefammte Gewölbeanlage bedingte günstigste Beanspruchung der Pfeiler tritt aber in Folge der in mannigfaltigem Wechsel stattfindenden Gewölbedurchbildung im Ganzen selten ein. Die Gewölbschübe der Gurt-, Scheide-, Kreuz-, Zwischenrippen u. f. f. wirken meistens in sich kreuzenden geraden Linien, liefern also, wie schon in Art. 293 (S. 427) erwähnt ist, ein im Raume gelegenes Kräftefytem, welches im Wesentlichen nur zu einer Mittelkraft und zu einem resultirenden Kräftepaar vereinigt werden kann. In solchen Fällen hat, in statischer Beziehung genommen, der Pfeiler, oft am zweckmäßigsten und einfachsten unter Einführung besonderer Uebermauerung der Rippen- oder Kappenkörper, bezw. einer ihn selbst treffenden Aufmauerung, ohne einen übertrieben großen Querschnitt zu erhalten, eine Gestaltung zu erfahren, welche eine Vernichtung des erwähnten Kräftepaares herbeiführt und welche zuläßt, daß die nun verbleibende Mittelkraft der Gewölbschübe, mit dem Eigengewichte des Pfeilers vereint, einen günstigen Verlauf der Drucklinie im Pfeilerkörper hervorruft. Die hier erwähnte Uebermauerung wird als vorzügliches Hilfsmittel meistens Platz greifen müssen, so bald durch die Ausmittelung der Gewölbschübe eine ungünstige Beanspruchung der Gewölbepfeiler erkannt wird, da das Umformen der Gewölberippen nach höher oder geringer aufsteigenden Bogenlinien, wodurch gleichfalls günstige Wirkungen für die Pfeiler erzielt werden können, aus Rücksicht auf die architektonische Durchbildung der Gewölbanlage in der Regel auszuschließen ist.

Eine sorgfältig durchgeführte statische Untersuchung der Gewölbekappen und des Rippenfytems lehrt die Kräfte kennen, welche den Gewölbepfeiler treffen. Ihre Vereinigung zu einer gemeinschaftlichen Mittelkraft allein oder zu einer Mittelkraft nebst einem resultirenden Kräftepaare läßt sich nach den Lehren der Statik unmittelbar bei der Stabilitäts-Untersuchung der Pfeiler in den Vordergrund bringen. Durch ihre Verbindung mit den Gewichten der nach Lage und Größe geeignet geschaffenen Uebermauerungen der Gewölbe, namentlich der trichterartigen Gewölbezwickel über den Pfeilern oder einzelner Rippen in der Nähe ihrer Ansätze am Pfeiler, läßt sich bei einiger Ueberlegung von Fall zu Fall eine auf elementarem, wenn auch etwas langem Wege zu verfolgende Prüfung der Stabilität dieser Gewölbepfeiler vornehmen.