

hälften, im Allgemeinen auf den Gratbogen nur lothrecht wirkende Belastungen, wie z. B. T_0 und G_0 auf der Tafel bei S. 370, übertragen werden, welche alsdann mit dem Gewichte G des zugehörigen Gratstückes unmittelbar zu einer lothrecht wirkenden Resultirenden W zusammensetzen sind. Durch eine leicht zu treffende Gestaltung der Querschnittsfläche des Gratbogens und der damit verbundenen Schwerpunktslage desselben ist dahin zu streben, daß die sämtlichen derartigen Resultirenden für alle Theilstücke in eine und dieselbe lothrechte Ebene innerhalb des Grates fallen, welche alsdann die Kräfteebene des Gratbogens bildet.

255.
Kreuzgewölbe
ohne
Gratbogen.

Sind bei Kreuzgewölben von geringer Weite besondere Gratbogen nicht vorhanden, so ist offenbar auch keine Stabilitäts-Untersuchung für einen Grat vorzunehmen. Wohl aber machen sich in der Ebene des Zusammenschnittes der Kappen, also in der Ebene der Gratlinie, Kräfte der Elementarstreifen der Kappen in ähnlicher Weise geltend, wie bei den Kreuzgewölben mit besonderen Gratbogen. Diese Kräfte sind bei der Bestimmung der Widerlagsstärke der Gewölbe ohne selbständigen Grat eben so in Betracht zu ziehen, wie bei den mit Gratbogen versehenen Kreuzgewölben.

γ) Stärke der Widerlager.

256.
Kreuzgewölbe
mit
Gratbogen.

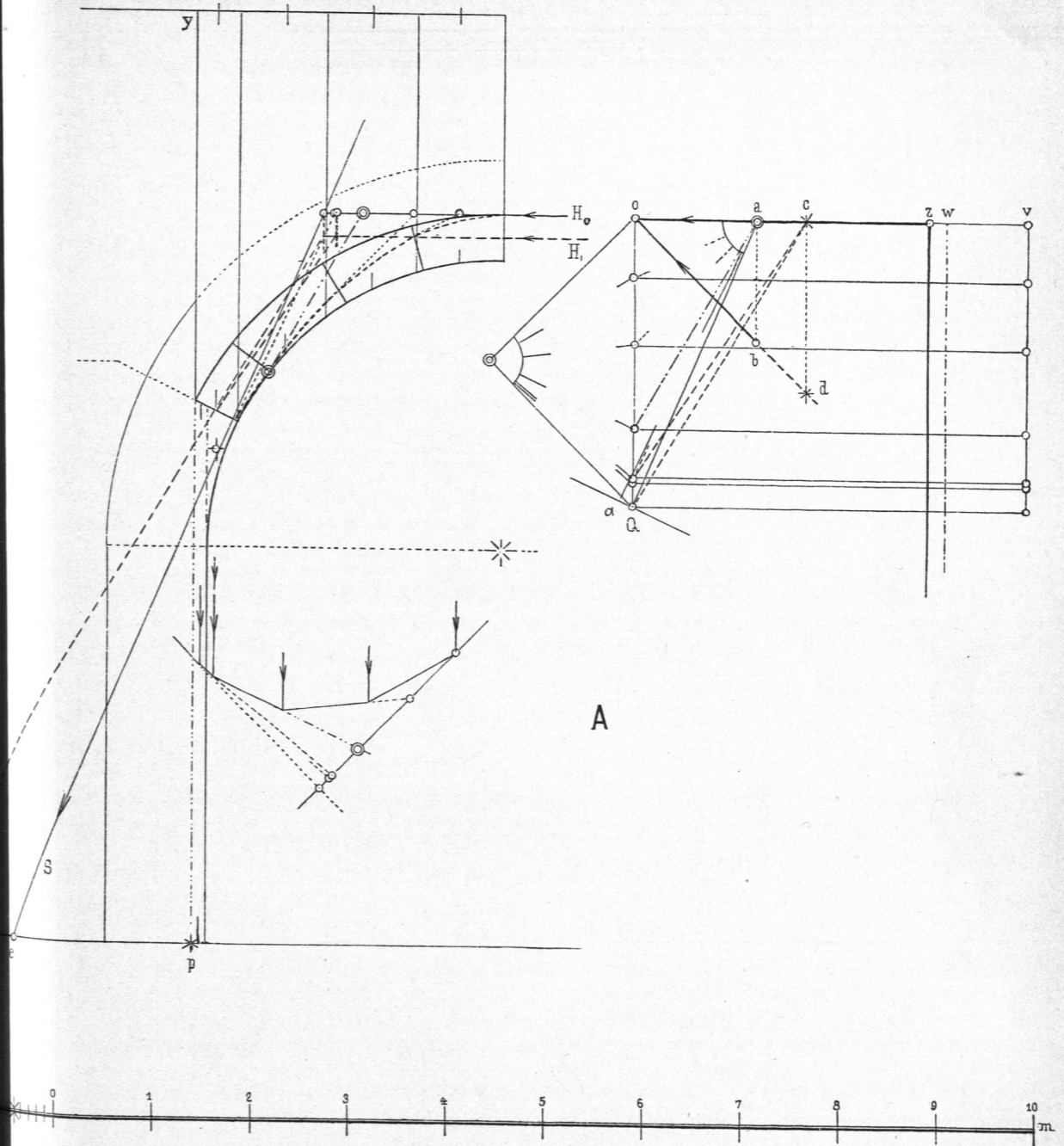
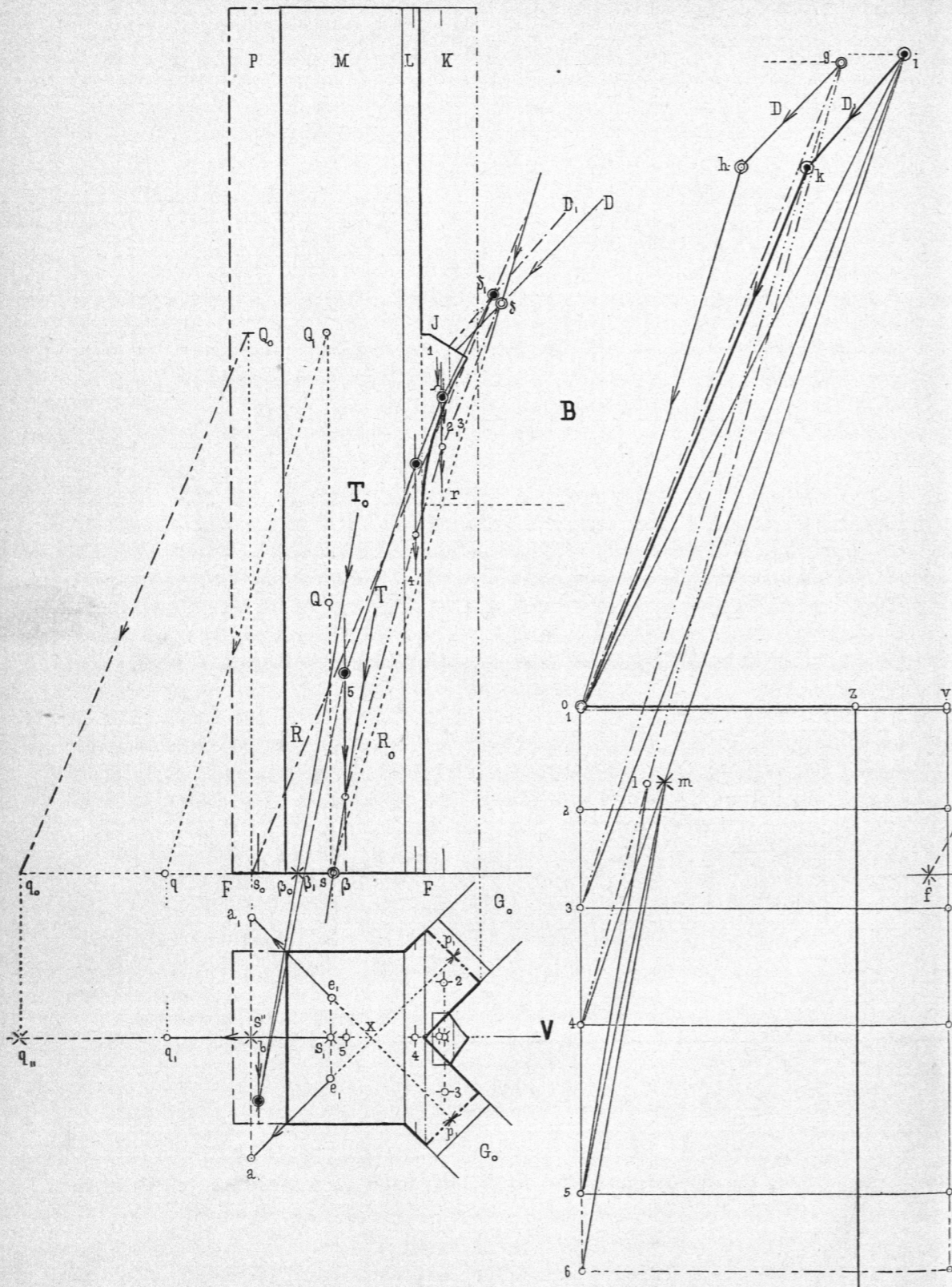
Bei den offenen Kreuzgewölben sind die Stirnmauern durch Oeffnungen frei gehalten, welche unterhalb des Randbogens der Kappen mit Gurtbogen abgeschlossen werden, deren Wöblinien den Stirnlinien des Gewölbes meistens entsprechend gekrümmt gewählt werden. Diese Gurtbogen finden mit den Kreuzgewölben selbst ein gemeinschaftliches Widerlager an den Eckpfeilern des überwölbten Raumes. Diese Eckpfeiler sind die Stützkörper des Wöblsystems. Die Stärke derselben hängt bei den offenen Kreuzgewölben also gleichzeitig von den Gewöldrücken der ihnen zugewiesenen Gurtbogen und von den in den Gratbogen der Kreuzgewölbe wirkenden Gewölbchüben ab. Die Vereinigung dieser beiden Gruppen von Kräften mit dem Gewichte der Widerlagspfeiler bildet den Ausgangspunkt für die statische Untersuchung und Bestimmung der Stärke dieser Stützkörper. Die maßgebenden Grundlagen für solche Untersuchungen sind bereits in Art. 143 (S. 197) beim Tonnengewölbe gegeben. Die Anwendung derselben bei den Widerlagern der offenen cylindrischen Kreuzgewölbe soll auf der neben stehenden Tafel gezeigt werden. Das hier gewählte Kreuzgewölbe entspricht in seinen Abmessungen und Anordnungen der in Art. 248 (S. 363) als Beispiel 1 gegebenen Gewölbanlage. Die halbkreisförmigen Gurtbogen G_0 sammt ihrer Aufmauerung sollen aus Quadermaterial vom Eigengewicht 2,4 bestehen, wie solches auch für die Gratbogen jenes Gewölbes vorgehen war.

Zuerst ist im Plane A der neben stehenden Tafel, unter Einführung einer beliebig gewählten Basis $oz = 3$ m, der festen Länge $zv = 1$ m und der Tiefe $vw = 0,80$ m der beiden gleichen und gleich belasteten Gurtbogen G_0 von je 6 m Spannweite, die Gewichtsstrecke oQ einer Hälfte dieser symmetrisch geformten und belasteten Tonnengewölbe bis zu der durch p geführten Lothrechten py ermittelt. Sodann ist in bekannter Weise der Horizontalschub H_0 im höchsten Punkte der Scheitelfuge, bezw. der Gewölbchub S , welcher auf die Widerlagsfuge am Anfänger des Gurtbogens kommt, bestimmt. Berechnet man die Stärke des Gurtbogens, so ergibt sich, da $ao = H_0 = 1,25$ m mißt, der in Gleichung 142 (S. 185) für H einzusetzende Werth

$$H_0 = 1,25 \cdot 3 \cdot \frac{1}{0,80} = \infty 4,7 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Hiernach wird

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - 4,7) 4,7} = \infty 0,48 \text{ m.}$$



Stabilitäts-Untersuchung des Widerlagers für ein cylindrisches Kreuzgewölbe mit Gratbogen.

Für den Normaldruck in der Widerlagsfuge ist $aa = 3,2$ m bestimmend. Man erhält

$$N_0 = 3,2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{0,80} = 12 \text{ Quadr.}, \text{ bzw. Cub.-Met.}$$

Für N in Gleichung 148 (S. 186) diese Zahl 12 eingesetzt, giebt

$$d, = \frac{1}{180} \sqrt{(540 - 12) 12} = 0,44 \text{ m.}$$

Der Gurtbogen ist also $0,48$ m stark zu nehmen. In der Zeichnung war auf Grund einer nach Art. 138 (S. 190) geführten Voruntersuchung diese Stärke angenommen.

Der Gewölbschub S , abhängig von dem hier möglichen kleinsten Horizontalschube H_0 , nimmt einen kleinsten noch zulässigen Grenzwert an. Gehörig erweitert schneidet die Richtung von S die Grundebene pf des Stützkörpers in e im Abstände pe von der Lothrechten py . Für die Bestimmung der Widerlagsstärke ist nach Art. 142 (S. 197) aber dieser Gewölbschub besser abhängig zu machen von einem Horizontalschub H_1 , welcher im Mittelpunkte der Scheitelfuge angreift und mit der Belastung des Gurtbogens eine Resultirende S_1 erzeugt, welche durch den Mittelpunkt der Kämpferfuge geht. Auch dieser Gewölbschub $S_1 = cQ$ für den Horizontalschub $H_1 = co$ ist auf der neben stehenden Tafel bestimmt. Derselbe trifft die Grundebene pf des Widerlagskörpers im Punkte f .

Jeder der beiden Gurtbogen G_0 liefert also als Beanspruchung des Eckpfeilers des Kreuzgewölbes diese Gewölbschübe S , bzw. S_1 . Werden zunächst die beiden Gewölbschübe S betrachtet, so liegen ihre Angriffspunkte in der Grundebene des Eckpfeilers nach dem Plane B der neben stehenden Tafel je für sich in den Punkten e , ihrer Kräfteebenen, und pe , ist gleich pe des Planes A . Die lothrecht durch e , gerichtete Seitenkraft des Schubes S ist gleich dem Gewichte oQ und die wagrecht in e , nach e, a , gerichtete Seitenkraft von S ist gleich $H_0 = ao$. Setzt man die beiden lothrechten und gleich großen Seitenkräfte oQ der Schübe S beider Gurtbogen zu einer Mittelkraft gleich $2oQ$ zusammen, so liegt ihr Angriffspunkt im Halbirungspunkte s , der Geraden e, e , und weiter in der Richtung der lothrechten Kräfteebene V des Gratabogens des Kreuzgewölbes. Setzt man ferner die beiden wagrechten Seitenkräfte $H_0 = ao$ in x in der Grundebene des Eckpfeilers zu einer Mittelkraft zusammen, so liegt dieselbe gleichfalls in der Ebene V . Die Gröfse dieser Mittelkraft findet man einfach als bo des Kräfte-dreieckes $ba o$, worin $ba = ao = H_0$ ist. Verlegt man den Angriffspunkt x dieser Mittelkraft in ihrer Richtung nach s , und setzt man zum Schluß $s, q, = sq = bo$ mit $sQ, = 2 \cdot oQ$ zu einer Mittelkraft Q, q im Plane B zusammen, so erhält man in dieser Mittelkraft, welche wiederum in der Kräfteebene V des Gratabogens liegt, der Gröfse und dem Sinne nach den Druck, welcher von den beiden Gurtbogen G_0 auf den Eckpfeiler des Kreuzgewölbes kommt. Dieser Druck ist in seiner Abhängigkeit vom kleinsten möglichen Horizontalschub H_0 ebenfalls am kleinsten.

Genau so ist unter Benutzung des größeren Horizontalschubes $co = H_1$ der grössere resultirende Druck $Q_0 q_0$ zu bestimmen. Für denselben ist $s_0 q_0 = do$ des Planes A und $s_0 Q_0$ wiederum gleich $2oQ$. Da der Angriffspunkt des Druckes Q, q in s , der Grundfläche des Eckpfeilers liegt, die lothrechte Projection dieses Punktes in s erhalten wird, so giebt der durch s parallel zu Q, q gezogene Strahl R_0 die wirkliche Lage jenes Druckes in der Kräfteebene V .

Für den größeren Druck $Q_0 q_0$ ist der Angriffspunkt $s,,$ in der Grundfläche der Mittelpunkt der geraden Linie $a, a,,$ wofür $pa, = pf$ des Planes A sein muß. Die lothrechte Projection s_0 des Angriffspunktes ist ein fester Punkt für die zu $Q_0 q_0$ parallel gezogene Gerade R , welche gleichfalls die wirkliche Lage des größeren Druckes $Q_0 q_0$ in der Kräfteebene V bestimmt. In dieser Ebene herrscht nun weiter der von den Gewölbkappen auf ihren zugehörigen Grat übertragene gefamnte Druck, welcher schliesslich vom Gratabogen auf den Eckpfeiler weiter geführt wird.

Nach den zur Tafel gehörigen Ermittlungen kann zunächst wieder der gefundene kleinere vom Gratabogen auftretende Druck D und sodann der grössere am Gratabogen bestimmte Druck D , in Betracht gezogen werden.

Nach dem Plane B auf der Tafel bei S. 376 ist D mit Hilfe der Kraftstrecke lVI , dagegen D , unter Verwerthung der Strecke mVI fest zu legen. In jener Abbildung ist $lVI = 14,4$ m und die Basis $oz = 0,5$ m, mithin die Kraftstrecke mit einer Mafszahl $14,4 \cdot 0,5 = 7,2$ behaftet. Dort waren die Gewichte auf Wölbmaterial vom Eigengewichte $1,6$ zurückgeführt.

Bei der jetzt anzustellenden Untersuchung ist jedoch Quadermaterial vom Eigengewichte $2,4$ zu berücksichtigen. Hiernach ist also die Mafszahl $7,2$ durch Multiplication mit $\frac{1,6}{2,4}$ als $7,2 \cdot \frac{1,6}{2,4} = 4,8$ für Quadermaterial zu erhalten. Da endlich in der neben stehenden Tafel die Basis zu 3 m fest gelegt war, so ergiebt sich die im Kräfteplane B einzutragende Kraftstrecke D zu $\frac{4,8}{3} = 1,6$ m gleich der Strecke gh .

Für die grössere Kraftstrecke D_1 , gleich der Strecke ik , findet man die zugehörige Mafszahl, da $m VI$ im Plane B der Tafel bei S. 376 14,7 m misst, nunmehr durch den Ausdruck

$$D_1 = 14,7 \cdot \frac{0,5}{3} \cdot \frac{1,6}{2,4} = 1,68 \text{ m.}$$

Unter Benutzung der Neigungswinkel $olVI$, bezw. $omVI$ zur Wagrechten und der Lage der Angriffspunkte der Drücke lVI , bezw. mVI in der Widerlagsfuge am Anfänger des Gratbogens auf der genannten Tafel sind die Drücke D und D_1 für sich eingetragen. Aus der Zusammenfassung von $D = gh$ und $R_0 = ho$ in δ des Planes B erhält man go als kleineren Gesamtdruck für den Eckpfeiler, während durch die Zusammenfassung von $D_1 = ik$ und $R = ko$ in δ , der grössere Gesamtdruck für diesen Pfeiler durch io dargestellt wird.

Nach der Ermittlung dieser Drücke kann nun die Stabilitäts-Untersuchung des Eckpfeilers, welcher hier gleichfalls aus Quadermaterial vom Eigengewichte 2,4 bestehen soll, ganz nach dem in Art. 143 (S. 197) Gegebenen unter Berücksichtigung der aus der Zeichnung zu erfahrenden Lamellentheilung und Gewichtsbefimmung derselben ohne weitere Schwierigkeiten vorgenommen werden.

Für den kleineren Druck D tritt die Lamelle M als Grenzfretzen ein. Das Gewicht derselben ist zur Vermeidung einer zu langen Kräftefrecke in ein Viertel seiner wirklichen Länge als Strecke 45 dargestellt. Um dennoch die fehlerlose Richtung der Mittelkraft T aus dem Kräftezuge gh , ho , $o5$ zu erhalten, ist 14 gleichfalls ein Viertel der Länge des Strahles $g4$ zu nehmen. Der Strahl 15 , welcher für den ihm parallelen Strahl T bestimmend wird, giebt jene Mittelkraft in ein Viertel ihrer Grösse an. Diese Endresultirende schneidet die Fussfläche des Eckpfeilers im umringelten Punkte β . Derselbe liegt von der Aufsenkante der Lamelle M so weit ab, dass, wenn die Grundfläche des Pfeilers hier näherungsweise als ein Rechteck angesehen wird, der Punkt β eben an der Grenze des sog. inneren Drittels dieses Rechteckes bleibt. Für den kleinsten Druck D würde also der Eckpfeiler mit den Theilfretzen K , L und M als standfähig gelten können.

Für den grösseren Druck D_1 , dagegen, welcher zur Herbeiführung eines üblichen Sicherheitsgrades für die Standfähigkeit dieses Eckpfeilers als wirksam angesehen werden soll, genügt die eben ermittelte Stärke nicht mehr in dem Mafse, dass eine Endresultirende 5β , parallel $m5$, innerhalb jenes inneren Drittels bleibt. Danach ist noch eine neue Lamelle P hinzuzufügen. Das Gewicht derselben ist als Strecke 56 wiederum in ein Viertel der wirklichen Länge gezeichnet, und eben so ist $m4$ gleich ein Viertel der Länge $i4$. Die Endresultirende für den Kräftezug ik , ko , $o6$ ist nunmehr das Vierfache von $m6$. Ihre Lage T_0 parallel $m6$ im Pfeiler ist leicht zu bestimmen. Diese Resultirende trifft die Fussfläche desselben im Punkte β_0 , welcher das innere Drittel des neuen Pfeilers mit den Theilfretzen K , L , M und P nicht überschreitet, so dass hiermit die Pfeilerstärke bestimmt ist. Die Breite FF beträgt 2,1 m.

Die Spannweite des Diagonalbogens ist bei dem quadratischen Grundrisse des hier untersuchten Kreuzgewölbes von 8 m Seitenlänge gleich $8\sqrt{2} = \infty 11,3$ m; folglich ergibt sich das Verhältniss der Widerlagsstärke zu dieser Weite des ganzen Gratbogens zu $\frac{2,1}{11,3}$ als nahezu gleich $\frac{1}{5}$. Beim kleineren Drucke D ist die Widerlagsstärke gleich 1,5 m, so dass nun jenes Verhältniss in $\frac{1,5}{11,3}$, d. h. in $\frac{1}{7,5}$ umgewandelt würde.

Bei dieser Angabe einer Verhältnisszahl von Widerlagsstärke zur Spannweite eines ganzen Grat- oder Diagonalbogens muss aber, wenn dieselbe überhaupt Werth haben soll, offenbar die Tiefe des Widerlagers mit beachtet werden. Dieselbe richtet sich, wie aus dem Grundrisse des Eckpfeilers zu ersehen ist, theilweise nach der Tiefe der Gurtbogen G_0 . Im Allgemeinen sollte die Tiefe der Eckpfeiler nicht unter $\frac{2}{3}$ der in der Richtung V der Gratlinie angetragenen Stärke herabsinken.

Die Stabilitäts-Untersuchung der Eckpfeiler für Kreuzgewölbe mit selbständigen Gratbogen und rechteckigem Grundrisse ist auf dem eben beschriebenen Wege gleichfalls auszuführen. Bei Kreuzgewölben ohne besondere Gratbogen ist bei der Bestimmung der Widerlagsstärke das in Art. 255 (S. 378) Gefagte ohne Weiteres zu verwerthen. Hierbei fällt ein sonst vom Gratbogen herrührendes Eigengewicht einfach fort. Drücke, wie D , bezw. D_1 , resultiren allein aus den Gewölbdrücken der in der Gratlinie zusammengefügteten Elementarfretzen der Kappen. Das Wesen in der

statischen Unterfuchung der Eckpfeiler für derartige Gewölbe wird dadurch nicht geändert.

Treten gegen einen Zwischenpfeiler in vollständig symmetrischer Anordnung und Belastung vier Gurtbogen und vier Gratbogen symmetrisch liegender Kappen einer Kreuzgewölbe-Anlage, so werden alle wagrechten Seitenkräfte der Drücke, welche von den Gurtbogen und Gratbogen auf den Pfeiler kommen, aufgehoben. Derselbe wird dann nur durch lothrechte Kräfte beansprucht. Die statische Unterfuchung derselben wird danach äußerst einfach und kann hier unterbleiben.

Bei einer Beanspruchung der Eck- oder Zwischenpfeiler einer unsymmetrischen Kreuzgewölbe-Anlage ist die Stabilitäts-Unterfuchung der Stützkörper schrittweise von Gurtbogen zu Gurtbogen, so wie von Gratbogen zu Gratbogen zur Ermittlung der Resultierenden der den Stützkörper angreifenden äußeren Kräfte nach den Methoden der graphischen Statik, wenn auch etwas mühevoll, doch ohne sehr erhebliche Schwierigkeiten, vorzunehmen. Die Endresultierende dieser angreifenden Kräfte im Raume, wobei sich unter Umständen ein Kräftepaar geltend machen kann, ist mit dem Gewichte des Pfeilers dann weiter zu vereinigen, um Aufschluss über die Standfähigkeit des Stützkörpers zu erhalten. Durch Uebermauerung der Gewölbzwickel, bezw. der Stützkörper muß dahin gestrebt werden, ein etwa sich zeigendes Kräftepaar in seiner Wirkung wieder aufzuheben.

2) Empirische Regeln für die Gewölbstärke.

Sollte bei größeren Kreuzgewölbe-Anlagen auch stets eine gewissenhafte statische Unterfuchung und danach die Berechnung der Gewölbstärke stattfinden, so hat man doch bei den in der Praxis so häufig zur Ausführung gelangten und noch vielfach angewandten cylindrischen Kreuzgewölben der Erfahrung im Allgemeinen entsprechend die folgenden Regeln für die Bestimmung der Gewölbstärke aufgestellt.

Die Stärke der Kappen der halbkreisförmigen, bezw. elliptisch-cylindrischen Kreuzgewölbe, welche außer ihrem eigenen Gewichte besondere Belastungen nicht aufzunehmen haben, kann bei der Verwendung von gutem Backsteinmaterial, einem fehlerfreien, nicht zu langsam bindenden Mörtel und unter der Voraussetzung einer sorgfältigen Ausführung bei einer Spannweite bis zu 6 m $\frac{1}{2}$ Stein, bei einer Weite bis zu 9 m $\frac{1}{2}$ Stein im Scheitel und 1 Stein am Widerlager betragen. Geht die Spannweite über 9 m hinaus, so giebt man den Kappen zweckmäßig durchweg 1 Stein Stärke.

Im Hochbauwesen kommen Kreuzgewölbe, welche größere Kappenstärken als 1 Stein erfordern, selten vor.

Bei Kreuzgewölben, deren Kappen aus hinreichend festen und lagerhaften Bruchsteinen oder aus gutem Quadermaterial einzuwölben sind, kann die Kappenstärke ungefähr gleich $\frac{1}{25}$ ihrer Spannweite genommen werden.

Dafs diese nach empirischen Regeln angegebenen Stärken unter Umständen noch einer Prüfung auf ihre Stichhaltigkeit unterzogen werden sollten, mag durch Fig. 445 nachgewiesen werden.

Für das im Art. 248 (S. 363) gegebene Beispiel 1 ist bei dem mitgetheilten Kreuzgewölbe eine Spannweite von 8 m vorhanden. Hiernach könnte den vorhin angeführten Abmessungen zufolge eine Stärke der Kappen gleich $\frac{1}{2}$ Stein im Scheitel und 1 Stein bei den Schichten in der Nähe des Widerlagers genommen werden. Die in der Zeichnung vorgeführte statische Unterfuchung eines derartigen, an der Stirnmauer liegenden größten Kappenstreifens, dessen Breite hier wiederum zu 0,60 m angenommen ist,

258.
Pfeiler
für vier
Gurtbogen.

259.
Stärke
der
Kappen.