

lich. Diese Stärke kann nun auch für $H_0 = 0,212$ hier beibehalten werden. Der Normaldruck für die Widerlagsfuge am Randbogen bei D ergibt sich, da N_0 nach dem Gewichtsplane I gleich 1 m ist, als

$$N_0 = 1 \cdot 0,4 = 0,4 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

Für diesen Werth reicht also nach jener Tabelle die Gewölbstärke von $1/2$ Stein ebenfalls aus.

Um die Kräfte zu bestimmen, welche bei den auf Schwalbenschwanz-Verband eingewölbten Kreuzgewölben auf die Randbogen, bezw. Stirnmauern kommen, hat man wie bei den gewöhnlichen Kappengewölben nach den Angaben zu Fig. 366 (S. 278) zu verfahren. Hier wäre z. B. die wagrechte Seitenkraft der bei M zusammentretenden Wölbflächen III und III' , nach dem Gewichtsplane III und IV auf der Tafel für die Tiefe gleich 1 m dieser Streifen, da H zu $0,35 \text{ m}$ gemessen ist,

$$H = 0,35 \cdot 0,4 \cdot 1 = 0,14 \text{ cbm.}$$

Da 1 cbm Backsteinwölbung 1600 kg wiegt, so ist $H = 324 \text{ kg}$. Der Elementarstreifen III ist aber nur $0,065 \text{ m}$ (Backsteindicke) breit; mithin kommt für denselben ein wagrechter Schub von $324 \cdot 0,065 = 21 \text{ kg}$ in Rechnung. Derselbe Schub wird vom Streifen III' , nach M gebracht. Beide setzen sich, wie in der Zeichnung angegeben, zu einer wagrechten Mittelkraft zusammen, deren Größe im vorliegenden Falle, da der Winkel $OML = 30 \text{ Grad}$ ist, ebenfalls 21 kg betragen würde. Bestimmt man, wie schon früher in Art. 181 (S. 277) in ausreichender Weise erörtert, die auf die Randbogen kommenden, aus den Elementarstreifen resultirenden Kräfte, ermittelt die Höhenlagen ihrer Angriffspunkte über der Kämpferebene mit Hilfe der fest gelegten Stirnlinien des Kreuzgewölbes, so kann man sich leicht ein Bild von der Beanspruchung der Randbogen derartiger, auf Schwalbenschwanz-Verband ausgeführter Gewölbe verschaffen, so weit solches für die Praxis erforderlich ist. Die Beanspruchungen der Gratbogen durch die lothrechten und wagrechten Seitenkräfte der Gewölbchübe der einzelnen Streifen werden unmittelbar bei den statischen Untersuchungen, wie aus den Gewichtsplänen auf der Tafel bei S. 370 zu erkennen ist, mit klar gelegt.

β) Stärke der Gratbogen.

Die Stabilitäts-Untersuchung der Gratbogen der cylindrischen Kreuzgewölbe, mögen dieselben auf Kuf- oder auf Schwalbenschwanz-Verband zu wölben sein, läßt sich immer unter Benutzung der Grundlagen ausführen, welche für die statische Untersuchung der Tonnengewölbe maßgebend waren.

253.
Kreuzgewölbe
mit
Kufverband.

Sind die von den Kappen auf die Gratbogen überführten Gewölbdrücke bekannt geworden, ist das Eigengewicht der Gratbogen, einschließlic einer etwa vorhandenen Belastung durch Uebermauerung oder durch Einzellasten u. f. w., bestimmt, so läßt sich, diesen äußeren, die Gratbogen angreifenden Kräften entsprechend, ein den Gleichgewichtszustand bewirkendes System von inneren nach gerufenen Kräften ermitteln und danach die Stärke, bezw. der Querschnitt der Gratbogen fest stellen.

Bei den auf Kuf gewölbten Kappen werden die auf die Gratbogen ausgeübten Gewölbdrücke nach gehöriger Vereinigung und dann nach entsprechender Zerlegung bei regelrechter Gestaltung des Gewölbes im Allgemeinen lothrechte und wagrechte Kräfte liefern, welche, wie in Art. 248 u. 249 angeführten Beispielen 1 u. 2 gezeigt ist, in der lothrechten Richtungs- oder Kräfteebene des zugehörigen Gratbogens liegen.

Bei den auf Schwalbenschwanz-Verband ausgeführten Kreuzgewölben sind die wagrechten Seitenkräfte jener Gewölbdrücke, wie aus dem in Art. 252 gegebenen Beispiele 3 zu entnehmen ist, bei einer fachgemäßen Anordnung der cylindrischen Laibungsflächen für sich im Gleichgewicht, so daß für den Gratbogen alsdann nur die lothrechten Seitenkräfte seiner Gewölbdrücke in Betracht zu ziehen sind.

Für das in Art. 248 (S. 363) bezeichnete Kreuzgewölbe mit Kufverband ist in der umstehenden Tafel die Stabilitäts-Untersuchung für den aus Quadermaterial vom Eigengewichte $2,4^t$ für 1 cbm herzustellenden Gratbogen G auf graphischem Wege vorgenommen. Derselbe bildet die Hälfte eines symmetrisch gestalteten und

fymmetrifch durch lothrechte und wagrechte Kräfte beanspruchten Diagonalbogens, tritt alfo als die Hälfte eines einfachen, fchmalen Tonnengewölbes auf, deffen Gewölbfchub in einer angenommenen Scheitelfuge eine wagrechte Lage in der Kräfteebene befitzt.

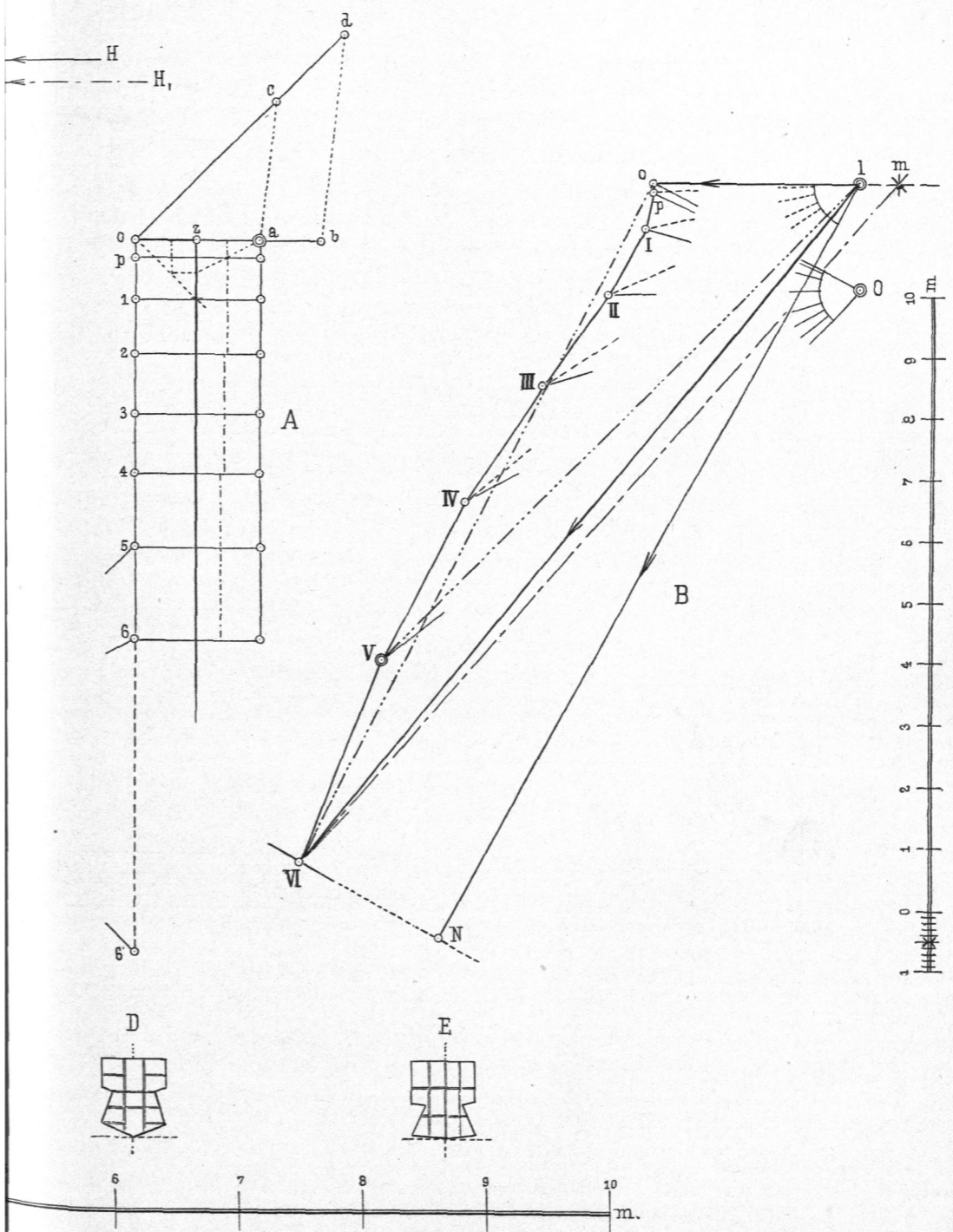
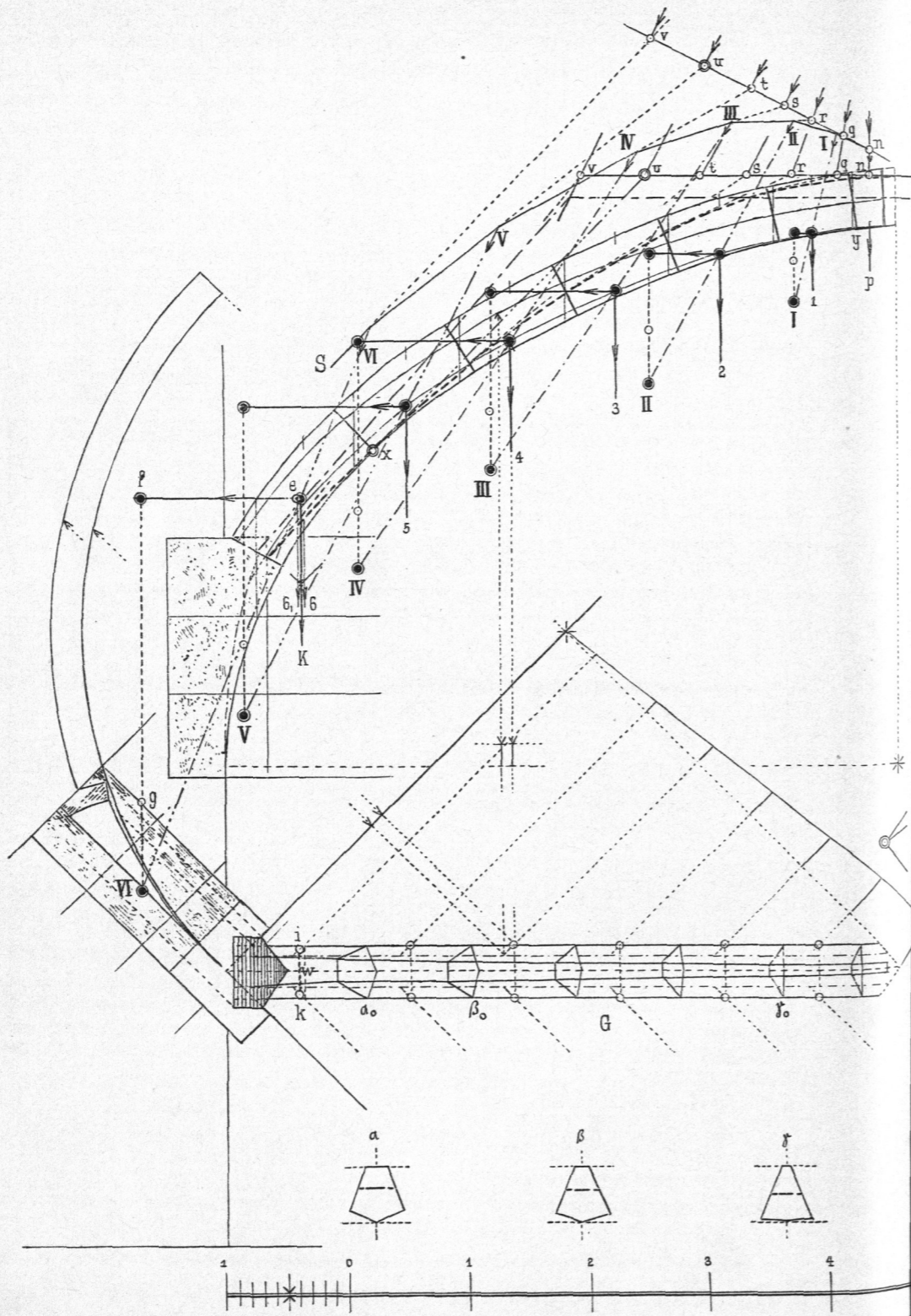
Zunächft ift nach Ausmittlung der inneren Wölblinie des Gratbogens mit Hilfe des grundlegenden Halbkreifes und der angenommenen Stechungshöhe, fo wie nach Bestimmung der Normalfchnitte α, β, γ , deren wagrechte Projectionen $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ find, das Gewicht der einzelnen Theilftücke des Grates im Plane A graphifch dargeftellt.

Für die Darftellung find die Theilftreifen im Anfnchluffe an die Zerlegung der am Grat zufammen-treffenden beiden Gewölbkappen in ihre Elementarftreifen entfprechend begrenzt genommen. Diefe Eintheilung in Lamellen ift aus dem Grund- und Aufrifs des Gratbogens zu erfehen. Sie beftimmt im Abftande ihrer Theillinien die Breite der Gratftücke, wonach die mittlere Höhe derfelben in bekannter Weife aus dem Aufrifs zu entnehmen ift. Die Gratbogenftücke find feitlich durch die Widerlagsflächen der Elementarftreifen der Kappen begrenzt. Die geraden Erzeugenden diefer Flächen gehören den verschiedenen Normalebene des Gratbogens an; fie befitzen verfchiedene Neigungen zur Wagrechten, und in Folge hiervon ift die mittlere Dicke der Gratbogenftücke gleichfalls von einander abweichend. Die Normalfchnitte α, β, γ u. f. f. dienen zur Ausmeflung der einzelnen mittleren Dicken. Da endlich das Eigengewicht des Grates 2,4, das Eigengewicht des Wölbmaterials aber 1,6 beträgt, fo ift auch das Gewicht der Theilftücke des Grates auf das Eigengewicht des Wölbmaterials zurückzuführen, damit ohne Weiteres, neben Gleichartigkeit in der Behandlung der zu verwerthenden Kräfte, die fchon auf der Tafel bei S. 363 erhaltenen Gewölbdrücke der Elementarftreifen, alfo auch die für den Grat beftimmten refultirenden wagrechten und lothrechten Seitenkräfte derfelben in Benutzung zu nehmen find. Nach den Erörterungen zu Fig. 442 (S. 365) ift im Plane A die Strecke $oc = 1,6$ m, die Strecke $od = 2,4$ m aufgetragen und fonft ganz nach dem in Art. 249 (S. 363) Gegebenen, unter Beibehaltung der Bafis $oz = 0,5$ m, die Ermittlung der Gewichtsstrecke ob vorgenommen. Vereinigt man nun zunächft die refultirenden lothrechten Seitenkräfte der Kappendrücke mit dem Gewichte der zugehörigen Gratftücke, fo erhält man die Mittelkraft aller am betreffenden Gratftücke lothrecht wirkenden Kräfte. So wirkt z. B. das Gewicht δ , gleich der Strecke δb , in der Mittellinie des letzten Theilftückes; die Gewölbdrücke der zugehörigen Kappenftreifen greifen in i , bezw. k an; das refultirende Gewicht δ' , gleich der Strecke $\delta b'$, aus beiden Drücken hat feinen Angriffspunkt in der Mitte w von ik in der Kräfteebene des Grates. Bei diefem Stücke ift, da ik nicht mit der mittleren lothrechten Theillinie deffelben zufammenfällt, die Mittelkraft K , gleich der Strecke δ' , ihrer Lage nach noch näher beftimmt, was bei den übrigen Theilftücken hier nicht nöthig wird.

Setzt man diefe lothrechten Mittelkräfte eines jeden Stückes mit den refultirenden wagrechten Seitenkräften der Gewölbdrücke, welche aus den zugehörigen Elementarftreifen der Kappen entfpringen, zufammen, was leicht möglich ift, da auch diefe wagrechten Kräfte in der Kräfteebene des Grates liegen, außerdem bei der ftatischen Unterfuchung jener Elementarftreifen vollftändig nach Lage, Größe und Sinn bekannt geworden find (vergl. die Tafel bei S. 363), fo erhält man nunmehr für jedes Gratftück die für die Stabilitäts-Unterfuchung in Rechnung zu ftellende Hauptrefultirende. So ift z. B. ef die refultirende wagrechte Kraft der Gewölbftreifen für das letzte Theilftück des Grates. Da die lothrechte Refultirende $K = \delta b' = fg + gVI$ gefunden, fo giebt das Kräftedreieck $efVI$ in eVI die Hauptrefultirende für diefes Stück. In gleicher Weife ift für die übrigen Theilftücke, wie in der Zeichnung deutlich hervor-gehoben ift, jede zugehörige Hauptrefultirende feft gelegt.

Beim erften höchften Theilftücke des Gratbogens ift im vorliegenden Falle keine wagrechte und keine lothrechte Kraft von den Elementarftreifen vorhanden, fo daß nur eine lothrechte Kraft p gleich der Strecke op als Gewicht diefes Gratftückes im Schwerpunkte deffelben wirkend auftritt.

Trägt man die gefundenen Hauptrefultirenden op, pI, III u. f. f. bis VI zu einem Kräftezuge oVI , wie hier im Plane B , jedoch unter Benutzung eines kleineren, fonft beliebig gewählten Maßftabes gefehen, zufammen, zeichnet man unter Annahme eines Poles O das Seilpolygon S für jene Kräfte, fo läßt fich genau fo, wie für lothrecht gerichtete Kräfte, eine Mittellinie des Druckes für den Gratbogen darftellen. In der Zeichnung ift der höchfte Punkt der Fuge y als Angriffspunkt eines etwa möglichft kleinften wagrechten Gewölbfcubes angenommen. Die mit dem gefundenen Horizontalfchube H , gleich der Strecke yo , im Plane B gezeichnete Mittellinie des Druckes zeigt im Punkte x eine Bruchfuge an, bleibt aber in ihrem Verlaufe ganz innerhalb der Kräftefläche des Gratbogens. Da auch keine Gefahr gegen Gleiten fich erkennbar macht, fo ift der gewählte Gratbogen ftandfähig. Wollte man eine Mittel-



Stabilitäts-Untersuchung des Gratbogens eines zylindrischen Kreuzgewölbes mit Kufverband.

linie des Druckes eintragen, welche thunlichst durch die Mitten der Theilfugen des Grates geht, so würde dieser ein Horizontal Schub H , zukommen.

Die für die Bestimmung der einzelnen Drucklinien eintretenden, durch Zeichnung zu schaffenden Gebilde sind aus der Tafel zu ersehen.

Nach Ausmessung der Kraftstrecke lo und der für den Normaldruck der Widerlagsfuge entstehenden Kraftstrecke lN des Planes B läßt sich bei einer gewählten Breite des Gratbogens seine Stärke (Höhe) berechnen.

Wäre der Gratbogen aus Backstein ausgeführt, so hätte man, da $lo = 3,4$ m und die Basis nach wie vor $0,5$ m beträgt, bei einer Breite von 2 Stein gleich $0,51$ m den Gewölb Schub \mathfrak{S}_0 , bezogen auf eine Tiefe (Breite) des Gratbogens von der Längeneinheit (1 m), sofort als

$$\mathfrak{S}_0 = 3,4 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,51} = 3,33 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Diesem Werthe entspricht nach der Tabelle auf Seite 202 eine Gewölbstärke von 2 Stein in genügender Weise, so daß die Anordnung des Grates nach D und E in der Zeichnung erfolgen könnte. Der Normaldruck \mathfrak{N}_0 ergibt sich, da $lN = 14$ m gefunden ist, als

$$\mathfrak{N}_0 = 14 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,51} = 13,71 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

In jener Tabelle überschreitet dieser Werth den bei einer Stärke von 2 Stein aufgeführten Normaldruck N von $11,07$ Quadr., bezw. Cub.-Met., so daß bei einem Gratbogen aus Backstein bei dem hier unterfuchten Gewölbe mit quadratischem Grundriß und 8 m Spannweite eine Verstärkung um $\frac{1}{2}$ Steinlänge vom Scheitel nach dem Widerlager angezeigt ist.

Der Gratbogen soll aber aus Quadermaterial vom Eigengewicht $2,4$ bestehen. Die durchschnittliche mittlere Breite oder die Dicke desselben, welche jetzt in Rechnung kommt, ist jedoch nach den Normalanschnitten α , β , γ nur gleich $0,30$ m. Für die Berechnung der Stärke des Gratbogens sind die Linienwerthe $lo = 3,4$ m und $lN = 14$ m des Planes B maßgebend. Dieselben sind jedoch unter Zurückführung des Eigengewichtes $2,4$ des Quadermaterials auf $1,6$ des Wölbmaterials erhalten. Aus diesem Grunde ist die Ermittlung des wagrechten Druckes \mathfrak{S} , im höchsten Punkte der Scheitelfuge γ und des Normaldruckes \mathfrak{N} , in der Widerlagsfuge über dem Anfänger des Grates unter Berücksichtigung des Verhältnisses von $1,6 : 2,4$ vorzunehmen. Danach erhält man, da die Basis $oz = 0,5$ m unverändert bleibt, jetzt

$$\mathfrak{S} = 3,4 \cdot \frac{1,6}{2,4} \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,30} = 3,77 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

und

$$\mathfrak{N} = 14 \cdot \frac{1,6}{2,4} \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,30} = 15,55 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Setzt man in Gleichung 142 (S. 185) statt H den Werth \mathfrak{S} , so ergibt sich die gefuchte Stärke des aus Quadern anzufertigenden Gratbogens als

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - 3,77) 3,77} = 0,43 \text{ m,}$$

und führt man in Gleichung 148 (S. 186) für N die Größe \mathfrak{N} , ein, so erhält man

$$d_1 = \frac{1}{180} \sqrt{(540 - 15,55) 15,55} = 0,50 \text{ m.}$$

Auch hiernach ist die Vornahme einer allmählichen Verstärkung des Gratbogens vom Scheitel nach dem Widerlager zweckmäßig.

In der Zeichnung war die Stärke des Gratbogens schätzungsweise zu $0,50$ m angenommen. Die Rechnung erfordert keine Vermehrung derselben, so daß die statische Unterfuchung des Grates abgeschlossen werden kann.

In gleicher Weise würde auch die Bestimmung der Gratstärke für ein Kreuzgewölbe mit rechteckigem Grundriß und Einwölbung auf Kuf getroffen werden können. Bei der Einwölbung der Kappen auf Schwalbenschwanz-Verband bleiben die Grundlagen für die statische Unterfuchung der Gratbogen ebenfalls bestehen. Nur ist hierbei zu beachten, daß, wie früher bereits bemerkt, von den einzelnen Gewölbstreifen der Kappen, also hier der an einem und demselben Grat liegenden Kappen-

hälften, im Allgemeinen auf den Gratbogen nur lothrecht wirkende Belastungen, wie z. B. T_0 und G_0 auf der Tafel bei S. 370, übertragen werden, welche alsdann mit dem Gewichte G des zugehörigen Gratstückes unmittelbar zu einer lothrecht wirkenden Resultirenden W zusammensetzen sind. Durch eine leicht zu treffende Gestaltung der Querschnittsfläche des Gratbogens und der damit verbundenen Schwerpunktslage desselben ist dahin zu streben, daß die sämtlichen derartigen Resultirenden für alle Theilstücke in eine und dieselbe lothrechte Ebene innerhalb des Grates fallen, welche alsdann die Kräfteebene des Gratbogens bildet.

255.
Kreuzgewölbe
ohne
Gratbogen.

Sind bei Kreuzgewölben von geringer Weite besondere Gratbogen nicht vorhanden, so ist offenbar auch keine Stabilitäts-Untersuchung für einen Grat vorzunehmen. Wohl aber machen sich in der Ebene des Zusammenschnittes der Kappen, also in der Ebene der Gratlinie, Kräfte der Elementarstreifen der Kappen in ähnlicher Weise geltend, wie bei den Kreuzgewölben mit besonderen Gratbogen. Diese Kräfte sind bei der Bestimmung der Widerlagsstärke der Gewölbe ohne selbständigen Grat eben so in Betracht zu ziehen, wie bei den mit Gratbogen versehenen Kreuzgewölben.

γ) Stärke der Widerlager.

256.
Kreuzgewölbe
mit
Gratbogen.

Bei den offenen Kreuzgewölben sind die Stirnmauern durch Oeffnungen frei gehalten, welche unterhalb des Randbogens der Kappen mit Gurtbogen abgeschlossen werden, deren Wöblinien den Stirnlinien des Gewölbes meistens entsprechend gekrümmt gewählt werden. Diese Gurtbogen finden mit den Kreuzgewölben selbst ein gemeinschaftliches Widerlager an den Eckpfeilern des überwölbten Raumes. Diese Eckpfeiler sind die Stützkörper des Wöblsystems. Die Stärke derselben hängt bei den offenen Kreuzgewölben also gleichzeitig von den Gewöldrücken der ihnen zugewiesenen Gurtbogen und von den in den Gratbogen der Kreuzgewölbe wirkenden Gewölbchüben ab. Die Vereinigung dieser beiden Gruppen von Kräften mit dem Gewichte der Widerlagspfeiler bildet den Ausgangspunkt für die statische Untersuchung und Bestimmung der Stärke dieser Stützkörper. Die maßgebenden Grundlagen für solche Untersuchungen sind bereits in Art. 143 (S. 197) beim Tonnengewölbe gegeben. Die Anwendung derselben bei den Widerlagern der offenen cylindrischen Kreuzgewölbe soll auf der neben stehenden Tafel gezeigt werden. Das hier gewählte Kreuzgewölbe entspricht in seinen Abmessungen und Anordnungen der in Art. 248 (S. 363) als Beispiel 1 gegebenen Gewölbanlage. Die halbkreisförmigen Gurtbogen G_0 sammt ihrer Aufmauerung sollen aus Quadermaterial vom Eigengewicht 2,4 bestehen, wie solches auch für die Gratbogen jenes Gewölbes vorgehen war.

Zuerst ist im Plane A der neben stehenden Tafel, unter Einführung einer beliebig gewählten Basis $oz = 3$ m, der festen Länge $zv = 1$ m und der Tiefe $vw = 0,80$ m der beiden gleichen und gleich belasteten Gurtbogen G_0 von je 6 m Spannweite, die Gewichtsstrecke oQ einer Hälfte dieser symmetrisch geformten und belasteten Tonnengewölbe bis zu der durch p geführten Lothrechten py ermittelt. Sodann ist in bekannter Weise der Horizontalschub H_0 im höchsten Punkte der Scheitelfuge, bezw. der Gewölbchub S , welcher auf die Widerlagsfuge am Anfänger des Gurtbogens kommt, bestimmt. Berechnet man die Stärke des Gurtbogens, so ergibt sich, da $ao = H_0 = 1,25$ m mißt, der in Gleichung 142 (S. 185) für H einzusetzende Werth

$$H_0 = 1,25 \cdot 3 \cdot \frac{1}{0,80} = \infty 4,7 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Hiernach wird

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - 4,7) 4,7} = \infty 0,48 \text{ m.}$$