

die zusammengefügt Kappen die Fußflächen sich streng genommen auf eine gerade Linie herabmindern würden, so folgt, daß bei den Kreuzgewölben in der Ausführung für den Gewölbefuß nicht eine Linie, bzw. eine Schneide, sondern eine wirkliche Widerlagsfläche mit darunter befindlichem Stützkörper zu schaffen ist. Diese Stützkörper, welche immer am Fuße der zusammentretenden Stirn- und Gratbogen, also, der Gestaltung des Kreuzgewölbes gemäß, an den Ecken der mit Kreuzgewölben zu überdeckenden Räume oder an den Ecken der einzelnen Raumabtheilungen größerer Räume anzulegen sind, bilden die Widerlager der Gewölb-Construction.

Wenn nun auch bei untergeordneten Kreuzgewölben, d. h. solchen Gewölben, welchen nur eine geringe Spannweite und außer ihrem Eigengewichte keine weitere Belastung zugewiesen wird, wie nach Fig. 440 angenommen wurde, ein einfaches Zusammenfügen der Gewölbkappen *A* und *B* in und an der Ebene des Gratbogens *D* möglich ist und hiernach ein Stützkörper am Gewölbefuß *C* unter Benutzung von besonderen Gurt- oder Scheidebogen des Gewölbefeldes oder Gewölbejoches in geeigneter Weise gebildet werden kann, so ist doch bei den mit einigermaßen ausgedehnten Spannweiten in gewöhnlichen Fällen zu schaffenden Kreuzgewölben die Herstellung von besonderen Gratkörpern angezeigt, welche das Widerlager für die Gewölbkörper auf der ganzen Strecke ihrer an den Graten stattfindenden Anlehnung bieten und in ihren Fußflächen sich auf den eigentlichen Stützkörper legen. Diese Körper der Grate werden zweckmäßig als besondere Gewölbe mit geringer Tiefe, gleichsam als Träger der Kreuzgewölbkappen, in mehr oder weniger großer Stärke selbständig für sich ausgeführt oder entsprechend verstärkt mit dem Mauerwerk der Kappen in Zusammenhang gebracht. Immerhin sind dieselben der Bestimmung unterworfen, den von den Gewölbkappen erzeugten Druck aufzunehmen und denselben in Verbindung mit den in ihnen selbst nach gerufenen Druckkräften auf die vorhin bezeichneten Stützkörper oder eigentlichen Widerlager des gesammten Gewölbsystems zu übertragen.

Aus diesen Gründen sind zur Ermittlung der Stärke der Kreuzgewölbe und ihrer Widerlager Untersuchungen anzustellen, welche sich wesentlich zu erstrecken haben auf die Stabilität:

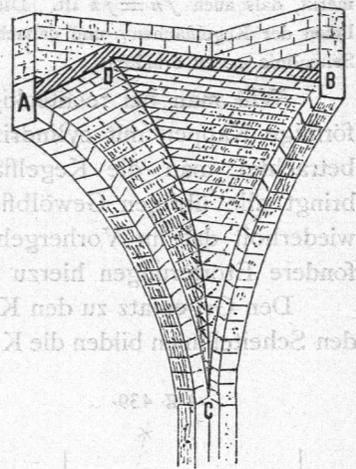
- a) der Gewölbkappen,
- β) der Gratbogen und
- γ) der Widerlager an den Ecken des Gewölbes.

Hierzu kommt noch bei der besonderen Einwölbungsart der cylindrischen Kreuzgewölbe auf Schwalbenschwanz-Verband die Untersuchung der Stabilität der Stirnmauern des Gewölbes.

#### a) Stabilität der Gewölbkappen.

Bei der Einwölbung der Gewölbkappen auf Kuf zerlegt man jede Kappe, einschließlic ihrer Belastung, durch lothrechte und parallel zu ihrer Stirnmauer gestellte Ebenen in einzelne schmale Elementarstreifen. Dieselben bilden kleine

Fig. 440.





Tonnengewölbe, die ihr Widerlager an den Gratbogen finden, welche die Kappen von einander scheiden. Die statische Unterfuchung jedes einzelnen Elementarstreifens kann also ganz in derselben Weise, wie beim Tonnengewölbe in Art. 136 (S. 181) gezeigt wurde, erfolgen.

Bei der Einwölbung der Kappen auf Schwalbenschwanz-Verband zerlegt man jede derselben, einschliesslich ihrer Belastung, in Elementarstreifen, welche durch lothrechte und rechtwinkelig zum Grat gestellte Ebenen begrenzt sind und sich auf der Scheitellinie jeder Kappe an einander lehnen. Jeder Elementarstreifen ist alsdann im Allgemeinen ein schmales einhüftiges Gewölbe, dessen Stabilität nach dem in Art. 146 (S. 208) Gefagten geprüft werden kann.

Die besondere Unterfuchung der Gewölbkappen soll nach diesen allgemeinen Grundlagen an einzelnen Beispielen gezeigt werden.

Beispiel 1. Der Grundriss eines cylindrischen Kreuzgewölbes mit Stechung (siehe die neben stehende Tafel) sei ein Quadrat von 8 m Seitenlänge. Die Stirnbogen sind für alle vier Seiten Halbkreise mit dem Halbmesser  $ma$ . Die Stechungshöhe des Gewölbes ist  $sb$ . Die Einwölbung erfolge mit Backsteinmaterial vom Eigengewicht 1,6 auf Kufverband. Die Breite der selbständig aus Quadermaterial vom Eigengewicht 2,4 ausgeführten Gratbogen  $ds$  sei zu 0,40 m gewählt. Von einer besonderen fremden Belastung des Gewölbes ist Abstand genommen. Ist solche vorhanden, so wird das Wesen der Unterfuchung an sich nicht geändert. Die Elementarstreifen  $A, B \dots F$  der einzelnen Kappen mögen eine sonst beliebig genommene Breite besitzen; hier ist denselben eine gleiche Breite  $ce$  gegeben.

Um von vornherein die für die einzelnen Elementarstreifen bei den auf graphischem Wege zu bestimmenden Gewichtsstrecken noch durch genau und deutlich darzustellende Linien zu erhalten, selbst wenn die Breiten dieser Streifen von einander abweichen oder an sich ziemlich schmal genommen sind, oder wenn selbst das Eigengewicht der Streifen verschieden wäre, kann ein einfaches Zusammenfügen einzelner graphischer Constructionen in Anwendung gebracht werden. Da diese Constructionen auch später bei der statischen Unterfuchung von Kuppelgewölben, bzw. von Kreuzgewölben mit busigen Kappen benutzt werden, so soll hier gleich eine allgemeine Behandlung der für die vorliegenden Zwecke erforderlichen graphischen Ausmittlung der Linienwerthe für den Inhalt prismatischer Körper, bzw. der Gewichtswerthe derselben eintreten.

Ein prismatischer Körper von der Breite  $b$  Met., der Höhe  $h$  Met. und der Dicke gleich 1 m besitzt den körperlichen Inhalt

$$V = b \cdot h \cdot 1 \text{ Cub.-Met.} \dots \dots \dots 226.$$

Soll dieser Werth von  $V$  dargestellt werden durch die Mafszahl einer Linie  $x$ , multiplicirt mit einer beliebig gewählten Mafszahl  $B$  (Basiszahl, bzw. Basis) einer anderen Linie, so muss

$$b \cdot h \cdot 1 = Bx, \dots \dots \dots 227.$$

oder

$$\frac{x}{h} = \frac{b}{B} \dots \dots \dots 228.$$

fein. Wie in Art. 143 (S. 197) angegeben, kann hiernach  $x$  bei gegebener Basis  $B$  in bekannter Weise construirt werden. Besitzt nun ein prismatischer Körper  $K$  (Fig. 441) eine Breite  $b$  Met., eine Höhe  $h$  Met. und eine mittlere Dicke  $d$  Met., so ist sein Inhalt

$$v = b h d \text{ Cub.-Met.} \dots \dots \dots 229.$$

Soll nunmehr dieser Werth durch die Mafszahl einer Linie  $w$ , multiplicirt mit der fest gesetzten Basiszahl  $B$ , dargestellt werden, so ist

$$v = b h d = B w \dots \dots \dots 230.$$

zu setzen. Da aber nach Gleichung 227:  $b h = \frac{Bx}{1}$  ist, so wird auch

$$\frac{Bx}{1} d = Bw, \dots \dots \dots 231.$$

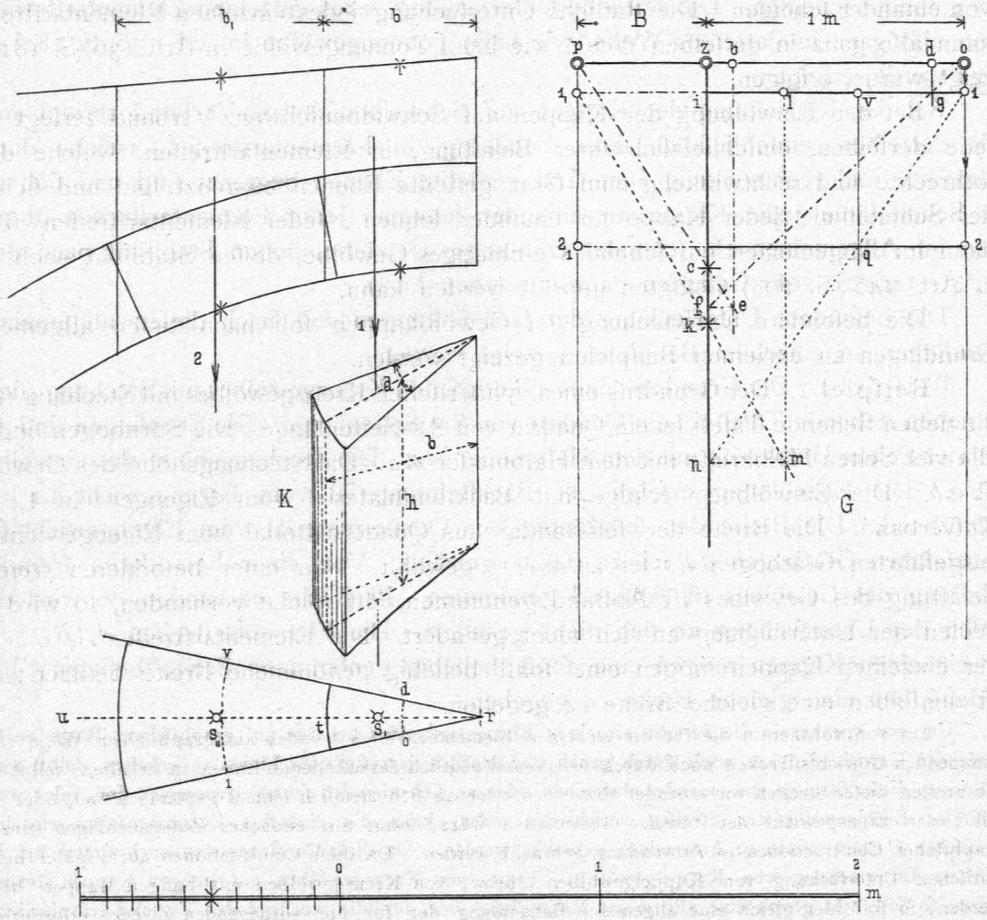
woraus

$$\frac{x}{1} = \frac{w}{d} \dots \dots \dots 232.$$

248.  
Beispiel  
1.

249.  
Rauminhalt  
prismatischer  
Körper.

Fig. 441.



folgt. Sobald  $x$  gezeichnet ist, kann hiernach  $w$  gleichfalls durch Zeichnung gefunden werden. Beachtet man, daß, je kleiner die Basis  $B$  genommen wird, die Länge  $x$  und danach auch die Länge  $w$  desto größer erhalten wird, so kann in jedem Falle ein entsprechend deutlicher Plan für jene Linienwerthe angefertigt werden. Ist weiter  $\gamma$  Tonnen das Gewicht von 1 Cub.-Met. des betrachteten Körpers, dessen Inhalt durch  $Bw$  ausgedrückt wird, so ist sein Gewicht

$$G = Bw\gamma \text{ Tonnen} \dots \dots \dots 233.$$

In der Zeichnung ist die Basis  $B = pz = 0,5 \text{ m}$ . Die Strecke  $zo$  ist gleich  $1 \text{ m}$  zu nehmen.

Durch  $p, z$  und  $o$  werden lothrechte Linien gezogen. Trägt man auf der Linie  $po$  die Breite  $b = pb$  des Körpers ab, zieht man alsdann die Lothrechte  $be$ , schneidet man auf der  $z$ -Linie die Strecke  $zc$  gleich der Höhe  $h$  des Körpers ab und zieht man durch  $p$  und  $c$  einen Strahl, bis derselbe gehörig verlängert die durch  $b$  geführte Lothrechte in  $e$  schneidet, so ist  $be$  gleich dem Werthe  $x$  der Gleichung 228. Nimmt man nunmehr auf der  $z$ -Linie die Strecke  $zf = be = x$ , trägt man die mittlere Dicke  $d$  des Körpers auf der Linie  $po$  von  $o$  aus als  $od = d$  ab und zieht man durch den Punkt  $d$  die Lothrechte, so erhält man nach Führung des Strahles  $of$  sofort auf dieser Lothrechten den Schnitt  $g$  und in der Strecke  $dg$  den Linienwerth  $w$ . Denn es ist

$$\frac{zf}{1} = \frac{dg}{od}, \text{ d. h. } \frac{x}{1} = \frac{w}{d},$$

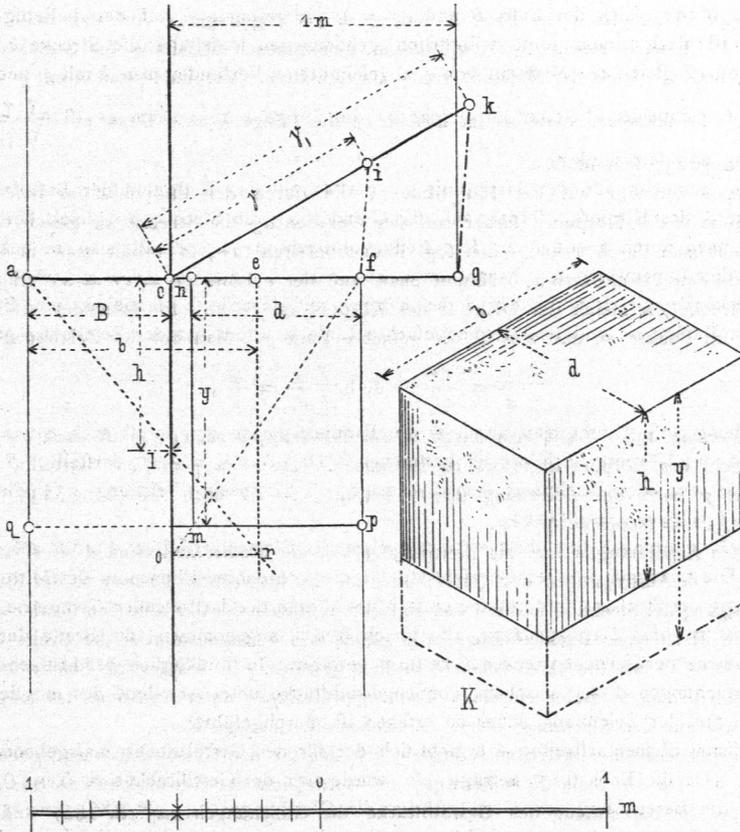
entsprechend der Gleichung 232. Zieht man durch  $g$  die Parallele  $11'$  zu  $po$ , so ist auch  $o1 = p1' = w$ .

Fährt man unter Benutzung der Linie  $11'$ , in gleicher Weise, wie aus der Zeichnung ersichtlich, zur Bestimmung des Linienwerthes  $w = vq = 12 = 1,2$ , für einen zweiten Körper fort, so erhält man die Aneinanderreihung der für den Inhalt der Körper maßgebenden Strecken.

Nach der Zeichnung ist  $o r = w = 0,11$  m. Da  $B = 0,5$  m, so ist nach Gleichung 230  $v = 0,5 \cdot 0,11 = 0,055$  cbm. Wiegt 1 cbm 1,6 t, so ist nach Gleichung 233:  $G = 0,055 \cdot 1,6 = 0,088$  t = 88 kg. Hiernach ist der Plan  $G$  auch ohne Weiteres als Gewichtsplan, bezw. als Kräfteplan zu verwerthen.

Sind die Inhalte, bezw. die Gewichte von einer Reihe nach einander zusammengefügtter Körper, welche verschiedene Eigengewichte besitzen, in einem Gewichtsplane zusammenzutragen, so sind die einzelnen Gewichtstrecken auf ein und dasselbe Eigengewicht, welches irgend einem einzigen gewählten Körper angehört, zurückzuführen. Dann kann die Bestimmung der Gewichtstrecken nach Fig. 442 in folgender Weise geschehen.

Fig. 442.



Der Körper  $K$ , dessen Inhalt  $V = b h d$  Cub.-Met. ist, besitze ein Gewicht  $\gamma$ , Tonnen für 1 cbm. Alsdann ist das Gewicht desselben

$$G = b h d \gamma, \text{ Tonnen} \dots \dots \dots 234.$$

Ist nun das zu Grunde zu legende Gewicht, welches für alle Körper bei der Ermittlung der Gewichtstrecken eingeführt werden soll, gleich  $\gamma$  Tonnen für 1 cbm, ist ferner der gefuchte Linienwerth  $y$  von einer solchen Größe, daß der Körper, welchem diese Strecke  $y$  zukommt, unter Multiplication mit der fest gesetzten Basiszahl  $B$  in seinem Inhalte  $v$ , entsprechend der Gleichung 230, durch  $B y$  ausgedrückt erscheint, so ist sein Gewicht  $G$ , zu berechnen als

$$G = B y \gamma \text{ Tonnen} \dots \dots \dots 235.$$

Soll nun  $G$ , dieselbe Größe wie  $G$  darstellen, so muß nach den Gleichungen 234 u. 235

$$b h d \gamma = B y \gamma$$

werden. Da nach Gleichung 227:  $b h = B x$  zu setzen ist, so folgt auch  $B x d \gamma = B y \gamma$  oder

$$x d \gamma = y \gamma.$$

Hieraus entspringt der Ausdruck

$$\frac{x d}{y} = \frac{\gamma}{\gamma} \dots \dots \dots 236.$$

Setzt man  $\frac{\gamma}{\gamma'} = \lambda$ , d. h. auch

$$\frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{\lambda}{1} \quad \dots \quad 237.$$

so läßt sich  $\lambda$  construiren.

Nachdem  $\lambda$  bestimmt ist, ergibt sich nach Gleichung 236:  $\frac{x d}{y} = \lambda$  nunmehr der Ausdruck

$$\frac{y}{d} = \frac{x}{\lambda}, \quad \dots \quad 238.$$

wonach die gefuchte Strecke  $y$  durch Zeichnung ermittelt werden kann.

In Fig. 442 ist  $ac$  gleich der Basis  $B$  und  $cg = 1\text{ m}$  abgetragen. Auf der beliebig durch  $c$  gezogenen Linie  $ck$  ist nach einem sonst willkürlich genommenen Maßstabe die Strecke  $ck$  gleich der Maßzahl von  $\gamma$ , und  $ci$  gleich der Maßzahl von  $\gamma'$  abgefnitten. Verbindet man  $k$  mit  $g$  und zieht zu  $kg$  die Parallele  $if$ , so schneidet dieselbe im Stücke  $cf$  die Länge  $\lambda$  ab. Denn es ist  $\frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{cf}{1} = \frac{\lambda}{1}$ , wie nach Gleichung 237 sein mufs.

Nimmt man nunmehr auf der Hauptlinie  $c$ , die durch den Endpunkt der Basisstrecke  $B$  geht,  $cl$  gleich der Höhe  $h$  des Körpers, ferner auf der Geraden  $ag$  die Strecke  $ae$  gleich der Breite  $b$  des Körpers, und zieht man durch  $a$  und  $l$  den fog. Reductionsstrahl  $ar$ , so erhält man in bekannter Weise die Länge  $er$  als den Linienwerth  $x$ . Nimmt man auf der  $c$ -Linie  $co = er = x$ , trägt fodann aber von  $f$  aus die Strecke  $fn$  gleich der Dicke  $d$  des Körpers auf  $fa$  ab, so schneidet ein Strahl  $fo$  die Lothrechte in  $n$  im Punkte  $m$ , und  $nm$  ist die gefuchte Linie  $y$ . Man hat der Zeichnung gemäfs

$$\frac{y}{d} = \frac{co}{cf}, \quad \text{d. h.} \quad \frac{y}{d} = \frac{x}{\lambda},$$

entsprechend Gleichung 238. Zieht man durch  $m$  die Parallele  $pq$  zu  $ag$ , so ist auch  $aq = fp = y$ .

Das Gewicht des Körpers ist sofort zu bestimmen. Da  $ci = \gamma = 1,6\text{ t}$  darstellt,  $B = 0,5\text{ m}$  genommen ist und  $y$  nach der Zeichnung  $0,86\text{ m}$  beträgt, so ist nach Gleichung 235 dieses Gewicht  $G, = 0,5 \cdot 0,86 \cdot 1,6\text{ t} = 0,688\text{ t} = 688\text{ kg}$ .

250.  
Beispiel  
1,  
Fortsetzung.

Nach diesen Ausführungen sind die Gewichtsstrecken der Elementarstreifen  $A$  bis  $F$  auf der Tafel bei S. 363 bestimmt. Die Austragungen der Querschnitte für die lothrechten Ebenen in der Mitte der Streifen unter Berücksichtigung der Stechung sind mit den einfachsten Mitteln der darstellenden Geometrie zu bewirken. Die Gewölbstärke ist zu einer Backsteinlänge, also gleich  $0,25\text{ m}$ , angenommen; die Breite der Streifen beträgt  $0,6\text{ m}$ . Die Basis  $oz$  der Gewichtsstrecken ist zu  $0,5\text{ m}$  gewählt. In hinlänglich beschriebener Weise sind die Stabilitäts-Untersuchungen dieser einzelnen Tonnengewölbstücke unter Annahme des möglichst kleinsten Gewölbchubes, wie aus der Zeichnung näher zu ersehen ist, durchgeführt.

Für den gröfsten Elementarstreifen  $A$  ergibt sich der für den Gewölbchub maßgebende Werth der Linie  $gf$  zu  $0,95\text{ m}$ . Da die Basis  $0,5\text{ m}$  beträgt, so würde sich der Gewölbchub zu  $0,95 \cdot 0,5 = 0,475\text{ qm}$  ergeben. Um für die Berechnung der Gewölbstärke die Gleichungen 145 (S. 186) und 150 (S. 187), bzw. die Tabelle auf Seite 202 benutzen zu können, ist zu beachten, dafs jene Gleichungen, bzw. jene Tabelle unter der Annahme einer Gewölbtiefe gleich der Längeneinheit (gleich  $1\text{ m}$ ) aufgestellt sind. Würde also der Streifen  $A$  statt einer Breite von  $0,6\text{ m}$  eine solche von  $1\text{ m}$  besitzen, so würde sich der Gewölbchub ergeben zu

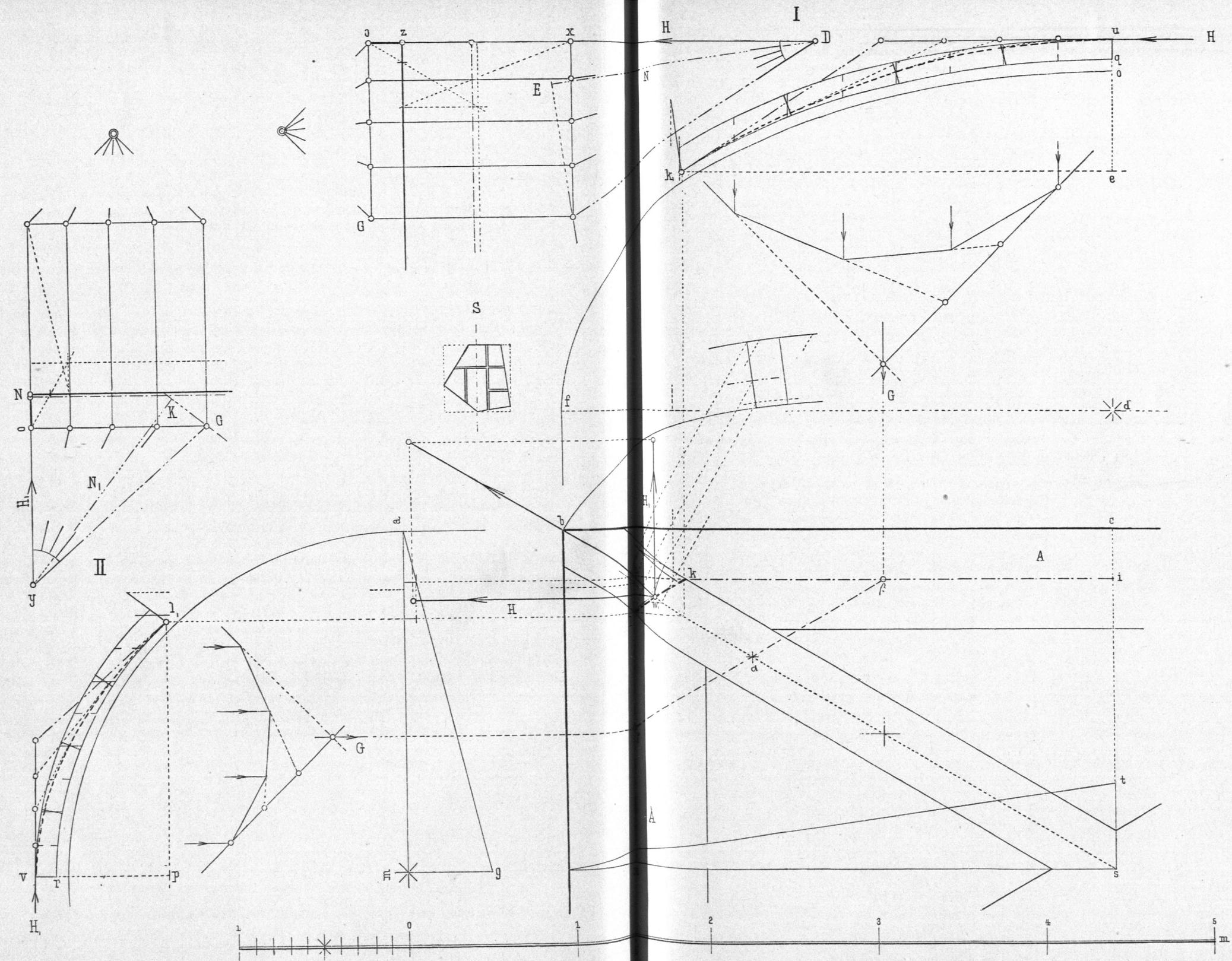
$$H = \frac{1}{0,6} \cdot 0,475 = 0,79\text{ Quadr., bzw. Cub.-Met.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 202 erfordert dieser Gewölbchub nicht ganz eine Backsteinlänge als Gewölbstärke.

In gleicher Art findet man den Normaldruck des Streifens  $A$  für die Widerlagsfuge unter Verwerthung der Linie  $hi = 1,4\text{ m}$  zu

$$N = \frac{1}{0,6} \cdot 1,4 \cdot 0,5 = 1,16\text{ Quadr., bzw. Cub.-Met.}$$

Auch für diese Zahl giebt die Tabelle auf Seite 202 keine über  $0,25\text{ m}$  gehende Gewölbstärke. Die für die Kappen angenommene Gewölbstärke ist also ausreichend. Da alle übrigen Gewölbstreifen kleineren Gewölbchüben unterliegen, die Prüfung der sämtlichen Streifen den Gleichgewichtszustand gegen Drehen und gegen Gleiten (Reibungswinkel  $\rho$  bei  $F$ ) bekundet, so können die Gewölbkappen als stabil gelten. Der Einfluss, welcher von den Gewölbstreifen durch ihre Gewichte und ihre Gewölbchübe auf den Grat aus-



Stabilitäts-Untersuchung eines cylindrischen Kuppelgewölbes über rechteckigem Grundrifs.

geübt wird, ist ohne Weiteres für den Streifen  $A$  bei  $m$  zu erkennen. Gegen den Grat treten die beiden hier gleichen Streifen  $A$  mit einem Gewölbchube  $gi$  des Gewichtsplanes  $A$ . Die Angriffspunkte  $k$  und  $l$  derselben liegen am Grat in einer wagrechten Linie  $kl$ . Zerlegt man die in  $k$  und  $l$  angreifenden Gewölbchube  $gi$  in ihren lothrechten Kräfteebenen je in eine wagrechte Seitenkraft  $H = gf = qg$  und in eine lothrechte Seitenkraft  $fi = op$ , so lassen sich zunächst  $H$  und  $H$  zu einer wagrechten Mittelkraft  $H$ , zusammensetzen, welche nunmehr in der lothrechten Mittelebene  $ds$  des Gratabogens liegt und deren Angriffspunkt nach  $m$  in der wagrechten Linie  $kl$  zu legen ist. Dieses Zusammensetzen der Kräfte  $H$  ist im Gewichtsplane durch das Kräftedreieck  $qgf$  vorgenommen. Sodann lassen sich auch die lothrechten in  $k$  und  $l$  wirkenden Kräfte  $op$  zu einer einzigen Mittelkraft  $G$ , hier gleich  $2op$ , zusammensetzen, deren Richtung gleichfalls durch  $m$  geht, so dass nunmehr der Gratabogen außer seinem Eigengewichte vor allen Dingen im Punkte  $m$ , dessen Lage in jedem Falle leicht ermittelt werden kann, vom Streifen  $A$  durch die Kräfte  $H$ , und  $G$  beansprucht wird. Auf demselben Wege sind, wie in den Kräfte- oder Gewichtsplänen der einzelnen Streifen angegeben, auch alle von den Elementarstreifen herrührenden und für den Gratabogen in Rechnung tretenden Kräfte aufzufinden. Von diesen Kräften wird bei der Bestimmung der Stärke der Gratabogen unter  $\beta$  Gebrauch gemacht werden.

Beispiel 2. Der Grundriss eines cylindrischen Kreuzgewölbes mit Stechung (siehe die neben stehende Tafel) sei ein Rechteck von 4,0 m Breite und 6,9 m Länge. Die Stirnbogen der schmalen Seite sind Halbkreise mit dem Halbmesser  $ma$ ; diejenigen der langen Seite hingegen, da sämtliche Randbogen eine gleich große Pfeilhöhe erhalten sollen, sind Halbellipsen mit der halben großen Axe  $bc$ , bzw.  $fd$  und der halben kleinen Axe  $de = ma$ . Die Stechungshöhe des Gewölbes ist  $mg = st = 0,5$  m. Die Einwölbung soll auf Kufverband mit Backsteinmaterial vom Eigengewicht 1,6 erfolgen. Die Grate sind gleichfalls aus Backstein von  $1\frac{1}{2}$  Stein Breite und  $1\frac{1}{2}$  Stein Höhe mit entsprechenden Widerlagsflächen für die Gewölbkappen herzurichten.

251.  
Beispiel  
2.

Da es für die Bestimmung der Gewölbstärke ausreichend ist, die am weitesten gespannten Elementarstreifen von je zwei an einem Gratabogen zusammentretenden Kappen statisch zu untersuchen, so sind hier die beiden Elementarstreifen  $A$  und  $A_1$ , welche unmittelbar an den Stirnbogen der Seiten des Rechteckes liegen, in Betracht gezogen. Die lothrechten Mittelebenen, welche zugleich Kräfteebenen der Streifen sind, stehen parallel zu den Stirnebenen. Sie schneiden sich in einer lothrechten Linie, welche die Gratlinie über  $bs$  in einem Punkte trifft, dessen wagrechte Projection  $h$  wird. Bei dieser Bestimmung der Kräfteebenen, welche durch die von einander abhängige Zerlegung der Kappen in ihre Elementarstreifen bedingt ist, entstehen bei einem rechteckigen Grundriss stets zwei am Grat zusammenlaufende Streifen von verschiedener Breite, wobei aber das Verhältniss der Breite  $b$  des schmalen Streifens  $A$  zur Breite  $B$  des anliegenden Streifens  $A_1$  stets durch

$$\frac{b}{B} = \frac{cs}{bc} \dots \dots \dots 239.$$

ausgedrückt ist. Auch für die Weite der Elementarstreifen ergibt sich ein Zusammenhang, indem aus leicht ersichtlichen Gründen

$$\frac{ki}{ln} = \frac{bc}{cs} \dots \dots \dots 240.$$

wird. Da nun außerdem vermöge der Gestaltung der Laibungsflächen der cylindrischen Kappen auch beim Vorhandensein einer Stechung die Anschlusspunkte  $k_1$ , bzw.  $l_1$ , der mittleren Wölblinien solcher Streifen  $A$  und  $A_1$  an der Widerlagsfläche am Grat eine gleiche Höhenlage über der Kämperebene erhalten, so ist die gerade Verbindungslinie dieser Punkte, deren wagrechte Projection  $kl$  ist, auch eine wagrechte Linie. Ferner ist zu beachten, dass die Pfeilhöhen  $oq$  und  $pr$  in Folge der regelrechten Ausmittelung der mittleren Wölblinie der Streifen  $A$  und  $A_1$ , wie solche nach der grundlegenden Gestaltung (siehe Art. 241, S. 355) der Gewölbflächen zu geschehen hat, einander gleich werden. Ist nun die Stärke beider Elementarstreifen, wie bei der Ausführung der Fall, wiederum dieselbe, so ist auch  $ou = pv$ , d. h. die höchsten Punkte einer gedachten Scheitelfuge der symmetrisch gebildeten kleinen Tonnengewölbe, welche für die Elementarstreifen nur zur Hälfte berücksichtigt zu werden brauchen, liegen in einer wagrechten Ebene. Weiter ist zu berücksichtigen, dass, wenn  $F$  die Größe der mittleren Schnittfläche des längeren Streifens  $A$  und  $f$  diejenige der mittleren Schnittfläche des kürzeren Streifens  $A_1$  ist, auch in Abhängigkeit von der Gestaltung des Gewölbes

$$\frac{F}{f} = \frac{bc}{cs} \dots \dots \dots 241.$$

wird. Bei gleicher Stärke  $d$  der Elementarstreifen wird der Inhalt  $V$  des Körpers  $A$  von der Breite  $b$  gleich  $bF$  und der Inhalt  $V_1$  des Körpers  $A_1$  von der Breite  $B$  gleich  $Bf$ ; mithin ist

$$\frac{V}{V_1} = \frac{bF}{Bf},$$

d. h. unter Anwendung der Gleichungen 239 u. 241

$$\frac{V}{V_1} = \frac{cs}{bc} \cdot \frac{bc}{cs} = 1$$

oder

$$V = V_1 \dots \dots \dots 242.$$

Demnach sind bei gleichem Wölbmaterial auch die Gewichte  $G$  der beiden Gewölbstreifen  $A$  und  $A_1$  einander gleich. Hieran würde auch nichts geändert, wenn beide Gewölbstreifen  $A$  und  $A_1$  eine das Ver-

hältniß  $\frac{F}{f} = \frac{bc}{cs}$  nicht umgestaltende fremde Belastung über dem Rücken aufzunehmen hätten. Das Gewicht  $G$  wirkt im Abstände  $\beta k$  vom Widerlagspunkte  $k$ , der Mittellinie des Streifens  $A$ , während das gleiche Gewicht  $G$  des Streifens  $A_1$  im Abstände  $\gamma l$  vom Widerlagspunkte  $l$ , der Mittellinie des Streifens  $A_1$ , angreift. Wieder ist zu beachten, daß

$$\frac{\beta k}{\gamma l} = \frac{bc}{cs} \dots \dots \dots 243.$$

ist. Entsprechend Gleichung 135 (S. 183) ergibt sich der Gewölbschub  $H$  des Streifens  $A$  als

$$H = G \frac{\beta k}{ou} \dots \dots \dots 244.$$

und der Gewölbschub  $H_1$  des Streifens  $A_1$  als

$$H_1 = G \frac{\gamma l}{pv},$$

oder da, wie vorhin angegeben,  $pv = ou$  ist,

$$H_1 = G \frac{\gamma l}{ou} \dots \dots \dots 245.$$

Aus den Gleichungen 244 u. 245 erhält man sofort  $\frac{H}{H_1} = \frac{\beta k}{\gamma l}$ , d. h. nach Gleichung 243

$$\frac{H}{H_1} = \frac{bc}{cs} \dots \dots \dots 246.$$

Die auf die Widerlagsflächen der Streifen am Gratbogen treffenden Gewölbschübe zerlegen sich für den Streifen  $A$  im Punkte  $k$ , bzw.  $k$  in die lothrechte Seitenkraft  $G$  und in die wagrechte Kraft  $H$ , eben so für den Streifen  $A_1$  im Punkte  $l$ , bzw.  $l$  in eine lothrechte Seitenkraft ebenfalls gleich  $G$  und in die wagrechte Kraft  $H_1$ . Die aus  $G$  und  $G$  entspringende Mittelkraft gleich  $2G$  geht durch den Halbirungspunkt  $w$  der wagrechten Geraden  $kl$ . Der Punkt  $w$  ist aber ein Punkt der lothrechten Gratebene  $bs$ , welche die Bogenlinie des Grates enthält. Setzt man die durch  $k$  und  $l$ , bzw.  $k$  und  $l$  gehenden wagrechten Kräfte  $H$  und  $H_1$  im Verfolg ihrer Lage in  $h$  zu einer Mittelkraft zusammen, so fällt vermöge der Beziehung 246 diese Mittelkraft gleichfalls in diese Richtungsebene  $bs$  des Gratbogens. Da schliesslich  $h$  die gleiche Höhe über der wagrechten Kämpferebene des Gewölbes wie der Punkt  $w$  besitzt, so folgt, weil der Angriffspunkt der Mittelkraft aus  $H$  und  $H_1$  in ihrer Richtung von  $h$  nach  $w$  verlegt werden darf, daß der Gratbogen in vortheilhafter Weise in seiner Richtungsebene  $bs$ , welche zugleich Kräfteebene des Grates sein soll, in dem ermittelten Punkte  $w$  durch die lothrechte Mittelkraft  $2G$  und die wagrechte Mittelkraft aus  $H$  und  $H_1$ , welche von den Gewölbdrücken der Elementarstreifen  $A$  und  $A_1$  herrühren, beansprucht wird. Würde man in gleicher Weise für alle entsprechend geordneten Elementarstreifen der an einem Grat zusammentretenden Gewölbkappen die Ermittlung der Kräfte durchführen, so würde auch hieraus eine Beanspruchung des Grates in seiner Kräfteebene  $bs$  sich kennzeichnen.

Dieses für die Construction, bzw. für die Gestaltung und praktische Ausführung der cylindrischen Kreuzgewölbe über rechteckigen Grundrissen äußerst wichtige Ergebniß, dessen Erzielung bei der Durchführung derartiger Gewölbe eigentlich zur Forderung erhoben werden muß, hat sich in einem anderen Gewande auch durch die in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Art. 485, S. 453<sup>177</sup>) dieses »Handbuches« geführten Untersuchungen herausgestellt.

177) 2. Aufl.: Art. 279, S. 263.

Die auf üblichem Wege angestellte statische Unterfuchung der Gewölbstreifen  $A$  und  $A'$ , unter Berücksichtigung des möglichst kleinsten Horizontalfehbes ist aus den Plänen  $I$  und  $II$  der Tafel bei S. 367 zu ersehen.

Nach der Zeichnung erhält man für die Strecke  $Dx$  im Plane  $I$  die Länge von 1,60 m, für die Strecke  $yo$  im Plane  $II$  die Länge von 0,93 m. Hiernach ist  $\frac{Dx}{yo} = \frac{1,60}{0,93} = 1,72$ .

Da nun  $bc$  als halbe Rechteckseite gleich  $\frac{6,9}{2} = 3,45$  m und  $cs = \frac{4}{2} = 2$  m ist, so würde  $\frac{bc}{cs} = \frac{3,45}{2} = 1,725$  sein; folglich sind die gemessenen Strecken  $Dx$  und  $yo$  in recht guter Uebereinstimmung erhalten.

Die Breite des Streifens  $A$  ist zu 0,60 m angenommen, und somit ergibt sich die Breite des Streifens  $A'$ , in Uebereinstimmung mit der Zeichnung nach Gleichung 239 zu  $B = 0,60 \cdot \frac{3,45}{2} = 1,035$  m. Da die Dicke der Wölbstreifen  $qu = rv$  für beide Stücke dieselbe ist, so erhält man auch die Gewichtsstrecken, bezw. Flächenwerthe oder Körperinhalte in beiden Plänen  $I$  und  $II$  als  $oG$  in der Zeichnung von gleicher Gröfse trotz verschiedener Breite der Lamellen der einzelnen Gewölbflächen, wie es nach der Rechnung, entsprechend Gleichung 242, sein soll. Der Horizontalfeh  $H$  ergibt sich für den Streifen  $A$ , da die Basis  $oz$  zur Reducirung der Kräfte (Gewichte) gleich 0,2 m gewählt wurde, als  $H = 1,6 \cdot 0,2 = 0,32$  Quadr., bezw. Cub.-Met., während der Horizontalfeh des Streifens  $A'$ , sich zu  $H' = 0,93 \cdot 0,2 = 0,186$  Quadr., bezw. Cub.-Met. bestimmt.

Um die Gewölbstärke berechnen zu können, ist, wie im Beispiel 1, der Horizontalfeh der Streifen wiederum bei jedem derselben für eine Tiefe gleich der Längeneinheit, also gleich 1 m, zu ermitteln. Hiernach wird der für den Streifen  $A$  von der Breite 0,60 m zu beachtende Gewölbfeh

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{0,6} \cdot 0,32 = 0,533 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

und der für den Streifen  $A'$ , geltende Gewölbfeh

$$\mathfrak{S}' = \frac{1}{1,72} \cdot 0,186 = 0,108 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 202 erfordert der Gewölbfeh  $\mathfrak{S}$  des Hauptstreifens der weitesten Kappe eine Stärke, welche zwischen  $\frac{1}{2}$  Stein und 1 Stein als Durchschnittswerth liegt, während für einen Hauptstreifen der schmalen Kappe, dem Gewölbfeh  $\mathfrak{S}'$ , entsprechend, eine Gewölbstärke von  $\frac{1}{2}$  Stein völlig genügt.

Für den Normaldruck  $\mathfrak{N}$ , bezogen auf die Tiefe gleich 1 m, wird für die Widerlagsfuge des Hauptstreifens der weitesten Kappe am Grat, da  $DE$  im Plan  $I$  gleich 1,74 m, also  $N = 1,74$ . Basiszahl =  $1,74 \cdot 0,2 = 0,348$  Quadr., bezw. Cub.-Met. ist,

$$\mathfrak{N} = \frac{1}{0,6} \cdot 0,348 = 0,58 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 202 erfordert dieser Druck eine Gewölbstärke von nicht ganz  $\frac{1}{2}$  Stein. Läßt man, da der wagrechte Schub  $\mathfrak{S}$  dieses Streifens eine etwas gröfsere Gewölbstärke erfordert, als der Normaldruck  $\mathfrak{N}$ , bei sehr gutem Backsteinmaterial eine etwas stärkere Preffung hier als zulässig gelten, so kann auch die 6,9 m weite Kappe des unterfuchten Gewölbes mit  $\frac{1}{2}$  Stein Stärke, wie in der Zeichnung angenommen ist, beibehalten werden.

Der Normaldruck  $\mathfrak{N}'$ , der schmalen Kappe wird, da  $yK$  im Plane  $II$  zu 1,38 m gefunden ist, berechnet als

$$\mathfrak{N}' = \frac{1}{1,72} \cdot 1,38 \cdot 0,2 = 0,16 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Da dieser Werth nach der Tabelle auf Seite 202 keine gröfsere Dicke als  $\frac{1}{2}$  Stein beansprucht, so bleibt diese schon für  $\mathfrak{S}'$ , fest gesetzte Stärke der schmalen Kappe gültig. Der Verlauf der eingezeichneten Mittellinien des Druckes in den Plänen  $I$  und  $II$  der Tafel bei S. 367 ergibt Gleichgewichtszustand gegen Drehung und, da die resultirenden Preffungen in den einzelnen Theilfugen der Streifen mit der Senkrechten zu diesen Fugen stets Winkel einschließen, welche kleiner bleiben als der Reibungswinkel  $\rho$  des Materials ( $\text{tg } \rho$  etwa = 0,7), auch Gleichgewichtszustand gegen Gleiten. Auf den letzteren Punkt ist namentlich hinsichtlich der Widerlagsfugen am Grat zu achten, da, falls sich hier beim Auffinden der Mittellinie des Druckes ein Gleiten bekunden sollte, die Neigung der Ansatzfläche der Wölbstreifen am Grat  $S$  so weit abzuändern ist, dafs alsdann kein Gleiten mehr möglich wird.

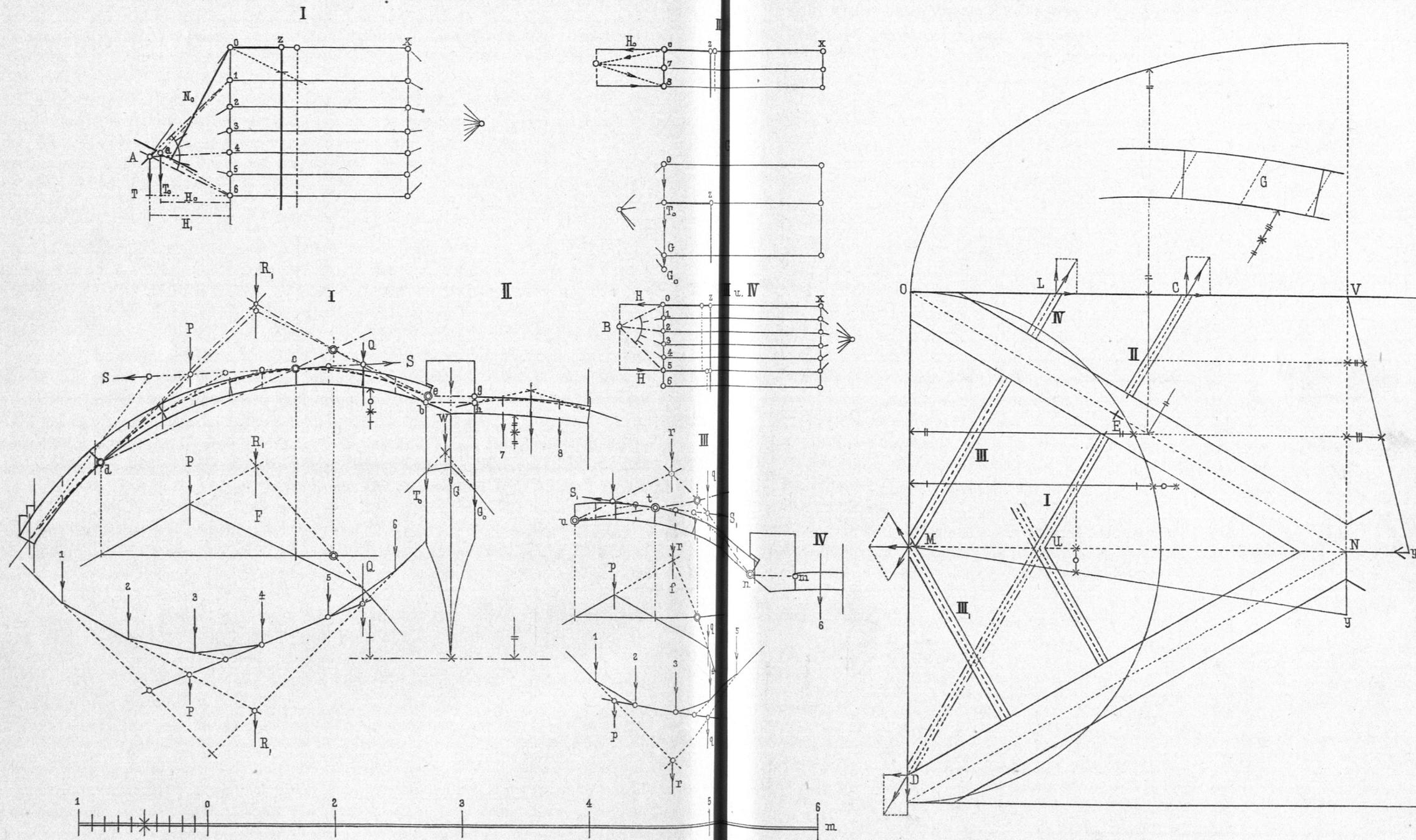
Hätte man den Hauptstreifen der weitesten Kappe 1 Stein stark ausführen wollen, während der zugehörige Hauptstreifen der antretenden schmalen Kappe nur  $\frac{1}{2}$  Stein stark verbliebe, so hätte eine Uebermauerung dieses letzteren Stückes in der Art vorgenommen werden müssen, daß die Gewichte, bezw. Flächen oder Inhalte der Streifen das mehrfach erwähnte, in Gleichung 241 ausgesprochene Verhältniß beibehalten konnten. Im anderen Falle würde der Gratbogen durch die Gewölbdrücke nicht in seiner Richtungsebene  $bs$  in der oben geforderten günstigen Weise beeinflusst, sondern leicht Verschiebungen, bezw. Verdrehungen ausgefetzt werden können.

252.  
Beispiel  
3.

Cylindrische Kreuzgewölbe mit oder ohne Stechung werden sehr häufig auf Schwalbenschwanz-Verband eingewölbt. Hierbei sollen, wie bei der Ausführung der Kreuzgewölbe (unter 3) noch näher gezeigt werden wird, die einzelnen Wölbstreifen oder Zonenlagen in ihren Stirnflächen Normalebene des Gratbogens angehören. Die wagrechten Projectionen der Wöblinien dieser Zonen treten als Schnittlinien jener Ebenen mit den cylindrischen Kappenflächen im Allgemeinen als elliptische Linien auf, welche in ihrem Anfangselemente an der wagrechten Projection der Gratlinie eine Tangente besitzen, deren wagrechte Projection keine Senkrechte zur Grundrislinie des Gratbogens ist. Außerdem treffen sich, wie in Art. 181 (S. 277) bei den Kappengewölben angeführt ist, die einzelnen einander zugehörigen Streifen, sobald die Scheitellinie einer Kappe erreicht wird, in einer fog. Schnäbelung über dieser Linie. Wie die auf Schwalbenschwanz-Verband eingewölbten gewöhnlichen Kappengewölbe in den einzelnen Wölbstreifen ihren Gewölbschub sowohl auf die Widerlagsmauern als auch auf die Stirnmauern übertragen, so wird auch bei den nach diesem Verbands gewölbten cylindrischen Kreuzgewölben von den einzelnen Wölbzonen nunmehr ein Gewölbschub auf die Gratbogen und auf die Randbogen, bezw. Stirnmauern des Gewölbes überführt, so daß Gratbogen und Randbogen, bezw. Stirnmauern in erster Linie als Widerlager dieser Kappen auftreten. Die statische Untersuchung, welche in einigen wesentlichen Gesichtspunkten sich der in Fig. 366 (S. 278) für ein gewöhnliches Kappengewölbe durchgeführten Behandlung anschließt, soll im Nachstehenden vorgenommen werden.

Beispiel 3. Der Grundriß eines cylindrischen Kreuzgewölbes mit Stechung (siehe die neben stehende Tafel) sei wiederum ein Rechteck von  $6,9$  m Länge und  $4,0$  m Breite. Die Stirnbogen der kurzen Seiten sind Halbkreise vom Halbmesser  $MO = MD$ . Die Randbogen der langen Seiten sind Halbellipsen mit einer halben großen Axe gleich  $VO$  und einer halben kleinen Axe gleich  $MO$ . Die Stechungshöhe ist  $Ny = 0,5$  m. Die Grate sind aus Backstein  $1\frac{1}{2}$  Stein breit und  $1\frac{1}{2}$  Stein stark selbständig auszuführen; die Kappen sind  $\frac{1}{2}$  Stein stark im Schwalbenschwanz-Verband zu wölben.

Wenn gleich für die Bestimmung der Richtung der einzelnen Wölbchichten die Annahme der oben bezeichneten Normalebene zum Gratbogen  $G$  maßgebend sein würde, so kann man doch, um die Stabilitäts-Untersuchung der Gewölbkappen nicht zu verwickelt zu gestalten, mit für die Praxis hinreichender Genauigkeit annehmen, daß die einzelnen dünnen Wölbstreifen durch senkrechte Ebenen begrenzt sind, welche rechtwinklig zur lothrechten Richtungsebene  $ON$  des Gratbogens stehen. Die einzelnen Gewölbstreifen bilden alsdann wiederum, wie beim Kappengewölbe in Fig. 366 (S. 278), einhüftige Gewölbe, welche ihr Widerlager am Grat und an den Randbogen oder Stirnmauern des Kreuzgewölbes finden. Somit tritt der Fall ein, daß sich zwei im Allgemeinen verschieden gestaltete und belastete Gewölbstücke gegen ein besonderes Gewölbe, den Gratbogen, legen, welcher für dieselben ein gemeinschaftliches Widerlager abgibt, während das andere Widerlager an einem



Stabilitäts-Untersuchung eines cylindrischen Kuppelgewölbes mit Schwalbenschwanz-Verband.

befonderen Baukörper auftritt, mag derselbe nun geschlossen oder unter den Stirnbogen des Gewölbes offen gehalten sein. Für den Grat werden sich demnach ähnliche Beziehungen geltend machen müssen, wie bei dem in Art. 198 (S. 294) behandelten Gurtbogen zwischen Kappengewölben. Aber auch für den Gewölbschub, welcher auf die Randbogen, bezw. Stirnmauern von den einzelnen Wölbstreifen übertragen wird, werden die Voraussetzungen, welche beim Kappengewölbe in Fig. 366 (S. 278) zur Sprache gebracht wurden, hier wiederum zu machen sein. Dies gilt hauptsächlich von der Fortpflanzung des Gewölbschubes der über der Scheitellinie der Kappen zusammentretenden, geschnäbelten Schichten. Hierfür eine Summirung der in der Scheitellinie durch Zerlegen der Schübe zu bildenden wagrechten Kräfte vorzunehmen, erscheint eben so unstatthaft, wie bei jenem gewöhnlichen Kappengewölbe. Denn schliesslich ist die Kappe des Kreuzgewölbes auch nur ein gewöhnliches Kappengewölbe. Dächte man sich die Widerlager, welche durch die Gratbogen als Begrenzung einer solchen Kappe gebildet werden, als stabile Bogenstellung äusserst lang fortgeführt, so gelangt man wiederum zu dem berechtigten Schlusse, dass die einfache Summirung jener der Scheitellinie zugewiesenen wagrechten Kräfte einen Schub für den Randbogen von äusserst bedenklicher Grösse liefern müsste, was in Rücksicht auf das in Art. 181 (S. 277) Gefagte als unzulässig angesehen werden darf. Aber auch schon bei Kreuzgewölben von üblichen und durchaus nicht aufsergewöhnlichen Weiten würde durch die erwähnte Summirung jener Pressungen in der Scheitellinie eine Beanspruchung der Randbogen in ihrer höchsten Stelle wach gerufen, welche für die Durchbildung derselben als selbständige oder offene, nicht etwa noch übermächtig durch Uebermauerung belastete Stirn- oder Schildbogen (Gurtbogen) so nachtheilig würde, dass die Einwölbung der Kappen auf Schwalbenschwanz-Verband beim Kreuzgewölbe ohne Weiteres als vollständig verwerflich hingestellt werden müsste. Der Erfahrung nach ist jedoch die geschilderte Beanspruchung der als Gurtbogen durchgeführten Randbogen bei diesem Wölbverbände gar nicht so gewaltig, dass ihre Breite im Vergleich mit den übrigen Gewölbtheilen unverhältnissmässig gross genommen werden müsste. In Folge hiervon scheinen die mehrfach erwähnten, zu Fig. 366 (S. 278) gegebenen Erörterungen auch hier bei der Stabilitäts-Untersuchung des Kreuzgewölbes am Platze zu sein.

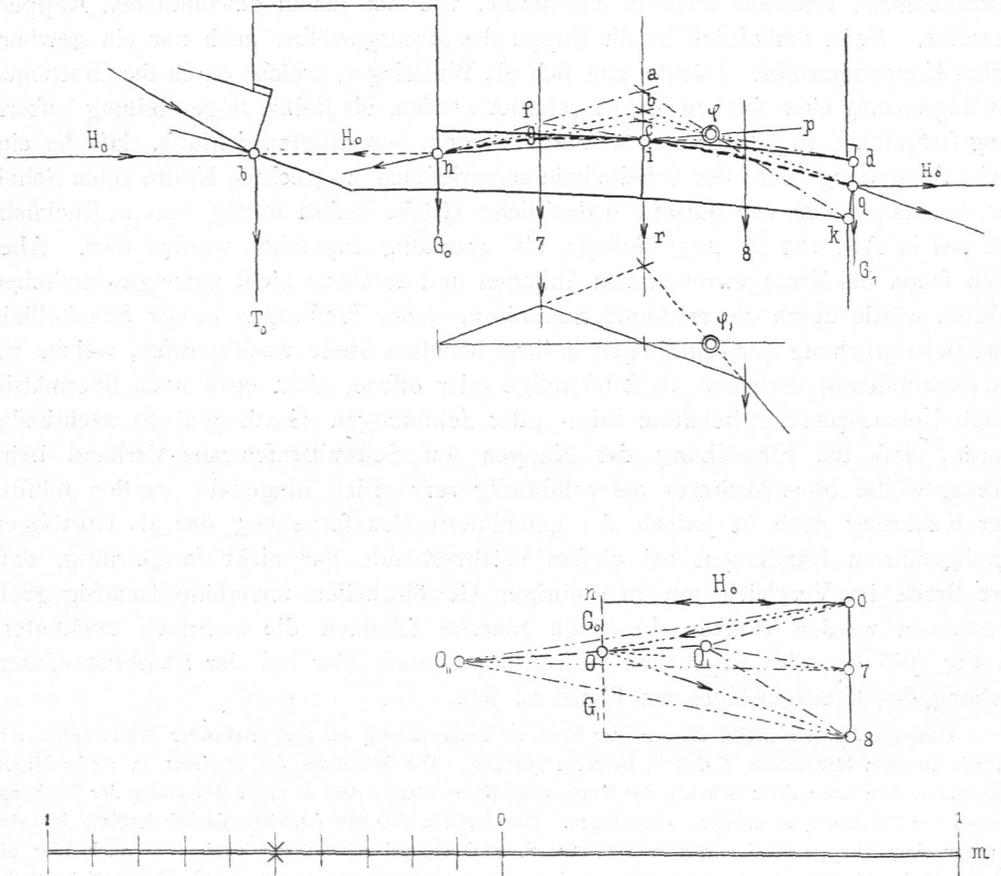
Dem gemäss ist zunächst ein von der Ecke  $D$  rechtwinkelig auf  $ON$  stehender Wölbstreifen mit einer lothrechten Mittelebene  $CED$  in Betracht gezogen. Die Wölblinie des Streifens in dieser Mittelebene nebst dem lothrechten Schnitte des Gratbogens ist im Plane  $I$  und  $II$  unter Beachtung der Stechung, wie aus der Zeichnung zu ersehen, ausgetragen. Der Streifen  $ED$  überschreitet die Scheitellinie  $MN$  der schmalen Gewölbkappe in  $U$ . Wie in Art. 181 (S. 283) angegeben, soll der Theil  $UD$  auch hier als Nebentheile des Haupttheiles  $EU$  angesehen und wiederum angenommen werden, dass diesem Nebentheile die Aufgabe zu Theil wird, den Gewölbschub des Streifens in seiner Gesamtheit von  $E$  nach  $D$  innerhalb der Gewölbkappe zu übertragen. (Vergl. den Plan  $II$  in Fig. 366, S. 278.)

Die Stärke des Gewölbstreifens ist gleich  $0,12$  m. Die Breite desselben könnte beliebig gewählt werden. Da jedoch später zur Bestimmung der Gewölbstärke ein Gewölbschub für die Tiefe des Streifens gleich  $1$  m in Frage kommt, so soll, da in Wirklichkeit eine Zone  $ED$  nur eine Backsteindicke gleich  $0,065$  m besitzt, zunächst für die Tiefe gleich  $1$  m die statische Untersuchung angestellt und danach die Grösse der auf die Widerlager am Grat-, bezw. am Randbogen kommenden Gewölbschübe für die Tiefe gleich  $0,065$  m dieser Zone berechnet werden. Dem entsprechend sind die Flächen-, bezw. Gewichtswerthe für  $I$  und  $II$  so bestimmt, dass die Basis  $oz = 0,4$  m gewählt und die Strecke  $zx$  in den zugehörigen Gewichtsplänen gleich  $1$  m beibehalten ist.

Bei den beiden sich gemeinschaftlich gegen den Gratbogen legenden einhäufigen Gewölbstücken  $I$  und  $II$  wird das grössere Stück  $I$  im Allgemeinen einen grösseren Gewölbschub auf den Gratbogen ausüben, als das kleinere Stück  $II$ . Letzteres wird also die Rolle eines Strebe- oder Absteifungsbogens für

den Gratbogen übernehmen müssen, um schliesslich einen von seinem Eigengewicht und der ihm vom grösseren Stücke *I* zugefügten Pressung erzeugten Druck auf sein Widerlager am Randbogen fortzupflanzen. Die zur Prüfung des Gleichgewichtszustandes des ganzen Streifen-systems erforderliche Unterfuchung wird durch diejenige des Stückes *I* eingeleitet. Eine im Sinne des in Art. 146 (S. 208) Gefagten angefehlte Vorunterfuchung des einhäufigen Gewölbstückes *I* giebt eine durch die Punkte *b*, *c* und *d* gehende, hier nicht weiter eingetragene Minimal-Drucklinie, welche unterhalb *d* noch eben in der Gewölbfläche verbleibt. Der Gewölbdruck in *b* ist bei dieser Drucklinie gleich  $a\delta$  des Gewichtplanes *I*. Die lothrechte Seitenkraft dieses Druckes ist gleich  $T_0$  und die wagrechte Seitenkraft desselben ist  $H_0$ . Die lothrechte Kraft, bezw. das Gewicht  $T_0$ , belastet in *b* den Gratbogen. Derselbe tritt also mit als Träger dieser Last auf. Die wagrechte Seitenkraft  $H_0$  fucht den Gratbogen feitlich zu verschieben. Diefem Verschieben hat das

Fig. 443.



Gewölbstück *II* nebst dem Widerlager am Randbogen Widerstand zu leisten. In ihrer Richtung fortgesetzt, trifft sie die Widerlagsfläche, bezw. Widerlagsfuge des Stückes *II* am Gratbogen im Punkte *h*. Dieses Stück *II* ist vermöge seiner Gestaltung, da dasselbe im Allgemeinen nicht aus zwei symmetrischen Hälften mit symmetrischer Belastung besteht, wiederum ein einhäufiges Gewölbe. Für die statische Unterfuchung desselben sind, ausser seiner Form, das Eigengewicht und die wagrechte Seitenkraft  $H_0$  eines in *h* wirkamen Gewölbchubes massgebend, welcher für den Gleichgewichtszustand eine Mittellinie des Druckes hervorruft, die innerhalb der Gewölbfläche verbleibt.

Um die Lage und Grösse, bezw. Richtung dieses in *b* thätigen Schubes zu finden, ist, dem allgemeinen Wege entsprechend, welcher bei der statischen Unterfuchung einhäufiger Gewölbe einzuschlagen ist, zunächst eine Mittellinie des Druckes (Fig. 443) ermittelt, welche durch den Punkt *h*, einen Punkt *i* der Rückenlinie, d. h. einen Bruchfugenpunkt, welcher durch eine Vorunterfuchung fest gelegt ist und durch den tiefsten Punkt *k* der Widerlagsfuge am Randbogen geht. Hierbei ist der durch *h* und *i*

geführte Strahl  $hp$  als Polaraxe mit dem in bekannter Weise zu findenden Fixpunkte  $\varphi$  benutzt. Die äußersten Seiten  $ah$  und  $ak$  gehören einem Seilpolygon für die Gewichte  $\gamma$  und  $\delta$  mit der Resultirenden  $r$  an, welches durch die drei Punkte  $h$ ,  $i$  und  $k$  geht. Zieht man im Gewichtsebene  $oO$ , parallel zu  $ah$  und  $so$ , parallel zu  $ak$ , so wird  $O$ , Schnittpunkt, so dafs man in  $oO$ , Gröfse und Richtung des Gewölbdruckes in  $h$  und in  $o, \delta$  Gröfse und Richtung des Gewölbdruckes in  $k$  erhält. Die mit Hilfe des Poles  $O$ , zu construierende Mittellinie des Druckes mit den Punkten  $h$ ,  $i$  und  $k$  bliebe zwar innerhalb der Gewölbfläche; die wagrechten Seitenkräfte von  $oO$ , bzw.  $o, \delta$  sind aber kleiner, als die vom Stücke  $I$  einwirkende wagrechte Kraft  $H_0$ , so dafs beim Vorhandensein der Gewölbdrücke  $oO$ , und  $o, \delta$  im Stücke  $II$  das letztere nicht im Stande sein würde, dem Gewölbdruck des Stückes  $I$  zu widerstehen. Das Stück  $II$  muß fähig erscheinen, einen größeren Gewölbdruck aufzunehmen. Nimmt man zum Festlegen eines größeren Gewölbdruckes den höchsten Punkt  $d$  der Widerlagsfuge  $dk$  des Stückes  $II$  unter Beibehaltung der Punkte  $h$  und  $i$  und der Polaraxe  $hp$  zur Ermittlung einer neuen Mittellinie des Druckes an, welche nun durch die Punkte  $h$ ,  $i$  und  $d$  gehen soll, so erhält man in bekannter Weise, da bei dieser Ermittlung der Fixpunkt  $\varphi$  seine Lage nicht ändert, die Lage der gefuchten Gewölbdrücke in  $db$  und  $bh$ . Zieht man jetzt im Gewichtsebene  $oO''$ , parallel zu  $bh$  und  $so''$ , parallel zu  $db$ , so wird  $O''$  der Pol für ein durch die Punkte  $h$ ,  $i$  und  $d$  für die Gewichte  $\gamma$  und  $\delta$  zu legendes Seilpolygon, und man erhält in  $oO''$ , die Gröfse, bzw. den Sinn des Gewölbdruckes in  $h$  und in  $o''$ , den Gewölbdruck in  $d$ . Ob die Mittellinie des Druckes für diese Gewölbdrücke innerhalb der Gewölbfläche bleibt oder dieselbe verläßt, ist hier gleichgültig, weil der Zeichnung nach die wagrechten Seitenkräfte von  $oO''$  und  $o'', \delta$  schon viel größer als  $H_0$  erscheinen. Derart große Gewölbdrücke für das Stück  $II$  erfordert aber der Gleichgewichtszustand des ganzen Systems nicht, weil dieselben nur solche Gröfse besitzen sollen und auch nur nöthig haben, bis ihre wagrechten Seitenkräfte genau der Kraft  $H_0$  entsprechen.

Diese noch unbekanntes Gewölbdrücke findet man unter Anwendung eines bekannten Satzes der graphischen Statik, wonach für die beiden Seilpolygone, welche in  $hfi$  und  $hgi$  in ihren ersten beiden Seiten  $hf$ ,  $fi$ , bzw.  $hg$ ,  $gi$  durch die festen Punkte  $h$  und  $i$  gehen, die Verbindungslinie  $O, O''$ , der Pole  $O$ , und  $O''$ , ihrer zugehörigen und gleichen Kräftepolygone, hier die Gewichtsstrecke  $o\delta$ , eine Parallele zu der durch  $h$  und  $i$  gelegten Polaraxe  $hp$  sein muß. Zieht man  $O, O''$ , so ist dieselbe thatächlich parallel zu  $hp$ . Trägt man die wagrechte Linie  $on = H_0$  ab, so schneidet die durch  $n$  parallel zu  $o\delta$  geführte Gerade die Linie  $O, O''$ , in  $O$ , und dieser Schnitt liefert den Pol eines dritten Seilpolygons, welches ebenfalls in seinen ersten beiden Seiten durch die Punkte  $h$  und  $i$  gehen muß, in seiner dritten Seite aber auch durch den Fixpunkt  $\varphi$  geht. Hiernach findet man nun ohne Weiteres in  $oO$  den gefuchten Gewölbdruck in  $h$  und in  $o\delta$  den Gewölbdruck, welcher für das Widerlager am Randbogen des Stückes  $II$  in Frage kommt.

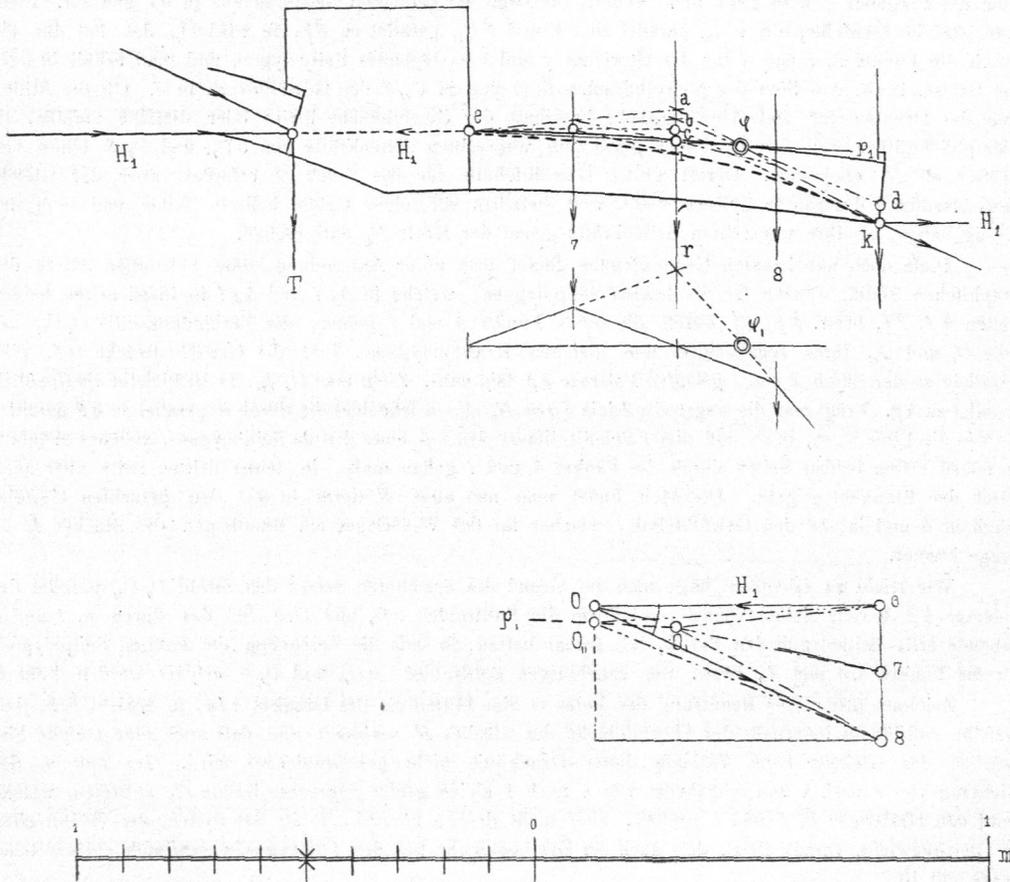
Wie leicht zu erkennen, hätte man auf Grund des erwähnten Satzes den Strahl  $O, O''$ , parallel der Polaraxe  $hp$  bereits ziehen können, nachdem die Polstrahlen  $oO$ , und  $o, \delta$  für das durch  $h$ ,  $i$  und  $k$  gehende erste Seilpolygon den Pol  $O$ , fest gelegt hatten, so dafs die Zeichnung des zweiten Seilpolygons für die Punkte  $h$ ,  $i$  und  $d$ , bzw. die zugehörigen Polstrahlen  $oO''$ , und  $o'', \delta$  erspart werden konnte.

Zeichnet man unter Benutzung des Poles  $O$  eine Mittellinie des Druckes  $hiq$ , so ergibt sich, dafs dieselbe vollständig innerhalb der Gewölbfläche des Stückes  $II$  verbleibt und dafs auch eine Gefahr hinsichtlich des Gleitens beim Verlaufe dieser Drucklinie nicht gekennzeichnet wird. Da nun in der Richtung von  $b$  nach  $h$  und umgekehrt von  $h$  nach  $b$  gleich große wagrechte Kräfte  $H_0$  auftreten, welche wohl den Gratbogen in  $h$  und  $b$  pressen, aber nicht drehen können, so ist das System der Wölbstreifen im Gleichgewicht, vorausgesetzt, dafs auch der Gratbogen für sich dem Gleichgewichtszustande entsprechend hergestellt ist.

Sollte bei der statischen Unterfuchung des größeren Gewölbstückes  $I$ , wie zuweilen der Fall, sich eine Mittellinie des Druckes ergeben haben, welche nach der Tafel bei S. 370 mit einem Gewölbdrucke in  $e$  übereinstimmt, dessen wagrechte Seitenkraft die Gröfse  $H$ , besitzt und, durch die Punkte  $e$ ,  $c$  und  $d$  gehend, in  $e$  einen Punkt im Widerlager am Gratbogen enthält, welcher in einer Wagrechten  $ge$  liegt, die durch den höchsten Punkt  $g$  der Widerlagsfuge des Stückes  $II$  im Querschnitte des Grates geführt werden kann, so sind offenbar  $g$  und  $e$ , wie auch  $b$  und  $h$ , Grenzpunkte für die Lage der Angriffspunkte von Gewölbdrücken, deren wagrechte Seitenkräfte von gleicher Gröfse in einer solchen wagrechten Linie in einander entgegengesetzter Richtung wirken und somit für sich eine seitliche Ausweichung oder eine Drehung des Gratbogens nicht hervorrufen können. Sind diese Grenzpunkte  $e$  und  $g$  einmal in Betracht zu ziehen, so kann nach Fig. 444 die statische Unterfuchung des Gewölbstückes  $II$  nach demselben Verfahren, wie bei Fig. 443 beschreiben, vorgenommen werden. Hat man auch hierbei zunächst die neue Polaraxe  $ep$ , durch einen angenommenen Bruchfugenpunkt  $e$  geführt, so ergibt sich meistens schon bei der Zeichnung eines ersten Seilpolygons

mit den äußersten Strahlen  $ea$  und  $ak$  die Erkenntnis, daß die mit diesem Seilpolygon in Abhängigkeit stehende Mittellinie des Druckes eine Bruchfuge anzeigt, welche nicht nach  $c$ , sondern oft und so auch hier äußerst nahe an den Punkt  $e$  fällt, so daß die im vorliegenden Plane schon fast wagrechte Polaraxe  $ep$ , und eben so der fast wagrechte äußerste Strahl  $eb$  eines zweiten Seilpolygons  $ebd$ , welchem als Gewölbschub in  $e$  die vorgeschriebene wagrechte Seitenkraft  $H$ , zukommt, sich überhaupt der wagrechten Richtung sehr stark nähern. Alsdann kann man mit hinreichender Genauigkeit die Mittellinie des Druckes unter Benutzung eines in  $e$  ausschließlich wagrecht liegenden Gewölbschubes  $H, = Ob$  zeichnen und prüfen, ob dieselbe dem geforderten Gleichgewichtszustande entspricht. In Fig. 444 erfüllt dieselbe als  $eb$  diese Forderung. Wäre solches nicht der Fall, so muß die Gestaltung der Wölbstreifen durch Abänderung der Stechungshöhe, bezw. der Stärke der Wölbstreifen oder der Belaftung derselben einer neuen Anordnung unterzogen werden.

Fig. 444.



Genau so, wie die auf der Tafel bei S. 370 in der Richtung  $CD$  genommenen Wölbstreifen  $I$  und  $II$  untersucht sind, werden auch alle übrigen Gewölbstreifen auf ihre Stabilität geprüft. In der Zeichnung ist noch der Streifen  $III$  näher berücksichtigt und das Erforderliche sofort zu erkennen. Für den Streifen  $IV$  treten ähnliche Beziehungen auf, wie solche für den Streifen  $II$  sich geltend machen.

Für die Berechnung der Gewölbstärke wird selbstredend derjenige Elementarstreifen benutzt, dessen Gewölbschub die größte wagrechte Seitenkraft liefert. Auf der Tafel ist der Streifen  $I$  als solcher anzusehen. Für denselben ist  $H_0 = 0,53$  m gefunden. Da die Basis  $os = 0,4$  m gewählt, die Tiefe des Gewölbstreifens für die statische Untersuchung gleich 1 m angenommen war, so ergibt sich der für die Gewölbstärke maßgebende Werth zu

$$H_0 = 0,53 \cdot 0,4 = 0,212 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 202 ist für  $H = 0,2$  eine Gewölbstärke von  $\frac{1}{2}$  Stein gleich  $0,12$  cm erforder-

lich. Diese Stärke kann nun auch für  $H_0 = 0,212$  hier beibehalten werden. Der Normaldruck für die Widerlagsfuge am Randbogen bei  $D$  ergibt sich, da  $N_0$  nach dem Gewichtsplane  $I$  gleich  $1\text{ m}$  ist, als

$$N_0 = 1 \cdot 0,4 = 0,4 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

Für diesen Werth reicht also nach jener Tabelle die Gewölbstärke von  $1/2$  Stein ebenfalls aus.

Um die Kräfte zu bestimmen, welche bei den auf Schwalbenschwanz-Verband eingewölbten Kreuzgewölben auf die Randbogen, bezw. Stirnmauern kommen, hat man wie bei den gewöhnlichen Kappengewölben nach den Angaben zu Fig. 366 (S. 278) zu verfahren. Hier wäre z. B. die wagrechte Seitenkraft der bei  $M$  zusammentretenden Wölbflächen  $III$  und  $III'$ , nach dem Gewichtsplane  $III$  und  $IV$  auf der Tafel für die Tiefe gleich  $1\text{ m}$  dieser Streifen, da  $H$  zu  $0,35\text{ m}$  gemessen ist,

$$H = 0,35 \cdot 0,4 \cdot 1 = 0,14 \text{ cbm.}$$

Da  $1\text{ cbm}$  Backsteinwölbung  $1600\text{ kg}$  wiegt, so ist  $H = 324\text{ kg}$ . Der Elementarstreifen  $III$  ist aber nur  $0,065\text{ m}$  (Backsteindicke) breit; mithin kommt für denselben ein wagrechter Schub von  $324 \cdot 0,065 = 21\text{ kg}$  in Rechnung. Derselbe Schub wird vom Streifen  $III'$ , nach  $M$  gebracht. Beide setzen sich, wie in der Zeichnung angegeben, zu einer wagrechten Mittelkraft zusammen, deren Größe im vorliegenden Falle, da der Winkel  $OML = 30$  Grad ist, ebenfalls  $21\text{ kg}$  betragen würde. Bestimmt man, wie schon früher in Art. 181 (S. 277) in ausreichender Weise erörtert, die auf die Randbogen kommenden, aus den Elementarstreifen resultirenden Kräfte, ermittelt die Höhenlagen ihrer Angriffspunkte über der Kämpferebene mit Hilfe der fest gelegten Stirnlinien des Kreuzgewölbes, so kann man sich leicht ein Bild von der Beanspruchung der Randbogen derartiger, auf Schwalbenschwanz-Verband ausgeführter Gewölbe verschaffen, so weit solches für die Praxis erforderlich ist. Die Beanspruchungen der Gratbogen durch die lothrechten und wagrechten Seitenkräfte der Gewölbchübe der einzelnen Streifen werden unmittelbar bei den statischen Untersuchungen, wie aus den Gewichtsplänen auf der Tafel bei S. 370 zu erkennen ist, mit klar gelegt.

### β) Stärke der Gratbogen.

Die Stabilitäts-Untersuchung der Gratbogen der cylindrischen Kreuzgewölbe, mögen dieselben auf Kuf- oder auf Schwalbenschwanz-Verband zu wölben sein, läßt sich immer unter Benutzung der Grundlagen ausführen, welche für die statische Untersuchung der Tonnengewölbe maßgebend waren.

253.  
Kreuzgewölbe  
mit  
Kufverband.

Sind die von den Kappen auf die Gratbogen überführten Gewölbdrücke bekannt geworden, ist das Eigengewicht der Gratbogen, einschließlic einer etwa vorhandenen Belastung durch Uebermauerung oder durch Einzellasten u. f. w., bestimmt, so läßt sich, diesen äußeren, die Gratbogen angreifenden Kräften entsprechend, ein den Gleichgewichtszustand bewirkendes System von inneren nach gerufenen Kräften ermitteln und danach die Stärke, bezw. der Querschnitt der Gratbogen fest stellen.

Bei den auf Kuf gewölbten Kappen werden die auf die Gratbogen ausgeübten Gewölbdrücke nach gehöriger Vereinigung und dann nach entsprechender Zerlegung bei regelrechter Gestaltung des Gewölbes im Allgemeinen lothrechte und wagrechte Kräfte liefern, welche, wie in Art. 248 u. 249 angeführten Beispielen 1 u. 2 gezeigt ist, in der lothrechten Richtungs- oder Kräfteebene des zugehörigen Gratbogens liegen.

Bei den auf Schwalbenschwanz-Verband ausgeführten Kreuzgewölben sind die wagrechten Seitenkräfte jener Gewölbdrücke, wie aus dem in Art. 252 gegebenen Beispiele 3 zu entnehmen ist, bei einer fachgemäßen Anordnung der cylindrischen Laibungsflächen für sich im Gleichgewicht, so daß für den Gratbogen alsdann nur die lothrechten Seitenkräfte seiner Gewölbdrücke in Betracht zu ziehen sind.

Für das in Art. 248 (S. 363) bezeichnete Kreuzgewölbe mit Kufverband ist in der umstehenden Tafel die Stabilitäts-Untersuchung für den aus Quadermaterial vom Eigengewichte  $2,4^t$  für  $1\text{ cbm}$  herzustellenden Gratbogen  $G$  auf graphischem Wege vorgenommen. Derselbe bildet die Hälfte eines symmetrisch gestalteten und