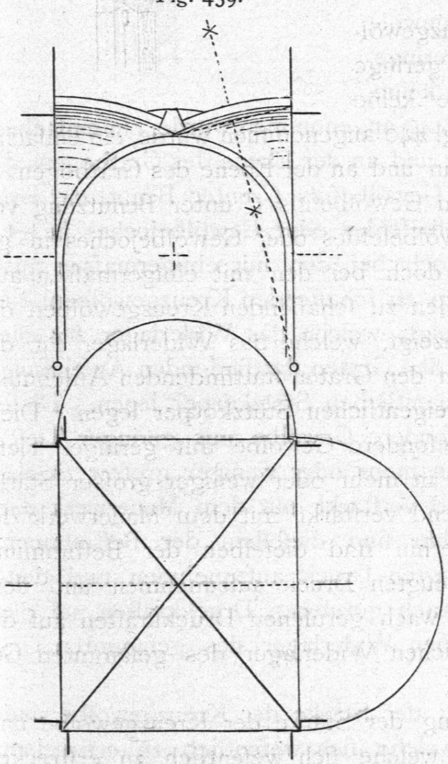
Kegelflächen leicht zu beftimmen. Bei der Gleichheit diefer Kegelflächen ift $ag = aw$. Noch fei bemerkt, dafs auch $fn = fk$ ift. Die Scheitellinien der Wölbflächen find offenbar Theile höchfter Seitenlinien der Kegelflächen, und danach ift die Stechungshöhe ue auch ohne Weiteres mittels der äufseren Seitenlinie ae zu erhalten.

Will man bei rechteckigen oder auch bei unregelmäfsigen Grundriffen kegelförmige Kappen mit cylindrifchen oder fphäroidifchen Gewölbflächen vereinigen, fo betrachtet man die Kegelfläche einer einzelnen Kappe als Ausgangsfläche und bringt alle übrigen Gewölbflächen davon in Abhängigkeit. Hierbei hat man nur wiederholt das im Vorhergehenden Gefagte in Anwendung zu bringen, fo dafs befondere Erörterungen hierzu nicht nöthig werden.

Den Gegenfatz zu den Kreuzgewölben mit Stechung, bezw. mit wagrecht liegenden Scheitellinien bilden die Kreuzgewölbe mit gefenktem Scheitelpunkte. Diefer Punkt liegt alsdann entweder tiefer als die Scheitelpunkte fämmtlicher Stirnbogen, oder nur tiefer als die Scheitelpunkte einzelner Randbogen. Eine folche Geftaltung der Kreuzgewölbe kann wohl bei rechteckigen Räumen vorkommen, wenn alle Stirnbogen Halbkreife werden follen und die Länge des Rechteckes feine Breite nicht zu fehr überwiegt. Alsdann kann nach Fig. 439 die Scheitelhöhe des Randbogens der fchmalen Seite gleich der Scheitelhöhe des Gewölbes felbft genommen werden, fo dafs die Kappen der fchmalen Seiten geraden Cylinderflächen angehören. Da die Scheitelpunkte der Halbkreife der langen Seiten höher liegen, als der Gewölbfcheitel, fo fällt die Scheitellinie der Kappen diefer Seiten vom Stirnbogen nach dem Gewölbfcheitel ab. Diefe Kappen werden alsdann am zweckmäfsigften mit fphäroidifchen Flächen behaftet. Die Ausmittelung diefer Flächen kann entfprechend den in Art. 236 (S. 345), bezw. Art. 240 (S. 353) Gefagten erfolgen. Im Allgemeinen ift die Anordnung von cylindrifchen Kreuzgewölben mit gefenktem Scheitel von weniger günftigem Eindrucke begleitet, als diejenige, wobei den Gewölbkappen eine entfprechende Stechung gegeben ift. 245. Kreuzgewölbe mit gefenktem Scheitel.

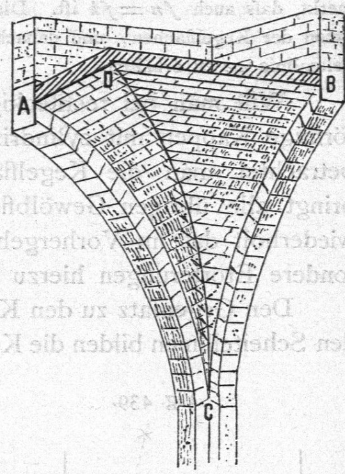
Fig. 439.



2) Stärke der cylindrifchen Kreuzgewölbe und ihrer Widerlager.

Die Gewölbkappen der cylindrifchen Kreuzgewölbe find Theile eines Tonnengewölbes, welche in der Ebene der Grate in Verbindung, bezw. in einer Schnittfläche zufammentreten oder beffer an einem felbftändig ausgeführten Gratkörper ihr Widerlager finden. Wie das Zufammenfügen der Gewölbkappen auch vorgenommen wird, immer wird im Wefentlichen die Summe der im Gewölbfyftem eines Kreuzgewölbes durch fein Eigengewicht und feine Belaftung wach gerufenen Kräfte auf den in der Kämpferebene gelegenen Fufs der Gewölbkappen übertragen. Da für 246. Grundlagen.

Fig. 440.



die zuſammengefügten Kappen die Fuſsflächen ſich ſtreng genommen auf eine gerade Linie herabmindern würden, ſo folgt, daſs bei den Kreuzgewölben in der Ausführung für den Gewölbefuſs nicht eine Linie, bezw. eine Schneide, ſondern eine wirkliche Widerlagsfläche mit darunter befindlichem Stützkörper zu ſchaffen iſt. Dieſe Stützkörper, welche immer am Fuſse der zuſammentretenden Stirn- und Gratbogen, alſo, der Geſtaltung des Kreuzgewölbes gemäſs, an den Ecken der mit Kreuzgewölben zu überdeckenden Räume oder an den Ecken der einzelnen Raumabtheilungen gröſserer Räume anzulegen ſind, bilden die Widerlager der Gewölb-Conſtruction.

Wenn nun auch bei untergeordneten Kreuzgewölben, d. h. ſolchen Gewölben, welchen nur eine geringe Spannweite und auſser ihrem Eigengewichte keine weitere Belaſtung zugewieſen wird, wie nach Fig. 440 angenommen wurde, ein einfaches Zuſammenfügen der Gewölbkappen *A* und *B* in und an der Ebene des Gratbogens *D* möglich iſt und hiernach ein Stützkörper am Gewölbefuſs *C* unter Benutzung von beſonderen Gurt- oder Scheidebogen des Gewölbefeldes oder Gewölbejoches in geeigneter Weiſe gebildet werden kann, ſo iſt doch bei den mit einigermaſsen ausgedehnteren Spannweiten in gewöhnlichen Fällen zu ſchaffenden Kreuzgewölben die Herſtellung von beſonderen Gratkörpern angezeigt, welche das Widerlager für die Gewölbkörper auf der ganzen Strecke ihrer an den Graten ſtattfindenden Anlehnung bieten und in ihren Fuſsflächen ſich auf den eigentlichen Stützkörper legen. Dieſe Körper der Grate werden zweckmäſsig als beſondere Gewölbe mit geringer Tiefe, gleichſam als Träger der Kreuzgewölbkappen, in mehr oder weniger groſser Stärke ſelbſtändig für ſich ausgeführt oder entſprechend verſtärkt mit dem Mauerwerk der Kappen in Zuſammenhang gebracht. Immerhin ſind dieſelben der Beſtimmung unterworfen, den von den Gewölbkappen erzeugten Druck aufzunehmen und denſelben in Verbindung mit den in ihnen ſelbſt wach gerufenen Druckkräften auf die vorhin bezeichneten Stützkörper oder eigentlichen Widerlager des geſammten Gewölbſyſtems zu übertragen.

Aus dieſen Gründen ſind zur Ermittelung der Stärke der Kreuzgewölbe und ihrer Widerlager Unterſuchungen anzuſtellen, welche ſich weſentlich zu erſtrecken haben auf die Stabilität:

α) der Gewölbkappen,

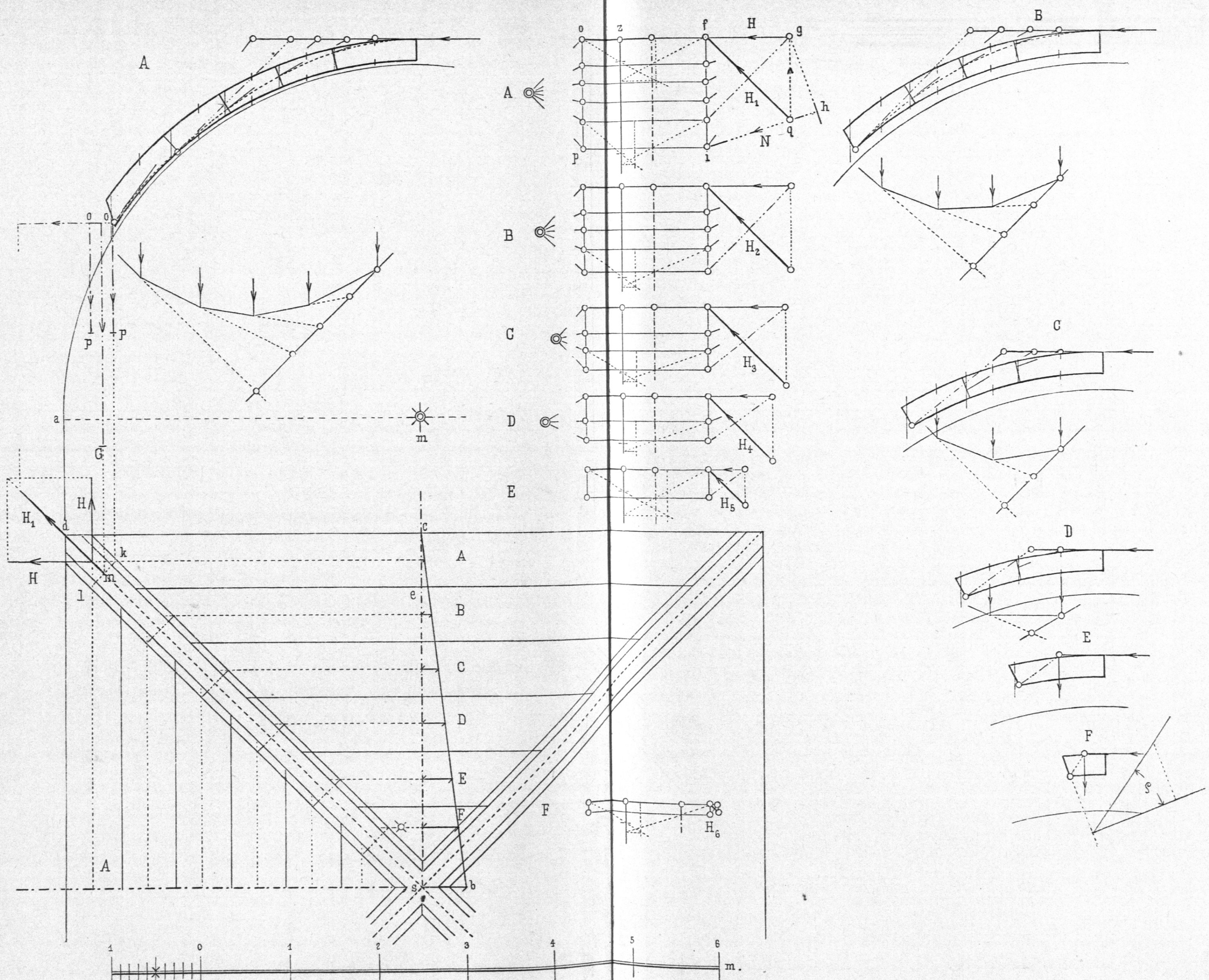
β) der Gratbogen und

γ) der Widerlager an den Ecken des Gewölbes.

Hierzu kommt noch bei der beſonderen Einwölbungsart der cylindriſchen Kreuzgewölbe auf Schwalbenſchwanz-Verband die Unterſuchung der Stabilität der Stirnmauern des Gewölbes.

α) Stabilität der Gewölbkappen.

247. Verfahren. Bei der Einwölbung der Gewölbkappen auf Kuf zerlegt man jede Kappe, einſchlieſslich ihrer Belaſtung, durch lothrechte und parallel zu ihrer Stirnmauer geſtellte Ebenen in einzelne ſchmale Elementarſtreifen. Dieſelben bilden kleine



Stabilitäts-Unterfuchung eines cylindrifchen Kreuzgewölbes über quadratifchem Grundrifs.

Tonnengewölbe, die ihr Widerlager an den Gratbogen finden, welche die Kappen von einander fcheiden. Die ftatifche Unterfuchung jedes einzelnen Elementarftreifens kann alfo ganz in derfelben Weife, wie beim Tonnengewölbe in Art. 136 (S. 181) gezeigt wurde, erfolgen.

Bei der Einwölbung der Kappen auf Schwalbenfchwanz-Verband zerlegt man jede derfelben, einfchliefslich ihrer Belaftung, in Elementarftreifen, welche durch lothrechte und rechtwinkelig zum Grat geftellte Ebenen begrenzt find und fich auf der Scheitellinie jeder Kappe an einander lehnen. Jeder Elementarftreifen ift alsdann im Allgemeinen ein fchmales einhüftiges Gewölbe, deffen Stabilität nach dem in Art. 146 (S. 208) Gefagten geprüft werden kann.

Die befondere Unterfuchung der Gewölbkappen foll nach diefen allgemeinen Grundlagen an einzelnen Beifpielen gezeigt werden. 248. Beifpiel 1.

Beifpiel 1. Der Grundrifs eines cylindrifchen Kreuzgewölbes mit Stechung (fiehe die neben ftehende Tafel) fei ein Quadrat von 8 m Seitenlänge. Die Stirnbogen find für alle vier Seiten Halbkreife mit dem Halbmeffer ma. Die Stechungshöhe des Gewölbes ift sb. Die Einwölbung erfolge mit Backfteinmaterial vom Eigengewicht 1,6 auf Kufverband. Die Breite der felbftändig aus Quadermaterial vom Eigengewicht 2,4 ausgeführten Gratbogen ds fei zu 0,40 m gewählt. Von einer befonderen fremden Belaftung des Gewölbes ift Abftand genommen. Ift folche vorhanden, fo wird das Wefen der Unterfuchung an fich nicht geändert. Die Elementarftreifen A, B ... F der einzelnen Kappen mögen eine fonft beliebig genommene Breite befitzen; hier ift denfelben eine gleiche Breite ce gegeben.

Um von vornherein die für die einzelnen Elementarftreifen bei den auf graphifchem Wege zu beftimmenden Gewichtsftrecken noch durch genau und deutlich darzuftellende Linien zu erhalten, felbft wenn die Breiten diefer Streifen von einander abweichen oder an fich ziemlich fchmal genommen find, oder wenn felbft das Eigengewicht der Streifen verfchieden wäre, kann ein einfaches Zufammenfügen einzelner graphifcher Conftructionen in Anwendung gebracht werden. Da diefe Conftructionen auch fpäter bei der ftatifchen Unterfuchung von Kuppelgewölben, bezw. von Kreuzgewölben mit bufigen Kappen benutzt werden, fo foll hier gleich eine allgemeine Behandlung der für die vorliegenden Zwecke erforderlichen graphifchen Ausmittelung der Linienwerthe für den Inhalt prismatifcher Körper, bezw. der Gewichtswerthe derfelben eintreten. 249. Rauminhalt prismatifcher Körper.

Ein prismatifcher Körper von der Breite b Met., der Höhe h Met. und der Dicke gleich 1 m befitzt den körperlichen Inhalt

$$V = b \cdot h \cdot 1 \text{ Cub.-Met.} \quad \ldots \quad 226.$$

Soll diefer Werth von V dargeftellt werden durch die Mafszahl einer Linie x, multiplicirt mit einer beliebig gewählten Mafszahl B (Bafiszahl, bezw. Bafis) einer anderen Linie, fo mufs

$$b \cdot h \cdot 1 = Bx, \quad \ldots \quad 227.$$

oder

$$\frac{x}{h} = \frac{b}{B} \quad \ldots \quad 228.$$

fein. Wie in Art. 143 (S. 197) angegeben, kann hiernach x bei gegebener Bafis B in bekannter Weife conftruirt werden. Befitzt nun ein prismatifcher Körper K (Fig. 441) eine Breite b Met., eine Höhe h Met. und eine mittlere Dicke d Met., fo ift fein Inhalt

$$v = b\,h\,d \text{ Cub.-Met.} \quad \ldots \quad 229.$$

Soll nunmehr diefer Werth durch die Mafszahl einer Linie w, multiplicirt mit der feft gefetzten Bafiszahl B, dargeftellt werden, fo ift

$$v = b\,h\,d = B\,w \quad \ldots \quad 230.$$

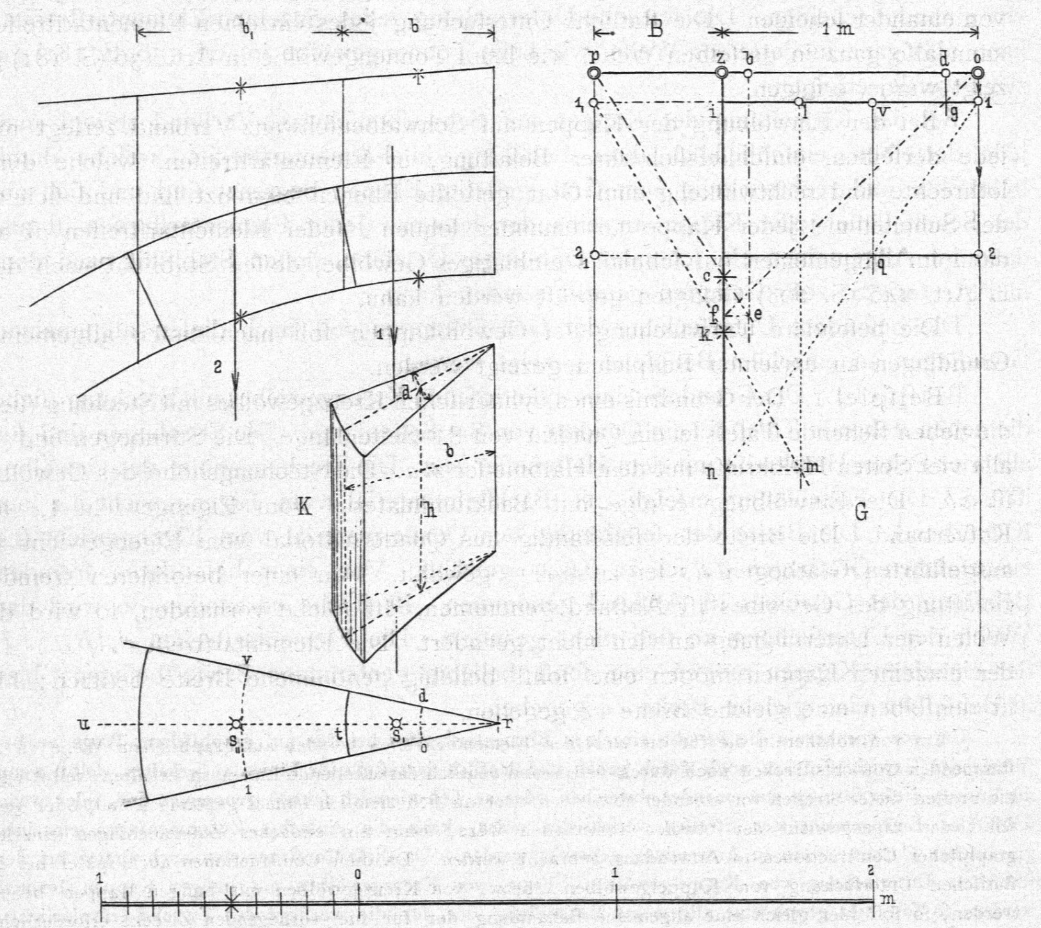
zu fetzen. Da aber nach Gleichung 227: $b\,h = \frac{Bx}{1}$ ift, fo wird auch

$$\frac{Bx}{1}\,d = Bw, \quad \ldots \quad 231.$$

woraus

$$\frac{x}{1} = \frac{w}{d} \quad \ldots \quad 232.$$

Fig. 441.



folgt. Sobald x gezeichnet ist, kann hiernach w gleichfalls durch Zeichnung gefunden werden. Beachtet man, dafs, je kleiner die Basis B genommen wird, die Länge x und danach auch die Länge w desto gröfser erhalten wird, so kann in jedem Falle ein entsprechend deutlicher Plan für jene Linienwerthe angefertigt werden. Ist weiter γ Tonnen das Gewicht von 1 Cub.-Met. des betrachteten Körpers, dessen Inhalt durch Bw ausgedrückt wird, so ist sein Gewicht

$$G = Bw\gamma \text{ Tonnen} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 233.$$

In der Zeichnung ist die Basis $B = pz = 0{,}5^{\mathrm{m}}$. Die Strecke zo ist gleich 1^{m} zu nehmen.

Durch p, z und o werden lothrechte Linien gezogen. Trägt man auf der Linie po die Breite $b = pb$ des Körpers ab, zieht man alsdann die Lothrechte be, schneidet man auf der z-Linie die Strecke zc gleich der Höhe h des Körpers ab und zieht man durch p und c einen Strahl, bis derselbe gehörig verlängert die durch b geführte Lothrechte in e schneidet, so ist be gleich dem Werthe x der Gleichung 228. Nimmt man nunmehr auf der z-Linie die Strecke $zf = be = x$, trägt man die mittlere Dicke d des Körpers auf der Linie po von o aus als $od = d$ ab und zieht man durch den Punkt d die Lothrechte, so erhält man nach Führung des Strahles of sofort auf dieser Lothrechten den Schnitt g und in der Strecke dg den Linienwerth w. Denn es ist

$$\frac{zf}{1} = \frac{dg}{od}, \quad \text{d. h.} \quad \frac{x}{1} = \frac{w}{d},$$

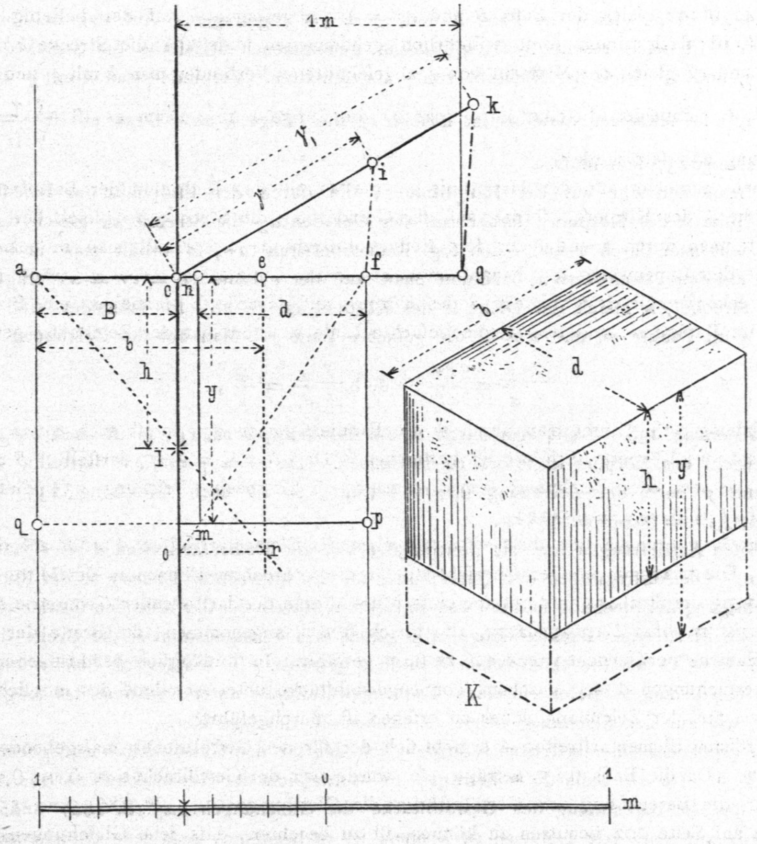
entsprechend der Gleichung 232. Zieht man durch g die Parallele $1\,1'$ zu po, so ist auch $o\,1 = p1' = w$.

Fährt man unter Benutzung der Linie $1\,1$, in gleicher Weise, wie aus der Zeichnung ersichtlich, zur Bestimmung des Linienwerthes $w = vq = 1\,2 = 1{,}2$, für einen zweiten Körper fort, so erhält man die Aneinanderreihung der für den Inhalt der Körper mafsgebenden Strecken.

Nach der Zeichnung ist $o\,1 = w = 0{,}11$ m. Da $B = 0{,}5$ m, so ist nach Gleichung 230 $v = 0{,}5 \,.\, 0{,}11 = 0{,}055$ cbm. Wiegt 1 cbm 1,6 t, so ist nach Gleichung 233: $G = 0{,}055 \,.\, 1{,}6 = 0{,}088$ t $= 88$ kg. Hiernach ist der Plan G auch ohne Weiteres als Gewichtsplan, bezw. als Kräfteplan zu verwerthen.

Sind die Inhalte, bezw. die Gewichte von einer Reihe nach einander zusammengefügter Körper, welche verschiedene Eigengewichte besitzen, in einem Gewichtsplane zusammenzutragen, so sind die einzelnen Gewichtsstrecken auf ein und dasselbe Eigengewicht, welches irgend einem einzigen gewählten Körper angehört, zurückzuführen. Dann kann die Bestimmung der Gewichtsstrecken nach Fig. 442 in folgender Weise geschehen.

Fig. 442.



Der Körper K, dessen Inhalt $V = b\,h\,d$ Cub.-Met. ist, besitze ein Gewicht $\gamma_,$ Tonnen für 1 cbm. Alsdann ist das Gewicht desselben

$$G = b\,h\,d\,\gamma_, \text{ Tonnen} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 234.$$

Ist nun das zu Grunde zu legende Gewicht, welches für alle Körper bei der Ermittelung der Gewichtsstrecken eingeführt werden soll, gleich γ Tonnen für 1 cbm, ist ferner der gesuchte Linienwerth y von einer solchen Grösse, dass der Körper, welchem diese Strecke y zukommt, unter Multiplication mit der fest gesetzten Basiszahl B in seinem Inhalte v, entsprechend der Gleichung 230, durch By ausgedrückt erscheint, so ist sein Gewicht $G_,$ zu berechnen als

$$G_, = B\,y\,\gamma \text{ Tonnen} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 235.$$

Soll nun $G_,$ dieselbe Grösse wie G darstellen, so muss nach den Gleichungen 234 u. 235

$$b\,h\,d\,\gamma_, = B\,y\,\gamma$$

werden. Da nach Gleichung 227: $b\,h = B\,x$ zu setzen ist, so folgt auch $B\,x\,d\,\gamma_, = B\,y\,\gamma$ oder

$$x\,d\,\gamma_, = y\,\gamma.$$

Hieraus entspringt der Ausdruck

$$\frac{x\,d}{y} = \frac{\gamma}{\gamma_,} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 236.$$

Setzt man $\frac{\gamma}{\gamma_{,}} = \lambda$, d. h. auch

$$\frac{\gamma}{\gamma_{,}} = \frac{\lambda}{1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 237.$$

fo läfft fich λ conftruiren.

Nachdem λ beftimmt ift, ergiebt fich nach Gleichung 236: $\frac{x\,d}{y} = \lambda$ nunmehr der Ausdruck

$$\frac{y}{d} = \frac{x}{\lambda}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 238.$$

wonach die gefuchte Strecke y durch Zeichnung ermittelt werden kann.

In Fig. 442 ift ac gleich der Bafis B und $cg = 1^{m}$ abgetragen. Auf der beliebig durch c gezogenen Linie ck ift nach einem fonft willkürlich genommenen Mafsftabe die Strecke ck gleich der Mafszahl von $\gamma_{,}$ und ci gleich der Mafszahl von γ abgefchnitten. Verbindet man k mit g und zieht zu kg die Parallele if, fo fchneidet diefelbe im Stücke cf die Länge λ ab. Denn es ift $\frac{\gamma}{\gamma_{,}} = \frac{cf}{1} = \frac{\lambda}{1}$, wie nach Gleichung 237 fein mufs.

Nimmt man nunmehr auf der Hauptlinie c, die durch den Endpunkt der Bafisftrecke B geht, cl gleich der Höhe h des Körpers, ferner auf der Geraden ag die Strecke ae gleich der Breite b des Körpers, und zieht man durch a und l den fog. Reductionsftrahl ar, fo erhält man in bekannter Weife die Länge er als den Linienwerth x. Nimmt man auf der c-Linie $co = er = x$, trägt fodann aber von f aus die Strecke fn gleich der Dicke d des Körpers auf fa ab, fo fchneidet ein Strahl fo die Lothrechte in n im Punkte m, und nm ift die gefuchte Linie y. Man hat der Zeichnung gemäfs

$$\frac{y}{d} = \frac{co}{cf}, \quad \text{d. h.} \quad \frac{y}{d} = \frac{x}{\lambda},$$

entfprechend Gleichung 238. Zieht man durch m die Parallele pq zu ag, fo ift auch $aq = fp = y$.

Das Gewicht des Körpers ift fofort zu beftimmen. Da $ci = \gamma = 1{,}6^{t}$ darftellt, $B = 0{,}5^{m}$ genommen ift und y nach der Zeichnung $0{,}86^{m}$ beträgt, fo ift nach Gleichung 235 diefes Gewicht $G_{,} = 0{,}5 \,.\, 0{,}86 \,.\, 1{,}6^{t} = 0{,}688^{t} = 688^{kg}$.

250. Beifpiel 1, Fortfetzung. Nach diefen Ausführungen find die Gewichtsftrecken der Elementarftreifen A bis F auf der Tafel bei S. 363 beftimmt. Die Austragungen der Querfchnitte für die lothrechten Ebenen in der Mitte der Streifen unter Berückfichtigung der Stechung find mit den einfachften Mitteln der darftellenden Geometrie zu bewirken. Die Gewölbftärke ift zu einer Backfteinlänge, alfo gleich $0{,}25^{m}$, angenommen; die Breite der Streifen beträgt $0{,}6^{m}$. Die Bafis oz der Gewichtsftrecken ift zu $0{,}5^{m}$ gewählt. In hinlänglich befchriebener Weife find die Stabilitäts-Unterfuchungen diefer einzelnen Tonnengewölbftücke unter Annahme des möglichft kleinften Gewölbfchubes, wie aus der Zeichnung näher zu erfehen ift, durchgeführt.

Für den gröfsten Elementarftreifen A ergiebt fich der für den Gewölbfchub mafsgebende Werth der Linie gf zu $0{,}95^{m}$. Da die Bafis $0{,}5^{m}$ beträgt, fo würde fich der Gewölbfchub zu $0{,}95 \,.\, 0{,}5 = 0{,}475^{qm}$ ergeben. Um für die Berechnung der Gewölbftärke die Gleichungen 145 (S. 186) und 150 (S. 187), bezw. die Tabelle auf Seite 202 benutzen zu können, ift zu beachten, dafs jene Gleichungen, bezw. jene Tabelle unter der Annahme einer Gewölbtiefe gleich der Längeneinheit (gleich 1^{m}) aufgeftellt find. Würde alfo der Streifen A ftatt einer Breite von $0{,}6^{m}$ eine folche von 1^{m} befitzen, fo würde fich der Gewölbfchub ergeben zu

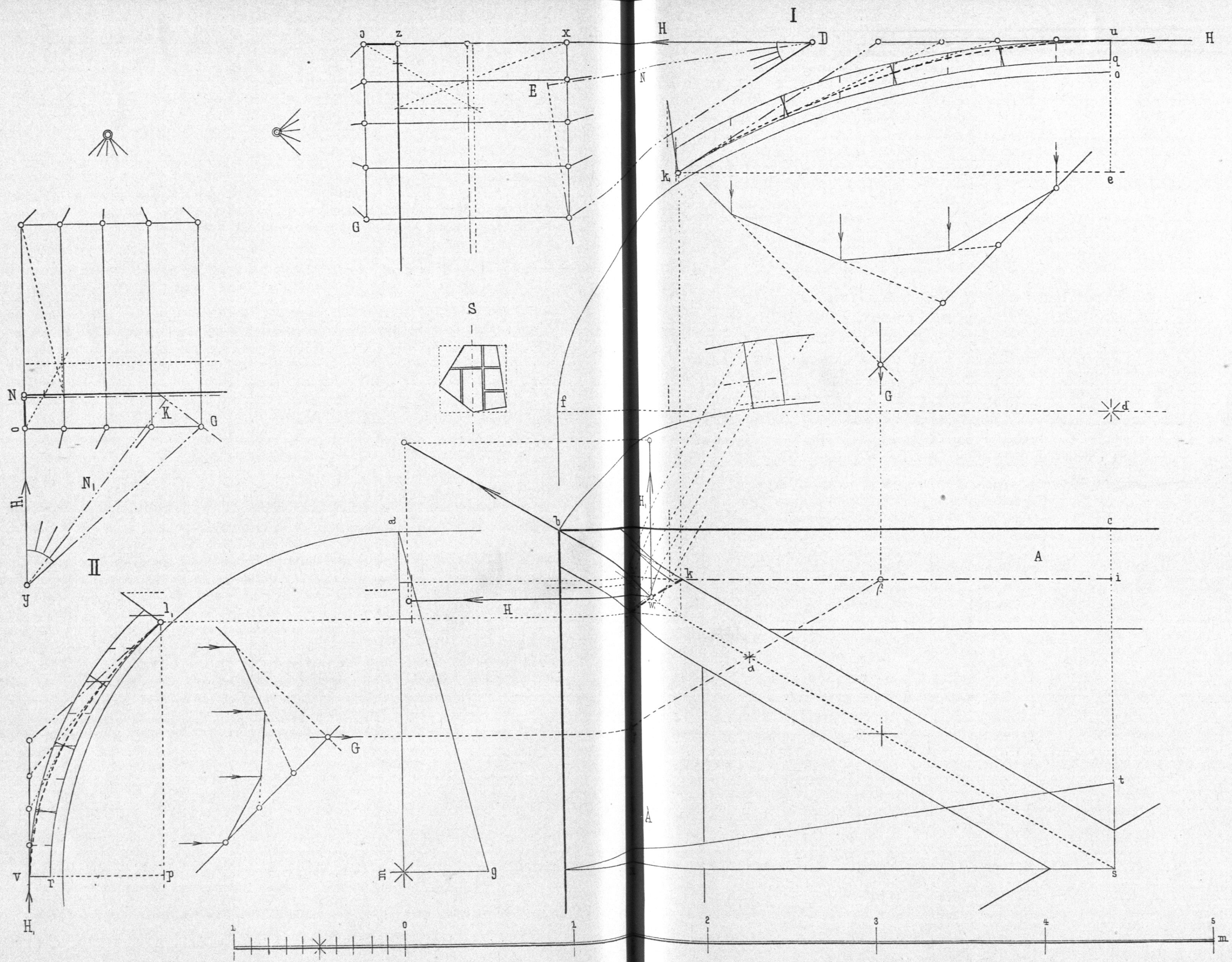
$$H = \frac{1}{0{,}6} \,.\, 0{,}475 = 0{,}79 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 202 erfordert diefer Gewölbfchub nicht ganz eine Backfteinlänge als Gewölbftärke.

In gleicher Art findet man den Normaldruck des Streifens A für die Widerlagsfuge unter Verwerthung der Linie $hi = 1{,}4^{m}$ zu

$$N = \frac{1}{0{,}6} \,.\, 1{,}4 \,.\, 0{,}5 = 1{,}16 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

Auch für diefe Zahl giebt die Tabelle auf Seite 202 keine über $0{,}25^{m}$ gehende Gewölbftärke. Die für die Kappen angenommene Gewölbftärke ift alfo ausreichend. Da alle übrigen Gewölbftreifen kleineren Gewölbfchüben unterliegen, die Prüfung der fämmtlichen Streifen den Gleichgewichtszuftand gegen Drehen und gegen Gleiten (Reibungswinkel ρ bei F) bekundet, fo können die Gewölbkappen als ftabil gelten. Der Einflufs, welcher von den Gewölbftreifen durch ihre Gewichte und ihre Gewölbfchübe auf den Grat aus-



Stabilitäts-Unterfuchung eines cylindrifchen Kreuzgewölbes über rechteckigem Grundrifs.

geübt wird, ift ohne Weiteres für den Streifen A bei m zu erkennen. Gegen den Grat treten die beiden hier gleichen Streifen A mit einem Gewölbfchube $g\,i$ des Gewichtsplanes A. Die Angriffspunkte k und l derfelben liegen am Grat in einer wagrechten Linie $k\,l$. Zerlegt man die in k und l angreifenden Gewölbfchübe $g\,i$ in ihren lothrechten Kräfteebenen je in eine wagrechte Seitenkraft $H = gf = qg$ und in eine lothrechte Seitenkraft $fi = op$, fo laffen fich zunächft H und H zu einer wagrechten Mittelkraft $H_{,}$ zufammenfetzen, welche nunmehr in der lothrechten Mittelebene ds des Gratbogens liegt und deren Angriffspunkt nach m in der wagrechten Linie $k\,l$ zu legen ift. Diefes Zufammenfetzen der Kräfte H ift im Gewichtsplane durch das Kräftedreieck qgf vorgenommen. Sodann laffen fich auch die lothrechten in k und l wirkenden Kräfte op zu einer einzigen Mittelkraft G, hier gleich $2\,op$, zufammenfetzen, deren Richtung gleichfalls durch m geht, fo dafs nunmehr der Gratbogen aufser feinem Eigengewichte vor allen Dingen im Punkte m, deffen Lage in jedem Falle leicht ermittelt werden kann, vom Streifen A durch die Kräfte $H_{,}$ und G beanfprucht wird. Auf demfelben Wege find, wie in den Kräfte- oder Gewichtsplänen der einzelnen Streifen angegeben, auch alle von den Elementarftreifen herrührenden und für den Gratbogen in Rechnung tretenden Kräfte aufzufinden. Von diefen Kräften wird bei der Beftimmung der Stärke der Gratbogen unter β Gebrauch gemacht werden.

Beifpiel 2. Der Grundrifs eines cylindrifchen Kreuzgewölbes mit Stechung (fiehe die neben ftehende Tafel) fei ein Rechteck von $4{,}0$ m Breite und $6{,}9$ m Länge. Die Stirnbogen der fchmalen Seite find Halbkreife mit dem Halbmeffer ma; diejenigen der langen Seite hingegen, da fämmtliche Randbogen eine gleich grofse Pfeilhöhe erhalten follen, find Halbellipfen mit der halben grofsen Axe bc, bezw. fd und der halben kleinen Axe $de = ma$. Die Stechungshöhe des Gewölbes ift $mg = st = 0{,}5$ m. Die Einwölbung foll auf Kufverband mit Backfteinmaterial vom Eigengewicht $1{,}6$ erfolgen. Die Grate find gleichfalls aus Backftein von $1\frac{1}{2}$ Stein Breite und $1\frac{1}{2}$ Stein Höhe mit entfprechenden Widerlagsflächen für die Gewölbkappen herzurichten. 251. Beifpiel 2.

Da es für die Beftimmung der Gewölbftärke ausreichend ift, die am weiteften gefpannten Elementarftreifen von je zwei an einem Gratbogen zufammentretenden Kappen ftatifch zu unterfuchen, fo find hier die beiden Elementarftreifen A und $A_{,}$, welche unmittelbar an den Stirnbogen der Seiten des Rechteckes liegen, in Betracht gezogen. Die lothrechten Mittelebenen, welche zugleich Kräfteebenen der Streifen find, ftehen parallel zu den Stirnebenen. Sie fchneiden fich in einer lothrechten Linie, welche die Gratlinie über bs in einem Punkte trifft, deffen wagrechte Projection h wird. Bei diefer Beftimmung der Kräfteebenen, welche durch die von einander abhängige Zerlegung der Kappen in ihre Elementarftreifen bedingt ift, entftehen bei einem rechteckigen Grundriffe ftets zwei am Grat zufammenlaufende Streifen von verfchiedener Breite, wobei aber das Verhältnifs der Breite b des fchmalen Streifens A zur Breite B des anliegenden Streifens $A_{,}$ ftets durch

$$\frac{b}{B} = \frac{cs}{bc} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 239.$$

auszudrücken ift. Auch für die Weite der Elementarftreifen ergiebt fich ein Zufammenhang, indem aus leicht erfichtlichen Gründen

$$\frac{ki}{ln} = \frac{bc}{cs} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 240.$$

wird. Da nun aufserdem vermöge der Geftaltung der Laibungsflächen der cylindrifchen Kappen auch beim Vorhandenfein einer Stechung die Anfchlufspunkte $k_{,}$, bezw. l, der mittleren Wölblinien folcher Streifen A und $A_{,}$ an der Widerlagsfläche am Grat eine gleiche Höhenlage über der Kämpferebene erhalten, fo ift die gerade Verbindungslinie diefer Punkte, deren wagrechte Projection $k\,l$ ift, auch eine wagrechte Linie. Ferner ift zu beachten, dafs die Pfeilhöhen oq und pr in Folge der regelrechten Ausmittelung der mittleren Wölblinie der Streifen A und $A_{,}$, wie folche nach der grundlegenden Geftaltung (fiehe Art. 241, S. 355) der Gewölbflächen zu gefchehen hat, einander gleich werden. Ift nun die Stärke beider Elementarftreifen, wie bei der Ausführung der Fall, wiederum diefelbe, fo ift auch $ou = pv$, d. h. die höchften Punkte einer gedachten Scheitelfuge der fymmetrifch gebildeten kleinen Tonnengewölbe, welche für die Elementarftreifen nur zur Hälfte berückfichtigt zu werden brauchen, liegen in einer wagrechten Ebene. Weiter ift zu berückfichtigen, dafs, wenn F die Gröfse der mittleren Schnittfläche des längeren Streifens A und f diejenige der mittleren Schnittfläche des kürzeren Streifens $A_{,}$ ift, auch in Abhängigkeit von der Geftaltung des Gewölbes

$$\frac{F}{f} = \frac{bc}{cs} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 241.$$

wird. Bei gleicher Stärke d der Elementarstreifen wird der Inhalt V des Körpers A von der Breite b gleich bF und der Inhalt $V_{,}$ des Körpers $A_{,}$ von der Breite B gleich Bf; mithin ist

$$\frac{V}{V_{,}} = \frac{bF}{Bf},$$

d. h. unter Anwendung der Gleichungen 239 u. 241

$$\frac{V}{V_{,}} = \frac{cs}{bc} \cdot \frac{bc}{cs} = 1$$

oder

$$V = V_{,} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 242.$$

Demnach sind bei gleichem Wölbmaterial auch die Gewichte G der beiden Gewölbstreifen A und $A_{,}$ einander gleich. Hieran würde auch nichts geändert, wenn beide Gewölbstreifen A und $A_{,}$ eine das Verhältniss $\frac{F}{f} = \frac{bc}{cs}$ nicht umgestaltende fremde Belastung über dem Rücken aufzunehmen hätten. Das Gewicht G wirkt im Abstande βk vom Widerlagspunkte k, der Mittellinie des Streifens A, während das gleiche Gewicht G des Streifens $A_{,}$ im Abstande γl vom Widerlagspunkte l, der Mittellinie des Streifens $A_{,}$ angreift. Wieder ist zu beachten, dass

$$\frac{\beta k}{\gamma l} = \frac{bc}{cs} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 243.$$

ist. Entsprechend Gleichung 135 (S. 183) ergiebt sich der Gewölbschub H des Streifens A als

$$H = G \frac{\beta k}{ou} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 244.$$

und der Gewölbschub $H_{,}$ des Streifens $A_{,}$ als

$$H_{,} = G \frac{\gamma l}{pv},$$

oder da, wie vorhin angegeben, $pv = ou$ ist,

$$H_{,} = G \frac{\gamma l}{ou} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 245.$$

Aus den Gleichungen 244 u. 245 erhält man sofort $\frac{H}{H_{,}} = \frac{\beta k}{\gamma l}$, d. h. nach Gleichung 243

$$\frac{H}{H_{,}} = \frac{bc}{cs} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 246.$$

Die auf die Widerlagsflächen der Streifen am Gratbogen treffenden Gewölbschübe zerlegen sich für den Streifen A im Punkte $k_{,}$, bezw. k in die lothrechte Seitenkraft G und in die wagrechte Kraft H, eben so für den Streifen $A_{,}$ im Punkte $l_{,}$, bezw. l in eine lothrechte Seitenkraft ebenfalls gleich G und in die wagrechte Kraft $H_{,}$. Die aus G und G entspringende Mittelkraft gleich $2G$ geht durch den Halbirungspunkt w der wagrechten Geraden kl. Der Punkt w ist aber ein Punkt der lothrechten Gratebene bs, welche die Bogenlinie des Grates enthält. Setzt man die durch $k_{,}$ und $l_{,}$, bezw. k und l gehenden wagrechten Kräfte H und $H_{,}$ im Verfolg ihrer Lage in h zu einer Mittelkraft zusammen, so fällt vermöge der Beziehung 246 diese Mittelkraft gleichfalls in diese Richtungsebene bs des Gratbogens. Da schliesslich h die gleiche Höhe über der wagrechten Kämpferebene des Gewölbes wie der Punkt w besitzt, so folgt, weil der Angriffspunkt der Mittelkraft aus H und $H_{,}$ in ihrer Richtung von h nach w verlegt werden darf, dass der Gratbogen in vortheilhafter Weise in seiner Richtungsebene bs, welche zugleich Kräfteebene des Grates sein soll, in dem ermittelten Punkte w durch die lothrechte Mittelkraft $2G$ und die wagrechte Mittelkraft aus H und $H_{,}$, welche von den Gewölbdrücken der Elementarstreifen A und $A_{,}$ herrühren, beansprucht wird. Würde man in gleicher Weise für alle entsprechend geordneten Elementarstreifen der an einem Grat zusammentretenden Gewölbkappen die Ermittelung der Kräfte durchführen, so würde auch hieraus eine Beanspruchung des Grates in seiner Kräfteebene bs sich kennzeichnen.

Dieses für die Construction, bezw. für die Gestaltung und praktische Ausführung der cylindrischen Kreuzgewölbe über rechteckigen Grundrissen äusserst wichtige Ergebniss, dessen Erzielung bei der Durchführung derartiger Gewölbe eigentlich zur Forderung erhoben werden muss, hat sich in einem anderen Gewande auch durch die in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Art. 485, S. 453 [177]) dieses »Handbuches« geführten Untersuchungen herausgestellt.

---

[177]) 2. Aufl.: Art. 279, S. 263.

Die auf üblichem Wege angeftellte ftatifche Unterfuchung der Gewölbftreifen A und A_1 unter Berückfichtigung des möglichft kleinften Horizontalfchubes ift aus den Plänen I und II der Tafel bei S. 367 zu erfehen.

Nach der Zeichnung erhält man für die Strecke Dx im Plane I die Länge von $1{,}60$ m, für die Strecke yo im Plane II die Länge von $0{,}93$ m. Hiernach ift $\frac{Dx}{yo} = \frac{1{,}60}{0{,}93} = 1{,}72$.

Da nun bc als halbe Rechteckfeite gleich $\frac{6{,}9}{2} = 3{,}45$ m und $cs = \frac{4}{2} = 2$ m ift, fo würde $\frac{bc}{cs} = \frac{3{,}45}{2} = 1{,}725$ fein; folglich find die gemeffenen Strecken Dx und yo in recht guter Uebereinftimmung erhalten.

Die Breite des Streifens A ift zu $0{,}60$ m angenommen, und fomit ergiebt fich die Breite des Streifens A_1 in Uebereinftimmung mit der Zeichnung nach Gleichung 239 zu $B = 0{,}60 \cdot \frac{3{,}45}{2} = 1{,}035$ m. Da die Dicke der Wölbftreifen $qu = rv$ für beide Stücke diefelbe ift, fo erhält man auch die Gewichtsftrecken, bezw. Flächenwerthe oder Körperinhalte in beiden Plänen I und II als oG in der Zeichnung von gleicher Gröfse trotz verfchiedener Breite der Lamellen der einzelnen Gewölbflächen, wie es nach der Rechnung, entfprechend Gleichung 242, fein foll. Der Horizontalfchub H ergiebt fich für den Streifen A, da die Bafis oz zur Reducirung der Kräfte (Gewichte) gleich $0{,}2$ m gewählt wurde, als $H = 1{,}6 \cdot 0{,}2 = 0{,}32$ Quadr.-, bezw. Cub.-Met., während der Horizontalfchub des Streifens A_1 fich zu $H_1 = 0{,}93 \cdot 0{,}2 = 0{,}186$ Quadr.-, bezw. Cub.-Met. beftimmt.

Um die Gewölbftärke berechnen zu können, ift, wie im Beifpiel 1, der Horizontalfchub der Streifen wiederum bei jedem derfelben für eine Tiefe gleich der Längeneinheit, alfo gleich 1 m, zu ermitteln. Hiernach wird der für den Streifen A von der Breite $0{,}60$ m zu beachtende Gewölbfchub

$$\mathfrak{H} = \frac{1}{0{,}6} \cdot 0{,}32 = 0{,}533 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

und der für den Streifen A_1 geltende Gewölbfchub

$$\mathfrak{H}_1 = \frac{1}{1{,}72} \cdot 0{,}186 = 0{,}108 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 202 erfordert der Gewölbfchub $\mathfrak{H}$ des Hauptftreifens der weiteften Kappe eine Stärke, welche zwifchen $^1/_2$ Stein und 1 Stein als Durchfchnittswerth liegt, während für einen Hauptftreifen der fchmalen Kappe, dem Gewölbfchube $\mathfrak{H}_1$ entfprechend, eine Gewölbftärke von $^1/_2$ Stein völlig genügt.

Für den Normaldruck $\mathfrak{N}$, bezogen auf die Tiefe gleich 1 m, wird für die Widerlagsfuge des Hauptftreifens der weiteften Kappe am Grat, da DE im Plan I gleich $1{,}74$ m, alfo $N = 1{,}74$. Bafiszahl $= 1{,}74 \cdot 0{,}2 = 0{,}348$ Quadr.-, bezw. Cub.-Met. ift,

$$\mathfrak{N} = \frac{1}{0{,}6} \cdot 0{,}348 = 0{,}58 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 202 erfordert diefer Druck eine Gewölbftärke von nicht ganz $^1/_2$ Stein. Läfft man, da der wagrechte Schub $\mathfrak{H}$ diefes Streifens eine etwas gröfsere Gewölbftärke erfordert, als der Normaldruck $\mathfrak{N}$, bei fehr gutem Backfteinmaterial eine etwas ftärkere Preffung hier als zuläffig gelten, fo kann auch die $6{,}9$ m weite Kappe des unterfuchten Gewölbes mit $^1/_2$ Stein Stärke, wie in der Zeichnung angenommen ift, beibehalten werden.

Der Normaldruck $\mathfrak{N}_1$ der fchmalen Kappe wird, da yK im Plane II zu $1{,}38$ m gefunden ift, berechnet als

$$\mathfrak{N}_1 = \frac{1}{1{,}72} \cdot 1{,}38 \cdot 0{,}2 = 0{,}16 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

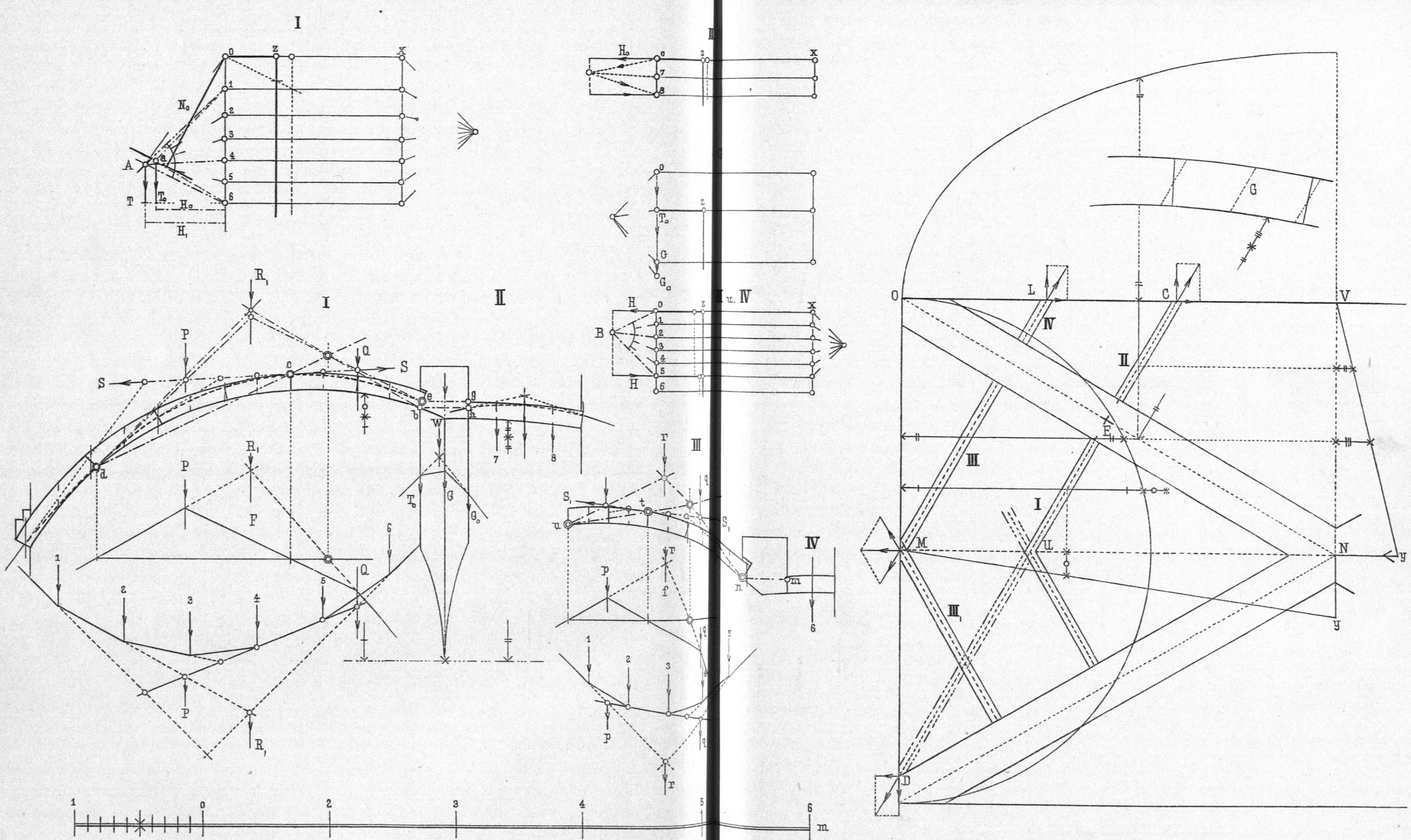
Da diefer Werth nach der Tabelle auf Seite 202 keine gröfsere Dicke als $^1/_2$ Stein beanfprucht, fo bleibt diefe fchon für $\mathfrak{H}_1$ feft gefetzte Stärke der fchmalen Kappe giltig. Der Verlauf der eingezeichneten Mittellinien des Druckes in den Plänen I und II der Tafel bei S. 367 ergiebt Gleichgewichtszuftand gegen Drehung und, da die refultirenden Preffungen in den einzelnen Theilfugen der Streifen mit der Senkrechten zu diefen Fugen ftets Winkel einfchliefsen, welche kleiner bleiben als der Reibungswinkel ρ des Materials (tg ρ etwa $= 0{,}7$), auch Gleichgewichtszuftand gegen Gleiten. Auf den letzteren Punkt ift namentlich hinfichtlich der Widerlagsfugen am Grat zu achten, da, falls fich hier beim Auffinden der Mittellinie des Druckes ein Gleiten bekunden follte, die Neigung der Anfatzfläche der Wölbftreifen am Grat S fo weit abzuändern ift, dafs alsdann kein Gleiten mehr möglich wird.

Hätte man den Hauptſtreifen der weiteſten Kappe 1 Stein ſtark ausführen wollen, während der zugehörige Hauptſtreifen der antretenden ſchmalen Kappe nur $^1/_2$ Stein ſtark verbliebe, ſo hätte eine Uebermauerung dieſes letzteren Stückes in der Art vorgenommen werden müſſen, daſs die Gewichte, bezw. Flächen oder Inhalte der Streifen das mehrfach erwähnte, in Gleichung 241 ausgeſprochene Verhältniſs beibehalten konnten. Im anderen Falle würde der Gratbogen durch die Gewölbdrücke nicht in ſeiner Richtungsebene bs in der oben geforderten günſtigen Weiſe beeinfluſst, ſondern leicht Verſchiebungen, bezw. Verdrehungen ausgeſetzt werden können.

252. Beiſpiel 3. Cylindriſche Kreuzgewölbe mit oder ohne Stechung werden ſehr häufig auf Schwalbenſchwanz-Verband eingewölbt. Hierbei ſollen, wie bei der Ausführung der Kreuzgewölbe (unter 3) noch näher gezeigt werden wird, die einzelnen Wölbſtreifen oder Zonenlagen in ihren Stirnflächen Normalebenen des Gratbogens angehören. Die wagrechten Projectionen der Wölblinien dieſer Zonen treten als Schnittlinien jener Ebenen mit den cylindriſchen Kappenflächen im Allgemeinen als elliptiſche Linien auf, welche in ihrem Anfangselemente an der wagrechten Projection der Gratlinie eine Tangente beſitzen, deren wagrechte Projection keine Senkrechte zur Grundriſslinie des Gratbogens iſt. Auſserdem treffen ſich, wie in Art. 181 (S. 277) bei den Kappengewölben angeführt iſt, die einzelnen einander zugehörigen Streifen, ſobald die Scheitellinie einer Kappe erreicht wird, in einer ſog. Schnäbelung über dieſer Linie. Wie die auf Schwalbenſchwanz-Verband eingewölbten gewöhnlichen Kappengewölbe in den einzelnen Wölbſtreifen ihren Gewölbſchub ſowohl auf die Widerlagsmauern als auch auf die Stirnmauern übertragen, ſo wird auch bei den nach dieſem Verbande gewölbten cylindriſchen Kreuzgewölben von den einzelnen Wölbzonen nunmehr ein Gewölbſchub auf die Gratbogen und auf die Randbogen, bezw. Stirnmauern des Gewölbes überführt, ſo daſs Gratbogen und Randbogen, bezw. Stirnmauern in erſter Linie als Widerlager dieſer Kappen auftreten. Die ſtatiſche Unterſuchung, welche in einigen weſentlichen Geſichtspunkten ſich der in Fig. 366 (S. 278) für ein gewöhnliches Kappengewölbe durchgeführten Behandlung anſchlieſst, ſoll im Nachſtehenden vorgenommen werden.

Beiſpiel 3. Der Grundriſs eines cylindriſchen Kreuzgewölbes mit Stechung (ſiehe die neben ſtehende Tafel) ſei wiederum ein Rechteck von 6,9 m Länge und 4,0 m Breite. Die Stirnbogen der kurzen Seiten ſind Halbkreiſe vom Halbmeſſer $MO = MD$. Die Randbogen der langen Seiten ſind Halbellipſen mit einer halben groſsen Axe gleich VO und einer halben kleinen Axe gleich MO. Die Stechungshöhe iſt $Ny = 0{,}5$ m. Die Grate ſind aus Backſtein $1\,^1/_2$ Stein breit und $1\,^1/_2$ Stein ſtark ſelbſtändig auszuführen; die Kappen ſind $^1/_2$ Stein ſtark im Schwalbenſchwanz-Verband zu wölben.

Wenn gleich für die Beſtimmung der Richtung der einzelnen Wölbſchichten die Annahme der oben bezeichneten Normalebenen zum Gratbogen G maſsgebend ſein würde, ſo kann man doch, um die Stabilitäts-Unterſuchung der Gewölbkappen nicht zu verwickelt zu geſtalten, mit für die Praxis hinreichender Genauigkeit annehmen, daſs die einzelnen dünnen Wölbſtreifen durch ſenkrechte Ebenen begrenzt ſind, welche rechtwinkelig zur lothrechten Richtungsebene ON des Gratbogens ſtehen. Die einzelnen Gewölbſtreifen bilden alsdann wiederum, wie beim Kappengewölbe in Fig. 366 (S. 278), einhüftige Gewölbe, welche ihr Widerlager am Grat und an den Randbogen oder Stirnmauern des Kreuzgewölbes finden. Somit tritt der Fall ein, daſs ſich zwei im Allgemeinen verſchieden geſtaltete und belaſtete Gewölbſtücke gegen ein beſonderes Gewölbe, den Gratbogen, legen, welcher für dieſelben ein gemeinſchaftliches Widerlager abgiebt, während das andere Widerlager an einem



Stabilitäts-Unterſuchung eines cylindriſchen Kreuzgewölbes mit Schwalbenſchwanz-Verband.

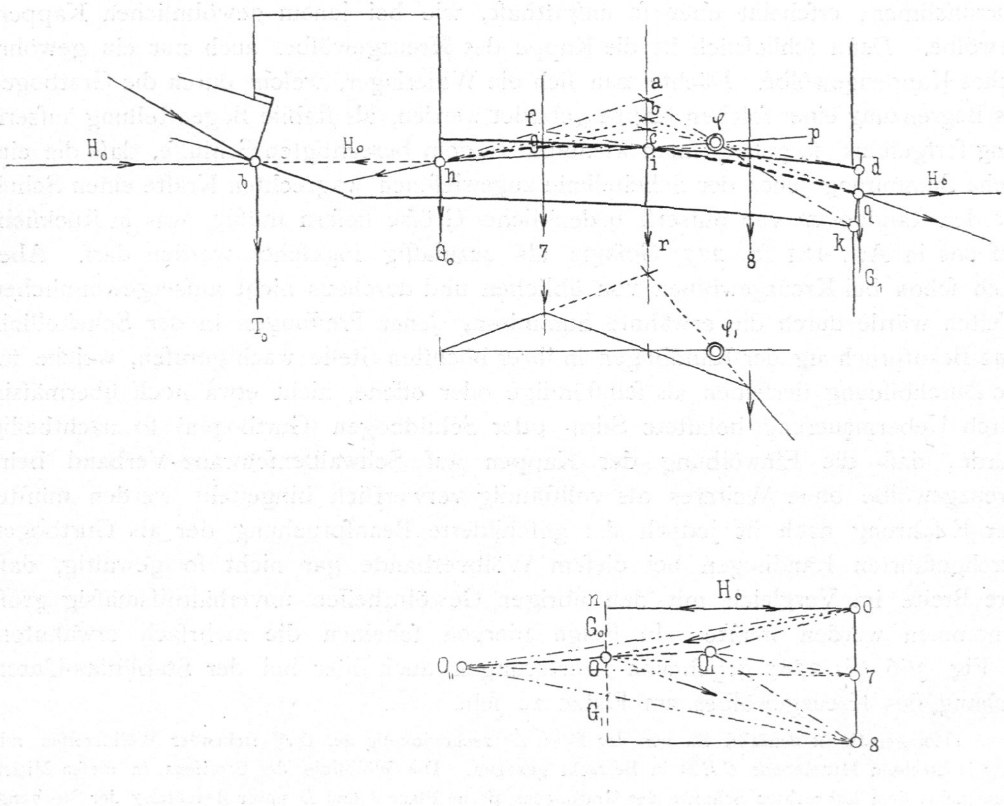
befonderen Baukörper auftritt, mag derfelbe nun gefchloffen oder unter den Stirnbogen des Gewölbes offen gehalten fein. Für den Grat werden fich demnach ähnliche Beziehungen geltend machen müffen, wie bei dem in Art. 198 (S. 294) behandelten Gurtbogen zwifchen Kappengewölben. Aber auch für den Gewölbfchub, welcher auf die Randbogen, bezw. Stirnmauern von den einzelnen Wölbftreifen übertragen wird, werden die Vorausfetzungen, welche beim Kappengewölbe in Fig. 366 (S. 278) zur Sprache gebracht wurden, hier wiederum zu machen fein. Dies gilt hauptfächlich von der Fortpflanzung des Gewölbfchubes der über der Scheitellinie der Kappen zufammentretenden, gefchnäbelten Schichten. Hierfür eine Summirung der in der Scheitellinie durch Zerlegen der Schübe zu bildenden wagrechten Kräfte vorzunehmen, erfcheint eben fo unftatthaft, wie bei jenem gewöhnlichen Kappengewölbe. Denn fchliefslich ift die Kappe des Kreuzgewölbes auch nur ein gewöhnliches Kappengewölbe. Dächte man fich die Widerlager, welche durch die Gratbogen als Begrenzung einer folchen Kappe gebildet werden, als ftabile Bogenftellung äufserft lang fortgeführt, fo gelangt man wiederum zu dem berechtigten Schluffe, dafs die einfache Summirung jener der Scheitellinie zugewiefenen wagrechten Kräfte einen Schub für den Randbogen von äufserft bedenklicher Gröfse liefern müffte, was in Rückficht auf das in Art. 181 (S. 277) Gefagte als unzuläffig angefehen werden darf. Aber auch fchon bei Kreuzgewölben von üblichen und durchaus nicht aufsergewöhnlichen Weiten würde durch die erwähnte Summirung jener Preffungen in der Scheitellinie eine Beanfpruchung der Randbogen in ihrer höchften Stelle wach gerufen, welche für die Durchbildung derfelben als felbftändige oder offene, nicht etwa noch übermäfsig durch Uebermauerung belaftete Stirn- oder Schildbogen (Gurtbogen) fo nachtheilig würde, dafs die Einwölbung der Kappen auf Schwalbenfchwanz-Verband beim Kreuzgewölbe ohne Weiteres als vollftändig verwerflich hingeftellt werden müffte. Der Erfahrung nach ift jedoch die gefchilderte Beanfpruchung der als Gurtbogen durchgeführten Randbogen bei diefem Wölbverbande gar nicht fo gewaltig, dafs ihre Breite im Vergleich mit den übrigen Gewölbtheilen unverhältnifsmäfsig grofs genommen werden müffte. In Folge hiervon fcheinen die mehrfach erwähnten, zu Fig. 366 (S. 278) gegebenen Erörterungen auch hier bei der Stabilitäts-Unterfuchung des Kreuzgewölbes am Platze zu fein.

Dem gemäfs ift zunächft ein von der Ecke D rechtwinkelig auf ON ftehender Wölbftreifen mit einer lothrechten Mittelebene CED in Betracht gezogen. Die Wölblinie des Streifens in diefer Mittelebene nebft dem lothrechten Schnitte des Gratbogens ift im Plane I und II unter Beachtung der Stechung, wie aus der Zeichnung zu erfehen, ausgetragen. Der Streifen ED überfchreitet die Scheitellinie MN der fchmalen Gewölbkappe in U. Wie in Art. 181 (S. 283) angegeben, foll der Theil UD auch hier als Nebentheil des Haupttheiles EU angefehen und wiederum angenommen werden, dafs diefem Nebentheile die Aufgabe zu Theil wird, den Gewölbfchub des Streifens in feiner Gefammtheit von E nach D innerhalb der Gewölbkappe zu übertragen. (Vergl. den Plan II in Fig. 366, S. 278.)

Die Stärke des Gewölbftreifens ift gleich $0{,}12$ m. Die Breite deffelben könnte beliebig gewählt werden. Da jedoch fpäter zur Beftimmung der Gewölbdicke ein Gewölbfchub für die Tiefe des Streifens gleich 1 m in Frage kommt, fo foll, da in Wirklichkeit eine Zone ED nur eine Backfteindicke gleich $0{,}065$ m befitzt, zunächft für die Tiefe gleich 1 m die ftatifche Unterfuchung angeftellt und danach die Gröfse der auf die Widerlager am Grat-, bezw. am Randbogen kommenden Gewölbfchübe für die Tiefe gleich $0{,}065$ m diefer Zone berechnet werden. Dem entfprechend find die Flächen-, bezw. Gewichtswerthe für I und II fo beftimmt, dafs die Bafis $oz = 0{,}4$ m gewählt und die Strecke zx in den zugehörigen Gewichtsplänen gleich 1 m beibehalten ift.

Bei den beiden fich gemeinfchaftlich gegen den Gratbogen legenden einhüftigen Gewölbftücken I und II wird das gröfsere Stück I im Allgemeinen einen gröfseren Gewölbfchub auf den Gratbogen ausüben, als das kleinere Stück II. Letzteres wird alfo die Rolle eines Strebe- oder Abfteifungsbogens für den Gratbogen übernehmen müffen, um fchliefslich einen von feinem Eigengewicht und der ihm vom gröfseren Stücke *I* zugefügten Preffung erzeugten Druck auf fein Widerlager am Randbogen fortzupflanzen. Die zur Prüfung des Gleichgewichtszuftandes des ganzen Streifenfyftems erforderliche Unterfuchung wird durch diejenige des Stückes *I* eingeleitet. Eine im Sinne des in Art. 146 (S. 208) Gefagten angeftellte Vorunterfuchung des einhüftigen Gewölbftückes *I* giebt eine durch die Punkte *b*, *c* und *d* gehende, hier nicht weiter eingetragene Minimal-Drucklinie, welche unterhalb *d* noch eben in der Gewölbfläche verbleibt. Der Gewölbdruck in *b* ift bei diefer Drucklinie gleich *a 6* des Gewichtsplanes *I*. Die lothrechte Seitenkraft diefes Druckes ift gleich T_0 und die wagrechte Seitenkraft deffelben ift H_0. Die lothrechte Kraft, bezw. das Gewicht T_0, belaftet in *b* den Gratbogen. Derfelbe tritt alfo mit als Träger diefer Laft auf. Die wagrechte Seitenkraft H_0 fucht den Gratbogen feitlich zu verfchieben. Diefem Verfchieben hat das

Fig. 443.



Gewölbftück *II* nebft dem Widerlager am Randbogen Widerftand zu leiften. In ihrer Richtung fortgefetzt, trifft fie die Widerlagsfläche, bezw. Widerlagsfuge des Stückes *II* am Gratbogen im Punkte *h*. Diefes Stück *II* ift vermöge feiner Geftaltung, da daffelbe im Allgemeinen nicht aus zwei fymmetrifchen Hälften mit fymmetrifcher Belaftung befteht, wiederum ein einhüftiges Gewölbe. Für die ftatifche Unterfuchung deffelben find, aufser feiner Form, das Eigengewicht und die wagrechte Seitenkraft H_0 eines in *h* wirkfamen Gewölbfchubes mafsgebend, welcher für den Gleichgewichtszuftand eine Mittellinie des Druckes hervorrufen mufs, die innerhalb der Gewölbfläche verbleibt.

Um die Lage und Gröfse, bezw. Richtung diefes in *b* thätigen Schubes zu finden, ift, dem allgemeinen Wege entfprechend, welcher bei der ftatifchen Unterfuchung einhüftiger Gewölbe einzufchlagen ift, zunächft eine Mittellinie des Druckes (Fig. 443) ermittelt, welche durch den Punkt *h*, einen Punkt *i* der Rückenlinie, d. h. einen Bruchfugenpunkt, welcher durch eine Vorunterfuchung feft gelegt ift und durch den tiefften Punkt *k* der Widerlagsfuge am Randbogen geht. Hierbei ift der durch *h* und *i* geführte Strahl hp als Polaraxe mit dem in bekannter Weise zu findenden Fixpunkte φ benutzt. Die äusserſten Seiten ah und ak gehören einem Seilpolygon für die Gewichte 7 und 8 mit der Resultirenden r an, welches durch die drei Punkte h, i und k geht. Zieht man im Gewichtsplane $oO_,$ parallel zu ah und $8O_,$ parallel zu ak, so wird $O_,$ Schnittpunkt, so dass man in $oO_,$ Grösse und Richtung des Gewölbdruckes in h und in $O_,8$ Grösse und Richtung des Gewölbdruckes in k erhält. Die mit Hilfe des Poles $O_,$ zu construirende Mittellinie des Druckes mit den Punkten h, i und k bliebe zwar innerhalb der Gewölbfläche; die wagrechten Seitenkräfte von $oO_,$, bezw. $O_,8$ sind aber kleiner, als die vom Stücke I einwirkende wagrechte Kraft H_0, so dass beim Vorhandensein der Gewölbdrücke $oO_,$ und $O_,8$ im Stücke II das letztere nicht im Stande sein würde, dem Gewölbschube des Stückes I zu widerstehen. Das Stück II muss fähig erscheinen, einen grösseren Gewölbschub aufzunehmen. Nimmt man zum Festlegen eines grösseren Gewölbschubes den höchsten Punkt d der Widerlagsfuge dk des Stückes II unter Beibehaltung der Punkte h und i und der Polaraxe hp zur Ermittelung einer neuen Mittellinie des Druckes an, welche nun durch die Punkte h, i und d gehen soll, so erhält man in bekannter Weise, da bei dieser Ermittelung der Fixpunkt φ seine Lage nicht ändert, die Lage der gesuchten Gewölbschübe in db und bh. Zieht man jetzt im Gewichtsplane $oO_{,,}$ parallel zu bh und $8O_{,,}$ parallel zu db, so wird $O_{,,}$ der Pol für ein durch die Punkte h, i und d für die Gewichte 7 und 8 zu legendes Seilpolygon, und man erhält in $oO_{,,}$ die Grösse, bezw. den Sinn des Gewölbdruckes in h und in $O_{,,}8$ den Gewölbdruck in d. Ob die Mittellinie des Druckes für diese Gewölbdrücke innerhalb der Gewölbfläche bleibt oder dieselbe verlässt, ist hier gleichgiltig, weil der Zeichnung nach die wagrechten Seitenkräfte von $oO_{,,}$ und $O_{,,}8$ schon viel grösser als H_0 erscheinen. Derart grosse Gewölbschübe für das Stück II erfordert aber der Gleichgewichtszustand des ganzen Systems nicht, weil dieselben nur solche Grösse besitzen sollen und auch nur nöthig haben, bis ihre wagrechten Seitenkräfte genau der Kraft H_0 entsprechen.

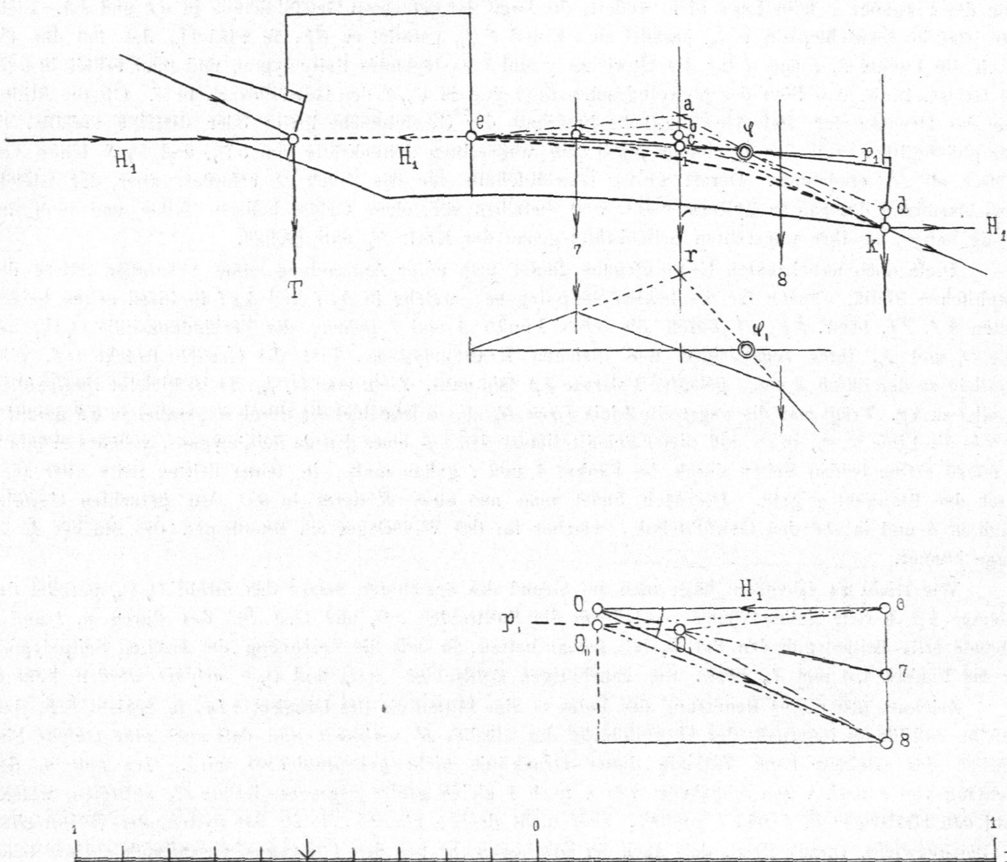
Diese noch unbekannten Gewölbschübe findet man unter Anwendung eines bekannten Satzes der graphischen Statik, wonach für die beiden Seilpolygone, welche in hfi und hgi in ihren ersten beiden Seiten hf, fi, bezw. hg, gi durch die festen Punkte h und i gehen, die Verbindungslinie $O_,O_{,,}$ der Pole $O_,$ und $O_{,,}$ ihrer zugehörigen und gleichen Kräftepolygone, hier die Gewichtsstrecke $O8$, eine Parallele zu der durch h und i gelegten Polaraxe hp sein muss. Zieht man $O_,O_{,,}$, so ist dieselbe thatsächlich parallel zu hp. Trägt man die wagrechte Linie $on = H_0$ ab, so schneidet die durch n parallel zu $o8$ geführte Gerade die Linie $O_,O_{,,}$ in O, und dieser Schnitt liefert den Pol eines dritten Seilpolygons, welches ebenfalls in seinen ersten beiden Seiten durch die Punkte h und i gehen muss, in seiner dritten Seite aber auch durch den Fixpunkt φ geht. Hiernach findet man nun ohne Weiteres in oO den gesuchten Gewölbschub in h und in $O8$ den Gewölbschub, welcher für das Widerlager am Randbogen des Stückes II in Frage kommt.

Wie leicht zu erkennen, hätte man auf Grund des erwähnten Satzes den Strahl $O_,O_{,,}$ parallel der Polaraxe hp bereits ziehen können, nachdem die Polstrahlen $oO_,$ und $O_,8$ für das durch h, i und k gehende erste Seilpolygon den Pol $O_,$ fest gelegt hatten, so dass die Zeichnung des zweiten Seilpolygons für die Punkte h, i und d, bezw. die zugehörigen Polstrahlen $oO_{,,}$ und $O_{,,}8$ erspart werden konnte.

Zeichnet man unter Benutzung des Poles O eine Mittellinie des Druckes hiq, so ergiebt sich, dass dieselbe vollständig innerhalb der Gewölbfläche des Stückes II verbleibt und dass auch eine Gefahr hinsichtlich des Gleitens beim Verlaufe dieser Drucklinie nicht gekennzeichnet wird. Da nun in der Richtung von b nach h und umgekehrt von h nach b gleich grosse wagrechte Kräfte H_0 auftreten, welche wohl den Gratbogen in h und b pressen, aber nicht drehen können, so ist das System der Wölbstreifen im Gleichgewicht, vorausgesetzt, dass auch der Gratbogen für sich dem Gleichgewichtszustande entsprechend hergestellt ist.

Sollte bei der statischen Untersuchung des grösseren Gewölbstückes I, wie zuweilen der Fall, sich eine Mittellinie des Druckes ergeben haben, welche nach der Tafel bei S. 370 mit einem Gewölbschube in e übereinstimmt, dessen wagrechte Seitenkraft die Grösse $H_,$ besitzt und, durch die Punkte e, c und d gehend, in e einen Punkt im Widerlager am Gratbogen enthält, welcher in einer Wagrechten ge liegt, die durch den höchsten Punkt g der Widerlagsfuge des Stückes II im Querschnitte des Grates geführt werden kann, so sind offenbar g und e, wie auch b und h, Grenzpunkte für die Lage der Angriffspunkte von Gewölbschüben, deren wagrechte Seitenkräfte von gleicher Grösse in einer solchen wagrechten Linie in einander entgegengesetzter Richtung wirken und somit für sich eine seitliche Ausweichung oder eine Drehung des Gratbogens nicht hervorrufen können. Sind diese Grenzpunkte e und g einmal in Betracht zu ziehen, so kann nach Fig. 444 die statische Untersuchung des Gewölbstückes II nach demselben Verfahren, wie bei Fig. 443 beschrieben, vorgenommen werden. Hat man auch hierbei zunächst die neue Polaraxe $ep_,$ durch einen angenommenen Bruchfugenpunkt c geführt, so ergiebt sich meistens schon bei der Zeichnung eines ersten Seilpolygons mit den äufserften Strahlen *ea* und *ak* die Erkenntnifs, dafs die mit diefem Seilpolygon in Abhängigkeit ftehende Mittellinie des Druckes eine Bruchfuge anzeigt, welche nicht nach *c*, fondern oft und fo auch hier äufserft nahe an den Punkt *e* fällt, fo dafs die im vorliegenden Plane fchon faft wagrechte Polaraxe *ep*, und eben fo der faft wagrechte äufserfte Strahl *eb* eines zweiten Seilpolygons *ebd*, welchem als Gewölbfchub in *e* die vorgefchriebene wagrechte Seitenkraft $H_{\prime}$ zukommt, fich überhaupt der wagrechten Richtung fehr ftark nähern. Alsdann kann man mit hinreichender Genauigkeit die Mittellinie des Druckes unter Benutzung eines in *e* ausfchliefslich wagrecht liegenden Gewölbfchubes $H_{\prime} = O6$ zeichnen und prüfen, ob diefelbe dem geforderten Gleichgewichtszuftande entfpricht. In Fig. 444 erfüllt diefelbe als *ek* diefe Forderung. Wäre folches nicht der Fall, fo mufs die Geftaltung der Wölbftreifen durch Abänderung der Stechungshöhe, bezw. der Stärke der Wölbftreifen oder der Belaftung derfelben einer neuen Anordnung unterzogen werden.

Fig. 444.



Genau fo, wie die auf der Tafel bei S. 370 in der Richtung *CD* genommenen Wölbftreifen *I* und *II* unterfucht find, werden auch alle übrigen Gewölbftreifen auf ihre Stabilität geprüft. In der Zeichnung ift noch der Streifen *III* näher berückfichtigt und das Erforderliche fofort zu erkennen. Für den Streifen *IV* treten ähnliche Beziehungen auf, wie folche für den Streifen *II* fich geltend machten.

Für die Berechnung der Gewölbftärke wird felbftredend derjenige Elementarftreifen benutzt, deffen Gewölbfchub die gröfste wagrechte Seitenkraft liefert. Auf der Tafel ift der Streifen *I* als folcher anzufehen. Für denfelben ift $H_0 = 0{,}53$ m gefunden. Da die Bafis $oz = 0{,}4$ m gewählt, die Tiefe des Gewölbftreifens für die ftatifche Unterfuchung gleich 1 m angenommen war, fo ergiebt fich der für die Gewölbftärke mafsgebende Werth zu

$$H_0 = 0{,}53 \cdot 0{,}4 = 0{,}212 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 202 ift für $H = 0{,}2$ eine Gewölbftärke von $^1/_2$ Stein gleich $0{,}12$ cm erforderlich. Diese Stärke kann nun auch für $H_0 = 0{,}212$ hier beibehalten werden. Der Normaldruck für die Widerlagsfuge am Randbogen bei D ergiebt sich, da N_0 nach dem Gewichtsplane I gleich 1^m ist, als

$$N_0 = 1 \cdot 0{,}4 = 0{,}4 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

Für diesen Werth reicht also nach jener Tabelle die Gewölbstärke von $^1/_2$ Stein ebenfalls aus.

Um die Kräfte zu bestimmen, welche bei den auf Schwalbenschwanz-Verband eingewölbten Kreuzgewölben auf die Randbogen, bezw. Stirnmauern kommen, hat man wie bei den gewöhnlichen Kappengewölben nach den Angaben zu Fig. 366 (S. 278) zu verfahren. Hier wäre z. B. die wagrechte Seitenkraft der bei M zusammentretenden Wölbschichten III und III, nach dem Gewichtsplane III und IV auf der Tafel für die Tiefe gleich 1^m dieser Streifen, da H zu $0{,}35^m$ gemessen ist,

$$H = 0{,}35 \cdot 0{,}4 \cdot 1 = 0{,}14^{\,cbm}.$$

Da 1^{cbm} Backsteinwölbung 1600^{kg} wiegt, so ist $H = 324^{kg}$. Der Elementarstreifen III ist aber nur $0{,}065^m$ (Backsteindicke) breit; mithin kommt für denselben ein wagrechter Schub von $324 \cdot 0{,}065 = \backsim 21^{kg}$ in Rechnung. Derselbe Schub wird vom Streifen III, nach M gebracht. Beide setzen sich, wie in der Zeichnung angegeben, zu einer wagrechten Mittelkraft zusammen, deren Gröfse im vorliegenden Falle, da der Winkel $OML = 30$ Grad ist, ebenfalls 21^{kg} betragen würde. Bestimmt man, wie schon früher in Art. 181 (S. 277) in ausreichender Weise erörtert, die auf die Randbogen kommenden, aus den Elementarstreifen resultirenden Kräfte, ermittelt die Höhenlagen ihrer Angriffspunkte über der Kämpferebene mit Hilfe der fest gelegten Stirnlinien des Kreuzgewölbes, so kann man sich leicht ein Bild von der Beanspruchung der Randbogen derartiger, auf Schwalbenschwanz-Verband ausgeführter Gewölbe verschaffen, so weit solches für die Praxis erforderlich ist. Die Beanspruchungen der Gratbogen durch die lothrechten und wagrechten Seitenkräfte der Gewölbschübe der einzelnen Streifen werden unmittelbar bei den statischen Untersuchungen, wie aus den Gewichtsplänen auf der Tafel bei S. 370 zu erkennen ist, mit klar gelegt.

β) Stärke der Gratbogen.

Die Stabilitäts-Untersuchung der Gratbogen der cylindrischen Kreuzgewölbe, mögen dieselben auf Kuf- oder auf Schwalbenschwanz-Verband zu wölben sein, lässt sich immer unter Benutzung der Grundlagen ausführen, welche für die statische Untersuchung der Tonnengewölbe mafsgebend waren. 253. Kreuzgewölbe mit Kufverband.

Sind die von den Kappen auf die Gratbogen überführten Gewölbdrücke bekannt geworden, ist das Eigengewicht der Gratbogen, einschliesslich einer etwa vorhandenen Belastung durch Uebermauerung oder durch Einzellasten u. s. w., bestimmt, so lässt sich, diesen äufseren, die Gratbogen angreifenden Kräften entsprechend, ein den Gleichgewichtszustand bewirkendes System von inneren wach gerufenen Kräften ermitteln und danach die Stärke, bezw. der Querschnitt der Gratbogen fest stellen.

Bei den auf Kuf gewölbten Kappen werden die auf die Gratbogen ausgeübten Gewölbdrücke nach gehöriger Vereinigung und dann nach entsprechender Zerlegung bei regelrechter Gestaltung des Gewölbes im Allgemeinen lothrechte und wagrechte Kräfte liefern, welche, wie in Art. 248 u. 249 angeführten Beispielen 1 u. 2 gezeigt ist, in der lothrechten Richtungs- oder Kräfteebene des zugehörigen Gratbogens liegen.

Bei den auf Schwalbenschwanz-Verband ausgeführten Kreuzgewölben sind die wagrechten Seitenkräfte jener Gewölbdrücke, wie aus dem in Art. 252 gegebenen Beispiele 3 zu entnehmen ist, bei einer sachgemäfsen Anordnung der cylindrischen Laibungsflächen für sich im Gleichgewicht, so dafs für den Gratbogen alsdann nur die lothrechten Seitenkräfte seiner Gewölbdrücke in Betracht zu ziehen sind.

Für das in Art. 248 (S. 363) bezeichnete Kreuzgewölbe mit Kufverband ist in der umstehenden Tafel die Stabilitäts-Untersuchung für den aus Quadermaterial vom Eigengewichte $2{,}4^t$ für 1^{cbm} herzustellenden Gratbogen G auf graphischem Wege vorgenommen. Derselbe bildet die Hälfte eines symmetrisch gestalteten und fymmetrifch durch lothrechte und wagrechte Kräfte beanfpruchten Diagonalbogens, tritt alfo als die Hälfte eines einfachen, fchmalen Tonnengewölbes auf, deffen Gewölbfchub in einer angenommenen Scheitelfuge eine wagrechte Lage in der Kräfteebene befitzt.

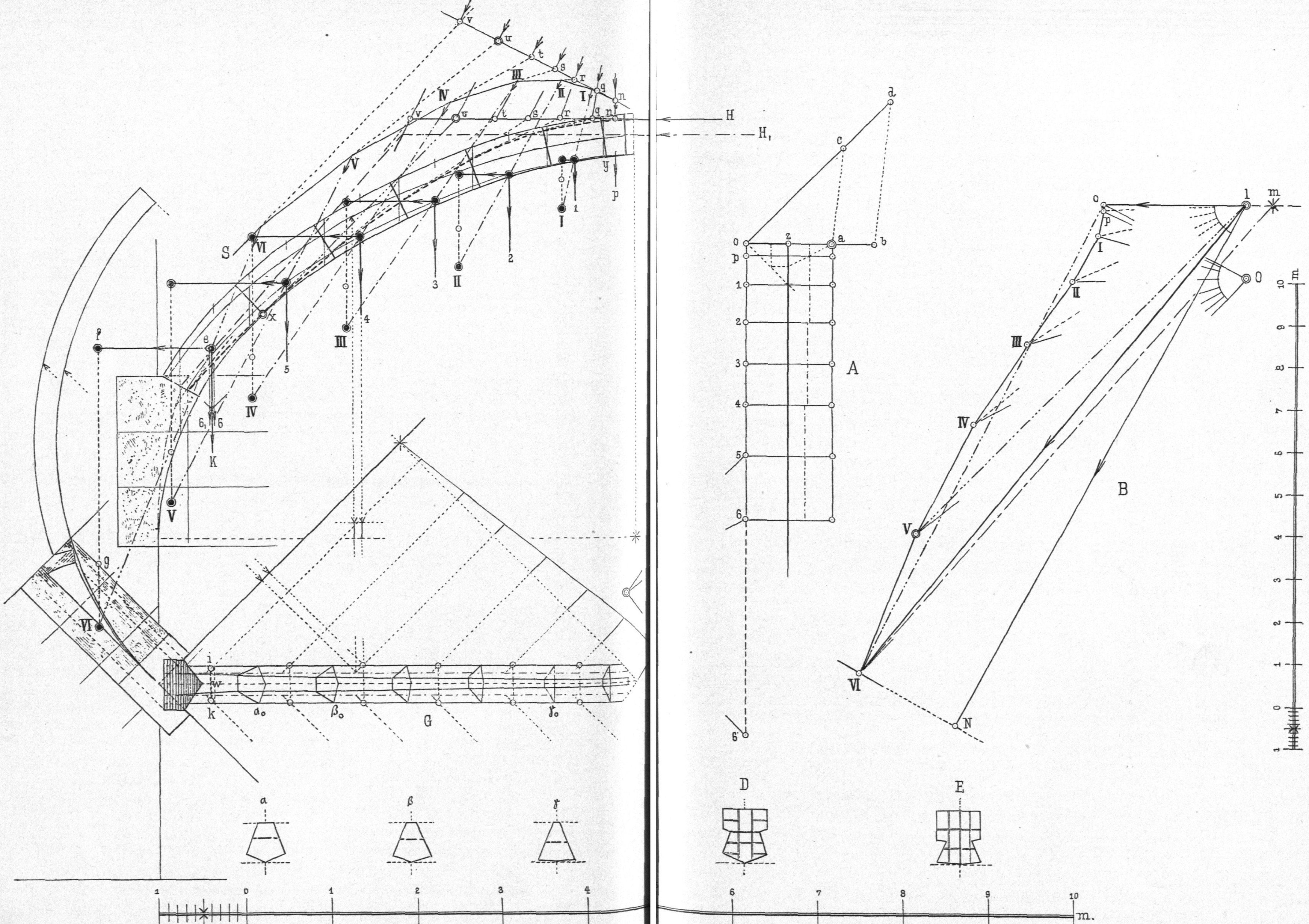
Zunächft ift nach Ausmittelung der inneren Wölblinie des Gratbogens mit Hilfe des grundlegenden Halbkreifes und der angenommenen Stechungshöhe, fo wie nach Beftimmung der Normalfchnitte α, β, γ, deren wagrechte Projectionen α_0, β_0, γ_0 find, das Gewicht der einzelnen Theilftücke des Grates im Plane *A* graphifch dargeftellt.

Für diefe Darftellung find die Theilftreifen im Anfchluffe an die Zerlegung der am Grat zufammentreffenden beiden Gewölbkappen in ihre Elementarftreifen entfprechend begrenzt genommen. Diefe Eintheilung in Lamellen ift aus dem Grund- und Aufrifs des Gratbogens zu erfehen. Sie beftimmt im Abftande ihrer Theillinien die Breite der Gratftücke, wonach die mittlere Höhe derfelben in bekannter Weife aus dem Aufrifs zu entnehmen ift. Die Gratbogenftücke find feitlich durch die Widerlagsflächen der Elementarftreifen der Kappen begrenzt. Die geraden Erzeugenden diefer Flächen gehören den verfchiedenen Normalebenen des Gratbogens an; fie befitzen verfchiedene Neigungen zur Wagrechten, und in Folge hiervon ift die mittlere Dicke der Gratbogenftücke gleichfalls von einander abweichend. Die Normalfchnitte α, β, γ u. f. f. dienen zur Ausmeffung der einzelnen mittleren Dicken. Da endlich das Eigengewicht des Grates 2,4, das Eigengewicht des Wölbmaterials aber 1,6 beträgt, fo ift auch das Gewicht der Theilftücke des Grates auf das Eigengewicht des Wölbmaterials zurückzuführen, damit ohne Weiteres, neben Gleichartigkeit in der Behandlung der zu verwerthenden Kräfte, die fchon auf der Tafel bei S. 363 erhaltenen Gewölbdrücke der Elementarftreifen, alfo auch die für den Grat beftimmten refultirenden wagrechten und lothrechten Seitenkräfte derfelben in Benutzung zu nehmen find. Nach den Erörterungen zu Fig. 442 (S. 365) ift im Plane *A* die Strecke $oc = 1{,}6$ m, die Strecke $od = 2{,}4$ m aufgetragen und fonft ganz nach dem in Art. 249 (S. 363) Gegebenen, unter Beibehaltung der Bafis $oz = 0{,}5$ m, die Ermittelung der Gewichtsftrecke *o 6* vorgenommen. Vereinigt man nun zunächft die refultirenden lothrechten Seitenkräfte der Kappendrücke mit dem Gewichte der zugehörigen Gratftücke, fo erhält man die Mittelkraft aller am betreffenden Gratftücke lothrecht wirkenden Kräfte. So wirkt z. B. das Gewicht *6*, gleich der Strecke *5 6*, in der Mittellinie des letzten Theilftückes; die Gewölbdrücke der zugehörigen Kappenftreifen greifen in *i*, bezw. *k* an; das refultirende Gewicht $6_{,}$, gleich der Strecke $6\,6_{,}$, aus beiden Drücken hat feinen Angriffspunkt in der Mitte *w* von *ik* in der Kräfteebene des Grates. Bei diefem Stücke ift, da *ik* nicht mit der mittleren lothrechten Theillinie deffelben zufammenfällt, die Mittelkraft *K*, gleich der Strecke *5 6'*, ihrer Lage nach noch näher beftimmt, was bei den übrigen Theilftücken hier nicht nöthig wird.

Setzt man diefe lothrechten Mittelkräfte eines jeden Stückes mit den refultirenden wagrechten Seitenkräften der Gewölbdrücke, welche aus den zugehörigen Elementarftreifen der Kappen entfpringen, zufammen, was leicht möglich ift, da auch diefe wagrechten Kräfte in der Kräfteebene des Grates liegen, aufserdem bei der ftatifchen Unterfuchung jener Elementarftreifen vollftändig nach Lage, Gröfse und Sinn bekannt geworden find (vergl. die Tafel bei S. 363), fo erhält man nunmehr für jedes Gratftück die für die Stabilitäts-Unterfuchung in Rechnung zu ftellende Hauptrefultirende. So ift z. B. *ef* die refultirende wagrechte Kraft der Gewölbftreifen für das letzte Theilftück des Grates. Da die lothrechte Refultirende $K = 5\,6_{,} = fg + gVI$ gefunden, fo giebt das Kräftedreieck *e f VI* in *e VI* die Hauptrefultirende für diefes Stück. In gleicher Weife ift für die übrigen Theilftücke, wie in der Zeichnung deutlich hervorgehoben ift, jede zugehörige Hauptrefultirende feft gelegt.

Beim erften höchften Theilftücke des Gratbogens ift im vorliegenden Falle keine wagrechte und keine lothrechte Kraft von den Elementarftreifen vorhanden, fo dafs nur eine lothrechte Kraft *p* gleich der Strecke *op* als Gewicht diefes Gratftückes im Schwerpunkte deffelben wirkend auftritt.

Trägt man die gefundenen Hauptrefultirenden *op*, *pI*, *III* u. f. f. bis *VI* zu einem Kräftezuge *o VI*, wie hier im Plane *B*, jedoch unter Benutzung eines kleineren, fonft beliebig gewählten Mafsftabes gefchehen, zufammen, zeichnet man unter Annahme eines Poles *O* das Seilpolygon *S* für jene Kräfte, fo läfft fich genau fo, wie für lothrecht gerichtete Kräfte, eine Mittellinie des Druckes für den Gratbogen darftellen. In der Zeichnung ift der höchfte Punkt der Fuge *y* als Angriffspunkt eines etwa möglichft kleinften wagrechten Gewölbfchubes angenommen. Die mit dem gefundenen Horizontalfchube *H*, gleich der Strecke *lo*, im Plane *B* gezeichnete Mittellinie des Druckes zeigt im Punkte *x* eine Bruchfuge an, bleibt aber in ihrem Verlaufe ganz innerhalb der Kräftefläche des Gratbogens. Da auch keine Gefahr gegen Gleiten fich erkennbar macht, fo ift der gewählte Gratbogen ftandfähig. Wollte man eine Mittel-



Stabilitäts-Unterfuchung des Gratbogens eines cylindrifchen Kreuzgewölbes mit Kufverband.

linie des Druckes eintragen, welche thunlichst durch die Mitten der Theilfugen des Grates geht, so würde dieser ein Horizontalschub $H_{,}$ zukommen.

Die für die Bestimmung der einzelnen Drucklinien eintretenden, durch Zeichnung zu schaffenden Gebilde sind aus der Tafel zu ersehen.

Nach Ausmessung der Kraftstrecke lo und der für den Normaldruck der Widerlagsfuge entstehenden Kraftstrecke lN des Planes B lässt sich bei einer gewählten Breite des Gratbogens seine Stärke (Höhe) berechnen.

Wäre der Gratbogen aus Backstein ausgeführt, so hätte man, da $lo = 3{,}4$ m und die Basis nach wie vor $0{,}5$ m beträgt, bei einer Breite von 2 Stein gleich $0{,}51$ m den Gewölbschub $\mathfrak{H}_0$, bezogen auf eine Tiefe (Breite) des Gratbogens von der Längeneinheit (1 m), sofort als

$$\mathfrak{H}_0 = 3{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot \frac{1}{0{,}51} = 3{,}33 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

Diesem Werthe entspricht nach der Tabelle auf Seite 202 eine Gewölbstärke von 2 Stein in genügender Weise, so dass die Anordnung des Grates nach D und E in der Zeichnung erfolgen könnte. Der Normaldruck $\mathfrak{N}_0$ ergiebt sich, da $lN = 14$ m gefunden ist, als

$$\mathfrak{N}_0 = 14 \cdot 0{,}5 \cdot \frac{1}{0{,}51} = 13{,}71 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

In jener Tabelle überschreitet dieser Werth den bei einer Stärke von 2 Stein aufgeführten Normaldruck N von $11{,}07$ Quadr.-, bezw. Cub.-Met., so dass bei einem Gratbogen aus Backstein bei dem hier untersuchten Gewölbe mit quadratischem Grundriss und 8 m Spannweite eine Verstärkung um ½ Steinlänge vom Scheitel nach dem Widerlager angezeigt ist.

Der Gratbogen soll aber aus Quadermaterial vom Eigengewicht $2{,}4$ bestehen. Die durchschnittliche mittlere Breite oder die Dicke desselben, welche jetzt in Rechnung kommt, ist jedoch nach den Normalschnitten α, β, γ nur gleich $0{,}30$ m. Für die Berechnung der Stärke des Gratbogens sind die Linienwerthe $lo = 3{,}4$ m und $lN = 14$ m des Planes B massgebend. Dieselben sind jedoch unter Zurückführung des Eigengewichtes $2{,}4$ des Quadermaterials auf $1{,}6$ des Wölbmaterials erhalten. Aus diesem Grunde ist die Ermittelung des wagrechten Druckes $\mathfrak{H}_{,}$ im höchsten Punkte der Scheitelfuge y und des Normaldruckes $\mathfrak{N}_{,}$ in der Widerlagsfuge über dem Anfänger des Grates unter Berücksichtigung des Verhältnisses von $1{,}6 : 2{,}4$ vorzunehmen. Danach erhält man, da die Basis $oz = 0{,}5$ m unverändert bleibt, jetzt

$$\mathfrak{H}_{,} = 3{,}4 \cdot \frac{1{,}6}{2{,}4} \cdot 0{,}5 \cdot \frac{1}{0{,}30} = 3{,}77 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

und

$$\mathfrak{N}_{,} = 14 \cdot \frac{1{,}6}{2{,}4} \cdot 0{,}5 \cdot \frac{1}{0{,}30} = 15{,}55 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

Setzt man in Gleichung 142 (S. 185) statt H den Werth $\mathfrak{H}_{,}$, so ergiebt sich die gesuchte Stärke des aus Quadern anzufertigenden Gratbogens als

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - 3{,}77)\, 3{,}77} = 0{,}43 \text{ m},$$

und führt man in Gleichung 148 (S. 186) für N die Grösse $\mathfrak{N}_{,}$ ein, so erhält man

$$d_{,} = \frac{1}{180} \sqrt{(540 - 15{,}55)\, 15{,}55} = 0{,}50 \text{ m}.$$

Auch hiernach ist die Vornahme einer allmählichen Verstärkung des Gratbogens vom Scheitel nach dem Widerlager zweckmässig.

In der Zeichnung war die Stärke des Gratbogens schätzungsweise zu $0{,}50$ m angenommen. Die Rechnung erfordert keine Vermehrung derselben, so dass die statische Untersuchung des Grates abgeschlossen werden kann.

254. Kreuzgewölbe mit Schwalbenschwanz-Verband.

In gleicher Weise würde auch die Bestimmung der Gratstärke für ein Kreuzgewölbe mit rechteckigem Grundriss und Einwölbung auf Kuf getroffen werden können. Bei der Einwölbung der Kappen auf Schwalbenschwanz-Verband bleiben die Grundlagen für die statische Untersuchung der Gratbogen ebenfalls bestehen. Nur ist hierbei zu beachten, dass, wie früher bereits bemerkt, von den einzelnen Gewölbstreifen der Kappen, also hier der an einem und demselben Grat liegenden Kappen-hälften, im Allgemeinen auf den Gratbogen nur lothrecht wirkende Belaſtungen, wie z. B. T_0 und G_0 auf der Tafel bei S. 370, übertragen werden, welche alsdann mit dem Gewichte G des zugehörigen Gratſtückes unmittelbar zu einer lothrecht wirkenden Reſultirenden W zuſammenzuſetzen ſind. Durch eine leicht zu treffende Geſtaltung der Querſchnittsfläche des Gratbogens und der damit verbundenen Schwerpunktslage deſſelben iſt dahin zu ſtreben, daſs die ſämmtlichen derartigen Reſultirenden für alle Theilſtücke in eine und dieſelbe lothrechte Ebene innerhalb des Grates fallen, welche alsdann die Kräfteebene des Gratbogens bildet.

255. Kreuzgewölbe ohne Gratbogen.

Sind bei Kreuzgewölben von geringer Weite beſondere Gratbogen nicht vorhanden, ſo iſt offenbar auch keine Stabilitäts-Unterſuchung für einen Grat vorzunehmen. Wohl aber machen ſich in der Ebene des Zuſammenſchnittes der Kappen, alſo in der Ebene der Gratlinie, Kräfte der Elementarſtreifen der Kappen in ähnlicher Weiſe geltend, wie bei den Kreuzgewölben mit beſonderen Gratbogen. Dieſe Kräfte ſind bei der Beſtimmung der Widerlagsſtärke der Gewölbe ohne ſelbſtändigen Grat eben ſo in Betracht zu ziehen, wie bei den mit Gratbogen verſehenen Kreuzgewölben.

γ) Stärke der Widerlager.

256. Kreuzgewölbe mit Gratbogen.

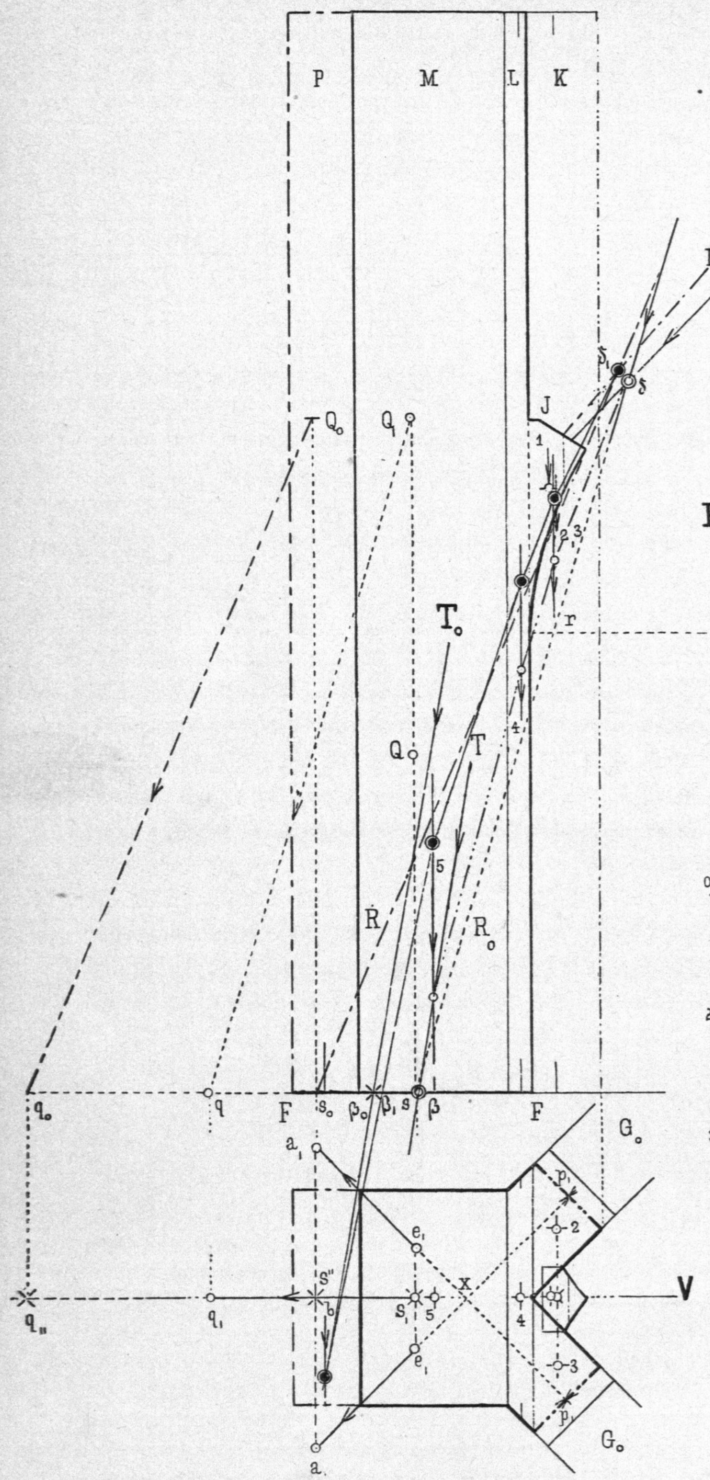
Bei den offenen Kreuzgewölben ſind die Stirnmauern durch Oeffnungen frei gehalten, welche unterhalb des Randbogens der Kappen mit Gurtbogen abgeſchloſſen werden, deren Wölblinien den Stirnlinien des Gewölbes meiſtens entſprechend gekrümmt gewählt werden. Dieſe Gurtbogen finden mit den Kreuzgewölben ſelbſt ein gemeinſchaftliches Widerlager an den Eckpfeilern des überwölbten Raumes. Dieſe Eckpfeiler ſind die Stützkörper des Wölbſyſtems. Die Stärke derſelben hängt bei den offenen Kreuzgewölben alſo gleichzeitig von den Gewölbdrücken der ihnen zugewieſenen Gurtbogen und von den in den Gratbogen der Kreuzgewölbe wirkenden Gewölbſchüben ab. Die Vereinigung dieſer beiden Gruppen von Kräften mit dem Gewichte der Widerlagspfeiler bildet den Ausgangspunkt für die ſtatiſche Unterſuchung und Beſtimmung der Stärke dieſer Stützkörper. Die maſsgebenden Grundlagen für ſolche Unterſuchungen ſind bereits in Art. 143 (S. 197) beim Tonnengewölbe gegeben. Die Anwendung derſelben bei den Widerlagern der offenen cylindriſchen Kreuzgewölbe ſoll auf der neben ſtehenden Tafel gezeigt werden. Das hier gewählte Kreuzgewölbe entſpricht in ſeinen Abmeſſungen und Anordnungen der in Art. 248 (S. 363) als Beiſpiel 1 gegebenen Gewölbanlage. Die halbkreisförmigen Gurtbogen G_0 ſammt ihrer Aufmauerung ſollen aus Quadermaterial vom Eigengewicht 2,4 beſtehen, wie ſolches auch für die Gratbogen jenes Gewölbes vorgeſehen war.

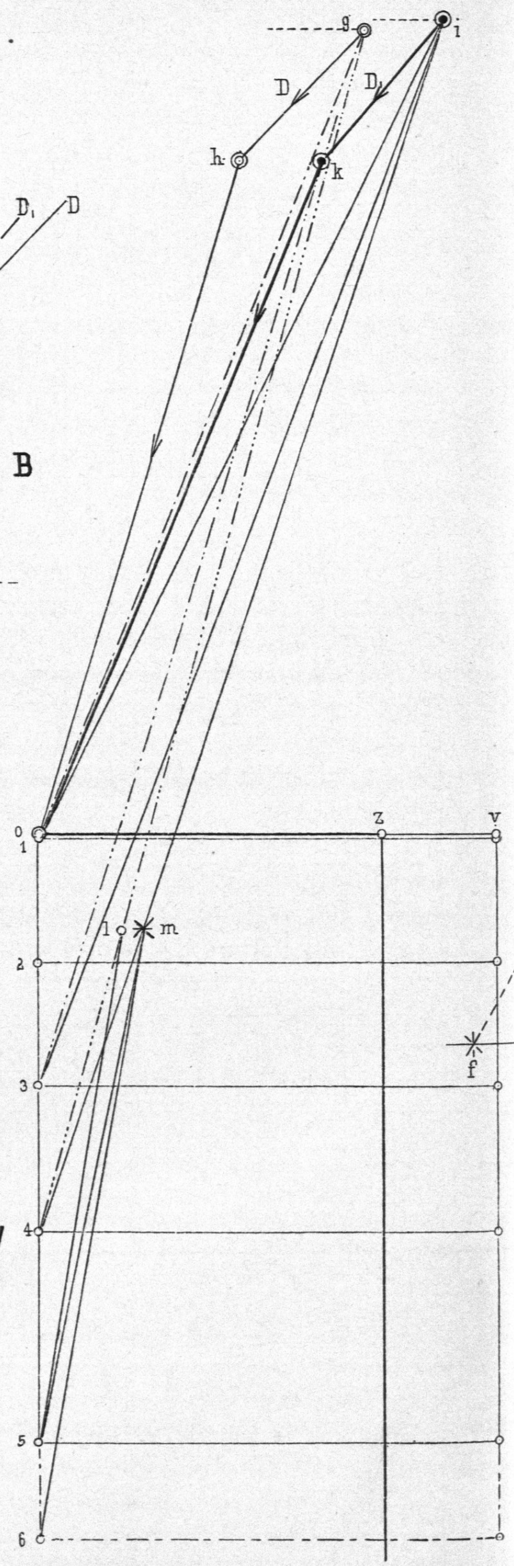
Zuerſt iſt im Plane A der neben ſtehenden Tafel, unter Einführung einer beliebig gewählten Baſis $oz = 3$ m, der feſten Länge $zv = 1$ m und der Tiefe $vw = 0{,}80$ m der beiden gleichen und gleich belaſteten Gurtbogen G_0 von je 6 m Spannweite, die Gewichtsſtrecke oQ einer Hälfte dieſer ſymmetriſch geformten und belaſteten Tonnengewölbe bis zu der durch p geführten Lothrechten py ermittelt. Sodann iſt in bekannter Weiſe der Horizontalſchub H_0 im höchſten Punkte der Scheitelfuge, bezw. der Gewölbſchub S, welcher auf die Widerlagsfuge am Anfänger des Gurtbogens kommt, beſtimmt. Berechnet man die Stärke des Gurtbogens, ſo ergiebt ſich, da $ao = H_0 = 1{,}25$ m miſst, der in Gleichung 142 (S. 185) für H einzuſetzende Werth

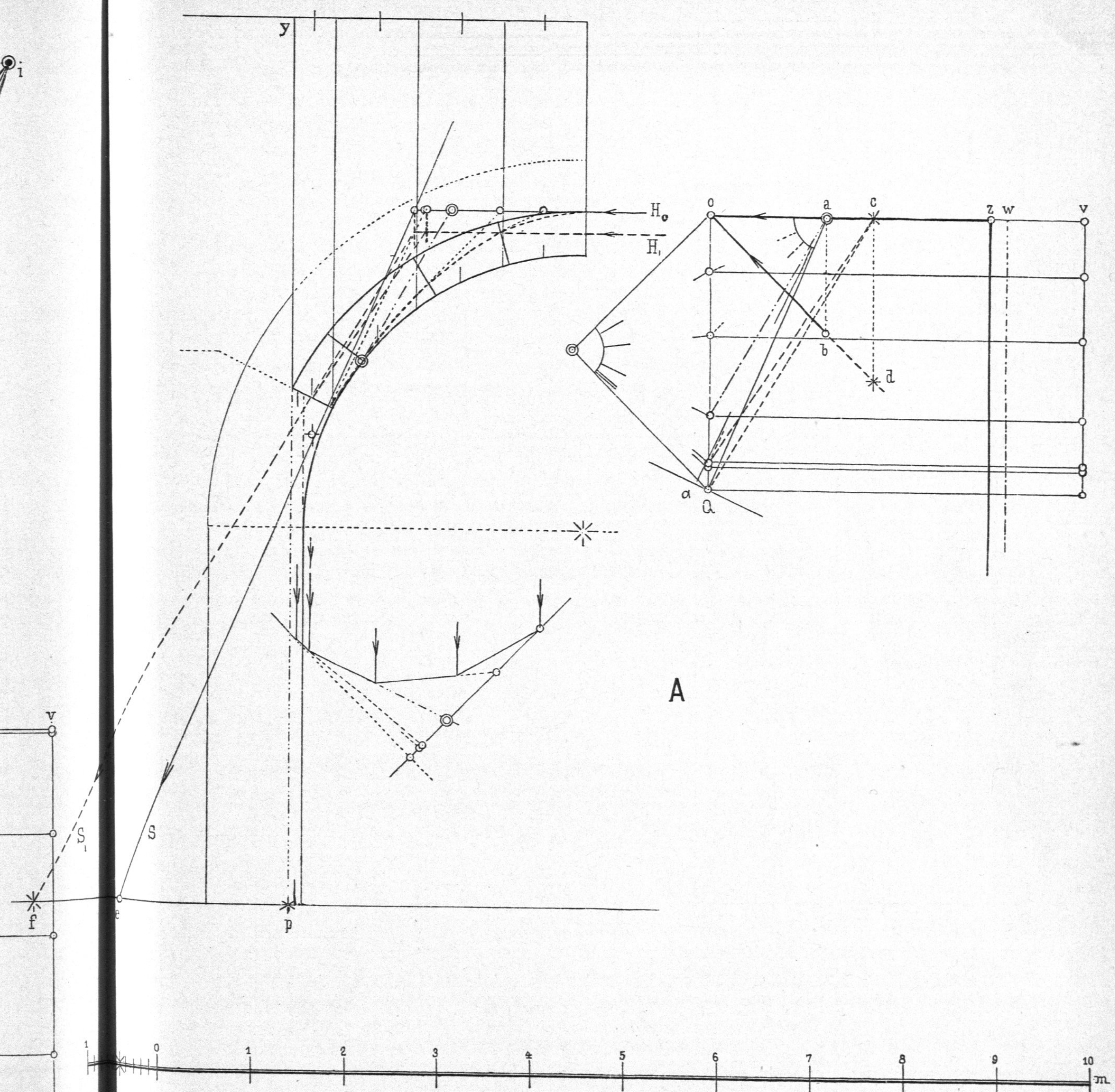
$$H_0 = 1{,}25 \cdot 3 \cdot \frac{1}{0{,}80} = \infty\, 4{,}7 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

Hiernach wird

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - 4{,}7)\, 4{,}7} = \infty\, 0{,}48 \text{ m}.$$







Stabilitäts-Unterſuchung des Widerlagers für ein cylindriſches Kreuzgewölbe mit Gratbogen.

Für den Normaldruck in der Widerlagsfuge ist $a\alpha = 3{,}2$ m bestimmend. Man erhält

$$N_0 = 3{,}2 \,.\, 3 \,.\, \frac{1}{0{,}80} = 12 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

Für N in Gleichung 148 (S. 186) diese Zahl 12 eingesetzt, giebt

$$d_{,} = \frac{1}{180}\sqrt{(540 - 12)\,12} = 0{,}44 \text{ m}.$$

Der Gurtbogen ist also 0,48 m stark zu nehmen. In der Zeichnung war auf Grund einer nach Art. 138 (S. 190) geführten Voruntersuchung diese Stärke angenommen.

Der Gewölbschub S, abhängig von dem hier möglichen kleinsten Horizontalschube H_0, nimmt einen kleinsten noch zulässigen Grenzwerth an. Gehörig erweitert schneidet die Richtung von S die Grundebene pf des Stützkörpers in e im Abstande pe von der Lothrechten py. Für die Bestimmung der Widerlagsstärke ist nach Art. 142 (S. 197) aber dieser Gewölbschub besser abhängig zu machen von einem Horizontalschub H_1, welcher im Mittelpunkte der Scheitelfuge angreift und mit der Belastung des Gurtbogens eine Resultirende S_1 erzeugt, welche durch den Mittelpunkt der Kämpferfuge geht. Auch dieser Gewölbschub $S_1 = cQ$ für den Horizontalschub $H_1 = co$ ist auf der neben stehenden Tafel bestimmt. Derselbe trifft die Grundebene pf des Widerlagskörpers im Punkte f.

Jeder der beiden Gurtbogen G_0 liefert also als Beanspruchung des Eckpfeilers des Kreuzgewölbes diese Gewölbschübe S, bezw. S_1. Werden zunächst die beiden Gewölbschübe S betrachtet, so liegen ihre Angriffspunkte in der Grundebene des Eckpfeilers nach dem Plane B der neben stehenden Tafel je für sich in den Punkten $e_{,}$ ihrer Kräfteebenen, und $p_{,}e_{,}$ ist gleich pe des Planes A. Die lothrecht durch $e_{,}$ gerichtete Seitenkraft des Schubes S ist gleich dem Gewichte oQ und die wagrecht in $e_{,}$ nach $e_{,}a_{,}$ gerichtete Seitenkraft von S ist gleich $H_0 = ao$. Setzt man die beiden lothrechten und gleich grossen Seitenkräfte oQ der Schübe S beider Gurtbogen zu einer Mittelkraft gleich $2\,oQ$ zusammen, so liegt ihr Angriffspunkt im Halbirungspunkte $s_{,}$ der Geraden $e_{,}e_{,}$ und weiter in der Richtung der lothrechten Kräfteebene V des Gratbogens des Kreuzgewölbes. Setzt man ferner die beiden wagrechten Seitenkräfte $H_0 = ao$ in x in der Grundebene des Eckpfeilers zu einer Mittelkraft zusammen, so liegt dieselbe gleichfalls in der Ebene V. Die Grösse dieser Mittelkraft findet man einfach als bo des Kräftedreieckes bao, worin $ba = ao = H_0$ ist. Verlegt man den Angriffspunkt x dieser Mittelkraft in ihrer Richtung nach $s_{,}$ und setzt man zum Schluss $s_{,}q_{,} = sq = bo$ mit $sQ_{,} = 2\,.\,oQ$ zu einer Mittelkraft $Q_{,}q$ im Plane B zusammen, so erhält man in dieser Mittelkraft, welche wiederum in der Kräfteebene V des Gratbogens liegt, der Grösse und dem Sinne nach den Druck, welcher von den beiden Gurtbogen G_0 auf den Eckpfeiler des Kreuzgewölbes kommt. Dieser Druck ist in seiner Abhängigkeit vom kleinsten möglichen Horizontalschub H_0 ebenfalls am kleinsten.

Genau so ist unter Benutzung des grösseren Horizontalschubes $co = H_1$ der grössere resultirende Druck $Q_0 q_0$ zu bestimmen. Für denselben ist $s_0 q_0 = do$ des Planes A und $s_0 Q_0$ wiederum gleich $2\,oQ$. Da der Angriffspunkt des Druckes $Q_{,}q$ in $s_{,}$ der Grundfläche des Eckpfeilers liegt, die lothrechte Projection dieses Punktes in s erhalten wird, so giebt der durch s parallel zu $Q_{,}q$ gezogene Strahl R_0 die wirkliche Lage jenes Druckes in der Kräfteebene V.

Für den grösseren Druck $Q_0 q_0$ ist der Angriffspunkt $s_{,,}$ in der Grundfläche der Mittelpunkt der geraden Linie $a_{,}a_{,,}$ wofür $p_{,}a_{,} = pf$ des Planes A sein muss. Die lothrechte Projection s_0 des Angriffspunktes ist ein fester Punkt für die zu $Q_0 q_0$ parallel gezogene Gerade R, welche gleichfalls die wirkliche Lage des grösseren Druckes $Q_0 q_0$ in der Kräfteebene V bestimmt. In dieser Ebene herrscht nun weiter der von den Gewölbkappen auf ihren zugehörigen Grat übertragene gesammte Druck, welcher schliesslich vom Gratbogen auf den Eckpfeiler weiter geführt wird.

Nach den zur Tafel gehörigen Ermittelungen kann zunächst wieder der gefundene kleinere vom Gratbogen auftretende Druck D und sodann der grössere am Gratbogen bestimmte Druck $D_{,}$ in Betracht gezogen werden.

Nach dem Plane B auf der Tafel bei S. 376 ist D mit Hilfe der Kraftstrecke $l\,VI$, dagegen $D_{,}$ unter Verwerthung der Strecke $m\,VI$ fest zu legen. In jener Abbildung ist $l\,VI = 14{,}4$ m und die Basis $oz = 0{,}5$ m, mithin die Kraftstrecke mit einer Masszahl $14{,}4 \,.\, 0{,}5 = 7{,}2$ behaftet. Dort waren die Gewichte auf Wölbmaterial vom Eigengewichte 1,6 zurückgeführt.

Bei der jetzt anzustellenden Untersuchung ist jedoch Quadermaterial vom Eigengewichte 2,4 zu berücksichtigen. Hiernach ist also die Masszahl 7,2 durch Multiplication mit $\frac{1{,}6}{2{,}4}$ als $7{,}2 \,.\, \frac{1{,}6}{2{,}4} = 4{,}8$ für Quadermaterial zu erhalten. Da endlich in der neben stehenden Tafel die Basis zu 3 m fest gelegt war, so ergiebt sich die im Kräfteplane B einzutragende Kraftstrecke D zu $\frac{4{,}8}{3} = 1{,}6$ m gleich der Strecke gh.

Für die gröfsere Kraftftrecke $D_{,}$, gleich der Strecke ik, findet man die zugehörige Mafszahl, da $m\,VI$ im Plane B der Tafel bei S. 376 $14{,}7$ m mifft, nunmehr durch den Ausdruck

$$D_{,} = 14{,}7 \cdot \frac{0{,}5}{3} \cdot \frac{1{,}6}{2{,}4} \doteq 1{,}63 \text{ m}.$$

Unter Benutzung der Neigungswinkel $o\,l\,VI$, bezw. $o\,m\,VI$ zur Wagrechten und der Lage der Angriffspunkte der Drücke $l\,VI$, bezw. $m\,VI$ in der Widerlagsfuge am Anfänger des Gratbogens auf der genannten Tafel find die Drücke D und $D_{,}$ für fich eingetragen. Aus der Zufammenfetzung von $D = g\,h$ und $R_0 = h\,o$ in δ des Planes B erhält man $g\,o$ als kleineren Gefammtdruck für den Eckpfeiler, während durch die Zufammenfetzung von $D_{,} = i\,k$ und $R = k\,o$ in δ, der gröfsere Gefammtdruck für diefen Pfeiler durch $i\,o$ dargeftellt wird.

Nach der Ermittelung diefer Drücke kann nun die Stabilitäts-Unterfuchung des Eckpfeilers, welcher hier gleichfalls aus Quadermaterial vom Eigengewichte 2,4 beftehen foll, ganz nach dem in Art. 143 (S. 197) Gegebenen unter Berückfichtigung der aus der Zeichnung zu erfehenden Lamellentheilung und Gewichtsbeftimmung derfelben ohne weitere Schwierigkeiten vorgenommen werden.

Für den kleineren Druck D tritt die Lamelle M als Grenzftreifen ein. Das Gewicht derfelben ift zur Vermeidung einer zu langen Kräfteftrecke in ein Viertel feiner wirklichen Länge als Strecke $4\,5$ dargeftellt. Um dennoch die fehlerlofe Richtung der Mittelkraft T aus dem Kräftezuge $g\,h$, $h\,o$, $o\,5$ zu erhalten, ift $l\,4$ gleichfalls ein Viertel der Länge des Strahles $g\,4$ zu nehmen. Der Strahl $l\,5$, welcher für den ihm parallelen Strahl T beftimmend wird, giebt jene Mittelkraft in ein Viertel ihrer Gröfse an. Diefe Endrefultirende fchneidet die Fufsfläche des Eckpfeilers im umringelten Punkte β. Derfelbe liegt von der Aufsenkante der Lamelle M fo weit ab, dafs, wenn die Grundfläche des Pfeilers hier näherungsweife als ein Rechteck angefehen wird, der Punkt β eben an der Grenze des fog. inneren Drittels diefes Rechteckes bleibt. Für den kleinften Druck D würde alfo der Eckpfeiler mit den Theilftreifen K, L und M als ftandfähig gelten können.

Für den gröfseren Druck $D_{,}$ dagegen, welcher zur Herbeiführung eines üblichen Sicherheitsgrades für die Standfähigkeit diefes Eckpfeilers als wirkfam angefehen werden foll, genügt die eben ermittelte Stärke nicht mehr in dem Mafse, dafs eine Endrefultirende $5\,\beta$, parallel $m\,5$, innerhalb jenes inneren Drittels bleibt. Danach ift noch eine neue Lamelle P hinzuzufügen. Das Gewicht derfelben ift als Strecke $5\,6$ wiederum in ein Viertel der wirklichen Länge gezeichnet, und eben fo ift $m\,4$ gleich ein Viertel der Länge $i\,4$. Die Endrefultirende für den Kräftezug $i\,k$, $k\,o$, $o\,6$ ift nunmehr das Vierfache von $m\,6$. Ihre Lage T_0 parallel $m\,6$ im Pfeiler ift leicht zu beftimmen. Diefe Refultirende trifft die Fufsfläche deffelben im Punkte β_0, welcher das innere Drittel des neuen Pfeilers mit den Theilftreifen K, L, M und P nicht überfchreitet, fo dafs hiermit die Pfeilerftärke beftimmt ift. Die Breite $F\,F$ beträgt $2{,}1$ m.

Die Spannweite des Diagonalbogens ift bei dem quadratifchen Grundriffe des hier unterfuchten Kreuzgewölbes von 8 m Seitenlänge gleich $8\sqrt{2} = \backsim 11{,}3$ m; folglich ergiebt fich das Verhältnifs der Widerlagsftärke zu diefer Weite des ganzen Gratbogens zu $\frac{2{,}1}{11{,}3}$ als nahezu gleich $\frac{1}{5}$. Beim kleineren Drucke D ift die Widerlagsftärke gleich $1{,}5$ m, fo dafs nun jenes Verhältnifs in $\frac{1{,}5}{11{,}3}$, d. h. in $\frac{1}{7{,}5}$ umgewandelt würde.

Bei diefer Angabe einer Verhältnifszahl von Widerlagsftärke zur Spannweite eines ganzen Grat- oder Diagonalbogens mufs aber, wenn diefelbe überhaupt Werth haben foll, offenbar die Tiefe des Widerlagers mit beachtet werden. Diefelbe richtet fich, wie aus dem Grundriffe des Eckpfeilers zu erfehen ift, theilweife nach der Tiefe der Gurtbogen G_0. Im Allgemeinen follte die Tiefe der Eckpfeiler nicht unter $\frac{2}{3}$ der in der Richtung V der Gratlinie angetragenen Stärke herabfinken.

257. Kreuzgewölbe ohne Gratbogen.

Die Stabilitäts-Unterfuchung der Eckpfeiler für Kreuzgewölbe mit felbftändigen Gratbogen und rechteckigem Grundrifs ift auf dem eben befchriebenen Wege gleichfalls auszuführen. Bei Kreuzgewölben ohne befondere Gratbogen ift bei der Beftimmung der Widerlagsftärke das in Art. 255 (S. 378) Gefagte ohne Weiteres zu verwerthen. Hierbei fällt ein fonft vom Gratbogen herrührendes Eigengewicht einfach fort. Drücke, wie D, bezw. $D_{,}$ refultiren allein aus den Gewölbdrücken der in der Gratlinie zufammengefügten Elementarftreifen der Kappen. Das Wefen in der ſtatiſchen Unterſuchung der Eckpfeiler für derartige Gewölbe wird dadurch nicht geändert.

Treten gegen einen Zwiſchenpfeiler in vollſtändig ſymmetriſcher Anordnung und Belaſtung vier Gurtbogen und vier Gratbogen ſymmetriſch liegender Kappen einer Kreuzgewölbe-Anlage, ſo werden alle wagrechten Seitenkräfte der Drücke, welche von den Gurtbogen und Gratbogen auf den Pfeiler kommen, aufgehoben. Derſelbe wird dann nur durch lothrechte Kräfte beanſprucht. Die ſtatiſche Unterſuchung derſelben wird danach äuſserſt einfach und kann hier unterbleiben. 258. Pfeiler für vier Gurtbogen.

Bei einer Beanſpruchung der Eck- oder Zwiſchenpfeiler einer unſymmetriſchen Kreuzgewölbe-Anlage iſt die Stabilitäts-Unterſuchung der Stützkörper ſchrittweiſe von Gurtbogen zu Gurtbogen, ſo wie von Gratbogen zu Gratbogen zur Ermittelung der Reſultirenden der den Stützkörper angreifenden äuſseren Kräfte nach den Methoden der graphiſchen Statik, wenn auch etwas mühevoll, doch ohne ſehr erhebliche Schwierigkeiten, vorzunehmen. Die Endreſultirende dieſer angreifenden Kräfte im Raume, wobei ſich unter Umſtänden ein Kräftepaar geltend machen kann, iſt mit dem Gewichte des Pfeilers dann weiter zu vereinigen, um Aufſchluſs über die Standfähigkeit des Stützkörpers zu erhalten. Durch Uebermauerung der Gewölbzwickel, bezw. der Stützkörper muſs dahin geſtrebt werden, ein etwa ſich zeigendes Kräftepaar in ſeiner Wirkung wieder aufzuheben.

δ) Empiriſche Regeln für die Gewölbſtärke.

Sollte bei gröſseren Kreuzgewölbe-Anlagen auch ſtets eine gewiſſenhafte ſtatiſche Unterſuchung und danach die Berechnung der Gewölbſtärke ſtattfinden, ſo hat man doch bei den in der Praxis ſo häufig zur Ausführung gelangten und noch vielfach angewandten cylindriſchen Kreuzgewölben der Erfahrung im Allgemeinen entſprechend die folgenden Regeln für die Beſtimmung der Gewölbſtärke aufgeſtellt. 259. Stärke der Kappen.

Die Stärke der Kappen der halbkreisförmigen, bezw. elliptiſch-cylindriſchen Kreuzgewölbe, welche auſser ihrem eigenen Gewichte beſondere Belaſtungen nicht aufzunehmen haben, kann bei der Verwendung von gutem Backſteinmaterial, einem fehlerfreien, nicht zu langſam bindenden Mörtel und unter der Vorausſetzung einer ſorgfältigen Ausführung bei einer Spannweite bis zu 6^{m} $^1/_2$ Stein, bei einer Weite bis zu 9^{m} $^1/_2$ Stein im Scheitel und 1 Stein am Widerlager betragen. Geht die Spannweite über 9^{m} hinaus, ſo giebt man den Kappen zweckmäſsig durchweg 1 Stein Stärke.

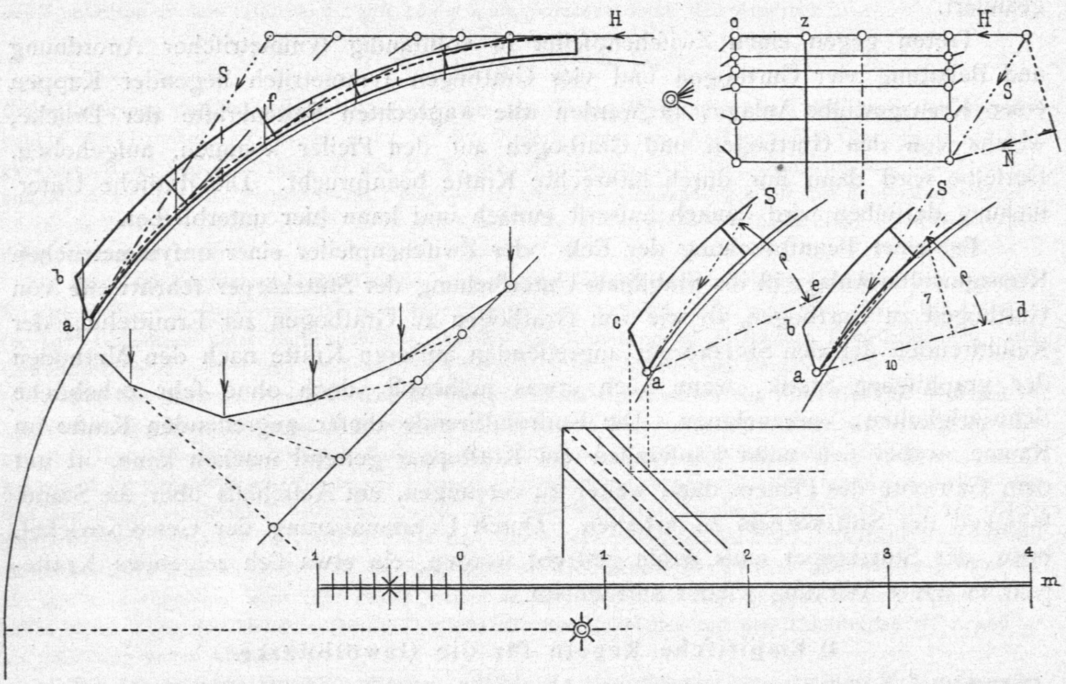
Im Hochbauweſen kommen Kreuzgewölbe, welche gröſsere Kappenſtärken als 1 Stein erfordern, ſelten vor.

Bei Kreuzgewölben, deren Kappen aus hinreichend feſten und lagerhaften Bruchſteinen oder aus gutem Quadermaterial einzuwölben ſind, kann die Kappenſtärke ungefähr gleich $\frac{1}{25}$ ihrer Spannweite genommen werden.

Daſs dieſe nach empiriſchen Regeln angegebenen Stärken unter Umſtänden noch einer Prüfung auf ihre Stichhaltigkeit unterzogen werden ſollten, mag durch Fig. 445 nachgewieſen werden.

Für das im Art. 248 (S. 363) gegebene Beiſpiel 1 iſt bei dem mitgetheilten Kreuzgewölbe eine Spannweite von 8^{m} vorhanden. Hiernach könnte den vorhin angeführten Abmeſſungen zufolge eine Stärke der Kappen gleich $^1/_2$ Stein im Scheitel und 1 Stein bei den Schichten in der Nähe des Widerlagers genommen werden. Die in der Zeichnung vorgeführte ſtatiſche Unterſuchung eines derartigen, an der Stirnmauer liegenden gröſsten Kappenſtreifens, deſſen Breite hier wiederum zu $0{,}60^{\mathrm{m}}$ angenommen iſt,

Fig. 445.



ergiebt für die Berechnung seiner Stärke, da $H = 0{,}55$ m und $N = 0{,}76$ m gefunden werden, bei der Basis $oz = 0{,}5$ m

$$\mathfrak{H} = 0{,}55 \,.\, 0{,}5 \,.\, \frac{1}{0{,}60} = \backsim 0{,}46 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

und

$$\mathfrak{N} = 0{,}76 \,.\, 0{,}5 \,.\, \frac{1}{0{,}60} = 0{,}633 \text{ Quadr.-, bezw. Cub.-Met.}$$

Ein Vergleich dieser Werthe für $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{N}$ mit den in der Tabelle auf S. 202 enthaltenen Grösen H und N zeigt, dass $\mathfrak{H}$ eine etwas grössere Stärke als $^1/_2$ Stein, $\mathfrak{N}$ aber für die Stärke am Widerlager noch keine Dicke von 1 Stein fordert.

Da $N = 0{,}6$ Quadr.-, bezw. Cub.-Met. in jener Tabelle eine Stärke von $^1/_2$ Stein gestattet, so kann man auch unter Zulassung einer etwas grösseren Pressung im Scheitel für $\mathfrak{H} = 0{,}46$ Quadr.-, bezw. Cub.-Met. die Stärke von $^1/_2$ Stein füglich gelten lassen, und die Kappe in der nach der empirischen Regel empfohlenen Weise mit einer Verstärkung nach dem Widerlager gestalten.

Wohl aber sollte dabei noch geprüft werden, ob, bei der oft steil gehaltenen Anarbeitung der Widerlagsfläche am Grat, die Richtung des hier wirkenden Gewölbschubes S mit der Senkrechten auf der Fuge ab die Grösse des zulässigen Reibungswinkels ρ nicht überschreitet.

Nach der ursprünglichen Annahme der Widerlagsfuge ab ist hier der Winkel Sad grösser als der Winkel ρ. Hieraus folgt, dass die Widerlagsfuge, wie z. B. ac, so gerichtet sein soll, dass der Winkel Sae mindestens gleich dem Winkel ρ wird, d. h. diese Widerlagsfuge soll, um ein Gleiten des Streifens am Grat zu unterdrücken, überall nicht zu steil gestellt werden.

Ausserdem sei darauf hingewiesen, dass zur geeigneten Erzielung einer stetigen Zunahme der Gewölbstärke vom Scheitel bis zum verstärkten Ansatze in der Kappe ein Ausgleich des Zwickels f durch Beton oder durch Ausfüllung mit Mörtel und Steinbrocken anzurathen ist.

260. Stärke der Grate.

Cylindrische Kreuzgewölbe von geringer Spannweite, welche etwa $3{,}0$ m bis $3{,}5$ m beträgt, erhalten, wenn keine fremde Belastung in Rechnung zu bringen ist, recht oft weder eine Verstärkung im Grat, noch besondere, selbständig ausgeführte Gratbogen. Ihre Kappen schneiden in der Ebene der Gratlinie zusammen. Solche Gewölbe sind Deckenbildungen mehr untergeordneter Art. Wird die Spannweite gröſser als $3{,}5$ m oder hat das Gewölbe noch eine Belaſtung durch Sandſchüttung oder durch einen darüber befindlichen Fuſsboden aufzunehmen, ſo tritt bis zu Spannweiten von 6 m, je nach den obwaltenden Umſtänden, entweder eine Gratverſtärkung, worüber unter 3 bei der Ausführung der Kreuzgewölbe noch das Nöthige geſagt werden ſoll, oder die Einführung ſelbſtändiger Gratbogen ein.

Bei gröſseren Spannweiten iſt die Herrichtung ſolcher Gratbogen ſtets zweckmäſsig. Bei den cylindriſchen Kreuzgewölben erhalten dieſe Gratbogen unterhalb der Wölbfläche keine beſonders gegliederten Anſätze (Profile); ſie laufen vielmehr meiſtens in eine Schneide aus, welche dem Zuſammenſchnitt der angrenzenden Kappenflächen angehört. Die in lothrechten Ebenen liegenden geraden Erzeugenden der Widerlagsflächen der Kappen haben vom Fuſse des Gratbogens bis zum Scheitel deſſelben verſchiedene Neigungswinkel zur ſenkrechten Richtungsebene des Grates. In Folge hiervon wechſelt in jedem Normalſchnitt deſſelben auch ſeine mittlere Breite. Damit der Gratbogen durch die mittels Abſchrägung ſeiner ſonſt lothrechten Seitenflächen zu gewinnenden Widerlagsflächen nicht zu ſehr in ſeinem Verbande, bezw. ſeinem auf Druck beanſpruchten Körper geſchwächt wird, darf die wagrechte Projection deſſelben der Breite nach nicht zu gering bemeſſen werden.

Bei Spannweiten der Kappen bis etwa 4 m beträgt dieſelbe bei Gratbogen aus Backſtein mindeſtens 1 Stein, die Höhe oder Stärke des Grates hierbei gleichfalls wenigſtens 1 Stein. Bei gröſseren Spannweiten bis etwa 9 m iſt die Breite der Gratbogen $1\frac{1}{2}$ Stein, unter Umſtänden 2 Stein, ihre Stärke $1\frac{1}{2}$ Stein bis 2 Stein zu nehmen. Sind Gratbogen innerhalb der Spannweiten der Kappen von 4 m bis 9 m bei $1\frac{1}{2}$ Stein Breite im Scheitel 1 Stein ſtark angenommen, ſo ſind dieſelben nach dem Widerlager auf $1\frac{1}{2}$ Stein zu verſtärken.

Bei Kreuzgewölben über 9 m Spannweite giebt nur die ſtatiſche Unterſuchung des Wölbſyſtemes Aufſchluſs über die zu wählenden Stärken der Gratbogen, bezw. der Gewölbkappen. Werden bei Backſteinkappen bis etwa 6 m Spannweite ſtatt der eigentlichen Gratbogen nur Gratverſtärkungen eingeführt, welche mit dem Mauerwerk der Kappen im Verbande ſtehen, ſo iſt dieſe Verſtärkung bei einer Breite von mindeſtens 1 Stein in ihrer Geſammthöhe, einſchlieſslich der Kappenſtärke über der inneren Gratlinie, gleichfalls nicht unter 1 Stein zu nehmen. Gratbogen aus genügend feſten Bruchſteinen oder Quadern ſollten bei kleineren Kreuzgewölben bis 6 m Weite nicht unter $0{,}20$ m Breite und $0{,}25$ bis $0{,}30$ m Stärke, bei gröſseren Gewölben aber eine Breite von $0{,}30$ bis $0{,}40$ m mit einer Höhe von $0{,}30$ bis $0{,}50$ m erhalten.

Bei den offenen cylindriſchen Kreuzgewölben aus Backſtein, Bruchſtein oder Quadern kann unter Berückſichtigung des Verhältniſſes der Breite zur Dicke des Widerlagskörpers wie 1 : 1, bezw. 2 : 3 (vergl. Art. 256, S. 380) die Stärke der Eckpfeiler in der Richtung der Gratebene etwa zu $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{4}$ der Weite des ganzen Gratbogens gewählt werden. Hierbei iſt die Höhe des Widerlagers von ſeiner Fuſsfläche bis zur Kämpferebene etwa gleich 3 m vorausgeſetzt. Bei einer Höhe über 3 m iſt jene Stärke um etwa $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{8}$ des ganzen Höhenmaſses zu vergröſsern. 261. Widerlagsſtärke.

Bei den geſchloſſenen cylindriſchen Kreuzgewölben iſt die Stärke der Mauerkörper an den Ecken des Raumes in der Richtung der Gratebene ſchätzungsweiſe zu $\frac{1}{7}$ der Spannweite des ganzen Gratbogens zu ſetzen. Bei einer Widerlagshöhe über 3 m iſt dieſe Stärke ebenfalls entſprechend zu vergröſsern.

Die flachen Kreuzkappengewölbe erhalten in den meisten Fällen eine Gewölbstärke von ½ Stein und Gratverstärkungen oder Gratbogen von 1 bis 1½ Stein Breite mit 1 bis 1½ Stein Höhe.

Dieselben Abmessungen gelten gewöhnlich auch für nicht sehr stark belastete ansteigende Kreuzgewölbe. Die Stärke der Widerlager dieser zuletzt erwähnten beiden Arten von Kreuzgewölben wird am besten durch eine statische Untersuchung fest gestellt.

s) Verankerungen.

262. Sichtbare Verankerungen. Wenn gleich die Stärke der Widerlager, d. h. der Eck- und Zwischenpfeiler der cylindrischen Kreuzgewölbe, von vornherein so grofs genommen werden sollte, dafs dieselben im Stande sind, dem vollen Gewölbschube mit ausreichender Sicher-

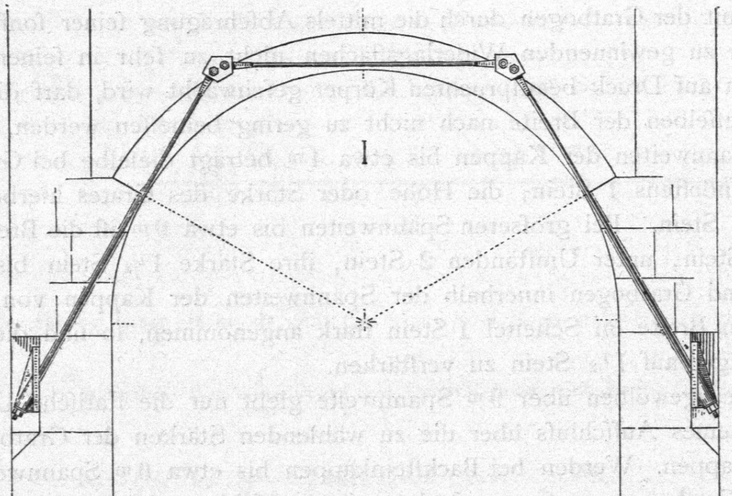


Fig. 446.

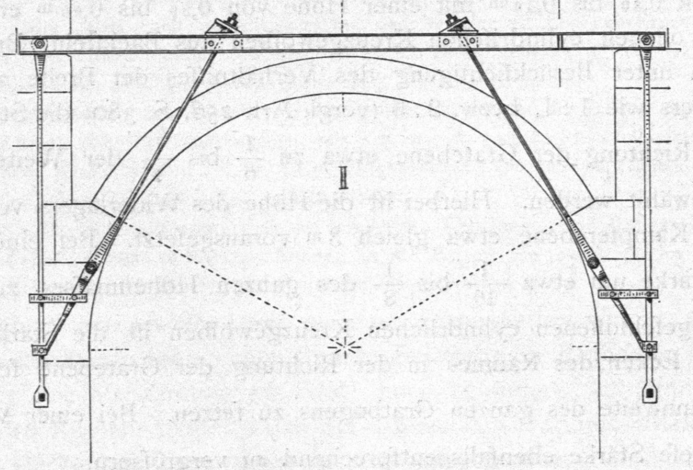


Fig. 447.

heit zu widerstehen, so können doch Umstände eintreten, welche eine besondere Verankerung und damit eine Verstärkung der Widerlagskörper, namentlich der Eckpfeiler, erforderlich machen. Immerhin dürfen diese Verankerungen bei Kreuzgewölben nur als Nothbehelfe angesehen werden.

Die aus Flach- oder Rundeisen bestehenden Ankerstangen würden ihre günstigste Lage in der Kämpferebene oder wenig darüber in der Richtung der Gratlinien erhalten, um damit dem Schube der Gratbogen am besten begegnen zu können. Eine solche Anordnung würde auch in wahrheitsgetreuer Weise auf den eigentlichen Zweck der Verankerung hinweisen. Eben so könnten bei offenen Kreuzgewölben zur Verankerung der Eckpfeiler und auch der Zwischenpfeiler die einzelnen Gurtbogen durch Ankerstangen, welche in der Kämpferebene angebracht würden, kräftig verspannt werden. Für diese einfachen Verankerungen gilt das in Art. 178 (S. 268) beim Kappengewölbe über Verstärkung seiner Widerlager Gesagte ebenfalls.

263. Unsichtbare Verankerungen.

Kommen auch derart angebrachte Verankerungen bei Bauwerken älterer und neuerer Bauperioden vor, so können dieselben doch in manchen Fällen bei ihrer tiefen Lage unter dem Gewölbscheitel störend sein. Alsdann sind die Verankerungen der Grat-, bezw. Gurtbogen nicht mehr sichtbar zu lassen, sondern in das Innere dieser Wölbkörper zu verlegen. Derartige Verankerungen zeigen Fig. 446 u. 447. Bei der Anordnung *I* ist ein Gelenksystem gebildet, um ein zweckmäßsiges Einleiten von Zugspannungen, hervorgerufen vom Gewölbschube am Widerlager der Grat- oder Gurtbogen, in die einzelnen Theile zu bewirken. Für die Berechnung der Querschnitte der Zugstangen, Ankerplatten u. s. f. ist aber zweckmäfsig von einem Gewölbschube auszugehen, welcher einer Maximaldrucklinie im Grat-, bezw. Gurtbogen angehört, sonst jedoch nach dem in Art. 178 (S. 268) Vorgetragenen zu verfahren. Die Verankerung *II*, welche in ihrer aus der Zeichnung deutlich zu erkennenden Anordnung einer von *Durm* bei einem Tonnengewölbe mit Stichkappen ausgeführten Anker-Construction[178]) entspricht, läfst sich auch bei Kreuzgewölben verwenden.

3) Ausführung der cylindrischen Kreuzgewölbe.

264. Material.

Die Kappen und die Gratbogen der cylindrischen Kreuzgewölbe sind Bestandtheile eines Tonnengewölbes. Ihre Ausführung hat also nach den Vorschriften zu geschehen, welche in Kap. 9, unter c mitgetheilt sind. Selbst die von den Römern geschaffenen, mit grofsen Spannweiten behafteten Kreuzgewölbe, welche im Allgemeinen aus Backsteinmaterial in Verbindung mit Gufswerk aus Steinbrocken und Mörtel bestanden[179]), hatten die Ausführung der ähnlich hergestellten Tonnengewölbe zur Grundlage.

Für die Kreuzgewölbe der Jetztzeit werden Backsteine, möglichst leichte, aber dennoch hinreichend feste, lagerhafte Bruchsteine und unter besonderen Verhältnissen leicht zu bearbeitende Quader zur Einwölbung verwendet. Als Bindemittel dient fehlerfreier Kalkmörtel, verlängerter Cementmörtel oder Cementmörtel allein. Das über diese Materialien beim Tonnengewölbe in Art. 150 (S. 218) Mitgetheilte trifft auch beim Kreuzgewölbe zu.

265. Lehrgerüste.

Cylindrische Kreuzgewölbe werden im Allgemeinen auf einer durch Lehrgerüste unterstützten Schalung eingewölbt.

178) Siehe: Durm, J. Der neue Friedhof in Karlsruhe. Zeitschr. f. Bauw., S. 3 u. Bl. 1—9.

179) Siehe Theil II, Band 2 dieses »Handbuches«.