Hierauf ist $bf = a1$ abgetragen, in der Mitte der Geraden $f1$ das Loth errichtet, welches erweitert den verlängerten Strahl $bd$ in $2$ schneidet. $2$ ist Mittelpunkt des Kreises $2$. Die durch $2$ und $1$ geführte Gerade scheidet beide Kreise.

Die in $b$ und $c$ geführten Normalen der zweiten Gruppe treffen sich im Punkte $e$. Da $ce$ grösser ist als $be$, so ist der Mittelpunkt $4$ auf der grösseren Strecke $ce$ angenommen und dabei $c4$ kleiner als $be$ gewählt. Nunmehr ist $bg = c4$ auf $be$ abgetragen, wiederum in der Mitte der Verbindungslinie $g4$ das Loth errichtet, welches verlängert die entsprechend fortgeführte Normale $be$ im Punkte $3$, d. i. im Mittelpunkte des Kreises $3$ trifft. Der Scheidestrahl der Kreise $3$ und $4$ ist die durch die Punkte $3$ und $4$ geführte Gerade.

## b) Stärke der Tonnengewölbe und ihrer Widerlager.

136.
Stärke unbelasteter halb-kreisförmiger Tonnengewölbe.

Beim Anfertigen des Entwurfes eines Tonnengewölbes, welches als Decke für einen gegebenen Raum ausgeführt werden soll, tritt die Frage in den Vordergrund, welche Stärke dem Gewölbe und seinen Widerlagern gegeben werden muss, damit diese Baukörper eine sichere und dauernde Standfähigkeit besitzen. Bei der Bestimmung dieser Stärken ist nicht ausser Acht zu lassen, dass der Materialaufwand für die Gewölb- und Widerlagsmassen ohne Schädigung der Stabilität der ganzen Wölbanlage ein möglichst kleiner wird. Aus diesem Grunde wird zunächst die geringste Weite des zu überdeckenden Raumes als Spannweite für das Gewölbe angenommen, während die längeren Begrenzungen desselben den Widerlagern zugewiesen werden. Sodann ist die grösste Belastung fest zu setzen, welche ausser dem Eigengewicht der Construction im ungünstigsten Falle auf das Gewölbe kommen soll, und endlich ist die Beschaffenheit des Materials in Hinsicht auf sein Gewicht und namentlich auf seine Festigkeit gegen Zerdrücken sorgfältig in Betracht zu ziehen.

Wenngleich eine grosse Zahl von empirischen Regeln für die Bestimmung der Stärken der Tonnengewölbe und ihrer Widerlager aufgestellt worden ist, so haben alle diese Regeln doch nur innerhalb gewisser Grenzen eine Berechtigung für ihre Anwendung; ausserhalb dieser Grenzen können sie sogar zu einem Irrthum Veranlassung geben.

Für das Festlegen der Form der Gewölblinie, für die Bestimmung des Fugenschnittes, der Dicke des Gewölbkörpers und der Stärke des Widerlagers sind in jedem besonderen Falle die Wirkungen der im Gewölb- und Widerlagskörper thätigen Kräfte, so weit und so scharf als solches möglich, zu ergründen, um hierdurch die Ueberzeugung von der Festigkeit und Sicherheit des Baukörpers in allen seinen Theilen zu gewinnen.

Diese Aufgabe der statischen Untersuchung der Gewölbe fällt der »Gewölbetheorie« anheim. Die Bekanntschaft mit derselben muss hier vorausgesetzt und in dieser Beziehung auf Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Abth. II, Abschn. 4[160]) dieses »Handbuches« verwiesen werden.

Wenngleich in den Abhandlungen über »Gewölbtheorie« wesentlich die im Ingenieurbauwesen vorkommenden Gewölbe in Betracht gezogen werden, so ist dennoch zu beachten, dass diese Theorie auch für die Gewölbe im Hochbau von grossem Werthe ist und in ihren Ergebnissen immer mehr und mehr Verwendung finden sollte. Auf einige wichtige dieser Ergebnisse möge im Folgenden hingewiesen werden[161]).

---

160) 2. Aufl.: Abth. II, Abschn. 5.

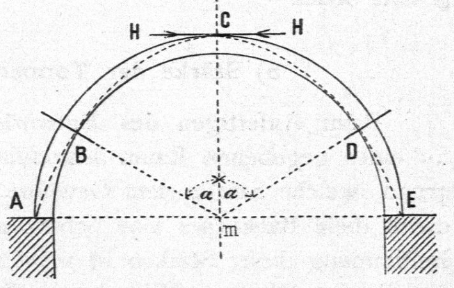
161) Siehe auch: SCHEFFLER, H. Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken. Braunschweig 1857.
RITTER, A. Lehrbuch der Ingenieurmechanik. Hannover 1876.

Ein unbelaftetes halbkreisförmiges Tonnengewölbe mit concentrifcher Rückenlinie ift, wenn von der Adhäfion des Mörtels in den Wölbfteinfugen abgefehen wird, eben noch im Zuftande des Gleichgewichtes, fobald die Gewölbftärke $d = \frac{1}{17{,}544}$ der Spannweite $s$ beträgt, oder, da $s$ gleich dem Zweifachen des Halbmeffers $r$ der Erzeugenden diefes Gewölbes ift, wenn

$$d = \frac{2r}{17{,}544} \quad \text{oder rund} \quad d = \frac{r}{9}$$

wird.

Fig. 292.

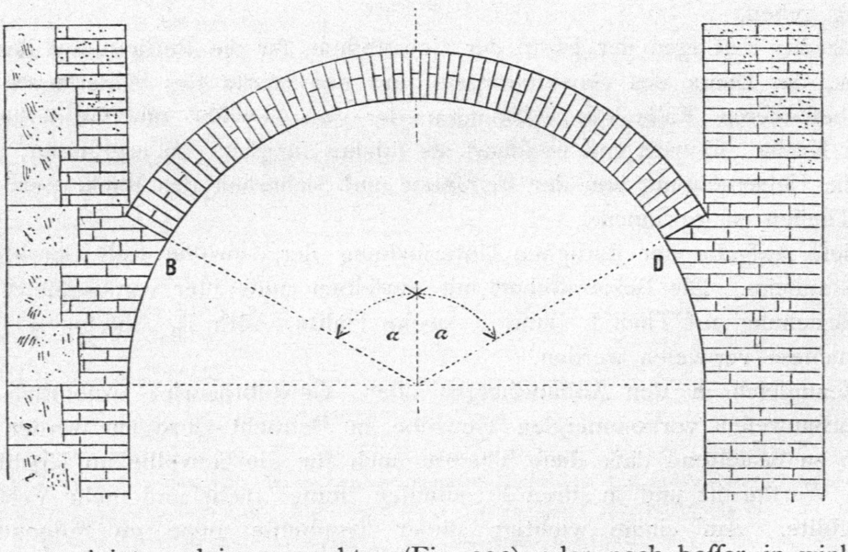



Bei diefer Abmeffung verläuft die dem möglichft kleinften Horizontalfchube $H$ entfprechende Mittellinie des Druckes (Stützlinie) nach Fig. 292 als Curve $ABCDE$, welche in den Punkten $B$ und $D$ die innere Wölblinie berührt und an diefen Stellen die fog. Bruchfuge kennzeichnet. Der Bruchwinkel $\alpha$ beträgt 54 Grad 10 Minuten oder nahezu 60 Grad mit dem Scheitellothe $Cm$; die Curve felbft nähert fich ftark einer Parabel.

Auch bei einem belafteten halbkreisförmigen Tonnengewölbe, bei welchem die Gewölbzwickel ausgemauert oder bei welchem noch aufserdem eine Uebermauerung, bezw. eine gleichförmig vertheilte Ueberlaft angebracht ift, ergiebt fich die Lage der erwähnten Bruchfuge durch einen Bruchwinkel von nahezu 60 Grad.

Hieraus folgt für die praktifche Ausführung der Halbkreis-Tonnengewölbe fchon die beachtenswerthe Anordnung, dafs zweckmäfsig die unteren Wölbftücke $BA$ und $DE$ gar nicht als Gewölbe in Mitleidenfchaft gezogen, vielmehr mit dem Wider-

Fig. 293.




lagskörper vereinigt und in wagrechten (Fig. 293) oder noch beffer in winkelrecht zur Curve $AB$, bezw. $DE$ gerichteten Schichten (Fig. 294 u. 295) gemauert werden. Durch diefe Conftruction wird die Spannweite des Gewölbes vermindert; die Gewölbdicke wird fich dadurch geringer geftalten und die Widerlagsftärke fich ebenfalls

Fig. 294.

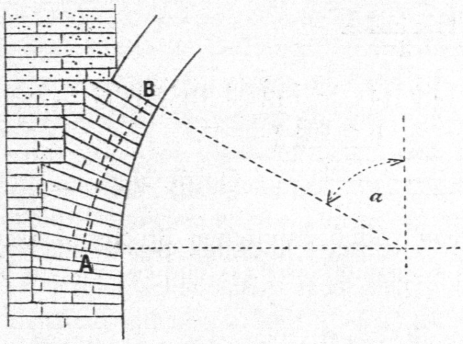
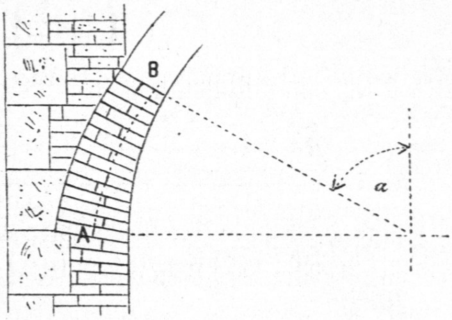


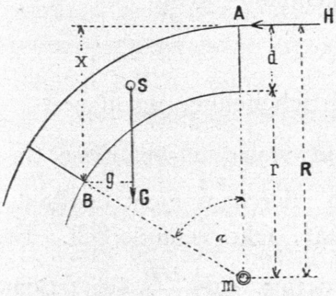

Fig. 295.




verkleinern. Da die Form der Mittellinie des Druckes von der Form der Gewölblinie wefentlich mit abhängt, die erftere aber fich bei Halbkreisgewölben von der Parabel nicht weit entfernt, fo folgt, dafs bei einer Parabel als Gewölblinie von vornherein auch eine günftige Mittellinie des Druckes in einem Parabel-Tonnengewölbe entfpringen wird (vergl. Art. 127, S. 153).

Von Wichtigkeit für die Beftimmung der Gewölbftärke und fpäter der Dicke des Widerlagers ift die Ermittelung der Gröfse des Gewölbfchubes *H*. Für eine beliebige, unter einem Winkel $\alpha$ zur Wagrechten geneigte Fuge *B* (Fig. 296) eines unbelafteten Halbkreisgewölbes hat der in der Scheitelfuge wirkende wagrecht gerichtete Gewölbfchub *H* mindeftens einen Werth, welcher fich nach den Bezeichnungen in Fig. 296 berechnen läfft aus der Gleichung 367 in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (S. 451 [162]) diefes »Handbuches«

Fig. 296.




$$H = \frac{G\,g}{x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 135.$$

Ift nun, wie in üblicher Weife angenommen wird, die Tiefe des Gewölbes rechtwinkelig zur Zeichenfläche gleich der Längeneinheit des Zeichenmafsftabes und ferner das Gewicht der Raumeinheit des Wölbmaterials gleich der Krafteinheit, fo läfft fich das Gewicht *G* des Ringftückes *A B* gleich dem Flächeninhalte diefes Stückes fetzen, d. h.

$$G = \frac{R^2 - r^2}{2}\,\alpha \text{ Quadr.-Met.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 136.$$

Da nun die wagrechte Entfernung *g* des Schwerpunktes *S* des Ringftückes vom Punkte *B* fich als

$$g = r\,.\,\sin\,\alpha - \frac{2}{3}\,.\,\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}\,.\,\frac{\left(\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}{\frac{\alpha}{2}} \text{ Met.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 137.$$

beftimmt und da ferner der lothrechte Abftand *x* des Angriffspunktes *A* des Gewölbfchubes *H* vom Fugenpunkte *B* als

$$x = (R - r\,.\,\cos\,\alpha) \text{ Met.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 138.$$

162) 2. Aufl.: Art. 274 (S. 258).

erſcheint, ſo erhält man, wenn in Gleichung 137

$$\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^2 = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

geſetzt wird, unter Einführung der Werthe 136, 137 u. 138 in Gleichung 135,

$$H = \frac{(R^2 - r^2)\,\frac{r\,\alpha\,.\,\sin\alpha}{2} - (R^3 - r^3)\,\frac{1 - \cos\alpha}{3}}{R - r\,.\cos\alpha} \text{ Quadr.-Met.} \quad . \quad 139.$$

Es ſei $\alpha = 60^0$, alſo näherungsweiſe dem vorhin ermittelten Bruchwinkel entſprechend; alsdann wird Bogen $\alpha = 1{,}0472$, $\sin\alpha = \sin 60^0 = 0{,}866$ und $\cos\alpha = \cos 60^0 = 0{,}5$, mithin

$$H = \frac{0{,}4534\,(R^2 - r^2)\,r - 0{,}166\,(R^3 - r^3)}{R - 0{,}5\,r} \text{ Quadr.-Met.} \quad . \quad . \quad . \quad 140.$$

Wäre nun die Scheitelſtärke $d$ des Gewölbes bekannt, ſo würde ſich die Gröſse von $H$ zahlenmäſsig feſt ſtellen laſſen, da bei gegebenem $r$ der Werth $R = r + d$ wird. Anderſeits würde dann auch bei der Gewölbtiefe gleich der Längeneinheit, z. B. $= 1^{\text{m}}$, die Fläche der gedachten Scheitelfuge gleich $d$ Quadr.-Met. ſein, und endlich würde, wenn die Gröſse $H$ noch mit 1 multiplicirt wird, dieſelbe auch ſofort als $H$ Cub.-Met. ausgedrückt werden können. Denkt man ſich dieſe $H$ Cub.-Met. als eine Steinſäule des Wölbmaterials auf der Fläche $d$ Quadr.-Met. angebracht und ermittelt man bei dem als bekannt geltenden Eigengewicht $\gamma$ Kilogr. einer Raumeinheit des Wölbmaterials das Gewicht der erwähnten Steinſäule, ſo iſt

$$\frac{H}{d}\,\gamma \text{ Kilogr.}$$

als mittlerer Druck für die Flächeneinheit der gedachten Scheitelfuge anzuſehen.

Der Werth $\frac{H}{d}$ iſt, wie zahlreiche Berechnungen an vielen ausgeführten Gewölben, namentlich bei Brückengewölben, ergeben haben, durchaus nicht conſtant; im Gegentheil iſt derſelbe, wie *Scheffler* nachgewieſen hat, ſehr veränderlich. Er nimmt mit dem Wachſen des Gewölbſchubes zu, aber derart, daſs $\frac{H}{d}$ bei feſtem Wölbmaterial bei kleinen Gewölben dem Gewichte einer Steinſäule von etwa $3^{\text{m}}$ Höhe, bei den gröſsten Gewölben dem Gewichte einer Steinſäule von etwa $60^{\text{m}}$ Höhe entſpricht.

Iſt z. B. für ein ſehr groſses Gewölbe $H = 90$ gefunden, ſo müſſte, um die Höhe $60^{\text{m}}$ der entſprechenden Steinſäule nicht zu überſchreiten,

$$\frac{H}{d} = 60 \quad \text{oder} \quad d = 1{,}5^{\text{m}}$$

werden. Alsdann iſt, wenn $1^{\text{cbm}}$ dieſer Steinſäule $2200^{\text{kg}}$ wiegt, die mittlere Preſſung $\frac{90\,.\,2200}{1{,}5\,.\,1} = 132000^{\text{kg}}$ für $1^{\text{qm}}$ oder $13{,}2^{\text{kg}}$ für $1^{\text{qcm}}$, während bei einem kleineren Gewölbe, für welches $H = 2$ und $d = 0{,}3$ ſich ergeben hat, die mittlere Preſſung $= \frac{2\,.\,2200}{0{,}3\,.\,1} = 11333^{\text{kg}}$ für $1^{\text{qm}}$ oder nur $1{,}1333^{\text{kg}}$ für $1^{\text{qcm}}$ wird.

Im letzteren Falle wäre die Höhe $x$ der Steinſäule zu finden aus $0{,}3\,.\,1\,.\,x = 2\,.\,1$, d. h. $x = 6{,}66^{\text{m}}$.

Bei dem zur Widerlagsfuge von der Stärke $d_1$ ſenkrecht gerichteten Gewölbdrucke $N$ treten in Rückſicht auf den Werth $\frac{N}{d_1}$ ähnliche Zuſtände auf. Aber *Scheffler* hat ermittelt, daſs der mittlere Druck $\frac{N}{d_1}$ für die Flächeneinheit der

Widerlagsfuge meiſtens weit gröſser iſt als der Werth $\frac{H}{d}$, und zwar oft um das Drei- und Vierfache deſſelben, d. h. daſs dieſer Druck bei kleinen Gewölben dem Gewichte eines Steinprismas von etwa 9 bis 12 m Höhe, bei den gröſsten Gewölben jedoch dem Gewichte eines ſolchen von 180 m bis ſogar 240 m Höhe entſpricht.

Der wichtige Umſtand nun, daſs auf Grund der an ausgeführten Gewölben vorgenommenen Berechnungen und Beobachtungen die Annahme eines gleichen Feſtigkeits-Coefficienten für Druck auf die Flächeneinheit nicht ſtatthaft erſcheint, ſo wie der fernere Umſtand, daſs auch eine gleichförmige Vertheilung des Druckes in den Fugenflächen nicht ſtattfindet, wie die klaffenden Fugen bei einem etwas mangelhaft conſtruirten und gleich nach der Ausführung ausgerüſteten Gewölbe zeigen, ohne daſs ein Einſturz dieſes Gewölbes erfolgt, verſchaffen der Annahme Raum, daſs ſelbſt bei den gröſsten Gewölben in der gedachten Scheitelfuge keine gröſsere mittlere Preſſung entſtehen ſoll, als ſolche dem Gewichte einer Steinſäule von 60 m Höhe entſpricht und daſs ferner die Widerlagsfuge bei ſolchen groſsen Gewölben bei Weitem nicht durch einen Normaldruck beanſprucht werden ſoll, welchen eine Steinſäule von $3 . 60 = 180$ m liefern würde, daſs vielmehr nur ein mittlerer Normaldruck zuläſſig ſein ſoll, welcher durch das Gewicht eines Steinprismas von höchſtens 86 m Höhe hervorgerufen wird.

Im weiteren Verfolge dieſer Annahmen ſind von *Scheffler* Tabellen zur Beſtimmung der Gewölbſtärken berechnet, und wenngleich dieſelben, wie ſchon oben bemerkt, vorzugsweiſe für Brückengewölbe ermittelt ſind, ſo laſſen ſich doch bei den übereinſtimmenden Eigenſchaften, welche Gewölbe, gleichgiltig, welchen Zwecken ſie dienen ſollen, immer aufweiſen, die ſorgfältig erzielten Ergebniſſe auch füglich für die Gewölbe des Hochbauweſens verwerthen.

Ohne hier eine Umrechnung der von *Scheffler* gegebenen Tafel zur Beſtimmung der Gewölbſtärke vorzunehmen, iſt in Rückſicht auf die Gewölbe des Hochbauweſens das folgende Verfahren eingeſchlagen.

Trägt man die abſoluten Werthe von $H$ als Abſciſſen und die jedem einzelnen $H$ entſprechenden Gewölbſtärken $d$ als Ordinaten auf und verbindet man die Endpunkte dieſer Ordinaten, ſo erhält man eine krumme Linie. Sucht man die Gleichung einer Curve, welche ſich mit gröſster Wahrſcheinlichkeit jener krummen Linie nähert, ſo findet man, daſs die geſuchte Curve der Scheitelgleichung einer Ellipſe entſpricht, deren halbe groſse Axe der Zahl 90, deren halbe kleine Achſe der Zahl 1,5 entſpricht, d. h. jenen oben erwähnten Grenzwerthen $\frac{H}{d} = \frac{90}{1{,}5} = 60$ m.

Da die Scheitelgleichung einer Ellipſe mit den Halbaxen $a$ und $b$ bekanntlich

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{(2a - x)\,x}$$

iſt, ſo wird, wenn $y = d$, $a = 90$, $b = 1{,}5$ und $x = H$ geſetzt wird,

$$d = \frac{1{,}5}{90} \sqrt{(180 - H)\,H} \qquad 141.$$

oder

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - H)\,H} \qquad 142.$$

Nach dem vorhin bezeichneten Grenzwerthe der Höhe des Steinprismas zu

$60^{m}$ ift in Gleichung 142 für $H$ höchftens 90 in Rechnung zu bringen. Für $H > 90$ müffte

$$d = \frac{H}{60} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 143.$$

werden, alfo im geraden Verhältniffe mit $H$ wachfen. Für Gewölbe im Hochbauwefen ift auf diefen Fall füglich nicht zu rechnen.

Die im Vorhergehenden bezeichnete Zahl $60^{m}$ gilt für fehr feftes Steinmaterial. Im Hochbauwefen kommt jedoch in den meiften Fällen für den Gewölbebau Backfteinmaterial zur Verwendung, welches im Allgemeinen nicht die Feftigkeit gegen Druck befitzt, wie das oben angenommene Steinmaterial. Aus diefem Grunde ift es rathfam, für Backfteingewölbe den Werth

$$\frac{H}{d} = 50$$

zu fetzen, d. h. die Höhe des Backfteinprismas nur zu höchftens $50^{m}$ anzunehmen.

Da $H$ die Gröfse 90 beibehält, fo ergiebt fich nunmehr

$$d = \frac{90}{50} = 1{,}8^{m}.$$

Beträgt das Gewicht von $1^{cbm}$ Backfteinmaterial $1600^{kg}$, fo wird die mittlere Preffung $\frac{90 \cdot 1600}{1{,}8 \cdot 1} = 80000^{kg}$ für $1^{qm}$ oder $8^{kg}$ für $1^{qcm}$.

Unter Anwendung der Werthe für $d = 1{,}8$ und dem zugehörigen $H = 90$ erhält man entfprechend der Gleichung 141 nun für Backfteinmaterial

$$d = \frac{1{,}8}{90} \sqrt{(180 - H)\, H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 144.$$

oder

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - H)\, H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 145.$$

Würde im befonderen Falle $H$ gröfser als 90, fo müfste

$$d = \frac{H}{50} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 146.$$

genommen werden.

Ein gleicher Zufammenhang, wie zwifchen $H$ und $d$, befteht auch zwifchen dem Normaldruck $N$ und der hierfür auftretenden Gewölbftärke $d_1$, wenn nur zuvor in Rückficht gezogen wird, dafs, wie vorhin erwähnt, $\frac{N}{d_1}$ höchftens $= 3 \cdot 60^{m} = 180^{m}$ werden foll.

Man erhält ähnlich wie in Gleichung 141, fobald in der Ellipfen-Gleichung $3a$ ftatt $a$ gefetzt wird,

$$d_1 = \frac{1{,}5}{3 \cdot 90} \sqrt{(2 \cdot 3 \cdot 90 - N)\, N} \quad , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 147.$$

d. h.

$$d_1 = \frac{1}{180} \sqrt{(540 - N)\, N} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 148.$$

als allgemeinen Ausdruck für die von $N$ abhängige Gewölbftärke. Da aber bei gröfseren Gewölben höchftens

$$\frac{N}{d_1} = 86^{m}$$

werden ſoll und dieſer Werth nach Ausweis derartiger ausgeführter Gewölbe für $N$ nahezu gleich 114 eintritt, ſo ergiebt ſich

$$d_1 = \frac{114}{86} = 1{,}34\,\text{m}$$

und gleichzeitig für $N$ ein Grenzwerth bei der Anwendung von Gleichung 148.

Für $N \geqq 114$ iſt $d_1 = \frac{1{,}34}{114} N$, d. h.

$$d_1 = \frac{1}{8{,}6} N \quad \text{. . . . . . . . . . .} \quad 149.$$

zu nehmen, während für kleinere Werthe von $N$ die Stärke $d_1$ nach Gleichung 148 ermittelt werden kann.

Bei Backſteingewölben iſt es aus denſelben Gründen, wie ſolche vorhin bei dieſen Baukörpern angegeben ſind, zweckmäſsig, den Factor $\frac{1}{180}$ in Gleichung 148 herabzumindern, wie ſolches in Gleichung 145 für $d$ geſchehen iſt, und denſelben auf $\frac{1}{3 \,.\, 50} = \frac{1}{150}$ zu bringen. Danach wird

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - N)\,N}\,, \quad \text{. . . . . . . . .} \quad 150.$$

worin $N$ höchſtens bis 114 eintreten ſoll.

Für $N \geqq$ als 114 wird ſachgemäſs $\frac{N}{d_1}$ nicht mehr gleich 86, ſondern geringer genommen, ſo daſs $\frac{N}{d_1} = 72\,\text{m}$ geſetzt wird.

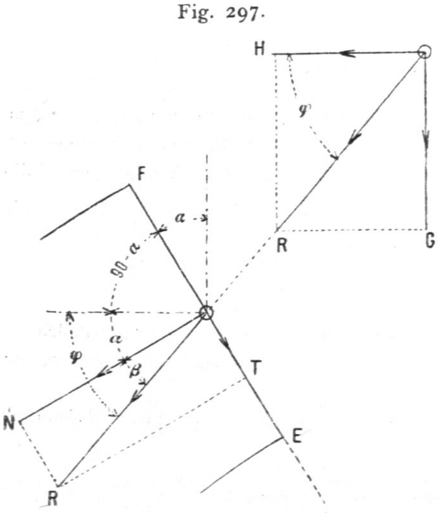
Hiernach wird bei dem Grenzwerthe $N = 114$

$$d_1 = \frac{114}{72} = 1{,}58\,\text{m}$$

und nunmehr für $N \geqq 114$ die Stärke $d_1 = \frac{1{,}58}{114} N$, d. h. genau genug

$$d_1 = \frac{1}{72} N \quad \text{. . . . . . . . . . .} \quad 151.$$

Fig. 297.




Wenn im Hochbauweſen bei Tonnengewölben die Gleichung 151 wohl nicht in Anwendung kommt, ſo iſt doch bei gröſseren Kuppelgewölben ihre Benutzung nach Ermittelung des Normaldruckes, welchen die Kuppel auf ihrer Baſis hervorruft, unter Umſtänden für die Beſtimmung der Gewölbſtärke der Kuppel an ihrem Fuſse erforderlich.

Für die Anwendung der für $d$, bezw. $d_1$ gegebenen Gleichungen iſt noch das Folgende zu beachten.

Liefert der Normaldruck $N$ kleinere oder gleiche Werthe als der Gewölbſchub $H$, ſo iſt der für $H$ gefundene Werth $d$ durchweg für das ganze Gewölbe beizubehalten. Entſteht dagegen für $N$ eine gröfsere Stärke $d_1$, als die für den Gewölbfchub $H$ gefundene Dicke $d$ ift, fo tritt vom Gewölbfcheitel bis zur Widerlagsfuge eine ftetig von $d$ bis $d_1$ wachfende Verftärkung des Gewölbes ein.

Die Gröfse des Normaldruckes $N$ ergiebt fich nach Fig. 297 als

$$N = R \,.\, \cos\beta = R \,.\, \cos(\varphi - \alpha),$$

d. h.

$$N = R(\cos\varphi \,.\, \cos\alpha + \sin\varphi \,.\, \sin\alpha).$$

Da $\cos\varphi = \frac{H}{R}$ und $\sin\varphi = \frac{G}{R}$, fo wird

$$N = H\cos\alpha + G\sin\alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad 152.$$

Für $\sphericalangle\, \alpha = 60$ Grad ift

$$N = 0{,}5\; H + 0{,}866\; G \quad \ldots\ldots\ldots \quad 153.$$

Beifpiele: 1) Ein unbelaftetes, aus Backfteinen auszuführendes Halbkreisgewölbe von $2^{\text{m}}$ Halbmeffer fei bis zur Bruchfuge (Bruchwinkel $\alpha$ gleich 60 Grad angenommen) in wagrechten Schichten aufgeführt. Für das verbleibende Gewölbftück ift die Stärke zu berechnen.

Die unbekannte Gewölbdicke im Scheitel möge zunächft gleich $\frac{1}{2}$ Backfteinlänge, alfo gleich $0{,}12^{\text{m}}$ gefetzt werden. Da $r = 2^{\text{m}}$ und $d = 0{,}12^{\text{m}}$ ift, fo ift $R = 2{,}12^{\text{m}}$, und es wird nach Gleichung 140

$$H = \frac{0{,}4534\,(2{,}12^2 - 2^2)\,2 - 0{,}166\,(2{,}12^3 - 2^3)}{2{,}12 - 0{,}5 \,.\, 2} = 0{,}173.$$

Hiernach erhält man unter Benutzung von Gleichung 145

$$d = \frac{1}{50}\sqrt{(180 - 0{,}173)\,0{,}173} = 0{,}1115^{\text{m}}.$$

Die urfprünglich für $d$ gewählte Abmeffung $0{,}12^{\text{m}}$ weicht von der berechneten Gröfse nur ganz wenig ab. Da aufserdem aus praktifchen Gründen die Stärke von einer halben Backfteinlänge nicht ohne Verhauen der Steine herzuftellen ift, fo kann die geführte Rechnung für $d$ abgefchloffen und danach die Gewölbftärke zu $0{,}12^{\text{m}}$ beibehalten werden.

Die Gröfse des Normaldruckes $N$ wird nach Gleichung 153

$$N = 0{,}5 \,.\, 0{,}173 + 0{,}866\; G$$

oder, da fich nach Gleichung 136, worin für $\sphericalangle\, \alpha = 60$ Grad und $\alpha = 1{,}0472$ zu fetzen ift,

$$G = \frac{2{,}12^2 - 2^2}{2}\, 1{,}0472 = 0{,}259$$

ergiebt,

$$N = 0{,}31$$

gefunden. Unter Einführung diefes Werthes in Gleichung 150 wird

$$d_1 = \frac{1}{150}\sqrt{(540 - 0{,}31)\,0{,}31} = 0{,}083^{\text{m}}.$$

Da $d_1$ kleiner ift als $d$, fo ift die Stärke $d$ für das Gewölbe durchweg in Anwendung zu bringen.

Nach einer empirifchen Regel, welche *Rondelet* für kleinere Halbkreisgewölbe aus Backfteinen aufgeftellt hat, foll, wenn die Gewölbe bis zur halben Höhe hintermauert find und die Rückenlinie der Wölblinie concentrifch ift, die Gewölbftärke gleich $\frac{1}{36}$ der Spannweite fein. Im vorliegenden Falle würde hiernach

$$d = \frac{2r}{36} = \frac{2 \,.\, 2}{36} = \frac{1}{9} = 0{,}111^{\text{m}}$$

werden, mithin fich in recht guter Uebereinftimmung mit der oben gefundenen Gewölbftärke befinden.

2) Das in gleicher Weife auszuführende Halbkreisgewölbe befitze einen Halbmeffer $r$ von $4^{\text{m}}$; die Gewölbftärke foll ermittelt werden.

Die noch unbekannte Gewölbftärke fei vorläufig und willkürlich zu $0{,}12^{\text{m}}$ gewählt. Alsdann ift $R = r + 0{,}12 = 4{,}12$ und ferner nach Gleichung 140

$$H = \frac{0{,}4534\,(4{,}12^2 - 4^2)\,4 - 0{,}166\,(4{,}12^3 - 4^3)}{4{,}12 - 0{,}5 \,.\, 4} = 0{,}37.$$

Bringt man diesen Werth in Gleichung 145, so ist

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 0{,}37)\, 0{,}37} = 0{,}16 \text{ m},$$

womit ein erster Näherungswerth für $d$ berechnet ist. Unter Benutzung desselben wird weiter nach Gleichung 140

$$H = \frac{0{,}4534\, (4{,}16^2 - 4^2)\, 4 - 0{,}166\, (4{,}16^3 - 4^3)}{4{,}16 - 0{,}5 \,.\, 4} = 0{,}48.$$

Für diesen Gewölbschub liefert Gleichung 145 die Gewölbstärke $d = 0{,}18$ m.

Da die Untersuchung zeigt, dass die Gewölbstärke $d$ einen grösseren Werth als $d = 0{,}12$ m beansprucht, so möge jetzt $d = 0{,}20$ m genommen werden. Hierdurch erhält man nach Gleichung 140 den Gewölbschub $H = 0{,}59$ und dann nach Gleichung 145 die Gewölbstärke $d = 0{,}206$ m, welche nur noch wenig von $d = 0{,}20$ m abweicht, so dass hiermit die Rechnung ihren Abschluss findet.

Hätte man $d$ statt $0{,}20$ m zu $0{,}25$ m eingeführt, so hätte man durch das Ausrechnen für $d$ nur nahezu $0{,}23$ m und damit die Anzeige erhalten, dass die Gewölbstärke kleiner als $0{,}25$ m zu nehmen wäre.

Für den Normaldruck $N$ ergiebt sich nach Gleichung 153, da $H = 0{,}59$ ist,

$$N = 0{,}5 \,.\, 0{,}59 + 0{,}866\, G,$$

worin nunmehr

$$G = \frac{4{,}2^2 - 4^2}{2}\, 1{,}0472 = 0{,}859$$

wird, so dass man

$$N = 1{,}04$$

erhält. Mit Benutzung von Gleichung 150 ergiebt sich weiter

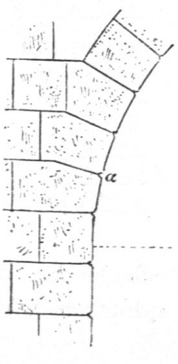
$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 1{,}04)\, 1{,}04} = 0{,}15 \text{ m}.$$

Da nun auch in diesem Beispiele $d_1$ kleiner als $d$ wird, so ist wiederum das Gewölbe in gleicher Stärke auszuführen. Da man aber statt $d = 0{,}20$ m in der Praxis $d$ entsprechend der Backsteinlänge zu $0{,}25$ nimmt, so ergiebt sich hierdurch von selbst noch eine etwas erhöhte Gewölbstärke.

Nach der von *Rondelet* herrührenden empirischen Regel würde sich $d = \frac{2 \cdot 4}{36} = 0{,}22$ m ergeben haben.

Ein ohne Hintermauerung und nicht mit wagrecht vorgemauerten Anfängern versehenes, frei im Widerlager aufstehendes, unbelastetes Halbkreisgewölbe mit einem Halbmesser $r = 4$ m, müsste, so lange noch nicht auf eine kräftige Verkittung der Wölbsteine durch den Fugenmörtel gerechnet werden darf, nach den früher gemachten Angaben mindestens $\frac{2\, r}{17{,}544} = \frac{2 \,.\, 4}{17{,}544} = 0{,}456$ m stark werden, um bei dieser Stärke sich im Grenzzustande des Gleichgewichtes gegen Drehung und Gleiten zu befinden. Statt der Dicke $d$ von $0{,}456$ m würde man selbstverständlich die Stärke von zwei Backsteinlängen, d. h. einschliesslich der Fuge $0{,}51$ m zur Ausführung bringen. 337. Gewölbeanfänger.

Fig. 298.




Aus dem Vergleiche dieser Gewölbstärke mit der im zweiten Beispiele geführten Rechnung ist wiederum deutlich der Vortheil zu erkennen, welcher sich für den Gewölbkörper mit den bis zur Bruchfuge in wagrechten Schichten ausgeführten Gewölbanfängern herausstellt.

Eine solche in wagrechten Schichten aufgemauerte Construction des Gewölbanfängers ist auch bei Tonnengewölben aus Quadern nach Fig. 298 in jeder Beziehung anzurathen. Hierbei treten zur Vermeidung von spitzen Winkeln kurze, senkrecht zur Wölblinie stehende Fugen $a$ auf, welche an ihren vorderen Kanten eine geringe Abschrägung, den sog. Druckschlag erhalten. Dieser Druckschlag verhindert in vielen Fällen das Absprengen der Steinkanten durch diejenigen Preſſungen, welche unter Umſtänden beſtrebt ſind, ſich im Gewölbkörper der Wölblinie zu nähern.

Fig. 299.

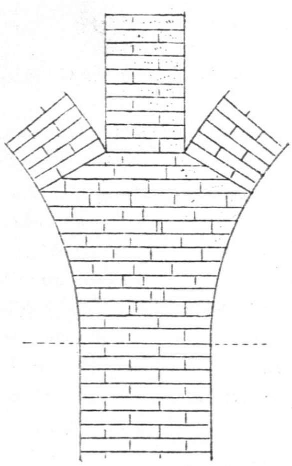
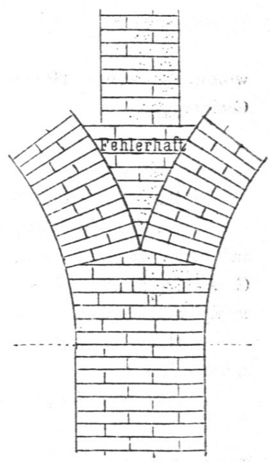


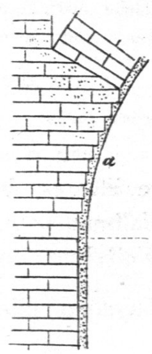
Fig. 300.




Treten zwei Tonnengewölbe gegen eine gemeinſchaftliche Widerlagsmauer, ſo iſt der Gewölbanfänger, gleichgiltig, welches Material zum Gewölbe benutzt wird, nach Fig. 299 für beide Baukörper gemeinſam in wagrechten Schichten bis zu den Bruchfugen auszuführen. Eine Anordnung nach Fig. 300 iſt in hohem Grade zu tadeln, da der im Gewölbzwickel auftretende Mauerkörper als ein durch die obere Belaſtung ſtark eingefügter Keil auftritt, welcher nachtheilig auf das Bauſyſtem einzuwirken vermag.

Bei Backſteinmaterial iſt das Verhauen der Steine im Anfänger an der Laibungsfläche (Fig. 301) unnöthig, da, falls ein Verputzen des Gewölbes im Inneren vorgenommen werden ſoll, dieſelbe, wie bei *a*, ſich in die ſog. Ueberkragungen der Steine legt. Für derartige Gewölbe, deren Laibungsflächen keinen Putz erhalten ſollen, iſt die Anwendung von Formſteinen nach Fig. 302 empfehlenswerth.

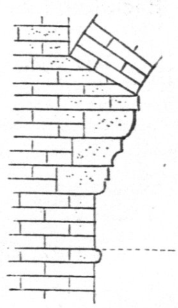
Fig. 301.




138.
Stärke belaſteter halbkreisförmiger Tonnengewölbe.

Tonnengewölbe, wie Gewölbe überhaupt, welche nur als ſog. unbelaſtete Gewölbe ihr Eigengewicht zu tragen haben, kommen allerdings bei Deckenbildungen im Hochbauweſen vor. Recht oft jedoch erfahren derartige Gewölbe noch weitere Belaſtungen durch Hintermauerung, d. i. Ausfüllung der Gewölbzwickel, durch vollſtändige Uebermauerung, durch darüber liegende Fuſsboden-Conſtructionen, durch Aufſchüttungen und durch ab und zu auftretende veränderliche Belaſtungen, welche häufig ein bedeutendes Gewicht ergeben.

Fig. 302.

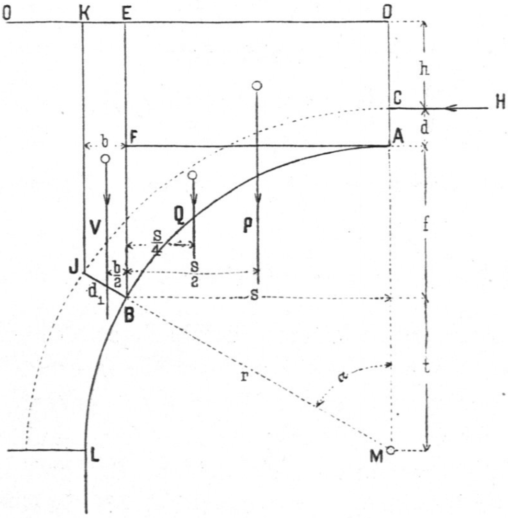


Denkt man ſich die geſammte in Frage kommende fernere Belaſtung des Gewölbes erſetzt durch einen Steinkörper von gleichem Material, woraus das Gewölbe beſteht, ſo erſcheint der Querſchnitt des Gewölbes mit ſeiner Belaſtung unten und oben begrenzt durch die innere Wölblinie und die obere Belaſtungslinie, welche zwiſchen ſich die Belaſtungsfläche enthalten. Da nach dieſer Zurückführung der auf das Gewölbe kommenden Belaſtung auf eine Maſſe, welche daſſelbe Eigengewicht beſitzt, wie das Gewölbmaterial, Gleichartigkeit vorhanden iſt, ſo kann man nach Feſtlegen der Belaſtungsfläche, bei der Annahme der Gewölbetiefe gleich der Längeneinheit, ohne fernere Umrechnungen des Gewichtes der Belaſtung ſofort der Stabilitätsunterſuchung des Gewölbes näher treten und ſich hierbei der Rechnung oder vielfach kürzer der einſchlägigen Verfahren der graphiſchen Statik bedienen.

Für den hier vorliegenden Zweck, Anhaltspunkte für die Ermittelung der Gewölbſtärke zu gewinnen, ſoll zunächſt der Weg der Rechnung betreten werden.

Es ſei nach Fig. 303 $AL$ die innere halbkreisförmige Wölblinie eines Tonnengewölbes mit dem Halbmeſſer $r$, $DO$ die vorhin gekennzeichnete, hier wagrecht gelegte Belaſtungslinie und $BJ$ eine beliebige, unter einem Winkel $\alpha$ von der Scheitel-Lothrechten $MA$ abweichende Gewölbfuge; alsdann kann man bei der Gewölbtiefe gleich der Längeneinheit die Gröſse der Belaſtungsfläche $ADKJB$, welche bis zur Fuge $BJ$ in Betracht kommt, ſofort auch an die Stelle des Gewichtes ſetzen, welches vom Gewölbe ſammt ſeiner Belaſtung herrührt und auf der Fugenfläche von $BJ$ ruht. Die Länge dieſer Fuge möge gleich $d_1$ ſein.

Fig. 303.




Zerlegt man die ganze Belaſtungsfläche in die Einzelflächen $ADEF$, $AFB$ und $BEKJ$, betrachtet man ferner, was für die weitere Unterſuchung mit hinreichender Genauigkeit zuläſſig erſcheint, den Kreisbogen $AB$ als einen Parabelbogen, deſſen Scheitel $A$ iſt, ſo erhält man nach den Bezeichnungen in Fig. 303

$$P = (d + h)\, s\,, \qquad 154.$$

$$Q = \frac{1}{3} f s \qquad 155.$$

und genau genug

$$V = (d + h + f)\, b,$$

oder, da $b = \frac{d_1 s}{r}$ iſt,

$$V = (d + h + f)\, d_1 \frac{s}{r}\,; \qquad 156.$$

mithin, wenn $G$ das Geſammtgewicht der in Rechnung gezogenen Belaſtungsfläche ausdrückt,

$$G = s\left[d + h + \frac{f}{3} + (d + h + f)\frac{d_1}{r}\right]. \qquad 157.$$

In Bezug auf den Fugenpunkt $B$ erhält man unter Berückſichtigung der Schwerpunktsabſtände der betrachteten Einzelflächen das ſtatiſche Moment

$$\mathfrak{M} = P\frac{s}{2} + Q\,\frac{s}{4} - V\,\frac{d_1 s}{2r}\,,$$

oder, unter Benutzung der Gleichungen 154 bis 156, auch

$$\mathfrak{M} = \frac{s^2}{12\, r^2}\left\{r^2\left[6\,(d + h) + f\right] - 6\,(d + h + f)\, d_1{}^2\right\} \qquad 158.$$

Nimmt man vorläufig wiederum an, der Angriffspunkt des Gewölbſchubes $H$ befinde ſich im höchſten Punkte $C$ der gedachten Scheitelfuge $AC$, ſieht man alſo dabei vorderhand davon ab, daſs, wie ſpäter noch beſprochen werden wird, dieſer

Angriffspunkt von $H$ fowohl, als auch der Punkt $B$ von der Gewölbkante aus mehr in das Innere der Gewölbfläche rücken mufs, fo hat man das ftatifche Moment des Gewölbfchubes $H$ als $H(d+f)$ für den Gleichgewichtszuftand gegen Drehung dem Werthe $\mathfrak{M}$ in Gleichung 158 gleich zu fetzen und erhält danach

$$H = \frac{s^2}{12\,(d+f)\,r^2} \left\{ r^2 \left[ 6\,(d+h) + f \right] - 6\,(d+h+f)\,d_1{}^2 \right\} \quad . \quad . \quad 159.$$

Nun ift $s = r \,.\, \sin \alpha$ und $f = r - t = r\,(1 - \cos \alpha) = 2r\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^2$.

Führt man diefe Werthe in Gleichung 159 ein, fo ergiebt fich

$$H = \frac{\sin \alpha^2}{6\left[d + 2r\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^2\right]} \left\{ r^2 \left[ 3\,(d+h) + r\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^2 \right] - 3\left[d + h + 2r\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^2 d_1{}^2\right] \right\}, \quad . \quad 160.$$

und aufserdem erhält man unter Benutzung der für $s$ und $f$ gegebenen Ausdrücke nach Gleichung 157

$$G = r \sin \alpha \left\{ d + h + \frac{2}{3}\, r\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^2 + \left[ d + h + 2r\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^2 \right] \frac{d_1}{r} \right\}. \quad 161.$$

Mit Hilfe der Gleichung 160 kann für ein belaftetes Halbkreisgewölbe mit wagrechter Belaftungslinie, welche im Scheitel für eine Belaftungshöhe $h$ ermittelt und feft gelegt ift, der Gewölbfchub $H$ beftimmt werden, indem man zunächft $d$ willkürlich oder fchätzungsweife annimmt, ferner $d_1$ vorläufig gleich $d$ fetzt, endlich den Winkel $\alpha$ entfprechend den früheren Erörterungen gleich einem Bruchwinkel von 60 Grad einführt und dann mittels der Gleichung 142, bezw. 145 die Gewölbftärke berechnet. Den Normaldruck $N$ findet man, fobald $G$ und $H$ beftimmt find, nach Gleichung 152, bezw. 153 und hiernach die Stärke $d_1$ unter Benutzung der Gleichung 148, bezw. 150.

Beifpiel. Für ein halbkreisförmiges Tonnengewölbe aus Backftein fei $r = 3^{\text{m}}$ und $h = 0{,}3^{\text{m}}$; diefe Höhe entfpricht, wenn diefelbe über der vollen Ausmauerung der Zwickel des Gewölbes beftändig bleibt, einer gleichförmig vertheilten Ueberlaft von $480^{\text{kg}}$ für $1^{\text{qm}}$ Grundrifsfläche. Der Bruchwinkel $\alpha = 60$ Grad; die Gewölbftärke ift zu berechnen.

Setzt man vorweg und ganz willkürlich $d = 0{,}12^{\text{m}}$ und ebenfalls $d_1 = 0{,}12^{\text{m}}$, fo erhält man nach Gleichung 160, da $\sin \alpha = \sin 60^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}866$ und $\sin \frac{\alpha}{2} = \sin 30^{\circ} = \frac{1}{2}$ ift,

$$H = \frac{\frac{3}{4}}{6\left(0{,}12 + 6\,\frac{1}{4}\right)} \left\{ 9\left[3\,(0{,}12 + 0{,}3) + 3\,\frac{1}{4}\right] - 3\left[0{,}12 + 0{,}3 + 6\,\frac{1}{4}\,0{,}12^2\right] \right\} = \backsim 1{,}29\,;$$

mithin nach Gleichung 145

$$d = \frac{1}{50}\sqrt{(180 - 1{,}29)\,1{,}29} = 0{,}303^{\text{m}}\,;$$

fonach war die Gewölbftärke $d$ urfprünglich viel zu gering genommen.

Setzt man jetzt, da das Gewölbe ftärker als eine Backfteinlänge werden mufs, aus praktifchen Gründen fofort die Dicke des Gewölbes zu $1\frac{1}{2}$ Backfteinlängen, d. i. zu $0{,}38^{\text{m}}$ und behält man $d = d_1$ bei, fo wird nun

$$H = \frac{\frac{3}{4}}{6\left(0{,}38 + 6\,\frac{1}{4}\right)} \left\{ 9\left[3\,(0{,}38 + 0{,}3) + 3\,\frac{1}{4}\right] - 3\left[0{,}38 + 0{,}3 + 6\,\frac{1}{4}\,0{,}38^2\right] \right\} = 1{,}49\,,$$

wofür fich nach Gleichung 145

$$d = \frac{1}{50}\sqrt{(180 - 1{,}49)\,1{,}49} = 0{,}326^{\text{m}}$$

ergiebt.

Dieſes Ergebniſs zeigt, daſs die zu $0{,}_{38}$ m angenommene Scheitelſtärke des Gewölbes etwas zu groſs ſein würde. Da jedoch ohne unnützes Verhauen der Backſteine die Herabminderung der Stärke nicht fachgemäſs eintreten kann, ſo wird die Dicke von $0{,}_{38}$ m für die Ausführung des Gewölbes genommen.

Nachdem $H$ genau genug zu $1{,}_{49}$ beſtimmt und $d$ zu $0{,}_{38}$ m bekannt geworden iſt, läſſt ſich der Normaldruck $N$ für die Bruchfuge mit dem Winkel $\alpha = 60$ Grad nach Gleichung 153 als

$$N = 0{,}_{5} \cdot 1{,}_{49} + 0{,}_{866}\, G$$

finden.

Nach Gleichung 161 wird unter Einführung der bekannten Gröſsen und bei der Annahme $d = d_1$ nunmehr

$$G = 3 \cdot 0{,}_{866} \left[0{,}_{38} + 0{,}_{3} + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} + \left(0{,}_{38} + 0{,}_{3} + 6 \cdot \frac{1}{4}\right) \frac{0{,}_{38}}{3}\right] = 3{,}_{778}$$

und ſomit

$$N = 0{,}_{745} + 3{,}_{272} = \backsim 4\,;$$

folglich wird nach Gleichung 150

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 4)\, 4} = 0{,}_{326}\ \mathrm{m}.$$

Da dieſe Gröſse den Werth von $0{,}_{38}$ m für $d$ nicht erreicht, ſo iſt eine Vermehrung der Gewölbſtärke nach der Bruchfuge zu nicht erforderlich.

Wird das in Frage ſtehende Tonnengewölbe in ſeinen Anfängern bis zur Bruchfuge nicht in wagrechten Schichten aufgemauert, ſo iſt noch zu prüfen, ob der Normaldruck, welcher die wagrechte Widerlagsfuge trifft, nicht eine gröſsere Gewölbſtärke verlangt, als die bis jetzt feſt geſetzte iſt. Da für dieſe Fuge Winkel $\alpha$ gleich 90 Grad wird, ſo erhält man nach Gleichung 152 ſofort $N = G$ und weiter nach Gleichung 161, da $\sin \alpha = \sin 90 = 1$ und $\sin \frac{\alpha}{2} = \sin 45$ Grad $= \frac{\sqrt{2}}{2}$, alſo $(\sin 45)^2 = \left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ iſt,

$$G = 3 \left[0{,}_{38} + 0{,}_{3} + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} + \left(0{,}_{38} + 0{,}_{3} + 6 \cdot \frac{1}{2}\right) \frac{0{,}_{38}}{3}\right] = \backsim 6{,}_{44}.$$

Bringt man $G = N = 6{,}_{44}$ in Gleichung 150, ſo folgt

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 6{,}_{44})\, 6{,}_{44}} = 0{,}_{39}\ \mathrm{m}.$$

Dieſe Stärke weicht nur um 1 cm von der früher erhaltenen Stärke ab, ſo daſs $d$ füglich durchweg beibehalten werden könnte. Die Unterſuchung lehrt aber, daſs für Halbkreisgewölbe bei der Beſtimmung der Gewölbſtärke mit Vorſicht verfahren werden muſs, daſs wiederum wagrecht aufgemauerte Anfänger rathſam erſcheinen oder daſs bei gröſseren Tonnengewölben das Verlaſſen der als Halbkreis auftretenden Erzeugenden und Erſetzen derſelben durch einen Parabelbogen, deſſen Mittellinie eine mögliche Mittellinie des Druckes iſt, ſich als erwünſcht und als räthlich zeigt.

139. Stärke anders geformter Gewölbe.

Iſt bei halbkreisförmigen Tonnengewölben in der angegebenen Weiſe die Gewölbſtärke zu berechnen, ſo kann daſſelbe Verfahren der Unterſuchung auch bei Tonnengewölben, deren Erzeugende elliptiſche Bogen, Korbbogen, Parabelbogen oder Spitzbogen ſind, und ferner auch bei flachbogigen, ſo wie bei einhüftigen Gewölben zur Anwendung kommen. Da hierbei die Beſtimmung des Gewölbſchubes $H$ Hand in Hand geht mit dem Feſtlegen der Form der Wölblinie, der Gewölbſtärke und gleichzeitig beeinfluſst wird durch die in der Belaſtungsfläche ausgedrückte Ueberlaſt des Gewölbes; ſo wird zur Vermeidung vielfacher oder umſtändlicher Rechnungen die erſte Ermittelung von $H$ am einfachſten auf graphiſchem Wege vorgenommen [163]).

140. *Rondelet*'s Formeln für die Gewölbeſtärke.

Allerdings iſt auch hierbei vorweg eine Gewölbſtärke ſchätzungsweiſe anzunehmen. Um dieſe Schätzung zu erleichtern, bedient man ſich wohl der empiriſchen Formeln, welche aber, wie ausdrücklich hier betont werden mag, ein weiteres genaueres Feſtlegen der Gewölbſtärke in jedem einzelnen Falle durchaus nicht ausſchlieſsen dürfen. Von derartigen empiriſchen Regeln ſpielen in der Literatur des Bauweſens immer noch die von *Rondelet* aufgeſtellten Formeln eine Rolle, wovon die folgenden hier angeführt werden mögen.

---

163) Siehe Theil I, Band 1, zweite Hälfte dieſes »Handbuches«, Art. 483, S. 453 (2. Aufl.: Art. 264, S. 260).

Für Gewölbe mit halbkreisförmiger und auch mit elliptischer Wölblinie und Quadern als Wölbmaterial, so wie unter der Voraussetzung, dass diese Gewölbe im Widerlager doppelt so stark sind wie im Scheitel, soll, wenn $d$ die Schlussteinstärke und $s$ die Spannweite (in Met.) bezeichnen, sein:

1) für unbelastete Gewölbe: $d = 0{,}01\ s + 0{,}08$ Met.,
2) für mittelstark belastete Gewölbe: $d = 0{,}02\ s + 0{,}16$ Met. und
3) für stark belastete Gewölbe: $d = 0{,}04\ s + 0{,}32$ Met.

So würde z. B. das zuletzt untersuchte, mittelstark belastete Tonnengewölbe mit dem Halbmesser von $3^{\mathrm{m}}$, also der Spannweite von $6^{\mathrm{m}}$, wenn dasselbe statt aus Backsteinmaterial aus Quadern ausgeführt werden sollte, nach der Regel 2 eine Scheitelstärke $d = 0{,}02 \cdot 6 + 0{,}16 = 0{,}28^{\mathrm{m}}$ erhalten.

Nach Gleichung 142, welche für Quadergewölbe zu benutzen ist, würde, da $H$ in dem erwähnten Beispiele zu $1{,}49$ gefunden worden ist, welcher Werth auch hier beibehalten werden kann,

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - 1{,}49)\ 1{,}49} = 0{,}272^{\mathrm{m}}$$

sich ergeben haben, mithin nur eine äusserst geringe Abweichung aufweisen.

Für die Stärke am Widerlager würde nach der *Rondelet*'schen Regel die Abmessung $d_1$ sich zu $2\,d = 0{,}56^{\mathrm{m}}$ fest stellen, welche als reichlich gross anzusehen ist. Für den Normaldruck in der Widerlagsfuge würde nach Gleichung 152 sich $N = G$ ergeben. Bei einer gleichmässigen Stärke $d = 0{,}28^{\mathrm{m}}$ wird nach Gleichung 161, worin $\sphericalangle\ \alpha = 90$ Grad zu setzen ist,

$$G = 3\left[0{,}28 + 0{,}3 + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} + \left(0{,}28 + 0{,}3 + 6 \cdot \frac{1}{2}\right) \frac{0{,}28}{3}\right] = \infty\ 5{,}75 = N.$$

Unter Benutzung von Gleichung 148 erhält man

$$d_1 = \frac{1}{180} \sqrt{(540 - 5{,}75)\ 5{,}75} = 0{,}308^{\mathrm{m}}$$

als Näherungswerth, also weit kleiner, als die nach der Regel von *Rondelet* gefundene Stärke am Widerlager. Aber selbst, wenn $G$ auf 7 anwachsen würde, so würde $d_1$ erst gleich $0{,}34^{\mathrm{m}}$ werden.

141. Mittellinie des Druckes.

Wie nun aber auch die Gewölbstärke für ein auszuführendes Gewölbe bestimmt sein mag, immer ist es zur Gewinnung der Ueberzeugung von der Sicherheit und Haltbarkeit desselben anzurathen, durch Construction der Mittellinie des Druckes das Gewölbe auf seine Standfähigkeit einer Prüfung zu unterziehen, um danach, wenn die Belastung des Gewölbes, was meistens der Fall ist, nicht geändert werden darf, entweder die Gewölbstärke oder die Form der Wölblinie je für sich allein oder auch unter besonderen Umständen beide gleichzeitig zu ändern, damit man für die Standfähigkeit des Gewölbes günstige Ergebnisse erziele. Die dazu nöthigen Verfahren werden hier als bekannt vorausgesetzt. Nur auf einen Punkt möge noch die Besprechung geführt werden.

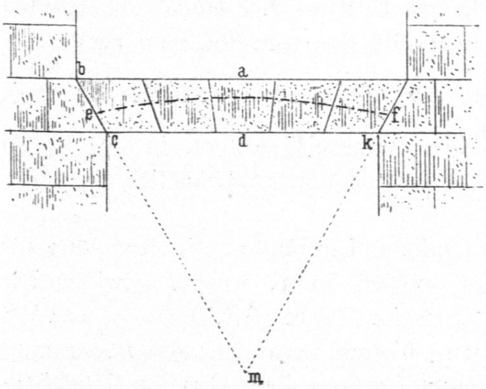
Bei den oben angestellten Untersuchungen ist zur Berechnung des möglichst kleinsten Gewölbschubes $H$ der Angriffspunkt desselben im höchsten Punkt der gedachten Scheitelfuge angenommen, und eben so ist auch der in der Wölblinie gelegene vordere Punkt der Bruchfuge, bezw. der Widerlagsfuge als ein Angriffspunkt der Mittelkraft, welche aus dem Gewölbschube und aus dem von der gedachten Scheitelfuge bis zur Bruchfuge entstehenden Gesammtgewicht des Gewölbkörpers entspringt, angesehen, so dass diese beiden Punkte als Punkte auftreten würden, welche einer mit dem Gewölbschube $H$ gezeichneten Mittellinie des Druckes angehören. Bei dieser Annahme würde ein Druck von endlicher Grösse auf eine Linie, also auf eine Fläche von unendlich kleiner Grösse kommen, d. h. der Druck für eine Flächeneinheit würde an den angenommenen Angriffsstellen einen unendlich grossen Werth annehmen, welchem kein Material Widerstand leisten kann, da dasselbe nicht absolut starr, sondern in gewissem Grade pressbar ist. Die Folge von der

Preſsbarkeit oder der Elaſticität des Wölbmaterials iſt, daſs die Angriffspunkte der bezeichneten Kräfte ſich von den äuſserſten Kantenpunkten zurückziehen und mehr nach dem Innneren der Gewölbfläche verlegen. Wie weit dieſes Zurückziehen eintritt, iſt mit Beſtimmtheit nicht zu ſagen; daſs daſſelbe aber in mehr oder weniger hohem Grade der Fall iſt, zeigen viele ausgeführte, als vollſtändig ſtabil geltende Gewölbe, namentlich Halbkreisgewölbe und gedrückte Tonnengewölbe nach der Ausrüſtung an den ſog. gefährlichen Stellen in der Nähe des Scheitels, der Bruchfuge und der Widerlagsfuge, indem in der Nähe des Scheitels in den Fugen an der Stirn nach unten zu leichte Haarriſſe wahrzunehmen ſind, während in der Nähe der Kanten oben am Rücken des Gewölbes die Steine ſich ſcharf an einander preſſen. Eben ſolche Erſcheinungen treten an den Bruchfugen ein, wobei die Steine vorn an der Fugenkante in der inneren Wölblinie ſich ſcharf preſſen und in den Fugen jene Haarriſſe in der Nähe der Rückenlinie ſich bilden, während an den Widerlagsfugen, je nachdem der durch die Mittellinie des Druckes, welche für den möglichſt kleinſten Gewölbſchub ermittelt iſt, gefundene Preſſungspunkt der inneren oder der äuſseren Wölblinie am nächſten liegt, die Preſſungen zwiſchen den Steinen in der nächſt gelegenen Wölblinie, die Haarriſſe in den Fugen nach der entgegengeſetzten Richtung ſich kund geben. Hiernach lehrt dieſe Erfahrung, daſs bei den meiſten als Wölbmaterial benutzten Steinen im Ganzen die Mittellinie des Druckes an jenen bezeichneten Stellen ſich doch nur in mäſsiger Gröſse von den Kanten der Wölbſteine zurückzieht.

*Scheffler* ſagt [164]), daſs es für die Ausführung der Gewölbe hinreichende Sicherheit gewähren möchte, wenn von der Vorausſetzung ausgegangen wird, daſs die Mittellinie des Druckes bis auf den vierten Theil der Gewölbſtärke in den vorhin gekennzeichneten Fugen zurückgedrängt werden könne und wenn ferner die Gewölblinie, ſo wie die Stärke des Gewölbes ſo genommen werden, daſs nach Abzug eines inneren und eines äuſseren Streifens, von denen jeder den vierten Theil der Gewölbſtärke zur Breite hat, der verbleibende innere Gewölbſtreifen, welcher noch eine Breite gleich der halben Gewölbſtärke behält, nach den Geſetzen für die Mittellinie des Druckes mit dem möglichſt kleinſten Gewölbsſchube, welcher für dieſen inneren Streifen nebſt der auf denſelben kommenden Geſammtbelaſtung eintritt, auf ſeine Stabilität unterſucht wird, wobei je nach den bei dieſer Unterſuchung ſich ergebenden Reſultaten noch durch etwaige Aenderung der Form der Wölblinie, der Gewölbſtärke oder gleichzeitige Aenderung beider Stücke zweckmäſsige Vorkehrungen für die Stabilität des Gewölbes getroffen werden können.

Von Vielen wird verlangt, daſs ein Gewölbe eine ſolche Form der Wölblinie und eine ſolche Stärke erhalten ſoll, daſs eine Mittellinie des Druckes in die Gewölbfläche eingezeichnet werden kann, welche an jeder Stelle mindeſtens um ein Drittel der Gewölbſtärke von den betreffenden Kanten der Steine zurückbleibt [165]). Ob aber in Wirklichkeit die nach dieſen Annahmen gezeichnete Mittellinie des Druckes auch nach der Ausführung und Ausrüſtung ſonſt ſtabiler und nicht mit unnöthiger Stärke verſehener Gewölbe eine ſolche Lage beibehält, iſt in hohem Grade ungewiſs und unter Umſtänden unmöglich.

Fig. 304.




Betrachtet man z. B. ein ſcheitrechtes Gewölbe (Fig. 304), welches als unbelaſteter Sturz für eine Oeffnung von nur 1,5 m Weite aus Quadermaterial in einer Scheitelſtärke von 0,3 m ausgeführt und wobei $cm = ck$ genommen iſt, ſo bekundet die Unter-

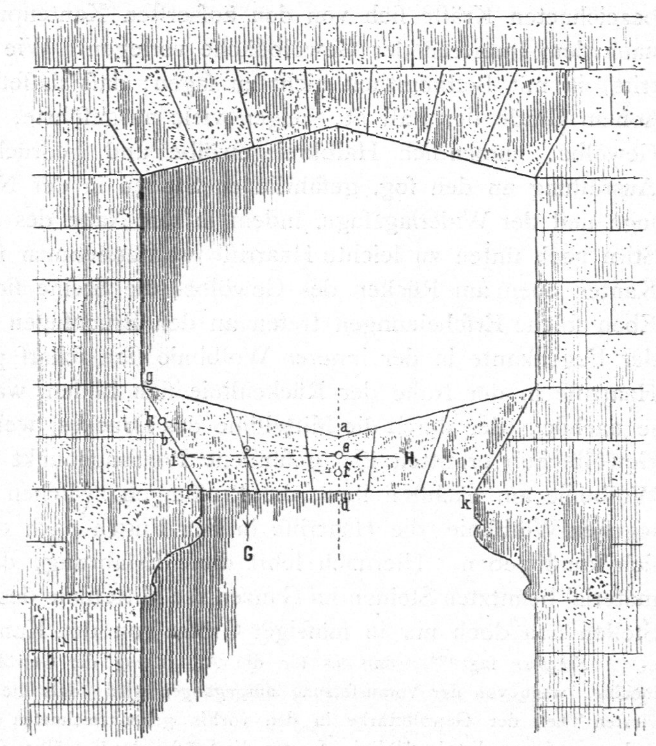
164) In ſeiner »Theorie der Gewölbe« etc. Braunſchweig 1857. S. 69.

165) Siehe Theil I, Band 1, zweite Hälfte dieſes »Handbuches«, Art. 479, S. 448 (2. Aufl.: Art. 272, S. 257).

fuchung diefes Sturzes feine Stabilität. Für denfelben ift auch eine Mittellinie des Druckes $ef$ im inneren Drittel möglich.

Benutzte man einen folchen Sturz nach Fig. 305 als unteren Abfchlufs einer Lichtöffnung in der Weife, dafs jetzt, unter Beibehaltung der Scheitelftärke $ad = 0{,}3\,^{m}$, die Stärke $ceg$ am Widerlager gleich dem Doppelten von der früheren Stärke $cb$ würde, und wären in der gedachten Scheitelfuge $ad$ die Strecken $ae = ef = fd = \frac{ad}{3}$ und eben fo die Strecken $gh = hi = ic = \frac{gc}{3}$, wobei hier abfichtlich bei $g$ die fonft nicht günftige Schneide am Kämpferfteine gelaffen ift, fo würde, wenn die Mittellinie des Druckes im inneren Drittel $efih$ bleiben follte, diefe Linie eine wagrechte gerade Linie $ei$ fein, welcher ein unendlich grofser Gewölbfchub und demnach eine unendlich grofse Scheitelftärke zukommen würde, was vollftändig ungereimt ift. Die in Wirklichkeit auftretende Mittellinie des Druckes wird fich den Kanten in $a$ und $c$ nähern und das innere Drittel verlaffen müffen, da $H$ einen endlichen Werth und im vorliegenden Falle fogar einen folchen von ziemlich geringer Gröfse annehmen mufs.

Fig. 305.




Verfuche mit Modellen von unbelafteten Halbkreisgewölben bekunden gleichfalls eine nahezu an den Kanten der fog. gefährlichen Stellen des Gewölbes eintretende Lage der Mittellinie des Druckes. Bei der mittels des möglichft kleinften Gewölbfchubes gezeichneten derartigen Linie ergiebt fich, wie fchon in Art. 136 (S. 182) angeführt, dafs bei einem folchen Gewölbe mit gleicher Dicke die Stärke eine Abmeffung von $\frac{1}{17{,}544}$ der Spannweite haben mufs, wenn das Gewölbe eben noch im Gleichgewichtszuftande fein foll. Hiernach angeftellte Verfuche zeigen daffelbe Ergebnifs. Sollte nun eine Mittellinie des Druckes bei einem unbelafteten Halbkreisgewölbe im inneren Drittel liegen, fo müffte das Gewölbe eine Dicke von etwa $\frac{1}{5{,}85}$ der Spannweite deffelben befitzen, alfo bei $5{,}85\,^{m}$ Spannweite $1\,^{m}$ ftark werden, ein Ergebnifs, welches den bei ftabilen Halbkreisgewölben in der Praxis gewonnenen Erfahrungen vollftändig widerfpricht und demnach als gänzlich unzuläffig gelten mufs.

Wie in gegebenen Fällen und unter befonderen Umftänden die Annahme für die Lage einer möglichen Mittellinie gemacht werden kann, welche gewiffen Bedingungen entfpricht, ift in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Art. 476, S. 444[166]) diefes »Handbuches« näher erörtert, und es wird hierauf verwiefen; die Bemerkung möge jedoch noch gemacht werden, dafs, wenn für Gewölbebauten im Hochbau-

166) 2. Aufl.: Art. 265, S. 250.

wefen nur fehr prefsbares Material, welches allerdings bei der Ausführung von einigermafsen gröfseren und belafteten Deckengewölben, wenn irgend thunlich, nicht benutzt werden follte, zur Anwendung gelangt, die Gewölblinie und die Gewölbftärke zweckmäfsig fo beftimmt werden, dafs eine Mittellinie des Druckes möglich wird, welche mit der Mittellinie der Stirnfläche des Gewölbes, alfo mit der Axe diefer Fläche fich ganz oder nahezu deckt. Eine folche Mittellinie des Druckes befitzt jedoch fehr grofse Aehnlichkeit mit einer Parabel, deren Axe mit der Scheitel-Lothrechten des Gewölbes zufammenfällt, fo dafs auch in einem folchen Falle die Parabel als Bogenlinie vortheilhaft auftritt.

Verhältnifsmäfsig einfach ift die Beftimmung der Stärke der Widerlager der Gewölbe. Sobald der auf die Widerlagsfuge (Kämpferfuge) kommende Kämpferdruck auf Grund der für die Gewölbftärke gegebenen Erörterungen und durch die ftatifchen Unterfuchungen des eigentlichen Gewölbkörpers bekannt geworden ift, fo ift diefer Druck mit dem Gewichte des Widerlagskörpers, deffen Tiefe wiederum rechtwinkelig zur Bildfläche gemeffen, wie es beim Gewölbe der Fall war, gleich der Längeneinheit genommen wird, zufammenzufetzen, um eine Mittelkraft zu beftimmen, welche die Aufftand- oder Fufsfläche der Widerlagsmauer in einem Punkte fchneidet, welcher von der äufseren Seitenkante noch einen genügend grofsen Abftand befitzt. Diefer Abftand, von der als Drehkante des Widerlagskörpers auftretenden Begrenzungslinie der Grundfläche aus gemeffen, liegt in der Kräfteebene und beträgt zweckmäfsig $\frac{1}{3}$ der Widerlagsftärke $d$. 142. Widerlagsftärke.

Um für den Gewölbefchub $H$ bei der Ermittelung der Widerlagerftärke einen Werth zu erhalten, welcher thunlichft vortheilhaft noch gleichfam mit einem Sicherheits-Coefficienten behaftet ift, nimmt man an, dafs $H$ nicht im höchften Punkte, fondern im Mittelpunkte der Scheitelfuge angreift und dafs der Mittelpunkt der Kämpferfuge der Angriffspunkt des Kämpferdruckes ift, hervorgegangen aus $H$ und dem Gewichte $G$ des Gewölbes mit feiner Belaftung.

Da die Stärke des Widerlagers noch unbekannt, die Höhe deffelben aber in den meiften Fällen vorgefchrieben ift, fo hat man zunächft eine Widerlagsftärke zu wählen und darauf die Stabilitätsunterfuchung des als Widerlager auftretenden Stützkörpers entweder durch Rechnung oder oft einfacher und durchfichtiger auf graphifchem Wege vorzunehmen. Bei dem zuletzt genannten Wege wird eine Mittellinie des Druckes auch im Querfchnitte des Widerlagers eingezeichnet und diefe läfft erkennen, ob diefelbe bei der gewählten Stärke für jede Fuge im Widerlager bei der rechteckig gedachten Fugenfläche den bezeichneten äufseren Abftand $\frac{1}{3}$ der Stärke, von der Drehkante aus gemeffen, überfchreitet oder denfelben entfprechend innehält. Nach diefen Prüfungen find, wenn erforderlich, etwaige Veränderungen in den Stärkeabmeffungen des Widerlagers vorzunehmen.

In welcher Weife die Stabilitätsunterfuchung eines Tonnengewölbes und feines Widerlagers unter Benutzung der Verfahren der graphifchen Statik vorgenommen werden kann, möge an einem Beifpiele gezeigt werden. 143. Beifpiel.

Ein halbkreisförmiges Tonnengewölbe, deffen Spannweite, gegebenen Gebäudeaxen entfprechend, 6 m betragen mufs, hat von der feften Baufohle ab nach aufsen frei ftehende Widerlager, deren Höhe mit der Oberkante des Fufsbodens über dem Gewölbe in wagrechter Ebene abgegrenzt ift. Ueber dem Gewölbe ift ein leichter Schuppen vorhanden, welcher nur in den Binderfüfsen das Widerlager belaftet. Auf dem Gewölbe lagert durchgängig und gleichförmig vertheilt als Brennftoff zu verwendende Coke in einer Schütthöhe von $1{,}50^{\mathrm{m}}$. Das Gewölbe ist in den Zwickeln ausgemauert, sonst mit Sandschüttung und Fussbodenpflaster versehen, so dass die Oberfläche des letzteren $0{,}20^{\mathrm{m}}$ über dem höchsten Rückenpunkte des Gewölbes liegt.

Für die Ausführung des Gewölbes und der Widerlager ist Backsteinmaterial bestimmt.

Da das Eigengewicht der Coke gleich $0{,}42$ und jenes des Backsteinmauerwerkes gleich $1{,}6$ ist, so beträgt das Gewicht der geschütteten Coke $420^{\mathrm{kg}}$ für $1^{\mathrm{cbm}}$, dasjenige des Backsteinmauerwerkes $1600^{\mathrm{kg}}$ für $1^{\mathrm{cbm}}$.

Um für die Stärke, welche dem Gewölbe gegeben werden muss, einen Anhalt zu gewinnen, sind die Gleichungen 160 u. 145 zu benutzen, nachdem die Gewölbebelastung durch das gleich grosse Gewicht von Backsteinmauerwerk ersetzt gedacht ist. Da für die Ausmauerung der Gewölbzwickel, für die Bettung des Fussbodenpflasters und für das letztere selbst das Eigengewicht nahezu gleich demjenigen des Backsteinmauerwerkes angenommen werden kann, so ergiebt sich für diese Theile zunächst eine Belastungshöhe von $0{,}20^{\mathrm{m}}$ über dem Gewölbrücken im Scheitelloth und hierdurch eine erste wagrechte Belastungslinie.

Die Cokeschüttung ist in $1{,}5^{\mathrm{m}}$ Höhe wagrecht abgeglichen, und es kann bei der vorläufigen Rechnung von den Seitenböschungen dieser Schüttung abgesehen, also die Schütthöhe für den ganzen Querschnitt des Gewölbes beibehalten werden. Der Abstand $x$ der zugehörigen Belastungslinie, entsprechend dem Backsteinmaterial, von der fest gelegten ersten Belastungslinie ergiebt sich offenbar durch den Ausdruck

$$1 \cdot 1 \cdot 1{,}5 \cdot 420 = 1 \cdot 1 \cdot x \cdot 1600$$

als

$$x = \frac{1{,}5 \cdot 420}{1600} = 0{,}394^{\mathrm{m}},$$

wofür $x = 0{,}4^{\mathrm{m}}$ gesetzt werden soll. Somit entsteht eine gesammte Belastungshöhe

$$h = 0{,}2 + 0{,}4 = 0{,}6^{\mathrm{m}}$$

und demnach weiter, wenn die Gewölbstärke $d = d_1$ vorläufig zu $0{,}38^{\mathrm{m}}$ gewählt, wenn ferner die wagrechte Aufmauerung des Widerlagers bis zum Bruchwinkel $\alpha$ von 60 Grad ausgeführt wird, beim Halbmesser $r = 3^{\mathrm{m}}$, sofort nach Gleichung 160

$$H = \frac{\frac{3}{4}}{6\left(0{,}38 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4}\right)} \left\{ 9\left[3\,(0{,}38 + 0{,}6) + 3 \cdot \frac{1}{4}\right] - 3\left(0{,}38 + 0{,}6 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot 0{,}38^2\right) \right\} = 1{,}97$$

und folglich nach Gleichung 145

$$d = \frac{1}{50}\sqrt{(180 - 1{,}97)\,1{,}97} = \frac{18{,}727}{50} = 0{,}3745^{\mathrm{m}}.$$

Hiernach ist $d$ zu $0{,}38^{\mathrm{m}}$ fest zu setzen.

Für die Berechnung der Stärke $d_1$ der Widerlagsfuge ergiebt sich vorweg nach Gleichung 161

$$G = 3 \cdot 0{,}866 \left[0{,}38 + 0{,}6 + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} + \left(0{,}38 + 0{,}6 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4}\right)\frac{0{,}38}{3}\right] = 4{,}88,$$

sodann nach Gleichung 153

$$N = 1{,}97 \cdot 0{,}5 + 4{,}88 \cdot 0{,}866 = 5{,}2$$

und endlich nach Gleichung 150

$$d_1 = \frac{1}{150}\sqrt{(540 - 5{,}2)\,5{,}2} = \frac{52{,}7}{150} = 0{,}35^{\mathrm{m}},$$

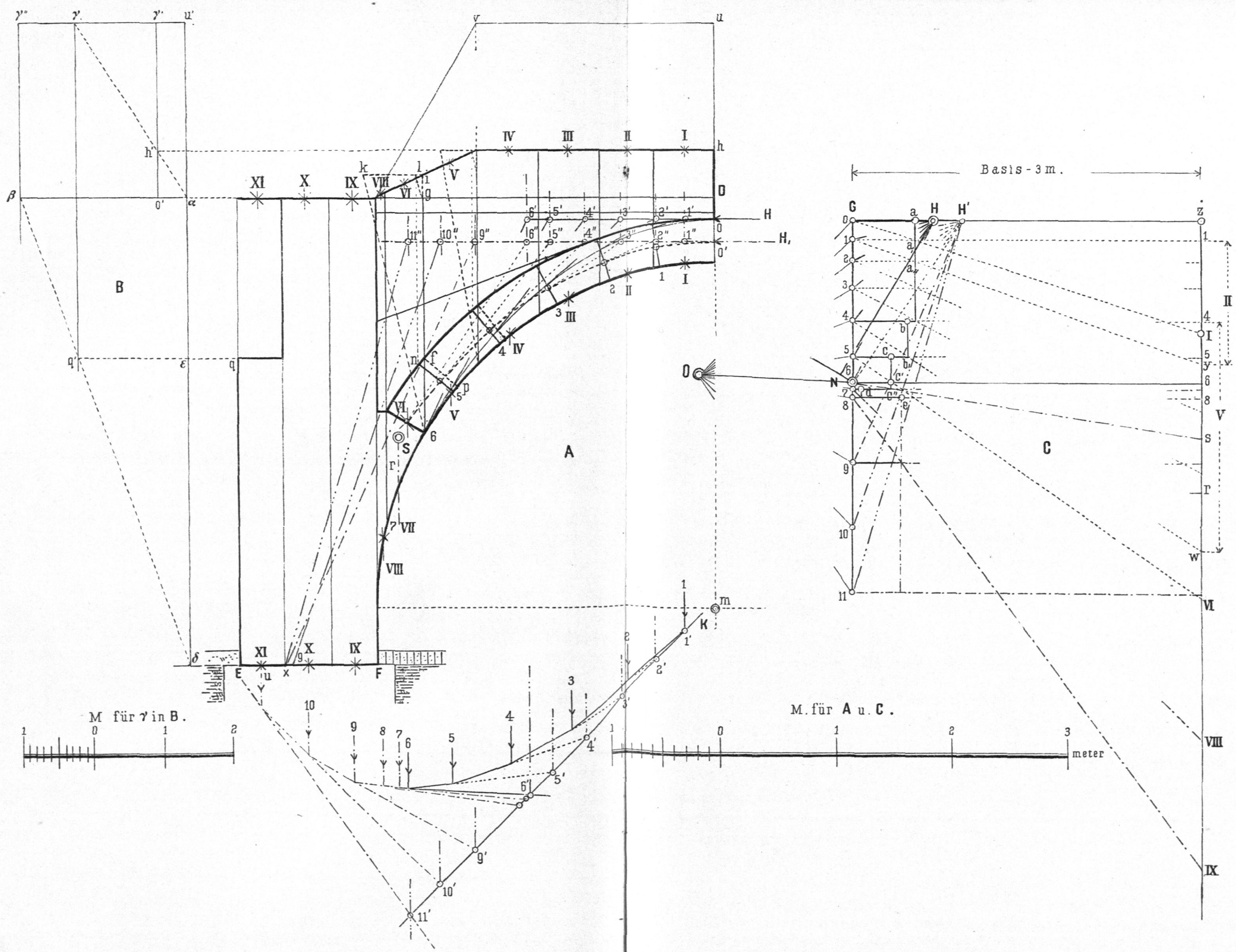
also kleiner als $d$, so dass $d_1 = d$ angenommen und das Gewölbe in gleicher Stärke ausgeführt werden kann.

Die Stärke des Gewölbe-Widerlagers soll einstweilen noch unbestimmt bleiben.

Nach diesen vorläufigen Ermittelungen ist auf der neben stehenden Tafel im Plane $A$ das Gewölbe sammt seiner Belastung unter der Annahme aufgetragen, dass die Gewölbtiefe senkrecht zur Bildfläche gleich der Längeneinheit sei und dass auf der Widerlagsmauer für diese Tiefe keine weitere Last der Construction des über dem Gewölbe befindlichen Schuppens ruhe.

Die Verwandelung der Cokeschüttung in Backsteinmauerung ist unter Berücksichtigung der Böschung dieser Schüttung im Plane $B$ durch Zeichnung vorgenommen.

Ist allgemein $\gamma$ das Eigengewicht des Wölbmaterials $W$, $\gamma_1$ das Eigengewicht des Belastungsmaterials $S$, so besitzt ein Körper des Materials $S$, dessen Grundfläche $1^{\mathrm{qm}}$, dessen Höhe $h$ Met. beträgt, ein Gewicht $G_1 = 1 \cdot h\,\gamma_1 \cdot 1000^{\mathrm{kg}}$ und ein Körper des Materials $W$ bei einer Grundfläche von $1^{\mathrm{qm}}$ und einer Höhe $x$ Met. ein Gewicht $G = 1 \cdot x\,\gamma \cdot 1000^{\mathrm{kg}}$.




Stabilitäts-Unterfuchung eines fymmetrifchen Tonnengewölbes und feines Widerlagers.

Soll nun $G$ gleich $G_1$ werden, fo folgt

$$x\gamma = h\gamma_1,$$

d. h.

$$\frac{x}{h} = \frac{\gamma_1}{\gamma},$$

wonach $x$ als die fog. reducirte oder erfetzte Belaftungshöhe leicht zu conftruiren ift.

Nimmt man im Plane $B$ die Länge $u_1\gamma$ nach einem beliebigen Mafsftabe gleich der Mafszahl $\gamma$, hier gleich 1,6, und eben fo $u_1\gamma_1$ nach demfelben Mafsftabe gleich der Mafszahl $\gamma_1$, hier gleich 0,42, fo wird, fobald auf dem aus der Zeichnung erfichtlichen Wege $u_1\alpha$ gleich der Schütthöhe $Du$ des Planes $A$ abgetragen und die gerade Linie $\alpha\gamma$ gezogen ift, in der Länge $o_1h_1$ der durch $\gamma_1$ zu $u_1\alpha$ geführten Parallelen $\gamma_1 o_1$ die reducirte Belaftungshöhe erhalten; denn es ift

$$\frac{o_1 h_1}{\alpha u_1} = \frac{\gamma_1}{\gamma}.$$

Diefe reducirte Belaftungshöhe ift, da $uv$ wagrecht liegt, bis zu einer durch $v$ im Plane $A$ geführten Lothrechten beizubehalten, während von hier ab bis zur inneren Kante des Widerlagers die Belaftungslinie zufolge der Böfchung der Cokefchüttung geneigt in gerader Linie abfällt. Ift die obere Begrenzungslinie der gegebenen Belaftung von irgend welcher Geftalt, welche verfchiedene Höhen bedingt, die nach und nach zu reduciren find, fo bleibt für jede einzelne Höhe das angegebene Verfahren daffelbe. Die Verbindung der Endpunkte der reducirten Höhen liefert die gefuchte Belaftungslinie.

Die Fläche des Gewölbquerfchnittes nebft der reducirten Belaftungsfläche, wobei die Zwickelausmauerung und der Fufsbodenbelag mit Bettung einer weiteren Reduction, wie vorhin angegeben, nicht bedurften, ift vermöge der vom Scheitellothe aus fymmetrifch auftretenden Form und Belaftung des Gewölbes nur zur Hälfte dargeftellt. Durch lothrechte Theillinien ift diefelbe in Einzelftreifen oder Lamellen zerlegt, wobei eine Theillinie mit der durch $v$ ziehenden Lothrechten zufammenfallend angenommen ift. Links von derfelben find noch 3 Lamellen von verfchiedener Breite eingefügt, von denen die eine mittlere durch Lothrechte begrenzt wird, welche durch die Grenzpunkte der Widerlagsfuge geführt find, eine Anordnung, welche in den meiften Fällen für diefe Fuge zweckmäfsig ift. Rechts von der durch $v$ laufenden Theillinie find bis zum Scheitellothe $hm$ noch beliebig viele Lamellen, hier vier derfelben, von gleicher Breite genommen.

Die von den Theillinien begrenzten Theilftreifen können in ihren Flächen, da im Allgemeinen verhältnifsmäfsig fchmale Stücke in der Zeichnung auftreten, für die praktifche Unterfuchung mit genügender Genauigkeit als Rechtecksflächen behandelt werden. Vielfach, und namentlich bei flachen Bogen, können auch die Strecken diefer Theillinien, welche innerhalb der Gewölbfläche liegen und hier von der inneren Wölklinie und der Rückenlinie abgefchnitten erfcheinen, fchon als Fugenlinien in fo fern gelten, als in denfelben die der Mittellinie des Druckes zukommenden Punkte in der Gewölbfläche aufgefucht werden. Bei den im Hochbauwefen auftretenden Tonnengewölben jedoch oder auch bei den Flachbogengewölben felbft, welche ab und an nur eine geringe oder faft gar keine Ueberlaft aufzunehmen haben, ift diefe Behandlung der Abfchnitte der Theillinien als Stücke, in welchen die Punkte der zu zeichnenden Mittellinie des Druckes aufgefucht werden, weniger angezeigt. Eben fo ift es in den erwähnten Fällen auch nicht ganz rathfam, die Fugen, in welchen die Punkte der Drucklinie ermittelt werden follen, geradezu von den Schnittpunkten der Theillinien mit der Rückenlinie, z. B. als Fuge $fp$, auslaufen zu laffen, zumal mit Leichtigkeit in jedem Falle eine Gewölbfuge ermittelt werden kann, welche von der auf ihr ruhenden Belaftung in möglichft richtiger Weife getroffen und in welcher dann ebenfalls in möglichft zutreffendem Grade der zugehörige Punkt der Mittellinie des Druckes zu beftimmen ift.

Sollte z. B. (Fig. 306) eine Fuge $kl$ für eine beliebige Theillinie $fe$ fo gefunden werden, dafs die Gewölbfläche mit der Belaftungsfläche von der Gröfse $bafe$ das auf diefe Fuge $kl$ kommende Gewicht möglichft genau wiedergiebt, fo kann die folgende Ueberlegung Platz greifen. Es fei $kl$ die richtige Fuge. Alsdann ruht auf derfelben ein Gewicht entfprechend der Fläche $apklb$. Diefe Fläche müffte der bei der Beftimmung der Mittellinie des Druckes in Rechnung oder hier im Sinne der graphifchen Statik in Behandlung genommenen Fläche $bafce$ gleich fein. Damit dies der Fall ift, müffte die Fläche $leq$ gleich Fläche $qfpk$ fein. Dann würde auch Fläche $leq$ + Fläche $eqkn$ = Fläche $qfpk$ + Fläche $eqkn$ fein müffen, oder was daffelbe ift, das als rechtwinkelige Dreiecksfläche anzufehende Stück $lnk$ würde gleich fein müffen dem als fchmalen Paralleltrapez zu behandelnden Streifen $efpn$, welcher auch genügend genau als Rechtecksfläche von der Breite $fi$ gelten darf. Danach ift

$$\frac{nl \,.\, kl}{2} = ef \,.\, fi;$$

mithin ist auch

$$\frac{nl}{ef} = \frac{fi}{\frac{1}{2}\,kl}.$$

Hierin ist $kl$ die normale Dicke des Gewölbes in $l$, aber streng genommen, wie auch $nl$ noch unbekannt. Zieht man jedoch durch den Schnittpunkt $c$ der Theillinie $ef$ mit der Rückenlinie des Gewölbes eine Hilfsfuge $cd$, so ist ohne nennenswerthe Abweichung auch $cd = kl$ und $ed = nl$ zu nehmen, so dass nun weiter

$$\frac{ed}{ef} = \frac{fi}{\frac{1}{2}\,cd}$$

wird. Nach diesem Ausdrucke lässt sich $fi$ und dann die Lage der Fuge $kl$, welche der Theillinie $ef$ zugehört, einfach durch Zeichnung ermitteln. Zieht man durch den gemeinschaftlichen Punkt $f$ der Theil-

Fig. 306.

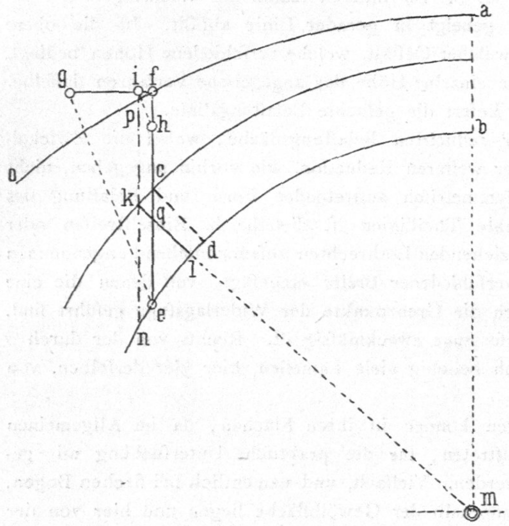
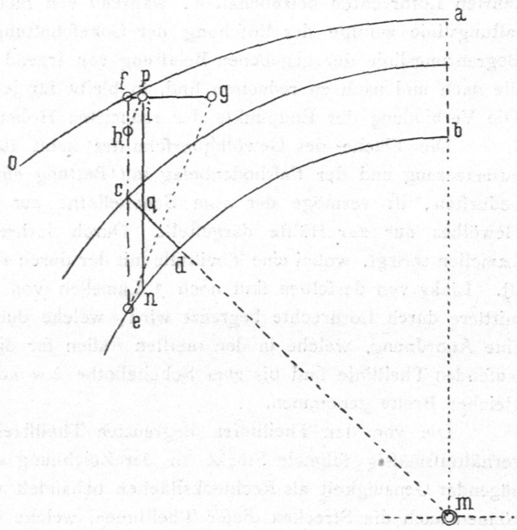



Fig. 307.




linie $ef$ und der Belastungslinie die Gerade $fg$ von der Länge gleich $ed$, trägt man auf der Theillinie $ef$ die Strecke $fh = \frac{1}{2}\,cd$ ab, zieht man $eg$ und hierzu durch $h$ die Parallele $hi$, so wird $fi$ die gesuchte Breite des vorhin erwähnten Streifens $efpn$. Zieht man zuletzt durch $i$ die Parallele $in$ zu $ef$, so trifft dieselbe den Gewölbrücken im Punkte $k$, durch welchen die gesuchte Fuge $kl$ normal zur inneren Wölblinie zu führen ist.

Ist umgekehrt eine Fuge $cd$ (Fig. 307) gegeben, so wird auf Grund der gegebenen Ausführungen zunächst durch den Punkt $c$ eine lothrechte Hilfstheillinie $ef$ gelegt, $fg = ed$ und $fh = \frac{1}{2}\,cd$ abgetragen, nunmehr $eg$ und die hierzu parallele Linie $hi$ gezogen, um zuletzt in der durch $i$ geführten Lothrechten $pn$ die gesuchte Theillinie zu erhalten. Nach diesen Angaben sind auf der umstehenden Tafel im Plane $A$ die Fugen *1* bis *5* des Gewölbes eingetragen.

Zur graphischen Ermittelung der Flächenwerthe der einzelnen im Allgemeinen als Paralleltrapeze erscheinenden Theilstreifen sind die mittleren Höhen *I I*, *II II* u. s. f. derselben bestimmt, und hierauf ist die Verwandelung der Theilflächen in Rechtecksflächen mit einer beliebigen Basis $oz$, hier zu $3^{m}$ gewählt, im Plane $C$ vorgenommen.

Diese Verwandelung oder die sog. Reduction der Theilstreifen auf eine bestimmte Basis hat den Zweck, die durch Linien darzustellenden Flächen-, bezw. Gewichtswerthe der Lamellen in einer für die weitere zeichnerische Behandlung geeigneten Länge zu erhalten.

So ist im Plane $C$ auf der lothrechten $z$-Linie die Strecke $z\,I$ gleich der mittleren Höhe *I I* des ersten Theilstreifens, dessen Gewicht für die Gewölbfuge *1* in Betracht kommt, abgesetzt; auf der wagrechten Linie $oz$ ist die Länge $oa$ gleich der Breite dieses ersten Theilstreifens abgeschnitten, durch $a$

die Parallele zu $z\,I$ gelegt und hierauf die Linie $o\,I$ gezogen, welche auf der Linie $a$ die Strecke $a\,a_1$ als reducirte Höhe des erften Theilftreifens abfchneidet.

Die durch $a_1$ parallel zu $o\,z$ gezogene Linie liefert auf der Gewichtslinie $G$ die Strecke $o\,1$, welche nach dem für die Zeichnung der Pläne $A$ und $C$ benutzten Mafsftabe zu meffen und mit der Bafiszahl, hier $3^{\mathrm{m}}$, zu multipliciren ift, um fofort den Flächeninhalt des erften Theilftreifens in Quadr.-Met., oder auch, da die Gewölbtiefe zu $1^{\mathrm{m}}$ angenommen war, den körperlichen Inhalt diefes Theilftreifens in Cub.-Met. zu liefern.

Denn mit Bezugnahme auf die Zeichnung ift

$$\frac{a\,a_1}{o\,a} = \frac{z\,I}{o\,z},$$

d. h.

$$a\,a_1 \,.\, o\,z = o\,a \,.\, z\,I$$

oder

$$a\,a_1 \,.\, 3^{\mathrm{qm}} = o\,a \,.\, z\,I \text{ Quadr.-Met.}$$

gleich der Fläche des erften Streifens.

Die Zeichnung liefert $a\,a_1 = o\,1$ zu $0{,}17^{\mathrm{m}}$; daher befitzt der erfte Theilftreifen einen Flächeninhalt von $0{,}17 \,.\, 3 = 0{,}51^{\mathrm{qm}}$ und bei der Tiefe von $1^{\mathrm{m}}$ auch $0{,}51^{\mathrm{cbm}}$.

Da $1^{\mathrm{cbm}}$ Backfteinmauerwerk $1600^{\mathrm{kg}}$ wiegt und alle Abmeffungen für die in Rechnung zu bringenden Gewölbe- und Belaftungsflächen auf Backfteinmauerwerk zurückgeführt find, fo würde der Körper des erften Theilftreifens ein Gewicht von $0{,}51 \,.\, 1600 = 861^{\mathrm{kg}}$ befitzen.

In gleicher Weife ift auch die zweite Lamelle auf die gewählte Bafis reducirt; die mittlere Höhe $II\,II$ ift auf der $z$-Linie nun von $1$ bis $y = II$ abgetragen, der Reductionsftrahl von der $G$-Linie aus als $1\,y$ geführt, und da die Breite der zweiten Lamelle ebenfalls $= o\,a = 1\,a_1$ ift, die reducirte Höhe $a_, a_{,,} = 1\,2$ fofort abgefchnitten. Bei der fünften Lamelle ift eine Aenderung der Breite zu bemerken. Für diefen Streifen ift die mittlere Höhe $V\,V$ von $4$ bis $w$ auf der $z$-Linie abgetragen, die Breite $4\,b$ auf der wagrechten Linie $4\,4$ abgefchnitten und vermittels des Reductionsftrahles $4\,w$ die reducirte Höhe $b\,b_1 = 4\,5$ beftimmt.

Für die eigentliche Gewölbfläche kommen im Ganzen fechs Theilftreifen in Frage. Die Summe aller zugehörigen reducirten Höhen ift gleich der Strecke $o\,6$ im Plane $C$. Die Strecke $o\,6$ mifft $1{,}4^{\mathrm{m}}$; mithin wird $1{,}4 \,.\, 3 = 4{,}2^{\mathrm{qm}}$ als gefammter Flächeninhalt der Gewölbfläche mit Belaftung gefunden.

Bei der vorläufigen Berechnung von $G$, welche Gröfse an die Stelle des gefammten Flächeninhaltes zu treten hatte, wurde hierfür ohne Rückficht auf die Seitenböfchung der Schüttung $4{,}88^{\mathrm{qm}}$ ermittelt.

Nach dem Feftlegen der Gewichte der einzelnen Theilftreifen, welche in den zugehörigen Schwerpunkten derfelben angreifen, ift weiter eine Mittellinie des Druckes für das Gewölbe conftruirt, welche vorweg dem möglichft kleinften Gewölbfchub entfpricht. Hierbei ift das folgende Verfahren beobachtet.

Bei der an und für fich geringen Breite der Lamellen kann die trapezartige Fläche derfelben ohne wefentlichen Fehler als Rechteck angefehen werden, fo dafs der Schwerpunkt diefer Flächen in der Mittellinie derfelben liegt.

Zeichnet man nun für die in $II$, $III$ u. f. f. wirkenden Gewichte, bezw. für die Linienftrecken, welche diefelben als $o\,1$, $1\,2$ u. f. f. im Plane $C$ darftellen, unterhalb des Planes $A$ ein Hilfs-Seilpolygon mit Benutzung des an fich willkürlich aufserhalb der $G$-Linie gewählten Poles $O$, fo erhält man auf dem äufserften Seilftrahle $K$ in $2'$ einen Punkt, durch welchen das refultirende Gewicht aus $1$ und $2$, in $3'$ einen Punkt, durch welchen das refultirende Gewicht aus $1$, $2$ und $3$ u. f. f., im Punkte $6'$ einen Punkt, durch welchen das refultirende Gewicht aller Einzelgewichte von $1$ bis $6$ in lothrechter Richtung wirken mufs.

Für den möglichft kleinften Gewölbfchub $H$, welcher im vorliegenden Falle wagrecht gerichtet ift, weil das Gewölbe in Bezug auf das Scheitelloth fymmetrifch geformt und fymmetrifch belaftet ift, und welcher bei näherer Unterfuchung eine mögliche Mittellinie des Druckes liefert, ift der höchfte Punkt $o$ der gedachten Scheitelfuge als Angriffspunkt genommen, während gleichzeitig als Durchgangspunkt der aus dem Schube $H$ und dem Gefammtgewichte $G$ entftehenden refultirenden Preffung der tieffte Punkt der Widerlagsfuge $6$ angenommen ift. Um die Gröfse von $H$ unter diefen Annahmen zu ermitteln, ift durch $o$ die wagrechte, durch $6_1$ der Linie $K$ die lothrechte Linie geführt, welche fich auf der erfteren im entfprechenden Punkte $6'$ fchneiden. Zieht man im Plane $A$, von der Vorderkante $6$ der Widerlagsfuge aus, den Strahl $6\,6'$, fo ift hiermit die Lage der Mittelkraft aus $H$ und $G$ beftimmt.

Führt man hierauf im Plane $C$ durch den Punkt $6$ der Linie $G$ die Parallele zu jenem Strahle $6\,6'$, fo ergiebt fich im Abfchnitte $H\,o$ auf der durch $o$ geführten Wagrechten $o\,z$ der gefuchte Gewölbfchub $H$. Nach dem Mafsftabe beftimmt, ift die Strecke $H\,o = 0{,}67^{\mathrm{m}}$, folglich $H\,o$ felbft gleich $0{,}67$-mal Bafiszahl, alfo $H\,o = 0{,}67 \,.\, 3 = 2{,}01^{\mathrm{qm}}$, bezw. $2{,}01^{\mathrm{cbm}}$.

Setzt man nunmehr $H$ nach und nach mit den auf die einzelnen Fugen des Gewölbes gelangenden

Gewichten zusammen, so erhält man für die Fuge *1* ein Gewicht *1* = Strecke *o 1* im Plane *C*. Der Punkt *1'* auf der Linie *H o* im Plane *A* entspricht der Richtungslinie des Gewichtes *o 1*. Zieht man im Plane *C* den Strahl *H 1* und hierzu durch den Punkt *1* im Gewölbplane die Parallele, bis die Fuge *1* getroffen wird, so ist dieser Punkt ein Punkt der Mittellinie des Druckes.

Bis zur Fuge *2* kommen die Gewichtsstrecken *o 1* + *1 2* in Betracht; das aus beiden resultirende Gewicht wirkt in der Lothrechten *2' 2'*; mithin geht die resultirende Pressung, welche im Plane *C* durch den Strahl *H 2* ausgedrückt wird, durch den Punkt *2'* der Linie *Ho* im Plane *A*. Zieht man also durch diesen Punkt *2'* die Parallele zu dem bezeichneten Strahle *H 2*, bis dieselbe die Fuge *2* trifft, so ist ein zweiter Punkt der Mittellinie des Druckes gefunden. Das hiermit angegebene Verfahren wird in gleicher Weise für alle Fugen beobachtet. Die für *Ho* erhaltene Mittellinie des Druckes *o 6* verbleibt der Zeichnung zu Folge ganz in der Gewölbfläche, so dass Gleichgewicht gegen Drehung vorhanden ist.

Da die auf die einzelnen Fugen kommenden Pressungen mit den Senkrechten zu den Fugen, je für sich betrachtet, Winkel einschliessen, welche weit kleiner bleiben, als der Reibungswinkel des Materials, welcher im Allgemeinen zu 35 Grad, bezw. in besonderen Fällen bei frischem Mörtel zu 27 Grad angenommen werden kann, so ist auch Gleichgewicht gegen Gleiten vorhanden. Die letztere Untersuchung ist in der Zeichnung nicht besonders mitgetheilt, auch für die Ausführung hier weniger von Bedeutung, weil die Gefahr, dass ein Gewölbe in Folge des Gleitens der Wölbsteine nicht standfähig ist, selten vorhanden ist, ausserdem aber auch leicht durch entsprechende Anordnung des Fugenschnittes, z. B. senkrecht zur Mittellinie des Druckes, beseitigt werden könnte.

Das untersuchte Gewölbe wird also als stabil gelten, vorausgesetzt, dass für den nun auf graphischem Wege gefundenen Gewölbschub $Ho = 2{,}01$ die früher durch vorläufige Rechnung für den Gewölbschub $H = 1{,}97$ erhaltene Gewölbstärke von $0{,}38$ m auch zutreffend ist.

Nach Gleichung 145 würde nunmehr

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 2{,}01)\, 2{,}01} = 0{,}378 \text{ m}$$

oder abgerundet $d = 0{,}38$ m werden, also mit dem angenommenen Werthe in Uebereinstimmung bleiben. Um den Normaldruck $N$ für die Widerlagsfuge *6* zu erhalten, ist im Plane *C* durch den Punkt *6* nur die Parallele $6N$ zu dieser Widerlagsfuge zu ziehen und das Loth $HN$ von $H$ auf $6N$ zu fällen. Alsdann ist $N = HN$-mal Basiszahl.

In der Zeichnung ist $HN = 1{,}56$ m; mithin wird $N = 1{,}56 \cdot 3 = 4{,}68$ qm, bezw. $4{,}68$ cbm. Da früher unter Vernachlässigung der Böschung der Cokeschüttung $N$ zu $5{,}2$ qm, also grösser gefunden wurde und für diesen Werth die Stärke $d_1$ schon unter $0{,}38$ m blieb, so ist auch nach der neuen Untersuchung $d_1$ zu $0{,}38$ m, also gleich $d$ beizubehalten.

Da für Backsteingewölbe die Gewölbstärke im Scheitel nach Steinlängen bestimmt wird, so empfiehlt es sich, nach Gleichung 145, bezw. Gleichung 150 für die verschiedenen derartigen Stärken $d$ die Grenzwerthe von $H$ und $N$ zu berechnen. In der folgenden Tabelle sind die zugehörigen Werthe von $H$ und $N$ für $d$ von $^1/_2$ bis $2^1/_2$ Steinstärke zusammengestellt.

| $d$ | $^1/_2$ Stein = $0{,}12$ m | 1 Stein = $0{,}25$ m | $1^1/_2$ Stein = $0{,}38$ m | 2 Stein = $0{,}51$ m | $2^1/_2$ Stein = $0{,}64$ m | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $H$ | $0{,}2$ | $0{,}87$ | $2{,}03$ | $3{,}69$ | $5{,}88$ | Quadr.-Met. |
| $N$ | $0{,}6$ | $2{,}61$ | $6{,}09$ | $11{,}07$ | $17{,}64$ | |

Aus dieser Tabelle ergiebt sich für das untersuchte Gewölbe, welches einem Gewölbschube von $2{,}01$ qm ausgesetzt ist, dass im Falle einer grösseren Belastung für das Gewölbe, wie solche durch die Cokeschüttung gegeben war, der für $0{,}38$ m Stärke eintretende Grenzwerth $2{,}03$ für $H$ überschritten würde und dass dann die Gewölbstärke im Scheitel schon zu 2 Steinlängen genommen werden müsste.

Da ein Gewölbe unbedingt stabil ist, wenn für dasselbe eine Mittellinie des Druckes möglich ist oder eintreten kann, welche die Mittelpunkte aller Fugen trifft, so ist im Plane *A* noch zur weiteren Prüfung des Gewölbes eine Mittellinie des Druckes gezeichnet, wobei der Mittelpunkt $o_1$ der gedachten Scheitelfuge und der Mittelpunkt *VI* der Widerlagsfuge als Endpunkte dieser neuen Mittellinie des Druckes angenommen sind.

Auf der wagrechten Linie $H_1 o_1$ find alsdann die den Punkten $1' 2'$ u. f. f. der Linie $H o$, bezw. der Linie $K$ entfprechenden Punkte $1''$, $2''$ u. f. f. bis $6''$ feft gelegt. Der Gewölbfchub $H' o$, welcher für die Mittellinie des Druckes $o_1 VI$ mafsgebend wird, ift beftimmt, fobald im Plane $A$ der Strahl $6'' VI$ und hierzu parallel im Plane $C$ der Strahl $6 H_1$ gezogen wird. Derfelbe beträgt $0{,}95 \cdot 3 = 2{,}85$ qm, ift alfo um das $\frac{2{,}85}{2{,}01}$-fache oder etwa $1{,}4$-fache gröfser, als der Gewölbfchub $H o$.

Die Conftruction der Mittellinie des Druckes erfolgt in gleicher Weife, wie früher, nur dafs jetzt die durch $1''$ geführte Preffungslinie der Fuge $1$ parallel mit $H_1 1$, die durch $2''$ geführte Preffungslinie der Fuge $2$ parallel mit $H_1 2$ läuft u. f. f.

Die hiernach gezeichnete Mittellinie des Druckes geht nahezu durch die Fugenmitten, fo dafs nunmehr die Prüfung der Stabilität des Gewölbes abgefchloffen werden kann.

Zur Auffindung der Stärke des Widerlagers ift vorweg angenommen, dafs die Grundfläche deffelben in der Ebene $E F$ als feft gilt und dafs der Endpunkt $x$ einer im Widerlager von einem Gewölbfchube $H_1 o$ abhängigen Mittellinie des Druckes die Widerlagerfuge in einem Abftande $E x = \frac{1}{3} E F$ von der äufserften durch $E$ gehenden Drehkante trifft. Selbftredend ift die Tiefe des Widerlagers wie beim Gewölbe gleich der Längeneinheit. Die Höhe deffelben ift durch die mit $D$ zufammenfallende wagrechte Ebene gegeben.

Bei Ausführung des bis zur Bruchfuge wagrecht vorgemauerten Kämpferftückes ift diefes nebft dem darüber liegenden fchmalen Streifen mit zum Widerlager zu rechnen. Ueber $6\,7$ im Plane $A$ liegt eine als Dreiecksfläche aufzufaffende Theilfläche, deren Schwerpunkt $S$ leicht zu beftimmen, deren Grundlinie gleich $r$ und deren Höhe gleich der Breite des Streifens $VI$ ift, welche im Plane $C$ als $6 c_1$ eingetragen war. Der Flächeninhalt diefes Dreieckes ift alfo $\frac{1}{2} r \cdot 6 c_1$. Da diefe Fläche auf die gewählte Bafis zu reduciren ift, d. h. in ein Rechteck verwandelt werden mufs mit der beftimmten Bafis $o z$ und einer noch unbekannten Höhe $\eta$, fo mufs $\eta \cdot o z = \frac{1}{2} r \cdot 6 c_1$ oder

$$\frac{\eta}{\frac{1}{2} r} = \frac{6 c_1}{o z}$$

fein. Trägt man daher die Länge $r$ als Strecke $6 r$ auf der $z$-Linie ab, halbirt diefelbe in $s$, zieht den Reductionsftrahl $6 s$, fo wird auf der durch $c_1$ geführten Lothrechten die Strecke $c_{,} c_{,,}$ abgefchnitten und $6\,7 = c_{,} c_{,,}$ ergiebt das Gewicht der Dreiecks-Lamelle $VII$. Endlich ift auch noch die Strecke $7\,8$ als Gewicht der fchmalen Lamelle $VIII$ in der genügend angegebenen Weife beftimmt. Seitlich von der durch $F$ geführten Lothrechten beginnt der Widerlagskörper. Zunächft ift eine Lamelle $IX$ von beliebiger, aber nicht übertriebener Breite angenommen und das Gewicht im Plane $C$ als Strecke $8\,9$ ermittelt. Setzt man nun die Zeichnung des Hilfs-Seilpolygons für die Gewichte $7$, $8$ und $9$ fort, fo wird auf der Linie $K$ der Punkt $9'$ erhalten. Durch $9'$ zieht die Lothrechte, welche der Lage des refultirenden Gewichtes aller Einzelgewichte von $o$ bis $9$ der Gewichtslinie $G$ entfpricht. Der Schnittpunkt $9''$ auf der Linie $H_1 o_1$ ift Angriffspunkt der refultirenden Preffung. Zieht man im Plane $C$ den Strahl $H_1 9$, fo erhält man diefelbe in diefem Strahle. Führt man im Plane $A$ die Gerade $9'' 9$ parallel zu $H_1 9$, fo fällt der Punkt $9$ der Richtung jener Preffung über die Grenzlinie der Lamelle hinaus; folglich würde bei der erften Lamelle noch kein Gleichgewicht gegen Drehen auf der Ebene $E F$ vorhanden fein. Fügt man defshalb noch eine zweite Lamelle $X$, deren Breite hier gleich der Lamellenbreite von $IX$ genommen ift, dem Widerlager hinzu und verfährt in der angegebenen Weife, fo trifft die durch $10_{,,}$ parallel zu $H' 10$ refultirende Preffung die Fuge $E F$ nahezu an der Grenzlinie der Lamelle $X$, fo dafs nunmehr beim Gewölbfchub $H_1 o$ eben Gleichgewicht gegen Drehung eintreten würde.

Fügt man endlich noch eine oder mehrere Theilftreifen hinzu und ftellt dem gegebenen Verfahren gemäfs die Schnittpunkte $x$ auf der Fuge $E F$ der zugehörigen refultirenden Preffungen feft, fo gelangt man fchliefslich dahin, die Lage des Punktes $x$ fo zu erhalten, dafs $E x = \frac{1}{3} E F$ wird.

In der Zeichnung trat diefer Fall ein, nachdem noch die dritte Lamelle $XI$ hinzugefügt war, fo dafs $E F$ die gefuchte Widerlagsftärke ift. Diefelbe beträgt $1{,}2$ m, alfo bei der Spannweite des Gewölbes von $6$ m genau $\frac{1}{5}$ diefer Weite.

Sollte die Aufsenfeite des Widerlagers in der Stärke von durchfchnittlich $0{,}4$ m, entfprechend der

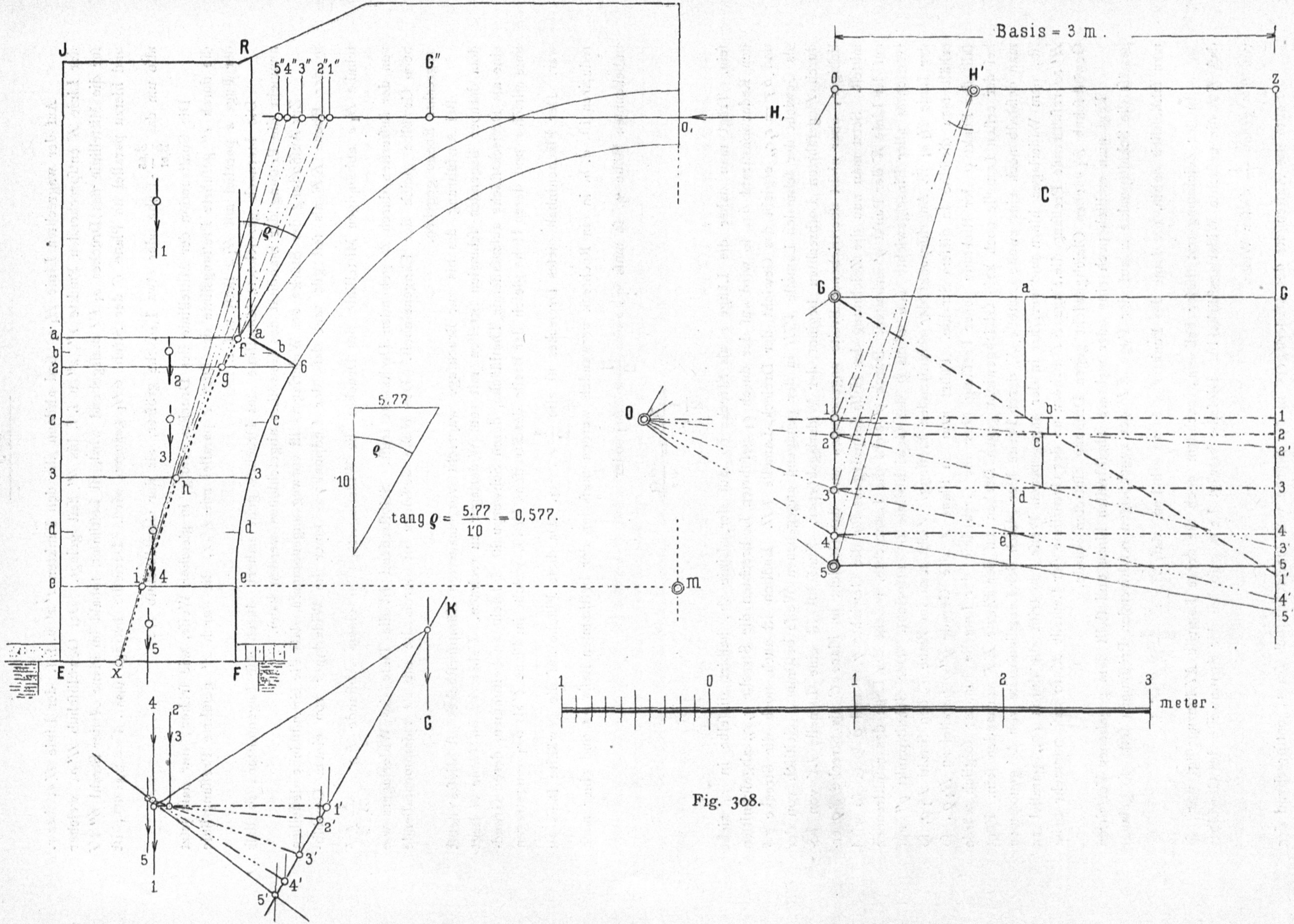

J
R
5″ 4″ 3″ 2″ 1″
G″
H,
o,
ϱ
a
b
2
c
3
d
e
a
b
6
c
3
d
e
f
g
h
i
4
1
2
3
5
E
x
F
m
K
G
5,77
ϱ
10
tang ϱ = 5,77/10 = 0,577.
4
2
3
5
1
1′
2′
3′
4′
5′
Basis = 3 m.
o
H′
z
C
G
a
G
O
1
b
1
2
c
2
2′
3
d
3
4
e
4
3′
5
5
1′
4′
5′
1
0
1
2
3
meter.

Fig. 308.

Breite des letzten Theilſtreifens, aus Sandſteinquadern vom Eigengewichte $\gamma_{\prime\prime} = 2{,}4$ ausgeführt werden, ſo würde, wenn weder die Gröſse des Geſammtgewichtes *o* bis *11*, noch die Lage des Punktes $x$ verändert werden dürfte, die Höhe $Eq$ dieſer Quaderbekleidung mit Hilfe des Planes $B$ ſich einfach beſtimmen laſſen. Hierin iſt $\delta\alpha$ die Höhe des vollſtändig aus Backſteinmauerwerk hergeſtellten Widerlagers. Trägt man auf der wagrechten Linie $\alpha\beta$ die Strecke $\alpha\beta = 2{,}4$ ab, zieht man hierauf $\delta\beta$, ſo ſchneidet dieſer Strahl die lothrechte Linie $\gamma$ im Punkte $q_1$; die durch $q_1$ parallel zu $\alpha\beta$ geführte Linie giebt auf der Lothrechten $\delta u'$ den Schnittpunkt $\varepsilon$, und man erhält alsdann in $\delta\varepsilon$ die geſuchte Höhe $Eq$ der Quaderverkleidung. Das Gewicht dieſes Quaderſtückes iſt gleich dem Gewichte des aus Backſteinmauerwerk beſtehend gedachten Theilſtreifens *XI*; denn es iſt bei gleicher Grundfläche der beiden Körper

$$\frac{\delta\varepsilon}{\delta\alpha} = \frac{\gamma}{\gamma_{\prime\prime}}, \text{ alſo } \delta\alpha\,\gamma = \delta\varepsilon\,\gamma_{\prime\prime},$$

wie es ſein ſoll. Oberhalb $q$ entſtände ein Sockelabſatz von der Breite der Lamelle *XI* und danach könnte das Backſteinmauerwerk wieder beginnen.

Das Mauerwerk des Widerlagers wird jedoch in den meiſten Fällen in wagrechten Schichten ausgeführt, und es entſteht dann die Frage, wie ſich bei ſolcher Anordnung die Mittellinie des Druckes im Widerlagskörper geſtaltet.

In Fig. 308 iſt für das bereits ſeiner Stärke nach ermittelte, aus Backſteinmauerwerk beſtehende Widerlager die Mittellinie des Druckes $fghix$ für wagrechte Schichten eingezeichnet. Auf der wagrechten Fuge $aa$ ruht der Körper $aaRJ$. Sein Gewicht *1* wirkt in der Schwerlinie *1*. Ferner kommt für dieſe Fuge das Gewicht $G$ der Gewölbhälfte mit ſeiner Belaſtung und der Gewölbſchub $H_1 o$ in Betracht, welche ſofort von der Tafel bei S. 198 entnommen ſind, ſo daſs, unter Beibehaltung derſelben Verwandlungsbaſis $oz = 3^{\rm m}$, nun auch $oG$ der Strecke $o6$, $H_1 o$ der Strecke $H_1 o$ entſprechend wieder benutzt ſind. Die Gewichtsſtrecke $G1$ des bezeichneten Theilſtückes iſt im Plane $C$ in bekannter Weiſe ermittelt. Nach der Zeichnung des Hilfs-Seilpolygons mit Benutzung des beliebigen Poles $O$ ergiebt ſich auf dem Strahle $K$ der Punkt $1'$, durch welchen die Mittelkraft aus $oG$ und $G1$ zieht. Die Zuſammenſetzung derſelben mit dem durch den Mittelpunkt $o_1$ der gedachten Scheitelfuge gerichteten wagrechten Gewölbſchube $H_1 o$ erfolgt im Punkte $1''$. Der Strahl $1''f$ parallel zu $H_1 1$ des Planes $C$ geführt, giebt in $f$ einen Punkt der Mittellinie des Druckes im Widerlager.

Ueber der Fuge $26$ geſellt ſich dem Gewichte von $aaRJ$ noch das Gewicht des Theilſtreifens $26aa$ mit der mittleren Breite $bb$ hinzu. Der Schwerpunkt deſſelben iſt leicht zu beſtimmen. Im Plane $C$ iſt für die Reduction dieſer Breite gemäſs $1b = bb$ genommen, $12'$ auf der Linie $z$ gleich der Höhe $2a$ des Streifens abgetragen und durch den Reductionsſtrahl $12'$ die Gewichtsſtrecke $bc = 12$ erhalten. Im Seilpolygon iſt die weitere Zuſammenſetzung der Gewichte $oG$, $G1$ und $12$ zu einer durch $2'$ der Linie $K$ gehenden Mittelkraft bewirkt und dieſe in $2''$ mit dem Gewölbſchube $H_1 o$ vereinigt. Die dann ſich ergebende reſultirende Preſſung iſt für die Fuge $26$ gleich und parallel $H_1 2$ des Planes $C$. Zieht man $2''g$ dem entſprechend parallel $H_1 2$, ſo erhält man in $g$ einen Punkt der Mittellinie des Druckes für die Fuge $2b$.

Nach dieſem Verfahren iſt, wie aus der Zeichnung erſichtlich wird, für jede weiter folgende Fuge der zugehörige Punkt der Mittellinie des Druckes, welche als Linienzug $fghix$ auftritt, im Widerlager gefunden. Hier ſei noch bemerkt, daſs die Lage des Punktes $x$ auf der Fuge $EF$ der Grundfläche mit derjenigen auf der Tafel bei S. 198 übereinſtimmen, daſs ferner die Strecke $G5$ wieder gleich der Strecke $611$ jener Figur gefunden werden muſs, weil an der Geſammtheit des Querſchnittes vom Gewölbe und vom Widerlager keine Aenderung eingetreten iſt.

Die gefundene Mittellinie des Druckes verbleibt ganz innerhalb der Fläche des Widerlagers. Die reſultirenden Preſſungen für die einzelnen Fugen ſchlieſsen mit den ihnen zugehörigen Senkrechten einen Winkel ein, welcher, wie bei der Fuge $aa$ für die am ſtärkſten geneigte Preſſungslinie $1''f$ gezeigt iſt, kleiner bleibt, als der hier zu 30 Grad angenommene Reibungswinkel $\rho$, wofür $\operatorname{tg} \rho = 0{,}577$ iſt, ſo daſs für das Widerlager ſich Gleichgewicht gegen Drehung und gegen Gleiten ergiebt.

In beſonderen Fällen, wenn z. B. die als Gurtbogen auftretenden kürzeren Gewölbe auſser einer ſtetig oder unſtetig vertheilten Belaſtung noch an beſtimmten Stellen gröſsere Einzelgewichte als Belaſtung aufzunehmen haben, iſt ſtets eine ſorgfältige Prüfung der Stabilität dieſer Gewölbe erforderlich und immer die Ermittelung der Mittellinie des Druckes für das Gewölbe nebſt Widerlager angezeigt. 144. Einzellaſten.

Eine derartige Unterſuchung iſt in Fig. 309 ausgeführt.

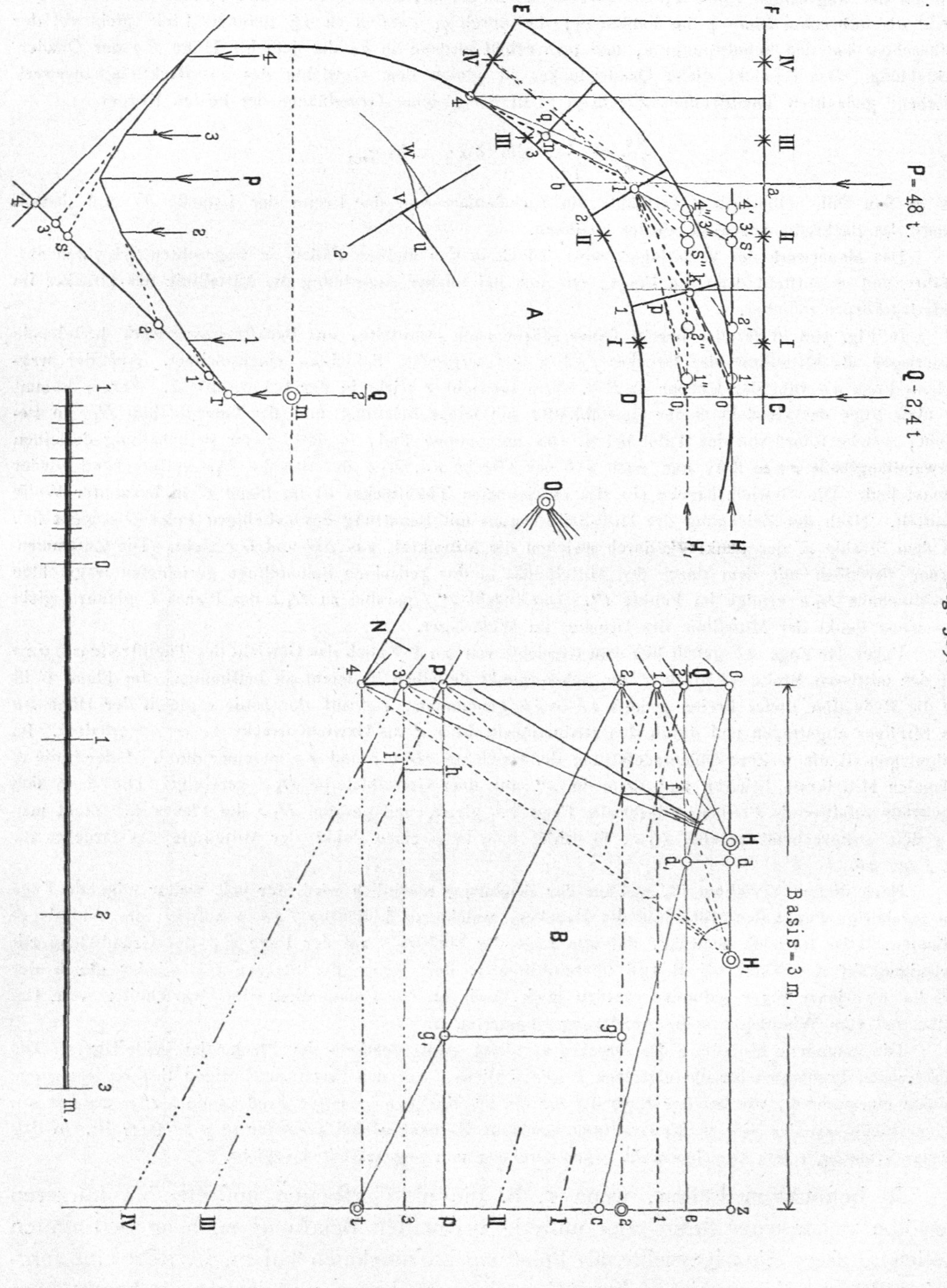



Fig. 309.

Das aus Backstein auszuführende Gewölbe ist $4^{m}$ weit gespannt und trägt ausser der durch $CF$ begrenzten Ueberlast noch im Scheitel eine Einzellast von $Q = 2{,}4$ Tonnen, rechts und links von dem Scheitellothe noch je eine Last $P = 4{,}8$ Tonnen, so dass dieses Gewölbe symmetrisch geformt und symmetrisch belastet ist. Die Gewölbstärke sei zu 2 Steinstärken $= 0{,}51^{m}$ angenommen. Die Untersuchung ist wieder unter der Annahme einer Gewölbtiefe gleich der Längeneinheit geführt. Da die Einzellasten durch das gleiche Gewicht einer Steinsäule von quadratischer Grundfläche, deren Seitenlänge beliebig genommen werden könnte, hier aber zu $1^{m}$ genommen werden soll und einer Höhe $x$ ersetzt werden müssen, so erhält man, da $1^{cbm}$ Backsteinmauerwerk $1600^{kg} = 1{,}6^{t}$ wiegt, für die Last $Q$ sofort

$$x \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1{,}6 = 2{,}4, \text{ also } x = 1{,}5^{m}$$

und für die Last $P$ danach

$$x \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1{,}6 = 4{,}8, \text{ d. h. } x = 3^{m}.$$

Die Lage von $Q$ und $P$ darf nicht geändert werden, und aus diesem Grunde wird am zweckmässigsten eine zugehörige Theillinie $C$, bezw. $a$ durch den Angriffspunkt der Einzellasten gelegt und diesen Theillinien entsprechend auch die zugehörige Gewölbfuge, unter Beibehaltung der Belastungslinie $CF$ der ursprünglichen, stetigen oder unstetigen, hier wagrecht abgegrenzten Belastung, wie früher angegeben, gezogen.

Von der in der gedachten Scheitelfuge $Do$ wirkenden Einzellast $Q$ kann hier nur die Hälfte, also $\frac{1{,}5}{2} = 0{,}75^{m}$, oder, da die Grundfläche der gedachten Steinsäule $1^{m}$ als vordere Seitenlänge besitzen soll, $0{,}75^{qm}$, bezw. $0{,}75^{cbm}$ in Betracht genommen werden, weil der symmetrischen Anordnung halber nur eine Gewölbhälfte zur Untersuchung zu kommen braucht.

Sind diese Punkte fest gesetzt, so erfolgt das weitere Zerlegen der Gewölbe- und Belastungsfläche $D4EFC$ in beliebig viele, auch beliebig breite Theilstreifen nebst Angabe der ihren Theillinien zukommenden Gewölbfugen, gleichgiltig, ob diese Fugen mit jenen später bei der Ausführung des Gewölbkörpers zusammenfallen werden oder nicht, und hierauf, ganz wie im Vorhergehenden erörtert, auch die Reduction ihrer Flächen auf eine gewählte Basis. Hierbei ist nur zu beachten, dass auch die Gewichte der Einzellasten in richtiger Reihenfolge vor der antretenden Lamelle eingefügt und gleichzeitig auf jene Basis reducirt werden. So ist das Gewicht $\frac{Q}{2}$ entsprechend $0{,}75^{qm}$ als erster Bestandtheil in folgender Weise reducirt.

Auf der $z$-Linie des Planes $B$ ist $zc = 0{,}75^{m}$, auf der Linie $oz$ dagegen $od = 1^{m}$ abgetragen. Der Reductionsstrahl $oc$ liefert die Gewichtsstrecke $dd_1$ gleich der Strecke $o$ bis $\frac{Q}{2}$. Hierauf sind die Gewichtsstrecken für die Lamellen $I$ und $II$ von $\frac{Q}{2}$ bis $1$ und von $1$ bis $2$ bestimmt, und sodann ist die Reduction der Einzellast $P = 3^{qm}$ entsprechend bewirkt.

Statt hierbei eine Länge von $3^{m}$ und eine Breite von $1^{m}$ zu benutzen, ist, um das Auftragen einer grossen Länge zu vermeiden, welche unter Umständen nicht mehr auf die Zeichenfläche gebracht werden könnte, eine Länge $2t$ auf der $z$-Linie gleich $\frac{3}{n}$, hier $= \frac{3}{2} = 1{,}5^{m}$ und auf der Linie $22$ eine Breite $2$ bis $g = n \cdot 1$ Met., also hier, da $n = 2$ gewählt ist, gleich $2^{m}$ abgeschnitten. Der Reductionsstrahl $2t$ liefert nun ebenfalls die richtige Gewichtsstrecke $gg_1 = 2P$ für die Einzellast $P$. Endlich sind noch die Theilstreifen $III$ und $IV$ reducirt, und es ist in $o$ bis $4$ im Plane $B$ die gesammte Gewichtsstrecke fest gelegt.

Wie für die Tafel bei S. 198 beschrieben, ist nunmehr die Construction einer Mittellinie des Druckes $okln4$ für den möglichst kleinsten, in $o$ angreifend genommenen Gewölbschub $Ho$ und ferner eine solche $o_1plq\,VI$ für einen Gewölbschub $H_1o$ ausgeführt, wobei die Endpunkte dieser Mittellinie des Druckes die Halbirungspunkte der Scheitelfuge $Do$ und der Widerlagsfuge $4E$ bilden. In der Fig. 309 treffen die von $2'$ und $S'$ nach der Fuge $2$ laufenden Richtungen der Pressungen, abgesehen davon, dass auch die von $o_1$ ausgehende Mittellinie des Druckes durch diesen Punkt zieht, ganz nahe im Punkte $l$ zusammen.

Dieses Zusammentreffen ist jedoch häufig nicht der Fall. Die Mittellinie des Druckes bleibt aber vermöge der Pressbarkeit des Materials stetig und würde etwa bei der Fuge $2$ den im Plane $A$ unterhalb der Fuge $2$ angegebenen Verlauf $uvw$ nehmen. Für die Untersuchung des Widerlagers dieses Gewölbes möge auf die Tafel bei S. 198 u. Fig. 308 verwiesen werden.

Noch erübrigt die Prüfung der Gewölbstärke. Der Gewölbschub $Ho$ wird nach der Zeichnung gefunden als $Ho = 0{,}9 \cdot 3 = 2{,}7^{qm}$, während der Normaldruck für die Widerlagsfuge $4E$

$$HN = 2{,}28 \cdot 3 = 6{,}84^{qm}$$

wird. Nach der Tabelle auf S. 202 muſs alſo das Gewölbe durchgängig 2 Stein ſtark genommen werden, da bei $1^1/_2$ Stein Stärke $H$ nur $2{,}03$ qm, $N$ nur $6{,}09$ qm iſt. Da die Mittellinie des Druckes für $Ho$ ganz in der Gewölbfläche verbleibt, auch in den Fugen der Reibungswinkel nicht überſchritten wird, ſo iſt das entworfene und unterſuchte Gewölbe ſtabil.

145. Empiriſche Regeln für die Widerlagsſtärke.

Damit für die Widerlagsſtärke von vornherein ein ungefährer Werth Berückſichtigung finden kann, benutzt man wohl einige empiriſche Regeln, und zwar nimmt man bei Tonnengewölben, wobei die Oberkante der Widerlager in einer durch den höchſten Punkt des Gewölbrückens gelegten wagrechten Ebene begrenzt iſt, die Stärke der Widerlager:

bei einer Halbkreisbogenlinie zu $\frac{1}{5}$ der Spannweite;

bei gedrückten Bogenlinien (Ellipſen, Korbbogen) mit bis $\frac{1}{4}$ Pfeilverhältniſs zu $\frac{1}{4}$ der Spannweite;

bei gedrückten Bogenlinien mit weniger als $\frac{1}{4}$ Pfeilverhältniſs zu $\frac{2}{7}$ der Spannweite, und

bei überhöhten Bogenlinien zu $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{7}$ der Spannweite.

Iſt dabei aber die Höhe der Widerlager von ihrer Aufſtandfläche bis zu der erwähnten Ebene gröſser als $2{,}5$ m, ſo werden die angegebenen Abmeſſungen etwa $1\frac{1}{6}$- bis $1\frac{1}{8}$-mal ſo ſtark genommen.

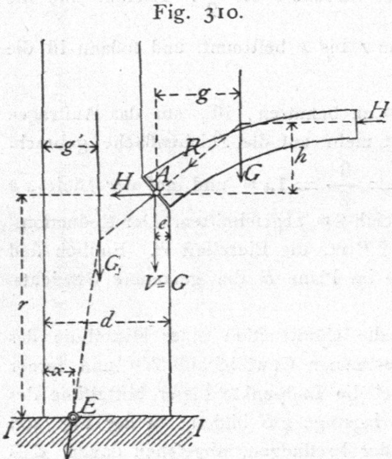
Die gegebenen Werthe ſollen aber nur als Näherungswerthe angeſehen werden; ſie ſchlieſsen alſo die bezeichnete Stabilitätsunterſuchung des Widerlagskörpers nicht aus.

Bei der Prüfung der Stabilität des Widerlagers durch Rechnung iſt im oben gedachten Halbbande (2. Aufl., Art. 277, S. 262) dieſes »Handbuches« das Erforderliche gegeben, und es iſt mit Bezug auf die in Fig. 310 eingeführten Bezeichnungen der Abſtand $x$ des Angriffspunktes $E$ der Mittelkraft aus dem Gewölbſchube $H$, dem Gewichte $G$ des Gewölbes nebſt ſeiner Belaſtung und dem Gewichte $G_1$ des Widerlagskörpers von der äuſseren Kante am Fuſse der Widerlagsmauer berechnet zu

$$x = \frac{G_1 g' + G(d - e) - Hr}{G + G_1}.$$

Iſt demnach zuvor die Stärke $d$ gewählt, ſo läſst ſich $G_1$ als abhängig von $d$ ermitteln und da dann auch bei berechnetem $g_1$, $H$ und $G$, ſo wie bei den gegebenen Werthen von $e$ und $r$ die Gröſse $x$ zu finden iſt, ſo kann man prüfen, ob die gewählte Stärke $d$ einen Werth für $x = \frac{1}{3} d$ liefert, oder ob ein neuer Werth von $d$, welcher nach der erſten Rechnung ſich jedoch unſchwer angeben läſst, eingeführt werden muſs oder nicht.

Fig. 310.




146. Einhüftige Gewölbe.

Eine beſondere Betrachtung erfordern noch die ſog. einhüftigen Gewölbe. Ein einhüftiges Gewölbe iſt, in ſeinem Stirnſchnitte genommen, ein ſog. unſymmetriſches Gewölbe, da daſſelbe in Bezug auf ſein Scheitelpunktsloth zwei von einander verſchiedene, nicht congruente Stücke der ganzen Stirnfläche beſitzt. Dieſe beiden

Stücke erhalten auch meiſtens von einander verſchieden groſse Belaſtungen, ſo daſs neben den unſymmetriſchen Gewölbebogen noch unſymmetriſche Belaſtung vorhanden iſt. Da vielfach auſser den eigentlichen einhüftigen Gewölben, welche z. B. zur Unterſtützung von Treppenläufen dienen, derartige Gewölbe von geringer Axenlänge als ſog. Strebebogen zur Sicherung des Widerlagers anderer Gewölbe, namentlich der gothiſchen Kreuzgewölbe, benutzt werden, ſo iſt die Stabilitäts-Unterſuchung der einhüftigen Gewölbe, bezw. der Strebebogen von Bedeutung. In einigen Punkten weicht, wie aus dem in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Art. 476, S. 446[167]) Geſagten zu entnehmen iſt, dieſe Unterſuchung von derjenigen des geraden Tonnengewölbes ab, und es ſoll deſshalb eine graphoſtatiſche Stabilitäts-Unterſuchung eines einhüftigen Gewölbes gegeben werden.

Als Beiſpiel iſt ein einhüftiges, aus Backſteinmaterial herzuſtellendes Gewölbe gewählt, welches zum Tragen eines Treppenarmes dient. Daſſelbe iſt in Fig. 311 dargeſtellt. Die Wölblinie iſt ein um *m* beſchriebener Kreisbogen *ab*; die Gewölbſtärke iſt gleichmäſsig zu 0,38 m angenommen. Der Treppenlauf iſt eingetragen, und gleichzeitig iſt unter Berückſichtigung der zufälligen Belaſtung und unter Zurückführen des Stufenmaterials und der erwähnten Belaſtung auf das Eigengewicht des Wölbmaterials die Belaſtungslinie *CD* eingezeichnet.

Streng genommen würde dieſe Linie ſtaffelförmig auftreten, wenn für jede Stufe eine gleichförmig vertheilte Ueberlaſt für die Flächeneinheit gelten ſoll. In Rückſicht auf Stöſse, welche bei der Benutzung der Treppe eintreten können, iſt hier jedoch dieſe Ueberlaſt parallel mit der Steigungslinie der Treppe angenommen und hierdurch noch als etwas ungünſtiger für das Gewölbe in Betracht gezogen.

Die Belaſtungsfläche *abCD* iſt in ſieben Theilſtreifen zerlegt, wovon der Streifen *I* der ſchmalere iſt, während die Streifen *II* bis *VII* eine gleich groſse Breite aufweiſen.

Die Tiefe des Gewölbes iſt gleich der Längeneinheit angenommen. Den Theillinien entſprechend ſind die Fugenlinien $x, z, y$ u. ſ. f. in der eigentlichen Gewölbfläche gezogen.

In bekannter Weiſe (vergl. Art. 143, S. 201) iſt zur Ermittelung der Flächen, bezw. der Gewichte der Theile eine Reduction der Flächen derſelben auf eine Baſis gleich 2 m ausgeführt, ſo daſs im Gewichtsplane die Strecken *o 1*, *1 2* u. ſ. f. die Gröſsen der zugehörigen Flächen ergeben, ſobald die ihnen zukommende Maſszahl mit der Maſszahl 2 der Baſis multiplicirt wird. Die Strecke *o 7* miſſt 2,8 m; folglich beſitzt die Belaſtungsfläche $2{,}8 \cdot 2 = 5{,}6$ qm, und das in Frage kommende Geſammtgewicht des Gewölbekörpers, einſchl. der Belaſtung beträgt, bei der Gewölbetiefe von 1 m und dem Gewicht von 1600 kg, für 1 cbm Backſteinmaterial $5{,}6 \cdot 1 \cdot 1600 = 8960$ kg. Dieſer Werth entſpricht der Mittelkraft *R*.

Die Einzelgewichte wirken, wie früher ſchon erörtert, in den Mittellinien ihrer Theilſtreifen, welche durch kleine Sterne in der Zeichnung angedeutet ſind.

Für die Gewichte iſt unter Benutzung des Poles *O* das Seilpolygon *G* gezeichnet. Die lothrecht gerichtete Mittelkraft *R* geht durch den Schnittpunkt *d* der äuſserſten Seilſtrahlen *cd* und *ed*.

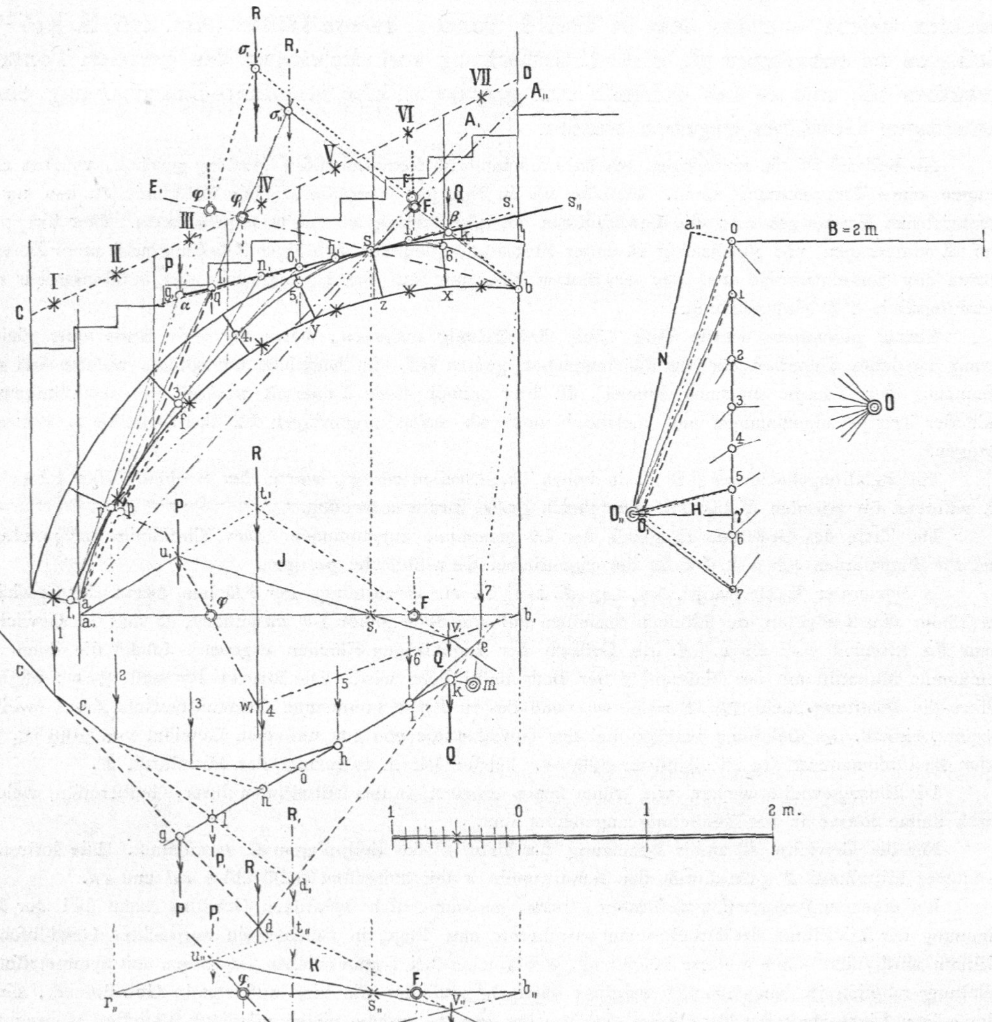
Bei einem unſymmetriſch geformten, bezw. unſymmetriſch belaſteten Gewölbe kann bei der Beſtimmung der Mittellinie des Druckes von vornherein eine Fuge, in welcher ein wagrechter Gewölbſchub wirkſam wird, nicht ohne weitere Rechnung, wie ſolches bei ſymmetriſchen Gewölben mit ſymmetriſcher Belaſtung möglich iſt, angenommen werden; vielmehr muſs für die hier auftretende Gewölbform, einer allgemeinen Eigenſchaft der Mittellinien des Druckes gemäſs, welche einem möglichſt kleinſten wagrechten Gewölbſchube angehört, eine Mittellinie des Druckes aufgeſucht werden, welche bei einem ſtabilen Gewölbe innerhalb der Gewölbfläche verbleibt und zwei Punkte mit der inneren Wölblinie und einen Punkt mit der Rückenlinie gemeinſchaftlich hat. Dieſe drei Punkte ſind vorweg noch unbekannt. Wählt man jedoch einſtweilen beliebig, z. B. die Punkte *a* und *b* auf der inneren Wölblinie, den dazwiſchen liegenden Punkt *s* auf der Rückenlinie, ſo läſſt ſich eine Mittellinie des Druckes als Probelinie ermitteln, welche dieſe drei Punkte enthält, im Allgemeinen aber noch nicht innerhalb der Gewölbfläche verbleibt. Aus ihrem Verlaufe erkennt man aber dort, wo dieſelbe ſich am weiteſten von den Gewölblinien entfernt, diejenigen Punkte, durch welche eine neu gezeichnete Mittellinie des Druckes gehen müſſte, wenn dieſelbe in der Gewölbfläche liegen ſoll. In den meiſten Fällen ſind nur wenige derartige Unterſuchungen erforderlich, die auſserdem unter Anwendung der Verfahren der graphiſchen Statik ziemlich einfach ſind.

---

167) 2. Aufl.: Art. 267, S. 253.

Um eine vorläufige Mittellinie des Druckes zu zeichnen, welche durch die gewählten 3 Punkte *a*, *s*, *b* geht, die zugleich den im Gewölbschnitte für die Theillinien eingezeichneten Fugenlinien angehören, hat man zu beachten, dafs von der Fuge *sz*, bezw. von der ihr zukommenden Theillinie aus für den Gewölbkörper von *s* bis *a* die Gewichtsfumme gleich der Strecke $o5$, von *s* bis *b* die Gewichtsfumme gleich der Strecke $57$ des Gewichtsplanes in Frage kommt. Die Lage diefer refultirenden Gewichte ift im Seilpolygon *G* zu ermitteln, indem für die durch die Fuge *sz* von einander gefchiedenen Gewichte

Fig. 311.



durch Erweitern des gemeinfchaftlichen Seilftrahles *hi* die Schnittpunkte *g* und *k* mit den äufserften Seilftrahlen *c* und *e* beftimmt werden. Durch *g* zieht die lothrechte Refultirende $P = o5$, während durch *k* die Lothrechte $Q = 57$ geht.

Da aufserdem die Lage der Mittelkraft *R* von *P* und *Q* bekannt ift, fo läfft fich für die Gewichte *P* und *Q* ein Seilpolygon *b*, $\beta$, *s*, $\alpha$, *a* mit den äufserften Strahlen $b\sigma_1$ und $a\sigma_1$ im Gewölbeplane feft legen, welches durch die 3 Punkte *a*, *s*, *b* geht, und worin die in $\beta\alpha$, bezw. $\alpha\beta$ wirkenden Seilfpannungen als in *s* thätige Gewölbfchübe auftreten. Zur Ermittelung diefes Seilpolygons ift ein bekannter Satz der graphifchen Statik benutzt, welcher fagt:

Wenn fich die drei Ecken $\alpha$, $\sigma_1$, $\beta$, welche einem Seilpolygon $a\alpha\beta b$ mit den fortgeführten beiden äufserften Strahlen $\alpha\sigma_1$ und $\beta\sigma_1$ angehören, auf drei gegebenen Strahlen *P*, *R*, *Q* bewegen, wenn ferner zwei Seiten des Seilpolygons, z. B. $a \sigma_1$ und $\alpha \beta$, sich um zwei feste Punkte $a$, bezw. $s$ drehen, so dreht sich auch die dritte Seite $\beta \sigma_1$ stets um einen und denselben festen Punkt $F$, den sog. Fixpunkt, welcher immer auf der durch die beiden festen Punkte $a$ und $s$ geführten geraden Linie, der sog. Polaraxe liegt. Zur Bestimmung jenes Fixpunktes $F$ und auch des zur weiteren genauen Durchführung der Zeichnung zu benutzenden zweiten Fixpunktes $\varphi$ einer zweiten Polaraxe $E_1$, braucht man nur, um die zeichnerischen Darstellungen dafür im Gewölbeplane ganz zu vermeiden, bei der lothrechten Richtung von $P, R$ und $Q$ aus leicht ersichtlichen Gründen die Projectionen der Fixpunkte $F$ und $\varphi$ zu ermitteln und diese auf die Polaraxe $A_1$ (Gerade durch $a$ und $s$) für $F$, bezw. auf die Polaraxe $E_1$ (Gerade durch $b$ und $s$) für $\varphi$ unmittelbar zu übertragen. Solches ist im Hilfsplane $J$ geschehen. Auf der beliebig, hier wagrecht gezogenen Geraden $a_1 b_1$ sind gemäß der lothrechten Richtung von $P, R$ und $Q$ durch lothrechtes Projiciren die den Punkten $a, s, b$ entsprechenden Punkte $a_1, s_1, b_1$ fest gelegt. Die Gerade $a_1 b_1$ ist die Projection der Polaraxe $A_1$, und eben so ist $b_1 a_1$ die Projection der Polaraxe $E_1$.

Zieht man durch $a_1$ einen sonst beliebigen, die Geraden $P$ und $R$ in $u_1$, bezw. $t_1$ schneidenden Strahl, legt hierauf, durch $u_1$ und $s_1$ bestimmt, eine Gerade fest, welche die Linie $Q$ in $v_1$ schneidet, und fügt man zuletzt den Strahl $v_1 t_1$ ein, so ist der Schnittpunkt $F$ derselben mit $a_1 b_1$ die Projection von dem auf der Polaraxe $A_1$ liegenden Fixpunkte. Um den Fixpunkt $\varphi$ zu erhalten, ist von $b_1$ ausgehend dasselbe Verfahren zu beobachten; man kann aber unter Benutzung der schon im Plane $J$ vorhandenen Strahlen die Gerade $b_1 v_1$ bis $w_1$ auf $R$ ziehen, die Gerade $v_1 u_1$ unberührt lassen und $w_1$ mit $u_1$ verbinden, um im Schnittpunkte $\varphi$ dieses Strahles mit der Geraden $b_1 a_1$ die Projection des Fixpunktes der Polaraxe $E$ zu ermitteln.

Ueberträgt man im Gewölbeplane den Punkt $F$ nach $F$ auf $A_1$ und den Punkt $\varphi$ nach $\varphi$ auf $E_1$, so sind $a \varphi$ und $b F$ die Richtungen der äussersten Strahlen des durch $a s$ und $b$ gehenden Seilpolygons. Sie treffen die Richtungen von $P$ und $Q$ in den Punkten $\alpha$, bezw. $\beta$, und die durch die Punkte $\alpha$ und $\beta$ ziehende Gerade $s_1$, welche nothwendig auch durch $s$ gehen muss, ist die dritte Seilseite des nunmehr bestimmten Seilpolygons für die Punkte $a$, $s$ und $b$. Als Probe für die Richtigkeit dient noch der Umstand, dass die Strahlen $a \alpha$, bezw. $b \beta$, gehörig erweitert, sich in einem gemeinschaftlichen Punkte $\sigma_1$ auf der Linie der Mittelkraft $R$ schneiden müssen.

In der Linie $s_1$ wirkt der Gewölbschub für den Gewölbetheil $z a$ in der Richtung $s \alpha$, für den Gewölbetheil $z b$ in der Richtung $s \beta$. Die Grösse desselben erhält man im Gewichtsplane sofort, wenn man durch den Punkt $o$ eine Parallele $o O_1$ zu $a \varphi$ und durch den Punkt $7$ eine Parallele $7 O_1$ zu $b F$ zieht; beide treffen sich im Punkte $O_1$, und die Länge des Strahles $O_1 5$ liefert, da $5$ der Endpunkt der Gewichtsstrecke $P$ und der Anfangspunkt der Gewichtsstrecke $Q$ ist, die gesuchte Grösse des Gewölbschubes. Zur Prüfung der Zeichnung dient, dass $O_1 5$ parallel mit der Geraden $\alpha \beta$ sein muss.

Um nun für diesen Gewölbeschub eine vorläufige Mittellinie des Druckes zu zeichnen, verfährt man in folgender Weise. Das Gewicht $5$, welches von $s$ aus bis zur Fuge $y$ in Frage kommt, greift auf der Linie $s_1$ in $h_1$ an; zieht man im Gewichtsplane die Linie $O_1 4$ und hierzu eine Parallele durch $h_1$, bis die Fuge $y$ getroffen wird, so ergiebt sich hier ein Punkt jener Drucklinie. So wirken bis zur Fuge $r$ die Gewichte $2, 3, 4$ und $5$. Die Lage des resultirenden Gewichtes $P_1$ gleich der Strecke $15$ ergiebt sich durch den Schnittpunkt $l$ der Seilstrahlen $c_1$ und $h i$ des Seilpolygones $G$; bringt man den Angriffspunkt von $P_1$ entsprechend $l$ nach $q$ auf $s_1$, zieht man $O_1 1$ und hierzu eine Parallele $q p$, so ist $p$ ein Punkt der gesuchten Probelinie. Führt man die Zeichnung derselben nach diesen Angaben für das ganze Gewölbe durch, was in Fig. 311 nicht weiter kenntlich gemacht ist, so findet man, dass diese Probelinie in der Gewölbfläche $s z b$ verbleibt, die Gewölbfläche $s z a$ jedoch in dem Stücke $f p a$ verlässt, dass mithin diese Drucklinie noch nicht für die Stabilitäts-Untersuchung des Gewölbes massgebend wird. Der am weitesten von der Wölblinie entfernte Punkt $p$ dieser Probelinie giebt ein Erkennungszeichen für die Lage einer gefährlichen Stelle (Bruchfuge) im Gewölbe an. Der dem Punkte $p$ zugehörige Punkt dieser Bruchfuge ist in $r$ bekannt geworden. Die Punkte $s$ und $b$ bleiben unverändert, weil von $s$ bis $b$ die Probelinie in der Fläche bleibt.

Ermittelt man nunmehr ein Seilpolygon, welches durch die Punkte $r$, $s$ und $b$ für die Gewichte von $s$ bis $r$ und von $s$ bis $b$ geht, so weiss man zunächst, dass das resultirende Gewicht $P_1$ des Stückes von $s$ bis zur Fuge $r$ gleich $15$ ist und lothrecht durch $l$ zieht, dass ferner das resultirende Gewicht des Stückes von $s$ bis zur Fuge $b$ wiederum gleich $Q = 57$ ist und lothrecht durch $k$ zieht und dass endlich für das bezeichnete Seilpolygon die durch $r$ und $s$ geführte Gerade $A_{,,}$ eine Polaraxe wird, während die zweite Polaraxe im vorliegenden Falle als der durch $b$ und $s$ gelegte Strahl $E_1$ verbleibt.

Ermittelt man im Hilfsplane $K$ in der früher angegebenen und aus der Zeichnung näher ersichtlichen Weise die Projectionen der Fixpunkte $F_1$ und $\varphi_1$ und überträgt man dieselben nach $F_1$ auf die

Polaraxe $A_{,,}$, bezw. nach $\varphi_1$ für die Polaraxe $E_1$, ſo ſind $r\varphi_1$ und $bF_1$ die äuſserſten Strahlen des zu berückſichtigenden Seilpolygons. Man kann ſchon hiernach bei genauer Zeichnung, unbekümmert um näheres Feſtlegen des Seilpolygons, ohne Weiteres die eindeutige Beſtimmung des jetzt ſich geltend machenden Gewölbſchubes vornehmen.

Zieht man, da $P_1 = 15$ und $Q = 57$ iſt, durch $1$ im Gewichtsplane eine Linie $1\,O_{,,}$ parallel zu $r\varphi_1$ und ferner hier durch $7$ einen Strahl $7\,O_{,,}$ parallel zu $bF_1$, ſo ergiebt ſich der gemeinſchaftliche Schnittpunkt $O_{,,}$ dieſer Linien. Zieht man $O_{,,}5$, ſo ergiebt dieſer Strahl die Gröſse des neuen Gewölbſchubes und zugleich die Neigung deſſelben zur Lothrechten an. Führt man durch $s$ im Gewölbeplane eine Gerade $s_{,,}$ parallel zu $O_{,,}5$, ſo iſt hiermit die Lage des Gewölbſchubes gegeben. Als Probe für die Richtigkeit der Zeichnung dient, daſs der Punkt $l_1$, als Schnittpunkt der Lothrechten $P_1$ mit dem Strahle $r\varphi_1$, der Punkt $k_1$, als Schnittpunkt der Richtung $Q$ mit der Linie $bF_1$, und der Punkt $s$ Elemente von einer und derſelben Geraden $s_{,,}$ ſein müſſen; daſs ferner auch die Strahlen $r\varphi_1$ und $bF_1$, gehörig erweitert, ſich auf der Richtungslinie der durch $d_1$ des Seilpolygons $G$ gehenden Reſultirenden $R_1$ von $P_1$ und $Q$ in einem gemeinſchaftlichen Punkte $\sigma_{,,}$ ſchneiden.

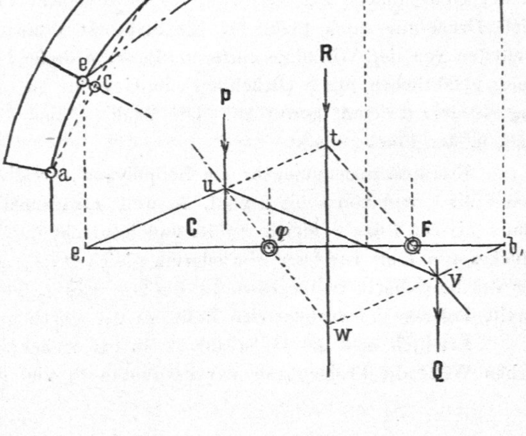
In der Geraden $s_{,,}$ wirkt in der Richtung $sg_1$ der Gewölbſchub $5\,O_{,,}$, in der Richtung $sk_1$ der Gewölbſchub $O_{,,}5$. Setzt man den Gewölbſchub für die beiden Theile links und rechts von der Fuge $sz$ unter Benutzung der aus dem Seilpolygon auf $s_{,,}$ übertragenen Angriffspunkte $h$ entſprechend $h_1$, $o$ für $o_1$ u. ſ. f. mit den bis auf die einzelnen Fugen kommenden reſultirenden Gewichten zuſammen, ſo erhält man, wenn z. B. $h_1 5_1$ parallel $O_{,,}4$, $o_1 4_1$ parallel $O_{,,}3$ u. ſ. f. des Gewichtsplanes gezogen wird, in $5_1$, $4_1$ u. ſ. f. Punkte der Mittellinie des Druckes in der Fläche $sza$ und eben ſo, wenn $i_1$ durch $i$, $k_1$ durch $k$ auf $s_{,,}$ übertragen iſt, durch Ziehen der Strahlen $i_1 6_1$ parallel $O_{,,}6$, $k_1 b$ parallel $O_{,,}7$ in $6_1$, $b$ Punkte der Drucklinie in der Fläche $szb$.

Die gezeichnete Mittellinie des Druckes $1_1 r 3_1 4_1 5_1 s 6_1 b$ bleibt vollſtändig in der Gewölbfläche, hat mit der inneren Wölblinie nur die beiden Punkte $r$ und $b$ und mit der Rückenlinie nur den einen Punkt $s$ gemein, iſt alſo eine Drucklinie mit dem möglichſt kleinſten Horizontalſchube. Derſelbe iſt gleich der wagrechten Seitenkraft von $o_{,,}5$, d. h. gleich $H = O_{,,}\gamma$ im Gewichtsplane.

Der Werth von $H\gamma$ beſtimmt ſich durch Meſſung zu $0{,}8$ m. Da die Baſiszahl $B = 2$ m iſt, ſo wird $H = 0{,}8 \,.\, 2 = 1{,}6$ qm, bezw. auch $= 1{,}6$ cbm. Dieſer Werth liegt nach der Tabelle auf S. 202 zwiſchen der Gewölbſtärke $d = 1$ Stein und $d = 1^1/_2$ Stein, ſo daſs für die Ausführung des unterſuchten Gewölbes die Stärke von $1^1/_2$ Stein zu nehmen iſt. Der gröſste Fugendruck entſteht für die Kämpferfuge $a$ als Strecke $o\,O_{,,}$. Zieht man $oa_{,,}$ parallel der Fuge $a$ und beſtimmt man in $N$ die normale Seitenkraft des Fugendruckes, ſo miſst $O_{,,}a_{,,}$ nach dem Zeichenmaſsſtabe $2{,}28$ m; mithin iſt der gröſste Normaldruck durch die Zahl $2{,}28 \,.\, 2 = 4{,}56$ Quadr.- bezw. Cub.-Met. beſtimmt. Nach derſelben Tabelle würde $d$ auch hierfür die Stärke von $1^1/_2$ Stein zuzuweiſen ſein, ſo daſs die Gewölbſtärke überall gleich groſs bleiben kann.

In vielen Fällen zeigt ſich bei der Stabilitäts-Unterſuchung einhüftiger Gewölbe, daſs ſich für die drei zuerſt gewählten Punkte $a, s, b$ eine Probelinie herausſtellt, welche, wie in Fig. 312 angegeben, die Gewölbfläche mehrfach, häufig einmal unterhalb, ein zweites Mal oberhalb dieſer Fläche verläſſt. Dann werden durch die am weiteſten abſtehenden Punkte $c$ und $d$ dieſer Linie von der inneren, bezw. äuſseren Wölblinie Bruchfugen gekennzeichnet, deren Grenzpunkte $e$, bezw. $f$ in Gemeinſchaft mit einem unveränderten Punkte $b$ nunmehr an die Stelle der zuerſt angenommenen drei Punkte zu treten haben. Die Polaraxen werden die durch $e$ und $f$, ſo wie durch $b$ und $f$ geführten Strahlen $A$, bezw. $B$.

Fig. 312.




Die dieſen Polaraxen angehörigen Fixpunkte $F$ und $\varphi$ werden in der Hilfsfigur $C$ nach dem mitgetheilten Verfahren unter Anwendung der Gewichte $P$ für den Theil $fe$, und $Q$ für den Theil $fb$

nebſt ihrer Mittelkraft $R$ aufgeſucht, und dann wird die neue, durch $b, f$ und $e$ gehende Drucklinie in der vorhin beſchriebenen Weiſe gezeichnet. Bei einem überhaupt ſtabilen Gewölbe wird man bald zum Abſchluſs derartiger Unterſuchungen gelangen.

Iſt die Wölblinie eines einhüftigen Gewölbes kein Kreisbogen, ſondern irgend eine der in Art. 135 (S. 175) angegebenen Curven, ſo erfährt die Stabilitäts-Unterſuchung in ihren Grundlagen keine Aenderung.

Noch möge bemerkt werden, daſs auch bei geraden Tonnengewölben mit unſymmetriſcher Belaſtung das Verfahren der Ermittelung der Mittellinie des Druckes genau der eben behandelten Unterſuchungsart eines einhüftigen Gewölbes entſpricht. Selbſt wenn einhüftige Gewölbe auſser lothrecht wirkenden Gewichten noch durch zur Wagrechten geneigt gerichtete Kräfte, wie bei Strebebogen der Kreuzgewölbe, die auf ihrer Rückenfläche z. B. noch vom Winddruck getroffen, alſo dadurch mit beanſprucht werden können und wovon ſpäter noch das Nöthige geſagt werden wird, bleibt das Weſen des Verfahrens daſſelbe.

147. Tonnengewölbe von verſchiedenen Spannweiten.

Schlieſslich iſt noch eines für die Praxis wichtigen Falles zu gedenken, bei welchem Tonnengewölbe von verſchiedener Spannweite und von verſchiedener Belaſtung ſich gegen ein gemeinſchaftliches Widerlager ſetzen und dieſes durch ihre reſultirenden Kämpferdrücke beanſpruchen, welche nach Lage, Gröſse und Richtung von einander verſchieden ſind. Es handelt ſich deſshalb hier noch um die ſtatiſche Unterſuchung derartiger Gewölbanlagen, beſonders des Widerlagers, wofür Fig. 313 in Benutzung genommen werden ſoll.

Die beiden ungleich weiten, auch ungleich belaſteten geraden Tonnengewölbe $G$ und $G_1$, deren Belaſtung, bei jedem Gewölbe für ſich betrachtet, eine zu ihrem Scheitellothe $L$, bezw. $L_1$ gleichmäſsig auftreten möge, ſtützen ſich gegen ein und daſſelbe Widerlager $VI$.

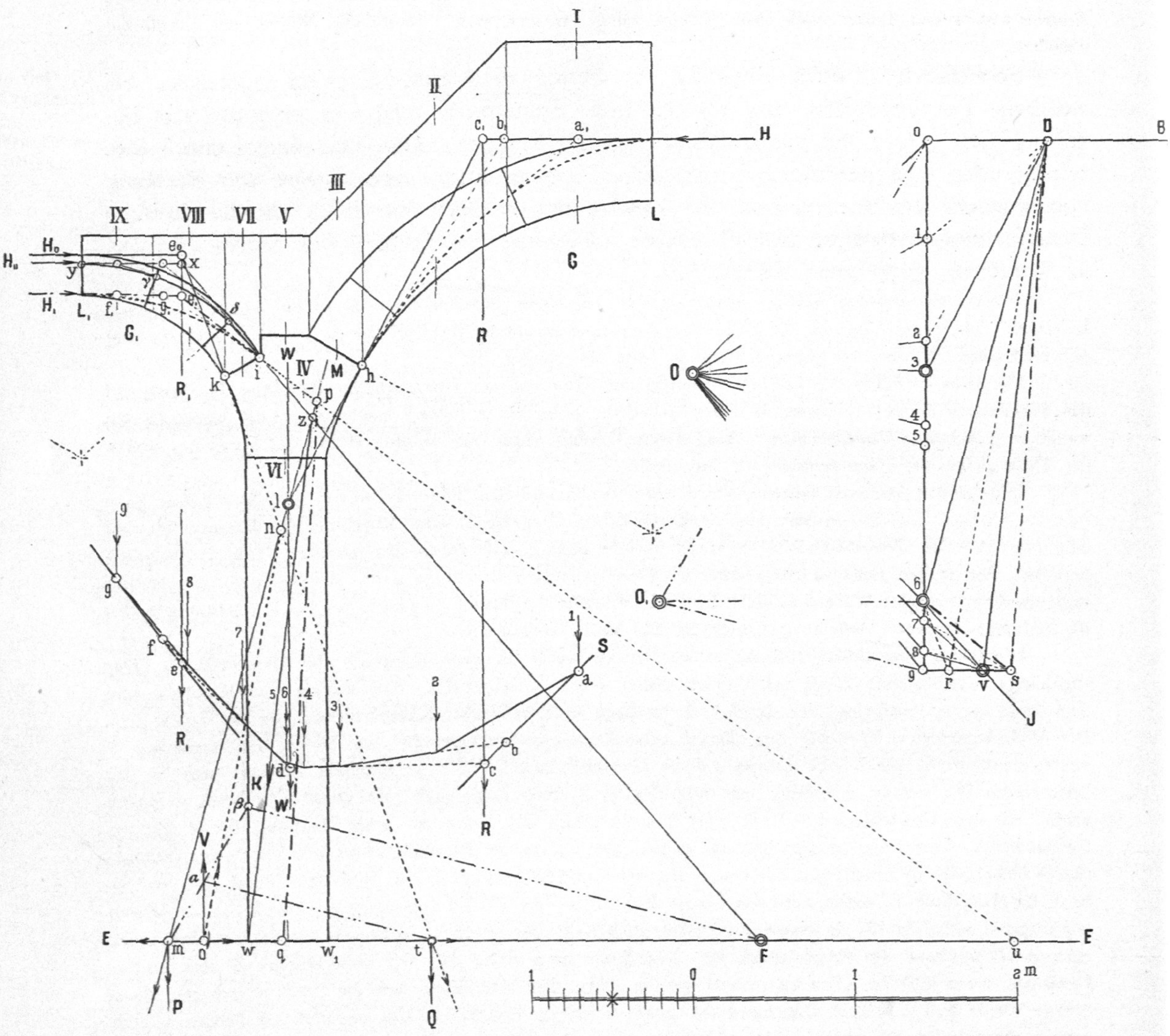
Da jedes Gewölbe für ſich ein ſymmetriſches Gewölbe mit ſymmetriſcher Belaſtung in Bezug auf das Scheitelloth bildet, ſo wirkt in einer gedachten Scheitelfuge jedes Gewölbkörpers $G$, bezw. $G_1$ ein wagrecht gerichteter Gewölbeſchub. Aus dieſem Grunde wurde nur je eine Hälfte der Gewölbe, wofür die Tiefe gleich der Längeneinheit iſt, dargeſtellt.

In bekannter Weiſe iſt, nachdem die Flächen der ſämmtlichen Theilſtreifen auf eine Baſis $oB = 1{,}5$ m reducirt wurden, für das gröſsere und ſtärker belaſtete Gewölbe $G$ eine Mittellinie des Druckes für den möglichſt kleinſten Gewölbeſchub $H$ ermittelt, welche dem gemäſs durch den höchſten Punkt der Scheitelfuge und den tiefſten Punkt $h$ einer unter 60 Grad geneigten Bruchfuge geht. Dieſe Bruchfuge iſt hier zugleich Kämpferfuge. Wäre dies nicht der Fall, ſo müſſte die Bruchfuge zuvor, wie bei Fig. 312 angegeben iſt, beſtimmt werden. Daſſelbe gilt auch für das kleine Gewölbe $G_1$.

Die für $G$ gezeichnete Mittellinie des Druckes verbleibt ganz innerhalb der Gewölbfläche. Der zugehörige Gewölbſchub $H$ iſt im Gewichtsplane als $Do$ dargeſtellt. Aus dieſem Gewölbſchube und dem Gewichte $o3$ entſpringt der durch $c_1 h$ der Lage nach beſtimmte Kämpferdruck von der Gröſse $D3$. Der Widerlagskörper $VI$ nebſt dem darauf ruhenden Gewölbanfänger $IV$ und ſeiner Uebermauerung $V$ beſitzt ein Gewicht gleich der Strecke $36$ im Gewichtsplane. Dieſes reſultirende Gewicht wirkt in der Lothrechten $W$, welche mit Hilfe des Seilpolygons $S$ ihrer Lage nach, als durch $d$ gehend, gefunden wird. Mit dem Gewichte $36$ läſſt ſich der Kämpferdruck $D3$ ſofort zu einer Hauptmittelkraft $D6$ zuſammenſetzen. Ihre Lage im Gewölbplane erhält man, indem die Parallele $M$ zu $D6$ durch den Schnittpunkt $l$ der gehörig erweiterten Linie $c_1 h$ mit der Linie $W$ gezogen wird. Die Mittelkraft $D6$, welche in dieſer Hauptlinie $M$ wirkt, trifft die Ebene $EE$, worin die als feſt angenommene Fuſsfläche des Widerlagskörpers enthalten iſt, in einem Punkte $m$ auſserhalb der durch $w$ gehenden Seitenkante der rechteckigen Grundfläche des Stützkörpers $VI$. Hierdurch zeigt ſich, daſs der Gewölbſchub $H$ des groſsen Gewölbes, wenn daſſelbe allein ausgeführt werden ſollte, den Stützkörper um die durch $w$ gehende Kante drehen würde und daſs kein Gleichgewicht gegen Drehung ſtattfände. Um zunächſt ein ſolches Gleichgewicht herbeizuführen, muſs das kleine Gewölbe einen Gegendruck liefern, welcher mindeſtens die Gröſse und Lage annehmen muſs, daſs die Mittelkraft $D6$, im Strahle $M$ angreifend, mit dieſem noch völlig unbekannten Gegendruck des Gewölbes $G_1$ zuſammengeſetzt, eine neue Mittelkraft giebt, welche ſo weit zurückgedrängt wird, daſs dieſelbe wenigſtens durch den Punkt $w$ der Drehkante des Widerlagers geht, um damit einen Grenzzuſtand des Gleichgewichtes gegen Drehen in der Vorausſetzung herbeizuführen, daſs die von $D6$ und jenem unbekannten Gegendrucke im Widerlagskörper abhängige Mittellinie des Druckes ganz in der lothrechten Schnittfläche dieſes Körpers bleibt. Von einer Gefahr hinſichtlich des Gleitens in den wagrechten Lagerfugenflächen dieſes Körpers möge keine Rede ſein.

Um für den erwähnten Gegendruck des kleinen Gewölbes zunächſt Grenzwerthe zu ermitteln, iſt zu beachten, daſs, wenn dieſes Gewölbe für ſich allein beſtände, der Kämpferdruck deſſelben einem möglichſt kleinen Gewölbſchube $H_0$ angehört. Derſelbe Schub $H_0$ erzeugt alsdann eine ſog. Minimal-Drucklinie, welche durch den höchſten Punkt der Rückenlinie im Scheitellothe $L_1$ und den tiefſten Punkt $k$ der Kämpfer-, hier zugleich Bruchfuge zu führen iſt. Dieſer hier auch wagrechte Horizontalſchub iſt nach bekannter Methode als $H_0 = 9r$ im Gewichtsplane gefunden. Die Gröſse des Kämpferdruckes ergiebt ſich als $6r$. Derſelbe wirkt in der durch $e_0 k$ gezogenen Geraden. Setzt man dieſen Kämpferdruck mit der bekannten, in der Hauptlinie $M$ wirkenden Mittelkraft $D6$ zuſammen, ſo entſteht die Mittelkraft $Dr$.

Fig. 313.




Sie geht im Gewölbplane durch den in $M$ enthaltenen Schnittpunkt $n$ mit dem fortgeführten Strahle $e_0 k$ des Kämpferdruckes $6r$. Zeichnet man $no$ parallel $Dr$, ſo iſt die Lage dieſer Schluſsmittelkraft gefunden. Auch dieſe trifft die Ebene $EE$ der Fuſsfläche des Widerlagers in einem Punkte $o$, welcher noch auſserhalb der Drehkante $w$ derſelben liegt.

Hieraus folgt, daſs der Widerlagskörper unter dem hier eingeführten möglichſt kleinſten Gegendrucke des Gewölbes $G_1$ nicht fähig iſt, dem Schube des gröſseren Gewölbes $G$ genügenden Widerſtand zu leiſten, und daſs der Schub des gröſseren Gewölbes zur Herſtellung des Gleichgewichts des ganzen

Syftems gegen Drehung einen gröfseren Gegendruck des kleineren Gewölbes, als folcher in Folge des möglichft kleinften Gewölbfchubes $H_0$ fich darbot, wachrufen wird, dafs alfo ftatt $H_0 = 6r$ ein gröfserer Gewölbfchub für $G_1$ eintreten mufs. Da für diefen neuen Gewölbfchub nur die allgemeine wagrechte Richtung bekannt ift, während fein Angriffspunkt und feine Gröfse noch vollftändig unbekannt find; fo kann man, da ein Wachfen diefes Schubes fich unbedingt als erforderlich herausgeftellt hat, da ferner der wagrechte Gewölbfchub für $G_1$ aber überhaupt vermöge der fymmetrifchen Form und Belaftung des Gewölbes nothwendig feinen Angriffspunkt innerhalb der Scheitelfuge deffelben haben mufs, fofort zu einer weiteren Grenzbeftimmung für denfelben übergehen.

Nimmt man zu diefem Zwecke eine Mittellinie des Druckes an, welche einem möglichft gröfsten Gewölbfchube angehört und welche man mit dem Namen Maximal-Drucklinie bezeichnet, fo geht diefelbe bei dem vorliegenden Gewölbe $G_1$ durch den tiefften Punkt der Scheitelfuge und den höchften Punkt $i$ der Bruchfuge. Die wagrechte Richtung des Gewölbfchubes $H_1$ fchneidet die refultirende Gewichtslinie $R_1$ des Gewölbftückes $G_1$ im Punkte $e_1$. Die Richtung $e_1 i$ giebt die Lage des nun entftehenden Kämpferdruckes an. Zieht man im Gewichtsplane $6s$ parallel zu $e_1 i$, fo erhält man $9s$ als Horizontalfchub $H_1$ und $6s$ als Kämpferdruck. Die Maximal-Drucklinie für $H_1$ ift in bekannter Weife im Gewölbplane eingezeichnet; diefelbe verbleibt innerhalb der Gewölbfläche, fo dafs hiernach für $H_1$ keine weitere Unterfuchung nöthig wird. Vereinigt man nun wiederum den Druck $D6$ mit dem Kämpferdruck $6s$ zu der Mittelkraft $Ds$, zieht man $e_1 i$ im Gewölbplane bis zum Schnitte $p$ mit der Hauptlinie $M$, führt man ferner durch $p$ einen Strahl $pq$ parallel zu $Ds$, fo zeigt fich, dafs diefer Strahl, welcher nunmehr die Mittelkraft aus dem Drucke $D6$ und dem neuen gröfseren Kämpferdrucke $6s$ des Gewölbes $G_1$ enthält, durch den Punkt $q$ innerhalb der Fufsfläche des Widerlagskörpers geht und dafs fomit kein Drehen um die Seitenkanten diefer Fufsfläche eintreten kann, oder dafs bei der früher hinfichtlich der Lage einer Mittellinie des Druckes im Widerlager gemachten Vorausfetzung das Syftem ftabil ift.

Hiernach ift alfo gefunden, dafs der durch die Maximal-Drucklinie bedingte Gegendruck, fobald folcher in diefem Mafse im kleinen Gewölbe durch das grofse Gewölbe wach gerufen würde, im Stande ift, die Standfähigkeit des ganzen Syftemes herbei zu führen. Diefer hier eingetretene, der Maximal-Drucklinie entfprechende Gegendruck kann aber füglich bei einer anderen Form der Gewölblinien oder einer anderen Art der fonft fymmetrifchen Belaftung der verfchiedenen Gewölbe oder einer anderen Gewölbftärke eben fo gut auch über die andere Drehkante $w_1$ der Fufsfläche des Widerlagers hinausfallen, und damit wäre dann offenbar ein Zeichen dafür gegeben, dafs der Schub des grofsen Gewölbes $G$ eines derart grofsen Gegendruckes nicht bedurfte, um die Standfähigkeit des Syftemes herzuftellen.

Würde in einem anderen Falle aber der Punkt $q$ noch innerhalb der Strecke $mw$ vor der Drehkante $w$ gefunden, fo ift auch der Gegendruck, welcher der Maximal-Drucklinie des Gewölbes $G_1$ zukommt, nicht fähig, dem Schube des grofsen Gewölbes $G$ den nöthigen Widerftand zu leiften, und ein folcher Fall würde dann bekunden, dafs das gegebene Syftem nicht ftandfähig wäre.

Aus der hier mitgetheilten Unterfuchung ergiebt fich, entfprechend den Grenzwerthen von $H_0$ und $H_1$, auch eine Grenzlage für die Punkte $o$ und $q$ in der Ebene $EE$. So gut nun zwifchen den Grenzen $H_0$ und $H_1$ noch zahllofe Werthe des Horizontalfchubes für das Gewölbe $G_1$, nur gröfser als $H_0$ und kleiner als $H_1$, fich einführen liefsen, ebenfo gut würden noch zahllofe Kämpferdrücke und zahllofe, zwifchen $o$ und $q$ liegende Schnittpunkte der aus diefen Drücken und des in der Hauptlinie $M$ wirkenden Schubes $D6$ mit der Ebene $EE$ zu finden fein.

Um nun den Gewölbefchub $H_{,,}$ des kleinen Gewölbes zu finden, welcher eine, jedoch in der Gewölbfläche verbleibende Mittellinie des Druckes liefert, die einem folchen Kämpferdrucke zukommt, der im Stande ift, mit dem Schube $D6$ eine Mittelkraft zu erzeugen, welche die Ebene $EE$ genau im Grenzpunkte $w$ der Drehkante zwifchen $o$ und $q$ trifft, kann man in folgender Weife vorgehen. Denkt man fich den Angriffspunkt des in der Hauptlinie $M$ wirkenden Schubes $D6$ nach $m$ in $EE$ verlegt, eben fo z. B. den Angriffspunkt des Kämpferdruckes $6r$ der Minimal-Drucklinie durch Fortführen der Geraden $e_0 k$ nach $t$ in $EE$ gebracht, fo kann man den Schub $D6$ hier zerlegen in eine lothrechte Seitenkraft $P$, deren Gröfse offenbar gleich der Strecke $o6$ im Gewichtsplane ift, und in eine wagrechte Seitenkraft, deren Gröfse gleich $Do$ ebendafelbft erhalten war; gleichfalls kann man in $t$ den Kämpferdruck $6r$ in feine lothrechte Seitenkraft $Q$ gleich der Strecke $69$ und in feine wagrechte Seitenkraft von der Gröfse $H_0 = 9r$ zerlegen. Die Mittelkraft $Dr$ aus $D6$ und $69$ hat in $o$ ihren Angriffspunkt auf $EE$; diefe kann in eine lothrechte Seitenkraft $V$ und in eine wagrechte Seitenkraft zerlegt werden. Da nun für den Gleichgewichtszuftand das Kräftepolygon $o6rD$ gefchloffen und mit ununterbrochenem Richtungsfinn verfehen fein foll, fo tritt die Strecke $Dr$ in $o$ im Sinne $rD$, aber in gleicher Gröfse von $Dr$ auf. Ihre lothrechte Seitenkraft ift alfo $V = 9o$.

Die algebraische Summe aller in $E$ liegenden wagrechten Seitenkräfte muss gleich Null sein, wie auch die algebraische Summe der lothrechten Seitenkräfte gleich Null ist. Das für die drei lothrechten Seitenkräfte $P$, $Q$ und die diese beiden verzehrende Kraft $V$ mit einer wagrechten Schlussseite $mt$ versehene Seilpolygon muss äusserste Strahlen $\alpha m$ und $\alpha t$ besitzen, welche sich auf $V$ in einem beliebigen Punkte $\alpha$ schneiden, und ausserdem für den Gleichgewichtszustand geschlossen sein.

Da die Grössen $P = o6$, $Q = 69$ und $V = 90$ bekannt sind, so wird, wenn man im Gewichtsplane $oO_1$ parallel zur Seilseite $m\alpha$ und $6O_1$ parallel zu $mt$ zieht, in $O_1$ der Pol des Seilpolygons $m\alpha t$ erhalten; die Gerade $O_19$ wird der zu $\alpha t$ gehörige Polstrahl, also parallel mit $\alpha t$.

Soll nun eine Gleichgewichtslage für das ganze System herbeigeführt werden, wobei für irgend einen möglichen, zwischen $i$ und $k$ der Bruchfuge des Gewölbes $G_1$ auftretenden Kämpferdruck und dem Schube $D6$ des Gewölbes $G$ eine Mittelkraft entstehen soll, welche durch einen gegebenen Punkt $w$ geht, so lässt sich der Schnittpunkt $F$ der Richtungslinie eines solchen Kämpferdruckes mit $EE$ überhaupt folgendermassen fest legen.

Die durch den Punkt $9$ im Gewichtsplane geführte wagrechte Linie $9s$ enthält stets den Endpunkt des von $D$ nach dieser Linie zu ziehenden Kämpferdruckes, weil $o6 = P$ und $69 = Q$ unveränderlich bleiben; eben so können $Do$ und die wagrechte Lage der Linie $9s$ keine Aenderung erfahren.

Aus diesem Grunde bleibt auch $o9$ stets unverändert gleich $V$. Endlich ist auch der Punkt $m$ der Hauptlinie $M$ in $EE$ unverrückbar, wie auch der Pol $O_1$ nebst den Polstrahlen $oO_1$, $o_16$, $o_19$ nicht veränderlich wird.

Geht nun die Lothrechte $V$ durch einen beliebigen Punkt auf $EE$, z. B. durch $w$, so trifft der äusserste Seilstrahl, welcher nach wie vor parallel $O_1o$ ist, diese Lage von $V$ in $\beta$. Durch diesen Punkt zieht auch, wie früher bemerkt, nothwendig die zu $O_19$ parallele zweite äusserste Seilpolygonseite. Legt man also durch $\beta$ einen Strahl $\beta F$ parallel $O_19$, so wird die wagrechte Schlussseite des Seilpolygons $m\beta F$ im festen Punkte $F$ geschnitten. Durch diesen Punkt $F$ muss der mit der lothrechten Seitenkraft $Q$ behaftete mögliche Kämpferdruck gehen, welcher die durch $w$ gehende, vorhin bezeichnete Mittelkraft bedingt. Von den zahllosen Linien, welche durch $F$, zwischen $i$ und $k$ der Bruchfuge des Gewölbes $G_1$ liegend, gezogen werden können und welche sämmtlich zwischen diesen Grenzen $i$ und $k$ einen Kämpferdruck enthalten können, welcher der gestellten Forderung entspricht, ist eine vorhanden, welche den jetzt möglichst kleinsten Kämpferdruck für $G_1$ enthält.

Zieht man zur Bestimmung dieser Linie durch $F$ und den höchsten Punkt $i$ der Bruchfuge einen Strahl, so schliesst derselbe den grössten Winkel mit der Wagrechten ein, der in Bezug auf die Punkte $i$ und $k$ möglich wird, steht also am steilsten und wird desshalb, innerhalb des Dreiecks $6rs$ zur Führung einer durch $6$ gezogenen Parallelen benutzt, einen kleineren Abschnitt auf der wagrechten $9s$ hervorrufen, als jeder andere von $F$ nach der Fuge $ik$ gezogene Strahl, d. h. einen möglichst kleinen Gewölbschub für $G_1$ veranlassen.

Zieht man im Gewichtsplane $6J$ parallel zu $Fi$, so ist $6v$ der gesuchte Kämpferdruck und $9v$ der zugehörige Horizontalschub des Gewölbes $G_1$. Verlängert man den Strahl $Fi$ bis zum Schnitte $x$ mit der Lothrechten $R_1$ und legt man durch $x$ eine Wagrechte, so trifft diese die Lothrechte $L_1$ der Scheitelfuge in $y$. Dieser Punkt wird Angriffspunkt für den Horizontalschub $H_{,,}$. Zeichnet man für diesen Schub eine Mittellinie des Druckes $y\gamma\delta i$, so bleibt dieselbe ganz innerhalb der Gewölbfläche. Der Strahl $Fi$ schneidet die Hauptlinie $M$ im Punkte $z$. Die Mittelkraft aus $D6$ und dem zuletzt ermittelten Kämpferdrucke $6v$ ist $Dv$. Führt man durch $z$ eine Parallele zu $Dv$, so trifft dieselbe in der That und wie es sein soll den Punkt $w$ auf $EE$.

Hiernach ist der in $xi$ durch $F$ ziehende Kämpferdruck $6v$ ein solcher, welcher, von dem hierfür möglichst kleinsten in der Wagrechten $xy$ wirkenden Horizontalschube $H_{,,} = 9v$ mit bedingt, fähig ist, den Grenzzustand des Gleichgewichtes des ganzen Systemes gegen Drehung um die Kante $w$ der Fussfläche des Widerlagers $VI$ hervorzurufen.

Soll bei einer derartigen Stabilitäts-Untersuchung die Pressbarkeit des Materials berücksichtigt werden, so ist beim Gewölbe $G$ der Angriffspunkt von $H$ etwas tiefer, der Punkt $h$ in der Bruchfuge etwas nach innen zu rücken. Eben so wäre beim kleinen Gewölbe der Angriffspunkt von $H_0$ etwas tiefer, von $H_1$ etwas höher zu legen, auch die Punkte $i$ und $k$ ebenfalls je etwas in das Innere auf der Bruchfuge $ki$ zu verrücken. Der Punkt $w$ kann gleichfalls nach $q$ zu verlegt werden. Am eigentlichen Verfahren der Stabilitäts-Untersuchung wird hierdurch keine Aenderung herbei geführt.

Nach den an der Zeichnung ausgeführten Messungen ergiebt sich für das Gewölbe $G$ der Werth $H$ zu $0{,}75 \cdot 1{,}5 = 1{,}125$ qm, welchem für Backsteinmaterial nach der Tabelle auf S. 202 eine Gewölbstärke von $1^1/_2$ Stein zuzuweisen ist. Für das kleine Gewölbe $G_1$ wird der hier zu berücksichtigende Horizontalschub $H_{,,} = 0{,}4 \cdot 1{,}5 = 0{,}6$ qm, wonach die Gewölbstärke zu 1 Stein fest zu setzen ist.

Hätte man $H_1 = 0{,}56 \cdot 1{,}5 = 0{,}84^{\,qm}$ in Betracht gezogen, fo würde auch hierfür die Gewölbftärke gleich 1 Stein fein. Die normalen Kämpferdrücke erfordern im vorliegenden Falle keine gröfseren Stärken.

Die Fufsfläche des Pfeilers wird von einem lothrechten Drucke $o\,q = 3{,}3 \cdot 1{,}5 \cdot 1 = 4{,}95^{\,cbm}$ getroffen. Bei der Lage des Angriffspunktes deffelben in $q$ für die Maximal-Drucklinie in $G_1$, welcher nahezu mit dem Schwerpunkte der Fufsfläche von $0{,}5^{\,m}$ Breite und $1^{\,m}$ Tiefe zufammenfällt, ergiebt fich die Beanfpruchung der Steine an der Grundfläche bei einem Eigengewicht von $1600^{\,kg}$ für $1^{\,cbm}$ zu $\frac{4{,}95 \cdot 1600}{100 \cdot 50} = 1{,}58^{\,kg}$ für $1^{\,qcm}$.

Liegt der Angriffspunkt der Gefammt-Refultirenden aller Drücke des Syftemes in der Kräfteebene in einer Hauptaxe der Grundfläche des Widerlagers im Abftande $\xi$ vom Schwerpunkte diefer Grundfläche, fo ift für einen Punkt $C$ im Abftande $z$ von diefem Schwerpunkte die Spannung $N$ nach der Gleichung[168])

$$N = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{F\,\xi\,z}{\mathcal{J}}\right)$$

zu beftimmen. Hierin bezeichnen $P$ die gegebene lothrechte Kraft, $F$ die Querfchnittsfläche und $\mathcal{J}$ das Trägheitsmoment, bezogen auf eine Schwerpunktsaxe, welche rechtwinkelig zur Hauptaxe fteht, worin der Angriffspunkt $o$ von $P$ liegt.

Sind hier $b$ die Breite des Pfeilers mit rechteckiger Grundfläche und $t$ die Tiefe deffelben, fo ift $\mathcal{J} = \frac{1}{12}\,t\,b^3$ für die zu der Seite $t$ parallel genommene Schwerpunktsaxe. Alsdann ift $F = b\,t$, und man erhält

$$N = \frac{P}{t\,b}\left(1 + \frac{12\,\xi\,z}{b^2}\right).$$

Nach der Zeichnung ift $b = 50^{\,cm}$ und $t = 100^{\,cm}$; $P$ ergiebt fich zu $4{,}95 \cdot 1600 = 7920^{\,kg}$. Liegt der bezeichnete Angriffspunkt von $P$ im Abftande $\xi = \frac{b}{2}$, alfo in $w$ und ift dann für die Kantenpreffung $N$ der Abftand $z$ ebenfalls gleich $\frac{b}{2}$, fo wird

$$N = \frac{7920}{100 \cdot 50}\left(1 + \frac{12 \cdot 25 \cdot 25}{25 \cdot 25}\right) = \backsim 20{,}6^{\,kg} \text{ für } 1^{\,qcm}.$$

Diefe Beanfpruchung ift für Backfteinmaterial viel zu grofs, und es müffte dieferhalb für das Widerlager eine gröfsere Breite oder fefteres Material angenommen werden. In jedem Falle ift es zweckmäfsig, die Breite des Widerlagers zu vergröfsern, damit fchon für daffelbe eine Mittellinie des Druckes eintreten kann, welche für den Gewölbfchub des grofsen Gewölbes thunlichft nur abhängig gemacht wird von einem Kämpferdrucke des kleinen Gewölbes, welcher durch die Minimal-Drucklinie für $H_0$ bedingt ift und wobei alsdann die Drucklinie im Widerlager im inneren Drittel feiner lothrechten Fläche bleibt.

## c) Ausführung der Tonnengewölbe.

Zur Ausführung der Tonnengewölbe werden im Allgemeinen wefentlich Backftein, Bruchftein und, wenn auch in weniger häufigen Fällen, Quader (Werkftücke, Haufteine) als Hauptbauftoffe benutzt, je nachdem in den einzelnen Gegenden diefes oder jenes von den genannten Materialien als vorherrfchendes zur Verfügung fteht und je nachdem die Durchbildung der als Tonnengewölbe ausgeführten Decke eines Raumes in architektonifcher Beziehung mehr oder weniger reich, mehr oder weniger gegliedert in die Erfcheinung treten foll. Waren in frühefter Zeit die Tonnengewölbe bei der Decken-Conftruction über gröfseren Räumen von hohem Werthe und in ihrer Ausführung oft fo kühn behandelt, dafs die Refte derfelben noch heute die Bewunderung der Kunft- und Sachverftändigen, ja jedes gebildeten Menfchen wach rufen, fo ift nach weiterer Entwickelung des Gewölbbaues überhaupt doch die Anwendung des Tonnengewölbes zur Ueberdeckung gröfserer Räume, um als wichtiger Factor bei monumentalen Bauwerken aufzutreten, mehr und mehr in den Hinter- 148. Allgemeines.

[168]) Siehe: Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Gleichung 50 auf S. 273; 2. Aufl.: Gleichung 69 auf S. 86) diefes »Handbuches«.