Bosc, E. *Étude pratique ſur la conſtruction des voûtes.* *Gaz. des arch. et du bât.* 1877, S. 46, 71, 99, 111, 122.

Gottgetreu, R. Beitrag zur geſchichtlichen Entwickelung der Gewölbe. Zeitſchr. f. Bauw. 1879, S. 91.

Ueber Bruchſteingewölbe in magerem Cementmörtel. Baugwks.-Ztg. 1883, S. 246.

Menzel, C. A. Der Gewölbebau dargeſtellt in Bezug auf Entſtehung und Anwendung, Bau und Konſtruktion, Tragfähigkeit etc. mit Berückſichtigung der Wölbungen der Thür- und Fenſterſturze, der Rauchmäntel und der gewölbten Treppen. Herausg., verm. u. verb. von C. Schwatlo. Halle 1866. — 2. Aufl. von A. C. Menzel & G. Franke. 1875.

Eagles, T. H. *On vaulting.* *Builder*, Bd. 32, S. 496. *Building news*, Bd. 26, S. 625, 633, 635.

*Vaulting.* *Builder*, Bd. 32, S. 1035.

Conſtruction der Gewölbe. Haarmann's Zeitſchr. f. Bauhdw. 1876, S. 7, 21.

---

# 9. Kapitel.

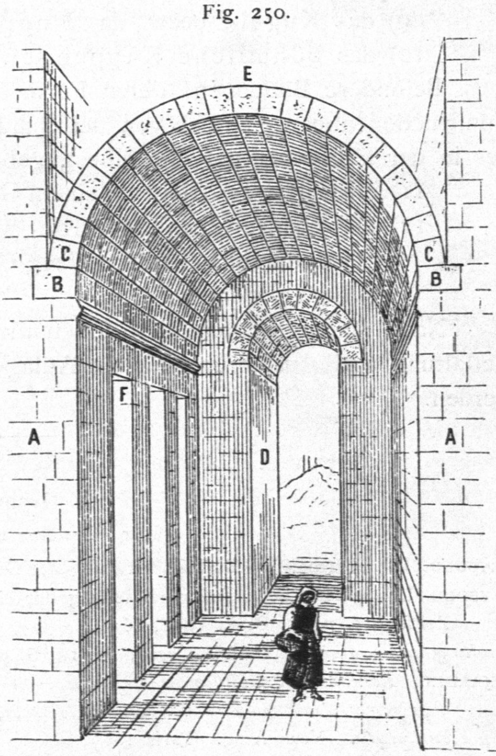
# Tonnen- oder Kufengewölbe.

## a) Geſtaltung der Tonnengewölbe.

124. Gerades Tonnengewölbe; Halbkreisgewölbe.

Das einfache Tonnen- oder Kufengewölbe beſitzt als Laibungsfläche die halbe Oberfläche eines geraden Kreiscylinders. Die Gewölbaxe ſteht alſo rechtwinkelig zur Ebene des erzeugenden Halbkreiſes, weſshalb ein ſolches Gewölbe auch ein »gerades Tonnengewölbe« genannt wird. Jeder Schnitt, parallel zu dieſer Ebene geführt, liefert wiederum denſelben Halbkreis und dieſem entſprechende Stoſsfugenkanten. Jede Ebene, welche durch die Gewölbaxe geführt wird, ſchneidet die Laibungsfläche in geraden, der Gewölbaxe parallelen Linien oder geraden Lagerfugenkanten. Die Pfeilhöhe dieſes Gewölbes iſt gleich der halben Spannweite desſelben, mithin wird das Pfeilverhältniſs $\frac{1}{2}$.

Fig. 250.



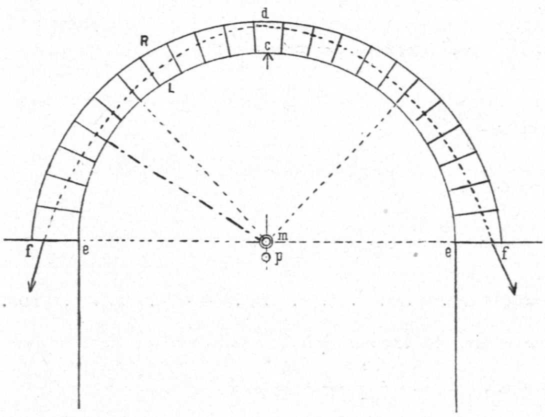

In Fig. 250 iſt ein gerades, einfaches Tonnengewölbe dargeſtellt.

Die Rückenlinie deſſelben iſt ein zur inneren Wölblinie concentriſch geführter Halbkreis, ſo daſs für das Gewölbe überall die gleiche Gewölbſtärke vorhanden iſt. Die Widerlagskörper *A* ſtützen das Gewölbe. Die eine Widerlagsmauer iſt mit Oeffnungen verſehen, welche unterhalb der Kämpferſchicht *B* mit ſtarken Steinquadern *F*, »geraden Sturzen«, überdeckt ſind. Die Schildmauer *D* iſt durchbrochen und in ihrer Oeffnung oben mit einem halbkreisförmigen »Mauerbogen« abgeſchloſſen.

Die Stirn *BEB* des Gewölbes iſt durch die radial gerichteten Gewölbfugen ſo getheilt, daſs eine ungerade Anzahl gleich groſser Theilungen der Wölbſchichten *B*, *C*, *E* entſtanden, alſo eine Schluſsfuge vermieden und die Anordnung einer Schluſsſteinſchicht *E* ermöglicht iſt, welche zu beiden Seiten von ſymmetriſch liegenden Gewölbeſchenkeln begleitet wird.

Die Lagerfugenkanten treten als gerade Linien auf, welche vom Vorhaupt bis zum Hinterhaupt durchlaufen, während die Stofsfugenkanten, welche Theile des erzeugenden Halbkreifes find, bei den einzelnen Wölbfchichten in Verband gefetzt, gegen die Lagerfugenkanten geführt find. Die einzelnen Wölbfteine haben eine keilförmige Geftalt. Die Gewölbefohle ift eine wagrechte Ebene; die Lagerfugenflächen ftehen fenkrecht zur Laibungsfläche und rechtwinkelig zur Stirn des Gewölbes, während die Stofsfugenflächen rechtwinkelig zu den Lagerfugenflächen und in Ebenen auftreten, welche parallel mit der Gewölbeftirn find.

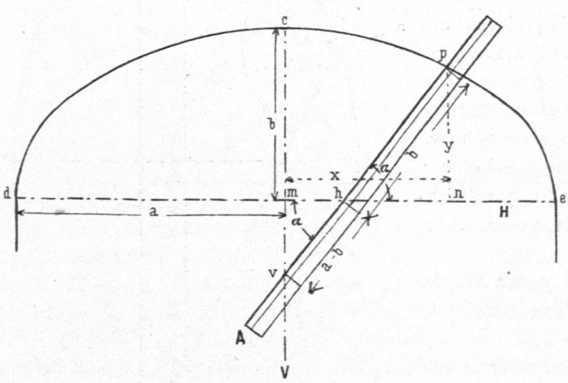
Fig. 251.




Aus ftatifchen Gründen ift häufig die Rückenlinie *R* (Fig. 251) auch bei den einfachen geraden halbkreisförmigen Tonnengewölben kein zur inneren Wölblinie concentrifcher Kreis, fondern ein Kreisbogen *fdf* mit dem Mittelpunkte *p*, welcher tiefer liegt, als der Mittelpunkt *m* der inneren Wölblinie *L*. Hierdurch tritt eine vom Scheitel *cd* aus bis zum Gewölbfufs *ef* ftetig wachfende Gewölbftärke auf; der Fugenfchnitt für das Gewölbe felbft erleidet aber hierdurch im Allgemeinen keine Aenderung.

Ift die Laibungsfläche eines geraden Tonnengewölbes die halbe Oberfläche eines elliptifchen Cylinders, fo entfteht das elliptifche Tonnengewölbe. Ift in Fig. 252 die Pfeilhöhe *mc* die halbe kleine Axe der Ellipfe, während die grofse Axe *de* die Spannweite giebt, fo heifst ein folches elliptifches Gewölbe ein gedrücktes Tonnengewölbe, und andererfeits wird ein elliptifches Gewölbe ein überhöhtes Tonnengewölbe (Fig. 253) genannt, wenn die halbe grofse Axe *mc* der Ellipfe zur Pfeilhöhe und die kleine Axe *de* derfelben zur Spannweite genommen wird. Auch bei diefen elliptifchen Gewölben find die Lagerfugenflächen winkelrecht zur Laibungsfläche und fenkrecht zur Stirnebene des Gewölbes anzuordnen. 125. Elliptifches Tonnengewölbe.

Fig. 252.




In Fig. 252 u. 253 find die Conftructionen für Ellipfen gegeben, welche zweckmäfsig für das Zureifsen derfelben auf dem Reifsboden (Gypseftrich, Bretterboden) in der Praxis Anwendung finden.

In Fig. 252 fei die Länge der halben grofsen Axe der Ellipfe $md = a$, diejenige der halben kleinen Axe $mc = b$. *A* fei eine Holzleifte mit gerader Kante $vp$. Auf derfelben ift $vp = a$ und $ph = b$ genau abgetragen und bezeichnet, fo dafs auch $vh = a - b$ ift.

Bewegt man diefe Leifte in der Weife, dafs der Punkt *v* fich dabei auf der lothrechten Linie *V* der kleinen Axe *b* und der Punkt *h* fich auf der wagrechten Linie *H* der grofsen Axe fortbewegt, fo wird durch den Punkt *p* ftets ein Ellipfenpunkt beftimmt. Sind folche Punkte *p* in gröfserer Zahl feft gelegt, fo kann das Zeichnen der Ellipfe leicht vorgenommen werden. Auf dem Zeichentifche benutzt man ftatt der Holzleifte einen Papierftreifen mit gerader Seitenkante.

Daſs $p$ mit den Coordinaten $x, y$ ein Punkt der Ellipſe iſt, folgt unter Bezugnahme auf die Bezeichnungen in Fig. 252 durch nachſtehende Ueberlegung. Es iſt $\frac{y}{b} = \sin \alpha$, alſo

$$\frac{y^2}{b^2} = \sin \alpha^2 \quad \ldots \ldots \quad 98.$$

Ferner iſt

$$x = mh + hn \quad \ldots \ldots \quad 99.$$

Aus der Aehnlichkeit der beiden rechtwinkeligen Dreiecke $mhv$ und $hnp$ ergiebt ſich

$$\frac{mh}{hn} = \frac{a - b}{b};$$

folglich iſt auch

$$\frac{mh + hn}{hn} = \frac{a - b + b}{b} = \frac{a}{b} \quad \text{und} \quad mh + hn = a\,\frac{hn}{b};$$

d. i. unter Benutzung von Gleichung 99

$$x = a\,\frac{hn}{b},$$

und, da

$$\frac{hn}{b} = \cos \alpha$$

iſt, auch

$$x = a \,.\, \cos \alpha \quad \text{oder} \quad \frac{x}{a} = \cos \alpha$$

und

$$\frac{x^2}{a^2} = \cos \alpha^2 \quad \ldots \ldots \quad 100.$$

Werden die beiden Gleichungen 98 und 100 addirt, ſo ergiebt ſich

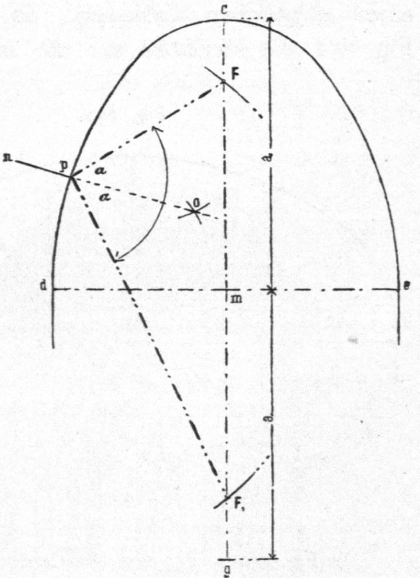
$$\frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} = \sin \alpha^2 + \cos \alpha^2, \quad \text{d. h.} \quad \frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} = 1,$$

woraus

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2}\,(a^2 - x^2) \quad \ldots \ldots \quad 101.$$

als bekannte Mittelpunktsgleichung der Ellipſe folgt.

Fig. 253.




In Fig. 253 iſt die Ellipſen-Conſtruction mit Hilfe der Brennpunkte $F$, $F_1$ unter Benutzung der Eigenſchaft der Ellipſe, daſs die Summe der von irgend einem Ellipſenpunkte $p$ nach den Brennpunkten gezogenen Leitſtrahlen $pF + pF_1$ gleich der Länge $2a$ der groſsen Axe iſt, angegeben.

Man beſtimme die Brennpunkte $F$ und $F_1$ durch die Schnittpunkte der aus dem Punkte $d$ oder $e$ mit dem Halbmeſſer $dF = dF_1 = a$ beſchriebenen Kreisbogen auf der groſsen Axe $cg$. Befeſtigt man in $F$ und $F_1$ je einen eiſernen Nagel (Drahtſtift), knüpft man hieran die Enden einer Schnur, deren Länge $cg = 2a$ iſt, legt man an die innere Seite der Schnur einen Bleiſtift und ſpannt man dieſelbe hierdurch leicht an, ſo kann die Ellipſe in einem fortlaufenden Zuge »aufgeriſſen« werden.

Die Normale $pn$ für irgend einen Punkt $p$ der Ellipſe iſt der Halbirungsſtrahl $no$ des von den Leitſtrahlen gebildeten Winkels $FpF_1$.

Ein ferneres, jedoch mehr auf dem Zeichenbrette angewendetes Verfahren zum Zeichnen einer Ellipſe, welches wohl die Methode der »Vergatterung« genannt wird, iſt in Fig. 254 gegeben.

Man theilt die halbe kleine Axe $mc = me = b$ proportional mit der Theilung der halben groſsen Axe $dm = a$ und giebt den Ordinaten, welche den einzelnen Theilpunkten entſprechen, die ihnen zukommenden Längen der Ordinaten eines um $m$ mit dem Halbmeſſer $b$ geſchlagenen Viertelkreiſes.

Die proportionale Theilung von $b$ und $a$ erfolgt ſehr einfach durch Benutzung der Strahlen $dc$ und $ce$. Zieht man durch den beliebigen Punkt $g$ die Linie $gi$ parallel zu $mc$, ſo ſchneidet dieſelbe den Strahl $ce$ im Punkte $h$. Die Parallele zu $de$ durch $h$ geführt, ſchneidet den Strahl $dc$ in $h_1$, und die durch $h_1$ zu $mc$ gezogene Parallele $i_1 h_1 g_1$ theilt in ihrem Fuſspunkte $g_1$ die Länge $dm = a$ in demſelben Verhältniſſe, wie der Punkt $g$ die Länge $me = b$ getheilt hat.

Denn mit Bezugnahme auf Fig. 254 ift $\frac{x}{u} = \frac{a}{b}$, alfo

$$x = \frac{u}{b}\,a\,. \qquad 102.$$

Ift nun allgemein $u = \frac{1}{n}\,b$, fo wird auch

$$x = \frac{\frac{1}{n}\,b\,a}{b} = \frac{1}{n}\,a\,.$$

Die Ordinate des Kreisbogens $ce$ ift für den Punkt $g = gi = y$. Zieht man durch $i$ wiederum die Parallele zu $de$, fo wird die Gerade $g_1\,h_1\,i_1$ im Punkte $i_1$ gefchnitten, und diefer Punkt ift ein Ellipfenpunkt. Denn man erhält aus dem rechtwinkeligen Dreiecke $mgi$

$$y^2 = b^2 - (b - u)^2,$$

auch

$$y^2 = 2\,b\,u - u^2 \qquad 103.$$

Aus Gleichung 102 folgt $u = \frac{b}{a}\,x$. Setzt man diefen Werth in Gleichung 103, fo wird

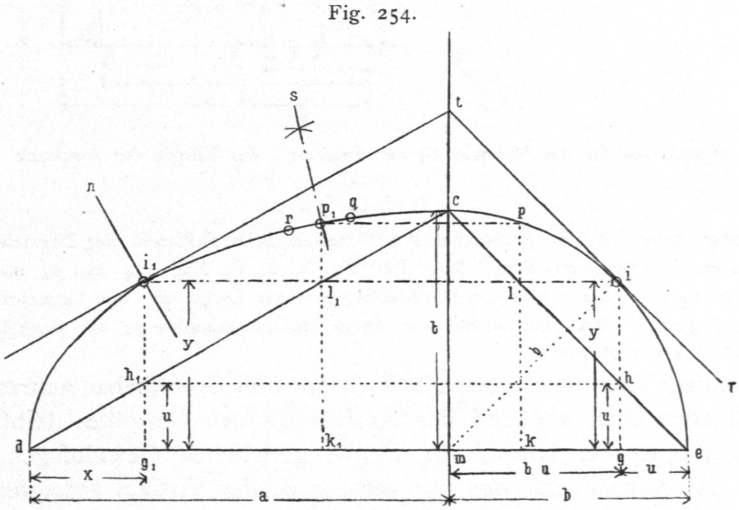
$$y^2 = \frac{2\,b^2\,x}{a} - \frac{b^2}{a^2}\,x^2,$$

d. i.

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2}\,(2\,a\,x - x^2), \qquad 104.$$

entfprechend der Scheitelgleichung der Ellipfe mit den Halbaxen $a$ und $b$.

Fig. 254.




Eben fo ift der Ellipfenpunkt $p_1$ zu ermitteln. Um die Normale in dem beliebigen Ellipfenpunkte $i_1$ zu beftimmen, legt man in dem entfprechenden Punkte $i$ des Kreisbogens $ce$ die Kreistangente $T$ feft. Diefelbe trifft die erweiterte Gerade $mc$ im Punkt $t$, und, wie bekannt, ift die von $t$ nach $i_1$ geführte Gerade die Tangente der Ellipfe in $i_1$. Das Loth $i_1\,n$ im Punkte $i_1$ auf $t\,i_1$ errichtet, giebt die Normale für diefen Punkt.

Das Feftlegen der normalen Fugenrichtung bei einer Ellipfe [158]) kann nach Fig. 255 auch in der folgenden Weife gefchehen. Aus den Halbaxen $a$ und $b$ der Ellipfe $dce$ ift das Rechteck $mcke$ gezeichnet und in demfelben find die Diagonalen $mk$ und $ec$ gezogen. Für den beliebigen Punkt $p$ der Ellipfe, deffen Abfciffe $x$ ift, foll die Normale beftimmt werden.

Man fälle von $p$ das Loth $pg$ auf $me$, welches verlängert die Diagonale $mk$ in $f$ trifft. Von $f$ fällt man das neue Loth $fl$ auf die Diagonale $ce$, welches entfprechend erweitert die Seite $me$ des Rechteckes in $h$ fchneidet. Die Verbindungslinie von $h$ und $p$ liefert die gefuchte Normale $N$. Auf Grund der Conftruction ift mit Anwendung der Bezeichnungen in Fig. 255 aus der Aehnlichkeit der Dreiecke

---

158) Siehe: *Annales des ponts et chauffées* 1886, II. Sem., S. 404.

$hgf$ und $cme$ zunächſt $\frac{z}{v} = \frac{b}{a}$, demnach

$$z = v \frac{b}{a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 105.$$

Da auch $\triangle fgm \backsim \triangle kem$ iſt, ſo erhält man $\frac{v}{x} = \frac{b}{a}$, woraus

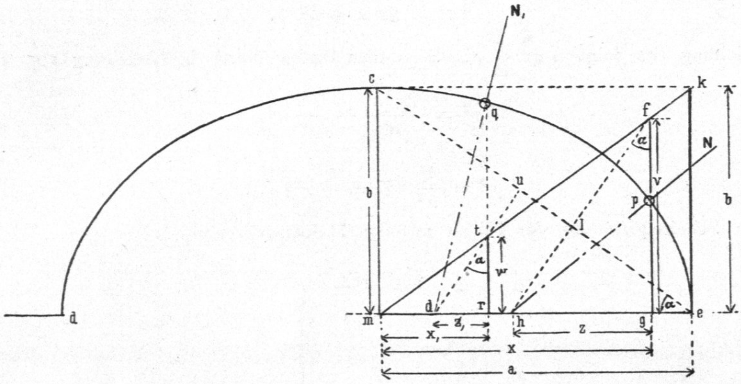
$$v = \frac{b}{a} x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 106.$$

Setzt man dieſen Werth für $v$ in Gleichung 105, ſo wird

$$z = \frac{b^2}{a^2} x, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 107.$$

entſprechend dem Ausdruck für die Subnormale des Ellipſenpunktes $p$.

Fig. 255.




Eben ſo ergiebt ſich für die Normale $N_1$ des Punktes $q$ der Ellipſe der Ausdruck

$$z_1 = \frac{b^2}{a^2} x_1 .$$

Oft begnügt man ſich bei praktiſchen Ausführungen beim Feſtlegen der Normalen in Ellipſenpunkten mit einem Näherungsverfahren. Man ſchneidet z. B. in Fig. 254 von $p_1$ nach rechts und links gleiche Stücke $p_1 q$ und $p_1 r$ von verhältniſsmäſsig geringer Länge ab, und betrachtet das Ellipſenſtück $qr$ als eine gerade Linie, auf welcher in ihrem Halbirungspunkte $p_1$ die Winkelrechte $p_1 s$ als Normale der Ellipſe errichtet wird.

126. Korbbogengewölbe.

In manchen Fällen iſt es vortheilhaft, bei den im Gewölbebau auftretenden elliptiſchen Tonnengewölben während der Ausführung des Gewölbes ſelbſt ein noch einfacheres Feſtlegen der normal zur Ellipſe gerichteten Gewölbfugen veranlaſſen zu können, als ſolches nach den im vorhergehenden Artikel gezeigten Verfahren möglich iſt. Zu dieſem Zwecke erſetzt man die Ellipſe durch einzelne Kreisbogenſtücke, welche mit Krümmungshalbmeſſern derart beſchrieben und zuſammengeſetzt werden, daſs eine Curve entſteht, welche der beabſichtigten Ellipſe thunlichſt nahe kommt. In Fig. 256 iſt eine derartige Conſtruction der Bogenlinie $dce$ ausgeführt.

Um den Mittelpunkt $m$ der Ellipſe ſind 3 concentriſche Kreiſe beſchrieben, deren Halbmeſſer $mg$ gleich der halben kleinen Axe, $me$ gleich der halben groſsen Axe und $mh$ gleich der halben groſsen Axe plus der halben kleinen Axe zu nehmen ſind.

Zur Beſtimmung eines Ellipſenpunktes und der dazu gehörigen Normalen iſt der beliebige Strahl $mkl$ gezogen, welcher den Kreis $g$ in $i$, den Kreis $e$ in $k$ und den Kreis $h$ in $l$ ſchneidet. Zieht man $ip$ parallel zu $mh$ und $kp$ parallel zu $mc$, ſo ſchneiden ſich dieſe beiden Linien im Punkte $p$, welcher bekanntlich ein Punkt der Ellipſe mit den Halbaxen $me$ und $mc$ iſt. Verbindet man $l$ mit $p$, ſo iſt $lp$ die Normale für die Ellipſe im Punkte $p$.

Auf der linken Seite von Fig. 256 ſind für vier Hauptheile und in der Nähe der groſsen Axe für einen Zwiſchentheil der halben Ellipſe die Normalen $co$, $qr$, $st$ .... gezeichnet. Die Schnittpunkte $5, 4, 3$ .... der Normalen $co$ mit $qr$, ſodann $qr$ mit $st$ .... liefern die Krümmungsmittelpunkte der zugehörigen Kreisbogen, und zwar *5* für den Kreisbogen *cq*, *4* für den Kreisbogen *qs* .... Der für die Ellipfe mit den Halbaxen *a* und *b* mafsgebende Krümmungshalbmeffer $\rho$ ift in den Endpunkten der grofsen Axe als

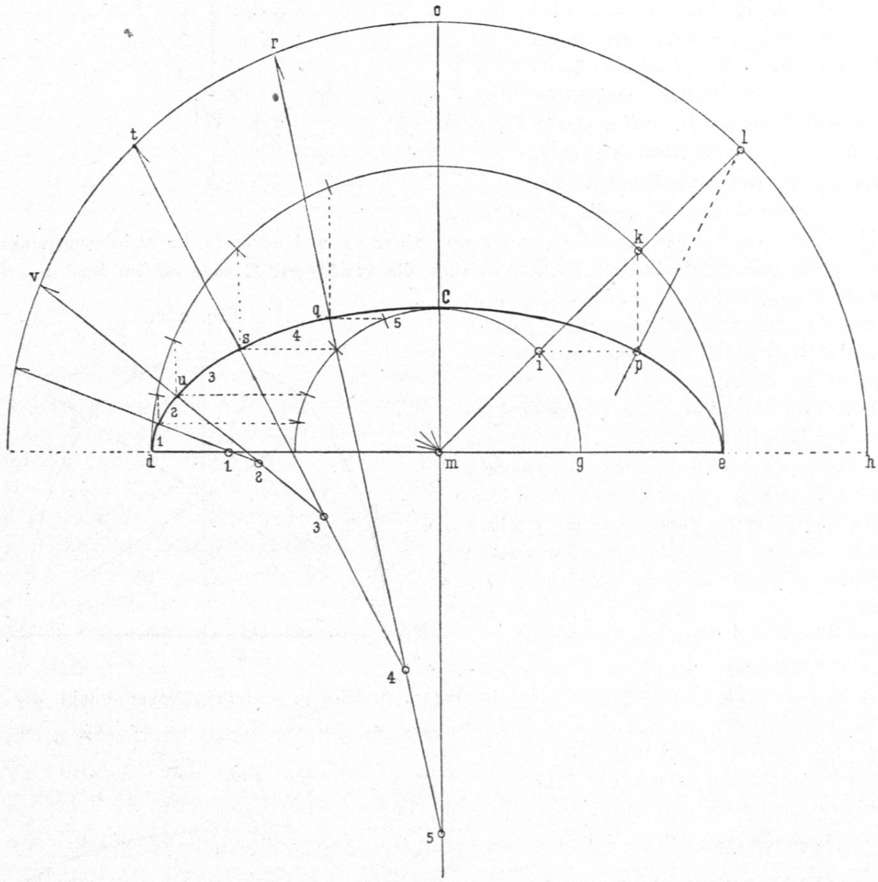
$$\rho = \frac{b^2}{a}$$

und in den Endpunkten der kleinen Axe als

$$\rho = \frac{a^2}{b}$$

bekanntlich beftimmt, fo dafs nach Berechnung diefer Werthe die gröfsten und kleinften Krümmungshalbmeffer von vornherein feft gefetzt werden können.

Fig. 256.

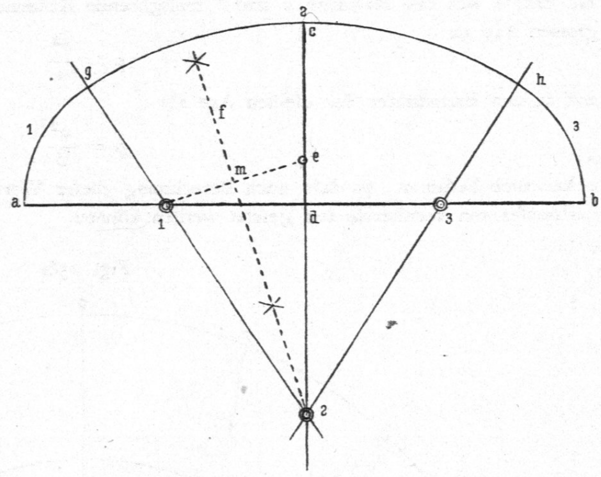



Die aus den verfchiedenen Kreisbogenftücken zufammengefügte Bogenlinie *dce*, wobei in den Vereinigungspunkten *c*, *q*, *s* .... für je 2 Kreisbogen eine gemeinfchaftliche Tangente vorhanden ift, wird Korbbogenlinie oder kurz Korbbogen genannt. Sie wird befchrieben aus einer beftimmten, bei Korbbogen mit wagrechter Axe und wagrechter Scheiteltangente ungeraden Anzahl von Mittelpunkten, beifpielsweife deren 9 in Fig. 256.

Wenngleich die Anzahl diefer Mittelpunkte nach dem foeben erklärten Verfahren beliebig grofs genommen werden könnte, fo ift doch für die praktifche Ausführung folcher Korbbogen meiftens nur eine geringe Zahl von Mittelpunkten erforderlich. In vielen Fällen, namentlich wenn bei gedrückten Bogen das Pfeilverhältnifs nicht unter 1/3 finkt, werden nur 3 Krümmungsmittelpunkte benutzt.

Von den zahlreichen Angaben für die Conſtruction von Korbbogen ſollen hier nur einige, welche in der Praxis noch hier und dort Anwendung finden, berückſichtigt werden.

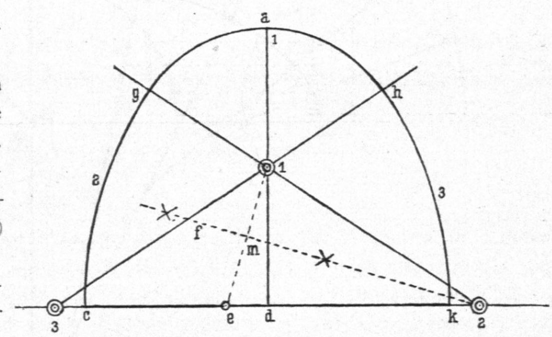
Fig. 257.



1) Korbbogen aus 3 Mittelpunkten. Es ſei in Fig. 257 $ab$ die gegebene Spannweite, $cd$ die gewählte oder gegebene Pfeilhöhe eines zu zeichnenden gedrückten Korbbogens, und dabei ſei die Beſtimmung getroffen, daſs der im Gewölbfuſs $a$, bezw. $b$ beginnende Kreisbogen mit vorgeſchriebenem Halbmeſſer $a1 = b3$ geſchlagen werde, deſſen Gröſse jedoch, um für den Scheitelbogen nicht einen Halbmeſſer von unendlicher Gröſse zu erhalten, kleiner ſein muſs, als die Pfeilhöhe $dc$.

Man trage auf $cd$ die Strecke $ce = a1$ ab, ziehe $e1$ und errichte im Halbirungspunkte $m$ der Geraden $e1$ das gehörig verlängerte Loth $f$, welches die verlängerte Gerade $cd$ im Punkte $2$ ſchneidet. Alsdann iſt $2$ der Mittelpunkt des Scheitelbogens $2$. Die gemeinſchaftlichen Vereinigungspunkte $g$ und $h$ der einzelnen Kreisbogen liegen auf den verlängerten Strahlen $21$, bezw. $23$.

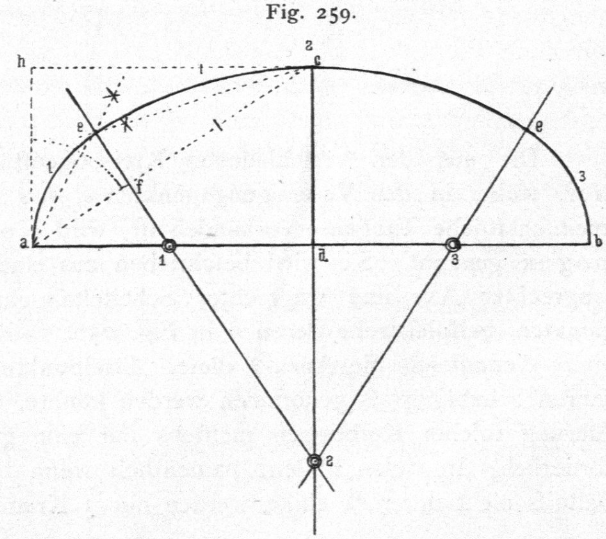
Fig. 258.



Für einen überhöhten, aus 3 Mittelpunkten beſchriebenen Korbbogen $cak$ iſt in Fig. 258 die nun ohne Weiteres verſtändliche Zeichnung gegeben.

Bei der in Fig. 259 veranſchaulichten Darſtellung eines gedrückten Korbbogens mit 3 Mittelpunkten iſt aus der Seite $ad$ (halbe Spannweite) und der Seite $dc$ (Pfeilhöhe) das Rechteck $adch$ gezeichnet, hierauf die Diagonale $ac$ deſſelben gezogen und danach die Halbirung der Winkel $hac$ und $hca$ vorgenommen. Die von $a$ und $c$ ausgehenden Halbirungsſtrahlen treffen ſich im Punkte $e$, welcher gemeinſchaftlicher Punkt der hier zuſammentretenden Kreisbogen wird. Von $e$ iſt das Loth $ef$ auf die Diagonale $ac$ gefällt und gehörig erweitert, um in ſeinem Schnittpunkte $1$ mit $ad$ und im Schnitte $2$ mit der verlängerten Geraden $cd$ die geſuchten Mittelpunkte $1$ und $2$ für die Bogen $1$ und $2$ zu liefern.

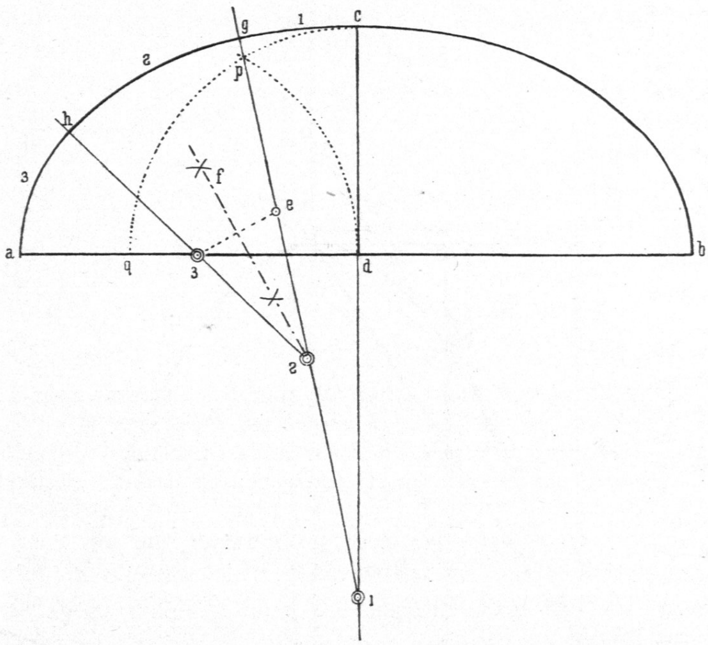
Fig. 259.



Der Mittelpunkt $3$ für den Bogen $3$ liegt ſymmetriſch mit Punkt $1$. Dieſelbe Conſtruction gilt auch für den überhöhten Korbbogen.

2) Korbbogen aus 5 Mittelpunkten. Beim gedrückten Korbbogen in Fig. 260 iſt $ab$ die Spannweite und $dc$ die Pfeilhöhe. Obgleich die Halbmeſſer für den Scheitelbogen und für den Anſatzbogen am Kämpfer von im Allgemeinen beliebiger, nur innerhalb gewiſſer Grenzen liegender Länge genommen werden können, ſo empfiehlt es ſich doch aus ſtatiſchen Gründen, wie aus Rückſichtnahme

Fig. 260.




auf die praktifche Ausführung der Korbbogengewölbe den Halbmeffer des Scheitelbogens nicht zu grofs, den Halbmeffer des Kämpferbogens dagegen nicht zu klein zu nehmen. In Fig. 260 ift der erftere (= *c 1*) etwas kleiner als die Spannweite und der letztere (= *a 3*) etwas gröfser als $^1/_4$ der Spannweite *a b* gewählt.

Um die Länge des Scheitelbogens, welche gleichfalls ziemlich willkürlich angenommen werden könnte, nicht zu übertreiben, ift es empfehlenswerth, den mit dem Halbmeffer *d c* um *d* befchriebenen Viertelkreis *q c* in 3 Theile zu zerlegen und durch den höchften Theilpunkt *p* den Strahl *1 p* als Begrenzungshalbmeffer für den Scheitelbogen anzunehmen. Diefer um *1* mit *1 c* befchriebene Bogen erhält dann im Punkte *g* der erweiterten Geraden *1 p* feinen Endpunkt.

Nachdem *a 3* als Halbmeffer des Kämpferbogens feft gelegt ift, wird, ähnlich der Conftruction in Fig. 257, die Länge *a 3* von *g* nach *e* auf *g 1* abgetragen und im Halbirungspunkte der Linie *3 e* das Loth *f* errichtet, welches entfprechend verlängert die Linie *g 1* in *2* fchneidet. Der Punkt *2* ift alsdann Mittelpunkt für den Bogen *2*, welcher mit dem Halbmeffer *2 g* befchrieben wird. Der Begrenzungshalbmeffer für diefen Bogen ift der erweiterte Strahl *2 3*, auf welchem *h* der Vereinigungspunkt für den um *3* mit *3 a* befchriebenen Kämpferbogen und für den Bogen *g h* wird.

3) Korbbogen aus mehr als 5 Mittelpunkten werden immerhin am zweckmäfsigften auf Grund des in Fig. 256 gegebenen Verfahrens befchrieben.

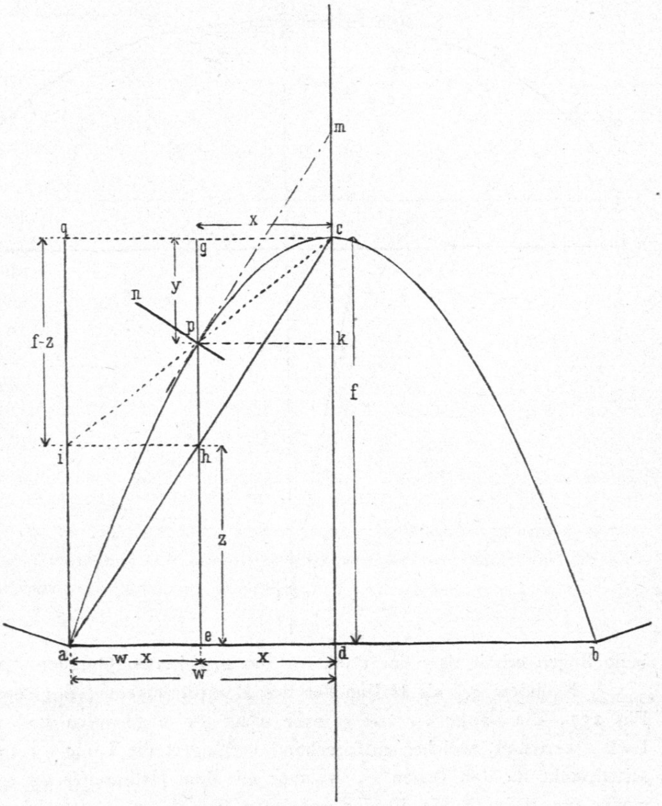
Durch theoretifche Unterfuchungen ergiebt fich, dafs, unter fonft gleichen Verhältniffen genommen, die Parabel von allen einfachen Curven diejenige ift, für welche, wenn diefelbe als Mittellinie der Gewölbftirn, bezw. als Bogenlinie gewählt wird, das ftabilfte Gewölbe hergeftellt werden kann, und fchon aus diefem Grunde follten Tonnengewölbe, wenn nicht ganz befondere äfthetifche Forderungen für die Geftaltung derfelben geftellt werden, als Gewölbe mit einer Parabel als Bogenlinie, bezw. als Stirn-Mittellinie, alfo als Parabelgewölbe häufiger als bis jetzt im Hochbauwefen der Fall ift, zur Ausführung kommen. Für Parabel-Tonnengewölbe würde die Pfeilhöhe mindeftens gleich der halben Spannweite auftreten, da bei geringer Pfeilhöhe eine flachbogige Parabel als Erzeugende für ein Flachbogengewölbe entfteht. Eine die halbe Spannweite überfchreitende Bogenhöhe liefert eine Bogenöffnung, welche für die Benutzung des dazu gehörigen Raumes oft erwünfcht und vortheilhaft ift, ohne dafs dadurch befondere Schwierigkeiten für die Gewölbeausführung erwachfen, dafs vielmehr dadurch noch Nutzen für die Widerlagskörper entfteht. 127. Parabelgewölbe.

Von den zahlreichen Conftructionen der Parabel ift ein für unfere Zwecke fehr brauchbares Verfahren zum Zeichnen einer mit beliebiger Weite und Höhe verfehenen Parabel in Fig. 261 gegeben.

Es fei $w = ad = db$ gleich der halben Spannweite und $p = cd$ gleich der Pfeilhöhe der zu zeichnenden Parabel; die Abmeffungen find für beide Stücke beliebig gewählt.

Man ziehe $cq$ parallel zu $ad$, $aq$ parallel zu $cp$ und die Gerade $ac$. Zieht man nunmehr durch den beliebigen Punkt $e$ der Geraden $ad$ die Parallele $eg$ zu $dc$, fo fchneidet diefelbe die Linie $ac$ im Punkte $h$. Führt man durch $h$ parallel zu $ad$ die Gerade $hi$, welche die Gerade $aq$ in $i$ fchneidet und verbindet man $i$ mit $c$ durch eine gerade Linie, fo trifft diefelbe die Gerade $eg$ in einem Punkte $p$, welcher ein Punkt der gefuchten Parabel ift.

Fig. 261.




Nimmt man $pk$ parallel zu $ad$ und $kc = cm$, fo ift der Strahl $mp$ nach bekannten Eigenfchaften der Parabel Tangente in $p$, und das in $p$ auf $pm$ errichtete Loth ift die Normale für diefen Punkt.

Dafs $p$ ein Punkt der Parabel ift, ergiebt fich unter Bezugnahme auf die Bezeichnungen in Fig. 261 in folgender Weife. Auf Grund der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke $gpc$ und $qic$ ift $\frac{y}{x} = \frac{(f-z)}{w}$, demnach

$$y = (f-z)\frac{x}{w} \quad . \quad . \quad 108.$$

Da ferner $\triangle\, eha \sim \triangle\, dca$ ift, fo folgt $\frac{z}{w-x} = \frac{f}{w}$, mithin

$$z = \frac{f}{w}(w-x) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 109.$$

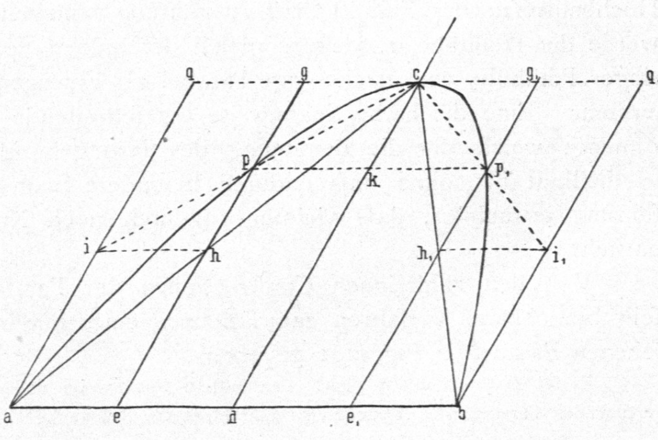
Führt man diefen Werth von $z$ in Gleichung 108 ein, fo erhält man den Ausdruck

$$y = \frac{f}{w^2}x^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 110.$$

welcher der Gleichung der Parabel entfpricht, deren Axe mit der Coordinatenaxe $cd$ zufammenfällt.

Steht wie in Fig. 262 $dc$ fchiefwinkelig auf $ab$ im Halbirungspunkte $d$, fo find $ab$ und $cd$ conjugirte Durchmeffer der Parabel und aus der hier als bekannt vorausgefetzten Uebereinftimmung der Form der Gleichung der Parabel, bezogen auf ein Syftem conjugirter Axen mit der Scheitelgleichung 110 derfelben, folgt, dafs alle Eigenfchaften der Parabel, welche vom Coordinatenwinkel unabhängig find, auch bei dem neuen Syftem mit conjugirten Axen Giltigkeit behalten.

Fig. 262.




Von Bogenlinien in der Form von Fig. 261 u. 262

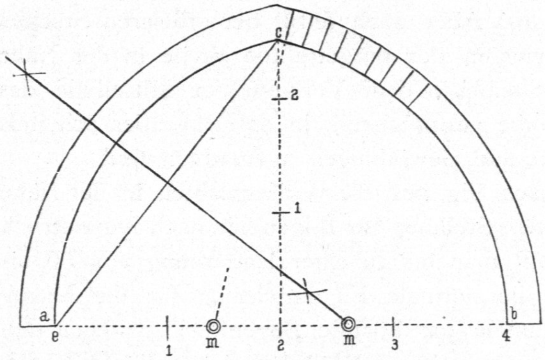


Fig. 263.

werden wir ſpäter noch Gebrauch machen.

128. Spitzbogiges Gewölbe.

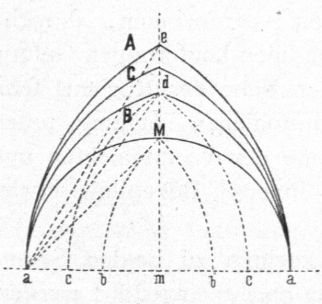
Iſt die Bogenlinie nicht ſtetig gekrümmt, ſondern wie in Fig. 263 aus zwei in einem Punkte *c*, dem Scheitelpunkte, ſich ſchneidenden Bogenſchenkeln, *ac* und *bc*, die an dem Schnittpunkte einen mehr oder weniger groſsen Bogenwinkel bilden, zuſammengeſetzt, ſo entſteht der Spitzbogen als erzeugende Linie für das ſpitzbogige Gewölbe. Je nach der Gröſse des Bogenwinkels entſtehen die mehr oder weniger ſchlanken Spitzbogen.

In Fig. 263 iſt der Bogenwinkel *acb*, bei dem ein Pfeilverhältniſs $2^1/_2 : 4$ oder $5 : 8$, welches ſchon in früher Zeit bei den Spitzbogen Anwendung gefunden hat, zu Grunde gelegt iſt, einem weniger ſchlanken Spitzbogen entſprechend, bietet aber für ein ſpitzbogiges Tonnengewölbe eine zweckmäſsige Bogenlinie.

Bei der Verwendung des Spitzbogens zu Tonnengewölben ſind die Schenkel deſſelben jeder für ſich meiſtens aus einem Mittelpunkte zu ſchlagen; nur in beſonderen Fällen können die Bogenſchenkel für ſich aus mehreren Mittelpunkten nach Art der Korbbogen beſchrieben werden. Die Form der Spitzbogen iſt eine äuſserſt mannigfache und, wenn auch ſpäter bei Betrachtung der gothiſchen Kreuzgewölbe noch näher auf die Bildung von Spitzbogen eingegangen werden ſoll, ſo ſind hier, ſo weit das ſpitzbogige Tonnengewölbe in Betracht kommt, vorweg folgende Bemerkungen zu machen.

In Fig. 264 ſind einige Spitzbogen für die Spannweite *aa* in Zuſammenſtellung mit einem um *m* beſchriebenen Halbkreiſe gezeichnet, wobei die Mittelpunkte *b* und *c* der Bogenſchenkel *B* und *C*, wie ohne Weiteres erſichtlich, mit Hilfe der Sehnenlängen *aM* und *ad* beſtimmt wurden. Der höchſte Spitzbogen *A* hat für ſeinen Schenkel einen Halbmeſſer gleich der Spannweite, ſo daſs der Scheitelpunkt *e* dieſes Bogens die Spitze eines über der Spannweite errichteten gleichſeitigen Dreiecks *aea* bildet. So lange der Mittelpunkt für die Spitzbogenſchenkel innerhalb der Strecke *ma* bleibt, erſcheint der danach gebildete Bogen weniger ſchlank, aber vielfach in äſthetiſcher und in gewiſſen Fällen in ſtatiſcher und conſtructiver Beziehung günſtiger. Eine Grenzlage bildet gleichſam der um *a* beſchriebene Spitzbogen *A*. Rückt der Mittelpunkt noch über die Kämpferpunkte *a* hinaus, ſo entſteht leicht eine übertrieben ſpitze, lanzettartige Form für die Bogenlinie. Wegen der Vielſeitigkeit, welche der Spitzbogen bietet, iſt in jedem beſonderen Falle die Wahl ſeiner Form reiflichen Erwägungen zu unterwerfen. Der Umſtand, daſs der Spitzbogen an ſeinem Scheitelpunkte einen Bogenwinkel bildet, beeinfluſst die Stellung der Gewölbfugen, welche für jeden Bogenſchenkel nach dem ihm zugehörigen Mittelpunkte gerichtet ſein ſollen, in beachtenswerther Weiſe. Bei kleinerem Wölbmaterial wird namentlich, wie Fig. 265 zeigt, über dem Scheitelpunkte des Bogens ein häſsliches und der Stabilität deſſelben ungünſtiges Syſtem von kleinen, ſtark keilförmigen

Fig. 264.



Stücken angehäuft, welches in keiner Weiſe einer guten Conſtruction entſpricht und deſshalb als fehlerhaft bezeichnet wurde. Aber auch ſelbſt bei gröſseren Stücken von Wölbmaterial iſt die Fugenanordnung in der dargeſtellten Weiſe in der Nähe des Scheitels zu vermeiden, da zweckmäſsig, dem Verlaufe der Mittellinie des Druckes (Drucklinie) im Spitzbogengewölbe entſprechend, in der Nähe des Scheitels ſich mehr der lothrechten Richtung nähernde Gewölbfugen anzuordnen ſind.

Aus dieſem Grunde richtet man nach Fig. 266 die Wölbſchichten in der Nähe des Scheitels unter Aufgeben der normalen Stellung zur Bogenlinie nach ſymmetriſch liegenden verſetzten Mittelpunkten. Läſst man bis zu einer Entfernung von 30 bis 40 cm auf beiden Seiten des Scheitels die normale Fugenrichtung für die Mittelpunkte *o*, bezw. *11* eintreten, ſo iſt nunmehr das höchſte Bogenſtück zwiſchen den normalen Grenzfugen *o*...*o* und *11*...*11* für kleineres Wölbmaterial, z. B. für Ziegel, in der Weiſe in Schichten zu theilen, daſs, der Dicke der Ziegel und der Stärke der Fugen zwiſchen dem Ziegelmauerwerk entſprechend, die Theilung auf der R ü c k e n l i n i e des Gewölbbogens mit Vermeidung der ſog. Schluſsfuge vorgenommen wird. Die Theilung auf der inneren Bogenlinie vorzunehmen, iſt nicht räthlich, weil alsdann in Folge der immerhin noch nothwendigen keilförmigen Geſtalt der Wölbſteine bei der ſonſt üblichen Gewölbſtärke in der Nähe des Rückens ſehr ſtarke Mörtelfugen erforderlich werden, während bei der empfohlenen Theilung, unter Beobachtung regelrechter Fugenſtärken, die einzelnen Steine der Wölbſchichten nur ein mäſsiges Verhauen erleiden oder in der Nähe der inneren Bogenlinie etwas ſchwächere Fugen als oben am Rücken erhalten.

Fig. 265.

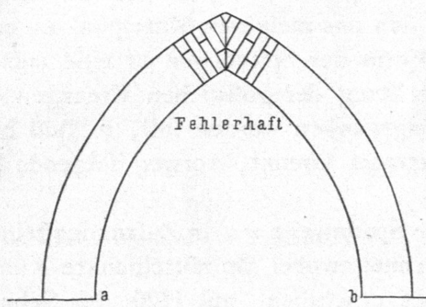
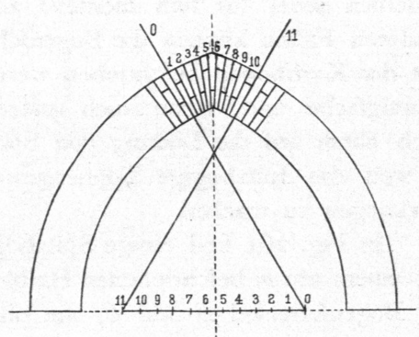


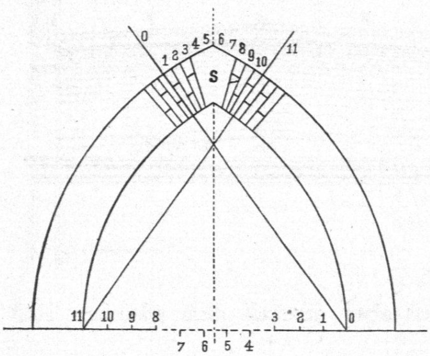

Fig. 266.




Da die Theilung von der gedachten Scheitel-Lothrechten zu beiden Seiten ſymmetriſch liegt, alſo für den Schluſsſtein eine volle Steinſchicht eingeführt werden muſs, ſo hat man immer für die zu theilende Strecke zwiſchen den Grenzfugen eine u n g e r a d e Zahl von Wölbſchichten anzuordnen. Dieſe Zahl iſt nun maſsgebend für das Feſtlegen der Richtungslinien der einzelnen Fugen, indem die Verbindungslinie der Hauptmittelpunkte *o*...*11* in dieſelbe Anzahl gleicher Theile zerlegt wird. In der Zeichnung ſind 11 Theilpunkte angewandt, und nunmehr richtet ſich Fuge *1* nach der Geraden *1*...*1*, *2* nach der Linie *2*...*2* u. ſ. f.

Eine gleiche Anordnung des Fugenſchnittes im Scheitel iſt auch für Spitzbogen, welche aus Bruchſtein- oder Quadermaterial hergerichtet werden ſollen, zu empfehlen.

Fig. 267.

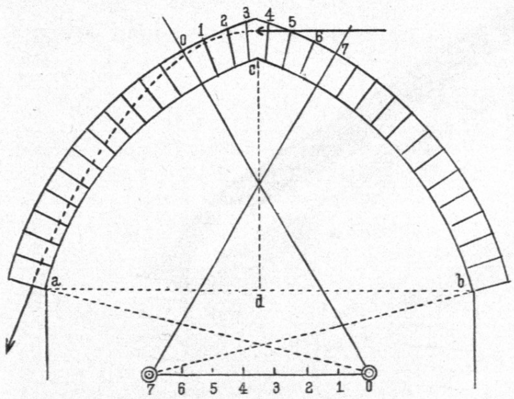



Zuweilen fügt man auch felbft dann, wenn Ziegelmaterial verwendet wird, unter theilweifer Beibehaltung der eben befchriebenen Fugenanordnung, nach Fig. 267 eine befonders aus gröfseren Thonfteinen gebrannte oder aus Werkftücken (Quadern) bearbeitete Schlufsfteinfchicht *S* ein, was namentlich bei fteileren Spitzbogen räthlich ift, da alsdann ein Verhauen der einzelnen, wenn auch wenigen Schichten in der unmittelbaren Nähe des Scheitels vermieden wird.

Bei fteilen Spitzbogen kann die Grenzlage, bis zu welcher die normale Fugenrichtung beibehalten wird, fchon mit einem Neigungswinkel von etwa 45 Grad zur Wagrechten *0 ... 11* angenommen werden, während bei weniger fteilen, fog. ftumpfen Spitzbogen die fchon oben angegebene höhere Grenzlage ohne Nachtheil für die Ausführung eingeführt werden kann.

Werden die Mittelpunkte *0* und *7* (Fig. 268) unter die wagrechte Verbindungslinie *ab* der Kämpferpunkte gelegt, fo entfteht der gedrückte Spitzbogen. Wird dabei die Pfeilhöhe *cd* kleiner, als die halbe Spannweite *ad*, fo erhält man den flachen Spitzbogen.

Fig. 268.



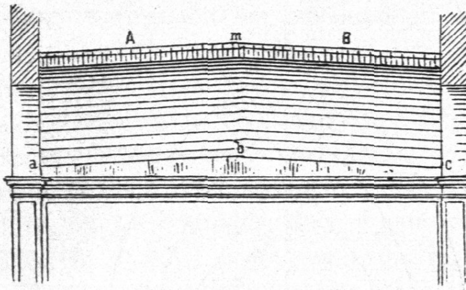

Die Anwendung des gedrückten Spitzbogens, deffen Fugenfchnitt aus der Zeichnung erfichtlich ift, eignet fich aus ftatifchen Gründen, weil im Allgemeinen ein günftiger Verlauf der Mittellinie des Druckes fich nachweifen läfft, meiftens vortheilhaft zur Ausführung fpitzbogiger Tonnengewölbe.

Eben fo wie aus zwei Kreisbogenfchenkeln ein Spitzbogen gebildet werden kann, würde man auch aus zwei fymmetrifchen elliptifchen Bogen oder aus zwei fymmetrifchen Korbbogen einen Spitzbogen conftruiren und danach ein entfprechendes Tonnengewölbe herftellen können. In der Anwendung find alsdann alle diejenigen Punkte wieder zu berückfichtigen, welche bereits bei den elliptifchen und Korbbogen-Gewölben Erwähnung gefunden haben. Auf die elliptifchen Spitzbogen-Gewölbe wird noch bei den »Tonnengewölben mit fog. Stichkappen« und bei den »Netzgewölben« hinzuweifen fein.

129. Tonnengewölbe mit Stich.

Werden gerade Tonnengewölbe in gröfserer Länge zur Ueberdeckung eines Raumes in Anwendung gebracht, fo erfcheint die wagrechte Scheitellinie des Gewölbes dem Auge des Befchauers nicht mehr als eine wirkliche Wagrechte, fondern als eine nach unten fchwach durchgebogene Linie. Diefe optifche Täufchung zieht natürlich das Anfehen des Gewölbes in unangenehme Mitleidenfchaft. Um diefen Eindruck zu verwifchen, läfft man bei derartigen längeren Tonnengewölben (Fig. 269) die Axen von den Stirnmauern bis zur Mitte des Raumes fchwach geneigt anſteigen, oder wie geſagt wird, man läſſt das Gewölbe »mit Stich« verſehen. Die Scheitellinie und die Kämpferlinien erhalten dann als Parallele zur Gewölbaxe denſelben Stich.

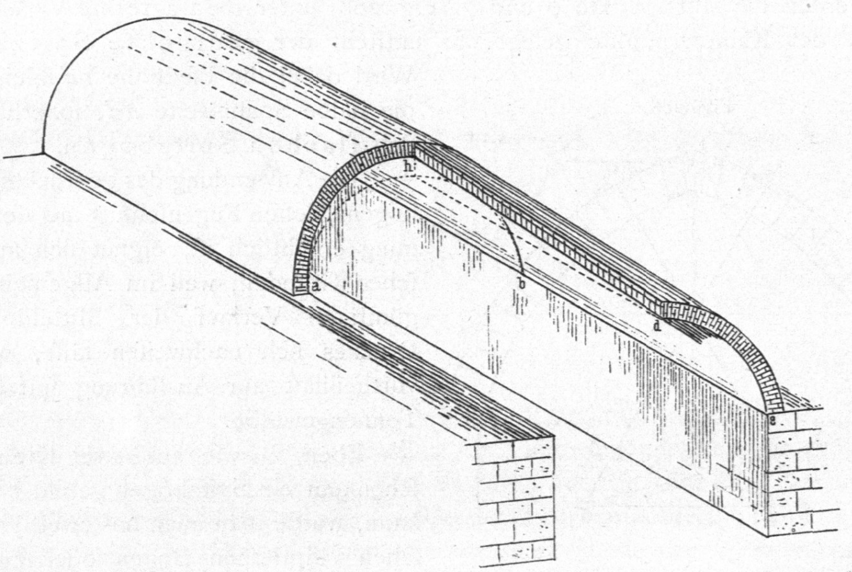
Fig. 269.




In ſolchem Falle bilden die beiden cylindriſchen Cewölbkörper *A* und *B*, da ihre Axen nicht mehr rechtwinkelig zu ihren Stirnebenen ſtehen, ſchiefe cylindriſche Körper, welche in einer ſog. »Naht» oder in einem »Grat« *mb* zuſammentreffen, ſonſt aber überall den gleichen lothrechten Querſchnitt beſitzen.

Das ſchräge Anſteigen *ab*, bezw. *cb* der Kämpferlinien kann beim Vorhandenſein wagrecht geführter Kämpfergeſimſe jedoch von nachtheiliger Wirkung werden; um dieſes zu vermeiden, ordnet man das Gewölbe nach Fig. 270 bei wag-

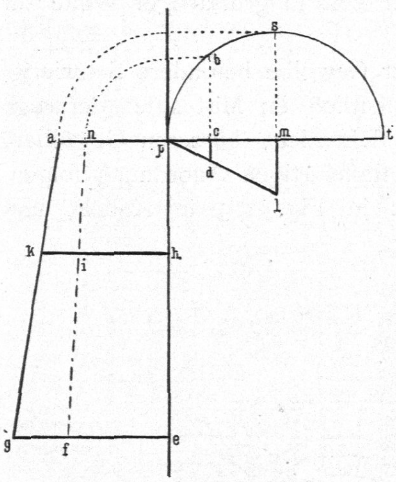
Fig. 270.




rechten Kämpferlinien ſo an, daſs die Scheitellinie bis zur mittleren Bogenlinie, welche eine andere Form *ahb* als die Bogenlinie der Stirn erhält, in entſprechender Weiſe anſteigt. Die Folge hiervon iſt, daſs die ſämmtlichen lothrechten Schnitte, parallel zur Stirnebene gelegt, verſchiedene Bogenlinien aufweiſen müſſen. In der praktiſchen Ausführung ſolcher Gewölbe wird aber auf dem den Körper des Gewölbes tragenden Gerüſte, wovon ſpäter erſt die Rede ſein kann, ohne von vornherein die Wölblinien zu ändern, vermöge des nur geringen Stiches, an den nothwendigen Gerüſtſtellen eine ſchwache Auffütterung von Holzſtücken vorgenommen, welche in ihrer Höhe der Stichhöhe in den zugehörigen Punkten entſprechen.

Um die Höhen der Auffütterungen an verſchiedenen Stellen zu beſtimmen, kann man nach Anleitung von Fig. 271 verfahren.

Fig. 271.



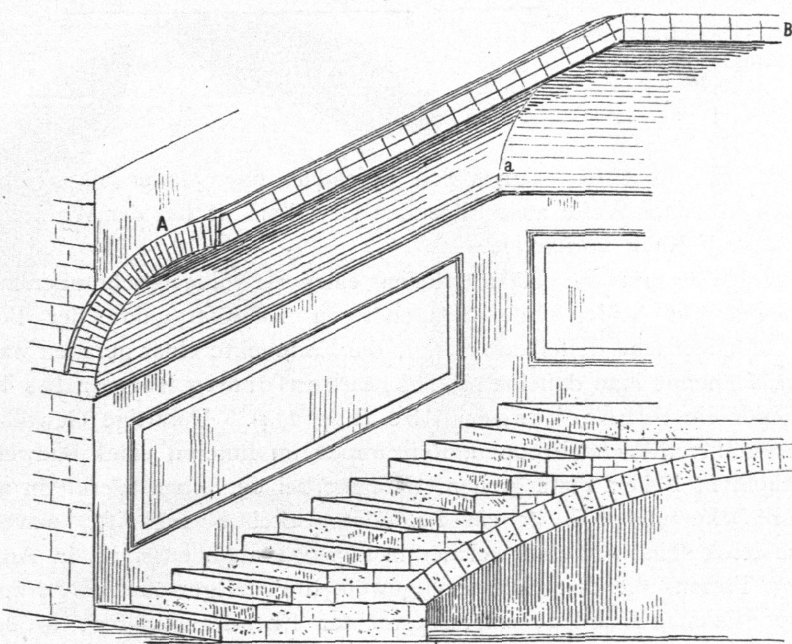

Es sei $pe$ die wagrechte Länge der Gewölbhälfte, der um $m$ mit dem Halbmesser $mp$ beschriebene Halbkreis $pst$ der Stirnbogen und $ml$ die Höhe des Stiches der Scheitellinie vom Stirnbogen bis zum Grat des Gewölbes. Lothrechte Ebenen $bc$, welche rechtwinkelig zur Stirnebene geführt werden, sollen die Laibungsfläche des Gewölbes in geraden ansteigenden Linien schneiden, deren Stichhöhe $cd$ am Grat sich zur Stichhöhe $ml$ der Scheitellinie verhält, wie sich der Abstand $pc$ der gewählten lothrechten Ebene zum Halbmesser $pm$ des Stirnbogens verhält.

Nimmt man daher $pn = cb$ und $ef = db$, so ist $nf$ die gesuchte ansteigende Linie für den lothrechten Schnitt $bc$ und $ef - bc = cd$ die Auffütterung für den Punkt $f$. Für den beliebig in $h$ parallel zur Stirnebene genommenen lothrechten Schnitt $hk$ ist im Punkte $i$ die Auffütterung gleich dem Unterschiede zwischen $hi$ und $cb$, während für den Punkt $k$ die Höhe dieser Auffütterung offenbar gleich dem Unterschiede zwischen $hk$ und $ms$ ist, weil $ag$ der ansteigenden Scheitellinie vom Stirnbogen bis zum Grat entspricht, für welche $eg = ls$ und $pa = ms$ massgebend war.

Was hier für den Halbkreis als Stirnbogen gesagt ist, gilt auch für irgend eine andere Form des zu Grunde gelegten Stirnbogens.

Liegen die gerade Gewölbaxe und die ihr parallelen Kämpferlinien eines Tonnengewölbes in einer schiefen Ebene, wobei jedoch zwei einander zugehörige Kämpferpunkte einer wagrechten Geraden angehören, so wird dasselbe ein **gerades steigendes Tonnengewölbe** genannt. Fig. 272 veranschaulicht dasselbe an dem 130. Steigendes Tonnengewölbe.

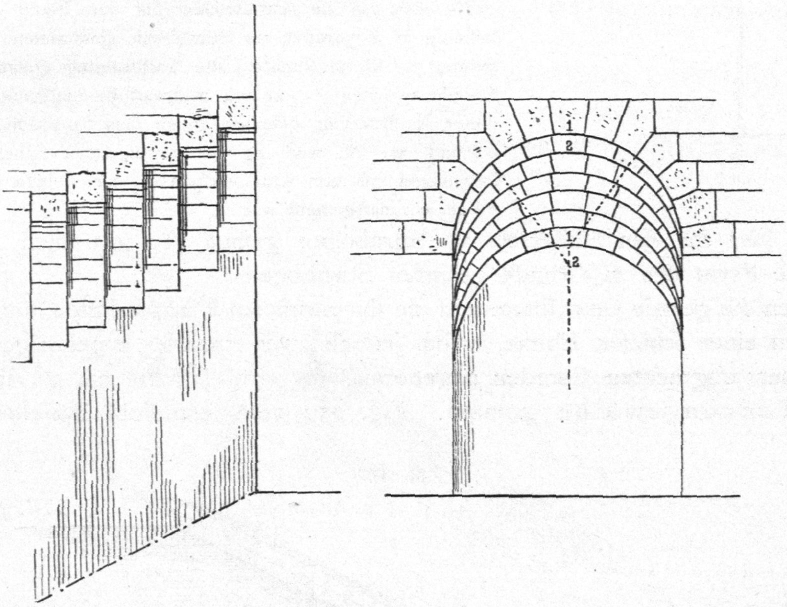
Fig. 272.




im Durchschnitte genommenen Gewölbkörper $A$. Tritt dasselbe mit einem wagrechten geraden Tonnengewölbe $B$ zusammen, so entsteht in der Schnittlinie wiederum ein Grat *a*. Derartige Tonnengewölbe finden in der Regel nur bei Treppenanlagen Verwendung und find auch hierfür fchon in früher Zeit in grofsartiger Weife zur Ausführung gelangt.

Wenngleich der praktifchen Herrichtung diefer Gewölbe befondere Schwierigkeiten nicht entgegenftehen, fo wurden doch namentlich im Mittelalter derartige fteigende Gewölbe aus einzelnen, neben einander ftehenden, kürzeren Gewölben, fog. »Gurten« oder »Zonen«, deren Kämpfer einer ftaffelartigen Anordnung folgen, zufammengefügt. Diefe Conftructionsweife, welche in Fig. 273 in Anficht und

Fig. 273.




Längenfchnitt dargeftellt ift, eignet fich befonders für Quader als Wölbmaterial. Auch bei den in diefer Weife auszubildenden Gewölben ift bei der Wahl der Bogenlinie die gröfste Freiheit vorhanden.

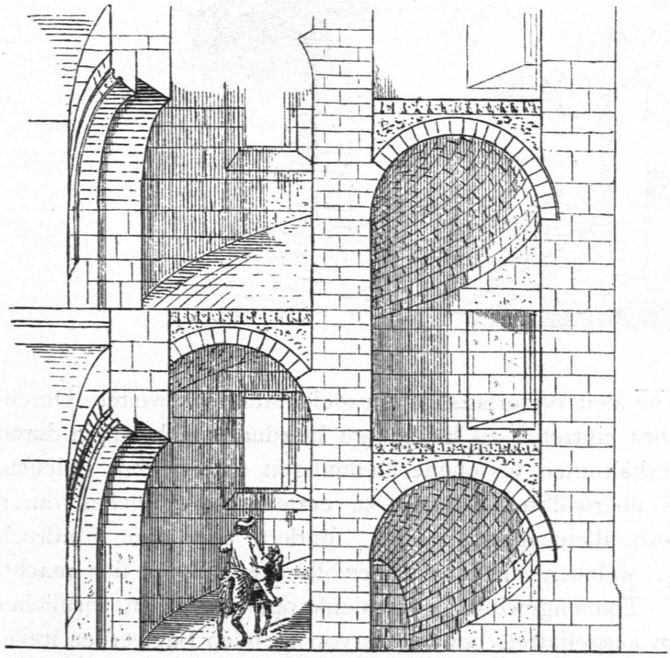
131. Schraubenförmig fteigendes Tonnengewölbe; Schneckengewölbe.

Sind die Axe und die Kämpferlinien eines Gewölbes Schraubenlinien, bei deren Feftlegen die beiden zufammengehörigen Kämpferpunkte der Bogenlinie, welche die Laibungsfläche deffelben erzeugt, die Endpunkte einer geraden wagrechten Linie bilden, fo nennt man daffelbe ein fchraubenförmig fteigendes Tonnengewölbe oder ein Schneckengewölbe (Fig. 274). Derartige Gewölbeanlagen können über maffiven Wendeltreppen, Reitrampen im Inneren eines Bauwerkes und in fonft geeigneten Fällen Platz greifen. Kommt bei denfelben Werkftein als Wölbmaterial zur Benutzung, fo ift ein befonderer Steinfugenfchnitt, wovon fpäter (unter c) die Rede fein wird und welcher in Fig. 274 angedeutet ift, in Anwendung zu bringen. Treten mit den Schneckengewölben Podeftgewölbe *abcd* zufammen, deren Kämpferlinien *ad* und *bc* einer wagrechten Ebene angehören, fo bilden die Schnittlinien über *ab*, bezw. *cd* Grate, welche jedoch genau der erzeugenden Bogenlinie entfprechen.

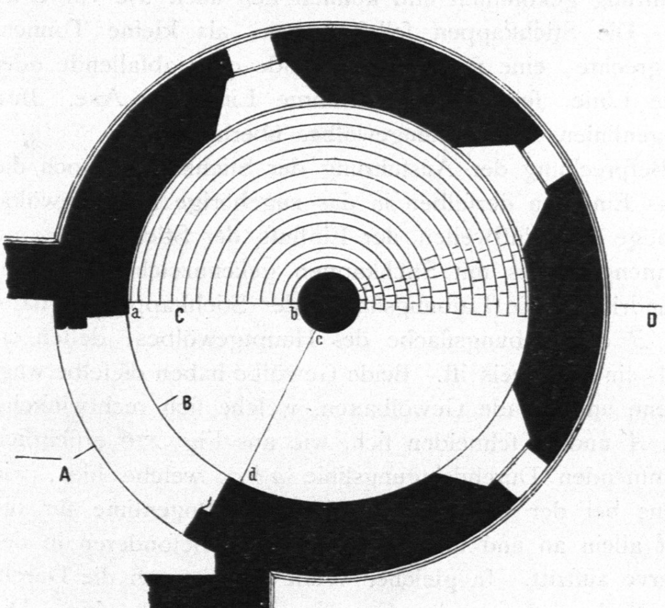
132. Ringgewölbe.

Ift die Axe eines Gewölbes eine in einer wagrechten Ebene liegende, gefetzmäfsig gebildete Curve und find die in derfelben Ebene liegenden Kämpferlinien der Axe derartig entſprechend genommene Curven, daſs in der winkelrecht zur Axe geſtellten lothrechten Ebene der erzeugenden Bogenlinie zwei zuſammengehörige Kämpferpunkte in jeder Stellung dieſer Ebene immer denſelben urſprünglichen Abſtand von der Axe behalten, ſo entſteht die Laibung eines Ringgewölbes oder des ringförmigen Tonnengewölbes (Fig. 275). Am häufigſten wird die Gewölbaxe kreisförmig oder elliptiſch (nur als Halbkreis, bezw. als halbe Ellipſe oder vollſtändig geſchloſſen) zur Anwendung gebracht. Bei Bruchſtein- und Backſteinmaterial entſtehen bei der Herſtellung ſolcher Ringgewölbe verhältniſsmäſsig keine gröſseren Schwierigkeiten; bei Anwendung von Hauſteinmaterial ſind die einzelnen Wölbſteine nach einem leicht zu ermittelnden Fugenſchnitte zu bearbeiten. Tritt an die Stelle der krummlinigen Gewölbaxe eine gebrochene gerade Linie, d. h. ein Polygonalzug, ſo entſteht eine Nebenart des Ringgewölbes, welche mit dem Namen polygonales Tonnengewölbe bezeichnet wird. Hierbei treten die Tonnengewölbe der einzelnen Seiten des Polygons über den Ecken der Axe in einem gemeinſchaftlichen Grat zuſammen.

Fig. 274.



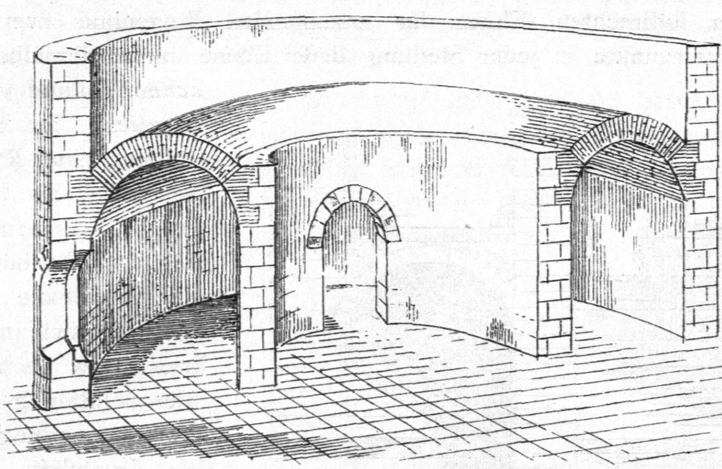
Schnitt AD.




133.
Tonnengewölbe mit Stichkappen.

Schneiden die Gewölbflächen kleinerer Tonnengewölbe das eigentliche Hauptgewölbe, ſo nennt man die erſteren Stichkappen oder Lunetten und das ganze Syſtem ein Tonnengewölbe mit Stichkappen. Der Umſtand, daſs bei niedrig gehaltenen Widerlagern der Tonnengewölbe die Höhe des nutzbaren Raumes unter den Kämpferlinien die Anlage von nur mäſsig hohen Licht- oder Durchgangsöffnungen

Fig. 275.



gestattet, hat darauf geführt, an den Widerlagsmauern gleichsam noch weitere Durchbrechungen des Tonnengewölbes eintreten zu lassen, um hierdurch nicht allein durch schlankere und mit guten Verhältnissen versehene Oeffnungen eine bessere Beleuchtung und Zugänglichkeit des überwölbten Raumes zu erzielen, als solches durch Oeffnungen in den Stirnmauern allein möglich wird, sondern auch den Eindruck der Schwere und des Ernstes, welchen ein Tonnengewölbe an und für sich macht, mehr und mehr zu mildern. Tonnengewölbe mit Stichkappen sind, in wirklicher Pracht und grossem Reichthum ausgestattet, bei den hervorragenden Bauwerken italienischer Renaissance zur Ausführung gekommen und können sich nach wie vor einer grossen Beliebtheit erfreuen. Die Stichkappen selbst haben, als kleine Tonnengewölbe genommen, eine wagrechte, eine schräg aufsteigende oder abfallende oder auch eine gebrochene gerade Linie, seltener eine krumme Linie zur Axe. Ihre Bogenlinie entspricht den Bogenlinien des Tonnengewölbes überhaupt.

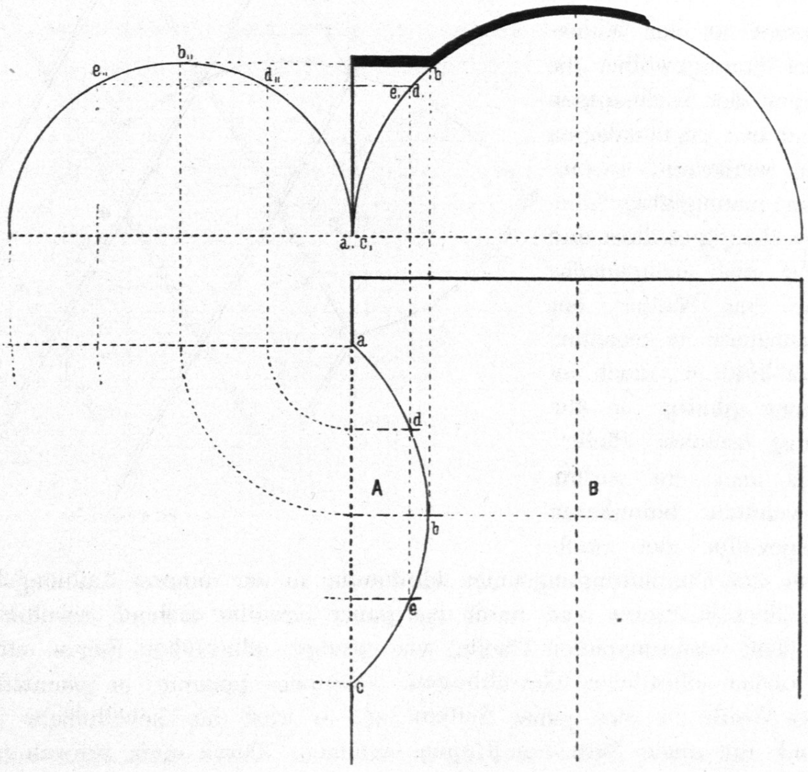
Unter c wird bei der Besprechung der Ausführung der Stichkappen noch die genaue Ausmittelung und das Einfügen derselben in das zugehörige Hauptgewölbe beschrieben werden. Hier möge nur einstweilen der Einfluss der Stichkappen auf die Gesammtbildung des Tonnengewölbes mit Stichkappen gekennzeichnet werden.

In Fig. 276 ist im Grundriss $A$ die Laibungsfläche der Stichkappe mit halbkreisförmiger Bogenlinie und $B$ die Laibungsfläche des Hauptgewölbes, dessen erzeugende Bogenlinie gleichfalls ein Halbkreis ist. Beide Gewölbe haben dieselbe wagrechte Ebene als Kämpferebene und gerade Gewölbaxen, welche sich rechtwinkelig treffen. Die Laibungsflächen $A$ und $B$ schneiden sich, wie aus Fig. 276 ersichtlich ist, in einer leicht zu bestimmenden Durchdringungslinie $abc$, welche hier, wie auch im Allgemeinen meistens bei der Wahl einer bestimmten Bogenlinie für die Stichkappe der Fall ist, nicht allein an und für sich, sondern im Besonderen in der wagrechten Projection als Curve auftritt. In gleicher Weise würde auch die Durchdringungslinie für die Rückenflächen der beiden Gewölbe zu ermitteln sein. Die Fläche zwischen diesen beiden Durchdringungslinien trennt die Stichkappe vom Hauptgewölbe, und dieselbe kann als Laibungsfläche eines besonderen, mit bestimmter Stärke behafteten Gewölbes auftreten, welches sich, mit regelrechtem Fugenschnitte versehen, an das Hauptgewölbe schmiegend und in dasselbe legend, als Stütze für die antretenden Wölbſteine deſſelben dienen, gleichzeitig aber für das in das Hauptgewölbe geſteckte kleinere Stichkappen-Gewölbe den Anſchluſs und die weitere Stütze gewähren muſs.

Hierin iſt der Grundſatz für die Conſtruction der Stichkappen ausgeſprochen.

So gut nun die wagrechte Projection der Durchdringungslinien, ſei die innere oder äuſsere Wölbfläche dabei in Betracht genommen, neben der Bogenlinie des Hauptgewölbes von der Bogenlinie der Stichkappe abhängig gemacht wird, eben ſo gut kann auch umgekehrt dieſe Bogenlinie bei gegebenem Hauptgewölbe von einer beſtimmten, vorweg vorgeſchriebenen wagrechten Projection der Durchdringungslinie abhängig gemacht und unter Berückſichtigung der ſonſt als unveränderlich feſt

Fig. 276.



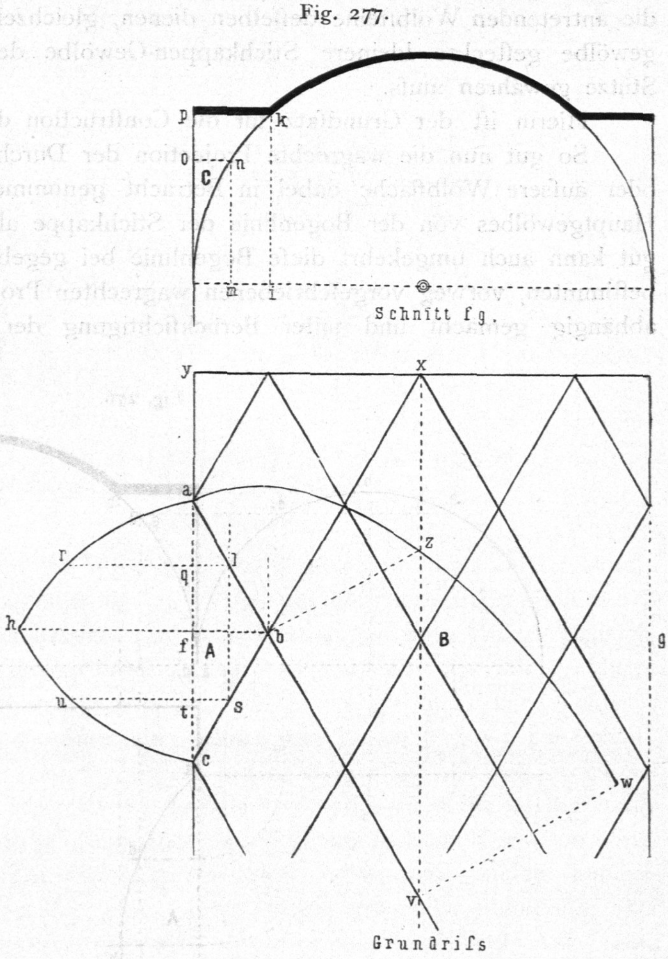

liegenden Beſtimmungsſtücke des übrigen Gewölbkörpers ermittelt werden. Und gerade unter Benutzung dieſer Freiheit iſt eine fernere Grundlage für die weitere Entwickelung des Tonnengewölbes erworben, welche ſich bei der Anordnung der ſog. Netzgewölbe, die ſpäter einer beſonderen Betrachtung unterzogen werden müſſen, in gewiſſem Grade Geltung verſchafft.

In Fig. 277 iſt *A* die wagrechte Projection der Laibungsfläche der Stichkappe und *B* diejenige der halbkreisförmigen Laibungsfläche des Hauptgewölbes. Beide Gewölbe beſitzen dieſelbe wagrechte Kämpferebene. Die Weite der Stichkappe ſei *ac*.

Die wagrechte Projection der Durchdringungslinie ſoll die gebrochene gerade Linie *abc* ſein, deren Stücke Seiten eines gleichſchenkeligen Dreieckes mit der Grundlinie *ac* bilden. Die hiernach zu findende Bogenlinie *ahc* der Stichkappe iſt aus Bogenſchenkeln zuſammengeſetzt, welche im vorliegenden Falle Ellipſen angehören und, wie aus Fig. 277 hervorgeht, in leicht erſichtlicher Weiſe gefunden werden können. So ist z. B. $fh = ik$ und $qr = ut = mn$. Man erhält also für das in das Hauptgewölbe gesteckte Gewölbe einen »elliptischen Spitzbogen« als erzeugende Bogenlinie.

In der lothrechten Ebene $ab$ erscheint die Durchdringungslinie als Theil $az$ einer Ellipse, welche im Viertel als $azw$ dargestellt und deren halbe grosse Axe $av$, deren halbe kleine Axe $vw$ gleich dem Halbmesser $xy$ der Bogenlinie des Hauptgewölbes ist. Im Schnitt $fg$ ist $C$ die lothrechte Projection der Stichkappenfläche.

Fig. 277.




Werden an den Widerlagern des Hauptgewölbes die Einfügungen der Stichkappen in bestimmten, regelmäfsigen Abständen wiederholt, so entspringt eine mannigfaltige Gliederung des Hauptgewölbes und gleichzeitig eine sachgemäfse Auflösung der Massen der Widerlagsmauern in einzelne, wenn auch kräftige, doch im Allgemeinen günstig in die Erscheinung tretende Pfeiler.

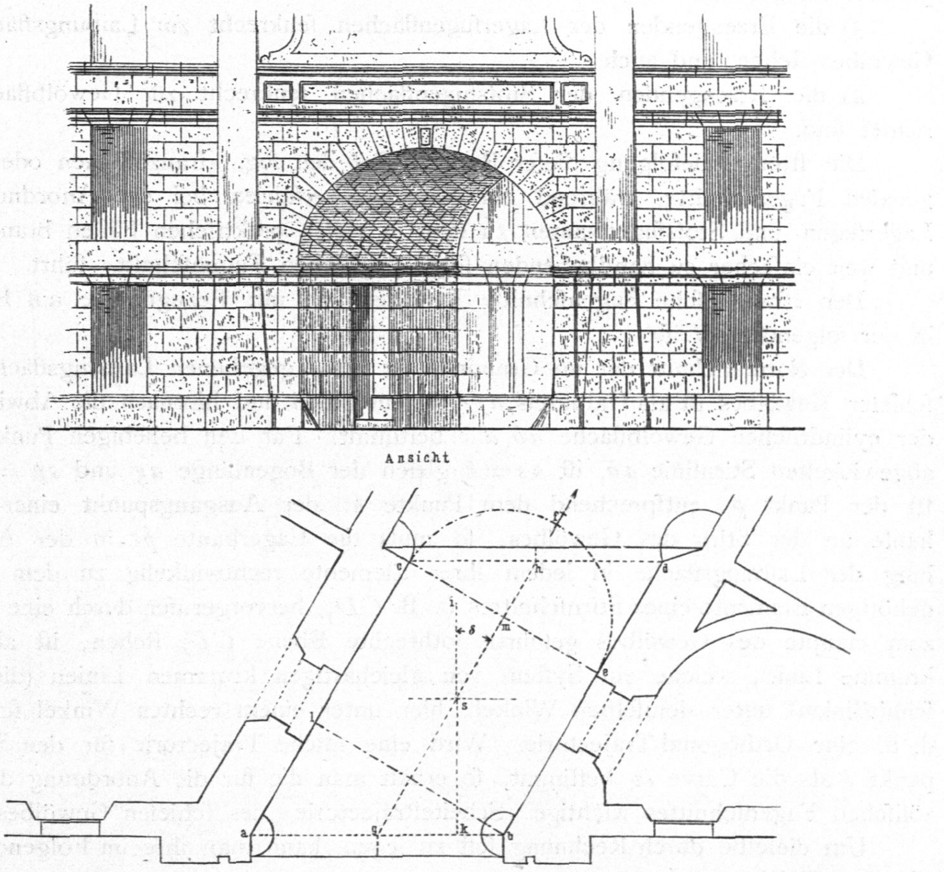
Läfst man die vorhin schon erwähnten besonderen Anschlufsgewölbe der Stichkappen an den Durchdringungslinien selbständig an der inneren Laibungsfläche des Hauptgewölbes vortreten und durch das ganze Gewölbe ziehend erweitern; ordnet man, da diese vorspringenden Theile, wie gezeigt, elliptischen Bogen entsprechen, mehrere solcher elliptischer Gewölbbogen, »Rippen« genannt, in planmäfsiger und decorativer Weise für das ganze System an, so wird die Gewölbfläche in Muster zerlegt und mit einem Netz von Rippen versehen. Durch diese Anordnung ist der Vorläufer für das eigentliche »Netzgewölbe« erzeugt. Treten hier die Rippen nur als ein Schmuck der Tonnengewölbe auf, so werden dieselben bei den Netzgewölben des Mittelalters als eigentliche Träger der Füllgewölbe der einzelnen Felder oder Maschen des Netzes in Anspruch genommen und bieten damit ein Mittel für eine reiche und reizvolle Durchbildung gewölbter Decken nicht allein bei regelmäfsig, sondern auch, da die Netzbildung weit gehende Freiheiten gestattet, bei unregelmäfsig im Grundrifs auftretenden Räumen.

134. Schiefes Tonnengewölbe

Ist die Gewölbaxe $gh$ eines Tonnengewölbes (Fig. 278) nicht rechtwinkelig zur Stirnebene $ab$, bezw. $cd$ eines Gewölbes gerichtet, so entsteht ein **schiefes Gewölbe**. Als Mafs der Schiefe gilt die Gröfse des Winkels $\delta$, um welchen die Richtung der Gewölbaxe von dem Lothe $ik$ zur Stirnebene abweicht. Wenngleich die schiefen Gewölbe im Hochbauwesen thunlichst vermieden werden, so können doch Fälle eintreten, wie z. B. bei Durchfahrten u. f. w., welche die Ausführung fchiefer Gewölbe unter Umftänden erforderlich machen.

Von gröfster Bedeutung für die Durchbildung der fchiefen Gewölbe ift die zweckmäfsige Anordnung der Lager- und Stofsfugenflächen derfelben. Würden die Lagerfugenflächen als Ebenen behandelt, deren Kanten gerade Linien, parallel zu den Widerlagslinien *ac*, bezw. *bd* geführt, fein follten, fo würden, wenn diefe Ebenen — möchten diefelben auch fenkrecht auf der cylindrifchen Laibungsfläche ftehen, deren Erzeugende der Normalfchnitt *cfe* des fchiefen Gewölbes ift — bis an die Stirnen des Gewölbes durchtreten, die aus den einzelnen Wölbfteinen gebildeten

Fig. 278.




Gewölbftücke über den dreieckigen Grundflächen *abl* und *dec* bei *b* und *c*, wo diefelben in einer Linie endigen, kein Widerlager befitzen, alfo, wenn nicht befondere gekünftelte Anordnungen und Verankerungen diefer Gewölbftücke eingeführt würden, nicht ftandfähig fein. Würden bei einer derartigen Wahl der Lagerfugenflächen die Stofsfugenflächen in Ebenen liegend genommen, welche rechtwinkelig zu den Lagerflächen ftehen, fo würden auch an den Stirnen die Wölbfteine eine mangelhafte Stützfläche erhalten, während, wenn die Stofsflächen in Ebenen genommen werden, welche parallel zur Stirnebene ftehen, der letzte Uebelftand wohl gehoben, aber der Mängel des Widerlagers in den Punkten *b* und *c* nicht befeitigt würde.

Zur Vermeidung dieſer Miſsſtände iſt von der gewöhnlichen Anordnung des beim geraden Tonnengewölbe auszuübenden Fugenſchnittes, wonach ſowohl die Lagerflächen als auch die Stoſsflächen in Ebenen liegen, welche je für ſich rechtwinkelig zur Laibungsfläche des Gewölbes ſtehen, bei den ſchiefen Tonnengewölben abzuweichen, und hierfür der ſog. ſchiefe Fugenſchnitt in Anwendung zu bringen. Als Regel für *dieſen ſchiefen Fugenſchnitt gilt meiſt die Beſtimmung*, daſs:

1) die Lagerfugenkanten auf der Laibungsfläche des Gewölbes ſowohl rechtwinkelig zur Stirn, als auch rechtwinkelig zu jedem ferneren parallel zur Stirnebene genommenen Stirnſchnitte ſtehen;

2) die Stoſsfugenkanten rechtwinkelig zu den Lagerkanten gerichtet, alſo parallel zur Stirnlinie ſind;

3) die Erzeugenden der Lagerfugenflächen ſenkrecht zur Laibungsfläche des Gewölbes ſtehen, und auch

4) die Erzeugenden der Stoſsfugenflächen ſenkrecht zur Gewölbfläche gerichtet ſind.

Die ſtrenge Befolgung dieſer Regel liefert den ſog. »franzöſiſchen oder orthogonalen Fugenſchnitt«, während ein Näherungsverfahren bei der Anordnung der Lagerfugen- und Stoſsfugenkanten zu dem in vielen praktiſchen Fällen brauchbaren und weit einfacher zu handhabenden ſog. »engliſchen Fugenſchnitt« führt.

Der »franzöſiſche Fugenſchnitt« geſtaltet ſich mit Bezugnahme auf Fig. 279 in der folgenden Weiſe.

Der Normalſchnitt der im Grundriſs als $abcd$ gegebenen Laibungsfläche eines ſchiefen Gewölbes iſt als Halbkreis $afe$ angenommen und hiernach die Abwickelung der cylindriſchen Gewölbfläche $ab_1d_1c$ beſtimmt. Für den beliebigen Punkt $p$ der abgewickelten Stirnlinie $ab_1$ iſt $as = x$ gleich der Bogenlänge $ag$ und $sp = y = ih$. Iſt der Punkt $p$, entſprechend dem Punkte $h$, der Ausgangspunkt einer Lagerkante an der Stirn des Gewölbes, ſo muſs die Lagerkante $pt$ in der Abwickelung der Laibungsfläche in jedem ihrer Elemente rechtwinkelig zu dem ihr zugehörigen Elemente eines Stirnſchnittes (z. B. $CD_1$, hervorgerufen durch eine parallel zum Haupte des Gewölbes geführte lothrechte Ebene $CD$) ſtehen, iſt alſo eine krumme Linie, welche ein Syſtem von gleichartigen krummen Linien (die Stirnſchnittlinien) unter demſelben Winkel, hier unter einem rechten Winkel ſchneidet, d. h. eine Orthogonal-Trajectorie. Wird eine ſolche Trajectorie für den Scheitelpunkt $l$ als die Curve $lv$ beſtimmt, ſo erhält man die für die Anordnung des franzöſiſchen Fugenſchnittes wichtige »Scheiteltrajectorie« des ſchiefen Gewölbes.

Um dieſelbe durch Rechnung feſt zu legen, kann man ihre im Folgenden entwickelte Gleichung benutzen.

Bezeichnet $r$ den Halbmeſſer des für den Normalſchnitt $ae$ gewählten Kreisbogens (hier ein Halbkreis), $\beta$ das Bogenmaſs für den Halbmeſſer 1 und $\alpha$ den Winkel der Schiefe, ſo iſt, bei Annahme des rechtwinkeligen Coordinaten-Syſtemes $XY$ mit dem Anfangspunkte $a$, für einen beliebigen Punkt $p$ $(x, y)$ der »abgewickelten Stirnlinie« $ab_1$, die Abſciſſe $as$ gleich der Bogenlänge $ag$, d. h.

$$x = r\beta, \qquad \ldots \ldots \ldots \quad 111.$$

oder, wenn der zugehörige Centriwinkel $amg$ des Bogens $ag$ eine Gröſse von $\beta$ Graden beſitzt, ſofort

$$x = r \frac{\pi}{180^0} \beta^0 \qquad \ldots \ldots \ldots \quad 112.$$

Die Ordinate $y = sp$ des betrachteten Punktes $p$ wird, da $sp = ih$ und

$$ih = ia \,.\, \operatorname{tg}\alpha = (r - mi)\operatorname{tg}\alpha = (r - r\cos\beta)\operatorname{tg}\alpha$$

ist, durch

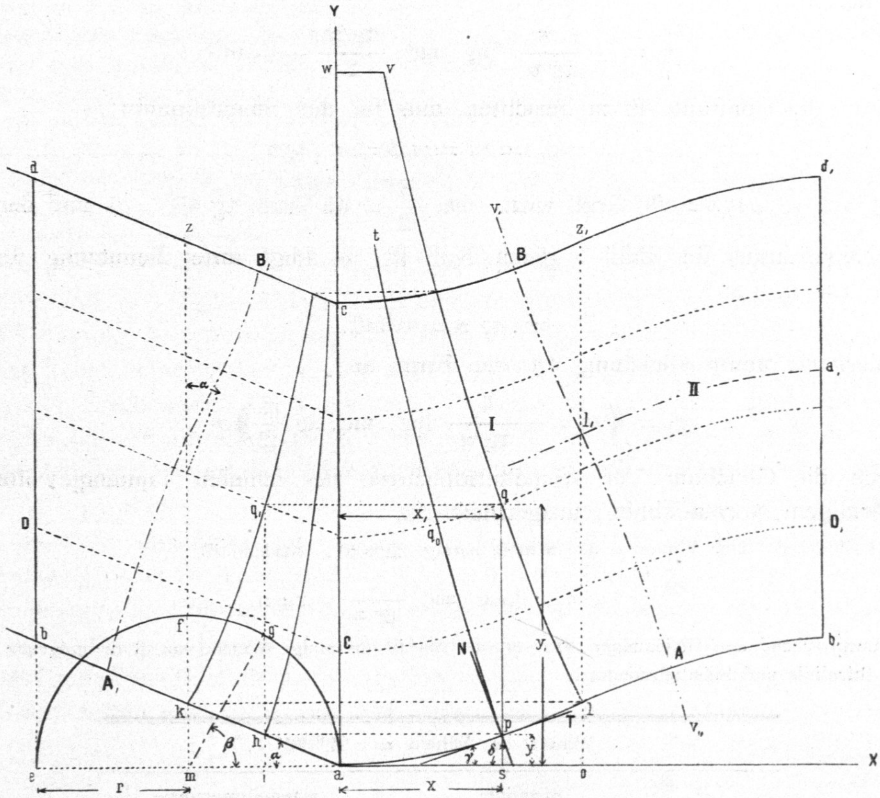
$$y = \operatorname{tg}\alpha\,(1 - \cos\beta)\,r \quad \ldots\ldots\ldots \quad 113.$$

bestimmt.

Für die im Punkte $p$ beginnende Trajectorie $pt$ ist, wenn für diesen Curvenpunkt nur zur Unterscheidung von der abgewickelten Stirnlinie die Coordinaten $x_1, y_1$ statt $x, y$ eingeführt werden, in Bezug auf die Tangente $pN$ im Elemente $p$ der Trajectorie

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{dy_1}{-dx_1} = -\frac{dy_1}{dx_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 114.$$

Fig. 279.




Nun ist aber, da $pN$ rechtwinkelig auf der im Elemente $p$ der Stirnlinie $ab_1$ vorhandenen Tangente $pT$ stehen soll, $\operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}(90 - \delta) = \operatorname{cotg}\delta = \frac{1}{\operatorname{tg}\delta}$ oder

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma}\,; \quad \ldots\ldots\ldots \quad 115.$$

mithin unter Benutzung von Gleichung 114

$$dy_1 = -\frac{dx_1}{\operatorname{tg}\gamma}\,,$$

oder, da für den Punkt $p$ auch $x_1 = x$, also $dx_1 = dx$ ist, auch

$$dy_1 = -\frac{dx}{\operatorname{tg}\gamma} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 116.$$

Nun ist auch $\operatorname{tg}\gamma = \dfrac{dy}{dx}$ und aus Gleichung 111 folgt

$$dx = r \, . \, d\beta; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 117.$$

ferner erhält man aus Gleichung 113: $dy = r \operatorname{tg} \alpha \, . \sin \beta \, . \, d\beta$; mithin wird

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{r \operatorname{tg} \alpha \, . \sin \beta \, d\beta}{r \, . \, d\beta} = \operatorname{tg} \alpha \, . \sin \beta \, . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 118.$$

Unter Einführung der Werthe aus den Gleichungen 117 u. 118 in Gleichung 116 erhält man

$$dy_1 = - \frac{r \, . \, d\beta}{\operatorname{tg} \alpha \, . \sin \beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 119.$$

als Differentialgleichung der Trajectorie. Durch Integration dieser Gleichung ergiebt sich

$$y_1 = - \frac{r}{\operatorname{tg} \alpha} \log. \text{nat.} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} + \text{Const.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 120.$$

Für die Constante ist zu beachten, dass für den Scheitelpunkt $l$

$$y = y_1 = ol = mk = r \, . \operatorname{tg} \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 121.$$

und $\sphericalangle \beta = \sphericalangle amf = 90$ Grad wird. Da $\dfrac{\beta}{2} = 45$ Grad, $\operatorname{tg} 45^0 = 1$ und der natürliche Logarithmus der Zahl 1 gleich Null ist, so folgt unter Benutzung der Ausdrücke 120 u. 121

$$r \, . \operatorname{tg} \alpha = \text{Const.},$$

und hiernach nimmt Gleichung 120 die Form an:

$$y_1 = \left( \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \log. \text{nat.} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \right) r, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 122.$$

wodurch die Gleichung der »Scheiteltrajectorie des schiefen Tonnengewölbes mit kreisförmigem Normalschnitt« ausgedrückt ist.

Beispiel. Der Winkel $\alpha$ der Schiefe betrage $22^0 \, 30'$. Alsdann ist

$$\operatorname{tg} \alpha = 0{,}4142 \quad \text{und} \quad \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = 2{,}4143.$$

Entsprechend den Gleichungen 112, 113 u. 122 ist für einige Werthe von $\beta$ die folgende Tabelle für die Stirnlinie und Scheiteltrajectorie

| Winkel der Schiefe $\alpha = 22^0 30'$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\beta$ | Stirnlinie | | Scheiteltrajectorie | |
| | $x$ | $y$ | $x_1 = x$ | $y_1$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $\infty$ |
| 30 | 0,5236 | 0,0555 | 0,5236 | 3,5938 |
| 60 | 1,0472 | 0,2071 | 1,0472 | 1,7402 |
| 75 | 1,3090 | 0,3070 | 1,3090 | 1,0544 |
| 90 | 1,5708 | 0,4142 | 1,5708 | 0,4142 |
| Grad | $r$ | $r$ | $r$ | $r$ |

berechnet. In Fig. 279 ist $\alpha = 22^0 \, 30'$ und $r = 3^{\text{m}}$ genommen. Für $\beta = 60^0$ ergiebt sich für den Punkt $q$ der Scheiteltrajectorie $lv$ demnach die Abscisse $x_1 = as =$ Bogen $ag = 1{,}0472 \, . \, 3 = 3{,}1416^{\text{ m}}$; die Ordinate $y_1 = sq = 1{,}7402 \, . \, 3 = 5{,}2206^{\text{ m}}$.

Ift in einem gegebenen einzelnen Falle die Scheiteltrajectorie $lv$ in Verbindung mit der halben abgewickelten Stirnlinie $al$ und der Widerlagslinie $aY$ durch Zeichnung feft gelegt, fo kann das Flächenftück $alvw$ ohne Weiteres als Lehre (Schablone) zur Beftimmung der fämmtlichen Lager- und Stofsfugenkanten auf der abgewickelten Laibungsfläche $ab_1d_1c$ benutzt werden. Hierbei ift nur das Folgende zu berückfichtigen.

Die Scheitellinie $lz_1$ fcheidet die abgewickelte Fläche $ab_1c_1d$ in die beiden Theile $I$ und $II$. Für die Lager- und Stofskanten des Theiles $I$ gleitet die Lehre mit ihrer Seite $aw$ ftets an der Widerlagslinie $ac$ fort, während für jene Kanten des Theiles $II$ die Lehre an der mit $ac$ parallelen Linie $b_1d_1$ fortzubewegen ift.

Ift z. B. $p$ ein Theilpunkt der Gewölbftirn (Fugenpunkt) des Theiles $I$, fo führt man die Lehre mit ihrer Seite $aw$ fo lange an $ac$ entlang, bis die Curve $lv$ mit einem Elemente durch den Punkt $p$ läuft, und zeichnet alsdann das auf die Fläche $I$ von $lv$ fallende Curvenftück $pt$ als Lagerkante vor. Die Stofsfugenkanten find am Stirnbogenftücke $al$ vorzuzeichnen. Würde etwa der Punkt $q$ der Ausgangspunkt einer folchen Kante fein, fo verfchiebt man die Lehre an $ac$ fo lange, bis ein Element der Stirnlinie $al$ durch $q$ läuft, und zeichnet $qq_0$ als Stofskante ein.

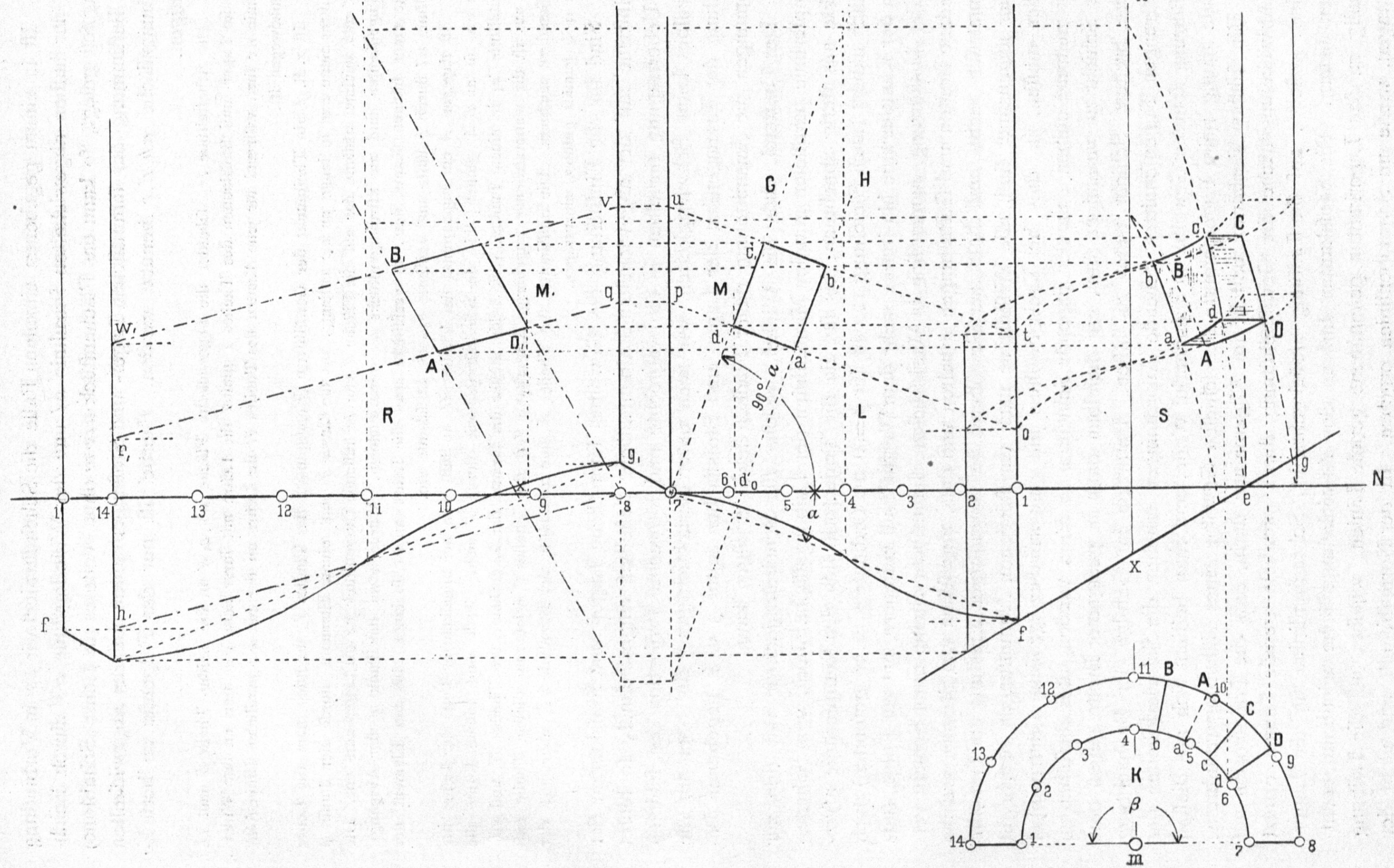
Ift dagegen $A$ ein Fugenpunkt des Theiles $II$, fo läfft man bei umgekehrter Lage der Lehre die Seite $aw$ fo an $d_1b_1$ gleiten, bis die Scheiteltrajectorie durch $A$ zieht. Trifft eine folche Kante die Scheitellinie $lz_1$ in einem Punkte $l_1$, fo bildet diefer die Grenze der Lagerkante des Theiles $II$, und von hier aus ift die weiterziehende zugehörige Lagerkante $l_1B$ des Theiles $I$ wiederum diefem Theile entfprechend zu zeichnen. Die Stofskanten des Theiles $II$ find mit Hilfe der Stirnlinie $al$, aber jetzt der Lage $a_1l_1$ gemäfs geführt, einzutragen.

Sind für die Eintheilung des Gewölbes fämmtliche Lager- und Stofskanten der Wölbfteine auf der abgewickelten Laibungsfläche deffelben eingezeichnet, fo bietet die Uebertragung derfelben in die wagrechte und lothrechte Projection des fchiefen Gewölbes keine Schwierigkeiten, wie auch unter Berückfichtigung der oben für die Stellung der Erzeugenden der Lager- und Stofsflächen unter 3 u. 4 gegebenen Beftimmungen die Ausmittelung diefer Flächen leicht erfolgen kann.

Der Umftand, dafs die Winkel, welche die Scheiteltrajectorie mit den zur Kämpferlinie parallelen geraden Mantellinien der Laibungsfläche bildet, vom Scheitelpunkte aus ftetig abnehmen, bis fie, da die Trajectorie fich der Kämpferlinie afymptotifch nähert (nach Gleichung 122 ift für $\beta = 0$ die Ordinate $y_1 = \infty$ gefunden) auch nach der Kämpferlinie hin immer mehr dem Werthe Null zufteuern, hat zur Folge, dafs bei der Ausführung, namentlich in Werkftücken, fämmtliche Steine einer Schicht verfchiedene Breiten und Geftaltungen erhalten und dafs, abgefehen von Steinen, welche fymmetrifch rechts und links zur Gewölbaxe bei forgfältiger Theilung im Gewölbkörper angeordnet find, alle Wölbfteine nach verfchiedenen Abmeffungen bearbeitet werden müffen, ja, dafs bei Kreisgewölben mit einigermafsen grofsem Centriwinkel felbft mehrere neben einander liegende Schichten fo dünn werden, dafs diefelben zu einer Schicht zu vereinigen find, um diefelben dann in geeigneter Breite gegen eine andere breitere Schicht treten zu laffen. Derartige im Gefolge der Beobachtung des ftrengen Fugenfchnittes ftehende Anordnungen erhöhen die Schwierigkeiten der Ausführung fchiefer Gewölbe in mancherlei Weife, und man bedient fich aus diefem Grunde häufig beim Fugenfchnitte der fchiefen Gewölbe eines Näherungsverfahrens.

Ein folches Verfahren befteht im Allgemeinen darin, dafs die Trajectorien auf der Abwickelungsfläche der Gewölbelaibung durch parallele gerade Linien erfetzt werden, welche, auf die Laibung zurückgebracht, Schraubenlinien für die Lagerkanten liefern. Die Stofskanten find in der Abwickelungsfläche wiederum rechtwinkelig zu den Lagerkanten genommene gerade Linien, welche, auf die Laibung übertragen, wiederum Schraubenlinien ergeben. Ift der Normalfchnitt und nicht der

Fig. 280.



N
N
G
H
M
M,
R
L
S
K
x
x
v
u
q
p
B,
A,
D,
c,
b,
d,
a
c
C
b
B
d
D
a
A
t
o
w,
r,
g,
f
h,
f
e
g
6
d'0
α
90° − α
1
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
11
B
A
10
C
12
D
13
4
b
a
5
c
3
g
d
2
6
β
14
1
m
7
8

Stirnbogen des fchiefen Gewölbes bei diefer Fugenanordnung ein Halbkreis oder ein Kreisfegment, fo ift man bei forgfältiger Theilung der Wölbfchichten im Stande, den fämmtlichen Wölbfteinen, mit Ausnahme der Stirn- und Kämpferfteine, congruente Laibungsflächen zu geben.

Die Lager- und Stofsflächen befitzen gerade Linien als Erzeugende, welche fenkrecht zur Laibung ftehen. Da die Lagerkanten in der Abwickelung parallele gerade Linien find, fo fchneidet jede derfelben die zur Kämpferlinie des Gewölbes parallelen Mantellinien ftets unter demfelben Winkel, dem »conftanten Fugenwinkel«.

Auf diefen Grundfätzen beruht der fog. »englifche Fugenfchnitt«, welcher in der Ausführung weit weniger Umftände verurfacht, als der vorhin befprochene franzöfifche Fugenfchnitt.

Zur näheren Erklärung des »englifchen Fugenfchnittes« möge Fig. 280 dienen.

In derfelben ift $S$ ein Theil des Grundriffes des fchiefen Gewölbes mit der **Axe** $XX$, $L$ **die** Abwickelung der inneren, $R$ die der oberen Gewölbfläche und $K$ der in der Ebene $NN$ ftehende Normalfchnitt des Gewölbes, welcher als Halbkreis gewählt ift.

In der abgewickelten Gewölbfläche $L$ ift die maisgebende Lagerkante durch den an der Stirn befindlichen Kämpferpunkt $7$, welcher dem Punkte $e$ in $S$ auf $NN$ entfpricht, als gerade Linie $7\,G$ rechtwinkelig zur geraden Verbindungslinie $f\,7$ der Endpunkte der abgewickelten Stirnlinie gelegt, fo dafs $7\,G$ die Richtung aller Lagerkanten, $G$, $H$ u. f. w., $f\,7$ die Richtung aller Stofskanten $op$, $tu$ u. f. w., wobei letztere fonft für die einzelnen Wölbfchichten im Verbande ftehen, bezeichnet. Die Lagerkanten fchneiden die zu der Kämpferlinie $ft$ parallelen Mantellinien unter dem conftanten Fugenwinkel $\alpha$; die Stofskanten treffen diefe Mantellinien unter einem Winkel $90^0 - \alpha$.

Durch diefe Anordnung ergiebt fich die abgewickelte Laibungsfläche eines Wölbfteines z. B. als das Rechteck $a_1\,b_1\,c_1\,d_1$.

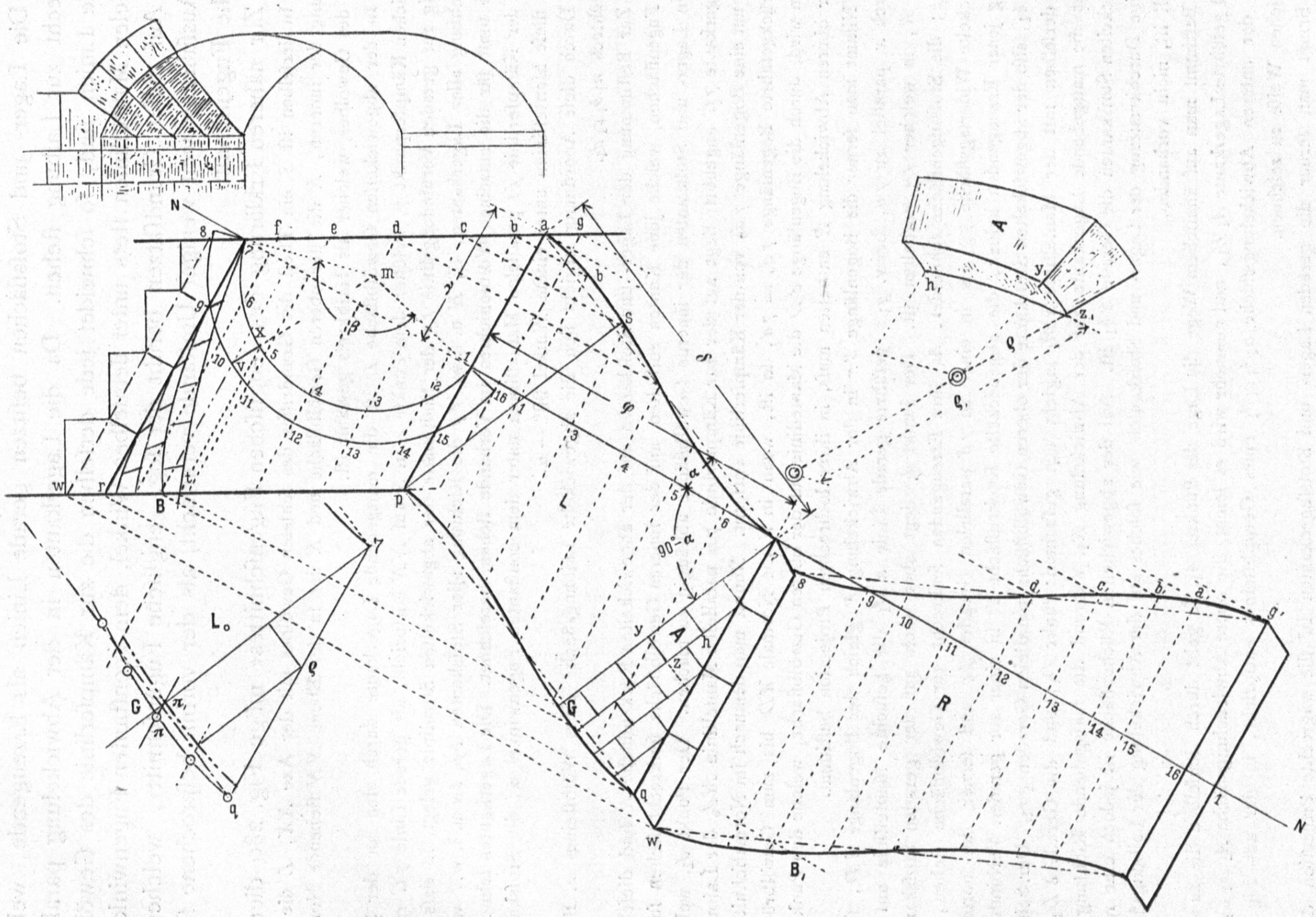
Zur Beftimmung der Lager- und Stofskanten auf der abgewickelten Rückenfläche $R$ find diefelben, da die Fugenflächen, welche jene Kanten enthalten, auf der inneren Gewölbfläche fenkrecht ftehen follen, von den Lager- und Stofskanten der inneren Gewölbfläche abhängig zu machen. Der Punkt $d_1$, welcher der Lagerkante $7\,G$ angehört, liegt auf der zur Kämpferlinie $7\,u$ parallelen Mantellinie $M d_0$ der Laibungsfläche, um eine Bogenlänge $7\,d_0$ von der Kämpferlinie entfernt. Nimmt man demnach im Normalfchnitte $K$ die zurückgeführte Bogenlänge $7\,d_0 = 7\,d$, fo ift, wenn in $d$ die Normale $dD$ bis zum Gewölbrücken gezogen wird, durch die Bogenlänge $8\,D$ die Mantellinie auf der oberen Gewölbfläche, welche den Punkt $D_1$ auf der oberen Abwickelung $R$ enthalten mufs, in ihrer lothrechten Projection beftimmt.

Nimmt man ferner die Bogenlänge $8\,x$ in der Abwickelung $R$ gleich der Bogenlänge $8\,D$, fo ift die durch $x$ parallel zu $7\,u$, bezw. $g_1\,v$ geführte gerade Linie $x\,M_1$ die gefuchte Mantellinie auf der Fläche $R$, in welcher $D_1$ enthalten ift. Der Punkt $d_1$ liegt aber auch auf der geraden Stofskantenlinie $op$; die Stofsfugenfläche fchneidet, da ihre Erzeugenden fenkrecht zur Gewölbfläche ftehen, die abgewickelte Widerlagsfläche $7\,g_1\,v\,u$ in einer zu $7\,8$ parallelen Geraden $pq$ und ferner, der normalen Stellung jener Erzeugenden halber, die abgewickelte Rückenfläche $R$ in einer zur geraden Verbindungslinie $8\,h_1$, alfo der abgewickelten Stofskante der oberen Gewölbfläche parallelen Geraden $q\,r_1$. Der Schnittpunkt derfelben mit der Mantellinie $x\,M_1$ ergiebt den gefuchten Punkt $D_1$, und die Gerade $8\,D_1$ bezeichnet die mafsgebende Lagerkante auf der Abwickelung $R_1$, während die mafsgebende Richtung der abgewickelten Stofskanten die Gerade $8\,h_1$ ift. Auf der abgewickelten Rückenfläche ift jedoch eine rechtwinkelige Durchkreuzung der Lager- und Stofskanten, wie folches auf der Abwickelung der Laibungsfläche der Fall ift, nicht vorhanden.

Beftimmt man auf ähnlichem Wege die Lage des Punktes $A_1$, fo geht durch denfelben die zu $8\,D_1$ parallel geführte Lagerkante $A_1\,B_1$, und nunmehr wird es leicht, die obere Abwickelungsfläche $A_1\,B_1\,C_1\,D_1$, welche der unteren Abwickelungsfläche $a_1\,b_1\,c_1\,d_1$ eines Gewölbfteines entfpricht, in der aus Fig. 280 erfichtlichen Weife zu zeichnen.

Bringt man ferner die geraden Lager- und Stofsfugenkanten in die wagrechte Projection durch bekannte Operationen zurück, fo erhält man die Schraubenlinien, welche in $ab$ und $dc$ die Lagerkanten, in $ad$ und $bc$ die Stofskanten des gewählten Wölbfteines auf der inneren Laibungsfläche, dagegen in $AB$ und $DC$ die Lagerkanten und in $AD$ und $BC$ die Stofskanten deffelben auf der Rückenfläche des fchiefen Gewölbes enthalten, während die geraden Linien $aA$, $bB$, $cC$ und $dD$ die Grenzerzeugenden der als Schraubenflächen auftretenden Lager- und Stofsfugenflächen find.

Fig. 281.


N
8
f
e
d
c
b
a
g
m
β
x
y
s
φ
α
90°-α
L
A
y
h
z
G
q
w
r
B
t
p
w,
B,
R
L₀
ρ
G
π
π,
q,
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
1
N
d,
c,
b,
a,
g'
A
y,
h,
z,
ρ
ρ,

Unter Beobachtung der für den englifchen Fugenfchnitt geltenden Grundfätze ift in Fig. 281 ein fchiefes Gewölbe, deffen Normalfchnitt ein Kreisbogen mit dem Centriwinkel $\beta$ ift, in Rückficht auf die weitere Fugentheilung dargeftellt. Die mafsgebende Lagerkante $7G$ foll im Endpunkte $7$ der Kämpferlinie $7q$ beginnen und auf der für die Stofskanten mafsgebenden Richtung $7a$ rechtwinkelig ftehen; gleichzeitig foll auch im günftigften Falle der auf der Stirnlinie $pq$ liegende Endpunkt $G$ diefer Lagerkante ein Theilpunkt für die Gewölbstirn werden. Die Anzahl der Wölbfteine an der Stirnfläche mufs aber, damit, wie bekannt, zu beiden Seiten des Schlufsfteines eine gleiche Zahl von Wölbfteinen vorhanden ift, eine ungerade fein. Theilt man nun die abgewickelte Stirnlinie unter Beobachtung fonft günftiger Breitenabmeffungen der Wölbfteine in eine folche ungerade Anzahl gleich grofser Strecken ein, fo wird im Allgemeinen ein folcher Gewölbtheilpunkt nicht fofort oder auch felbft nicht nach mehreren Theilverfuchen mit dem Punkte $G$ zufammenfallen. Tritt diefer Umftand ein, fo verfährt man am beften, wenn man die Länge $7q$ der Kämpferlinie des Gewölbes, wie bei $L_0$ in Fig. 281 zu erfehen ift, um ein an und für fich meiftens geringes Stück $\pi\pi_1$ fo abändert, dafs die abgewickelte Stirnlinie durch den Punkt $\pi_1$ geht, welcher alsdann auch Endpunkt der mafsgebenden Lagerkante wird. Auf diefe verlegte Stirnlinie werden die Theilpunkte des Gewölbehauptes ohne Weiteres übertragen und durch diefelben die zu $7\pi_1$ parallelen Lagerkanten gezogen. Die auf Verband zu ordnenden Stofskanten richten fich zunächft nach den Punkten $\rho$, in welchen die Lagerkanten die Kämpferlinien treffen, und nunmehr ift die Theilung der einzelnen Wölbfchichten durch Stofskanten fo vorzunehmen, dafs, abgefehen von den Stirnfteinen, in allen Schichten lauter gleich lange Wölbfteine vorkommen.

Die Kämpferfteine bilden in ihrer Gefammtheit einen fägeförmigen Anfatz für die Wölbfchichten und erhalten unter der eigentlichen nur angearbeiteten Kämpferlinie ihrer Haltbarkeit halber ftets eine entfprechende Verftärkung (Ueberhöhung).

Die Stirnfteine bieten bei der Bearbeitung wohl einige Schwierigkeiten. Nur die rechts und links an den Häuptern fymmetrifch liegenden Steine werden gleich grofs und fymmetrifch geformt. Die Stirnfugen felbft find Schnittlinien der Schraubenflächen der Lagerflächen mit der Ebene der Stirn, alfo im Allgemeinen krumme Linien. Immerhin find alle diefe Umftände weit zurückftehend gegen die, welche fich bei der Herftellung der fchiefen Gewölbe nach dem franzöfifchen Fugenfchnitte geltend machen.

Für die keilförmige Verjüngung der eigentlichen Wölbfteine erhält man als Mafs Kreisbogen mit Radien $\rho$ und $\rho_1$, welche in Fig. 281 für einen Wölbftein $A$ eingefchrieben find. Durch die Anwendung diefer Kreisbogen kann die Formgeftaltung der Steine erleichtert werden.

Zur Beftimmung des Krümmungshalbmeffers $\rho$ der Schraubenlinie für die Stofsfugenkante $z_1 y_1$ am Steine $A$ ift die von der Geraden $7a$ abhängige Schraubenlinie mafsgebend. Mit Bezugnahme auf Fig. 281 ift, wenn $r$ den Radius $m7$ des Normalfchnittes des Cylinders, auf welchem die Schraubenlinie liegt und $\alpha$ den Steigungswinkel $17a$ derfelben auf der Abwickelung $L$ bezeichnet, allgemein

$$\rho = \frac{r}{\cos \alpha^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 123.$$

Es ift aber $\cos \alpha = \frac{\varphi}{\delta}$, alfo

$$\cos \alpha^2 = \frac{\varphi^2}{\delta^2} = \frac{\varphi^2}{\varphi^2 + \gamma^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 124.$$

Aus den Gleichungen 123 u. 124 folgt

$$\rho = \frac{r}{\frac{\varphi^2}{\varphi^2 + \gamma^2}} = \frac{r}{\varphi^2}(\varphi^2 + \gamma^2)$$

oder

$$\rho = r\left[1 + \left(\frac{\gamma}{\varphi}\right)^2\right] \quad \ldots \ldots \ldots \quad 125.$$

Für den Centriwinkel β des als Kreisbogen genommenen Normalſchnittes des ſchiefen Gewölbes wird

$$\varphi = \frac{\pi r}{180^0} \beta^0 , \quad \ldots \ldots \ldots \quad 126.$$

wodurch Gleichung 125 übergeht in

$$\rho = r + \left( \frac{180^0 \cdot \gamma}{\pi \beta^0} \right)^2 \frac{1}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 127.$$

Der Krümmungshalbmeſſer $\rho_1$ der Schraubenlinie für die Lagerkante $z_1 h_1$ des Steines $A$ ergiebt ſich mit Hilfe der für dieſe Schraubenlinie in der Abwickelung maſsgebenden Geraden $7G$, für welche der Steigungswinkel $I 7 G = 90 - \alpha$ in Betracht kommt, durch den Ausdruck

$$\rho_1 = \frac{r}{\cos (90 - \alpha)^2} = \frac{r}{\sin \alpha^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 128.$$

Nun iſt $\sin \alpha = \frac{\gamma}{\delta}$, alſo

$$\sin \alpha^2 = \frac{\gamma^2}{\delta^2} = \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \varphi^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 129.$$

Aus der Verbindung von Gleichung 128 mit 129 folgt

$$\rho_1 = \frac{r}{\frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \varphi^2}} = r \left[ 1 + \left( \frac{\varphi}{\gamma} \right)^2 \right],$$

oder, wenn für $\varphi$ der Werth aus Gleichung 126 eingeſetzt wird,

$$\rho_1 = r + \left( \frac{\pi \, r \, \beta}{180^0 \, \gamma} \right)^2 r \quad \ldots \ldots \ldots \quad 130.$$

Iſt der Normalſchnitt des ſchiefen Gewölbes ein Halbkreis, wofür β = 180 Grad wird, ſo erhält man für dieſen beſonderen Fall, entſprechend Gleichung 127,

$$\rho = r + \left( \frac{\gamma}{\pi} \right)^2 \frac{1}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 131.$$

und gemäſs Gleichung 130

$$\rho_1 = r + \left( \frac{\pi \, r}{\gamma} \right)^2 r \quad \ldots \ldots \ldots \quad 132.$$

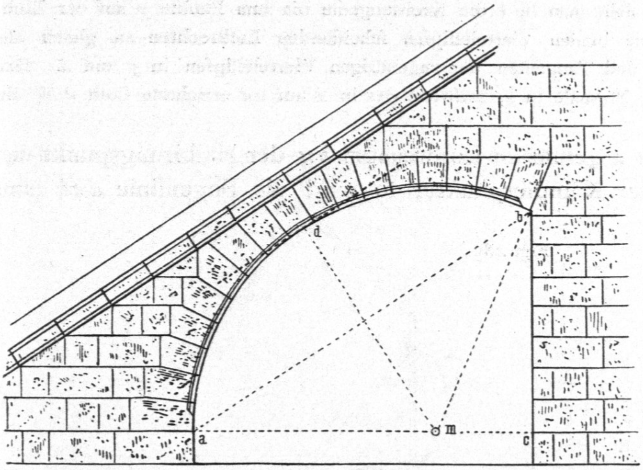
Noch möge hier die Bemerkung Platz finden, daſs die Anwendung des conſtanten Fugenwinkels bei ſchiefen Gewölben eine gewiſſe Grenze hat, welche nicht überſchritten werden darf, wenn kein Ausbauchen der Gewölbſtirnen eintreten ſoll. Dieſer Punkt kann jedoch erſt bei Beſprechung der Ausführung der Tonnengewölbe (unter c) näher berührt werden, wobei dann ferner unter Berückſichtigung des zur Verwendung gelangenden Wölbmaterials auch noch die Verfahren gekennzeichnet werden ſollen, wonach in vereinfachter Weiſe die Herſtellung von ſchiefen Gewölben für etwa vorzunehmende Deckenbildungen erfolgen kann.

135. Einhüftiges Tonnengewölbe.

Liegen die wagrechten Kämpferlinien eines Tonnengewölbes (Fig. 282) in zwei verſchiedenen wagrechten Ebenen, ſo heiſst daſſelbe kurz ein einhüftiges Gewölbe.

Der Abſtand $bc$ jener wagrechten Ebenen entſpricht der »Hüfthöhe«, während die wagrechte Entfernung $ac$ der durch $a$ und $b$ gehenden lothrechten Ebenen die Spannweite des Gewölbes ergiebt.

Fig. 282.




Als Erzeugende der einhüftigen Gewölbe kann irgend eine geſetzmäſsig gebildete ebene Curve benutzt werden. Bei gegebenen Kämpferpunkten *a* und *b* kann in vielen Fällen ein Kreisbogen Verwendung finden, welcher im tiefſtgelegenen Kämpferpunkte *a* eine lothrechte Tangente beſitzt und ſonſt die gerade Verbindungslinie *ab* als Sehne erhält. Ein derartiger um *m* zu beſchreibender, leicht zu beſtimmender Kreisbogen hat in ſeinem Halbirungspunkte *d* eine parallel zu *ab* gerichtete Tangente, welche als allgemeine Richtungslinie für den vom Gewölbe getragenen Ueberbau gelten kann.

Nicht immer kann jedoch der Punkt *d* Halbirungspunkt der beabſichtigten erzeugenden Bogenlinie oder die allgemeine Richtungslinie nicht parallel der Verbindungslinie *ab* bleiben, ſo daſs ein Kreisbogen nicht mehr ohne Weiteres als günſtig für die Erzeugende des Gewölbes erſcheint. Da auſserdem in mancher Beziehung der Anſatz der Erzeugenden in den Kämpferpunkten mit lothrechter Tangente erwünſcht iſt, ſo ſetzt man an die Stelle des Kreisbogens als Erzeugende ſehr oft elliptiſche Bogen oder Korbbogen.

In Fig. 283 iſt die Erzeugende *acb* aus zwei Viertelellipſen *ac* und *bc* zuſammengeſetzt, welche in *a* und *b* lothrechte Tangenten, in dem ſonſt zwiſchen *a* und *b* beliebig gewählten Punkte *c* eine gemeinſchaftliche Tangente *cx*, welche parallel zu *ab* zieht, beſitzen. Die Punkte der einzelnen elliptiſchen Bogen ſind durch die ſog. Vergatterung ermittelt, wobei der um *b* beſchriebene Viertelkreis *wx*, deſſen Halbmeſſer gleich der Strecke $c\gamma$ auf der durch den gegebenen Punkt *c* geführten Lothrechten *zu* iſt, für die lothrechten Ordinaten der Ellipſenſtücke maſsgebend wird.

Theilt man die Strecken $\gamma a$, $\gamma b$ und den Halbmeſſer *bw* des Viertelkreiſes *wx* proportional, ſo gehören den entſprechenden proportionalen Theilpunkten die aus dem Viertelkreiſe zu entnehmenden lothrechten Ordinaten den geſuchten Ellipſenpunkten an.

Die proportionale Theilung erfolgt einfach mit Hilfe des Dreieckes *aub*, deſſen Spitze *u* beliebig auf der durch *c* geführten Lothrechten *zu* angenommen iſt, und mittels des Dreieckes *bwv*, deſſen Seite *bv* auf der Lothrechten *yb* gleich der Strecke $\gamma u$ gemacht wurde.

Zieht man durch den beliebig genommenen Punkt $\beta_1$ der Strecke $\gamma b$ die Lothrechte *gf*, wobei *f* auf *ub* liegt, alsdann durch *f* die Gerade *he* parallel zu *ab*, durch *e* die Lothrechte *ed*, ſo iſt $\beta_{,,}$ ein dem Theilpunkte $\beta_{,}$ der Strecke $\gamma b$ entſprechender proportionaler Theilpunkt der Strecke $\gamma a$.

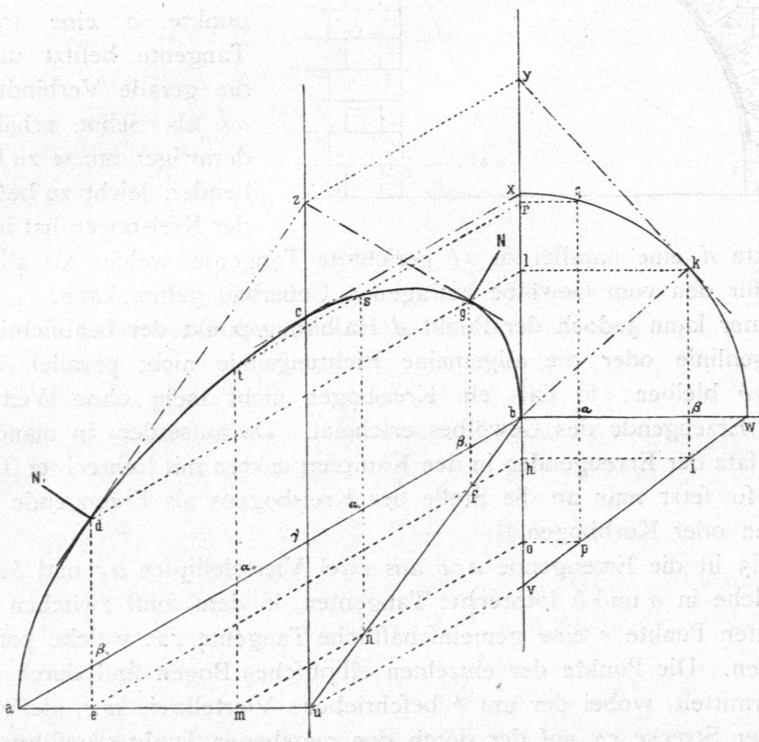
Führt man durch *h* den Strahl *hi* parallel *bw* und durch *i* die Lothrechte *ik*, ſo iſt $\beta$ wiederum ein Punkt, welcher *bw* in demſelben Verhältniſſe theilt, wie der Punkt $\beta_1$ die Strecke $\gamma b$ und der Punkt $\beta_{,,}$ die Strecke $\gamma a$ zerlegt. Die Ordinate $\beta k$ des Viertelkreiſes *wx* liefert die Länge der lothrechten Ordinaten $\beta_{,} g$ und $\beta_{,,} d$ für die geſuchten Punkte *d* und *g* der zugehörigen Viertelellipſen. Auf gleiche Weiſe ſind noch die Punkte *s* und *t* beſtimmt.

Um die Normalen in einzelnen Ellipſenpunkten feſt zu legen, verfährt man am einfachſten wie folgt.

Soll dies z. B. für die einander zugeordneten Punkte $g$ und $d$ geschehen, welche dem Punkte $k$ des Viertelkreises $wx$ entsprechen, so zieht man in $k$ die Kreistangente bis zum Punkte $y$ auf der Lothrechten $by$ und nimmt $\gamma z$ auf der die beiden Viertelellipsen scheidenden Lothrechten $zu$ gleich der Strecke $by$. Die Strahlen $zg$ und $zd$ sind Tangenten der zugehörigen Viertelellipsen in $g$ und $d$. Das in $g$ zu $zg$ errichtete Loth $gN$ ist die Normale in $g$, während das in $d$ auf $zd$ errichtete Loth $dN_1$ die Normale im Ellipsenpunkte $d$ wird.

Ist der Punkt $\gamma$ der durch $c$ geführten Lothrechten $zu$ der Halbirungspunkt der geraden Verbindungslinie $ab$ der Kämpferpunkte, so wird die Bogenlinie $acb$ eine

Fig. 283.




halbe Ellipse mit den halben conjugirten Durchmessern $\gamma a = \gamma b$ und $\gamma c$ und mit $\gamma$ als Mittelpunkt.

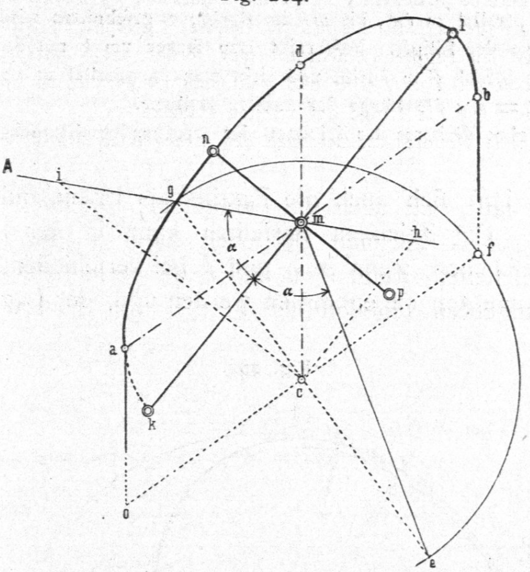
In solchem Falle ist die Ermittelung der Ellipsenpunkte eben so zu bewirken, wie in Fig. 283 gezeigt wurde. Häufig ist es jedoch rathsam, die Ellipse mit Benutzung ihrer reellen Axen zu zeichnen, deren Bestimmung in folgender Weise geschehen kann[159]).

Es mögen in Fig. 284 $ab$ als Verbindungslinie der Kämpferpunkte, $ma = mb$ und $mc = md$ als halbe conjugirte Durchmesser der Ellipse gegeben sein; gesucht werden die reellen Axen $kl$ und $np$ derselben.

Man ziehe durch $c$ die Gerade $of$ parallel zu $ab$ und nehme $cf = co$ gleich dem halben conjugirten Durchmesser $ma$; alsdann beschreibe man um $c$ mit dem Halbmesser $cf$ einen Kreis, welcher das in $c$ auf $of$ errichtete Loth in $g$ und $e$ trifft; verbinde den bekannten Mittelpunkt $m$ der Ellipse mit dem Punkte $g$ durch den Strahl $A$ und mit $e$ durch die Gerade $me$ und halbire den Winkel $gme$; alsdann giebt die Halbirungslinie $mk$ dieses Winkels die Lage der einen reellen Axe und das in $m$ auf $mk$ errichtete Loth $nmp$ die Lage der zweiten reellen Axe der Ellipse.

159) Siehe: Jacob Steiner's Vorlesungen über synthetische Geometrie. Die Theorie der Kegelschnitte, gestützt auf projectivische Eigenschaften. Bearbeitet von H. SCHRÖDER. Leipzig 1867.

Fig. 284.

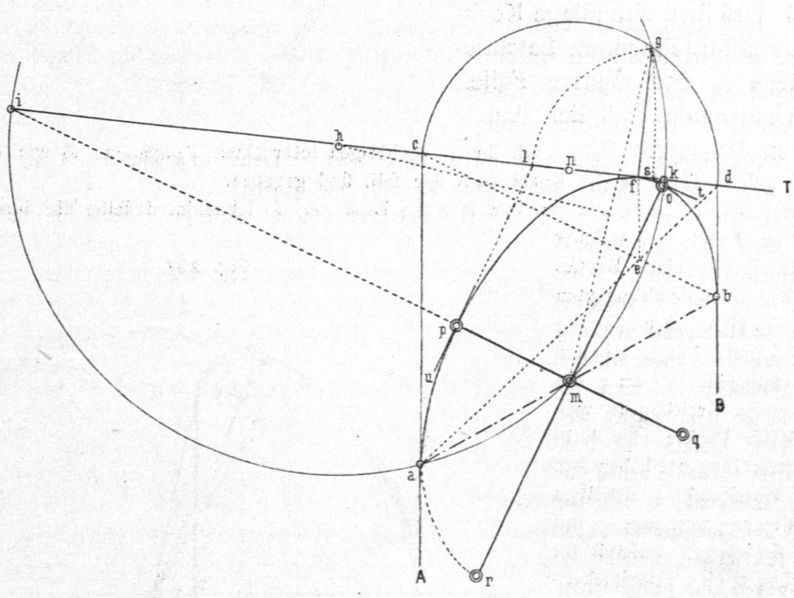



Um die Gröfse derfelben zu finden, ziehe man $ch$ parallel zu $mk$ und $ci$ parallel zu $pn$; alsdann wird $mh = mp = nm$ gleich der halben Axe $np$ und $mi = mk = ml$ gleich der halben Axe $kl$. Mit Hilfe diefer beiden reellen Axen ift die Ellipfe nach bekanntem Verfahren zu conftruiren.

Recht oft find die beiden lothrechten Tangenten der feften Kämpferpunkte $a$ und $b$ (Fig. 285), fo wie eine in beftimmter Richtung vorgefchriebene dritte Tangente für die elliptifche Erzeugende des einhüftigen Gewölbes gegeben, und hiernach ift die zugehörige Curve zu ermitteln. Mit Anwendung der Sätze der fynthetifchen Geometrie kann man fich in folchem Falle der in Fig. 285 gegebenen Löfung bedienen.

Die beiden durch die gegebenen Kämpferpunkte $a$ und $b$ gehenden Lothrechten $A$ und $B$ follen zwei parallele Tangenten der gefuchten Ellipfe fein; die dritte veränderliche, hier gegebene, Tangente fei $T$. Zur Beftimmung des Berührungspunktes $f$ diefer Tangente mit der Ellipfe verbinde man die Schnittpunkte $c$ und $d$ des Strahles $T$ mit den Tangenten $A$ und $B$ durch die geraden Linien $ad$ und $bc$ und ziehe durch den Schnittpunkt $e$ derfelben den Strahl $ef$ parallel zu $A$, bezw. $B$; alsdann ift $f$ der

Fig. 285.




gefuchte Berührungspunkt. Errichtet man in $f$ das Loth auf $T$ und befchreibt man über $cd$ einen Halbkreis um $n$, fo wird auf jenem Lothe ein Stück $fg$ abgefchnitten, welches für die weitere Unterfuchung von Wichtigkeit ift (Potenz der Involution).

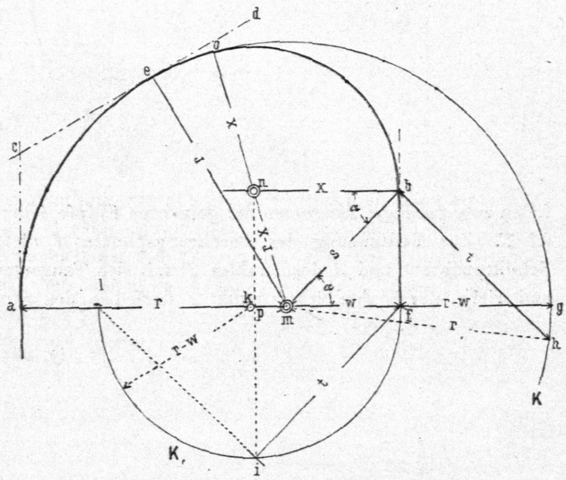
Legt man durch den Punkt $m$, welcher Mittelpunkt der Ellipfe ift, und durch den Punkt $g$ einen Kreis, deffen Mittelpunkt $h$ auf dem Strahle $T$ liegt und welcher diefen Strahl in den Punkten $i$ und $k$ fchneidet, fo beftimmen die von $i$ durch $m$ und von $k$ ebenfalls durch $m$ geführten geraden Linien $iq$ und $kr$ die Lage der reellen Axen der gefuchten Ellipfe.

Um die Gröſse der Axen zu erhalten, beſchreibe man um $i$ mit dem Halbmeſſer $ig$ den Kreisbogen $gs$ bis zum Punkte $s$ auf $T$ und ziehe $st$ parallel zu $im$, bis $mk$ im Punkte $o$ geſchnitten wird; alsdann iſt $mo = mr$ die Länge einer halben Axe der Ellipſe. Beſchreibt man ferner um $k$ mit dem Halbmeſſer $kg$ einen Kreisbogen, bis derſelbe den Strahl $T$ in $l$ trifft und zieht man $lu$ parallel zu $km$, bis die Gerade $im$ in $p$ getroffen wird, ſo iſt $mp = mq$ die Länge der zweiten Halbaxe.

Nach Feſtlegen dieſer reellen Axen erfolgt ohne Weiteres das Zeichnen der erzeugenden elliptiſchen Bogenlinie $apfob$ des einhüftigen Gewölbes.

Statt einer elliptiſchen Bogenlinie läſst ſich auch die Parabel als Erzeugende eines einhüftigen Gewölbes verwenden. Das Zeichnen derſelben kann in der in Fig. 262 (S. 154) angedeuteten Weiſe geſchehen, wenn in $a$ und $b$ bei verſchiedener Höhenlage derſelben auch lothrechte Tangenten angenommen werden und, der Lage der Punkte $a$, $b$ und $c$ entſprechend, die für die Ermittelung der Parabel maſsgebenden Dreiecke $adc$ und $bdc$ benutzt werden.

Fig. 286.



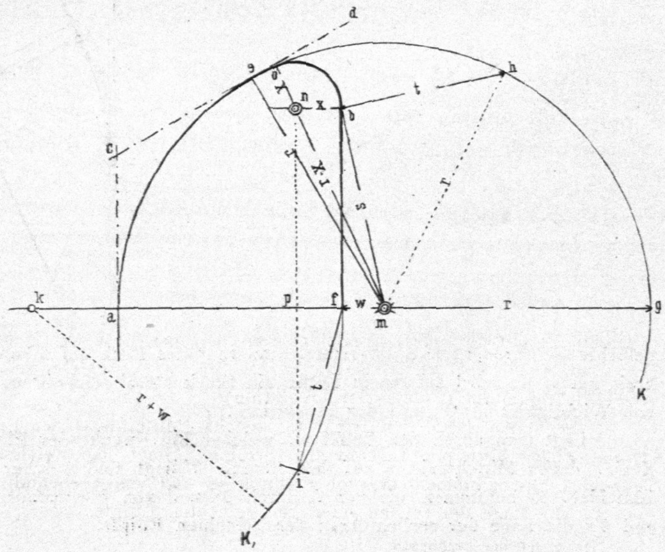
Statt der erwähnten Kegelſchnittlinien wählt man, wie früher ſchon erwähnt, um in leichter Weiſe eine normale Fugenſtellung zu erhalten, auch für einhüftige Gewölbe eine Korbbogenlinie als Erzeugende, die dann aus zwei oder mehreren Kreisbogen zuſammengeſetzt iſt.

In Fig. 286 u. 287 ſind nach einer und derſelben Grundlage Korbbogen aus 2 Mittelpunkten beſchrieben, welche in den meiſten Fällen in ihrer Conſtruction möglich ſind.

Die Kämpferpunkte $a$ und $b$ mit ihren zugehörigen lothrechten Tangenten, ſo wie eine beliebige Gerade $cd$, welche Tangente des Korbbogens ſein ſoll, ſind gegeben.

Nimmt man $ac = ce$ und errichtet in $e$ das Loth $em$, ſo ſchneidet daſſelbe die durch $a$ geführte Wagrechte im Punkte $m$, welcher offenbar Mittelpunkt eines Kreiſes iſt, für welchen $ac$ und $cd$ Tangenten ſind und deſſen Halbmeſſer $ma = r$ eine nun bekannte Länge erhalten hat. Der Halbmeſſer $bn = x$ des in $b$ beginnenden Kreisbogens, welcher in dieſem Punkte eine lothrecht gerichtete Tangente haben ſoll, ſo wie der Mittelpunkt $n$ deſſelben und ſein Vereinigungspunkt $o$ mit dem erſten Kreisbogen, woſelbſt für beide Kreisbogen eine gemeinſchaftliche Tangente auftreten muſs, ſind unbekannt. Um zunächſt die Gröſse des Halbmeſſers $x$ zu finden, beſchreibe man um $m$ mit dem Halbmeſſer $ma$ einen Kreisbogen $K$, welcher die verlängerte Gerade $am$ im Punkte $g$ ſchneidet, ziehe die Linie $mb$ und hierzu in $b$ das

Fig. 287.



Loth $bh$, dessen Endpunkt $h$ dem Kreise $K$ angehört. Nimmt man alsdann $fk = fg$ als Halbmesser eines um $k$ beschriebenen Kreises $K_1$, trägt $fi = bh$ von $f$ als Sehne desselben ein und fällt man von $i$ das Loth $ip$ auf $af$, so ist $fp$ gleich dem gesuchten Halbmesser $x$.

Wird nunmehr in $b$ rechtwinkelig zur lothrechten Tangente $bf$ die Strecke $bn = x$ angetragen, so ist $n$ der Mittelpunkt des vom Kämpferpunkte $b$ ausgehenden Kreisbogens. Zieht man endlich den gehörig verlängerten Strahl $mn$, so trifft derselbe den ersten vom Kämpferpunkte $a$ ausgehenden Kreis $K$ im Punkte $o$, welcher Vereinigungspunkt für die beiden aus $m$ und $n$ beschriebenen, den gesuchten Korbbogen bildenden Kreisbogen $ao$ und $ob$ wird.

Die gegebene Construction ist durch folgende, den Bezeichnungen in Fig. 286 u. 287 entsprechende Beziehungen begründet. In Fig. 286 liegt der Mittelpunkt $m$ innerhalb der Spannweite $af$ des Gewölbes. Im schiefwinkeligen Dreiecke $mbn$ ist

$$(r - x)^2 = s^2 + x^2 - 2sx \cdot \cos \alpha ,$$

oder, da $\cos \alpha = \frac{w}{s}$, auch

$$(r - x)^2 = s^2 + x^2 - 2wx ,$$

d. h.

$$2(r - w)x = r^2 - s^2.$$

Da ferner $r^2 - s^2 = t^2$, so ergiebt sich

$$2(r - w)x = t^2$$

oder

$$\frac{x}{t} = \frac{t}{2(r - w)}, \qquad 133.$$

wonach $t$ als mittlere Proportionale zwischen $x$ und $2(r - w)$ auftritt.

Die beiden rechtwinkeligen Dreiecke $fpi$ und $fil$ sind einander ähnlich, und es ist

$$\frac{fp}{fi} = \frac{fi}{fl},$$

d. h. entsprechend der Gleichung 133

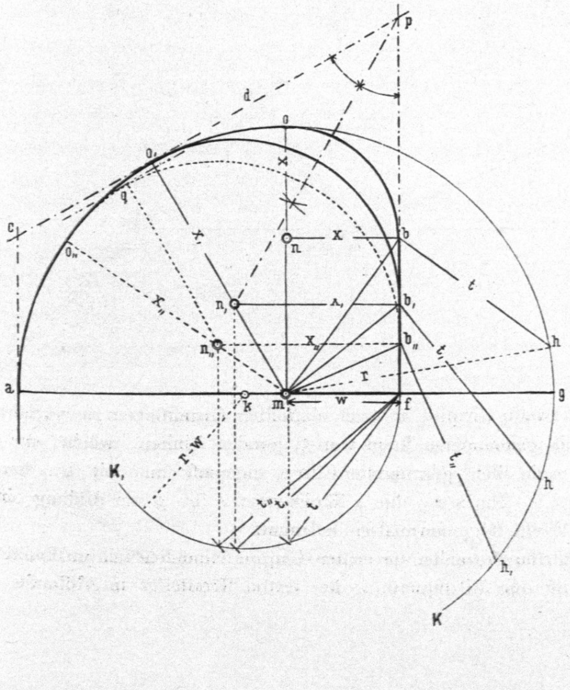
$$\frac{x}{t} = \frac{t}{2(r - w)}.$$

In Fig. 287 liegt der Mittelpunkt $m$ des Kreises $K$ außerhalb der Spannweite $af$; mithin wird die Strecke $w$ negativ, und man erhält unter Einführung von $-w$ statt $w$ in Gleichung 133 für diesen Fall

$$\frac{x}{t} = \frac{t}{2(r + w)}, \qquad 134.$$

wonach der um $k$ zu beschreibende Kreis $K_1$ einen Halbmesser $fk = r + w$ zu erhalten hat, während die übrigen Anordnungen sich nicht ändern.

Fig. 288.




In Fig. 288 sind für verschiedene Hüfthöhen $fb, fb_1$ u. s. f. nach dem angegebenen Verfahren die zugehörigen Korbbogen aus 2 Mittelpunkten gezeichnet. Hierbei mag bemerkt werden, dass eine Grenzlage für den Kämpferpunkt $b$ in einer Hüfthöhe $fb_1$ entsteht, sobald der Mittelpunkt $n_1$ des von $b_1$ ausgehenden Kreisbogens der Schnittpunkt der Halbirungslinie des Winkels $cpf$, welchen die beiden Tangenten $cd$ und $fb$ bilden, mit der Senkrechten $mo_1$ auf $cd$ wird. Ist die Hüfthöhe kleiner als $fb_1$, z. B. gleich $fb_{11}$, so tritt eine parallele Verschiebung der ursprünglichen Tangente $cd$ nach $q$

ein, und der Vereinigungspunkt $o_{\prime\prime}$ der beiden Korbbogenkreife liegt unterhalb von $q$.

Bei Korbbogen für einhüftige Gewölbe, mit mehr als 2 Mittelpunkten, z. B. aus 4 derfelben, befchrieben, läfst fich recht oft die in Fig. 289, 290 u. 291 angegebene Conftruction verwerthen.

Fig. 289.

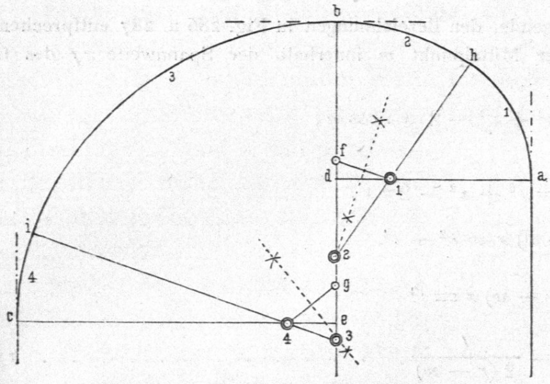
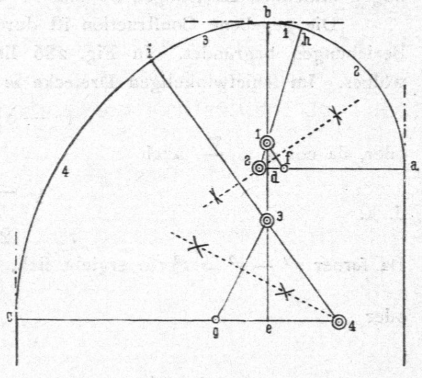


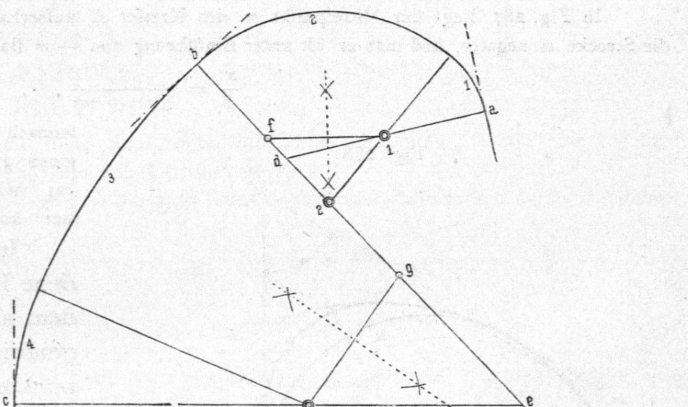

Fig. 290.




Gegeben find 3 als Tangenten geltende gerade Linien mit den Berührungspunkten $a$, $b$ und $c$. Man ziehe in diefen Punkten fenkrechte Strahlen zu den Tangenten, bis diefelben, gehörig erweitert und der Reihe nach zu Paaren genommen, in $d$ und $e$ fich fchneiden.

Hierdurch entftehen zwei Gruppen von Strecken, nämlich Gruppe $a\,a$ und $b\,d$, fo wie Gruppe $b\,e$ und $c\,e$. Bei der erften Gruppe wähle man auf der gröfseren Strecke derfelben einen feften Mittelpunkt *1* für den erften Kreisbogen, deffen Anfangspunkt der diefer Strecke zugehörige Berührungspunkt ift.

Fig. 291.




Die Wahl diefes Mittelpunktes ift nur in der Weife befchränkt, dafs der Halbmeffer des erften Kreifes ftets kleiner genommen werden foll, als die kürzere Strecke der in Betracht gezogenen Gruppe. Die Länge des fo feft geftellten erften Halbmeffers wird vom Berührungspunkte auf der kürzeren Strecke bis $f$ abgetragen, auf der Mitte der Verbindungslinie *1 f* das Loth errichtet, welches die erweiterte kürzere Strecke im Punkte *2* fchneidet, welcher als Mittelpunkt des zweiten Kreisbogens auftritt. Eine durch die Mittelpunkte *1* und *2* gelegte gerade Linie bildet den Scheideftrahl der zu vereinigenden beiden Kreisbogen der erften Gruppe. Für die zweite Gruppe ift nach denfelben Grundfätzen zu verfahren.

So find auch bei der fehr willkürlich genommenen Lage von 3 geraden Linien, welche nur im Allgemeinen als Tangenten dem Laufe einer nach oben gekrümmten Curve angepafst find, mit den darauf beliebig feft gelegten Berührungspunkten $a$, $b$, $c$ (Fig. 291) die 4 Kreisbogen *1* bis *4* zur Bildung eines einhüftigen Korbbogens in der angegebenen Weife folgendermafsen beftimmt.

Die zu den Tangenten in $a$ und $b$ geführten Normalen der erften Gruppe fchneiden fich im Punkte $a$. Die Strecke $a\,d$ ift gröfser als $b\,d$; mithin ift der Mittelpunkt *1* des erften Kreifes *1* im Abftande $a\,1$ kleiner als $b\,d$ gewählt, auf $a\,d$ angenommen.

Hierauf ist $bf = a1$ abgetragen, in der Mitte der Geraden $f1$ das Loth errichtet, welches erweitert den verlängerten Strahl $bd$ in $2$ schneidet. $2$ ist Mittelpunkt des Kreises $2$. Die durch $2$ und $1$ geführte Gerade scheidet beide Kreise.

Die in $b$ und $c$ geführten Normalen der zweiten Gruppe treffen sich im Punkte $e$. Da $ce$ grösser ist als $be$, so ist der Mittelpunkt $4$ auf der grösseren Strecke $ce$ angenommen und dabei $c4$ kleiner als $be$ gewählt. Nunmehr ist $bg = c4$ auf $be$ abgetragen, wiederum in der Mitte der Verbindungslinie $g4$ das Loth errichtet, welches verlängert die entsprechend fortgeführte Normale $be$ im Punkte $3$, d. i. im Mittelpunkte des Kreises $3$ trifft. Der Scheidestrahl der Kreise $3$ und $4$ ist die durch die Punkte $3$ und $4$ geführte Gerade.

## b) Stärke der Tonnengewölbe und ihrer Widerlager.

136. Stärke unbelasteter halb-kreisförmiger Tonnengewölbe.

Beim Anfertigen des Entwurfes eines Tonnengewölbes, welches als Decke für einen gegebenen Raum ausgeführt werden soll, tritt die Frage in den Vordergrund, welche Stärke dem Gewölbe und seinen Widerlagern gegeben werden muss, damit diese Baukörper eine sichere und dauernde Standfähigkeit besitzen. Bei der Bestimmung dieser Stärken ist nicht ausser Acht zu lassen, dass der Materialaufwand für die Gewölb- und Widerlagsmassen ohne Schädigung der Stabilität der ganzen Wölbanlage ein möglichst kleiner wird. Aus diesem Grunde wird zunächst die geringste Weite des zu überdeckenden Raumes als Spannweite für das Gewölbe angenommen, während die längeren Begrenzungen desselben den Widerlagern zugewiesen werden. Sodann ist die grösste Belastung fest zu setzen, welche ausser dem Eigengewicht der Construction im ungünstigsten Falle auf das Gewölbe kommen soll, und endlich ist die Beschaffenheit des Materials in Hinsicht auf sein Gewicht und namentlich auf seine Festigkeit gegen Zerdrücken sorgfältig in Betracht zu ziehen.

Wenngleich eine grosse Zahl von empirischen Regeln für die Bestimmung der Stärken der Tonnengewölbe und ihrer Widerlager aufgestellt worden ist, so haben alle diese Regeln doch nur innerhalb gewisser Grenzen eine Berechtigung für ihre Anwendung; ausserhalb dieser Grenzen können sie sogar zu einem Irrthum Veranlassung geben.

Für das Festlegen der Form der Gewölblinie, für die Bestimmung des Fugenschnittes, der Dicke des Gewölbkörpers und der Stärke des Widerlagers sind in jedem besonderen Falle die Wirkungen der im Gewölb- und Widerlagskörper thätigen Kräfte, so weit und so scharf als solches möglich, zu ergründen, um hierdurch die Ueberzeugung von der Festigkeit und Sicherheit des Baukörpers in allen seinen Theilen zu gewinnen.

Diese Aufgabe der statischen Untersuchung der Gewölbe fällt der »Gewölbetheorie« anheim. Die Bekanntschaft mit derselben muss hier vorausgesetzt und in dieser Beziehung auf Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Abth. II, Abschn. 4[160]) dieses »Handbuches« verwiesen werden.

Wenngleich in den Abhandlungen über »Gewölbtheorie« wesentlich die im Ingenieurbauwesen vorkommenden Gewölbe in Betracht gezogen werden, so ist dennoch zu beachten, dass diese Theorie auch für die Gewölbe im Hochbau von grossem Werthe ist und in ihren Ergebnissen immer mehr und mehr Verwendung finden sollte. Auf einige wichtige dieser Ergebnisse möge im Folgenden hingewiesen werden[161]).

---

160) 2. Aufl.: Abth. II, Abschn. 5.

161) Siehe auch: SCHEFFLER, H. Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken. Braunschweig 1857.
RITTER, A. Lehrbuch der Ingenieurmechanik. Hannover 1876.