

c) Abmessungen von Balkenlagen mit Unterzügen.

Es wurde bereits in Art. 10 bis 13 (S. 24 bis 26) erläutert, weshalb die Verwendung von continuirlichen Trägern für den Hochbau auf Bedenken stößt, zugleich aber, daß die Anordnung continuirlicher Gelenkträger¹⁴⁵⁾ wegen der durch sie bedingten Materialersparnis¹⁴⁶⁾ durchweg zu empfehlen ist. Es sollen daher im Nachstehenden noch die zur Anordnung dieser Art von Trägern über beliebig vielen Oeffnungen nöthigen Angaben folgen.

102.
Continuirliche
Gelenkträger.

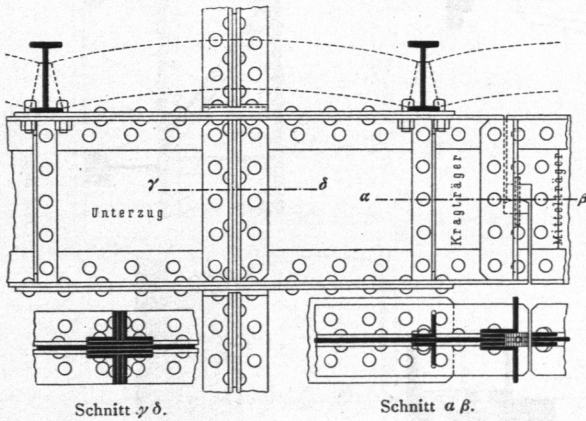
Für diese Träger ist zu unterscheiden, ob die Stützen alle gleich weit stehen, oder ob es gefattet ist, den Stützen verschiedene Abstände zu geben. Die Belastung sei g (in Kilogr.) für 1 cm Länge des Trägers als Eigenlast, p (in Kilogr.) für 1 cm als Nutzlast und q (in Kilogr.) für 1 cm als Laftenfumme.

1) Gleiche Oeffnungsweiten.

In diesem Falle ist es zweckmäfsig, die Momente über den Stützen durch die Wahl der Lage der Gelenke (Fig. 213 bis 216) gleich den größten Momenten in den ununterbrochenen Oeffnungen zu machen, damit die durchzuführenden Trägerstücke dieser Oeffnungen möglichst gleichmäfsig ausgenutzt werden. Es entsteht so die in Fig. 217 bis 219 angedeutete Gruppierung der Maximalmomente, von denen M_3, M_4, M_5 nach den Regeln des Trägers auf 2 Stützen zu ermitteln sind.

103.
Lage der
Gelenke.

Fig. 213.



Die Lage der Gelenke, welche Vorbedingung dieser Momentengruppierung ist, so wie die Gröfse der Momente folgen aus den nachstehenden Gleichungen, welche durch Fig. 217 u. 219 erläutert sind.

$$k = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{g}{g+q}} \right) \dots \dots \dots 42.$$

$$k_1 = \frac{q}{4(g+q)} \dots \dots \dots 43.$$

$$k_3 = \frac{1}{2} [1 - k_1 + m - \sqrt{(1 - k_1 + m)^2 - 4m}], \text{ worin } m = \left[\frac{q}{g} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{g}{q}} \right) \right]^2 \dots \dots \dots 44.$$

$$k_2 = \frac{k_1}{1 - k_3} \dots \dots \dots 45.$$

$$M_1 = \frac{q k_1 l^2}{2} = \frac{q k l^2}{2} (1 - k) = \frac{q^2 l^2}{8(g+q)} \dots \dots \dots 46.$$

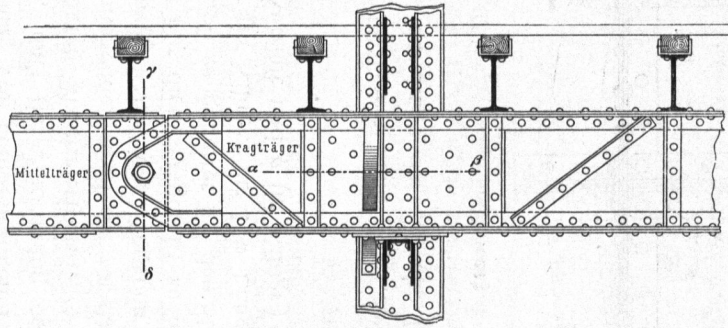
$$M_2 = \frac{q k_3 l^2}{2} (1 - k_2) \dots \dots \dots 47.$$

¹⁴⁵⁾ Siehe Theil I, Band 1, zweite Hälfte (S. 329; 2. Aufl.: S. 138) dieses Handbuchs.

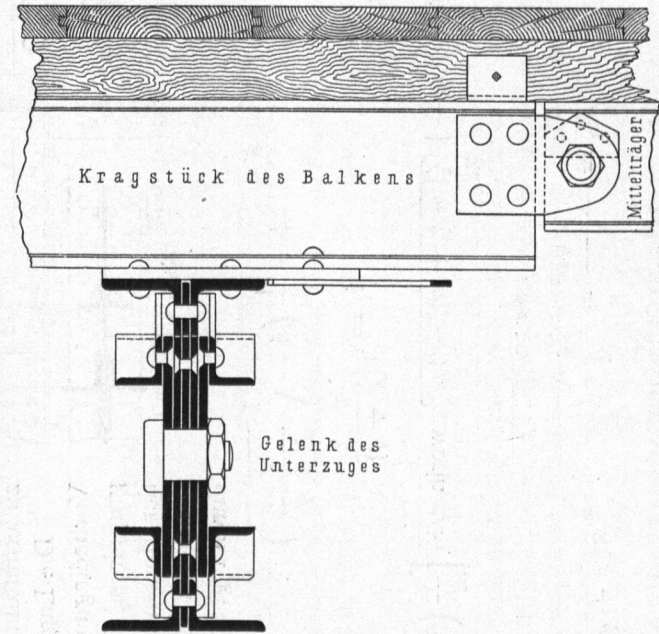
¹⁴⁶⁾ Siehe ebendaf., Art. 369, S. 333 (2. Aufl.: Art. 161, S. 142).

Schnitt $\varepsilon \zeta$.

Fig. 214.



Schnitt $\gamma \delta$.



Schnitt $a \beta$.

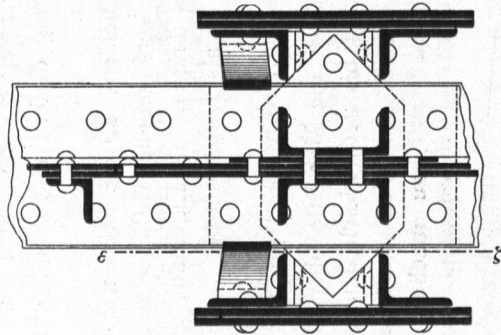


Fig. 215.

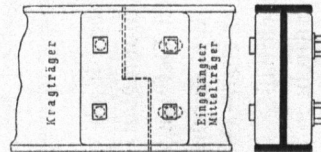


Fig. 216.

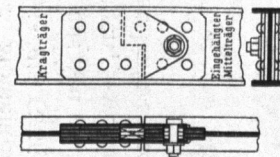


Fig. 217.

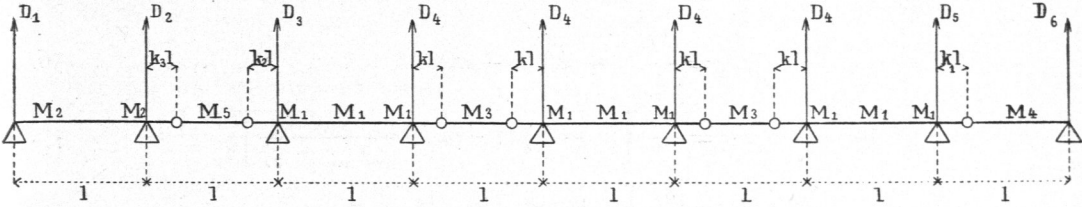


Fig. 218.

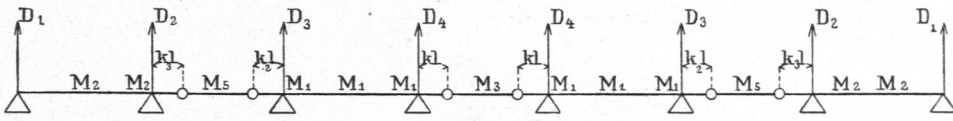
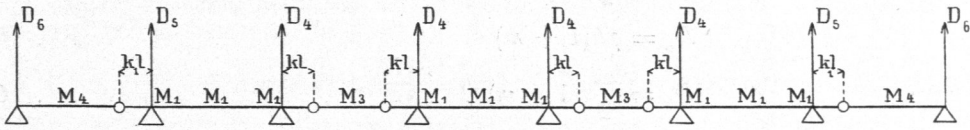


Fig. 219.



$$M_3 = \frac{q l^2}{8} (1 - 2k)^2 \dots \dots \dots 48.$$

$$M_4 = \frac{q l^2}{8} (1 - k_1)^2 \dots \dots \dots 49.$$

$$M_5 = q \frac{l^2}{8} (1 - k_2 - k_3)^2 \dots \dots \dots 50.$$

Fig. 220.

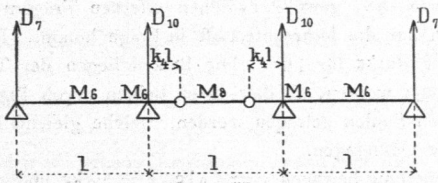
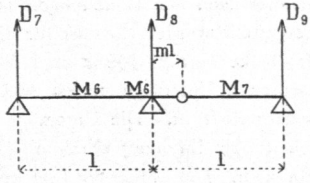


Fig. 221.



Diese Gleichungen decken alle Fälle für beliebig viele Stützen nach Maßgabe von Fig. 217 bis 219 bis auf die beiden in Fig. 220 u. 221 dargestellten Anordnungen für 3 und 4 Stützen. Für diese treten noch die folgenden Gleichungen hinzu:

$$k_4 = 0,5 - \sqrt{0,25 - m} \dots \dots \dots 51.$$

$$M_6 = \frac{m q l^2}{2} \dots \dots \dots 52.$$

$$M_7 = \frac{q l^2}{8} (1 - m)^2 \dots \dots \dots 53.$$

$$M_8 = \frac{q l^2}{8} (1 - 2k_4)^2 \dots \dots \dots 54.$$

Für die Berechnung der Belaftung von Unterzügen durch die Balken und der Stützenbelaftungen durch die Unterzüge ist die Kenntniß der größten Werthe der Auflagerdrücke von Wichtigkeit, welche sich nach folgenden Ausdrücken mit Berücksichtigung der Bezeichnungen in Fig. 217 bis 221 berechnen lassen:

104. Stützenbelaftungen.

$$D_1 = \frac{l[q - g k_3 (1 - k_2)]}{2} \dots \dots \dots 55.$$

$$D_2 = \frac{ql}{2} (1 + k_3) (2 - k_2) \dots \dots \dots 56.$$

$$D_3 = \frac{ql}{2} \left[(2 - k_3) (1 + k_2) - \frac{g}{4(g + q)} \right] \dots \dots \dots 57.$$

$$D_4 = \frac{ql}{2} \left[2 + \frac{q - g}{4(q + g)} \right] \dots \dots \dots 58.$$

$$D_5 = \frac{ql}{2} \left[2 + \frac{2q - g}{4(q + g)} \right] \dots \dots \dots 59.$$

$$D_6 = \frac{ql}{2} \frac{3q + 4g}{4(q + g)} \dots \dots \dots 60.$$

$$D_7 = \frac{l}{2} (q - mg) \dots \dots \dots 61.$$

$$D_8 = ql(1 + m) \dots \dots \dots 62.$$

$$D_9 = \frac{ql}{2} (1 - m) \dots \dots \dots 63.$$

$$D_{10} = \frac{ql}{2} (2 + m) \dots \dots \dots 64.$$

Nach den Gleichungen 55 bis 64 erhält man auch die geringsten Werthe der Stützen-, bezw. Auflagerdrücke, wenn man überall g mit q und q mit g vertauscht. Diese kleinsten Werthe sind von besonderer Wichtigkeit, wenn sie bei geringem Werthe von g negativ werden, da sie dann eine Verankerung der Träger nach unten bedingen; ihre Berechnung zu verabfümen, kann daher verhängnißvoll werden.

Beispiel. In einem Gebäude von 30 m Länge und 15 m Tiefe soll eine Decke mit Kappen stets gleichen Schubes nach den Gleichungen 11 bis 16 (S. 98) gewölbt zwischen eisernen Trägern von 1,0 m Theilung hergestellt werden, so daß für die Balken nur die lothrechte Last in Frage kommt. Das Eigengewicht der Decke beträgt 400 kg und die Nutzlast 500 kg für 1 qm. Die Balken liegen der Tiefe nach und fallen durch 2 Unterzüge in 5 m Abstand gestützt werden, so daß jeder Balken durch Fig. 221 für $l = 500$ cm dargestellt ist. Die Unterzüge sollen von Säulen getragen werden, welche gleichfalls 5 m von einander stehen; der Unterzug erhält also 6 gleiche Oeffnungen.

α) Balken. Die Lasten für 1 cm bei 1,0 m Theilung betragen $g = 4,0$ kg, $p = 5,0$ kg und $q = 9,0$ kg; folglich ist nach Gleichung 44

$$m = \left[\frac{9}{4} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4}{9}} \right) \right]^2 = 0,2062$$

und nach Gleichung 51

$$k_4 = 0,5 - \sqrt{0,25 - 0,2062} = 0,2907, \quad k_4 l = 0,2907 \cdot 500 = 145,35 \text{ cm.}$$

Hier ist das Gelenk nach Fig. 213 bis 215 oder 216 anzuordnen. Nach Gleichung 52 ist

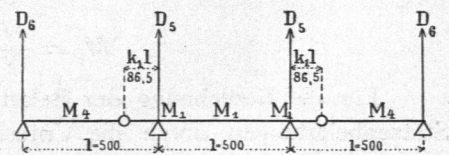
$$M_6 = \frac{0,2062 \cdot 9 \cdot 500^2}{2} = 232000 \text{ cmkg.}$$

Bei 1000 kg zulässiger Beanspruchung ist somit das Normalprofil Nr. 21 von I-Eisen¹⁴⁷⁾ für die Endstücke der Balken zu verwenden.

Für das Mittelfstück ist $l = 500 - 2 \cdot 145,35 = 209,3$ cm; $\delta = 1,0$ m; $s : q = 1000 : 900 = 1,1$; also ist nach der Tafel bei S. 113 Normalprofil Nr. 12 zu verwenden.

Werden die Balken mit Gelenken in den Endöffnungen

Fig. 222.



¹⁴⁷⁾ Siehe die betr. Tabelle in Theil I, Band 1, erste Hälfte (S. 198) dieses »Handbuchs«.

nach Fig. 222 angeordnet, in welche die Bezeichnungen aus Fig. 219 übernommen wurden, fo wird nach Gleichung 43

$$k_1 = \frac{9}{4(9+4)} = 0,173, \text{ also } k_1 l = 0,173 \cdot 500 = 86,5 \text{ cm};$$

ferner nach den Gleichungen 46 und 49

$$M_1 = \frac{9 \cdot 500^2}{8(9+4)} = 194711 \text{ cmkg} \text{ und } M_4 = \frac{9 \cdot 500^2 (1 - 0,173)^2}{8} = 192355 \text{ cmkg}.$$

Bei 1000 kg Beanspruchung reicht fomit nunmehr das Profil Nr. 20 für alle Theile des Balkens aus; es geht aber bei dieser Anordnung die unmittelbare Verbindung der Säulen mit den Wänden verloren, weil zwischen Wand und Säule nun ein Gelenk liegt.

β) Unterzüge. Um die Belaftung der Unterzüge zu erhalten, muß D_{10} nach Gleichung 64 für volle Belaftung und für Eigenlast ermittelt werden. Es ist

$$\max D_{10} = \frac{9 \cdot 500}{2} (2 + 0,2062) = 4964 \text{ kg},$$

$$\min D_{10} = \frac{4 \cdot 500}{2} (2 + 0,2062) = 2200 \text{ kg}.$$

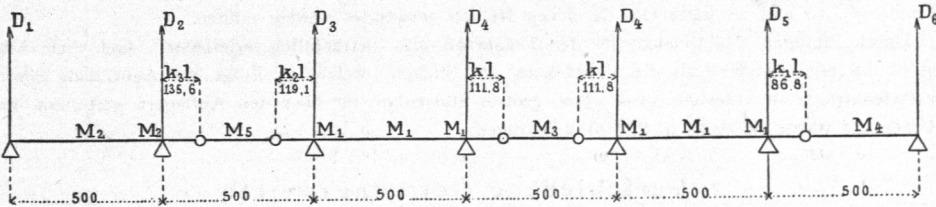
Bei der Anordnung der Balken mit Gelenken in den Endöffnungen wird die Belaftung der Unterzüge (Fig. 222) nach Gleichung 59 berechnet. Sie ist

$$\max D_5 = \frac{9 \cdot 500}{2} \left[2 + \frac{2 \cdot 9 - 4}{4(9+4)} \right] = 5106 \text{ kg},$$

$$\min D_5 = \frac{4 \cdot 500}{2} \left[2 + \frac{2 \cdot 4 - 9}{4(4+9)} \right] = 1981 \text{ kg}.$$

Da fomit bei der Anordnung nach Fig. 222 neben der schlechteren Säulenverankerung mit den Wänden auch noch eine ungünstigere Belaftung der Unterzüge eintritt, fo wird man in der Regel diejenige in Fig. 221 vorziehen. Diese Laften treten als Einzellaften in 1,0 m Abstand auf; die Berechnung liefert

Fig. 223.



aber genügend genaue Ergebnisse, wenn die Last wieder gleichförmig vertheilt gedacht wird. Es ist fomit für den Unterzug (Fig. 223), wenn die Balken nach Fig. 221 gebildet werden, für 1 cm Trägerlänge $g = 22 \text{ kg}$ und $q = 49,64 \text{ kg}$, daher nach Gleichung 42

$$k = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{22}{22+50}} \right) = 0,2236 \text{ und } k l = 0,2236 \cdot 500 = 111,8 \text{ cm},$$

nach Gleichung 43

$$k_1 = \frac{50}{4(22+50)} = 0,1736 \text{ und } k_1 l = 0,1736 \cdot 500 = 86,8 \text{ cm},$$

nach Gleichung 44

$$m = \left[\frac{50}{22} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{22}{50}} \right) \right]^2 = 0,2066,$$

$$k_3 = \frac{1}{2} \left[1 - 0,1736 + 0,2066 - \sqrt{(1 - 0,1736 + 0,2066)^2 - 4 \cdot 0,2066} \right] = 0,2712,$$

$$k_3 l = 0,2712 \cdot 500 = 135,6 \text{ cm},$$

nach Gleichung 45

$$k_2 = \frac{0,1736}{1 - 0,2712} = 0,2382 \text{ und } k_2 l = 0,2382 \cdot 500 = 119,1 \text{ cm},$$

nach Gleichung 46

$$M_1 = \frac{50^2 \cdot 500^2}{8(22+50)} = 1085070 \text{ cmkg}.$$

Bei 1000 kg Beanspruchung müssen also die beiden beiderseits überkragenden Trägerstücke aus Normalprofil Nr. 36 gebildet sein.

Nach Gleichung 47 ist $M_2 = \frac{50 \cdot 0,2712 \cdot 500^2}{2} (1 - 0,2382) = 1291250 \text{ cmkg}$; für das überkragende Endstück links genügt also Profil Nr. 38 knapp.

Nach Gleichung 48 ist $M_3 = \frac{50 \cdot 500^2 (1 - 2 \cdot 0,2236)^2}{8} = 477481 \text{ cmkg}$; für den mittleren eingehängten Träger ist daher Profil Nr. 28 zu verwenden.

Nach Gleichung 49 ist $M_4 = \frac{50 \cdot 500^2 \cdot (1 - 0,1736)^2}{8} = 1068125 \text{ cmkg}$; das linke Endstück muß ferner aus Profil Nr. 36 bestehen.

Nach Gleichung 50 ist $M_5 = \frac{50 \cdot 500^2 (1 - 0,2382 - 0,2712)^2}{8} = 376075 \text{ cmkg}$; für den linken eingehängten Träger ist also Profil Nr. 26 zu verwenden.

Die Belastungen der Wände an den Enden der Unterzüge und die der stützenden Säulen ergeben sich aus den Gleichungen 55 bis 60 ohne Weiteres; z. B. ist nach Gleichung 58

$$D_4 = \frac{50 \cdot 500}{2} \left[2 + \frac{50 - 22}{4(50 + 22)} \right] = 26216 \text{ kg},$$

oder nach Gleichung 57

$$D_3 = \frac{50 \cdot 500}{2} \left[(2 - 0,2712)(1 + 0,2382) - \frac{22}{4(22 + 50)} \right] = 25802 \text{ kg}.$$

Wären die Balken nicht überkragend angeordnet, sondern über den Unterzügen gestoßen, so hätte sich für dieselben das größte Biegemoment zu $\frac{9 \cdot 500^2}{8} = 281250 \text{ cm}$ ergeben, und statt der Querschnitte Nr. 21 und 12 hätte Nr. 22 durchweg verwendet werden müssen.

Wären zugleich die Unterzüge über den Säulen gestoßen, so hätte die Last $(500 + 400) \frac{5}{100} = 45 \text{ kg}$ für 1 cm, also das größte Biegemoment in allen Oeffnungen $\frac{45 \cdot 500^2}{8} = 1406250 \text{ cmkg}$ betragen; statt der Profile 38, 36 und 28 hätte also durchweg Nr. 40 verwendet werden müssen.

Durch Einfügen der Gelenke ist der Trägerrost also beträchtlich erleichtert, und diese Erleichterung ist durchschlagender, als die Verstärkung der Stützen, welche in Folge der Anordnung kontinuierlicher Gelenkträger erforderlich wird. Die größte Stützenlast für über den Auflagern gestoßene Balken und Unterzüge würde $500 \cdot 45 = 22500 \text{ kg}$ betragen.

2) Verschiedene Oeffnungsweiten.

105.
Grundgedanke.

Da, wo verschiedene Oeffnungsweiten, also ungleiche Stützenentfernungen zulässig sind, kann man diesen Umstand benutzen, um die Stütz- und Kraglängen den Werthen g und q so anzupassen, daß das größte Moment auch der eingehängten Trägerstücke gleich den beiden größten Momenten der Kragstücke und somit alle gefährlichen Momente eines Trägers einander gleich werden. Man erreicht so, neben der Möglichkeit, einen einheitlichen Querschnitt für den ganzen Träger durchführen zu können, zugleich thunlichst geringes Gewicht der Träger.

Da die Stützentheilung bei Erfüllung dieser Bedingung aber von g und q abhängig ist, andererseits bei mehrgeschossigen Gebäuden die Stützen verschiedener Geschosse lothrecht über einander stehen sollen, so ist die günstigste Stützentheilung in diesem Falle nicht gleichzeitig in allen Geschossen zu erreichen, wenn die verschiedenen Geschosse auf verschiedene Werthe von g und q einzurichten sind. In einem solchen Falle richte man die Stützentheilung für diejenigen Werthe von g und q ein, welche in den meisten Geschossen wiederkehren; in den übrigen Geschossen ist völlige Ausgleichung der Momente dann nicht zu erreichen, und man muß sich damit begnügen, wie bei gleicher Stützentheilung, die Momente nur an den gefährlichen Stellen der Kragtheile gleich zu machen.

Es ist hier also zuerst der Fall zu behandeln, dass die Stützentheilungen für völlige Ausgleichung aller größten Momente eingerichtet werden sollen.

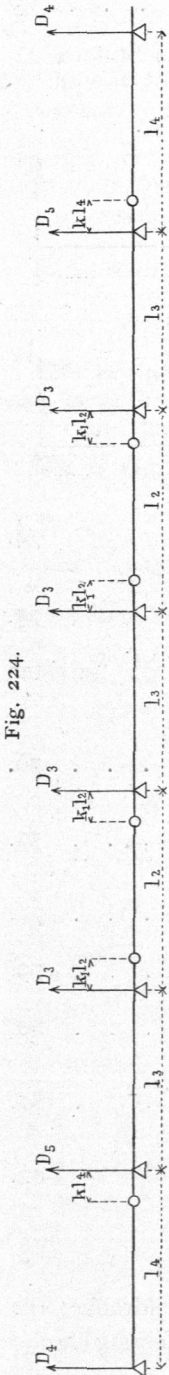


Fig. 224.

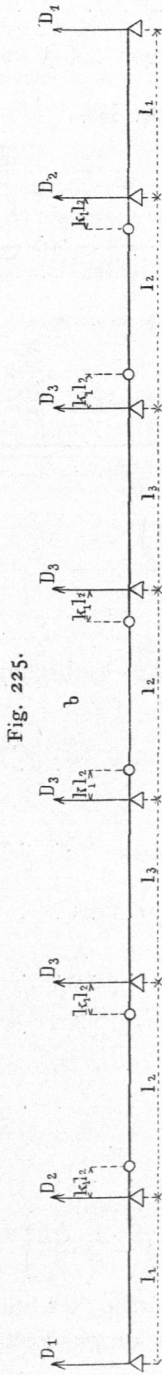


Fig. 225.

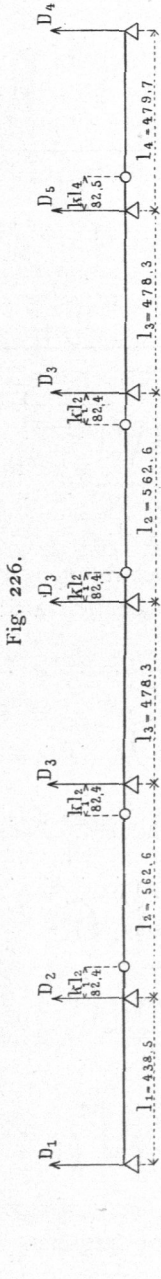


Fig. 226.

Die Anordnung dieser Bedingung genügender Träger ist allgemein in Fig. 224 u. 225 für eine ungerade, in Fig. 226 für eine gerade Anzahl von Oeffnungen dargestellt; die Anzahl der Oeffnungen für Fig. 224 u. 225 sei $2n + 1$; jene für Fig. 226 betrage $2n$.

Zunächst ergeben sich die die Gelenke fest legenden Zahlenwerthe k und k_1 aus

$$k = 3 - 2\sqrt{2} = 0,1716, \quad 65.$$

$$k_1 = \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} = 0,14644 \quad 66.$$

Neben den Bezeichnungen, deren Bedeutung aus Fig. 224 bis 226 hervorgeht, führen wir noch die stets bekannte Gesamtlänge des Trägers L ein. Wird wieder die Eigenlast für die Längeneinheit g , die Gesamtlast q und die Nutzlast p genannt, so kann die Abmessung der einzelnen Theile nach den folgenden Ausdrücken erfolgen:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{0,3536 g}{q \left(\sqrt{1 + \frac{g}{q}} - 1 \right)} \quad 67.$$

$$\frac{l_3}{l_2} = 0,7072 \sqrt{\frac{g+q}{q}} \quad 68.$$

$$\frac{l_4}{l_2} = \frac{1}{\sqrt{8k}} = 0,8525 \quad 69.$$

Damit sind alle Weiten auf l_2 bezogen, und die Berechnung von l_2 aus L geschieht nun für die verschiedenen Fälle nach den folgenden Gleichungen.

Zahl der Oeffnungen (ungerade) = $2n + 1$ (Fig. 224: Endöffnung mit Gelenk):

$$L = 2l_4 + n l_3 + (n - 1) l_2 \cdot 70.$$

Zahl der Oeffnungen (ungerade) = $2n + 1$ (Fig. 225: Endöffnung ohne Gelenk):

$$L = 2l_1 + n l_2 + (n - 1) l_3 \dots \dots \dots 71.$$

Zahl der Oeffnungen (gerade) = $2n$ (Fig. 226):

$$L = l_1 + l_4 + (n - 1) l_2 + (n - 1) l_3 \dots \dots \dots 72.$$

Die bei dieser Anordnung in allen gefährlichen Querschnitten gleichen Momente sind zu berechnen nach

$$M = \frac{q l_2^2}{16} = 0,0858 q l_4^2 \dots \dots \dots 73.$$

In Fig. 227 bis 229 sind die Verhältnisse der Träger auf 3 und 4 Stützen

Fig. 227.

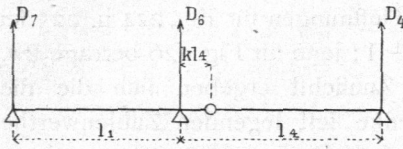


Fig. 228.

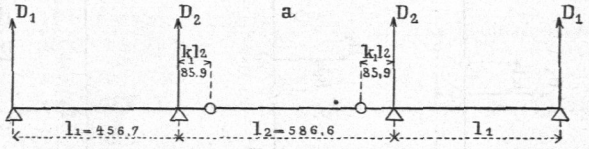
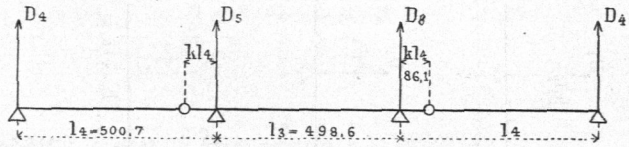


Fig. 229.



dargestellt, so weit für dieselben die aus den Gleichungen 67 bis 69 zu entnehmenden Verhältnisse nicht verwendbar sind. Danach ist

$$\frac{l_4}{l_1} = 2,411 \frac{q}{g} \left(\sqrt{1 + \frac{g}{q}} - 1 \right) \dots \dots \dots 74.$$

$$\frac{l_4}{l_3} = 1,207 \sqrt{\frac{q}{g+q}} \dots \dots \dots 75.$$

Für die Ermittlung der Stützenbelastungen ist die Feststellung der größten Auflagerdrücke erforderlich. Diese ergeben sich aus:

$$D_1 = \frac{q l_1}{2} - \frac{g l_2^2}{16 l_1} \dots \dots \dots 76.$$

$$D_2 = \frac{q}{2} \left(l_1 + l_2 + \frac{l_2^2}{8 l_1} \right) \dots \dots \dots 77.$$

$$D_3 = q \frac{l_2 + l_3}{2} + (q - g) \frac{l_2^2}{16 l_3} \dots \dots \dots 78.$$

$$D_4 = 0,4142 q l_4 \dots \dots \dots 79.$$

$$D_5 = q \frac{l_3 + l_4}{2} + 0,0858 q l_4 \left(1 + \frac{l_4}{l_3} \right) - \frac{g l_2^2}{16 l_3} \dots \dots \dots 80.$$

$$D_6 = q \frac{l_1 + l_4}{2} + 0,0858 q l_4 \left(1 + \frac{l_4}{l_1} \right) \dots \dots \dots 81.$$

$$D_7 = \frac{q l_1}{2} - 0,0858 g \frac{l_4^2}{l_1} \dots \dots \dots 82.$$

$$D_8 = q \frac{l_3 + l_4}{2} + 0,0858 \left[q l_4 \left(1 + \frac{l_4}{l_3} \right) - g \frac{l_4^2}{l_3} \right] \dots \dots \dots 83.$$

Die Gleichungen 76 bis 83 geben die größten Werthe der Stützendrücke; die kleinsten — möglicher Weise negativen — ergeben sich durch Vertauschung von q und g mit g aus denselben Gleichungen.

Beispiel. Des Vergleiches wegen mag hier die in Art. 104 (S. 122) schon für gleiche Stützteilungen zu Grunde gelegte Decke nach den nunmehr vorliegenden Gesichtspunkten nochmals durchgerechnet werden. Es ist also für die Balken $L = 15$ m und für die Unterzüge $L = 30$ m; die Eigenlast beträgt 400 und die Nutzlast 500 kg für 1 qm.

Für die Balken ist $p = 4$, $q = 9 \text{ kg}$ für 1 cm und bei Anordnung nach Fig. 228 mit Gelenken in der Mittelöffnung nach Gleichung 67

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{0,8536 \cdot 4}{9 \left(\sqrt{1 + \frac{4}{9}} - 1 \right)} = 0,7784;$$

nach Gleichung 71 wird für $n = 1$ und $L = 15$ hiernach $15 = 2 \cdot 0,7784 l_2 + 1 \cdot l_2$; fomit $l_2 = 5,866$ und $l_1 = 4,567 \text{ m}$, und weiter nach Gleichung 66: $k_1 l_2 = 0,14644 \cdot 5,866 = 0,859 \text{ m}$.

Nach Gleichung 73 ist das überall gleiche größte Moment $M = \frac{9 \cdot 586,6^2}{16} = 193556 \text{ cmkg}$; es genügt also bei 1000 kg zulässiger Beanspruchung das Profil Nr. 20.

Die Belaftung der Unterzüge folgt nach Gleichung 77

$$\text{mit dem größten Werthe } D_2 = \frac{9}{2} \left(456,7 + 586,6 + \frac{586,6^2}{8 \cdot 456,7} \right) = 5118 \text{ kg,}$$

$$\text{mit dem kleinsten Werthe } D_2 = \frac{4}{2} \left(456,7 + 586,6 + \frac{586,6^2}{8 \cdot 456,7} \right) = 2274 \text{ kg.}$$

Werden diese Laften, welche in $1,0 \text{ m}$ Theilung wiederkehren, gleichförmig vertheilt gedacht, so werden für die Unterzüge $g = 51,2 \text{ kg}$ und $g = 22,8 \text{ kg}$.

Werden für die Balken nach Fig. 229 die Gelenke in die Endöffnungen gelegt, so ist nach Gleichung 75

$$\frac{l_4}{l_3} = 1,207 \sqrt{\frac{9}{4 + 9}} = 1,0043,$$

fomit nach Gleichung 70 für $n = 1$ nunmehr $15 = 2 l_4 + \frac{1}{1,0043} l_4$, also $l_4 = 5,007 \text{ m}$ und $l_3 = 4,986 \text{ m}$.

Nach Gleichung 63 ist $k l_4 = 0,1716 \cdot 5,007 = 0,861 \text{ m}$. Nach Gleichung 73 wird

$$M = 0,0858 \cdot 9 \cdot 500,7^2 = 194041 \text{ cmkg},$$

also eben so groß, wie nach der Anordnung mit Gelenken in der Mittelöffnung.

Die Belaftung der Unterzüge wird nach Gleichung 83 am größten, demnach

$$D_8 = 9 \frac{498,6 + 500,7}{2} + 0,0858 [9 \cdot 500,7 (1 + 1,0043) - 4 \cdot 1,0043 \cdot 500,7] = 5100 \text{ kg};$$

am kleinsten, wenn in Gleichung 83 die Größen g und q vertauscht werden, fomit

$$D_8 = 4 \frac{498,6 + 500,7}{2} + 0,0858 [4 \cdot 500,7 (1 + 1,0043) - 9 \cdot 1,0043 \cdot 500,7] = 1955 \text{ kg.}$$

Hier sind beide Anordnungen also etwa gleichwerthig; wegen der besseren Verbindung der Säulen mit den Wänden, so wie wegen der geringeren Schwankung in der Belaftung der Unterzüge wird die erstere nach Fig. 228 beibehalten.

Für den Unterzug ist fomit rund $g = 51,2 \text{ kg}$ und $g = 22,8 \text{ kg}$ für 1 cm . Um bei $L = 30 \text{ m}$ annähernd 5 m Säulenentfernung zu erhalten, werden 6 Oeffnungen angeordnet, so das Fig. 226 maßgebend ist. Alsdann ist nach Gleichung 67

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{0,8536 \cdot 22,8}{51,2 \left(\sqrt{1 + \frac{22,8}{51,2}} - 1 \right)} = 0,7793;$$

nach Gleichung 68

$$\frac{l_3}{l_2} = 0,7072 \sqrt{\frac{22,8 + 51,2}{51,2}} = 0,8502;$$

nach Gleichung 69

$$\frac{l_4}{l_2} = 0,8525.$$

Wird weiter in Gleichung 72 für n der Werth 3 eingesetzt, so folgt

$$30 = l_2 (0,7793 + 0,8525 + 2 + 2 \cdot 0,8502) \text{ oder } l_2 = 5,626 \text{ m};$$

Danach ist

$$l_1 = 0,7793 \cdot 5,626 = 4,385 \text{ m,}$$

$$l_3 = 0,8502 \cdot 5,626 = 4,783 \text{ m,}$$

$$l_4 = 0,8525 \cdot 5,626 = 4,797 \text{ m.}$$

Das an allen gefährlichen Stellen gleiche größte Moment ist nach Gleichung 73

$$M = \frac{51,2 \cdot 562,6^2}{16} = 1012860 \text{ cmkg.}$$

Bei 1000 kg Beanspruchung ist fönach durchweg das I-Profil Nr. 36 zu verwenden, und es ist fomit trotz der etwas größeren Last die Trägeranordnung hier vortheilhafter, als bei gleichen Stützentheilungen.

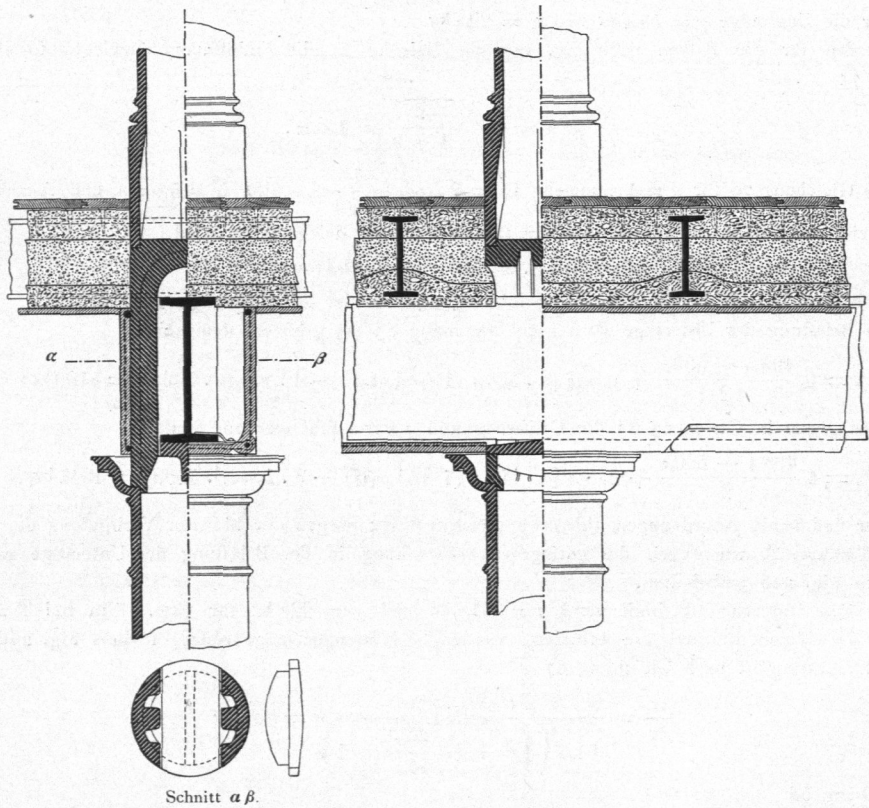
Die Länge $k_1 l_2$ wird nach Gleichung 66: $0,14644 \cdot 562,6 = 82,4 \text{ cm}$ und k_4 nach Gleichung 65: $0,172 \cdot 479,7 = 82,5 \text{ cm}$.

Die Stützendrücke, welche aus den Gleichungen 76 bis 83 folgen, werden hier um ein Geringes größer, als bei gleicher Theilung der Stützen. So wird z. B. nach Gleichung 78

$$D_3 = 51,2 \frac{562,6 + 478,3}{2} + (51,2 - 22,3) \frac{562,6^2}{16 \cdot 478,3} = 27820 \text{ kg.}$$

Der Druck D_3 für gleiche Stützentheilung betrug nur 25802 kg; doch hat dieser Unterschied keinen erheblichen Einfluss auf die Kosten der Säulen; viel wichtiger ist die durch die überall gleiche Trägerhöhe erzielte größere Gleichmäßigkeit in der Ausbildung der Stützen, wie der ganzen Decke.

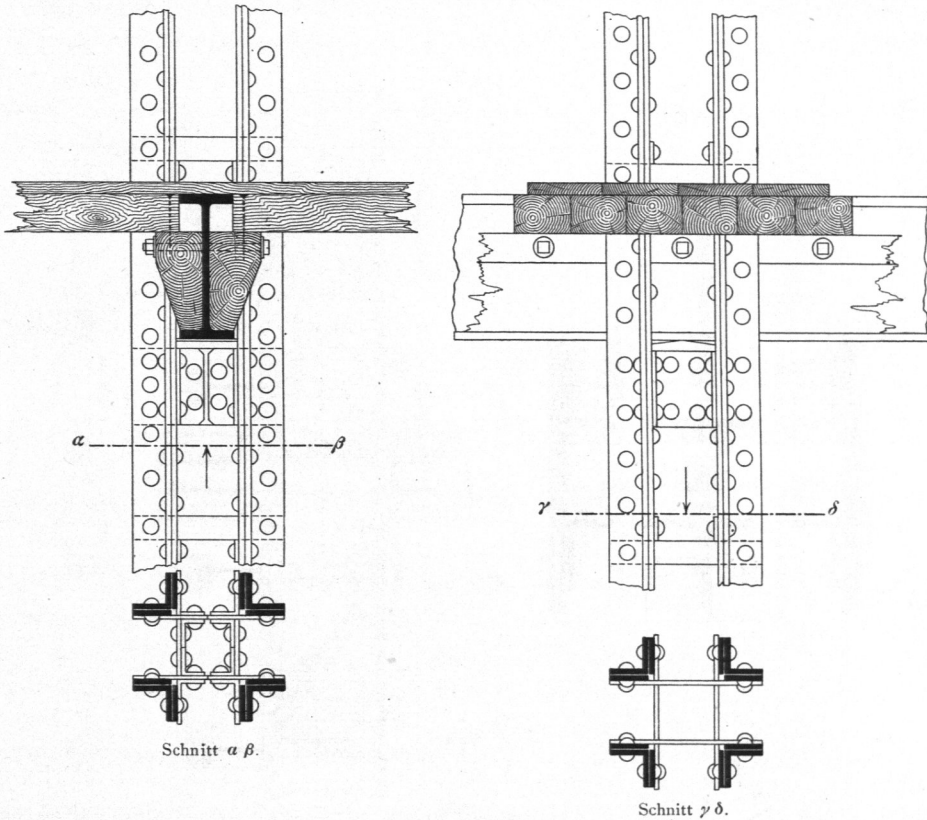
Fig. 230.



Es mag noch besonders hervorgehoben werden, dafs in den Rechnungsbeispielen das Eigengewicht der Träger vernachlässigt wurde; bei Berechnungen für die Ausführung genügt es, für die Balken ein Gewicht von 0,5 kg für 1 cm, für die Unterzüge ein solches von 0,9 kg für 1 cm von vornherein einzuführen. In der Regel werden die Träger diese Gewichte nicht ganz erreichen.

Bei einfacher Anordnung der Unterzüge könnten die Stützen nach den Beispielen in Fig. 230 bis 234 ausgebildet werden; die Anordnung in Fig. 235 ist für so schwere Traganordnungen, wegen der Schwächung der Säule, weniger zu empfehlen. Bei gusseisernen Stützen sind nur die Anordnungen in Fig. 236 u. 230 ganz

Fig. 231.

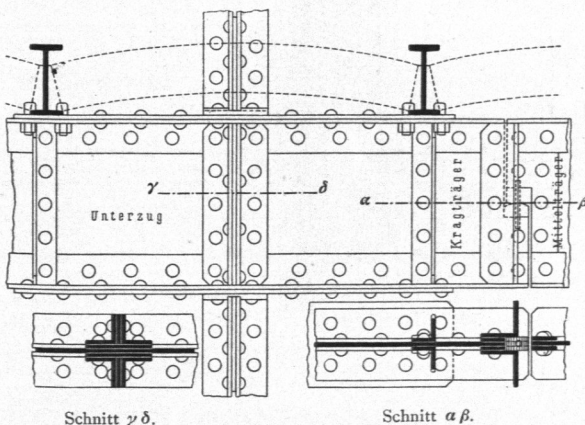


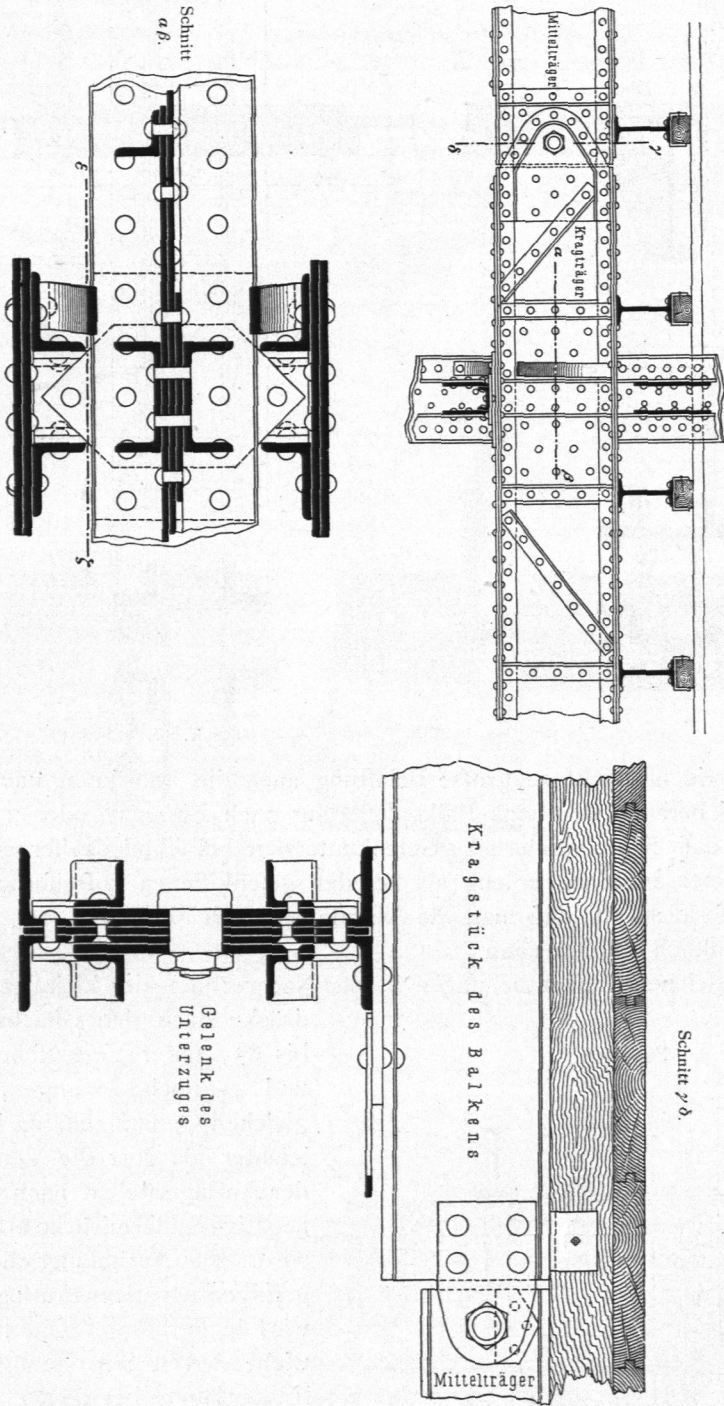
vollkommen, so wie für nicht zu große Belastung auch die Anordnung nach Fig. 17 (S. 14); Fig. 236 bedingt aber eine Balkenlagerung nach Fig. 237 oder 238. Man erkennt hieraus, daß sich kontinuierliche Gelenkunterzüge bei schmiedeeisernen Stützen wesentlich bequemer anordnen lassen, als bei den geschlossenen gußeisernen, wenn nicht die Decke so leicht ist, daß man die Anordnung nach Fig. 17 (S. 14), Fig. 230 oder 235 unbedenklich wählen kann.

Bei den ungleichen Stützentheilungen ist das Nachrechnen der kleinsten Stützendrücke nach den Gleichungen 76 bis 83, unter Vertauschen von g

und q , noch wichtiger, als bei gleichen Oeffnungen, da hier noch leichter als dort die Verankerung der Auflagerstellen nach unten für negative Stützendrücke erforderlich wird. Zur Aufhebung dieser stets geringen negativen Auflagerdrücke wird in der Regel schon das Gewicht der Stützen genügen. Die Endauflager, bei denen am leichtesten negative Auflagerkräfte vorkommen, können meist Verankerungen in den Wänden erhalten;

Fig. 232.





Schnitt e δ.

Fig. 233.

Schnitt γ δ.

Gelenk des Unterzuges

Fig. 234.

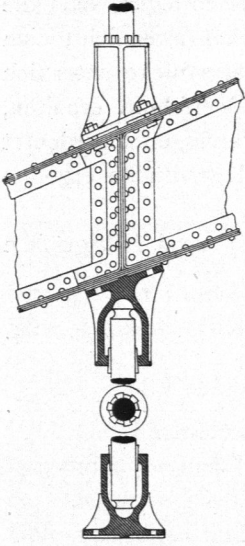


Fig. 235.

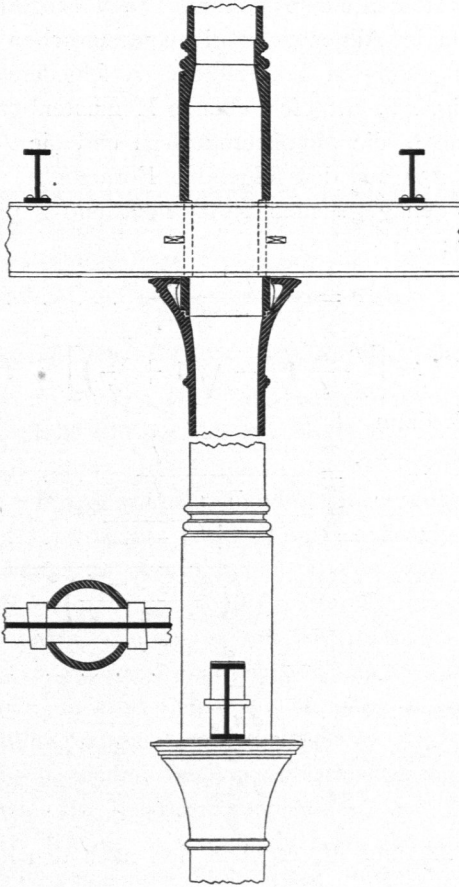


Fig. 236.

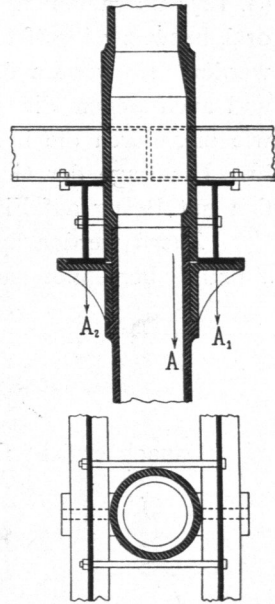


Fig. 237.

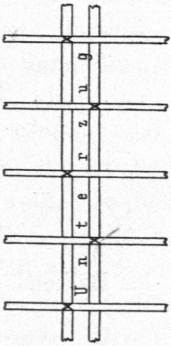
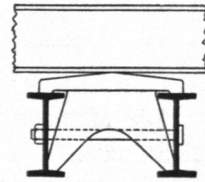


Fig. 238.



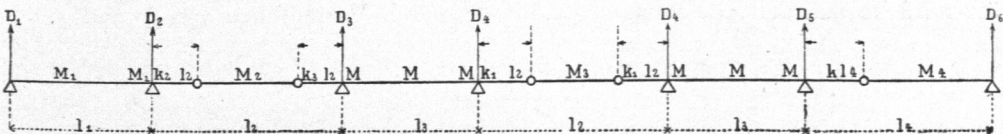
doch ist dann bei Bemessung der Wandstärken die Wirkung dieser meist außerhalb des Schwerpunktes nach oben wirkenden Kräfte genau zu berücksichtigen.

Der zweite Fall ist der, daß die Stützweiten zwar verschieden, aber unabhängig vom Verhältnisse $g : q$ fest vorgeschrieben sind, so daß die Ausgleichung aller größten Momente nicht mehr möglich ist.

107.
Zweiter
Fall.

Abgesehen von ganz unregelmäßigen Anordnungen, in denen bloß Sonderrechnungen von Fall zu Fall zum Ziele führen können, ist hier nur der oben angedeutete Fall allgemein zu behandeln, daß die Stützenstellung in Fig. 224 bis 228 für ein Gefchoß auf vollständige Ausgleichung der Momente eingerichtet wurde, und nun in einem anderen Gefchoße durchgeführt werden muß, wo sie dem dort auftretenden Verhältnisse $g : q$ nicht mehr entspricht.

Fig. 239.



In Fig. 239 sind daher die Bezeichnungen der Stützweiten aus Fig. 224 bis 226 (S. 125) übernommen, und es kommt nun darauf an, die Gelenke f_0 zu legen, daß die drei, bezw. zwei größten Momente eines kontinuierlichen Trägerstückes unter sich gleich werden. Es werden dann im Allgemeinen die kontinuierlichen Trägerstücke unter sich und auch gegen die eingehängten Trägerstücke verschiedenen Querschnitt erhalten, wie dies durch die in Fig. 239 beigeführten Momentenbezeichnungen angedeutet ist. Die Lage der Gelenke, die Momentengrößen und die Auflagerdrücke ergeben sich mit Bezug auf Fig. 239 aus den folgenden Formeln.

Zuerst werden aus den gegebenen Stützweiten und g und q zwei Hilfsgrößen a und b berechnet nach:

$$a = \frac{q}{4(g+q)} \frac{l_3^2}{l_4^2} \dots \dots \dots 84.$$

$$b = \left[\frac{q}{g} \frac{l_1}{l_2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{g}{q}} \right) \right]^2 \dots \dots \dots 85.$$

Danach ergibt sich dann

$$k = \frac{q}{4(g+q)} \frac{l_3^2}{l_4^2} \dots \dots \dots 86.$$

$$k_1 = 0,5 (1 - \sqrt{1 - 4a}) \dots \dots \dots 87.$$

$$k_2 = \frac{b + 1 - a}{2} - \sqrt{\left(\frac{b + 1 - a}{2} \right)^2 - b} \dots \dots \dots 88.$$

$$k_3 = \frac{a}{1 - k_2} \dots \dots \dots 89.$$

$$M = \frac{q a l_2^2}{2} \dots \dots \dots 90.$$

$$M_1 = \frac{q b l_2^2}{2} \dots \dots \dots 91.$$

Die Momente M_3 , M_4 und M_5 ergeben sich nach den Regeln des Balkens auf zwei Stützen.

Die größten Werthe der Stützendrücke sind:

$$D_1 = \frac{q l_1}{2} - \frac{g b l_2^2}{2 l_1} \dots \dots \dots 92.$$

$$D_2 = \frac{q}{2} \left[l_1 + l_2 \left(k_2 + 1 + k_2 \frac{l_2}{l_1} \right) (1 - k_3) \right] \dots \dots \dots 93.$$

$$D_3 = \frac{q}{2} \left[l_2 (1 - k_2) + l_3 \right] \left(1 + k_3 \frac{l_2}{l_3} \right) - \frac{g a l_2^2}{2 l_3} \dots \dots \dots 94.$$

$$D_4 = \frac{q}{2} \left(l_2 + l_3 + a \frac{l_2^2}{l_3} \right) - \frac{g a l_2^2}{2 l_3} \dots \dots \dots 95.$$

$$D_5 = \frac{q}{2} \left[l_3 + l_4 + k l_4 \left(1 + \frac{l_4}{l_3} \right) \right] \dots \dots \dots 96.$$

$$D_6 = \frac{q}{2} l_4 (1 - k) \dots \dots \dots 97.$$

Auch hier ergeben sich die geringsten, möglicher Weise negativen Werthe der Stützendrücke aus den Gleichungen 92 bis 97 durch Vertauschen von g und q .

7. Kapitel.

Schutz der Balkendecken gegen Feuchtigkeit und Schalldurchlässigkeit.

Die Schutzmittel gegen Feuchtigkeit¹⁴⁸⁾ sollen bezüglich der Theile gleichfalls einzeln besprochen werden, nämlich a) für die Ausfüllungen der Balkenfache, b) für die Träger und Balken und c) für die Freiftützen. Vom Schutze der Fußböden gegen aufsteigende Feuchtigkeit war bereits in Theil III, Band 2, Heft 1 (Abth. III, Abfchn. I, A, Kap. 12, unter a, 1, 7) dieses »Handbuches« die Rede; von den ferneren bei Fußböden nothwendigen Schutzmitteln wird noch in Theil III, Band 3, Heft 3 dieses »Handbuches« gesprochen werden.

a) Feuchtigkeitsschutz für die Ausfüllungen der Balkenfache.

Die Fachfüllungen sollen aus völlig trockenen und die Feuchtigkeit nicht aufsaugenden Stoffen hergestellt werden, da sie sonst die Veranlassung zur Zerstörung der Decke werden und schon vorher den Herd für die Entwicklung schädlicher Gase und Pilze bilden. Bei der Ausfüllung hölzerner Balkenfache sollen vor Allem organische Beimengungen vermieden werden; man hat daher auf völlige Reinheit des sonst gut zu diesem Zwecke zu verwendenden Baustruttes von Holzspähnen, Zeugresten, Papierstücken, Stroh u. dergl., so wie auf vollständige Fernhaltung von Humus aus Sandfüllungen zu achten. Füllungen aus Sägespähnen, Torfgrufs, Moos u. dergl. sind, abgesehen von ihrer großen Feuergefährlichkeit, völlig trocken und nur da zu verwenden, wo sie auch dauernd keiner Feuchtigkeit ausgesetzt sind. Dafs Kieselguhr die trockenste Füllung abgibt, wurde schon in Art. 27 (S. 39) besprochen.

Bei an sich feucht liegenden Decken sind namentlich die Füllungen aus Gyps und Gyps-Beton, so wie aus hohlen Gypsblöcken nach französischen Mustern unzulässig, weil der Gyps sich im Wasser leicht löst. Für derartige Fälle empfehlen sich ganz besonders Füllungen aus Hohlziegeln oder hohlen Terracotten (System *Laporte*), deren Canäle man zur Lüftung der Decke benutzen kann, wenn man sie mit nach außen gehenden Luftlöchern versehen.

Eine Reihe der neueren Zwischendecken-Anordnungen sind in erster Linie mit Rücksicht auf völlige Trockenheit durchgebildet, so die Korksteine, Gypsdielen und Spreutafeln, welche in Folge ihrer Zusammensetzung an sich wasserbeständig sind und durch die vielen Hohlräume gute Gelegenheit zum Verdunsten etwa eingedrungener Feuchtigkeit geben.

Als Mittel, um das Eindringen von Feuchtigkeit in die Fachausfüllung überhaupt zu verhindern, empfiehlt sich die wasserdichte Herstellung des Fußbodens durch Beläge oder Kalfatern; die wegen Verhinderung des Aufsteigens von Staub durch die Fußbodenfugen zu empfehlende Abdeckung der Fachausfüllung mit Dachpappe kann die hier gestellte Aufgabe nur unvollkommen lösen, da die einmal durch den Fußboden gedrungene Feuchtigkeit nur langsam verdunstet und schliesslich auch den Weg durch die Dachpappe finden wird.

In die Fachausfüllung gebettete Eisentheile werden, wenn nicht jedes Eindringen von Feuchtigkeit mit völliger Sicherheit ausgeschlossen ist, angestrichen, getheert oder am besten verzinkt, da in feuchten Fachausfüllungen ein ganz ausserordentlich starkes

108.
Wahl
des
Materials.

109.
Mittel
gegen das
Eindringen
der
Feuchtigkeit.

¹⁴⁸⁾ Siehe auch Theil III, Band 2, Heft 1 (S. 410 u. ff.) dieses »Handbuches«.