

freuen könnten. Aber je leichter es ihr fallen mag, eine solche zu geben, desto leichter wird sie leider wiegen.

## XXV. Hypothese über das allgemeine Kraftgesetz der Natur.

Nach allen im vorigen Capitel gepflogenen Erörterungen ist nicht anzunehmen, dass sich die Naturerscheinungen bloß mit Hülfe der Gravitation und Beharrung werden construiren lassen. Ehe man sich aber entschliesst, Grundkräfte zuzulassen, die mit einer verschiedenen Grundqualität der Materie in Beziehung stehen, kann noch folgender Weg versucht werden.

Es liesse sich denken, dass die Gravitation, ohne selbst die allgemeinste Kraft zu sein, welche das Geschehen in der Natur beherrscht, nur einen besondern Fall einer allgemeinsten Kraft, oder, was dasselbe sagt, das Gravitationsgesetz nur einen besondern Fall eines allgemeinsten Gesetzes darstellte, unter welchem alles Geschehen in der Natur steht, den Fall nämlich, der für merkliche und übermerkliche Entfernungen der materiellen Theilchen gilt, indess das allgemeine Gesetz für so kleine Entfernungen, wie sie bei den Molecularerscheinungen in Betracht kommen, Wirkungen bemerklich werden liesse, die für jede grössere Entfernung verschwinden, und sich also unter dem Gravitationsgesetze nicht begriffen zeigen. Das Gravitationsgesetz wäre hienach eigentlich nur ein Annäherungsgesetz, um so richtiger, je grösser die Entfernung der Theilchen, doch schon merklich genau bei jeder merklichen Entfernung der Theilchen. Wie aber das Gravitationsgesetz auf eine verschiedene Grundqualität der Materie nicht Bezug nimmt, könnte dasselbe auch von dem allgemeinsten Gesetze gelten, dem es sich unterordnet.

In der That hat man schon mehrfach versucht, die allgemeine Kraft durch eine unendliche Reihe von Gliedern auszudrücken, die nach Potenzen des Abstandes der Theilchen von einander aufsteigen, indem sie diesen Potenzen umgekehrt proportional (reciprok) sind. Das erste, dem Quadrat des Abstandes reciproke, Glied sollte die Gravitation bedeuten, gegen welches die folgenden Glieder bei merklichem Abstände der Theilchen verschwänden, indess umgekehrt bei molecularen Abständen die folgenden Glieder eine überwiegende Grösse erhielten. Durch Abwechselung der Vorzeichen liessen sich abstossende mit an-

ziehenden Kraftgliedern in derselben Reihe vereinigen, von denen je nach den Verhältnissen des Abstandes bald die einen, bald die andern überwiegen könnten.

So hat schon *Boscovich* in Zusammenhang mit seiner einfachen Atomistik eine solche Vorstellung von der Beschaffenheit der allgemeinen Grundkräfte gehegt, und ist in mannigfache Erörterungen darüber eingegangen (*Theoria phil. nat.* §. 12. 117 ff. und *Suppl.* §. 15); ohne jedoch, so viel ich aus seiner *Theoria* ersehe, die Potenzenreihe näher zu bestimmen. (Vergl. darüber *Cap.* 27.) Auf eine ähnliche Vorstellung ist *Buijs Ballot* (*Pogg. Ann.* CIII. 241), wie er bemerkt, unabhängig von *Boscovich*, gekommen, bezieht jedoch die Form des Gesetzes (eine Reihe, nach reciproken Werthen von  $r^2, r^3, r^4 \dots$  aufsteigend) nicht auf Grundkräfte, sondern resultirende Kräfte, und setzt demgemäss die Constanten der das Gesetz ausdrückenden Reihe je nach Berücksichtigung von mehr oder weniger Theilchen veränderlich. Auch sonst erinnere ich mich, gelegentlich hier und da auf ähnliche Vorstellungen gestossen zu sein, als geeignet, die Molecularkräfte mit der Gravitation unter einem gemeinsamen Gesichtspunkt zu vereinigen, nirgends aber auf ein rationelles Princip der Aufstellung eines solchen Gesetzes. Nicht leugnen kann man doch, dass ein so complicirtes Gesetz in Widerspruch mit der Einfachheit zu stehen scheint, die man sonst gewohnt ist, von letzten Gründen der Erklärung im Naturgebiet zu fordern, und namentlich die Annahme eines Vorzeichenwechsels der Kraft blos nach Verhältnissen der Entfernung der Theilchen von vorn herein etwas sehr Widerstrebendes hat. Auch glaube ich nicht, dass die bisherige Weise, den Gegenstand zu fassen, das Rechte trifft, stelle aber im Folgenden ein Princip auf, was zwar nicht zu demselben, aber doch einem verwandten Resultate führt, indem es höhere Potenzen als die zweite mit Vorzeichenwechsel in solcher Weise einführt, dass die Complication nur in den Folgen des einfachen Principes und dieses als eine Verallgemeinerung dessen erscheint, was bei der Gravitation als einem Einzelfalle, der sich dem Principe unterordnet, gilt.

Für den ersten Anblick zwar könnte man fast bedauern, dass ein so einfaches Gesetz wie das Gravitationsgesetz nicht zugleich das allgemeinste sein soll, indess wird sich zeigen, dass seine Einfachheit in der That nur eine Dürftigkeit ist, und dass unser Princip einen kaum minder einfachen, aber höhern und allgemeineren Gesichtspunkt stellt, der einer Entfaltung in einen unsäglich grössern Reichthum besonderer Gesetzesfälle fähig ist,

als das Gravitationsgesetz, welches selbst nur den zweiten der bisher bekannten Fälle dieses Gesetzes darstellt. — Hiezu führt folgende Betrachtung.

Gewöhnlich fasst man Beharrung und Kraft als etwas grundwesentlich Verschiedenes auf. Indess ist doch der Erfolg der Beharrung mit den Erfolgen der Kraft gerade so und nach denselben Regeln zusammensetzbar (beispielsweise in der Wurfbewegung) als die Erfolge der Kräfte unter sich; auch lässt sich ein begrifflicher Bezug zwischen Beharrung und Kraft durch den Gesichtspunkt finden, dass das Gesetz der Beharrung das Verhalten eines Theilchens für sich ohne Rücksicht auf sein Zusammensein mit andern bestimmt, das Gesetz für die Kraft aber das Verhalten je eines Theilchens im Zusammensein mit je einem andern, aber ohne Rücksicht auf sein Zusammensein mit noch mehrern, und ohne Rücksicht auf das vorige Gesetz. Da das Kraftgesetz das Verhalten je eines Theilchens zum andern wechselseitig und solidarisch bestimmt, hindert nichts, auch zu sagen: das Beharrungsgesetz bestimme das Verhalten je eines Theilchens für sich ohne Rücksicht auf sein Zusammensein mit andern; das Kraftgesetz das Verhalten je zweier Theilchen in Verbindung; ohne Rücksicht auf ihr Zusammensein mit noch mehrern, wie ohne Rücksicht auf das erste Gesetz. Die Erfolge beider Gesetze setzen sich dann aber an jedem Theilchen zusammen.

Wir haben hier zwei erste Stufen einer Gesetzesreihe; lässt sich dieselbe nicht weiter fortsetzen?

Giebt es ein Gesetz, was das Verhalten je eines Theilchens für sich bestimmt, ein solches vom vorigen zu trennendes, was das Verhalten je zweier Theilchen in Verbindung bestimmt, dessen Erfolge sich aber mit denen des vorigen zusammensetzen, warum nicht ferner eben so für je 3 Theilchen besonders, für je 4 Theilchen besonders u. s. w., Gesetze, die von den vorigen zu trennen sind, deren Erfolge sich aber mit den Erfolgen der vorigen zusammensetzen?

Bisher hat man Das, was in einer Combination z. B. von drei Theilchen geschieht, rein aus der Zusammensetzung der Erfolge abgeleitet, welche durch die für je ein Theilchen und je zwei Theilchen geltenden Gesetze bestimmt werden. Es ist gewiss, dass diess für alle Berechnungen der himmlischen Erscheinungen ausreicht; aber reicht es auch für die Molecularerscheinungen aus? können nicht eben hier Erfolge bemerklich werden, die von Kräften abhängen, welche solidarisch durch das Zusammensein von mehr als zwei Theilchen bestimmt werden?

Hat sich doch nach W. Weber's Untersuchungen im Gebiete der

Elektricität die Nothwendigkeit wirklich schon herausgestellt, Kräfte anzunehmen, die nicht bloß durch das Zusammensein je zweier Theilchen, sondern auch das Mitdasein der andern bestimmt werden. (Vgl. hierüber Weber's Abhandlung in der Abhandl. der Jablonowski'schen Gesellsch. 1846, S. 376 oder meine Schrift „Zend-Avesta“ II. S. 287, wo die Stelle nach Weber mitgetheilt ist.)

Gehen wir also dem Gedanken solcher Kräfte weiter nach, indem wir das Verhältniß, was schon zwischen dem ersten und zweiten Gesetz besteht, im Fortschritt zu den weitern Gesetzen zu verallgemeinern suchen.

Das erste Gesetz bestimmt das Verhalten eines Theilchens für sich; das zweite Gesetz bestimmt das Verhalten desselben Theilchens nach den Verhältnissen seines Zusammenseins mit je einem andern, weist ihm eine demgemäße Geschwindigkeit und Richtung an, die mit der durch das erste Gesetz bestimmten nicht allgemein zusammenfällt, aber sich damit zusammensetzt, sowie auch die verschiedenen Richtungen und Geschwindigkeiten, die das zweite Gesetz dem Theilchen anweist, je nachdem dasselbe mit diesem oder jenem andern Theilchen zusammengefasst wird, sich zusammensetzen; das dritte Gesetz wird nun das Verhalten des Theilchens nach den Verhältnissen seines Zusammenseins mit je zwei andern solidarisch bestimmen (wozu wir unten die Regeln näher zu ermitteln versuchen), ihm eine demgemäße Geschwindigkeit und Richtung anweisen, die mit der durch die beiden vorigen Gesetze bestimmten nicht allgemein zusammenfällt, aber sich damit zusammensetzt, sowie auch die verschiedenen Richtungen und Geschwindigkeiten, die das dritte Gesetz dem Theilchen anweist, je nachdem dasselbe mit diesen oder jenen zwei andern Theilchen zusammengefasst wird, sich zusammensetzen werden und so fort auch bei den Kräften, die durch das Zusammensein von je vier Theilchen, je fünf Theilchen, u. s. w. bestimmt werden; allgemein in der Art: dass immer der Erfolg der höhern Gesetze, anstatt als eine Zusammensetzung des Erfolgs der niedern gefasst werden zu können, sich mit den Erfolgen der niedern Gesetze selbst zusammensetzt.

Soll eine solche Ansicht statthaft erscheinen, so gehört noch dazu, dass die Kräfte, welche durch die höhern (d. h. aus mehr Theilchen bestehenden) Combinationen bestimmt werden, um so rascher mit der Entfernung abnehmen, je höher die Combination, so dass alle Kräfte, welche die Gravitation übersteigen, für die Bewegung der so fernen

Himmelskörper ausser Acht gelassen werden können, indess sie im Gebiete des Molecularen eine grosse und selbst grössere Rolle als die Gravitation spielen könnten. Es wird sich aber unten zeigen, wie diess aus dem Verallgemeinerungsprincip, was der ganzen Ansicht zu Grunde liegt, von selbst folgt, indem sich danach schon für die ternäre Kraft eine Reciprocität mit der sechsten Distanzpotenz ergibt.

Auch im Gebiete des Molecularen können solchergestalt, je nach den Abstandsverhältnissen der Theilchen oder Molecule, bald niedrigere Kräfte gegen höhere, bald höhere gegen niedrigere verschwinden und relativ isolirte Combinationen in Betreff des Verhaltens ihrer Theilchen zu einander als bloss ihren eigenen innern Kräften überlassen gedacht werden, ungeachtet streng genommen jede Combination als Glied der allgemeinen Weltcombination selbst den höchsten Weltkräften mit unterliegt.

Ehe wir das so im Allgemeinen aufgestellte Princip näher zu bestimmen und in Folgerungen zu entwickeln versuchen, lassen wir einige allgemeinere Betrachtungen zu seinen Gunsten sprechen.

Von vorn herein liegt keine aprioristische Nothwendigkeit vor, das Verhalten eines Theilchens unmittelbar nur nach seinem Bestehen für sich und seinem Zusammensein mit je einem andern Theilchen gesetzlich bestimmt zu denken, und Alles bloss von Zusammensetzung so gewonnener Bestimmungen abhängig zu machen, da jedes Theilchen doch eben so als für sich und als mit je einem auch mit je zwei, mit je drei andern Theilchen u. s. w. unmittelbar zusammen und zusammenfassbar ist; ja es kann von vorn herein wenig wahrscheinlich erscheinen, dass die Natur sich mit den zwei ersten Schritten auf einem Wege, der ins Unendliche frei steht, begnügt haben sollte.

Dieser allgemeinen Betrachtung kommt entgegen, dass die höhern Kräfte, auf die wir so geführt werden, sich zur Befriedigung wirklicher Bedürfnisse der Physik auch wirklich geeignet zeigen, wie diess beim nähern Eingehen auf die Folgerungen unsers Principis erhellen wird. Es fragt sich in der That eigentlich nicht, ob wir noch andere Kräfte als die Gravitation haben wollen, sondern wie wir solche in Verhältniss und Zusammenhang mit der Gravitation denken und des Nähern bestimmen sollen, und in dieser Beziehung dürfte unser Princip die günstigstmöglichen Bedingungen darbieten.

Erinnern wir hier nur ganz vorgreiflich an einige Punkte, wo unser Princip versprechende Aussichten eröffnet.

Für nichts scheint die Annahme von Kräften, welche solidarisch von den Verhältnissen des Zusammenseins aller Theile eines Systems abhängen, oder was Dasselbe sagt, von Gesetzen, welche das Verhalten aller Theile desselben solidarisch bestimmen, willkommener als für die Deutung der Erscheinungen, welche die Organismen darbieten. In der That scheint es kaum denkbar, dass man das Spiel dieser Erscheinungen bloß von einer Zusammensetzung von Kräften, welche von je einem Theilchen zum andern herüberwirken, sollte abhängig machen können, dagegen es im Sinne unserer Hypothese für die Gesamtheit der Theile eines Organismus eine Kraft giebt, welche deren Verhältnisse im Zusammenhange beherrscht, mit vielen untergeordneten Kräften für die besonders untergeordneten Systeme, die in der allgemeinen Zusammenstellung inbegriffen sind.

Nicht minder ist die Deutung der verschiedenen Qualität der sog. chemisch einfachen Stoffe leicht mit unserm Princip in Beziehung zu setzen, falls man im Sinne der früher (S. 187) entwickelten Vorstellung nur die einfachsten Combinationen des einfachsten Stoffes darin sucht, sofern es gestattet, ihre Hauptverschiedenheit in der Verschiedenheit des Gesetzes zu sehen, was in den ihnen unterliegenden Moleculen je nach der Zahl der darin befassten Atome waltet.

So verspricht unser Princip von vorn herein ebenso für die Repräsentation der verwickeltesten Anordnungen der Natur, d. i. der organischen, wie der einfachsten Anordnungen, d. i. der Moleculer der sog. einfachen chemischen Stoffe, Dienste zu leisten; was gewissermassen die Gränzfälle des Gebiets sind, das damit zu decken ist.

Um jedoch einen bestimmtern Anhalt zur Beurtheilung der Tragweite und Leistungen unsers Principis zu gewinnen, wird es gelten, dasselbe erst näher zu bestimmen, d. h. die Abhängigkeit der Kräfte, die es unter sich fasst, von den Verhältnissen des Zusammenseins der Theilchen in entsprechender Weise allgemein festzustellen, wie es für die Gravitation schon im Besondern stattfindet; und hiezu dürfte der beste, wo nicht einzige Weg der sein, dass wir eben durch eine verallgemeinernde Fassung des Gravitationsgesetzes selbst dazu zu gelangen suchen. Die gewöhnliche Ausdrucksweise des für je zwei Theilchen geltenden Gravitationsgesetzes gestattet nun freilich keine Verallgemeinerung für mehr als zwei Theilchen und diess hat unstreitig beigetragen, den Gedanken an ein allgemeines Gesetz wie das unsrige zurückzudrängen; aber es ist leicht, die gewöhnliche Ausdrucksweise in eine

andere zu übersetzen, welche dem Factischen ebenso gut genügt und das Verlangte leistet.

Nach der gewöhnlichen Fassung des Gravitationsgesetzes ist die Kraft jedes Theilchens nach der Verbindungslinie der Theilchen gerichtet, d. h. es strebt sich in Richtung dieser Linie nach dem andern Theilchen hin zu bewegen. Aber da in einer Combination von drei Theilchen jedes Theilchen mit je zwei andern verbunden ist, so kann die Kraft dritter Stufe, welche durch das Zusammensein aller drei gemeinschaftlich bestimmt sein soll, weder im Sinne der einen, noch andern Verbindungslinie gerichtet sein, da natürlich keine etwas vor der andern voraus hat. Welches wird ihre Richtung sein? Da der gewöhnliche Ausdruck des Gravitationsgesetzes in dieser Beziehung keine Verallgemeinerung zulässt, so übersetzen wir ihn in einen andern, welcher das Factische noch ebenso gut als der erste trifft, aber nun die Uebertragung auf die Combination von drei und mehr Theilchen gestattet. Wir sagen nicht mehr, die Kraft jedes Theilchens ist nach dem andern Theilchen, sondern sie ist nach dem gemeinsamen Schwerpunkt beider Theilchen gerichtet, als wenn dieser der sie gemeinsam anziehende Mittelpunkt wäre. Im Factischen kommt diess in der That auf dasselbe hinaus, kann aber nun auf jede beliebige Anzahl Theilchen übertragen werden.

Auch bei einer Combination von drei Theilchen, von vier Theilchen u. s. w., wird also die durch das Zusammensein der Theilchen gemeinsam bestimmte Kraft überall gegen den Schwerpunkt der Combination gerichtet sein, oder, sofern sich später auch abstossende Kräfte unter der Reihe der höhern Kräfte von selbst ergeben werden, von ihm weg gerichtet sein, als wenn die ganze anziehende oder abstossende Kraft des Systems von da ausginge. Da übrigens die Zusammensetzung der Gravitationswirkungen in Combinationen aus drei und mehr Theilchen jedes Theilchen ebenfalls gegen den Schwerpunkt treibt, so wird durch die höhere Kraft schliesslich eigentlich keine neue Richtung eingeführt, sondern die einfache Wirkung derselben addirt sich oder (im Fall abstossender Kräfte) subtrahirt sich nur zu oder von der zusammengesetzten Wirkung der Gravitation, ohne doch mit ihr identificirt werden zu können.

Die Vorstellung, dass die Richtung der Kraft jedes Theilchens einer Combination statt in Bezug zu einem andern Theilchen vielmehr in Bezug zum gemeinsamen Schwerpunkt aller Theilchen der Combina-

tion bestimmt ist, kann Schwierigkeit für Den haben, der die Kraft als etwas in den Theilchen besonders Sitzendes, auf andere Theilchen Hinüberwirkendes ansieht, eine Schwierigkeit, die natürlich wegfällt, wenn man diese an sich unklare Vorstellung verlässt, um die Kraft, so wie von uns schon früher geschehen ist, vom Gesetzesbegriff abhängig zu machen. Hier zeigt sich der factische Vortheil begrifflicher Klarheit. Wir sagen: Körper äussern eine Kraft auf einander, wenn sie sich nach einem auf die Verhältnisse ihres Zusammenseins bezüglichen Gesetze von oder gegen einander bewegen. Da hienach die Kraft selbst erst durch das Zusammensein der Theilchen entsteht und bestimmt wird, in sofern das Gesetz eben nur für ein gegebenes Zusammensein eine gegebene Kraftwirkung aussagt, erscheint es auch ganz angemessen, dass die Richtung eines Theilchens durch die Kraftwirkung nicht einseitig in Bezug zum andern, sondern in Bezug auf ein durch ihr gemeinsames Dasein gesetztes Ziel bestimmt ist, wie denn auch die Theilchen das gemeinsame Ziel, den gemeinsamen Schwerpunkt, wirklich erreichen würden, wenn sie ohne ablenkenden Impuls der alleinigen Wirkung anziehender Kräfte überlassen blieben.

Jedenfalls ist gewiss, dass das Factische der bis jetzt bekannten Kraftwirkungen eben so wohl den einen als andern Ausdruck duldet, so dass von hier aus kein Einwand gegen unsere Auffassungsweise möglich ist. Mit blossen Ansichten aber lassen sich Ansichten nicht widerlegen.

Unstreitig zwar wird nichts hindern, unsere einfach gegen den Schwerpunkt der Combination gerichtet gedachten höhern Kräfte auch nach den Verbindungslinien der Theilchen zerlegt zu denken; aber weder konnte von einer solchen Auffassung bei der Herleitung der Wirkungsweise der höhern Kräfte ausgegangen werden, sofern sie einheitlich durch das Zusammensein mehrerer Theilchen bestimmt sein sollen, noch würde sich die allgemeine Betrachtung der Erscheinungen dadurch vereinfachen; wenn schon, wie nicht bestritten wird, für das Bedürfniss der Rechnung eine solche Zerlegung nöthig sein kann.

Die Abhängigkeit der Kraft vom Abstände der Theilchen wird für die Gravitation gewöhnlich so ausgedrückt: die Kraft sei umgekehrt proportional oder reciprok dem Quadrat des Abstandes. Da es aber schon bei drei Theilchen drei Abstände statt eines giebt, erleidet dieser Ausdruck wieder keine Uebertragung auf die höhern Kräfte. Aber wir können ihn in folgenden übersetzen: statt zu sagen, die Grösse der Kraft,



welche in einer Combination von zwei Theilchen  $a$  und  $b$  wirkt, sei reciprok dem Quadrat ihres Abstandes, kann ich ebenso gut sagen, sie sei reciprok dem Producte aus dem Abstände von  $a$  zu  $b$  in den Abstand von  $b$  zu  $a$ , überhaupt dem Producte der irgendwie von Theilchen zu Theilchen nehmenden Abstände. Danach wird dann die Kraft in einer Combination z. B. aus drei Theilchen reciprok sein einem Product aus sechs einfachen Distanzen \*) oder drei Distanzquadraten, d. i. im Fall der Gleichheit der Abstände der sechsten Potenz des Abstandes; in einer Combination aus vier Theilchen einem Product aus zwölf einfachen Distanzen oder sechs Distanzquadraten u. s. f.

Dieses Ergebniss ist in sofern sehr befriedigend, als sich hiemit die grosse Schwächung der molecularen Kräfte mit der Entfernung, welche die Erfahrungen fodern, von selbst ergibt.

Führt man die Bestimmung für Combinationen von noch mehr Theilchen aus, so wird man zu einer, aus folgender Tabelle von selbst einleuchtenden, allgemeinen Regel geführt, wodurch sich ohne Rechnung aus der Zahl der Atome, die in die Combination eingehen, sofort die Zahl der Distanzfactoren ergibt, die in das Product eingehen, welchem die Kraft reciprok ist; eine Regel, die sich übrigens auch durch eine einfache Anwendung der Combinationsrechnung ergibt. Man erhält nämlich:

Zahl der Theilchen der Combination.	Zahl der Distanzfactoren, welche in das der Kraft reciproke Product eingehen.
1	0. 1 = 0
2	1. 2 = 2
3	2. 3 = 6
4	3. 4 = 12
5	4. 5 = 20
6	5. 6 = 30
7	6. 7 = 42

u. s. f. Geht man zu den Quadraten über, so hat man natürlich die Hälfte der in der zweiten Columnne gegebenen Zahlen zu nehmen; was die Reihe giebt

0, 1, 3, 6, 10, 15, 21 u. s. f.

\*) Nämlich, wenn  $a, b, c$ , die drei Theilchen, und  $ab, bc, ac$ , ihre respectiven Abstände (in einer Richtung verfolgt) sind, dem Producte aus  $ab, ba, ac, ca, bc, cb$ , wovon je zwei abgesehen vom weiterhin zu berücksichtigenden Vorzeichenunterschiede gleich sind.

worin je zwei ungerade und zwei gerade Zahlen auf einander folgen, was für eine später zu ziehende Folgerung wichtig ist.

Bei der Gravitation werden je zwei gleichwerthige Theilchen durch die in ihrer Combination wirkende Kraft mit gleicher Beschleunigung nach einander oder nach dem gemeinsamen Schwerpunkt hingetrieben, so dass die Lage dieses Schwerpunkts unverrückt bleibt. Soll bei Combinationen aus mehr als zwei gleichen Theilchen unter dem Einfluss der darin waltenden höhern Kräfte die Lage des Schwerpunkts ebenfalls unverrückt bleiben, so kann die Beschleunigung nicht mehr für alle gleich sein, sondern muss im Verhältniss des Abstandes vom Schwerpunkt stehen, so dass sich die Theilchen von der Ruhe ab mit Geschwindigkeiten, welche diesen Abständen proportional sind, nach demselben hinbewegen. Da also bei den höhern Combinationen nicht mehr wie bei den binären beide Bedingungen, gleiche Beschleunigung der gleichen Theilchen und Erhaltung der Lage ihres Schwerpunkts, zusammen treffen, so hat man sich zu entscheiden, welche von beiden festzuhalten ist. Unstreitig die letztere, weil wir kein System kennen, in welchem durch die Wirkung seiner eigenen Molecularkräfte der Schwerpunkt verrückt zu werden vermöchte. Die gleiche Beschleunigung der gleichmassigen Theilchen im Falle der Gravitation wäre dann nur als ein besonderer Fall anzusehen, welcher von dem gleichen Abstände derselben vom Schwerpunkte abhängt. Da die Richtung der Kraft auf den Schwerpunkt zu beziehen ist, muss ohnehin erwartet werden, dass der relative Abstand der Theilchen davon auf die relative Geschwindigkeit, mit der die Theilchen ihm zustreben, nicht ohne Einfluss sein werde; und wenn die grössere Distanz der Theilchen von einander die Beschleunigung für alle Theilchen gemeinsam schwächt, so ist diess kein Hinderniss, dass sich die Relation ihrer Beschleunigung nach dem Verhältniss des Abstandes vom Schwerpunkt richte. Dieser wird demnach in diesem Sinne mit in den Ausdruck der Kraft aufzunehmen sein.

Insofern wir geneigt sind, anzunehmen, dass alle Atome in allen Combinationen gleichwerthig sind, wird die Kraft, von welcher die einfachen Atome in irgend welcher Combination sollicitirt werden, unabhängig von den Massen der Atome, sofern die Masse jedes Atoms = 1 gesetzt werden kann, und das Product noch so vieler Massen dann auch 1 bleibt.

Das Vorige hat noch nicht auf den Unterschied von Anziehungs- und Abstossungskräften geführt. Man kommt aber leicht in folgender Weise auf einen solchen Unterschied.

Die Richtung der Kraft, ob anziehend ob abstossend, lässt sich bestimmt halten durch das respective negative (Verkleinerung des Abstandes bedeutende) oder positive (Vergrößerung des Abstandes bedeutende) Vorzeichen des aus den gesammten Distanzen erhaltenen Products (S. 204). Dieses Vorzeichen ist immer für je zwei auf einander folgende Kraftstufen dasselbe und wechselt im Uebergange zu den nächstfolgenden zwei Kraftstufen, wie sich leicht so ergibt:

Nimmt man bei zwei Atomen  $a, b$  die Richtung von  $a$  nach  $b$  positiv, so ist die von  $b$  nach  $a$  negativ, das Distanzproduct also negativ, mithin die Gravitation anziehend. Alle Quadrate der Distanzen sind aus gleichem Grunde überhaupt negativ, eben so alle Distanzproducte, in welche eine ungerade Zahl von Quadraten eingeht, und da nach S. 204 in das Distanzproduct für 3 Atome 3 Quadrate eingehen, so ist auch das Distanzproduct für 3 Atome negativ, mithin die ternäre Kraft ebenfalls anziehend. In das Distanzproduct für 4 Atome dagegen gehen 6, in das für 5 Atome 10 Quadrate ein; also werden die Distanzproducte hier positiv und die betreffenden Kräfte sind abstossender Natur. Das oben (S. 204) angeführte Gesetz, wie die Distanzproducte fortschreiten, führt von selbst mit, dass der Wechsel mit Aufsteigen in der Stufenreihe der Kräfte stets in voriger Weise fortgeht.

Jede höhere Kraft in einer Combination schliesst nothwendig das Mitbestehen aller niedern innerhalb derselben Combination ein; da ja natürlich eine Verbindung z. B. aus 5 Atomen auch Combinationen aus 4, aus 3, aus 2 Theilchen bis zu 1 herab einschliesst; dagegen nicht umgekehrt. Die höchste Kraft in jeder Combination kommt insofern immer nur einfach vor, als sie durch das Zusammensein sämtlicher Theilchen der Combination bestimmt wird, obschon natürlich jedes Theilchen nach den angegebenen Regeln davon ergriffen wird; die niedern Kräfte aber kommen insofern mehrfach vor, als in jeder höhern Combination sich mehrere niedrigere Combinationen derselben Stufe finden lassen, und setzen sich in ihrer Wirkung unter einander und mit der ersten an jedem Theilchen zusammen.

So unterliegt z. B. in einer Combination von drei Theilchen jedes Theilchen 1) einer einfachen Kraft dritter Stufe; 2) einer Zusammensetzung zweier Kräfte zweiter Stufe (weil es zwei Combinationen zweiter Stufe zugleich angehört), und 3) einer einfachen Kraft erster Stufe, sofern man das Wort Kraft hier noch brauchen will, oder der Beharrung.

Diese drei Kräfte, von denen Nr. 2 selbst zusammengesetzt ist, setzen sich schliesslich in eine gemeinsame Resultante zusammen.

In einer Combination von vier Atomen unterliegt eben so jedes Theilchen 1) einer einfachen Kraft vierter Stufe; 2) einer Zusammensetzung zweier Kräfte dritter Stufe; 3) einer Zusammensetzung dreier Kräfte zweiter Stufe; 4) einer einfachen Kraft erster Stufe, die sich wiederum sämmtlich zusammensetzen u. s. f.

Es ist nicht unwichtig zu bemerken, dass die Zusammensetzung aller niedern Kräfte (mit Ausnahme der Beharrung auf Grund einer etwaigen Urbewegung) den Schwerpunkt der ganzen Combination eben so wenig verrücken kann, als er auch durch die höchste Kraft selbst nicht verrückt werden kann; wie sich daraus ergibt, dass jede niedere Kraft für sich den Schwerpunkt der partiellen Combination, in der sie wirkt, unverändert lässt; denn hienach kann auch die Zusammensetzung dieser, in verschiedenen partiellen Combinationen wirkenden, Kräfte nichts zur Verrückung des resultirenden Schwerpunkts der ganzen Combination leisten.

Fassen wir das Wesentlichste der vorigen Bestimmungen kurz zusammen:

In jeder Combination aus irgend viel Theilchen waltet eine Kraft, welche ihrer Grösse und Richtung nach durch die Verhältnisse des Zusammenseins aller Theilchen auf einmal bestimmt wird, und die Bedeutung hat, dass ihrer Grösse proportional die Geschwindigkeit aller Theilchen zugleich nach der Richtung, in der sie durch die Kraft getrieben werden, wächst oder abnimmt. Der Grösse nach ist sie reciprok dem Product aus den Quadraten aller Abstände, die sich von je einem Theilchen zum andern nehmen lassen. Der Richtung nach treibt sie die Theilchen als anziehende Kraft gegen den gemeinsamen Schwerpunkt oder als abstossende vom gemeinsamen Schwerpunkt weg, je nachdem jenes Product negativ oder positiv ausfällt, wenn man jedes Quadrat selbst negativ setzt. Die Vertheilung der Wirkung dieser Kraft auf die einzelnen Theilchen, d. h. die Bewegung der einzelnen Theilchen vermöge dieser Kraft, erfolgt so, dass das Princip der Erhaltung des Schwerpunkts dabei besteht, wonach sie, von der Ruhe ab gerechnet, dem Schwerpunkt mit Geschwindigkeiten zustreben oder von demselben mit Geschwindigkeiten wegstreben, welche ihrem Abstände vom Schwerpunkt direct proportional sind. Sofern jede höhere Combination (d. i. aus mehr Theilchen) alle niedere Combinationsstufen (mit weniger

Theilchen) einschliesst, mithin jedes Theilchen im Allgemeinen mehrern niedern und höhern Combinationen und einer höchsten zugleich angehört, sind alle die Bewegungen, die es vermöge seines Inbegriffenseins in jeder dieser Combinationen für sich annehmen würde, besonders zu bestimmen, nun aber unter einander und mit der, die ihm durch Beharrung zukommt, nach der Regel des Parallelogramms der Kräfte zusammenzusetzen.

Vergleichen wir die von uns aufgestellte Kraftreihe mit der zu Anfang dieses Capitels erwähnten, an die man schon früher gedacht hat, so liegt der unsern insofern ein anderer, höherer und allgemeinerer Gesichtspunkt unter, als in unserer Reihe die höheren Kraftglieder nicht von den Verhältnissen derselben zwei Theilchen zu einander abhängig gemacht und nach der Verbindungslinie derselben gerichtet gedacht werden, als die niedern, sondern sich successiv auf Combinationen von immer mehr Theilchen beziehen und danach auch immer neue Richtungen, jedesmal nämlich nach dem Schwerpunkt, gewinnen. Auch liegt der unsern ein rationelles Princip unter, nach dem die den Kräften reciproken Distanzproducte so rasch, wie es die Erfahrung fodert, aufsteigen, und anziehende und abstossende Kräfte wechseln, indess es in der bisherigen Aufstellung der Reihe an einem Principe dafür fehlte.

Hiezu tritt noch ein wichtiger Unterschied, der aber weniger die allgemeine Auffassung des Gesetzes der Kraftreihe, als den mathematischen Ausdruck und die mathematische Verwendbarkeit desselben betrifft, daher seine Betrachtung hieher verschoben werden konnte, darin ruhend, dass der, zur Repräsentation der Gesetze continuirlich sich ändernder Geschwindigkeiten statuirte und nothwendig zu statuierende, Unterschied zwischen Aenderungen niederer und höherer Ordnung, bisher nur bis zu Aenderungen zweiter Ordnung fortgeführt, in unserer Kraftreihe weiter geführt wird, indem jene Beschränkung mit der Beschränkung auf binäre Kräfte natürlicherweise zusammenhängt.

Nach dem Beharrungsgesetze wird in jedem kleinen Zeitelement  $dt$  ein kleines Raumelement  $dr$  durchlaufen, und das Mass der Kraft ist, wenn man Beharrung als Kraft fassen will, durch  $\frac{dr}{dt} = c$  ausdrückbar, d. h. durch das constante Verhältniss zwischen dem Raumelemente und dem zu seiner Durchlaufung gebrauchten Zeitelemente; die Kraft hingegen, die zwischen zwei Theilchen besteht, ist nicht mehr durch Bezugnahme auf Raum- und Zeitelemente blos erster Ordnung, sondern nur zweiter Ordnung ausdrückbar, durch  $\frac{d^2r}{dt^2}$ , d. h. durch das Raum-

element von einer Grösse zweiter Ordnung, welches in einem Zeitelement von der Grösse zweiter Ordnung in Richtung der Kraft durchlaufen wird. Wenn nun die Wirkung der Beharrung mit der Wirkung der Kraft zusammengesetzt wird, muss also auch principiell diese Zusammensetzung in Zeitelementen und zwischen Raumelementen zweiter Ordnung vollzogen gedacht und durch Integration das Resultat für endliche Zeiten und Räume abgeleitet werden. Geht man verallgemeinernd in demselben Sinne weiter, so wird die Kraft dritter Ordnung durch  $\frac{d^3 r}{d t^3}$  zu messen, und, insofern von einer Zusammensetzung ihrer Wirkung mit den Wirkungen der Kräfte niederer Ordnung die Rede ist, diese Zusammensetzung in Zeitelementen und zwischen Raumelementen dritter Ordnung mathematisch zu vollziehen sein, u. s. f. Nach der bisherigen Auffassung aber, die bloß bis zu binären Kräften geht, wird auch bloß bis zu Aenderungen zweiter Ordnung gegangen, und die ganze Reihe reciproker Distanzpotenzen, die wir unsrerseits auf die Reihe der successiven Kräfte, mithin Differenzialquotienten fallen lassen, auf die Kraft zweiter Ordnung, mithin den Quotienten  $\frac{d^2 r}{d t^2}$  übertragen. Muss es aber nicht von vorn herein befremdlich erscheinen, dass die Natur bis zu Kräften gegangen ist, die ihren Ausdruck durch die Differenzialquotienten der beiden ersten Ordnungen finden und nicht darüber hinausgegangen ist? Ein aprioristischer oder aus den allgemeinen Principien der Mechanik fließender Grund liegt unstreitig nicht dazu vor. Wenn man aber an die Einführung höherer Differenzialquotienten denken will, wird sich sicher kein anderer Weg finden lassen, als sie mit der Einführung höherer als binärer Kräfte in Beziehung zu setzen.

Nun übersieht sich freilich leicht, dass, allereinfachste Fälle etwa ausgenommen, eine wirkliche Ausführung von Rechnungen auf Grundlage unsers Principis nach dem jetzigen Zustande der Mathematik unübersteigbaren Hindernissen unterliegt. Schon die allgemeine Behandlung des Problems der 3 Körper auf blosser Grundlage des binären Gravitationsgesetzes unterliegt solchen, geschweige bei Zuziehung von mehr als binären Kräften. Ist aber desshalb die Aufstellung unsers Principis müssig? Ich glaube nicht.

Einmal kann die Schwierigkeit einer Aufgabe nicht ersparen, den Gesichtspunkt derselben zu stellen, wenn er in der Natur der Sache begründet ist, wäre es auch nur, um Versuche der Lösung aus untriftigen Gesichtspunkten zu verhüten oder zu beseitigen. Zweitens könnten bei

Verzichtleistung darauf, die durch unser Princip gestellte mathematische Aufgabe je allgemein lösen zu können, doch besondere Fälle einer sei es genauen oder approximativen Lösung fähig sein; wie diess ja auch bei Behandlung des Problems der drei Körper auf Grund des Gravitationsgesetzes der Fall ist. Drittens lässt sich von Fortschritten der Mathematik die Lösung mancher Aufgaben hoffen, die jetzt unmöglich scheint. Viertens können ohne Hülfe der Mathematik doch gar manche allgemeine Folgerungen aus unserm Princip gezogen oder Anknüpfungspunkte von Thatsachen daran gewonnen werden, worauf ich unten komme. Ueber all das endlich ist in Betracht zu ziehen, dass unser Princip, ganz abgesehen von allen mathematisch daraus ziehbaren Folgerungen, eine sehr allgemeine Aufklärung über die Natur und den Zusammenhang der Naturkräfte enthält, die sicher nicht zu verachten wäre, falls sie stichhaltig sein sollte, wobei nur zu bedauern ist, dass sich das bis jetzt nicht sicher beweisen, sondern nur durch den Zusammenhang der von uns angeführten Gründe probabel machen lässt. Könnte ich es freilich beweisen, so würde ich mich kühn neben Newton stellen.

Sollte nicht aber wirklich die mathematische Aufgabe sich für viele der wichtigsten Fälle sehr vereinfachen? Zum Beispiel: Wenn die Molecule der sog. einfachen Stoffe wie untheilbare Ganze in chemische Verbindungen eingehen, so bleiben sie dabei unstreitig immer noch sehr entfernt im Verhältniss zu der Entfernung, welche die Atome jedes Moleculs unter sich haben; und die Berechnung der Kräfte, unter deren Einfluss diese Processe stehen, sollte je an eine Berechnung derselben gedacht werden, wird also so stattfinden können, als wenn alle Atome jedes Moleculs in einem Punkte vereinigt wären; nur dass wir statt bloß binärer Kräfte zwischen je zwei solchen Collectivpunkten die höhern Kräfte mit einzuführen haben, die daraus hervorgehen, dass jeder derselben eine Verbindung von Punkten repräsentirt, die zu denen des andern Punkts in solche Nähe gekommen sind, dass höhere Kräfte als binäre, niedere Kräfte aber als die innern Kräfte des Moleculs merklich werden, welche letztere zu berechnen überhaupt kein Interesse vorliegen dürfte. Eine ähnliche Betrachtung dürfte auf die Molecule der anerkannt zusammengesetzten Stoffe Anwendung finden, wenn es gilt, die Kräfte zu berechnen, von welchen die Erscheinungen der Elasticität abhängen u. s. w.

Ich habe unser Princip in Zusammenhang mit der einfachen Atomistik vorgetragen, und bei einiger Ueberlegung zeigt es sich auch nur

mit ihr verträglich. Setzen wir Atome endlicher Grösse, die mit Masse continuirlich erfüllt sind, so sind nicht nur die binären Kräfte je zweier sich berührenden Theilchen jedes Atoms und alle höhern Kräfte, welche sie mit den entferntern Theilchen desselben Atoms geben, sondern auch die höhern Kräfte, welche sie mit den Theilchen anderer Atome geben, bei jedem endlichen Abstände dieser andern Atome unendlich, weil je zwei sich berührende Theilchen einen Distanzfactor Null zu dem Totalproduct beitragen, mit welchem die multiple Kraft reciprok ist. Der reciproke Werth von Null ist aber  $\infty$ . Sofern nun die Totalwirkung zweier Atome auf einander aus der Zusammensetzung der Wirkungen aller niedern und höhern Kräfte ihrer Theilchen abhängt, gäbe es gar keine Totalwirkung endlicher Grösse zwischen Atomen bei endlichem Abstände derselben, wie es doch der Fall ist. Sollte sich also unsere Hypothese irgendwie durch die Erfahrung bestätigen lassen, so würde hiemit zugleich für die Annahme einfacher Atome entschieden sein.

Was ich vorläufig noch von besonderen Betrachtungen an das Gesetz zu knüpfen wüsste, möchte etwa Folgendes sein, bis jetzt freilich nur mehr in Andeutungen zur Anbahnung einer genauern Prüfung, als strengen Entwicklungen bestehend.

Elasticität. Daraus, dass mit zunehmender Nähe der Theilchen, also Verdichtung der Körper, immer höhere Kräfte spürbar und endlich über die mit der Nähe der Theilchen langsamer wachsenden niedern überwiegend werden, die Kräfte aber im Aufsteigen nach je zwei Stufen ihr Vorzeichen wechseln, folgt, dass mit zunehmender Nähe der Theilchen abwechselnd eine anziehende und weiterhin wieder abstossende Kraft grösser als alle übrigen wird,\*) so wie auch dass die Summe der anziehenden und abstossenden Kräfte (da es nicht blos auf die stärkste ankommt) abwechselnd überwiegt. Unter dem Einfluss dieses Uebergewichts werden sich die Theilchen so lange fortfahren zu nähern oder zu entfernen, bis Gleichgewicht, und zwar ein Fall stabilen Gleichgewichts, zwischen beiden eingetreten ist, d. h. wo bei weiterer Näherung die Summe der abstossenden, bei grösserer Entfernung die Summe der anziehenden Kräfte überwiegend wird. Diess ist der Fall der Elasticität.

Krystallisation. Damit die Theilchen eines seinen eigenen Kräften überlassenen Körpers in stabilem Gleichgewicht sind, wird nicht

\*) Das heisst: ein grösseres Raumelement gegebener Ordnung in dem entsprechenden Zeitelement durchlaufen lässt.



nothwendig erfordert, dass sie alle gleich weit von einander entfernt sind. Sie könnten sich z. B. nach einer Richtung so nahe sein, dass Gleichgewicht unter dem Einflusse sehr hoher anziehender und abstossender Kräfte stattfände, indess sie nach der darauf senkrechten Richtung bei grösserm Abstände unter dem Einflusse niederer Kräfte im Gleichgewicht wären. Dann wird der Körper nach letzter Richtung leichter spaltbar sein, als nach erster, weil die niedern Kräfte der Entfernung der Theilchen aus der Gleichgewichtslage weniger Widerstand entgegensetzen als die höhern, da sie sich weniger rasch mit der Entfernung ändern. Diess giebt den allgemeinen Gesichtspunkt für das Gefüge oder die Blätterdurchgänge der Körper. Da an den Gränzen des Körpers sich die Theilchen unter andern Verhältnissen befinden als im Innern, so wird die Lage der Theilchen hier noch besondere Bedingungen erfüllen müssen, wenn sie sich in stabilem Gleichgewicht befinden sollen, und es lässt sich im Allgemeinen übersehen, wenn schon der genauere Nachweis noch zu führen ist, dass hiezu gewisse Symmetriebedingungen der Stellung wesentlich sind; was den Gesichtspunkt der Krystallformen stellt.

Unstreitig sind in allen Krystallen Kräfte höherer Stufe wenigstens mit thätig, als welche die Adhäsion der Körper an einander bewirken, die wahrscheinlich in der Hauptsache die Kraft dritter Stufe ist. Nun hindert nichts, dass kleine Krystalle noch in unregelmässiger Weise durch diese Adhäsion vereinigt werden, und so die scheinbar nicht krystallinischen Körper bilden.

Mass-Einheiten. Es ist bisher nicht gelungen, eine absolut constante Grösse in der Natur zu entdecken, auf die man überall und immer wieder zurückzukommen vermöchte, und die somit als Grundlage absoluten Masses dienen könnte. Auf der Erde ist man geneigt, ein absolutes Mass von den Dimensionen der Erde oder der unter constanten Verhältnissen bestimmten Pendellänge zu entlehnen; aber die Dimensionen der Erde sind in Betracht ihrer allmählig fortschreitenden Erkaltung nicht absolut fest, und die Pendellänge demgemäss auch nicht absolut unveränderlich; überdiess wäre ein nur für Erdbewohner brauchbares Mass im günstigsten Falle noch kein absolutes Mass. Unser Princip aber gewährt das Mittel, ein solches aufzustellen, welches für alle Zeiten, auf allen Weltkörpern, bei allen Veränderungen derselben unveränderlich als dasselbe besteht, nur dass es freilich der feinsten, und für jetzt noch nicht durchführbaren Untersuchungen bedürfen wird, das Verhältniss

einer bekannten Grösse dazu zu ermitteln; ohne dass übrigens die Hoffnung dazu überhaupt aufgegeben zu werden brauchte.

Nach Symmetriebedingungen darf man annehmen, dass ein Würfel aus 8 Atomen, d. h. dessen 8 Ecken respectiv von 8 Atomen eingenommen werden, als Molecul bestehen kann.\*) Er kann aber, sollen die Attractivkräfte mit den Repulsivkräften im Gleichgewicht sein, nur bei gewissen Dimensionen bestehen, die überall und immer dieselben bleiben werden. Dieser Würfel kann demnach mit seiner Seite, Seitenfläche und cubischem Inhalt zugleich die Einheit des Längenmasses, Flächenmasses und Körpermasses darbieten. Sein Gewicht wird zugleich als Gewichtseinheit, seine Dichtigkeit als Dichtigkeitseinheit dienen können. Die Zeiteinheit wird man durch die Dauer der Schwingungen erhalten, in welche der Würfel (zwischen Expansion und Contraction wechselnd) geräth, wenn man seine Theilchen unendlich wenig in der Richtung nach dem Schwerpunkt verrückt denkt; wobei man sich zu erinnern hat, dass die Dauer unendlich kleiner Schwingungen (als Gränzbegriff) doch endlich ist. Insofern Wärme, Magnetismus und Electricität sich, wie vielleicht nicht unwahrscheinlich, nur durch verschiedenartige Schwingungen unterscheiden sollten, würde man auch hiefür absolute Masseinheiten von dem Würfel gewinnen können. Für die räumlichen Einheiten wird vorausgesetzt, dass der Würfel absolut kalt, unelektrisch, unmagnetisch sei, d. h. alle Theilchen desselben in völliger Ruhe, weil der Schwingungszustand wahrscheinlich Aenderungen in der Mittellage der Atome hervorbringt. Vielleicht fällt der Würfel, um den es sich hiebei handelt, mit dem Molecul des relativ einfachsten chemischen Stoffes zusammen, wie im Folgenden betrachtet wird.

Chemisch einfache Stoffe. Nach der schon oben berührten Auffassung beruht ihre Verschiedenheit darauf, dass ihnen Molecule von einer verschiedenen Anzahl einfacher Atome unterliegen. Da sie durch die uns zu Gebote stehenden Kräfte nicht zersetzbar sind, müssen die innern Kräfte, durch die sie zusammengehalten werden, sehr stark in Verhältniss zu den äussern Kräften sein, die auf sie einwirken können; was sich nicht wohl anders repräsentiren lässt als so: Die Molecule der sogenannten einfachen Stoffe bestehen aus einer so hohen Combination, d. h. so grosser Anzahl, einfacher Atome, dass höhere Kräfte

---

\*) Die Betrachtungsweise würde sich nicht wesentlich ändern, wenn mehr als 8 Atome dazu gehörten, den kleinstmöglichen Würfel zu bilden.

in ihnen thätig werden, welche mit der Nähe sehr stark zunehmen; und die Molecule sind so dicht, dass diese Kräfte wirklich eine sehr starke Wirkung erlangen. Indem sich nach den bei der Elasticität und Krystallisation erörterten Principien die anziehenden und abstossenden Kräfte hiebei ins Gleichgewicht setzen, nimmt jedes Molecul eine gewisse krystallinische Grundform an.

Denken wir uns die Atome der Welt anfangs in sehr mannichfaltiger Anordnung, so konnten solche Molecule sog. einfacher Stoffe sich an sehr verschiedenen Stellen identisch bilden, da es nur galt, dass die hinreichende Anzahl Atome dazu in hinreichender relativer Nähe zu einander und hinreichender Entfernung von andern zusammentraf, um nicht durch deren Wirken in Bildung des Moleculs gestört zu werden. Nachdem aber diese Molecule einmal gebildet sind, können sie nicht so leicht wieder zerstört werden, da, wenn sich zwei oder mehr solcher Molecule einander aus grosser Entfernung nähern, Gleichgewicht der anziehenden und abstossenden Kräfte zwischen ihnen schon unter dem Einfluss niederer Kräfte, als in ihnen selbst walten, und bei grössern Abständen, als zwischen ihren eigenen Theilehen bestehen, eintreten wird, so dass ohne eine gewaltsame Annäherung, wozu wir keine Mittel kennen, jedes Molecul seinen Bestand behält, ohne mit dem andern zusammenzufliessen oder sich mit ihm zu zersetzen.

Die nächstliegende wichtige Folgerung vorstehender Auffassung der einfachen Stoffe ist diese: Wenn selbst das Molecul des relativ einfachsten Stoffes, auf unserer Erde des Wasserstoffes, noch zusammengesetzt ist, so wird es principiell genommen überhaupt nicht zweckmässig sein, das Atom-Gewicht irgend eines der sog. chemisch einfachen Stoffe als Grundeinheit des Atomgewichts anzusehen, sondern das Gewicht des einfachen Atoms selbst. Die Atomgewichte oder eigentlicher Moleculgewichte aller einfachen Stoffe werden dann mit der Zahl der Atome zu bezeichnen sein, die respectiv in das Molecul eines jeden eingehen. Hienach kann man sich die Aufgabe stellen, die jetzt angenommenen Moleculgewichte, welche auf eins unter ihnen als Einheit bezogen werden, mit einem solchen gemeinschaftlichen Factor zu multipliciren, dass der Rationalität ihrer Verhältnisse durch kleinstmögliche Zahlen in hinreichender Annäherung genügt werde, um die übrig bleibende Abweichung auf Rechnung von Beobachtungsfehlern schreiben zu können; womit man dann hoffen könnte, die absoluten Atom- oder Moleculgewichte der sog. einfachen Stoffe gefunden zu haben. Unstreitig würden

damit manche Incongruenzen verschwinden, die daran hängen, dass man das Gewicht eines an sich noch zusammengesetzten Moleculs als Einheit annimmt.

Dieser Untersuchung auf einem Wege a posteriori lässt sich aber mit Betrachtungen a priori entgegenkommen, welche vorweg eine untere Gränze setzen, unter die das Moleculgewicht des relativ einfachsten Stoffes (bezogen auf das Gewicht des einfachen Atoms als 1) nicht gehen kann.

Da die abstossenden Kräfte erst mit der vierten Stufe beginnen, so ist a priori nicht möglich, dass sich ein Molecul von weniger als 4 distanten Atomen durch eigene Kräfte in stabilem Gleichgewichtszustande seiner Theile erhält; und das Moleculgewicht des einfachsten Stoffes kann daher nicht unter 4 betragen. Die Krystallgestalt hievon wäre ein Tetraeder. Indess ist wohl nicht daran zu denken, dass ein Molecul aus bloß 4 Atomen, in dem also eine abstossende Kraft vierter Stufe den niedern anziehenden Kräften bei gegebenem Abstände das Gleichgewicht hält, dauernd besteht, da die chemischen Verbindungs- und Zersetzungserscheinungen, in welche die Molecul der einfachen Stoffe unverändert eingehen, selbst zum mindesten das merkbare Spiel der anziehenden Kraft dritter, und abstossenden Kraft vierter Stufe, und hiemit eine Annäherung zwischen den Moleculen voraussetzen würde, welche der Nähe der Atome in den Moleculen aus 4 Theilchen entspräche, so dass ein getrenntes Bestehen derselben nicht möglich wäre. Da übrigens schon für die Erscheinungen der gewöhnlichen Elasticität die abstossende Kraft vierter Stufe als das Mindeste in Anspruch genommen ist, kann sogar für die chemischen Erscheinungen die Kraft vierter Stufe nicht reichen, und um so mehr muss die Bildung der Molecul der einfachen, d. i. durch unsere chemischen Operationen unzersetzbaren, Stoffe auf noch höhern Kräften beruhen, d. h. noch mehr als 4 Theilchen in den einfachsten derselben eingehen. Während nun die abstossende Kraft vierter und fünfter Stufe der anziehenden zweiter und dritter Stufe das Gleichgewicht halten kann, so wird dagegen, um mit höheren über der fünften einen Zustand stabilen Gleichgewichts für die Theilchen eines Moleculs zu erhalten, den anziehenden Kräften sechster und siebenter Stufe durch eine abstossende Kraft achter Stufe das Gleichgewicht gehalten werden müssen, denn wenn einmal die anziehende Kraft sechster Stufe das Uebergewicht gewonnen hat, so werden sich die Theilchen vermöge derselben unter Wachsthum dieser Kraft so lange zu nähern fortfahren, bis die Kraft

siebenter Stufe überwiegend wird und dann weiter, bis vermöge der immer wachsenden Nähe die abstossende Kraft achter Stufe merklich eintritt und eine solche Grösse gewinnt, dass die Wirkung der anziehenden Kräfte compensirt wird; wonach es nicht möglich scheint, dass das Moleculgewicht des einfachsten Stoffes unter 8 sei. Möglicherweise könnte es noch höher sein, auch ist nicht sofort als entschieden anzusehen, dass der einfachste Stoff sich auch auf unserer Erde finde, und also der Wasserstoff dafür zu halten sei.

Nehmen wir aber an, das Moleculgewicht des einfachsten Stoffes sei wirklich 8, so würde die Gestalt desselben unstreitig ein Würfel sein und man damit, wie oben betrachtet, zugleich den Modul für alle Mass-einheiten gewonnen haben.

Da der Sauerstoff das 8fache Moleculgewicht vom Wasserstoff hat, so würde, vorausgesetzt, der Wasserstoff wäre der einfachste Stoff, das Atomgewicht des Sauerstoffs 64 sein, was der Cubus von 4 ist, indess 8 der Cubus von 2 ist. Der Sauerstoff könnte also einen Cubus mit doppelter Atomenzahl in der Seite als der Wasserstoff repräsentiren.

Aggregatzustände. Man hat den Unterschied der Aggregatzustände gewöhnlich auf Rechnung einer verschiedenen Lage und Entfernung der Theilchen geschrieben, ohne jedoch die Verhältnisse des Ueberganges von festem in tropfbaren Zustand und umgekehrt recht damit in Einstimmung bringen zu können. Namentlich hat der Umstand, dass ein Körper in tropfbarem Zustande dichter sein kann, als in festem, manchen Erklärungen Hindernisse in den Weg gelegt.

Nehmen wir mit manchen neuern Physikern im Sinne der Undulationstheorie an, dass die wachsende Erwärmung der Körper auf einer vergrösserten Amplitude der Schwingungen ihrer letzten Theilchen selbst beruht (wofür besonders die Ergebnisse, die man über das mechanische Aequivalent der Wärme erhalten hat, zu sprechen scheinen), ohne dabei auf besondere Wärmeatmosphären um die Theilchen zu recurriren, oder diese anders als in Mitleidenschaft zu ziehen, so dürfte sich auf unser Princip folgende Ansicht über das Verhältniss der verschiedenen Aggregatzustände gründen lassen.

Gehen wir von einem Punkte stabilen Gleichgewichts aus, wo sich alle Theilchen eines Körpers in Ruhe finden, und mit zunehmender Nähe die Abstossungskräfte, mit zunehmender Entfernung die Anziehungskräfte das Uebergewicht erlangen, und setzen jetzt die Theilchen in

Wärmeschwingung. So lange die Wärmeschwingungen klein genug sind, dass die Theilchen bei ihrer wechselseitigen Näherung den nächstliegenden Punkt labilen Gleichgewichts, von wo an sich jenes Verhältniss umkehrt, nicht überschreiten, bleibt der Körper fest. So wie aber dieser Punkt erreicht und überschritten wird, tritt der tropfbare Zustand und zwar plötzlich ein. Es folgt nämlich damit von selbst auch sofort die Ueberschreitung des nächstfolgenden Punkts stabilen Gleichgewichts, indem das Theilchen, was den Punkt labilen Gleichgewichts überschritten hat, durch das hiemit eintretende Uebergewicht der anziehenden Kraft mit zunehmender Geschwindigkeit bis zu diesem zweiten Punkte stabilen Gleichgewichts hingetrieben wird und vermöge der Beharrung ihn so weit überschreitet, bis die von nun an mehr und mehr überwiegende Abstossungskraft endlich der weitem Näherung Einhalt thut, worauf das Theilchen im Rückgang alle Geschwindigkeiten wieder annimmt, die es auf dem Hingang hatte; also auch wieder über seine erste Gleichgewichtslage hinausgeführt wird und fortan statt um eine, vielmehr um zwei stabile Gleichgewichtslagen mit einer zwischenliegenden labilen Gleichgewichtslage oscillirt.

Es leuchtet nun aus allgemeinem Gesichtspunkte ohne Schwierigkeit ein, dass diese plötzliche Vergrösserung der Schwingung, womit von selbst auch neue Verhältnisse ihrer Dauer und Geschwindigkeit zusammenhängen, eine Unterbrechung der Continuität in alle Erscheinungen bringen muss, die mit der Grösse, Dauer und lebendigen Kraft der Schwingungen zusammenhängen.

Zunächst kann die plötzlich vergrösserte Beweglichkeit aller Theilchen der Flüssigkeit als ein Ausdruck des Umstandes angesehen werden, dass die Schwingungen jetzt selbst plötzlich vergrössert worden sind und einen Punkt labilen Gleichgewichts einschliessen. Die Ausdehnungsverhältnisse müssen sich plötzlich ändern, sofern sie eine Function der Schwingungsverhältnisse sind; nicht minder muss die plötzliche Vergrösserung der Schwingungen, womit zugleich eine verlängerte Dauer verbunden ist, eine plötzliche Aenderung der lebendigen Kraft mitführen, womit unstreitig das Latentwerden der Wärme im Act des Flüssigwerdens in Beziehung steht.

Der Eintritt des gasförmigen Zustandes beruht dann möglicherweise darauf, dass die Schwingungen sich so weit vergrössern, dass die Theilchen fortan um drei oder mehr Lagen stabilen Gleichgewichts oscilliren, was mit einer neuern Theorie des Gaszustandes wenn auch

nicht zusammenfällt, doch einigermaßen zusammentrifft. Es müssen hier analoge Erscheinungen eintreten, als beim Eintritt des tropfbaren Zustandes, aber doch nicht gleiche.

Falls die hier aufgestellte Ansicht von dem Verhältniss der Aggregatzustände sich bestätigen sollte, und der Begriff des festen Zustandes hienach allgemein darein gesetzt würde, dass die Theilchen bei ihren Oscillationen nicht die nächste Gränze labilen Gleichgewichts überschreiten, würde die gewöhnliche Annahme, dass der Aether das Flüssigste in der Welt ist, was es giebt, der Ansicht Platz machen müssen, dass er das Festeste ist, was es giebt; da unstreitig die Aethertheilchen bei ihren weitesten Oscillationen immer sehr entfernt von Ueberschreitung jener Gränze bleiben, und die Alten hatten gewissermassen Recht, wenn sie den Himmel für ein Krystallgewölbe hielten. Uebrigens ist diess keine ganz neue Ansicht.

Indess bleibt freilich der Vergleich des Aethers mit den festen Körpern der Erde nach anderer Seite wenig treffend. Die höchsten im Aether bemerklichen Kräfte gehen bei seiner Dünne unstreitig nicht über die abstossende Kraft vierter und höchstens fünfter Stufe hinaus, und er ist schwerlich in besondere Molecule gruppirt, indess die festen Körper der Erde aus Moleculen bestehen, in denen hohe Kräfte wirksam sind. Hieran knüpft sich dann natürlich ein sehr verschiedenes Verhalten. Der Aether ist nun eben ein Wesen sui generis, und sein Aggregatzustand mit keinem andern vollkommen vergleichbar.

Imponderabilien. Wenige Physiker dürften heutzutage noch glauben, dass die durch verschiedene Namen unterschiedenen Imponderabilien wesentlich verschiedene Agentien sind, wenn schon die Brücke zwischen Licht und Wärme zu Elektrizität und Magnetismus noch nicht gefunden ist; und weiter ist zu hoffen, dass der Abschluss der Atomistik in einfachsten und einheitlichsten Grundvorstellungen zuletzt auch den Unterschied der Imponderabilien von den Ponderabilien in sofern aufheben wird, als er die Erscheinungen, die wir ins Gebiet der Imponderabilien rechnen, nur von Verhältnissen und Bewegungszuständen derselben Grundatome abhängig macht, welche auch den Erscheinungen der Ponderabilien zu Grunde liegen; es bleibt aber diese Zurückführung ebenso wie die vorige noch der Zukunft aufgehoben. Indess dürfte sich doch mit einiger Wahrscheinlichkeit schon jetzt auf Grund unserer bisherigen Annahmen der allgemeine Unterschied der Imponderabilien von den Ponderabilien wie folgt aussprechen lassen:

Alle Erscheinungen, die wir von Imponderabilien abhängig machen, sind direct nur auf individuelle Bewegungsverhältnisse der letzten Theilchen, die dagegen, welche wir den Ponderabilien beilegen, auf Bewegungsverhältnisse von Combinationen solcher Theilchen, als Moleculen, Körper, Weltkörper, im Ganzen beziehbar, wenn schon freilich in letzter Instanz auch letztere Erscheinungen von Verhältnissen der letzten Theilchen abhängig gemacht werden müssen, so aber, dass sie Resultanten oder Wirkungssummen für diese Combinationen repräsentiren. So pflanzt sich das Licht im Himmelsraume durch Schwingungen der Theilchen des Aethers fort, der bemerktermassen schwerlich aus Moleculen, vielmehr wahrscheinlich unmittelbar aus letzten Theilchen gleichförmig constituirt zu denken ist; so scheinen sich die Wärmeschwingungen als Schwingungen der letzten Theilchen der wägbaren Körper selbst fassen zu lassen;\*) so mögen auch die elektrischen, die magnetischen Erscheinungen auf Schwingungen oder sonst Bewegungen letzter Theilchen, sei es in den Moleculen oder zwischen den Moleculen, beruhen, indess die Bewegungen der Weltkörper, des fallenden Steins, des Pendels, die Wellenbewegungen des Wassers, die Schallschwingungen der Luft, selbst die chemischen Verbindungen und Scheidungen auf grössere oder kleinere Combinationen von letzten Theilchen beziehbar sind, sofern wir ja auch den chemisch einfachen Stoffen noch Moleculen unterzulegen veranlasst sind.

Mit diesem Unterschiede dürfte ein anderer wesentlich zusammenhängen. Es leuchtet ein, dass Erscheinungen, welche die letzten Theilchen individuell betreffen, nur aus Wechselwirkungen derselben mit andern sehr nahen Theilchen hervorgehen können, wogegen Wirkungen,

\*) Mit der Ansicht von Krönig und Clausius über die Wärme der Gase, welche Vieles gut erklärt, verträge sich diess allerdings nicht, sofern hier eine Bewegung der ganzen Gasmoleculen als den Wärmezustand der Gase bedingend angesehen wird. Nun lasse ich es gern dahingestellt, ob diese, der Schwierigkeiten keineswegs ermangelnde, Ansicht oder die obige Auffassung in Betreff der Wärme der Gase nicht doch zu modificiren ist, ohne desshalb für die übrigen imponderablen Erscheinungen ungültig zu werden. Jedenfalls scheint mir ein Bedürfniss vorzuliegen, die translatorische und Schwingungsbewegung ganzer Moleculen von den durch die Wechselbeziehung der Theilchen eines Moleculs unter sich und mit etwa umgebenden Aetheratomen abhängigen Schwingungen zu unterscheiden; aber es mag sein, dass der Zusammenhang der Thatsachen nöthigt, die Wärme eines Gases vielmehr auf die Gesammtheit aller dieser Bewegungen, als blos die letztern zu beziehen, und muss diess einsichtigen Physikern zu entscheiden überlassen bleiben.



die sich auf Molecule, Weltkörper oder dergl. im Ganzen identisch äussern sollen, nur aus grösserer Ferne geäussert sein können. Hienach müssen die Erscheinungen der Imponderabilien im Allgemeinen unter dem Einfluss stärkerer und höherer Kräfte stehen, und mit grösseren Geschwindigkeiten der Theilchen in Beziehung stehen, als die Erscheinungen der Ponderabilien. So sind die Lichtschwingungen des Aethers und Wärmeschwingungen der Körper ungeheuer viel schneller als die Schallschwingungen.

Nun aber bietet sich noch folgender wichtiger Punkt der Erwägung dar. Soll die Aufgabe erfüllt werden, die Erscheinungen der Imponderabilien von denselben Grundkräften abhängig zu machen, und auf dieselben oder gleichgeartete Theilchen zu beziehen, als die der Ponderabilien, so scheint es nicht, dass man mit Grundkräften auskommt, welche blos von der Distanz, aber nicht dem Bewegungszustande der Theilchen abhängig sind; und sofern unser Princip der multiplen Kräfte in der bisherigen Aufstellung und Ausführung, sowie bis auf Weber allgemein auch mit den binären Kräften geschehen, blos auf Distanzen Rücksicht nimmt, scheint es daher noch einer Ergänzung zu bedürfen, die doch nicht mit einer Widerlegung zu verwechseln wäre.

In der That, wenn man sieht, wie durch Reiben oder Berührung ungleichartiger Körper an einander Anziehungs- und Abstossungskräfte entwickelt werden, die auf sehr merkliche Entfernungen wirken, so erhellt nicht, wie ein Princip, welches blos die Distanz der Theilchen in Betracht zieht, jene Entwicklung und dieses Merklichwerden der Molecularkräfte soll repräsentiren können. Auch die elektrischen Inductionserscheinungen möchten sich jeder Erklärung auf Grund eines Principis, was blos die Distanz der Theilchen als massgebend für die Kraft ansieht, entziehen.

Auch hat sich W. Weber schon vorlängst durch letztere Erscheinungen veranlasst gefunden, eine Abhängigkeit der Kraft der elektrischen Theilchen von der relativen Geschwindigkeit und Beschleunigung derselben zu statuiren, und es wird um so weniger ein Hinderniss vorhanden sein, an eine Verallgemeinerung dieser Abhängigkeit für materielle Theilchen überhaupt zu denken, als aus Weber's Untersuchungen selbst hervorgeht, dass die Geschwindigkeit, von welcher merkliche Wirkungen im Felde der Electricität hervorgehen, so ungeheuer ist, dass man, wenn für die planetaren Massen eine gleiche Abhängigkeit angenommen würde, doch ihre Geschwindigkeit zu klein

finden würde, um in den astronomischen Rechnungen nöthig zu haben, darauf Rücksicht zu nehmen.

Es leuchtet aber ein, dass die Reibung und Berührung ungleichartiger Körper sehr wohl im Stande sein kann, Abänderungen in den relativen Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverhältnissen der kleinsten Theilchen hervorzurufen, und dass eine Kraft, die nach ihrer Abhängigkeit von der Distanz einen sehr kleinen Werth hat, doch möglicherweise nach ihrer Mitabhängigkeit von den Relationen der Bewegung einen sehr grossen Werth annehmen kann. Von anderer Seite ist freilich in Rücksicht zu ziehen, dass die Weber'sche Formel für die Abhängigkeit der Kräfte elektrischer Theilchen von dem relativen Geschwindigkeits- und Beschleunigungszustande derselben keinen directen Anhalt gewähren kann, wenn sich fragt, ob und wie etwa der elektrische Zustand der Theilchen selbst, der bei dieser Formel als gegeben vorausgesetzt ist, von Verhältnissen der relativen Geschwindigkeit und Beschleunigung abhängig gemacht werden könnte. Man kann nur aus der Nothwendigkeit, jene Abhängigkeit bei den elektrischen Theilchen einzuführen, im Allgemeinen schliessen, dass, falls überhaupt der elektrische Zustand sich von allgemeinen, für alle Theilchen der Materie gleich geltenden, Kräften abhängig machen lässt, auch diese Kräfte der Abhängigkeit von Geschwindigkeit und Beschleunigung nicht werden entbehren können. Eine derartige Zurückführung selbst aber ist bis jetzt nicht gelungen, und ich vermag nicht zu übersehen, in wiefern etwa die Einführung unsrer höhern Kräfte dabei Dienste leisten kann; jedenfalls liegt hier ein Feld vor, was man in Bezug darauf noch untersuchen kann.

Die Weber'sche Formel für die Kraft  $K$ , mit der sich zwei elektrische Theilchen, deren Massen  $e, e'$  sind, abstossen oder anziehen, ist folgende\*):

$$K = \frac{ee'}{r^2} (1 - Av^2 + 2Arw)$$

Hierin ist  $r$  der Abstand beider Theilchen,  $v$  ihre relative Geschwindigkeit,  $w$  ihre relative Beschleunigung,  $A$  eine positive Constante,  $e, e'$  sind mit gleichen oder entgegengesetzten Vorzeichen zu nehmen, je nachdem es gleichartige oder ungleichartige Elektricitäten sind.

\*) Abhandlungen der Jablon. Gesellsch. 327.