$q^{\frac{3}{2}}$ 7,080 9490
$n\sqrt{16875}$ 2,153 4942
Const. Logarithme = 9,234 4432

20,876 63 .... 1,319 6604
9,234 4432
2,085 2172
Also $3P$ = 4,170 4344
P = 1,390 1448

Mit den kleinen Tafeln findet sich daraus

$B' = 0{,}018\,06$ $C'' = 1{,}396\,16$
$B'' = 0{,}017\,81$ $C''' = 1{,}396\,08$

womit die Rechnung schon steht, und $A = 1{,}378\,27$ wird. Matthiessen's Tafel giebt genauer $A = 1{,}378\,2739$. Die weitere Rechnung wird dann

$A = 1{,}378\,2739$
3 .... 0,477 1213
1,855 3952
0,927 6976 = log tang $83^0\ 15'\ 49''53$
und die wahre Anomalie = 166 31 39, 06
Ferner gehört zu $A^* = 1{,}855\,3952$
$B^* = 0{,}006\,0170$
q 8,053 9660
Logarithme des radius vector = 9,915 3782

Man sieht übrigens, dass diese Methode nichts weiter ist, als eine indirecte Auflösung der bekannten cubischen Gleichung zwischen der Tangente der halben Anomalie und der Sectorfläche und zugleich, dass meine, oder für schärfere Rechnung die Matthiessen'sche Logarithmentafel auf ganz ähnliche Weise zu einer sehr bequemen Auffindung aller reellen Wurzeln jeder algebraischen Gleichung, die nicht mehr als drei effective Glieder hat, benutzt werden kann, wie ich in Beziehung auf die quadratische Gleichung unlängst bei der letzten Ausgabe der Vega'schen Logarithmentafel schon gezeigt habe.

II.

Tafel aus dem ersten Bande der Pariser Annalen.

Statt der sehr umfangreichen Barker'schen Tafel und der dazu erforderlichen Hülfstafel, wenn v sich 180^0 nähert, ist hier die im ersten Bande der Annalen der kaiserlichen Sternwarte zu Paris befindliche Tafel zum Abdrucke gebracht.

Bezeichnet $q = \frac{1}{2}p$ = den Perihelabstand in der Parabel, v = die wahre Anomalie, t = die Zeit vor oder seit dem Periheldurchgange, μ = die (in der Regel = 0 zu setzende) Masse des in der Parabel sich bewegenden Himmelskörpers, $\log k = 8{,}085\,0664\,436$, so ist $T = t\sqrt{\frac{1+\mu}{q^3}}$, und man hat $\operatorname{tang}\frac{1}{2}v + \frac{1}{3}\operatorname{tang}\frac{1}{2}v^3 = kT$; $T = \frac{1}{3k}(3\operatorname{tang}\frac{1}{2}v + \operatorname{tang}\frac{1}{2}v^3)$. Setzt man den Werth für k in diese letzte Gleichung, so wird

$$T = 27{,}403\,89544\,(3\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}v + \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}v^3) = 1{,}0961\,55816\,(75\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}v + 25\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}v^3),$$

und daher, wenn man $k' = 0{,}9122\,79061$ setzt, $75\operatorname{tang}\frac{1}{2}v + 25\operatorname{tang}\frac{1}{2}v^3 = k'T$; wobei $\log k' = 9{,}9601\,277069$.

Die Barker'sche Tafel giebt $k'T$ für das Argument v. Die mittlere tägliche Bewegung oder die in der Barker'schen Tafel mit M bezeichnete Grösse wird durch die Pariser Tafel für einen beliebigen Werth von v erhalten, wenn man den entsprechenden Werth von T mit k'

multiplicirt. Die Tafel*) giebt v, indem die Werthe für T als Argument dienen, und die wahre Anomalie, welche diesem Argumente entspricht, wird gefunden durch die Formel

$$v = v_0 + A_1\,(T-T_0) + A_2\,(T-T_0)^2 + A_3\,(T-T_0)^3 + \text{etc.}$$

Hier ist T_0 ein specieller Werth, welcher sich unter den Argumenten der Tafel findet, und welchen man so wählt, dass die Differenz $T-T_0$ möglichst klein wird. Die für A_1, A_2, A_3 geltenden Vorzeichen sind den Logarithmen dieser Grössen beigefügt.

Zur Erläuterung wählen wir dasselbe Beispiel, welches Herr Professor Encke in seiner Ausgabe der Olbers'schen Abhandlung „Ueber die leichteste und bequemste Methode die Bahn eines Cometen zu berechnen" pag. 241 gegeben hat. Für den grossen Cometen von 1843 hat man nach Santini's Parabel $\log q = 7{,}902\,7200$, woraus $\log m = 3{,}106\,0477$. Man sucht die wahre Anomalie für März 20. 8^h mittlere Berliner Zeit oder $7^h\,15^m\,46^s$ Pariser Zeit. Hier ist also, da die Zeit des Perihels auf Februar 27. $6^h\,19^m\,59^s$ mittlere Pariser Zeit fällt,

$$t = 21{,}038\,74, \quad \text{folglich } \log M = \log mt = 4{,}429\,0674.$$

Geht man hiermit in die Barker'sche Tafel ein, so findet man mit Rücksicht auf zweite Differenzen $\qquad v = 168^0\,44'\,24''\,23$

Benutzt man die Hülfstafel, so wird

$$\log \sin w = \tfrac{1}{3}(\log 200 - \log M) = 2{,}290\,6542$$
$$\text{woraus } w = 168^0\,44'\,20''\,44$$
$$+\delta = \qquad 3,\,78$$
$$v = 168\;\,44\;\,24,\,22$$

Nach der hier mitgetheilten Tafel wird mit $t = 21{,}038\,74$ und $\log q = 7{,}902\,7200$, $T = 29440{,}13$; die Differenz von $T_0 = 30000$ ist also $T-T_0 = -559{,}87$

$$\begin{aligned}
\text{mithin } v_0 &= 168^0\,48'\,41''\,17\\
A_1\,(T-T_0) &= \quad -\;4\;\,13\;\,71\\
A_2\,(T-T_0)^2 &= \quad -\;\;\;\;\,3\;\,19\\
A_3\,(T-T_0)^3 &= \quad -\;\;\;\;\,0\;\,05\\
v &= 168^0\,44'\,24''\,22
\end{aligned}$$

Wenn T über die Grenze der Tafel ($T_0 = 40000$) hinausgeht, so kann man die Formel brauchen $v = 180^0 - [6{,}094\,7259]\left(\frac{1}{T}\right)^{\frac{1}{3}} - [6{,}877\,18]\left(\frac{1}{T}\right) - [7{,}313]\left(\frac{1}{T}\right)^{\frac{5}{3}}$ etc.

wobei die in Klammern stehenden Ziffern Logarithmen sind.

Ist v gegeben, und man verlangt T zu finden, so hat man

$$T - T_0 = \frac{v-v_0}{A_1} - \frac{A_2}{A_1}(T-T_0)^2 - \frac{A^3}{A_1}(T-T_0)^3$$

Behuf einer ersten Annäherung kann man die von dem Quadrate und dem Cubus von $T-T_0$ abhängenden Glieder vernachlässigen, und der so für $T-T_0$ gefundene Werth wird so lange verbessert, bis er der Gleichung genau Genüge thut. Wenn v über 169^0 herausgeht, so nimmt man statt der Tafel die Formel:

$$T = [1{,}914\,9336]\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}v + [1{,}437\,8123]\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}v^3.$$

Aber auch bei einem kleineren v kann man, falls man es bequemer hält, sich dieser Formel bedienen.

Wählt man bei dem im Art. 39 der Theoria motus gelehrten Verfahren, die hier abgedruckte Tafel statt der Barker'schen, so bezeichnet w den Werth für v, welcher dem Argumente $T = \frac{at}{k'B}$ entspricht. Will man in dem, im Art. 41 abgehandelten Falle diese Tafel zur Bestimmung von t statt der Barker'schen Tafel anwenden, so geschieht dies dadurch, dass man den, dem w entsprechenden Werth für T mit $\frac{k'B}{a}$ multiplicirt.

*) „Die Burckhardt'sche Tafel, in Bowditch's Anhang zum dritten Bande der „Mécanique Céleste" ist ähnlich, nur dass dort $\log T$, statt T zum Argumente dient.

T_0	v_0	log A_1	log A_2	log A_3
0	0° 0′ 0″,00	+ 3,700 5216	— 0,00000	— 9,695
2	2 47 11,83	3,700 0079	0,47160	9,691
4	5 34 0,00	3,698 4710	0,76930	9,681
6	8 20 1,19	3,695 9236	0,93987	9,664
8	11 4 52,82	3,692 3863	1,05702	9,641
10	13 48 13,31	+ 3,687 8872	— 1,14430	— 9,610
12	16 29 42,39	3,682 4613	1,21171	9,571
14	19 9 1,36	3,676 1493	1,26497	9,525
16	21 45 53,23	3,668 9972	1,30744	9,470
18	24 20 2,89	3,661 0547	1,34135	9,405
20	26 51 17,15	+ 3,652 3748	— 1,36825	— 9,329
22	29 19 24,78	3,643 0121	1,39829	9,239
24	31 44 16,52	3,633 0224	1,40535	9,130
26	34 5 44,97	3,622 4621	1,41714	8,994
28	36 23 44,51	3,611 3863	1,42520	8,814
30	38 38 11,23	+ 3,599 8496	— 1,43003	— 8,538
32	40 49 2,74	3,587 9044	1,43201	— 7,847
34	42 56 18,02	3,575 6011	1,43149	+ 8,237
36	44 59 57,33	3,562 9877	1,42877	8,585
38	47 0 2,00	3,550 1091	1,42410	8,753
40	48 56 34,33	+ 3,537 0077	— 1,41772	+ 8,857
42	50 49 37,39	3,523 7227	1,40983	8,928
44	52 39 14,95	3,510 2905	1,40060	8,978
46	54 25 31,32	3,496 7444	1,39020	9,013
48	56 8 31,24	3,483 1149	1,37878	9,038
50	57 48 19,82	+ 3,469 4297	— 1,36645	+ 9,056
52	59 25 2,41	3,455 7140	1,35333	9,067
54	60 58 44,53	3,441 9903	1,33952	9,073
56	62 29 31,82	3,428 2790	1,32512	9,076
58	63 57 29,99	3,414 5981	1,31021	9,075
60	65 22 44,74	+ 3,400 9637	— 1,29486	+ 9,071
64	68 5 26,60	3,373 8900	1,26308	9,056
68	70 38 21,86	3,347 1520	1,23025	9,035
72	73 2 13,17	3,320 8214	1,19672	9,008
76	75 17 40,91	3,294 9510	1,16277	8,978
80	77 25 22,94	+ 3,269 5785	— 1,12863	+ 8,945
84	79 25 54,44	3,244 7291	1,09447	8,910
88	81 19 47,97	3,220 4185	1,06044	8,874
92	83 7 33,52	3,196 6546	1,02665	8,837
96	84 49 38,62	3,173 4393	0,99319	8,798

T_0	v_0	log A_1	log A_2	log A_3
100	86° 26′ 28″52	+ 3,150 7694	— 0,96012	+ 8,760
104	87 58 26,32	3,128 6388	0,92749	8,721
108	89 25 53,18	3,107 0382	0,89534	8,682
112	90 49 8,43	3,085 9565	0,86370	8,643
116	92 8 29,76	3,065 3811	0,83257	8,605
120	93 24 13,33	+ 3,045 2984	— 0,80199	+ 8,567
124	94 36 33,98	3,025 6943	0,77194	8,529
128	95 45 45,25	3,006 5544	0,74244	8,491
132	96 51 59,60	2,987 8638	0,71347	8,454
136	97 55 28,43	+ 2,969 6079	— 0,68505	+ 8,418
140	98 56 22,24	2,951 7723	0,65716	8,382
144	99 54 50,68	2,934 3427	0,62979	8,346
148	100 51 2,62	2,917 3052	0,60293	8,311
152	101 45 6,25	2,900 6462	0,57658	8,276
156	102 37 9,12	+ 2,884 3526	— 0,55071	+ 8,242
160	103 27 18,23	2,868 4116	0,52534	8,209
164	104 15 40,03	2,852 8110	0,50043	8,176
168	105 2 20,49	2,837 5388	0,47598	8,143
172	105 47 25,18	2,822 5838	0,45198	8,111
176	106 30 59,23	+ 2,807 9349	— 0,42841	+ 8,080
180	107 13 7,45	2,793 5817	0,40526	8,049
184	107 53 54,28	2,779 5141	0,38253	8,018
188	108 33 23,87	2,765 7223	0,36020	7,988
192	109 11 40,10	2,752 1971	0,33826	7,959
196	109 48 46,58	+ 2,738 9297	— 0,31670	+ 7,930
200	110 24 46,69	2,725 9114	0,29551	7,901
210	111 50 16,87	2,694 4032	0,24407	7,831
220	113 9 55,67	2,664 2838	0,19472	7,764
230	114 24 20,89	2,635 4467	0,14732	7,700
240	115 34 4,97	+ 2,607 7961	— 0,10174	+ 7,637
250	116 39 35,94	2,581 2455	0,05786	7,577
260	117 41 18,16	2,555 7170	0,01556	7,519
270	118 39 32,86	2,531 1401	9,97476	7,463
280	119 34 38,67	2,507 4507	9,93535	7,409
290	120 26 51,98	+ 2,484 5910	— 9,89725	+ 7,356
300	121 16 27,30	2,462 5078	9,86038	7,305
310	122 3 37,49	2,441 1532	9,82467	7,256
320	122 48 34,01	2,420 4831	9,79006	7,208
330	123 31 27,11	2,400 4569	9,75648	7,161

T_0	v_0	log A_1	log A_2	log A_3
340	124° 12′ 25″97	+ 2,381 0379	— 9,72387	+ 7,116
350	124 51 38,87	2,362 1918	9,69219	7,072
360	125 29 13,25	2,343 8873	9,66139	7,029
370	126 5 15,87	2,326 0956	9,63142	6,987
380	126 39 52,85	2,308 7898	9,60224	6,947
390	127 13 9,75	+ 2,291 9450	— 9,57381	+ 6,907
400	127 45 11,66	2,275 5384	9,54610	6,868
420	128 45 48,63	2,243 9555	9,49269	6,794
440	129 42 16,43	2,213 8871	9,44176	6,723
460	130 35 2,66	2,185 1991	9,39310	6,655
480	131 24 30,82	+ 2,157 7741	— 9,34654	+ 6,589
500	132 11 1,09	2,131 5086	9,30188	6,527
520	132 54 50,84	2,106 3114	9,25901	6,467
540	133 36 15,19	2,082 1011	9,21777	6,409
560	134 15 27,33	+ 2,058 8051	— 9,17805	+ 6,353
580	134 52 38,80	2,036 3588	9,13976	6,299
600	135 27 59,81	2,014 7037	9,10278	6,247
640	136 33 45,52	2,973 5615	9,03246	6,148
680	137 33 45,39	1,935 0140	8,96649	6,055
720	138 28 48,27	+ 1,898 7593	— 8,90438	+ 5,968
760	139 19 33,81	1,864 5446	8,84571	5,885
800	140 6 34,57	1,832 1564	8,79012	5,807
850	141 0 45,22	1,793 9648	8,72451	5,714
900	141 50 30,05	1,758 0440	8,66275	5,627
950	142 36 24,37	+ 1,724 1428	— 8,60441	+ 5,544
1000	143 18 57,20	1,692 0492	8,54915	5,466
1050	143 58 32,66	1,661 5826	8,49665	5,392
1100	144 35 30,95	1,632 5881	8,44666	5,321
1150	145 10 9,20	1,604 9315	8,39896	5,254
1200	145 42 41,98	+ 1,578 4963	— 8,35333	+ 5,189
1250	146 13 21,82	1,553 1804	8,30962	5,127
1300	146 42 19,55	1,528 8937	8,26767	5,068
1350	147 9 44,57	1,505 5568	8,22735	5,011
1400	147 35 45,11	1,483 0989	8,18853	4,956
1450	148 0 28,40	+ 1,461 4567	— 8,15110	+ 4,903
1500	148 24 0,83	1,440 5738	8,11498	4,851
1600	149 7 55,10	1,400 8865	8,04631	4,754
1700	149 48 6,25	1,363 6849	7,98190	4,663
1800	150 25 5,10	1,328 6785	7,92126	4,576

T_0	v_0	log A_1	log A_2	log A_3
1900	150° 59′ 16″75	+ 1,295 6243	— 7,86398	+ 4,495
2000	151 31 1,89	1,264 3177	7,80971	4,418
2100	152 0 37,76	1,234 5845	7,75814	4,345
2200	152 28 18,85	1,206 2750	7,70903	4,275
2300	152 54 17,45	1,179 2601	7,66216	4,208
2400	153 18 44,05	+ 1,153 4272	— 7,61732	+ 4,145
2500	153 41 47,70	1,128 6779	7,57435	4,084
2600	154 3 36,21	1,104 9254	7,53310	4,025
2700	154 24 16,39	1,082 0930	7,49344	3,969
2800	154 43 54,21	1,060 1125	7,45526	3,914
2900	155 2 34,93	+ 1,038 9230	— 7,41844	+ 3,862
3000	155 20 23,19	1,018 4698	7,38289	3,811
3200	155 53 38,39	0,979 5803	7,31529	3,715
3400	156 24 7,80	0,943 1040	7,25186	3,625
3600	156 52 14,00	0,908 7603	7,19213	3,540
3800	157 18 15,42	+ 0,876 3145	— 7,13568	+ 3,459
4000	157 42 27,29	0,845 5688	7,08218	3,383
4200	158 5 2,33	0,816 3545	7,03133	3,311
4400	158 26 11,25	0,788 5269	6,98289	3,242
4600	158 46 3,15	+ 0,761 9607	— 6,93664	+ 3,176
4800	159 4 45,83	0,736 5469	6,89238	3,113
5000	159 22 25,99	0,712 1902	6,84996	3,053
5200	159 39 9,45	0,688 8063	6,80923	2,995
5600	160 10 6,00	0,644 6674	6,73234	2,885
6000	160 38 9,17	+ 0,603 6264	— 6,66082	+ 2,783
6400	161 3 45,36	0,565 2780	6,59398	2,688
6800	161 27 15,57	0,529 2915	6,53125	2,599
7200	161 48 56,78	0,495 3934	6,47215	2,514
7600	162 9 2,89	0,463 3554	6,41629	2,435
8000	162 27 45,39	+ 0,432 9843	— 6,36332	+ 2,359
8400	162 45 13,90	0,404 1157	6,31297	2,287
8800	163 1 36,52	0,376 6081	6,26499	2,219
9200	163 17 0,16	0,350 3393	6,21916	2,154
9600	163 31 30,72	0,325 2029	6,17531	2,091
10000	163 45 13,32	+ 0,301 1054	— 6,13326	+ 2,031
10500	164 1 20,80	0,272 3199	6,08303	1,959
11000	164 16 27,66	0,244 8894	6,03516	1,891
11500	164 30 40,23	0,218 6921	5,98944	1,826
12000	164 44 3,94	0,193 6223	5,94568	1,764

T_0	v_0	log A_1	log A_2	log A_3
13000	165° 8′ 42″90	+ 0,146 5042	— 5,86343	+ 1,646
14000	165 30 55,26	0,102 9147	5,78733	1,538
15000	165 51 4,63	0,062 3627	5,71652	1,437
16000	166 9 29,58	0,024 4528	5,65032	1,342
17000	166 26 24,88	9,988 8624	5,58817	1,254
18000	166 42 2,53	+ 9,955 3241	— 5,52959	+ 1,170
19200	166 59 18,90	9,917 4751	5,46348	1,076
20400	167 15 11,32	9,881 9393	5,40141	0,987
21600	167 29 51,00	9,848 4507	5,34290	0,904
22800	167 43 27,11	9,816 7866	5,28758	0,825
24000	167 56 7,28	+ 9,786 7585	— 5,23512	+ 0,750
26000	168 15 26,77	9,739 9215	5,15328	0,633
28000	168 32 51,95	9,696 5794	5,07755	0,525
30000	168 48 41,17	9,656 2474	5,00706	0,424
32000	169 3 8,84	9,618 5347	4,94116	0,330
34000	169 16 26,46	+ 9,583 1221	— 4,87926	+ 0,242
36000	169 28 43,36	9,549 7452	4,82093	0,159
38000	169 40 7,19	9,518 1828	4,76573	0,080
40000	169 50 44,28	9,488 2481	4,71346	0,005

III.

Schreiben des Herrn Marth, Observators an der Sternwarte zu Durham, an den Herausgeber der Astronomischen Nachrichten (Nr. 1016).

Das Gauss'sche Verfahren, die Ortscoordinaten in einer Ellipse von starker Excentricität zu bestimmen, lässt bekanntlich nichts zu wünschen übrig. Indessen ist die damit verbundene Rechnung nicht ganz angenehm und in Folge davon wird sie, wenn ich mich nicht irre, von einigen Astronomen selbst in solchen Fällen vermieden, in welchen die gewöhnlicheren Methoden Resultate von zweifelhafter Zuverlässigkeit ergeben. Die Rechnung lässt sich aber nicht unwesentlich erleichtern, wenn man die Mühe, die darin vorkommenden Grössen $(1 - \frac{4}{5}A + C)^{-\frac{1}{2}}$ und $\frac{1 - \frac{4}{5}A + C}{1 - \frac{1}{5}A + C}$ (in den Zeichen der Theor. mot.) in diesen Formen jedesmal speciell zu berechnen, durch eine einfache Hülfstafel beseitigt. Denn so unbedeutend diese Mühe in einem einzelnen Falle ist, so wird sie, wenn man eine Reihe von Werthen zu bestimmen hat, wegen der von B abhängigen, wiederholten Näherungen und der damit wiederkehrenden Interpolationen, doch etwas lästig, verursacht zum wenigsten völlig vermeidbaren Zeitverlust. Nicolai hat vor langen Jahren eine kleine specielle Hülfstafel bei Gelegenheit