

## II. ABSCHNITT.

### Entwicklung der Gleichungen zur Berechnung der Flaschenzüge und Winden.

§ 10.

#### Aufstellung der Hauptgleichungen.

Zur Berechnung des eigentlichen Hebezeuges und namentlich des Getriebes, soweit dieses zur Umsetzung zwischen Kraft und Last oder deren Wegen beitragen muss, bedürfen wir einer Reihe von Gleichungen. Sie betreffen einerseits das Umsetzungsverhältnis und die Betriebskraft dieser Maschinen, andererseits den Wirkungsgrad und die Verluste, welche die Reibung und andere Hindernisse der bewegten Teile in ihnen bewirken. Der vorliegende Abschnitt giebt die Entwicklung dieser Gleichungen, während die späteren ihre Benutzung bei der Berechnung der zu behandelnden Hebezeuge zeigen.

In § 1 sahen wir, dass in einer reibungslos gedachten Lasthebemaschine immer das Produkt aus Last und Lastweg gleich demjenigen aus Betriebskraft und gleichzeitigem Kraftweg sein muss. Ist also

Q die Last,

P<sub>0</sub> die Betriebskraft der reibungslosen Maschine in kg,

h der Lasthub,

s der gleichzeitige Kraftweg in m,

so muss

$$P_0 \cdot s = Q \cdot h$$

sein. Beziehen wir h und s auf die Sekunde, so tritt w als Last-,

c als Kraftgeschwindigkeit in m/Sek.

in die obige Gleichung, und diese lautet dann

$$P_0 \cdot c = Q \cdot w.$$

Die Betriebskraft der reibungslos gedachten Maschine beträgt somit

$$P_0 = Q \frac{h}{s} = Q \frac{w}{c} \dots \dots \dots \text{I}$$

Der Quotient

$$\frac{P_0}{Q} = \frac{h}{s} = \frac{w}{c} \dots \dots \dots \text{II}$$

soll das Umsetzungsverhältnis des Hebezeuges genannt werden. Es ermittelt sich, wie nachher bei den einzelnen Getrieben gezeigt ist, leicht in jedem Falle,

wenn man die Bewegung von Kraft und Last für eine bestimmte Zeit miteinander vergleicht. Ist P<sub>0</sub> < Q und w < c, findet also in der Maschine eine Steigerung der Betriebskraft unter gleichzeitiger Verminderung ihrer Geschwindigkeit statt, so ist das Umsetzungsverhältnis kleiner als 1, im umgekehrten Falle, wo P<sub>0</sub> > Q und auch w > c ist und die Betriebskraft unter gleichzeitiger Vergrößerung ihrer Geschwindigkeit verringert wird, ist das Umsetzungsverhältnis grösser als 1. Enthält ferner ein Hebezeug mehrere Elemente oder Elementargetriebe, welche die Umsetzung derart bewirken, dass das erste seine Bewegung an das zweite, dieses dieselbe an das dritte u. s. w. überträgt, so ist das Umsetzungsverhältnis des ganzen Hebezeuges gleich dem Produkte aus den Umsetzungsverhältnissen der einzelnen Elemente oder Elementargetriebe.

In der vorstehenden Form benutzen wir die Gl. I und II für Lasthebemaschinen ohne rotierende Kraftübertragung. Für solche mit rotierender Kraftübertragung ist c die Umfangsgeschwindigkeit, mit welcher P<sub>0</sub> wirkt, w diejenige, mit welcher Q hoch gewunden wird. Ist dann weiter

a der Hebelarm der Kraft,

R derjenige der Last in m,

so bewegen sich Kraft- und Lastwelle mit der Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_c = \frac{c}{a} \text{ bzw. } \omega_w = \frac{w}{R},$$

und die Gl. I, welche wir auch in der Form

$$P_0 \cdot a \frac{c}{a} = Q \cdot R \frac{w}{R}$$

schreiben können, geht über in

$$P_0 = \frac{Q \cdot R}{a} \frac{\omega_w}{\omega_c} \dots \dots \dots \text{Ia}$$

während Gl. II

$$\frac{w}{c} = \frac{R}{a} \frac{\omega_w}{\omega_c} \dots \dots \dots \text{IIa}$$

lautet.

Bei der wirklichen Maschine hat die Betriebskraft nicht nur den Widerstand der Last, sondern auch denjenigen zu überwinden, den die Getriebe, Führungsteile, Lastorgane u. s. w. infolge von Reibung oder Seilsteifigkeit ihrer Bewegung entgegensetzen. Man bezeichnet diese letztgenannten Widerstände als die eigenen Bewegungswiderstände oder Nebenhindernisse des Hebezeuges. Bei ihrer Berücksichtigung muss natürlich die Betriebskraft der Lasthebemaschine grösser als diejenige  $P_0$  der reibungslos gedachten Maschine sein, und zum Unterschiede von dieser letzteren nennen wir sie die Betriebskraft der wirklichen Maschine oder kurz die wirkliche Betriebskraft. Bezeichnen wir sie mit  $P$  und setzen die Arbeit, welche zur Überwindung der Nebenhindernisse aufzuwenden ist, gleich  $\varphi \cdot P_0 \cdot s$ , so folgt

$$P \cdot s = Q \cdot h + \varphi \cdot P_0 \cdot s = P_0 \cdot s + \varphi \cdot P_0 \cdot s$$

oder

$$P = (1 + \varphi) P_0 \dots \dots \dots \text{III}$$

wobei  $\varphi$  der Verlustfaktor des Hebezeuges genannt werden soll. Das Verhältnis der beiden Betriebskräfte

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{1}{1 + \varphi} \dots \dots \dots \text{IV}$$

ist der Wirkungsgrad des Hebezeuges. Derselbe ist bekanntlich stets kleiner als 1. Bei der Berechnung einer Hebemaschine wird er gewöhnlich in der Weise bestimmt, dass man sich die Maschine in ihre einzelnen Elemente oder Elementargetriebe zerlegt denkt und nun den Wirkungsgrad für diese letzteren ermittelt, ein Verfahren, dass nach Wissen des Verfassers zuerst von Professor Gustav Herrmann im Jahrgang 1879 der deutschen Bauzeitung angewandt wurde. Wirken dann diese einzelnen Elemente, wie schon weiter oben angeführt, so aufeinander, dass immer das nachfolgende durch das vorhergehende angetrieben wird, die Betriebskraft des ersteren also stets die Last des letzteren bildet, so gilt, wenn  $\varphi', \varphi'', \varphi''', \dots$  der erwähnte Verlustfaktor,  $\eta', \eta'', \eta''', \dots$  der Wirkungsgrad der einzelnen Elemente ist, für das ganze Hebezeug die Beziehung

$$1 + \varphi = (1 + \varphi') (1 + \varphi'') (1 + \varphi''') \dots \dots \dots \left. \begin{array}{l} \eta = \eta' \cdot \eta'' \cdot \eta''' \dots \dots \dots \end{array} \right\} \dots \dots \text{V}$$

Die Leistung, welche von der Betriebskraft aufzuwenden ist, um die Last  $Q$  mit der Geschwindigkeit  $w$  in m/Sek. zu heben, beträgt in PS

$$N = (1 + \varphi) \frac{Q \cdot w}{75} = \frac{1}{\eta} \frac{Q \cdot w}{75} \dots \dots \dots \text{VI}$$

Sind die eigenen Bewegungswiderstände eines Hebezeuges so gross, dass die Last nicht sinkt, sondern schwebend erhalten wird, wenn auch die Betriebskraft im Sinne des Lasthubes zu wirken aufhört, so bezeichnet man es als selbsthemmend oder selbstsperrend. Diese Eigenschaft tritt ein, sobald für das Lastsenken die Arbeit der Nebenhindernisse gleich oder grösser als die Arbeit der Last, sobald also nach den obigen Bezeichnungen

$$\varphi \cdot P_0 \cdot s \geq Q \cdot h$$

wird. Zum Niederlassen der Last bedarf es dann einer mit  $Q$  gleichgerichteten Kraft, welche die Differenz der genannten Arbeiten leistet. Da  $Q \cdot h$  gemäss Gl. I gleich

$P_0 \cdot s$  ist, so folgt aus der vorstehenden Bedingung für die Selbstsperrung

$$\varphi \cdot P_0 \cdot s \geq P_0 \cdot s,$$

oder

$$\varphi \geq 1,$$

und es fällt, vorausgesetzt, dass dieselben Nebenhindernisse, die den Niedergang hemmen, auch während des Hochganges der Last in der Maschine auftreten, für den letzteren nach Gl. IV der Wirkungsgrad

$$\eta \leq \frac{1}{1 + 1} \text{ oder } \eta \leq \frac{1}{2}$$

aus. Das heisst: Bei allen Hebemaschinen, welche durch die eigenen Bewegungswiderstände selbsthemmend sind, dienen mindestens 50% der Betriebsarbeit zur Überwindung der Nebenhindernisse, und diese gehen also für den eigentlichen Zweck der Maschine verloren.

Bei allen Hebezeugen, bei denen die eigenen Bewegungswiderstände nicht die zur Selbsthemmung erforderliche Grösse haben, muss natürlich die Last durch eine besondere Stützvorrichtung oder durch eine Kraft hochgehalten werden, welche im Verein mit diesen Nebenhindernissen der Last das Gleichgewicht hält. Eine solche Kraft ist auch zum Niederlassen der Last erforderlich, wenn diese nicht mit beschleunigter Bewegung heruntergehen soll, es sei denn, dass durch eine sogenannte Bremsvorrichtung die Energie vernichtet wird, welche auf eine Beschleunigung der Bewegung hinwirkt.

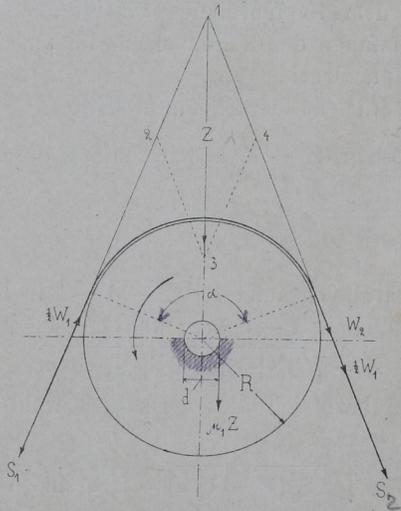
§ 11.

Die einfachen Rollen.

a) Die eigenen Bewegungswiderstände der Rolle.

Fig. 17 des Textes zeigt eine drehbare Rolle, über welche ein gespanntes Zugkraft- oder Lastorgan (Seil, Kette) in der angedeuteten Richtung bewegt werden soll. Es sei

Fig. 17.



- $\Delta$  die Seil- oder Ketteneisenstärke (bei Gall'schen Gelenkketten der Bolzendurchmesser),
- $R$  der Rollenradius (bis Mitte Seil oder Kette),
- $d$  der Durchmesser des Bolzens, auf welchem sich die Rolle dreht,

$\alpha$  der Umschlingungswinkel des Seiles oder der Kette an der Rolle,

$S_2$  die Spannung im auflaufenden,

$S_1$  diejenige im ablaufenden Seil- oder Kettentrum.

Die Spannung  $S_1$  im ablaufenden Trum hat ausser der Spannung  $S_2$  noch die Nebenhindernisse zu überwinden, welche sich der Drehung der Rolle entgegensetzen. Diese bestehen:

1. aus dem Widerstande  $W_1$ , den das Seil oder die Kette dort hervorrufen, wo sie sich auf die Rolle legen und von derselben abtreten und aus der geraden Richtung in die gekrümmte oder umgekehrt übergehen müssen. Man bezeichnet diesen Widerstand bei den Seilen als Seilsteifigkeit, bei den Ketten als Gliederreibung. Setzen wir

$$W_1 = \sigma \cdot S_2,$$

so wird

für Hanfseile nach den Versuchen von Eytelwein, die sich auf festgeschlagene Seile bezogen, mit  $\Delta$  und  $R$  in cm

$$\sigma = 0,18 \frac{\Delta^2}{R}$$

angegeben, während für lose geschlagene Seile, wie sie meistens bei Hebezeugen verwendet werden,  $\sigma$  sehr verschiedene Angaben findet. Als passenden Mittelwert, der nur bei neuen Seilen um 20 bis 30% höher sein kann, dürfte sich

$$\sigma = 0,1 \frac{\Delta^2}{R}$$

empfehlen;

Für Ketten wird gewöhnlich

$$\sigma = 0,2 \frac{\Delta}{R}$$

gesetzt, während

für Drahtseile jegliche Angaben, die nur durch entsprechende Versuche zu ermitteln sind, fehlen. Wir nehmen hier  $\sigma$  ebenso gross wie bei Ketten an.

2. aus dem Zapfenreibungswiderstande. Derselbe greift am Umfange des Rollenbolzens an und hat, wenn  $Z$  der Zapfendruck,

$\mu_1$  der Koeffizient der Zapfenreibung

ist, die Grösse  $\mu_1 \cdot Z \frac{d}{2}$ . An den Umfang der Rolle versetzt, beträgt er

$$W_2 = \mu_1 \cdot Z \frac{d}{2R}.$$

Nach dem Parallelogramm 1 — 2 — 3 — 4 in Fig. 17 des Textes ist nun mit  $1 - 2 = S_1$  und  $1 - 4 = S_2$

$$Z = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2 S_1 \cdot S_2 \cdot \cos \alpha},$$

oder für die bezüglich dieses Druckes wohl statthafte Annahme  $S_1 = S_2$

$$Z = \sqrt{2 S_2^2 (1 - \cos \alpha)} = 2 S_2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2},$$

und somit

$$W_2 = \mu_1 \cdot S_2 \frac{d}{R} \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Setzen wir die ganzen Nebenhindernisse an der Rolle

$$W_1 + W_2 = \varphi_0 \cdot S_2,$$

so folgt die Spannung im ablaufenden Trum zu

$$S_1 = S_2 + W_1 + W_2 = (1 + \varphi_0) S_2,$$

wobei mit  $\Delta$ ,  $R$  und  $d$  in cm

für Hanfseile

$$\varphi_0 = 0,1 \frac{\Delta^2}{R} + \mu_1 \frac{R}{d} \sin \frac{\alpha}{2},$$

für Drahtseile und Ketten

$$\varphi_0 = 0,2 \frac{\Delta}{R} + \mu_1 \frac{d}{R} \sin \frac{\alpha}{2}$$

zu setzen ist. Für die meisten Fälle der Praxis dürfte es ferner genügen, solche Werte von  $\varphi_0$  zu benutzen, die sich unter Annahme mittlerer Werte von  $R$  und  $d$  ergeben, nämlich

für Hanfseile mit  $R = 4 \Delta$ ,  $d = \Delta$ ,  $\mu_1 = 0,1$  und  $\Delta$  in cm

$$\alpha = 90^\circ \dots \varphi_0 = 0,025 (\Delta + 0,7),$$

$$\alpha = 180^\circ \dots \varphi_0 = 0,025 (\Delta + 1),$$

für Drahtseile und Ketten mit  $d = 3,3 \Delta$  und  $\mu_1 = 0,1$

bei kleinem Rollenradius ( $R = 10 \Delta$  für Ketten)

$$\alpha = 90^\circ \dots \varphi_0 = 0,04,$$

$$\alpha = 180^\circ \dots \varphi_0 = 0,05,$$

bei grossem Rollenradius ( $R = 20 \Delta$  für Ketten)

$$\alpha = 90^\circ \dots \varphi_0 = 0,03,$$

$$\alpha = 180^\circ \dots \varphi_0 = 0,04.$$

Wir merken uns das Vorstehende leicht in der folgenden Weise:

Bei einer Rolle ist die Spannung im ablaufenden Seil- oder Kettentrum

$$S_1 = (1 + \varphi_0) S_2 \dots \dots \dots 1$$

bei Hanfseilen ( $\Delta$  in cm) und

$$\alpha = 90^\circ \text{ um } \varphi_0 = 2,5 (\Delta + 0,7) \text{ Prozent} \} \dots 2a$$

$$\alpha = 180^\circ \text{ um } \varphi_0 = 2,5 (\Delta + 1) \text{ Prozent} \}$$

bei Drahtseilen und Ketten

mit kleinem Rollenradius und

$$\alpha = 90^\circ \text{ um } \varphi_0 = 4 \text{ Prozent} \} \dots 2b$$

$$\alpha = 180^\circ \text{ um } \varphi_0 = 5 \text{ Prozent} \}$$

mit grossem Rollenradius und

$$\alpha = 90^\circ \text{ um } \varphi_0 = 3 \text{ Prozent} \} \dots 2c$$

$$\alpha = 180^\circ \text{ um } \varphi_0 = 4 \text{ Prozent} \}$$

grösser als die Spannung  $S_2$  im auflaufenden Trum.

Bei sehr kleinen Rollenradien, wie sie bei manchen Flaschenzügen vorkommen, ist für Ketten und Drahtseile mit  $\alpha = 180^\circ$  sogar  $\varphi_0 = 6$  Prozent zutreffend.

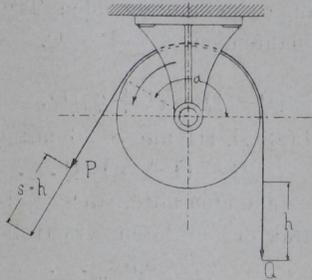
### b) Die feste Rolle.

Seil- oder Kettenrollen, welche beim Heben oder Senken der Last nur eine drehende Bewegung vollführen und sich nicht mit der Last oder Kraft verschieben, bezeichnet man als feste Rollen. Sie dienen gewöhnlich nur zur Führung des Zugkraft- oder Lastorganes, wenn dieses seine Richtung ändern soll, und werden deshalb vielfach als Führungs- oder Leitrolle bezeichnet; als eigentliches Hebezeug kommen sie, da sie keine Umsetzung zwischen Kraft und Last bewirken, selten zur Verwendung.

Wie aus Fig. 18 des Textes ersichtlich, legen hier Kraft und Last in derselben Zeit den gleichen Weg zurück ( $s=h$ ) und bewegen sich mit derselben Geschwindigkeit ( $c=w$ ). Das Umsetzungsverhältnis der festen Rolle ist somit nach Hauptgl. II auf S. 22

$$\frac{h}{s} = \frac{w}{c} = 1 \dots \dots \dots 3$$

Fig. 18.



und die Betriebskraft der reibungslos gedachten Rolle gemäss Hauptgl. I auf S. 22

$$P_0 = Q.$$

Die wirkliche Betriebskraft ist nach Hauptgl. III für  $\varphi = \varphi_0$

$$P = (1 + \varphi_0) Q \dots \dots \dots 4$$

und es muss der Verlustfaktor  $\varphi_0$  gleich dem Werte der Gl. 2a bis 2c sein, da nach der Figur die Spannung im auflaufenden Trum  $S_2 = Q$ , diejenige im ablaufenden  $S_1 = P$  ist.

Der Wirkungsgrad der festen Rolle bestimmt sich nach Hauptgl. IV auf S. 23 zu

$$\eta_0 = \frac{1}{1 + \varphi_0} \dots \dots \dots 5$$

und beträgt z. B. für eine Kettenrolle von kleinem Radius bei  $180^\circ$  Umschlingungswinkel ( $\varphi_0 = 0,05$  oder 5 Prozent)

$$\eta_0 = \frac{1}{1 + 0,05} = \sim 0,952 \text{ oder } 95,2 \text{ Prozent.}$$

Der Verlust an Betriebskraft, den die Nebenhindernisse an der Rolle hervorrufen, ist

$$P - P_0 = P \left(1 - \frac{P_0}{P}\right) = P(1 - \eta_0) = P \frac{\varphi_0}{1 + \varphi_0},$$

also das

$$1 - 0,952 = 0,048 \text{ fache oder } 4,8 \text{ Prozent}$$

dieser Kraft in dem angeführten Falle.

c) Die lose Lastrolle.

Während das Gestell der festen Rolle seine Lage beim Lastheben oder Lastsenken nicht ändert, folgt dasjenige der losen Rolle den Bewegungen der Last. Es ist zu diesem Zweck in das Zugkraft- oder Lastorgan eingehangen, das nach Fig. 19 des Textes mit seinem einen Ende festgelegt ist, während an dem anderen, freien Ende die Betriebskraft angreift. Die Last hängt am Gestell der Rolle, die man wohl auch als Hakenrolle bezeichnet, da sie meistens in Verbindung mit einem Haken vorkommt.

Fohlhausen, Flaschenzüge etc.

Hebt sich die Last in Fig. 19 um das Stück  $h$ , so muss die Betriebskraft, da die beiden Enden des Zugkraftorganes um dieses Stück zu verkürzen sind, eine Strecke  $s=2h$  zurücklegen. Das Umsetzungsverhältnis der losen Lastrolle ist also nach Hauptgl. II auf S. 22

$$\frac{h}{s} = \frac{w}{c} = \frac{1}{2} \dots \dots \dots 6$$

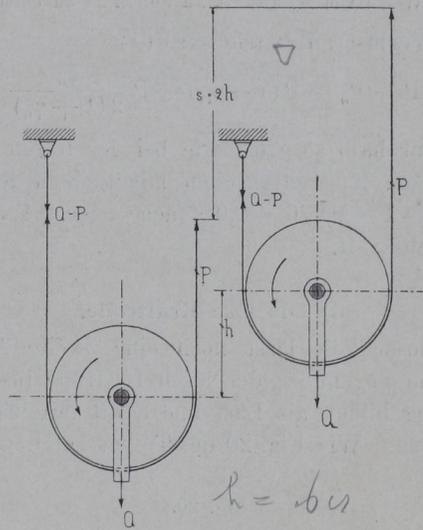
und die Last bewegt sich halb so schnell wie die Betriebskraft. Da die letztere bei der reibungslos gedachten Maschine aber nach Hauptgl. I auf S. 22

$$P_0 = \frac{Q}{2}$$

beträgt, so bewirkt die lose Lastrolle eine Steigerung der Betriebskraft unter entsprechender Verminderung von deren Geschwindigkeit.

Die Spannung im auflaufenden Seil- oder Kettenende

Fig. 19.



muss nach Fig. 19, wenn die Summe der Vertikalkräfte Null werden soll,  $S_2 = Q - P$  betragen; die Spannung im ablaufenden Ende ist  $S_1 = P$ . Nach Gl. 1 auf S. 24 ergibt sich somit die Beziehung

$$P = (1 + \varphi_0)(Q - P),$$

während aus Hauptgl. III auf S. 23 für  $\varphi = \varphi_1$  mit dem obigen Werte von  $P_0$

$$P = (1 + \varphi_1) \frac{Q}{2} \dots \dots \dots 7$$

folgt. Durch Vereinigung dieser beiden Gleichungen ergibt sich der Verlustfaktor der losen Lastrolle zu

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_0}{2 + \varphi_0} \dots \dots \dots 8$$

während für den Wirkungsgrad derselben nach Hauptgl. IV auf S. 23

$$\eta_1 = \frac{1 + 0,5 \varphi_0}{1 + \varphi_0} \dots \dots \dots 9$$

folgt. Für  $\varphi_0$  kommen hierbei nur die Werte der Gl. 2a bis 2c auf S. 24 in Betracht, welche sich auf einen Umschlingungswinkel  $\alpha = 180^\circ$  beziehen.

5  
 $(1 + \varphi_0)(Q - P) = (1 + \varphi_1) \frac{Q}{2}$   
 $2Q + 2\varphi_0 P - P = 2\varphi_1 P$

Für Kettenrollen und, der früheren Annahme gemäss, auch für Drahtseilrollen ergibt sich:

bei kleinen Rollenradien ( $\varphi_0 = 0,05$  oder 5 Prozent)

$$\varphi_1 = \frac{0,05}{2 + 0,05} \approx 0,025 \text{ oder } 2,5 \text{ Prozent,}$$

$$\eta_1 = \frac{1 + 0,025}{1 + 0,05} = 0,976 \text{ oder } 97,6 \text{ Prozent,}$$

bei grossen Rollenradien ( $\varphi_0 = 0,04$  oder 4 Prozent)

$$\varphi_1 = \frac{0,04}{2 + 0,04} \approx 0,02 \text{ oder } 2 \text{ Prozent,}$$

$$\eta_1 = \frac{1 + 0,02}{1 + 0,04} = 0,981 \text{ oder } 98,1 \text{ Prozent,}$$

und wir merken uns:

Die wirkliche Betriebskraft der losen Lastrolle ist bei Ketten und Drahtseilen um 2,5 bzw. 2 Prozent grösser als die halbe Last.

Bei Hanfseilen ist  $\varphi_1$  in jedem Falle nach Gl. 8 und dem Werte von  $\varphi_0$  aus Gl. 2a auf S. 24 zu berechnen.

Der Verlust an Betriebskraft

$$P - P_0 = P(1 - \eta_1) = P \frac{\varphi_0}{2(1 + \varphi_0)}$$

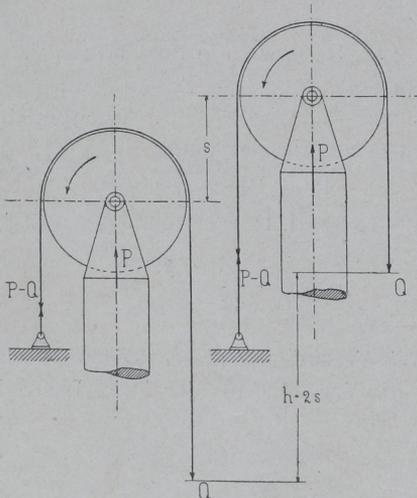
ist hier nur halb so gross wie bei der festen Rolle und beträgt z. B. für Kettenrollen mit kleinen Radien das

$1 - \eta_1 = 1 - 0,976 = 0,024$ fache oder 2,4 Prozent der Betriebskraft.

**d) Die lose Kraftrolle.**

Die lose Rolle lässt noch eine zweite Anordnung zu, welche gegenüber der losen Lastrolle insofern eine Umkehrung bildet, als Last und Kraft miteinander vertauscht sind. Wie Fig. 20 des Textes zeigt, greift dann

Fig. 20.



die Kraft am Gestell der Rolle an, während die Last am freien Seil- oder Kettenende hängt.

Geht hier die Last um die Strecke  $h$  in die Höhe, so braucht die Kraft, da der Hub  $h$  sich auf zwei Trume verteilt, nur einen Weg  $s = \frac{h}{2}$  zurückzulegen.

Das Umsetzungsverhältnis der losen Kraftrolle ist also

$$\frac{h}{s} = \frac{w}{c} = 2 \dots \dots \dots 10$$

d. h. die Last bewegt sich doppelt so schnell wie die Kraft. Bei der reibungslos gedachten Rolle würde die letztere nach Hauptgl. I auf S. 22

$$P_0 = 2Q$$

betragen. Durch die lose Kraftrolle wird also unter entsprechender Abnahme der Betriebskraft die Geschwindigkeit der letzteren bis auf das Doppelte gesteigert.

Die Spannung im auflaufenden Trum ist  $S_2 = Q$ , diejenige im ablaufenden  $S_1 = P - Q$ . Nach Gl. 1 auf S. 24 ist somit

$$P - Q = (1 + \varphi_0) Q,$$

während aus Hauptgl. III auf S. 23 mit  $\varphi = \varphi_2$

$$P = (1 + \varphi_2) 2Q \dots \dots \dots 11$$

folgt. Beide Beziehungen miteinander vereinigt, ergeben für den Verlustfaktor der losen Kraftrolle den Wert

$$\varphi_2 = 0,5 \varphi_0 \dots \dots \dots 12$$

während der Wirkungsgrad nach Hauptgl. IV auf S. 23

$$\eta_2 = \frac{1}{1 + 0,5 \varphi_0} \dots \dots \dots 13$$

ist.

Bestimmt man  $\varphi_2$  und  $\eta_2$  für Ketten- und Drahtseilrollen, so erhält man

bei kleinen Rollenradien ( $\varphi_0 = 0,05$  oder 5 Prozent)

$$\varphi_2 = 0,025 \text{ oder } 2,5 \text{ Prozent,}$$

$$\eta_2 = 0,9756 \text{ oder } 97,56 \text{ Prozent,}$$

bei grossen Rollenradien ( $\varphi_0 = 0,04$  oder 4 Prozent)

$$\varphi_2 = 0,02 \text{ oder } 2 \text{ Prozent,}$$

$$\eta_2 = 0,9805 \text{ oder } 98,05 \text{ Prozent.}$$

Die Werte von  $\varphi_2$  sind also dieselben wie die (allerdings abgerundeten) Werte der losen Lastrolle, und die für diese aufgestellte Regel lautet hier:

Die wirkliche Betriebskraft der losen Kraftrolle ist bei Ketten und Drahtseilen um 2,5 bzw. 2 Prozent grösser als die doppelte Last.

Bei Hanfseilen ist  $\varphi_2$  in jedem Falle nach Gl. 12 und dem Werte von  $\varphi_0$  aus Gl. 2a auf S. 24 zu berechnen.

Der Verlust an Betriebskraft beträgt hier

$$P - P_0 = P(1 - \eta_2) = P \frac{\varphi_0}{2 + \varphi_0},$$

ist also kleiner wie bei der festen Rolle und grösser wie der der losen Lastrolle. Bei Kettenrollen mit kleinen Radien würde er z. B. das

$1 - \eta_2 = 1 - 0,9756 = 0,0244$ fache oder 2,44 Prozent der Kraft  $P$  sein.

Für den Niedergang der Last wirkt die Last treibend und die Kraft hindernd. Es tauschen also Kraft und Last miteinander, und die lose Lastrolle wird zur losen Kraftrolle und umgekehrt. Bezeichnet man die Kraft für den Niedergang mit  $P'$ , so erhält man

für die lose Lastrolle aus Gl. 11, wenn man in derselben  $P$  durch  $Q$ ,  $Q$  durch  $P'$  und  $\varphi_2$  durch  $\varphi_1'$  ersetzt, die Beziehung

$$P' = \frac{1}{1 + \varphi_1'} 2Q \dots \dots \dots 7a$$

mit

$$\varphi_1' = 0,5 \varphi_0 \dots \dots \dots 8a$$

nach Gl. 12,

für die lose Kraftrolle, wenn man entsprechend mit Gl. 7 verfährt,

$$P' = \frac{1}{1 + \varphi'_2} 2Q \dots\dots\dots 11a$$

mit

$$\varphi'_2 = \frac{\varphi_0}{2 + \varphi_0} \dots\dots\dots 12a$$

nach Gl. 8.

§ 12.

**Die Rollenzüge.**

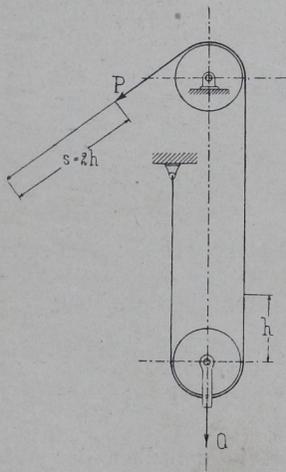
Eine Vereinigung mehrerer Rollen, um welche zur Bildung eines Hebezeuges ein gemeinsames Zugkraft- oder Lastorgan geschlungen ist, bezeichnet man als Rollenzug. Die gebräuchlichen Anordnungen eines solchen lassen sich trennen in:

**a) Rollenzüge mit Einzelrollen.**

Jede der Rollen eines solchen Zuges besitzt ein eigenes Gestell und dreht sich auf einem besonderen Bolzen. Dabei sind sämtliche Rollen hintereinandergeschaltet, sodass die erste Rolle ihre Bewegung auf die zweite, diese dieselbe auf die dritte Rolle u. s. w. überträgt und die Last einer jeden Rolle die Betriebskraft für die nächstfolgende bildet. Für den ganzen Rollenzug gilt dann der auf S. 22 angeführte Satz bezüglich des Umsetzungsverhältnisses und die Hauptgl. V bezüglich des Verlustfaktors oder Wirkungsgrades.

Beispiele für die vorliegenden Rollenzüge findet man bei Dreh- und Laufkränen. Fig. 21 des Textes zeigt eine bei Drehkränen übliche Anordnung, welche aus einer

Fig. 21.



festen und einer losen Lastrolle besteht. Da die erstere nach Gl. 3 auf S. 25 ein Übersetzungsverhältnis gleich 1, die letztere nach Gl. 6 auf S. 25 ein solches gleich  $\frac{1}{2}$  besitzt, so muss für die Vereinigung beider Rollen

$$\frac{h}{s} = \frac{w}{e} = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 14$$

und demnach die Betriebskraft der reibungslosen Rollen

$$P_0 = \frac{Q}{2}$$

sein. Die wirkliche Betriebskraft beträgt nach Hauptgl. III auf S. 23

$$P = (1 + \varphi) \frac{Q}{2} \dots\dots\dots 15$$

mit

$$1 + \varphi = (1 + \varphi_0)(1 + \varphi_1) \dots\dots\dots 16$$

unter

$\varphi_0$  den Verlustfaktor der festen Rolle nach Gl. 2a bis c auf S. 24,

$\varphi_1$  denjenigen der losen Lastrolle nach Gl. 8 auf S. 25 verstanden.

Für Kettenrollen mit kleinen Radien ermittelte sich z. B., wenn man den Umschlingungswinkel der Kette an der festen Rolle zu  $180^\circ$  annimmt,

$$\varphi_0 = 0,05 \text{ und } \varphi_1 = \frac{\varphi_0}{2 + \varphi_0} = 0,025,$$

so dass also für den Rollenzug in Fig. 21

$$(1 + \varphi) = 1,05 \cdot 1,025 = 1,07625$$

oder

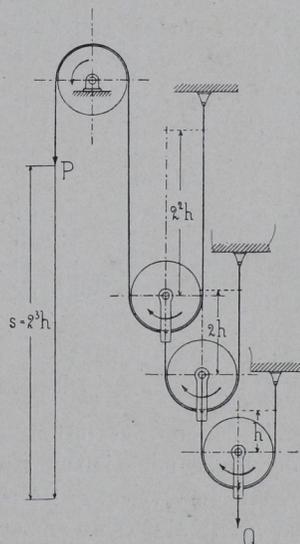
$$\varphi = \sim 0,076 \text{ bzw. } 7,6 \text{ Prozent}$$

wird. Der Wirkungsgrad des Zuges ist

$$\eta = \frac{1}{1 + \varphi} = \frac{1}{1,076} = \sim 0,93.$$

Für die in Fig. 22 des Textes dargestellte Rollenzuganordnung, die aus n losen Lastrollen und einer festen

Fig. 22.



Rolle besteht und unter dem Namen „Potenz-Flaschenzug“ bekannt ist, ergibt sich auf entsprechende Weise das Umsetzungsverhältnis

$$\frac{h}{s} = \frac{w}{e} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \dots\dots\dots \frac{1}{2} = \frac{1}{2^n} \dots\dots\dots 17$$

die Betriebskraft der reibungslos gedachten Rollen

$$P_0 = \frac{Q}{2^n},$$

die wirkliche Betriebskraft

$$P = (1 + \varphi) \frac{Q}{2^n} \dots\dots\dots 18$$

mit

$$1 + \varphi = (1 + \varphi_0)(1 + \varphi_1)^n \dots \dots \dots 19$$

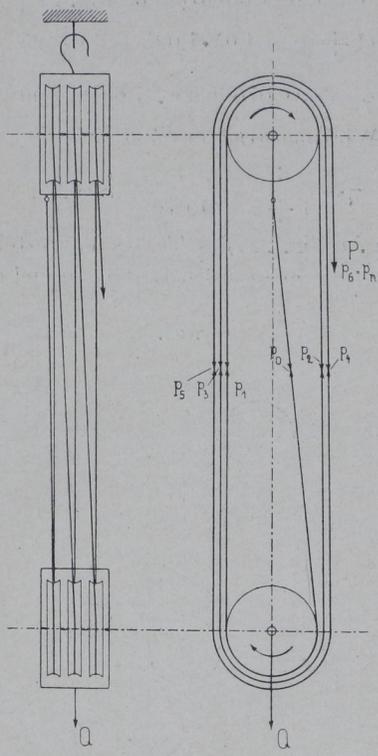
wenn  $\varphi_0$  wieder für die feste Rolle (Gl. 2a bis c auf S. 24),  $\varphi_1$  für die lose Lastrolle (Gl. 8 auf S. 25) gilt.

**b) Rollenzüge mit Rollengruppen.**

Dieselben bestehen gewöhnlich aus zwei Rollengruppen, von denen die eine die festen, die andere die losen Rollen enthält. Die Rollen einer jeden Gruppe drehen sich dabei auf einem gemeinschaftlichen Bolzen. Je nachdem die losen Rollen Last- oder Kraftrollen bilden, sind wieder zwei Anordnungen möglich, von denen die eine die Umkehrung der anderen ist.

Fig. 23 des Textes zeigt zunächst die unter dem Namen „Faktoren-Flaschenzug“ gebräuchliche Anordnung mit losen Lastrollen. Das Seil oder die Kette

Fig. 23.



ist an dem Gestell der oberen festen Rollen befestigt und geht dann der Reihe nach immer um eine lose und eine feste Rolle. An dem von der letzten festen Rolle abgehenden Trum greift die Kraft an.

In der Seitenansicht der Fig. 23 sind die Seil- oder Kettenenden übereinander, nicht wie in Wirklichkeit nebeneinander angedeutet. Man erkennt, dass bei  $n$  Rollen zu einem Lasthub  $h$  auch  $n$  Seil- oder Kettenenden um diese Strecke zu verkürzen sind, dass also die Betriebskraft am freien Seil- oder Kettenende einen Weg  $s = n \cdot h$  zurückzulegen hat. Das Umsetzungsverhältnis ist somit

$$\frac{h}{s} = \frac{w}{c} = \frac{1}{n} \dots \dots \dots 20$$

der Lasthub also der  $n$ te Teil des gleichzeitigen Kraftweges und die Lastgeschwindigkeit der  $n$ te Teil der Kraftgeschwindigkeit.

Damit ergibt sich die Betriebskraft des reibungslosen Zuges nach Hauptgl. I auf S. 22 zu

$$P_0 = \frac{Q}{n}$$

Bezeichnen wir weiter die Spannung im festliegenden Trum mit  $p_0$ , die im nächsten Trum mit  $p_1$  u. s. w., die im freien Trum also mit  $p_n = P$ , so ist nach dem der Gl. 1 auf S. 24 beigegebenen Satze, dass die ablaufende Spannung einer jeden Rolle um den eigenen Bewegungswiderstand grösser als die auflaufende ist,

$$\begin{aligned} p_1 &= (1 + \varphi_0) p_0, \\ p_2 &= (1 + \varphi_0) p_1 = (1 + \varphi_0)^2 p_0, \\ p_3 &= (1 + \varphi_0) p_2 = (1 + \varphi_0)^3 p_0, \\ &\vdots \\ p_n &= P = (1 + \varphi_0)^n p_0 \end{aligned}$$

oder

$$P_0 = \frac{P}{(1 + \varphi_0)^n}$$

Die anfängliche Spannung  $p_0$  im festliegenden Trum nimmt also nach Umschlingung der 1., 2., 3. . . nten Rolle immer um  $\varphi_0 \cdot p_0, \varphi_0 \cdot p_1, \varphi_0 \cdot p_2$  bzw. . . .  $\varphi_0 \cdot p_{n-1}$  zu, und es muss somit

$$P = p_0 + \varphi_0 \cdot p_0 + \varphi_0 \cdot p_1 + \varphi_0 \cdot p_2 + \dots + \varphi_0 \cdot p_{n-1}$$

$$P = p_0 + \varphi_0 (p_0 + p_1 + p_2 + \dots + p_{n-1})$$

sein. Die Klammer der rechten Seite dieser Gleichung ist aber gleich der Last  $Q$ , da die Summe der Vertikalkräfte an der unteren Rollengruppe Null sein muss. Es folgt deshalb, wenn man noch den obigen Wert von  $p_0$  einführt,

$$P = \frac{P}{(1 + \varphi_0)^n} + \varphi_0 \cdot Q$$

oder

$$P = \frac{\varphi_0}{1 - \left(\frac{1}{1 + \varphi_0}\right)^n} Q,$$

welche mit der aus Hauptgl. III auf S. 23 für  $\varphi = \varphi_f$  sich ergebenden

$$P = (1 + \varphi_f) \frac{Q}{n} \dots \dots \dots 21$$

für den Verlustfaktor die Beziehung

$$1 + \varphi_f = \frac{n \cdot \varphi_0}{1 - \left(\frac{1}{1 + \varphi_0}\right)^n} \dots \dots \dots 22$$

liefert;  $\frac{1}{1 + \varphi_0}$  ist in derselben der Wirkungsgrad der festen Rolle.

Nach den Berechnungen auf S. 25 fand sich bei der festen Rolle für  $\varphi_0 = 0,05$  (Ketten- und Drahtseilrollen mit kleinen Radien)  $\frac{1}{1 + \varphi_0} = 0,952$ , und es würde sich somit nach der obigen Gleichung für einen 4 rolligen Flaschenzug

$$1 + \varphi_f = \frac{4 \cdot 0,05}{1 - 0,952^4} = \sim 1,12$$

oder

$$\varphi_f = 0,12 \text{ bzw. } 12 \text{ Prozent}$$

ergeben. Der Wirkungsgrad betrüge dann

$$\eta_f = \frac{1}{1 + \varphi} = \frac{1}{1,12} = 0,893$$

und der Verlust an Betriebskraft

$$1 - \eta_f = 1 - 0,893 = 0,107 \text{ oder } 10,7 \text{ Prozent.}$$

Annähernd gilt auch für den Verlustfaktor eines Faktoren-Flaschenzuges die Beziehung

$$\varphi_f = 0,5 \varphi_0 (1 + n) \quad \dots \quad 23$$

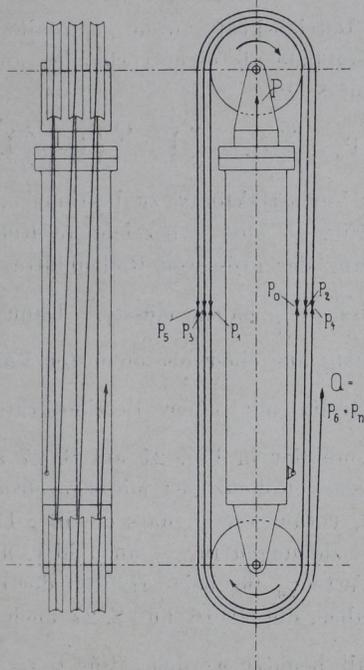
welche für  $\varphi_0 = 0,05$  und  $n = 4$  beispielsweise

$$\varphi_f = 0,5 \cdot 0,05 (1 + 4) = 0,125$$

liefert.

Die Fig. 24 des Textes zeigt weiter einen Rollenzug mit zwei Rollengruppen, bei dem die Betriebskraft an der Gruppe der losen Rolle, die Last am freien Seil-

Fig. 24.



oder Kettenende angreift. Man bezeichnet ihn als „umgekehrten Faktoren- oder hydraulischen Flaschenzug“; den letzteren Namen trägt er, weil er meistens bei hydraulischen Hebezeugen Anwendung findet.

Verfolgt man in Fig. 24, wo die nebeneinanderliegenden Seil- oder Kettenenden in der Seitenansicht wieder übereinander gezeichnet sind, die gleichzeitigen Wege von P und Q, so erkennt man leicht, dass bei einem Wege s der Kraft die Last einen solchen  $h = n \cdot s$  zurücklegt. Es ist also das Umsetzungsverhältnis des Rollenzuges

$$\frac{h}{s} = \frac{w}{c} = n \quad \dots \quad 24$$

sowie die Betriebskraft desselben, wenn er reibungslos wäre,

$$P_0 = n \cdot Q.$$

Der Lasthub ist also hier das nfache des gleichzeitigen Kraftweges, die Lastgeschwindigkeit n mal so gross wie die Kraftgeschwindigkeit.

Da sich weiter beim Lastheben die Rollen in der in Fig. 24 angegebenen Richtung drehen, so muss die Spannung  $p_n = Q$  im freien Trum nach Umschlingung der 1., 2., . . . nten Rolle um  $\varphi_0 \cdot p_n$ ,  $\varphi_0 \cdot p_{n-1}$  . . . . .  $\varphi_0 \cdot p_1$  zunehmen, also

$$P_0 = p_n + \varphi_0 (p_n + p_{n-1} + \dots + p_1)$$

oder, da der Klammersausdruck, soll Gleichgewicht an der oberen Rollengruppe herrschen,

$$p_n + p_{n-1} + \dots + p_1 = P + p_n - P_0$$

ist, auch

$$P_0 = p_n + \varphi_0 (P + p_n - P_0)$$

sein. Führt man hierin  $p_n = Q$  und

$$P_0 = (1 + \varphi_0) p_1 = (1 + \varphi_0)^2 p_2 = \dots = (1 + \varphi_0)^n p_n = (1 + \varphi_0)^n Q$$

ein, so folgt

$$(1 + \varphi_0)^n Q = Q + \varphi_0 \{P + Q - (1 + \varphi_0)^n Q\}$$

oder

$$P = \frac{1 + \varphi_0}{\varphi_0} \{ (1 + \varphi_0)^n - 1 \} Q.$$

Vereinigt man diesen Ausdruck für P mit dem aus Hauptgl. III auf S. 23 mit  $\varphi = \varphi_h$  folgenden

$$P = (1 + \varphi_h) n \cdot Q \quad \dots \quad 25$$

so erhält man für den Verlustfaktor  $\varphi_h$  die Beziehung

$$1 + \varphi_h = \frac{1 + \varphi_0}{n \cdot \varphi_0} \{ (1 + \varphi_0)^n - 1 \} \quad \dots \quad 26$$

Für Ketten- oder Drahtseilrollen mit grossen Radien konnte  $\varphi_0 = 0,04$  gesetzt werden. Es ergibt sich damit für einen 4 rolligen hydraulischen Flaschenzug z. B.

$$1 + \varphi_h = \frac{1,04}{4 \cdot 0,04} (1,04^4 - 1) = 1,105$$

oder

$$\varphi_h = 0,105.$$

Der Wirkungsgrad ist

$$\eta_h = \frac{1}{1 + \varphi_h} = \frac{1}{1,105} = \sim 0,905,$$

so dass also

$$1 - \eta_h = 0,095 \text{ oder } 9,5 \text{ Prozent}$$

zur Überwindung der Nebenhindernisse von der Betriebskraft abgehen.

Die entwickelten Gleichungen 20 bis 23 bzw. 24 bis 26 gelten auch, wenn die Gesamtzahl der Rollen eines Rollenzuges eine ungerade ist. Läuft ferner, was aber seltener vorkommt, das freie Trum von einer losen Last- bzw. Kraftrolle ab, so haben die obigen Gleichungen auch Giltigkeit, wenn man in ihnen n um 1 grösser (bei einem Zuge mit 4 Rollen z. B.  $n = 5$ ) setzt und den Wert  $1 + \varphi_f$  in Gl. 22 bzw.  $1 + \varphi_h$  in Gl. 26 durch  $1 + \varphi_0$  dividiert; das letztere ist nötig, weil die Nebenhindernisse der hinzugedachten festen Rolle thatsächlich nicht vorhanden sind.

Für den Niedergang der Last, wo diese treibend wirkt, vertauschen Last und Betriebskraft ihre Rolle, und der Faktoren-Flaschenzug wird zum hydraulischen Flaschenzug und umgekehrt. Bezeichnet wieder P' die Kraft, welche beim Niedergang der Last hemmend auszuüben ist oder auftritt, so erhält man

für den Faktoren-Flaschenzug nach Gl. 25, wenn man in dieser P durch Q, Q durch P' und  $\varphi_h$  durch  $\varphi'_f$  ersetzt,

$$P' = \frac{1}{1 + \varphi'_f} \frac{Q}{n} \dots \dots \dots 21a$$

mit

$$1 + \varphi'_f = \frac{1 + \varphi_0}{n \cdot \varphi_0} \left\{ (1 + \varphi_0)^n - 1 \right\} \dots \dots 22a$$

nach Gl. 26 und entsprechend für den hydraulischen Flaschenzug nach Gl. 21

$$P' = \frac{1}{1 + \varphi'_h} n \cdot Q \dots \dots \dots 25a$$

mit

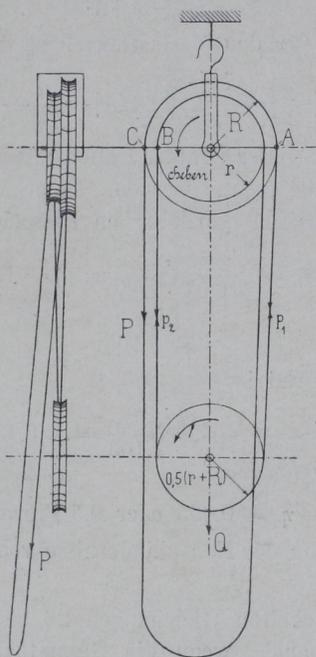
$$1 + \varphi'_h = \frac{n \cdot \varphi_0}{1 - \left( \frac{1}{1 + \varphi_0} \right)^n} \dots \dots \dots 26a$$

nach Gl. 22.

**c) Rollenzüge mit Differentialrolle.**

Die lose Lastrolle ergibt in Verbindung mit einer Differentialrolle die unter dem Namen „Differential-Flaschenzug nach Weston“ bekannte Rollenzug-Anordnung in Fig. 25 des Textes. Die Differentialrolle besteht aus zwei zusammengegossenen Kettenrollen, die

Fig. 25.



verschiedenen Radius und Zähne- oder Stegzahlen besitzen. Die Stege sind erforderlich, damit die zur Verwendung kommende kalibrierte Kette nicht gleiten kann; die letztere ist in der aus der Figur ersichtlichen Weise um die einzelnen Rollen geschlungen. Der Rollenzug wird meistens selbsthemmend durch die eigenen Bewegungswiderstände ausgeführt.

Beim Heben der Last greift die Kraft an dem von der grossen oberen Rollenhälfte ablaufenden Trum an. Ist r der Radius, z die Stegzahl der kleinen,

R und Z die entsprechende Grösse der grossen oberen Rollenhälfte,

so wird, wenn die obere Doppelrolle einmal sich herumgedreht hat, bei A ein Kettenstück  $2R\pi$  auf-, bei B

ein solches  $2r\pi$  abgewickelt. Die Differenz beider Kettenstücke verteilt sich auf die beiden Trume, an welchen die Last hängt. Diese hat also in der angegebenen Zeit sich um

$$h = \frac{2(R-r)\pi}{2} = (R-r)\pi$$

gehoben. Die Kraft hat ferner gleichzeitig bei C ein Kettenstück  $s = 2R\pi$  abgewickelt und ist dabei den gleichen Weg in ihrer Richtung vorangeschritten. Wir erhalten somit für das Umsetzungsverhältnis des vorliegenden Rollenzuges

$$\frac{h}{s} = \frac{w}{c} = \frac{(R-r)\pi}{2R\pi} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{r}{R} \right)$$

oder mit  $\frac{r}{R} = \frac{z}{Z}$

$$\frac{h}{s} = \frac{w}{c} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{z}{Z} \right) \dots \dots \dots 27$$

und für die Betriebskraft, wenn man alle eigenen Bewegungswiderstände als nicht vorhanden annimmt, nach Hauptgl. I auf S. 22

$$P_0 = \frac{Q}{2} \left( 1 - \frac{r}{R} \right) = \frac{Q}{2} \left( 1 - \frac{z}{Z} \right).$$

Um den Verlustfaktor  $\varphi$  zu bestimmen, denken wir uns die in Fig. 25 mit  $p_2$  bezeichnete Kettenspannung an den Umfang der grösseren Rollenhälfte versetzt, wo sie die Grösse  $p_2 \frac{r}{R}$  haben müsste. Dann besteht der ganze Rollenzug aus einer oberen festen Rolle und einer unteren Lastrolle mit einer Betriebskraft  $P + p_2 \frac{r}{R}$ , stimmt also mit der in Fig. 21 auf S. 27 angedeuteten Anordnung eines Rollenzuges mit Einzelrollen überein, und es kann, vorausgesetzt, dass die in § 11 ermittelten Werte und Beziehungen für  $\varphi_0$  auch hier, und zwar mit demselben Werte  $\varphi_0$  für beide Hälften der oberen Rolle, Gültigkeit haben, die Gl. 16 auf S. 27 auch für den vorliegenden Fall benutzt werden. Für  $\varphi_1 = \frac{\varphi_0}{2 + \varphi_0}$  giebt dieselbe dann den Wert

$$1 + \varphi = (1 + \varphi_0) \left( 1 + \frac{\varphi_0}{2 + \varphi_0} \right) = 2 \frac{(1 + \varphi_0)^2}{2 + \varphi_0},$$

während Gl. 15 auf S. 27 für  $P = P + p_2 \frac{r}{R}$  denjenigen

$$P + p_2 \frac{r}{R} = \frac{(1 + \varphi_0)^2}{2 + \varphi_0} Q$$

liefert. Um  $p_2$  hieraus zu eliminieren, setzen wir

$$p_1 + p_2 = Q \text{ und } p_1 = (1 + \varphi_0) p_2,$$

also

$$p_2 = \frac{Q}{2 + \varphi_0},$$

und erhalten dadurch

$$P + \frac{Q}{2 + \varphi_0} \frac{r}{R} = \frac{(1 + \varphi_0)^2}{2 + \varphi_0} Q$$

oder

$$P = Q \frac{(1 + \varphi_0)^2 - \frac{r}{R}}{2 + \varphi_0} = Q \frac{(1 + \varphi_0)^2 - \frac{z}{Z}}{2 + \varphi_0}.$$

Andererseits haben wir nach Hauptgl. III auf S. 23 zu setzen

$$P = (1 + \varphi) \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{z}{Z}\right) \dots 28$$

so dass sich durch Vereinigung dieser Gleichungen für P

$$1 + \varphi = \frac{1}{1 + 0,5 \varphi_0} \frac{(1 + \varphi_0)^2 - \frac{z}{Z}}{1 - \frac{z}{Z}} \dots 29$$

ergibt. Annähernd ist auch

$$\varphi = \frac{2 \varphi_0}{1 - \frac{z}{Z}} \dots 30$$

Beim Senken der Last wirkt die Last Q treibend und die Kraft P' hindernd, wenn der Rollenzug nicht selbsthemmend ist. Die Rollen drehen sich dann so, wie in Fig. 26 des Textes angedeutet. Nach dem der Gl. 1

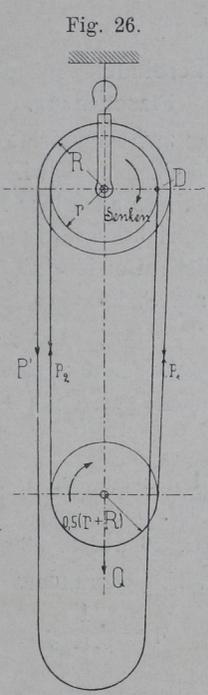


Fig. 26.

beigegebenen Satze auf S. 24 ist nun für die untere lose Lastrolle

$$p_2 = (1 + \varphi_0) p_1,$$

so dass mit

$$p_1 + p_2 = Q$$

$$p_1 = \frac{Q}{2 + \varphi_0} \text{ und } p_2 = (1 + \varphi_0) \frac{Q}{2 + \varphi_0}$$

folgt. Für die obere feste Rolle ist nach demselben Satze

$$\left(P' + p_2 \frac{r}{R}\right) (1 + \varphi_0) = p_1$$

oder mit den vorstehenden Werten von p<sub>1</sub> und p<sub>2</sub>, sowie

$$\text{mit } \frac{r}{R} = \frac{z}{Z}$$

$$P' = \frac{Q}{2 + \varphi_0} \left\{ \frac{1}{1 + \varphi_0} - (1 + \varphi_0) \frac{z}{Z} \right\} \dots 31$$

Der Flaschenzug wird selbsthemmend, sobald P' gleich

Null oder negativ (entgegengesetzt gerichtet, wie in Fig. 26 angegeben) wird, und das wiederum ist nach der vorstehenden Beziehung für P' bei

$$\frac{1}{1 + \varphi_0} \leq (1 + \varphi_0) \frac{z}{Z}$$

oder

$$(1 + \varphi_0)^2 \geq \frac{Z}{z} \dots 32$$

der Fall. Zum Senken der Last ist dann in dem bei D ablaufenden Kettentrum eine nach unten gerichtete Kraft P' auszuüben.

Der Wirkungsgrad des vorliegenden Flaschenzuges

für den Lasthub ist  $\eta = \frac{1}{1 + \varphi}$  und bei Selbsthemmung,

wie auf S. 23 allgemein nachgewiesen, kleiner als  $\frac{1}{2}$ .

Für  $\varphi_0$  gleich 0,05 lautet Gl. 32

$$1,05^2 \geq \frac{Z}{z} \text{ oder } Z \leq \frac{z}{1,1}$$

Nimmt man  $z = 10$  und  $Z = 1,1 \cdot 10 = 11$ , so ist nach Gl. 29

$$1 + \varphi = \frac{1}{1,025} \frac{1,05^2 - \frac{10}{11}}{1 - \frac{10}{11}} = \sim 2,05$$

und

$$\eta = \frac{1}{1 + \varphi} = \frac{1}{2,05} = 0,4878.$$

Da die obere Doppelrolle in ihrer kleineren Hälfte meistens Radien erhält, die kleiner als die 10 fache Ketten-eisenstärke sind, so wird auch vielfach

$$\varphi_0 = 0,06 \text{ oder } \varphi_0 = 6 \text{ Prozent}$$

im vorliegenden Falle gesetzt.

### § 13.

#### Der Treibkolben.

In den meisten Hebezeugen mit Druckwasserbetrieb wirkt die Druckflüssigkeit vermittelst eines Treibkolbens in einem Hubmotor auf die Last ein. Derselbe ist gewöhnlich einfachwirkend, und der Kolben wird in ihm, je nachdem der Cylinder ausgebildet ist, durch eine Ledermanschette oder Stopfbuchse mit Baumwollpackung gegen das Druckwasser abgedichtet. Ledermanschetten kommen jetzt meistens nur bei kleinen Kolben vor, während Baumwollpackungen für grössere Durchmesser gebräuchlich sind, da sie sich besser durchfetten lassen und deshalb der Kolbenbewegung einen geringeren Widerstand entgegensetzen. Der Treibkolben kann entweder unmittelbar die Last tragen oder vermittelst eines umgekehrten Faktoren-Flaschenzuges auf dieselbe einwirken; das letztere geschieht stets dann, wenn eine Beschränkung des Kolbenhubes oder Steigerung der Geschwindigkeit geboten ist. Ausserdem kommt der Treibkolben in doppelter Anordnung mit verschiedenem Durchmesser bei Hebezeugen vor, die das Prinzip der hydraulischen Presse zur Umsetzung zwischen Kraft und Last verwenden. Wir unterscheiden deshalb:

**a) Treibkolben mit unmittelbarem Lastangriff.**

Kraft und Last legen hier in derselben Zeit die gleichen Wege zurück. Es ist also das Umsetzungsverhältnis

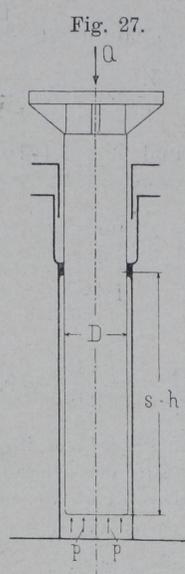
$$\frac{h}{s} = \frac{w}{c} = 1 \dots \dots \dots 33$$

und die Betriebskraft des reibungslos gedachten Kolbens nach Hauptgl. I auf S. 22

$$P_0 = Q.$$

Als Nebenhindernisse kommt hauptsächlich der Reibungswiderstand der Kolbendichtung in Betracht. Derselbe kann nach H. Lang<sup>1)</sup> als unabhängig von der Höhe der Ledermanschette bzw. Stopfbuchspackung angesehen und

$$W = \mu \cdot D \pi \cdot p$$



gesetzt werden, wenn nach Fig. 27 des Textes  
 D den Kolbendurchmesser in cm,  
 p den Überdruck der Flüssigkeit in kg/qcm,  
 μ den Reibungskoeffizienten  
 bezeichnet. Es folgt dann für die wirkliche Betriebskraft die Beziehung

$$P = P_0 + W = Q \left( 1 + \frac{W}{Q} \right),$$

während nach Hauptgl. III auf S. 23 mit  $\varphi = \varphi_d$

$$P = (1 + \varphi_d) Q \dots \dots \dots 34$$

ist. Durch Vereinigung dieser zwei Werte ergibt sich

$$\varphi_d = \frac{W}{Q} = \frac{\mu \cdot D \pi \cdot p}{Q}$$

Gestatten wir uns mit Rücksicht auf die Unsicherheit, welche beim Entwurf hinsichtlich der Wahl von μ herrscht, in dem gefundenen Werte  $Q = D^2 \frac{\pi}{4} p$  zu setzen, während eigentlich  $P = D^2 \frac{\pi}{4} p$  ist, so folgt

$$\varphi_d = 4 \frac{\mu}{D} \dots \dots \dots 35$$

1) S. „Des Ingenieurs Taschenbuch, Die Hütte“, 17. Aufl., Teil I, S. 213. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.

Der Reibungskoeffizient ist von der Beschaffenheit des Kolbens und der Dichtung abhängig. Nach H. Lang<sup>1)</sup> beträgt

für Baumwolle oder Hanf, lose oder geflochten, in heissem Talg getränkt, Kolben glatt, Buchse nicht fest angepresst, also Packung noch elastisch, gewöhnliche Abmessungen — selbst noch nach Monaten —

$$\mu = 0,06 \text{ bis } 0,11,$$

für Baumwolle oder Hanf, schwierige Verpackung (schwere Stopfbuchse, ungünstige Lage u. s. w.)

$$\mu \text{ bis } 0,25,$$

für Lederstulp-Dichtung

weiches Leder, gute Ausführung  $\mu = 0,03 \text{ bis } 0,07,$

hartes, stark lohgares Leder  $\mu = 0,10 \text{ bis } 0,13,$

ungünstige Anlage (rauer Kolben, schmutziges Wasser u. s. w.)  $\mu \text{ bis } 0,20.$

Für den Wirkungsgrad des Treibkolbens gilt wieder die

$$\text{Beziehung } \eta_d = \frac{1}{1 + \varphi_d}$$

**b) Treibkolben in Verbindung mit einem hydraulischen Flaschenzug.**

Eine Umsetzung zwischen Kraft und Last wird hier allein durch den Flaschenzug bewirkt. Die Gl. 24 und folgende, S. 29 gelten also auch hier für das Umsetzungsverhältnis und die Betriebskraft des reibungslosen Mechanismus. Die wirkliche Betriebskraft desselben beträgt nach Hauptgl. III auf S. 23

$$P = (1 + \varphi) n \cdot Q \dots \dots \dots 36$$

wobei gemäss Hauptgl. V auf S. 23

$$1 + \varphi = (1 + \varphi_d) (1 + \varphi_h) \dots \dots \dots 37$$

zu setzen ist, unter

n die Gesamtzahl der Rollen,

$\varphi_d$  den Wert der Gl. 35,

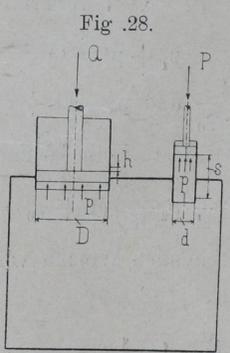
$1 + \varphi_h$  den der Gl. 26 auf S. 29

verstanden. Der Wirkungsgrad des Mechanismus ist

$$\eta = \frac{1}{1 + \varphi}$$

**c) Doppeltreibkolben der hydraulischen Presse.**

Die Kraft greift an dem kleinen, die Last an dem grossen Kolben in Fig. 28 des Textes an, wo der



gemeinschaftliche Cylinder beider durch ein die Druckflüssigkeit enthaltendes Gefäss angedeutet ist. Bezeichnet

d den Durchmesser des kleinen,  
D den des grossen Kolbens in cm,  
so presst der erstere, sobald er um das Stück s in das  
gefüllte Gefäss gedrückt wird, eine Wassermenge  $d^2 \frac{\pi}{4} s$   
unter den grossen Kolben, hebt diesen also um eine  
Strecke h, welche durch die Beziehung

$$D^2 \frac{\pi}{4} h = d^2 \frac{\pi}{4} s$$

bestimmt ist. Hieraus ergibt sich ein Umsetzungs-  
verhältnis

$$\frac{h}{s} = \frac{d^2}{D^2} \dots \dots \dots 38$$

womit nach Hauptgl. I auf S. 22 für die Betriebskraft  
der reibungslos gedachten Kolben

$$P_0 = Q \frac{d^2}{D^2}$$

folgt. Als Nebenhindernisse sind wieder vorwiegend die  
Reibungswiderstände der beiden Kolben zu betrachten.  
Ist p der Druck der Flüssigkeit auf das qcm der beiden  
Kolbenflächen, so beträgt die Reibung des kleinen Kolbens  
nach den Angaben unter a)

$$W_1 = \mu \cdot d \pi \cdot p$$

und die des grossen Kolbens

$$W_2 = \mu \cdot D \pi \cdot p.$$

Es ist nun ferner

$$P = d^2 \frac{\pi}{4} p + W_1 = d^2 \frac{\pi}{4} p + \mu \cdot d \pi \cdot p,$$

$$Q = D^2 \frac{\pi}{4} p - W_2 = D^2 \frac{\pi}{4} p - \mu \cdot D \pi \cdot p,$$

während nach Hauptgl. III auf S. 23

$$P = (1 + \varphi) Q \frac{d^2}{D^2} \dots \dots \dots 39$$

wird. Aus der Vereinigung der letzten drei Gleichungen  
folgt dann

$$1 + \varphi = \frac{1 + 4 \frac{\mu}{d}}{1 - 4 \frac{\mu}{D}} \dots \dots \dots 40$$

Für  $\mu$  gelten auch hier die unter a) angeführten Werte.

§ 14.

**Die Trommelwinden.**

Hebezeuge, welche die an einem Seil oder einer  
Kette hängende Last vermittelt Drehung einer Trommel  
hochwinden, bilden die Hauptvertreter der Lasthebe-  
maschinen mit rotierender Kraftübertragung. Sie finden  
sowohl für Hand- als auch für motorischen Antrieb Ver-  
wendung und sind im letzteren Falle allein dazu geeignet,  
die von einem rotierenden Motor geleistete Arbeit in  
einer Hebemaschine zum Heben von Lasten nutzbar zu  
machen. Für kleinere Lasten werden sie oft ohne be-  
sonderes Vorgelege ausgeführt, meist ist aber zwischen  
Last- und Kraftwelle zur Vergrösserung der Übersetzung  
ein Rädervorgelege eingeschaltet; dasselbe kann durch

Pohlhausen, Flaschenzüge etc.

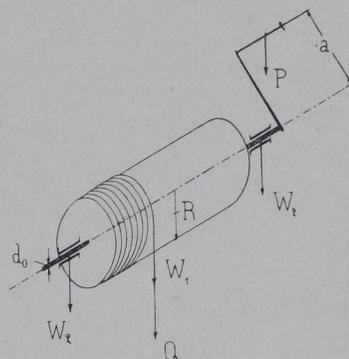
Zahn-, Reibungsräder oder Schnecke und Schneckenrad  
gebildet werden.

Zur Berechnung der Trommelwinden benutzen wir  
die Hauptgl. Ia, IIa, III bis VI auf S. 22 bzw. 23 und  
unterscheiden dabei:

**a) Trommelwinden ohne Vorgelege.**

In der gewöhnlichen Anordnung (Fig. 29 des Textes)  
bestehen dieselben aus einer doppelt gelagerten Welle,  
welche zwischen den Lagern die Trommel, ausserhalb  
derselben die Kurbel oder das Haspelrad zum Angriff  
der Betriebskraft trägt. Da Last- und Kraftwelle zu-

Fig. 29.



sammenfallen, so muss die Winkelgeschwindigkeit beider  
gleich ( $\omega_w = \omega_c$ ), also nach Hauptgl. IIa auf S. 22

$$\frac{h}{s} = \frac{w}{c} = \frac{R}{a} \dots \dots \dots 41$$

sein, wobei R der Trommelradius, a der Hebelarm der  
Kraft ist. Weiter folgt aus Hauptgl. Ia auf S. 22 die  
Betriebskraft der reibungslos gedachten Maschine zu

$$P_0 = \frac{Q \cdot R}{a}$$

und somit die wirkliche Betriebskraft nach Hauptgl. III  
auf S. 23, wenn  $\varphi$  hier mit  $\varphi_t$  bezeichnet wird, zu

$$P = (1 + \varphi_t) \frac{Q \cdot R}{a} \dots \dots \dots 42$$

Der Verlustfaktor  $\varphi_t$  ist von den Nebenhindernissen  
abhängig. Dieselben bestehen

1. in dem Widerstande  $W_1$ , den das Seil oder die  
Kette beim Auflegen auf die Trommel dadurch verur-  
sachen, dass sie aus der geraden in die gekrümmte  
Richtung übergehen müssen. Auf S. 24 wurde dieser  
Widerstand bei einer Rolle, wo er an der Auf- und Ab-  
laufstelle des Lastorganes auftritt, im ganzen zu  $\sigma$  mal  
der Spannung im auflaufenden Trum ermittelt. Die  
letztere ist hier gleich der Last Q, und der fragliche  
Widerstand kann, weil er bei einer Trommel nur an der  
Auflaufstelle des Seiles oder der Kette wirksam ist,

$$W_1 = 0,5 \sigma \cdot Q$$

gesetzt werden. Dabei beträgt nach den Angaben auf  
S. 24

$$\text{für Hanfseile } \sigma = 0,1 \frac{\Delta^2}{R} \quad (\Delta \text{ und } R \text{ in cm),}$$

für Ketten und Drahtseile  $\sigma = 0,2 \frac{\Delta}{R}$

mit  $\Delta$  als Seil- bzw. Ketteneisenstärke.

2. in dem Zapfenreibungswiderstande  $W_2$  in den beiden Lagern. Derselbe hat die Grösse

$$W_2 = \mu_1 \cdot Z,$$

wobei der Zapfendruck  $Z$  gleich der Resultierenden aus  $Q$  und  $P$  ist. Vernachlässigen wir  $P$ , dessen Einfluss auf den Wert von  $W_2$  und  $\varphi_t$  nur gering ist, mit Rücksicht auf die Einfachheit der schliesslichen Formel, so wird

$$W_2 = \mu_1 \cdot Q.$$

Es muss nun, wenn Gleichgewicht an der Welle herrschen soll, nach Fig. 29

$$P \cdot a = Q \cdot R + W_1 \cdot R + W_2 \frac{d_0}{2}$$

oder

$$P \cdot a = Q \cdot R \left( 1 + 0,5 \sigma + \mu_1 \frac{d_0}{2R} \right)$$

sein, wenn  $d_0$  der Zapfendurchmesser ist. Vereintigt man diesen Wert von  $P \cdot a$  mit dem aus Gl. 42 sich ergebenden, so folgt

$$\varphi_t = 0,5 \sigma + \mu_1 \frac{d_0}{2R}$$

oder mit den angeführten Werten von  $\sigma$  ( $\Delta$ ,  $R$  und  $d$  in cm) für Hanfseile

$$\varphi_t = 0,05 \frac{\Delta^2}{R} + \mu_1 \frac{d_0}{2R} \dots 43a$$

für Ketten und Drahtseile

$$\varphi_t = 0,1 \frac{\Delta}{R} + \mu_1 \frac{d_0}{2R} \dots 43b$$

Um Mittelwerte zu bekommen, setzen wir das Verhältnis  $\frac{d_0}{2R} = 0,2$  für gewöhnliche Trommeln, sowie  $\frac{d_0}{2R} = 0,4$  für Kettennuss und Stegrolle.  $\mu_1$  beträgt 0,08 bis 0,1. Damit ergibt sich abgerundet:

für Hanfseile ( $R = 4 \Delta$ ,  $\Delta$  in cm)

$$\varphi_t = 0,02 (0,6 \Delta + 1) \text{ oder } 2 (0,6 \Delta + 1) \text{ Prozent } 44a$$

für Drahtseile und Ketten mit gewöhnlicher Trommel ( $R = 10 \Delta$ )

$$\varphi_t = 0,03 \text{ oder } 3 \text{ Prozent } \dots 44b$$

für Ketten mit Kettennuss oder Daumenrolle bei 4 bis 6 Stegen bzw. 8 bis 12 Daumen ( $R = 3,3 \Delta$  bis  $5 \Delta$ )

$$\varphi_t = 0,07 \text{ bis } 0,06 \text{ oder } 7 \text{ bis } 6 \text{ Prozent } \dots 44c$$

Für Reibungstrommeln können die vorstehenden Werte von  $\varphi_t$  mit Rücksicht auf die Ungenauigkeit, welche der Rechnung überhaupt anhaftet, auch noch als gültig angesehen werden, zumal die Abweichungen, welche sich bei eingehender Bestimmung ergeben, nur gering sind. Nur für Trommeln und Winderollen mit Gegengewicht dürfte es, namentlich wenn das letztere bedeutend ist, angebracht sein, die Widerstände  $W_1$  und  $W_2$ , sowie den Verlustfaktor nochmals zu ermitteln.

Fig. 30 des Textes zeigt die Trommel mit der Last  $Q$  und dem Gegengewicht  $G_x$ . Die Betriebskraft der reibungs-

los gedachten Maschine ist, da beim Hochwinden der Last nur ein Drehmoment  $(Q - G_x) R$  auftritt,

$$P_0 = \frac{(Q - G_x) R}{a},$$

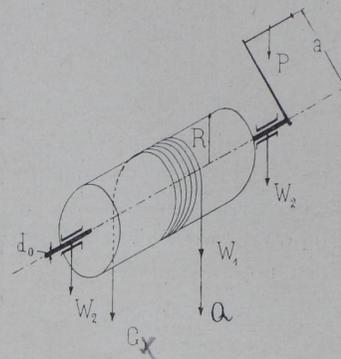
womit aus Hauptgl. III auf S. 23

$$P = (1 + \varphi_t) \frac{(Q - G_x) R}{a} \dots 45$$

folgt. Der Seilsteifigkeits- oder Kettenreibungswiderstand  $W_1$  ist hier, da er an der Auf- und Ablaufstelle des Lastorganes auftritt,

$$W_1 = 0,5 \sigma (Q + G_x).$$

Fig. 30.



Der Zapfenreibungswiderstand  $W_2$  beträgt, da der Zapfendruck bei Vernachlässigung von  $P$  gleich  $Q + G_x$  ist,

$$W_2 = \mu_1 (Q + G_x).$$

Es muss deshalb

$$P \cdot a = (Q - G_x) R + 0,5 \sigma (Q + G_x) R + \mu_1 (Q + G_x) \frac{d_0}{2}$$

sein, woraus sich in Verbindung mit Gl. 45

$$\varphi_t = \frac{Q + G_x}{Q - G_x} \left( 0,5 \sigma + \mu_1 \frac{d_0}{2R} \right)$$

oder für Hanfseile ( $\Delta$  in cm)

$$\varphi_t = \frac{Q + G_x}{Q - G_x} \left( 0,05 \frac{\Delta^2}{R} + \mu_1 \frac{d_0}{2R} \right) \dots 46a$$

für Drahtseile und Ketten

$$\varphi_t = \frac{Q + G_x}{Q - G_x} \left( 0,1 \frac{\Delta}{R} + \mu_1 \frac{d_0}{2R} \right) \dots 46b$$

ergiebt.

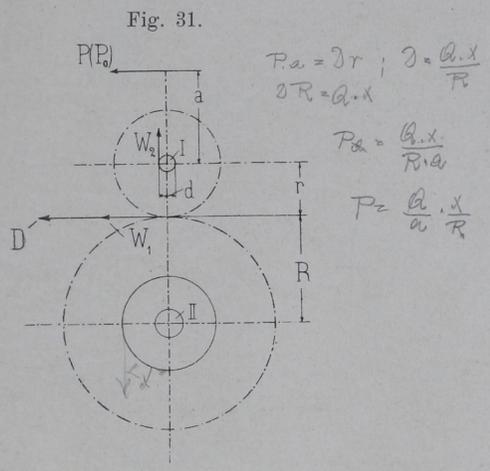
Die vorstehend ermittelten Werte von  $\varphi_t$  gelten nicht nur für Trommelwinden ohne Vorgelege, sondern auch für die Trommelwellen dieser Winden mit Vorgelege, da es für die Berechnung von  $\varphi_t$  völlig gleichgültig ist, ob die Trommelwelle bei fehlendem Vorgelege durch eine Kurbel oder ein Haspelrad angetrieben oder bei vorhandenem Vorgelege durch ein Zahnrad gedreht wird.

#### b) Trommelwinden mit Zahn- oder Reibungsräder-Vorgelege.

Mittlere und grössere Lasten verlangen bei Trommelwinden eine stärkere Umsetzung zwischen Kraft und Last oder den gleichzeitigen Wegen beider, als sie die Gl. 41 auf S. 33 liefert. Man steigert die Umsetzung, wenn man die Betriebskraft vermittelst eines Vorgeleges

auf die Trommelwelle einwirken lässt. Mit dem Vorgelege treten aber neue Nebenhindernisse in die Maschine ein, und es erscheint deshalb ratsam, ehe auf die vorliegenden Winden selbst eingegangen wird, hier zunächst den Verlustfaktor  $\varphi_v$  eines solchen Vorgeleges zu bestimmen; derselbe ergibt dann im Verein mit dem entsprechenden Faktor  $\varphi_t$  der Trommelwelle den Wert  $\varphi$  für die ganze Winde.

Fig. 31 des Textes zeigt die schematische Darstellung eines einfachen Vorgeleges. Es bezeichnet  $P_0$  bzw.  $P$  die Betriebskraft,  $D$  die zu übertragende Umfangskraft,  $a$  den Hebelarm der Kraft,  $r$  den Teilkreisradius des oberen Rades.



Bei Vernachlässigung der Nebenhindernisse ist Gleichgewicht an der oberen Welle, wenn

$$P_0 \cdot a = D \cdot r$$

ist, während mit Berücksichtigung der eigenen Bewegungswiderstände

$$P \cdot a = (1 + \varphi_v) D \cdot r$$

gesetzt werden kann. Als Nebenhindernisse treten auf

1. am Umfange der Räder der Widerstand  $W_1$ , der bei Zahnrädern durch die Zahnreibung, bei Reibungsrädern durch das Schleifen der Räder aufeinander hervorgerufen wird,
2. am Zapfenumfange der Zapfenreibungswiderstand  $W_2$ .

Es muss deshalb auch

$$P \cdot a = D \cdot r + W_1 \cdot r + W_2 \frac{d}{2}$$

sein, wenn  $d$  der Zapfendurchmesser ist. Durch Vereinigung der beiden letzten Gleichungen ergibt sich dann

$$\varphi_v = \frac{W_1}{D} + \frac{W_2}{D} \frac{d}{2r}$$

Für Zahnräder bestimmt sich nun, wenn  $z$  und  $Z$  die Zähnezahlen der beiden Räder sind,  $\mu$  der Zahnreibungskoeffizient ist, die Zahnreibung annähernd zu

$$W_1 = \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{Z}\right) \mu \cdot \pi \cdot D,$$

oder mit

$$\xi = \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{Z}\right) \mu \cdot \pi,$$

zu

$$W_1 = \xi \cdot D.$$

Die Zapfenreibung ist vom Zapfendrucke  $Z$  und dem Zapfenreibungskoeffizienten  $\mu_1$  abhängig. Der Zapfendruck ist gleich der Resultierenden aus  $P$ ,  $D$  und  $W_1$ ,  $\mu_1$  beträgt 0,08 bis 0,1. Wir setzen hier der Einfachheit wegen für  $P$  den Wert  $P_0$  und vernachlässigen  $W_1$ , nehmen also

$$Z = D + P_0 = D \left(1 + \frac{r}{a}\right),$$

führen dafür aber später  $\mu_1$  mit dem Höchstwerte 0,1 in die Rechnung ein. Mit

$$W_2 = \mu_1 \cdot Z = \mu_1 \cdot D \left(1 + \frac{r}{a}\right)$$

folgt dann aus der obigen Gleichung für  $\varphi_v$  der Wert

$$\varphi_v = \xi + \mu_1 \frac{d}{2r} \left(1 + \frac{r}{a}\right) \dots \dots \dots 47$$

worin, entsprechend  $\mu = 0,1$  bis 0,2, abgerundet

$$\xi = 0,315 \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{Z}\right) \text{ bis } 0,63 \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{Z}\right),$$

sowie, wie angegeben,

$$\mu_1 = 0,1$$

einzusetzen ist.

Als Mittelwert ergibt sich, da  $\frac{d}{2r}$  und  $\frac{r}{a}$  zwischen 0,1 und 0,5 schwanken, für

$$\frac{d}{2r} = \frac{r}{a} = 0,3 \text{ und } z = 12, Z = 48$$

$$\varphi_v = 0,47 \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{48}\right) + 0,1 \cdot 0,3 \cdot 1,3$$

$$\varphi_v = 0,09 \text{ oder } 9 \text{ Prozent} \dots \dots \dots 47a$$

der je nach der Grösse der Zähnezahlen, der Bearbeitung der Zähne, der Schmierung derselben und der Zapfen bis auf 0,05 sinken bzw. 0,12 steigen kann. Für  $\varphi_v = 0,09$  folgt ein Wirkungsgrad

$$\eta_v = \frac{1}{1 + 0,09} = \sim 0,917.$$

8,3 Prozent gehen also im Mittel bei jedem Zahnräder-vorgelege von der Betriebskraft für den eigentlichen Zweck des Hebezeuges verloren und dienen zur Überwindung der Nebenhindernisse.

Bei den Reibungsrädern entsteht der Widerstand  $W_1$  dadurch, dass eine rollende Bewegung der beiden Räder nur in den Kreisen vom Radius  $r$  bzw.  $R$ , wo die Umfangsgeschwindigkeit gleich ist, stattfindet, während an allen übrigen Berührungsstellen eine schleifende Bewegung eintritt. Keller<sup>1)</sup> ermittelt den fraglichen Widerstand zu

$$W_1 = \xi' \cdot 2 \mu \cdot N_1$$

mit

$$\xi' = \frac{t}{4} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)$$

1) S. „Keller, Berechnung und Konstruktion der Triebwerke“, Verlag von Friedrich Bassermann, München, 3. Auflage, S. 215.

wenn  $t$  die radiale Tiefe der Berührungsfächen und  $N_1$  der Druck dieser Flächen gegeneinander ist (Fig. 32 des Textes). Die Bewegungsübertragung erfolgt aber nur, solange

$$2\mu \cdot N_1 \geq D,$$

bleibt. Für  $2\mu \cdot N_1 = D$  erhält man

$$W_1 = \xi' \cdot D.$$

Der Zapfendruck  $Z$  ist hier gleich der Resultierenden aus  $P$ ,  $D$ ,  $W_1$  und  $N$ , unter  $N$  die erforderliche Anpressungskraft beider Räder senkrecht zu ihren Wellen

Als Mittelwert kann  $t = 1,2 \text{ cm}$ ,  $r = 8 \text{ cm}$ ,  $R = 5r$ ,  $\frac{d}{2r} = \frac{r}{a} = 0,3$ ,  $N = 3D$  angenommen werden. Hierfür ergibt sich

$$\xi' = \frac{1,2}{4} (0,125 + 0,025) = 0,045,$$

$$\varphi_v = 0,045 + 0,1 \cdot 0,3 \sqrt{1,3^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2},$$

$$\varphi_v = \sim 0,085 \text{ bzw. } 8,5 \text{ Prozent} \quad . \quad . \quad 48a$$

Fig. 32.

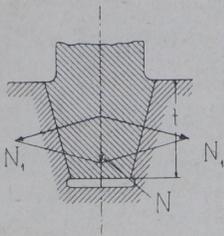


Fig. 33.

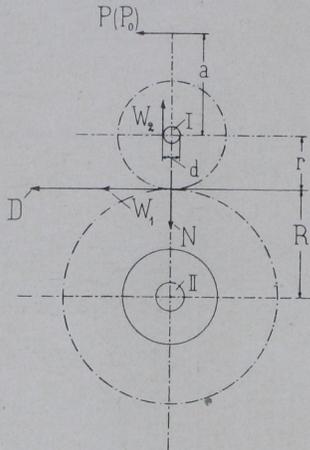


Fig. 34.

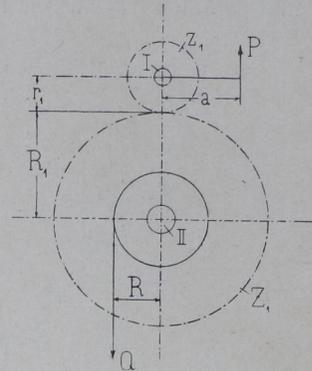


Fig. 35.

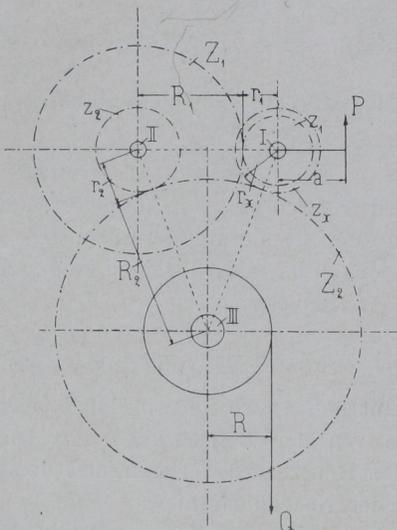
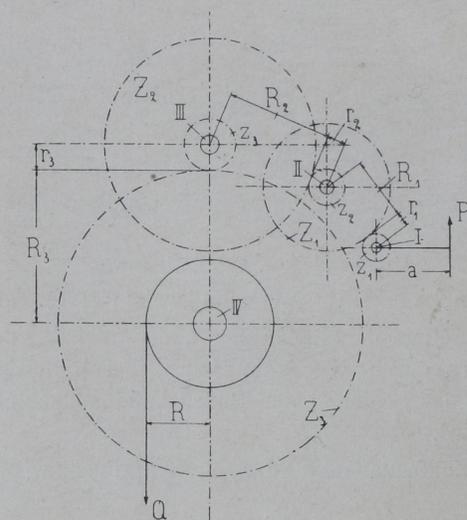


Fig. 36.



verstanden. Vernachlässigt man  $W_1$  und setzt  $P_0 = D \frac{r}{a}$  für  $P$ , so erhält man bei der in Fig. 33 des Textes eingezeichneten Lage der Kräfte

$$W_2 = \mu_1 \cdot Z = \mu_1 \sqrt{(P_0 + D)^2 + N^2} \\ = \mu_1 \cdot D \sqrt{\left(1 + \frac{r}{a}\right)^2 + \left(\frac{N}{D}\right)^2}.$$

Hiermit folgt dann aus der früheren Gleichung für  $\varphi_v$  der Wert

$$\varphi_v = \xi' + \mu_1 \frac{d}{2r} \sqrt{\left(1 + \frac{r}{a}\right)^2 + \left(\frac{N}{D}\right)^2} \quad . \quad . \quad 48$$

Wenden wir uns jetzt den Trommelwinden mit Rädervorgelege selbst zu, so handelt es sich zunächst um den Wert  $\frac{\omega_w}{\omega_c}$ , das ist der Quotient der Winkelgeschwindigkeiten von Last- und Kraftwelle. Bezeichnen nach Fig. 34 bis 36 des Textes, von der Kurbelwelle ausgehend,

$r_1, z_1$  bzw.  $R_1, Z_1$  Teilkreisradius und Zähnezahl des ersten,

$r_2, z_2$  bzw.  $R_2, Z_2$  die entsprechenden Größen des zweiten Räderpaars u. s. w.,

und setzen wir den fraglichen Quotienten allgemein

$$\frac{\omega_w}{\omega_c} = \left(\frac{r}{R}\right) = \left(\frac{z}{Z}\right),$$

so ist, da sich die Winkelgeschwindigkeiten zweier Wellen umgekehrt wie die Teilkreisradien oder Zähnezahlen der sie verbindenden Zahnräder verhalten,

bei einfachem Vorgelege (Fig. 34)

$$\left(\frac{r}{R}\right) = \left(\frac{z}{Z}\right) = \frac{r_1}{R_1} = \frac{z_1}{Z_1},$$

bei doppeltem Vorgelege (Fig. 35)

$$\left(\frac{r}{R}\right) = \left(\frac{z}{Z}\right) = \frac{r_1 \cdot r_2}{R_1 \cdot R_2} = \frac{z_1 \cdot z_2}{Z_1 \cdot Z_2},$$

bei dreifachen Vorgelege (Fig. 36)

$$\left(\frac{r}{R}\right) = \left(\frac{z}{Z}\right) = \frac{r_1 \cdot r_2 \cdot r_3}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3} = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{Z_1 \cdot Z_2 \cdot Z_3}$$

Für die Umsetzung zwischen Kraft- und gleichzeitigem Lastweg ergibt sich somit für die vorliegenden Winden aus Hauptgl. IIa auf S. 22 allgemein die Beziehung

$$\frac{h}{s} = \frac{w}{c} = \frac{R}{a} \left(\frac{z}{Z}\right) \dots \dots \dots 49$$

und weiter für die Betriebskraft der reibungslos gedachten Maschine nach Hauptgl. Ia auf S. 22

$$P_0 = \frac{Q \cdot R}{a} \left(\frac{z}{Z}\right).$$

Die wirkliche Betriebskraft beträgt dann nach Hauptgl. III auf S. 23

$$P = (1 + \varphi) \frac{Q \cdot R}{a} \left(\frac{z}{Z}\right) \dots \dots \dots 50$$

Der Verlustfaktor  $\varphi$  bestimmt sich aus den entsprechenden Werten  $\varphi_t$  der Gl. 43 und 44 auf S. 34 für die Trommelwelle und  $\varphi_v$  der Gl. 47 oder 48 auf S. 35 bzw. 36 für die Vorgelegewelle. Gilt  $\varphi_v'$  für die erste,  $\varphi_v''$  für die zweite,  $\varphi_v'''$  für die dritte Vorgelegewelle, so ist für Trommelwinden

mit einfachem Vorgelege

$$1 + \varphi = (1 + \varphi_t)(1 + \varphi_v'),$$

mit doppeltem Vorgelege

$$1 + \varphi = (1 + \varphi_t)(1 + \varphi_v')(1 + \varphi_v''),$$

mit dreifachem Vorgelege

$$1 + \varphi = (1 + \varphi_t)(1 + \varphi_v')(1 + \varphi_v'')(1 + \varphi_v''').$$

Für Ketten ergab sich z. B. als Mittelwert für die Trommelwelle bei gewöhnlicher Trommel nach Gl. 44b auf S. 34  $\varphi_t = 0,03$  und für ein Zahnrädervorgelege nach Gl. 47a auf S. 35  $\varphi_v = 0,09$ . Setzt man nun  $\varphi_v' = \varphi_v''$ , so würde für eine Winde mit doppeltem Vorgelege

$$1 + \varphi = 1,03 \cdot 1,09^2 = \sim 1,224,$$

also

$$\varphi = 22,4 \text{ Prozent}$$

sein. Der Wirkungsgrad der Winde betrage dann

$$\eta = \frac{1}{1 + \varphi} = \frac{1}{1,224} = 0,817,$$

so dass also das

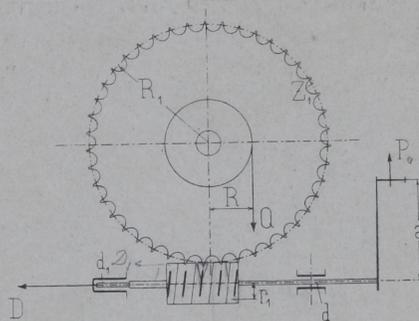
$$1 - \eta = 0,183 \text{fache oder } 18,3 \text{ Prozent}$$

der Betriebskraft für die Nebenhindernisse aufgewendet werden müssten.

c) Trommelwinden mit Schnecke und Schneckenrad.

Fig. 37 des Textes zeigt schematisch die allgemeine Anordnung dieser Winden. Die Welle des Schneckenrades bildet die Last-, die zu ihr senkrecht geschränkt liegende Welle der Schnecke die Kraftwelle.

Fig. 37.



Der Verlustfaktor der Schneckenradwelle ist wieder durch den Wert  $\varphi_t$  der Gl. 43 bzw. 44 auf S. 34 bestimmt. Wir bedürfen also nur noch des entsprechenden Wertes  $\varphi_s$  der Schneckenwelle. Letztere bildet eine Schraubenspindel mit Hals- und Spurlager, an deren Gewinde der zu übertragende Umfangsdruck des Schneckenrades wirkt. Bezeichnen wir mit

- D diesen in den Schneckengängen achsial wirkenden Umfangsdruck,
- $r_1$  den mittleren Radius,
- $\alpha$  den Steigungswinkel der mittleren Schraubenlinie,
- $\rho = \text{tg } \mu$  den Reibungswinkel der Schneckengänge,
- $Z_1$  die Zähnezahl,
- $R_1$  den mittleren Teilkreisradius des Schneckenrades,
- $d$  den Durchmesser des Hals-,
- $d_1$  denjenigen des Spurzapfens der Schneckenwelle,
- $\mu_1$  den Zapfenreibungskoeffizienten,

so ist ohne Berücksichtigung der Nebenhindernisse

$$P_0 \cdot a = D \cdot r_1 \cdot \text{tg } \alpha,$$

da die Last D, wie später in § 17 bei den Schraubwinden gezeigt, auf einer schiefen Ebene von der Steigung  $\alpha$  bewegt werden muss.

Als Nebenhindernisse, soweit solche bestimmbar sind, treten auf

1. Die gleitende Reibung  $W_1$  der Schneckengänge und Radzähne. Durch dieselbe wird das obige Moment  $D \cdot r_1 \cdot \text{tg } \alpha$  auf  $D \cdot r_1 \cdot \text{tg } (\alpha + \rho)$  erhöht.

2. Die eigentliche Zahnreibung  $W_2$ , welche beim Abrollen der Zähne des Rades an den Gängen der Schnecke in deren Achsenrichtung entsteht. Dieselbe ergibt sich aus der für Zahnräder allgemein gültigen Beziehung

$$\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{Z}\right) \mu \cdot \pi \cdot D$$

mit  $z = \infty$  als Zähnezahl der Schnecke und  $Z_1$  als Zähnezahl des Schneckenrades zu

$$W_2 = \mu \cdot \pi \frac{D}{Z_1}.$$

3. Die Zapfenreibung  $W_3$  und  $W_4$  in dem Hals- bzw. Spurlager. Setzen wir, um einfache Beziehungen zu er-

halten, den Zapfendruck des Halslagers gleich  $P_0$ , den des Spurlagers gleich  $D$ , so ist

$$W_3 = \mu_1 \cdot P_0 = \mu_1 \cdot D \frac{r_1}{a} \operatorname{tg} \alpha, \quad W_4 = \mu_1 \cdot D.$$

Für die wirkliche Betriebskraft  $P$  gilt nun die Beziehung

$$P \cdot a = D \cdot r_1 \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \rho) + W_3 \cdot r_1 + W_4 \frac{d}{2} + W_4 \frac{d_1}{2}$$

oder

$$P \cdot a = D \cdot r_1 \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \rho) + \mu \cdot \pi \frac{D}{Z_1} r_1 + \mu_1 \cdot D \frac{r_1}{a} \operatorname{tg} \alpha \frac{d}{2} + \mu_1 \cdot D \frac{d_1}{2},$$

welche mit derjenigen

$$P \cdot a = (1 + \varphi_s) P_0 \cdot a = (1 + \varphi_s) D \cdot r_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

vereinigt,

$$(1 + \varphi_s) = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \left\{ \operatorname{tg}(\alpha + \rho) + \frac{\mu \cdot \pi}{Z_1} + \mu_1 \left( \frac{d}{2a} \operatorname{tg} \alpha + \frac{d_1}{2r_1} \right) \right\}.$$

Da aber der Reibungswinkel  $\rho$  von vielen Umständen abhängig ist, wie namentlich Temperatur und Geschwindigkeit, für seine richtige Annahme auch kein Anhalt vorliegt, so ist es wohl zulässig, zur Vereinfachung des obigen Ausdruckes den Summand  $\frac{\mu \cdot \pi}{Z_1}$ , der für die gebräuchlichen Zähnezahlen des Schneckenrades sehr klein ausfällt, ganz fortzulassen und weiter

$$\frac{d}{2a} \operatorname{tg} \alpha + \frac{d_1}{2r_1} = 0,5 \text{ bis } 0,8$$

zu setzen.  $\mu_1$  nehmen wir mit Rücksicht darauf, dass die Zapfen der Schneckenwelle jetzt meistens Kugellager bzw. Halslager mit Ringschmierung erhalten, hier gleich 0,06 und erhalten abgerundet

$$1 + \varphi_s = \frac{\operatorname{tg}(\alpha + \rho) + m_0}{\operatorname{tg} \alpha} \dots \dots \dots 51$$

mit  $m_0 = \sim 0,03$  bis  $0,05$  (steigend mit  $\alpha$ ), welcher Wert für die erste Berechnung der vorliegenden Winden benutzt werden soll.  $\rho$  kann hierin mit  $6^\circ$  eingeführt werden mit Rücksicht auf die Sicherheit, die solchen Rechnungen zu Grunde gelegt wird, trotzdem bei sorgfältiger Ausführung und Schmierung (Ölbad) von Schnecke und Schneckenrad viel niedrigere Werte von  $\rho$  wahrscheinlich sind.

Nach Ermittlung des Wertes  $\varphi_s$  können wir jetzt die vorliegenden Winden selbst verfolgen. Für das Umsetzungsverhältnis  $\frac{w}{c}$  ist wieder die Hauptgl. IIa auf S. 22 massgebend. Der in dieser vorkommende Quotient  $\frac{\omega_w}{\omega_c}$  der Winkelgeschwindigkeiten von Last- und Kraftwelle bestimmt sich hier folgendermassen. Die fraglichen Geschwindigkeiten verhalten sich wie die Umdrehungszahlen ihrer Wellen. Bei einer Umdrehung der Schneckenwelle dreht sich nun das Schneckenrad bei 1gängiger Schnecke um 1, bei 2gängiger um 2, allgemein bei mgängiger Schnecke um  $m$  Zähne, also um den  $\frac{m}{Z_1}$ ten Teil einer Umdrehung. Somit ist

$$\frac{\omega_w}{\omega_c} = \frac{m}{Z_1} : 1 = \frac{m}{Z_1}$$

und also nach Hauptgl. IIa auf S. 22

$$\frac{h}{s} = \frac{w}{c} = \frac{R m}{a Z_1} \dots \dots \dots 52$$

Für die Betriebskraft der reibungslosen Maschine ergibt sich ferner aus Hauptgl. Ia auf S. 22 der Wert

$$P_0 = \frac{Q \cdot R m}{a Z_1}$$

während die wirkliche Betriebskraft nach Hauptgl. III auf S. 23

$$P = (1 + \varphi) \frac{Q \cdot R m}{a Z_1} \dots \dots \dots 53$$

ist. Der Verlustfaktor bestimmt sich aus

$$1 + \varphi = (1 + \varphi_t)(1 + \varphi_s),$$

wenn  $\varphi_t$  der Wert der Gl. 43 bzw. 44 auf S. 34 ist.

Für eine 2gängige Schnecke von  $\alpha = 18^\circ$  mittlerem Steigungswinkel berechnet sich z. B. nach Gl. 51 mit  $\rho = 6^\circ$

$$1 + \varphi_s = \frac{1}{0,325} (0,445 + 0,05) = 1,523,$$

während nach Gl. 44c auf S. 34 für eine Kettennuss von 5 Stegen

$$\varphi_t = 0,065$$

gesetzt werden kann. Damit würde sich dann für die entsprechende Winde

$$1 + \varphi = 1,065 \cdot 1,523 = 1,622$$

oder ein Wirkungsgrad von

$$\eta = \frac{1}{1 + \varphi} = \frac{1}{1,622} = \sim 0,617$$

ergeben. Für 3gängige Schnecken und gewöhnliche Trommeln sind bei bester Ausführung und Schmierung Wirkungsgrade von 0,85 und sogar 0,9 ermittelt worden.

Selbsthemmend sind die vorliegenden Winden, wenn man nur die Reibung in den Schneckengängen berücksichtigt, wie in § 17 gezeigt wird, für

$$\alpha < \rho.$$

Wegen der Nebenhindernisse, die sonst noch an der Schnecken- und Schneckenradwelle auftreten, dürfte zwar  $\alpha$  noch etwas grösser als  $\rho$  gewählt werden, ohne dass die Selbsthemmung gefährdet wird. Die Schwankungen, denen  $\rho$  unterworfen ist, weisen aber darauf hin, höchstens

$$\alpha = 5 \text{ bis } 6^\circ$$

einzuführen, wenn die Selbsthemmung genügend gesichert sein soll.

§ 15.

**Vorrichtungen zum Verschieben und Drehen der Hebezeuggestelle. Trommelwinden mit vorgebautem Rollenzug.**

Zum Fortbewegen der Winden- und Krangestelle, sowie zum Drehen der letzteren werden im Hebezeugbau Vorrichtungen verwendet, die vermittelt Kurbel, Haspelrad oder Motor entweder unmittelbar oder unter Einschaltung

eines Rädervorgeleges auf die zu drehende Welle einwirken. Bei fahrbaren Winden und Kranen bildet letztere die eine Achse der Laufräder, bei Drehkränen ist sie die Gestellsäule. Man kann die vorliegenden Vorrichtungen als Trommelwinden ansehen, deren Lastmoment das auf die Laufradachse bezw. Gestellsäule bezogene Moment des Widerstandes ist, welcher sich der beabsichtigten Verschiebung oder Drehung entgegensetzt. Bezeichnen wir dieses Moment mit  $\mathfrak{M}$  und führen dasselbe in die Gl. 50 und 53 auf S. 37 bezw. 38 ein, setzen auch an Stelle der dort gewählten lateinischen Buchstaben hier die entsprechenden deutschen, so erhalten wir, je nachdem kein Vorgelege oder als solches Zahnräder bezw. Schnecke und Schneckenrad gewählt werden, für die Betriebskraft  $\mathfrak{P}$  die Beziehung

$$\mathfrak{P} = (1 + \varphi_v) \frac{\mathfrak{M}}{a} \left( \frac{\delta}{\mathfrak{Z}} \right) \dots \dots \dots 54$$

mit  $\left( \frac{\delta}{\mathfrak{Z}} \right) = 1$  und  $\varphi_v = 0$  bei fehlendem Rädervorgelege,

$$\left( \frac{\delta}{\mathfrak{Z}} \right) = \frac{\delta_1}{\mathfrak{Z}_1} \text{ und } \varphi_v = 0,09 \text{ bei einfachem,}$$

$$\left( \frac{\delta}{\mathfrak{Z}} \right) = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{\mathfrak{Z}_1 \cdot \mathfrak{Z}_2} \text{ und } \varphi_v = 0,19^1 \text{ bei doppeltem Vorgelege,}$$

bezw.

$$\mathfrak{P} = (1 + \varphi_s) \frac{\mathfrak{M}}{a} \left( \frac{m}{\mathfrak{Z}_1} \right) \dots \dots \dots 55$$

mit  $m$  als Gangzahl der Schnecke,

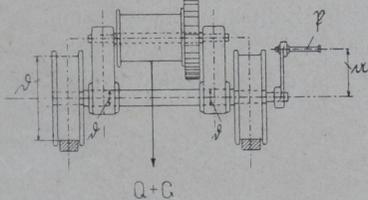
$\mathfrak{Z}_1$  als Zähnezahl des Schneckenrades,

$\varphi_s$  nach Gl. 51 auf S. 38.

$a$  ist in jedem Falle der Hebelarm der Kraft.

Bei fahrbaren Winden und Kranen sind die bestimmbaren Widerstände, welche bei der Drehung der Laufradachsen zu überwinden sind,

Fig. 38.



1. der rollende Reibungswiderstand der Laufräder. Das Moment desselben ist

$$(Q + G) f;$$

2. der Zapfenreibungswiderstand, dessen Moment

$$\mu_1 (Q + G) \frac{d}{2}$$

beträgt, unter (s. Fig. 38 und 39 des Textes)

$Q$  die am Gestell hängende Last,

$G$  das Eigengewicht des Gestelles,

$f$  den Hebelarm der rollenden Reibung,

$\mu_1$  den Zapfenreibungskoeffizienten,

$d$  den Zapfendurchmesser

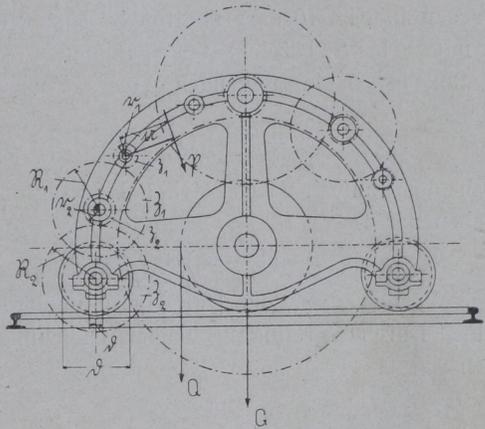
1) Entsprechend  $1 + \varphi = 1,09^2$ .

verstanden. Es ist also hier

$$\mathfrak{M} = (Q + G) \left( f + \mu_1 \frac{d}{2} \right).$$

Ausser den genannten Widerständen tritt aber für gewöhnlich noch eine Reibung der Radflanschen an den

Fig. 39.



Laufschienen infolge Schiefstellung der Räder und deren Achsen auf. Diese Reibung ist nicht bestimmbar und wird mit 100 Prozent und mehr des vorstehend berechneten Momentes in Anschlag gebracht<sup>1)</sup>. Bei 100 Prozent Zuschlag ergibt sich

$$\mathfrak{M} = (Q + G) (2f + \mu_1 \cdot d) \dots \dots \dots 56$$

Hiermit und mit  $f = 0,05 \text{ cm}$ ,  $\mu_1 = 0,1$  lautet die Gl. 54

bei fehlendem Vorgelege

$$\mathfrak{P} = 0,1 (Q + G) \frac{1 + d}{a}$$

bei einfachem Vorgelege

$$\mathfrak{P} = 0,109 (Q + G) \frac{1 + d}{a} \frac{\delta_1}{\mathfrak{Z}_1}$$

bei doppeltem Vorgelege

$$\mathfrak{P} = 0,119 (Q + G) \frac{1 + d}{a} \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{\mathfrak{Z}_1 \cdot \mathfrak{Z}_2}$$

57

Laufkatzen kommen gewöhnlich in Verbindung mit dem in Fig. 40 des Textes angedeuteten Rollenzug vor. Derselbe besteht aus einer losen Lastrolle und zwei Leitrollen, die drehbar auf den Achsen eines Laufwagens sitzen. Das Lastorgan ist rechts festgelegt, links entweder direkt oder unter Einschaltung einer weiteren Leitrolle zur Trommel der Winde geführt. Um die Last verschieben zu können, ist der Laufwagen in eine endlose Kette oder ein entsprechendes Drahtseil eingegangen, welche an den Enden um je eine Windenrolle geschlungen sind. Durch Drehen der einen der beiden Rollen wird dann der Laufwagen mit der Last nach der einen oder anderen Seite fortbewegt.

Allgemein ist hier zunächst zu bemerken, dass für Trommelwinden mit vorgebautem Rollenzug das Umsetzungsverhältnis der ganzen Anordnung gleich dem Produkt aus den Umsetzungsverhältnissen der Winde und des Rollenzuges ist. Die Betriebskraft des letzteren

1) S. „Ernst, Die Hebezeuge“, 3. Auflage, I. Teil, S. 305. Verlag von Julius Springer, Berlin.

bildet ferner die Last der Winde. Für eine Trommelwinde mit Zahnradvorgelege und vorgebautem Faktoren-Flaschenzug z. B. würde also das Umsetzungsverhältnis beider zusammen gleich dem Produkte der Werte aus Gl. 49 und 20 auf S. 37 bzw. 28 sein, und der aus Gl. 21 auf S. 23 berechnete Wert von P wäre für Q in die Gl. 50 auf S. 37 einzuführen.

Für den in Fig. 40 dargestellten Rollenzug ergeben sich die mit  $S_0$  bis  $S_4$  bezeichneten Spannungen des Lastorganes zunächst in der folgenden Weise. An der losen Lastrolle ist

$$S_1 + S_2 = Q$$

und nach dem auf S. 24 der Gl. 1 beigefügten Satze beim Heben der Last

$$S_1 = (1 + \varphi_0) S_2$$

mit einem Werte von  $\varphi_0$ , der  $180^\circ$  Umschlingungswinkel entspricht. Durch Vereinigung beider Gleichungen ergibt sich

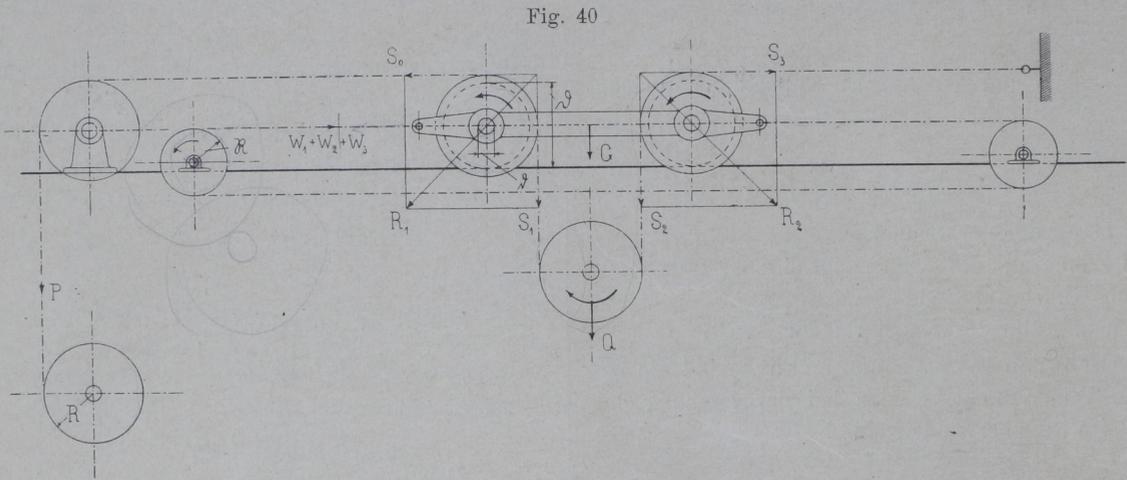


Fig. 40

$$S_1 = \frac{1 + \varphi_0}{2 + \varphi_0} Q \text{ und } S_2 = \frac{Q}{2 + \varphi_0}$$

Für die festen Rollen auf den Achsen der Laufräder, von denen sich die linke Rolle sowohl beim Heben als auch beim Verschieben, die rechte aber nur beim Verschieben der Last dreht, erhält man, wenn der für  $90^\circ$  Umschlingungswinkel geltende Wert von  $\varphi_0$  mit  $\varphi_0'$  bezeichnet wird, nach dem angeführten Satze für die in der Figur angegedeutete Drehrichtung

$$S_2 = (1 + \varphi_0') S_3 \text{ oder } S_3 = \frac{Q}{(1 + \varphi_0')(2 + \varphi_0)}$$

und

$$S_0 = (1 + \varphi_0') S_1 = (1 + \varphi_0') \frac{1 + \varphi_0}{2 + \varphi_0} Q$$

Wird das Trum mit der Spannung  $S_0$  direkt auf die Trommel der Winde geführt, so ist der für  $S_0$  angegebene Wert die Last der letzteren. Wird aber wie in der Figur das Lastorgan nochmals über eine feste Rolle geleitet, so ist

$$P = (1 + \varphi_0')^2 \frac{1 + \varphi_0}{2 + \varphi_0} Q \dots 58$$

die Betriebskraft des Rollenzuges und die Last der Trommelwinde.

Beim Verschieben der Last und des Laufwagens sind die folgenden Widerstände zu überwinden:

1. Die Differenz der Spannungen  $S_0$  und  $S_3$  in dem Lastorgan. Dieselbe beträgt mit den obigen Werten der Spannungen

$$W_1 = S_0 - S_3 = \frac{Q}{2 + \varphi_0} \left\{ (1 + \varphi_0')(1 + \varphi_0) - \frac{1}{1 + \varphi_0'} \right\}$$

2. Die rollende Reibung des Wagens. Das auf die Laufradachse desselben bezogene Moment dieser Reibung ist  $(Q + G)f$ , wenn G das Eigengewicht des Wagens, f den Hebelarm der Rollenreibung bezeichnet. In der Wagenmitte ruft dieses Moment bei einem Durchmesser  $\mathfrak{D}$  der Laufräder einen Widerstand

$$W_2 = (Q + G) \frac{2f}{\mathfrak{D}}$$

hervor.

3. Die Zapfenreibung der Laufradachsen. Das Moment derselben ist  $(R_1 + R_2 + G) \mu_1 \frac{d}{2}$ , wenn  $R_1$  und  $R_2$  die

Resultierenden aus den Spannungen  $S_0$  und  $S_1$  bzw.  $S_2$  und  $S_3$  sind, d der Zapfendurchmesser und  $\mu_1$  der Zapfenreibungskoeffizient ist. Setzen wir  $R_1 + R_2 = \sim 1,5Q$ , so ergibt sich in der Wagenmitte ein Widerstand

$$W_3 = (1,5Q + G) \mu_1 \frac{d}{\mathfrak{D}}$$

Beim Verschieben des belasteten Wagens ist somit ein Gesamtwiderstand  $W_1 + W_2 + W_3$  zu überwinden, und die Windevorrichtung, welche die Verschiebung bewirken, also die endlose Kette des Laufwagens anziehen soll, ist für ein Lastmoment

$$\mathfrak{M} = (W_1 + W_2 + W_3) \mathfrak{R}$$

oder

$$\mathfrak{M} = \frac{Q \cdot \mathfrak{R}}{2 + \varphi_0} \left\{ (1 + \varphi_0')(1 + \varphi_0) - \frac{1}{1 + \varphi_0'} \right\} + (Q + G) \frac{2f \cdot \mathfrak{R}}{\mathfrak{D}} + (1,5Q + G) \mu_1 \frac{d \cdot \mathfrak{R}}{\mathfrak{D}}$$

zu berechnen, wenn  $\mathfrak{R}$  der Radius der zugehörigen Winderolle ist. Mit diesem Werte von  $\mathfrak{M}$  ergibt sich die erforderliche Kraft  $\mathfrak{P}$  für die Verschiebevorrichtung aus Gl. 54 auf S. 39.

Setzt man

$\varphi_0' = 0,04$ ,  $\varphi_0 = 0,05$ ,  $f = 0,05$  cm.,  $\mu_1 = 0,1$ ,  
so erhält man

$$\mathfrak{M} = \sim \frac{\mathfrak{R}}{10 \mathfrak{D}} \left\{ Q (0,63 \mathfrak{D} + 1 + 1,5 d) + G (1 + d) \right\} \quad 59$$

Sonstige Widerstände, welche sich der Verschiebung des Wagens entgegenstellen, wird man, da sie sich durch Rechnung kaum ermitteln lassen, durch einen Zuschlag zu dem Werte  $\mathfrak{M}$  der vorstehenden Gleichung berücksichtigen müssen.

§ 16.

**Die Zahnstangenwinden.**

Bei kleinen, leicht transportablen Hebezeugen mit rotierender Kraftübertragung verwendet man an Stelle der Trommel eine Zahnstange mit Ritzel. Die Fig. 41 des Textes lässt die allgemeine Anordnung solcher Zahn-

Fig. 41.

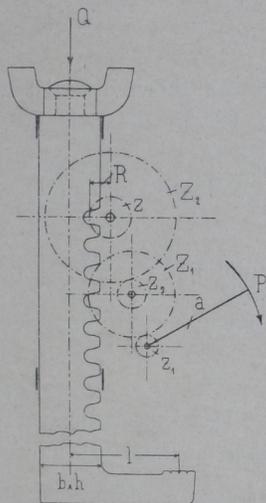


Fig. 42.

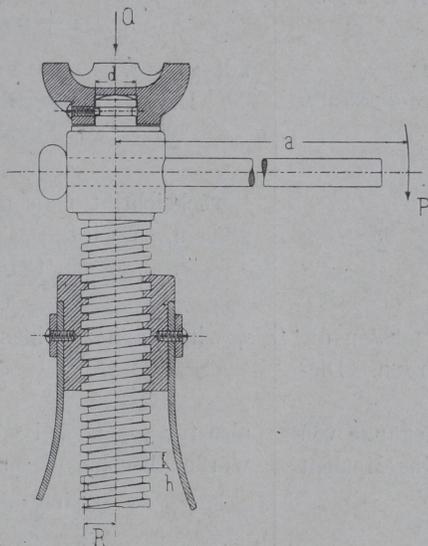


Fig. 43.

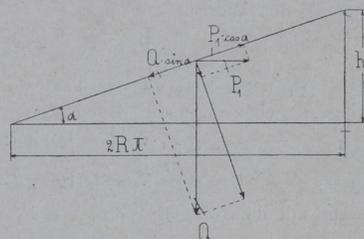
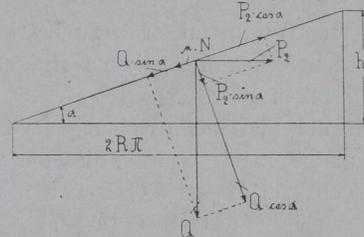


Fig. 44.



stangenwinden erkennen. Die Last ruht auf der Zahnstange, während das Ritzel derselben unter Einschaltung eines Rädervorgeleges von der Betriebskraft gedreht wird.

Bezeichnet man den Teilkreisradius des Zahnstangenritzels mit  $R$ , so gelten die Gl. 49 u. 50 auf S. 37 ohne weiteres auch für die vorliegenden Winden. Nur der Verlustfaktor  $\varphi$  der letztgenannten Gleichung bedarf hier einer neuen Bestimmung. Für ihn gilt, wenn

$\varphi_z$  der Verlustfaktor für die Ritzelwelle der Zahnstange,  $\varphi_v'$ ,  $\varphi_v'' \dots$  derjenige für die übrigen Wellen ist, die Beziehung

$$\left. \begin{aligned} &\text{bei einfachem Vorgelege} \\ &1 + \varphi = (1 + \varphi_z) (1 + \varphi_v') \\ &\text{bei doppeltem Vorgelege} \\ &1 + \varphi = (1 + \varphi_z) (1 + \varphi_v') (1 + \varphi_v'') \end{aligned} \right\} \quad 60$$

u. s. w. Die Zähnezahln der Zahnstange  $Z$  ist unendlich gross, die der Ritzel gewöhnlich 4. Hiermit ergibt sich dann aus Gl. 47 auf S. 35, wenn man noch wegen der sorgfältigen Bearbeitung der Zähne

$$\xi = 0,33 \frac{1}{4} = 0,0825,$$

sowie  $\frac{d}{2r} = 0,7$ ,  $\frac{r}{a} = 0,25$  und  $\mu_1 = 0,1$  setzt, für  $\varphi_z$  der Mittelwert

$$\varphi_z = 0,0825 + 0,1 \cdot 0,7 \cdot 1,25$$

oder

$$\varphi_z = 0,17 \text{ bzw. } 17 \text{ Prozent} \quad \dots \quad 60a$$

während für  $\varphi_v = \varphi_v' = \varphi_v'' \dots$  mit  $Z = 16$  im Mittel und denselben Verhältnissen  $\frac{d}{2r}$  und  $\frac{r}{a}$

$$\varphi_v = 0,33 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{16} \right) + 0,1 \cdot 0,7 \cdot 1,25$$

oder

$$\varphi_v = 0,192 \text{ bzw. } 19,2 \text{ Prozent} \quad \dots \quad 60b$$

folgt.

§ 17.

**Die Schraubenwinden.**

Schraubenspindel und -mutter bewirken eine Umsetzung der rotierenden Bewegung in die geradlinige.

Bei Schraubenwinden benutzt man diese Umsetzung zum Heben der Last. Die Kraft dreht dabei gewöhnlich die Schraubenspindel, auf welcher die Last ruht, während die Mutter an der Drehung verhindert wird (s. Fig. 42 des Textes). Seltener ist die umgekehrte Anordnung, bei welcher die Mutter gedreht wird, während die Spindel sich nur geradlinig bewegen kann.

Die Kraftübertragung an der Spindel erfolgt nun, wie weiter unten gezeigt ist, genau so, als ob die Vertikallast  $Q$  von der nach dem Gewinde versetzten Horizontalkraft  $P$  eine der mittleren Schraubenlinie entsprechende schiefe Ebene hinaufgeschoben würde. Bei einer Umdrehung der Spindel legt also, wenn

- $R$  den mittleren Gewinderadius,
- $h$  die Ganghöhe des Gewindes,
- $\alpha$  den Steigungswinkel der mittleren Schraubenlinie

bezeichnet, die Last den Weg  $h$  in vertikaler, die Kraft  $P$  einen solchen  $2R\pi$  in horizontaler Richtung zurück, und das Verhältnis dieser beiden Wege ist gleich dem Quotienten  $\frac{\omega_w}{\omega_c}$  in Hauptgl. IIa auf S. 22. Gleichzeitig

ist das genannte Verhältnis nach Fig. 43 des Textes die Tangente des Winkels  $\alpha$ , sodass mit

$$\frac{\omega_w}{\omega_c} = \frac{h}{2R\pi} = \operatorname{tg} \alpha$$

nach Hauptgl. IIa das Umsetzungsverhältnis einer Schraubenwinde

$$\frac{h}{s} = \frac{w}{c} = \frac{R}{a} \operatorname{tg} \alpha \quad \dots \dots \dots 61$$

wird. Für die Betriebskraft  $P_0$  der reibungslos gedachten Winde folgt aus Hauptgl. Ia auf S. 22 weiter,

$$P_0 = \frac{Q \cdot R}{a} \operatorname{tg} \alpha,$$

während die wirkliche Betriebskraft nach Hauptgl. III auf S. 23

$$P = (1 + \varphi) \frac{Q \cdot R}{a} \operatorname{tg} \alpha \quad \dots \dots \dots 62$$

beträgt.

Den für  $P_0$  angegebenen Wert erhält man auch, wenn man die Last  $Q$  auf einer schiefen Ebene durch eine Horizontalkraft bewegen will. An dem mittleren Radius  $R$  hat die Kraft  $P_0$  den Wert

$$P_1 = P_0 \frac{a}{R}.$$

$Q$  und  $P_1$  nach Fig. 43 des Textes in zwei Komponenten zerlegt, ergeben dann die Beziehung

$$P_1 \cdot \cos \alpha = Q \cdot \sin \alpha$$

oder

$$P_1 = Q \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

woraus mit dem obigen Werte von  $P_1$

$$P_0 = \frac{Q \cdot R}{a} \operatorname{tg} \alpha$$

folgt.

Um den Verlustfaktor  $\varphi$  zu bestimmen, müssen die auftretenden Nebenhindernisse festgesetzt werden. Dieselben bestehen:

1. in der gleitenden Reibung der Gewindegänge von Mutter und Spindel. Durch dieselbe wird das Moment der Betriebskraft  $P_0 \cdot a = Q \cdot R \cdot \operatorname{tg} \alpha$  auf

$$Q \cdot R \cdot \operatorname{tg} (\alpha + \rho)$$

erhöht, wenn  $\rho$  der dem Reibungskoeffizienten  $\mu$  entsprechende Reibungswinkel ist.

Unter Berücksichtigung dieser Reibung ergibt sich aus Fig. 44 des Textes die Beziehung

$$P_2 \cdot \cos \alpha = Q \cdot \sin \alpha + \mu \cdot N,$$

oder mit dem Normaldruck

$$N = Q \cdot \cos \alpha + P_2 \cdot \sin \alpha,$$

$$P_2 = Q \frac{\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha},$$

welche mit

$$P_2 = P \frac{a}{R} \quad \text{und} \quad \mu = \operatorname{tg} \rho$$

und

$$P \frac{a}{R} = Q \cdot \operatorname{tg} (\alpha + \rho)$$

liefert.

$$P \cdot a = Q \cdot R \cdot \operatorname{tg} (\alpha + \rho)$$

2. in der Hals- und Spurzapfenreibung der oberen Lastklaue, wenn diese bei sich drehender Spindel festgehalten wird. Das Moment beider ist, wenn

$d$  den Zapfendurchmesser,

$\mu_1$  den Zapfenreibungskoeffizienten

bezeichnet und  $P_0$  anstatt  $P$  als Belastung des Hals-,  $Q$  als solche des Spurzapfens angenommen wird,

$$\mu_1 \left( P_0 \frac{d}{2} + Q \frac{d}{4} \right) = \mu_1 \cdot Q \left( \frac{R}{a} \operatorname{tg} \alpha \frac{d}{2} + \frac{d}{4} \right).$$

Bei Berücksichtigung dieser Nebenhindernisse erhält man somit

$$P \cdot a = Q \cdot R \cdot \operatorname{tg} (\alpha + \rho) + \mu_1 \cdot Q \left( \frac{R}{a} \operatorname{tg} \alpha \frac{d}{2} + \frac{d}{4} \right),$$

woraus im Verein mit Gl. 64

$$1 + \varphi = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \left\{ \operatorname{tg} (\alpha + \rho) + \mu_1 \left( \frac{d}{2a} \operatorname{tg} \alpha + \frac{d}{4R} \right) \right\}$$

folgt. Um einen Mittelwert zu bekommen, setzen wir, wie entsprechend auf S. 38 geschehen,

$$\frac{d}{2a} \operatorname{tg} \alpha + \frac{d}{4R} = 0,3, \quad \mu_1 = 0,1$$

und erhalten dann

$$1 + \varphi = \frac{\operatorname{tg} (\alpha + \rho) + 0,03}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \dots \dots \dots 63$$

mit  $\rho = 6^\circ$ .

Der Wirkungsgrad einer Schraubenwinde ist wieder

$$\eta = \frac{1}{1 + \varphi}.$$

Berücksichtigt man nur die Reibung in den Gewindegängen, so wird

$$1 + \varphi = \frac{\operatorname{tg} (\alpha + \rho)}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \text{und} \quad \eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \rho)}.$$

$\eta$  wird dann zu einem Maximum für

$$\alpha = 45^\circ - \frac{\rho}{2},$$

also für  $\rho = 6^\circ$  bei  $\alpha = 42^\circ$ . Das Umsetzungsverhältnis würde aber bei diesem Winkel nach Gl. 61 nur

$$\frac{h}{s} = \frac{R}{a} \operatorname{tg} 42^\circ = \sim 0,9 \frac{R}{a}$$

betragen, also nur wenig von dem Hebelverhältnis  $\frac{R}{a}$

abweichen. In der Praxis findet man behufs Erzielung eines grösseren Umsetzungsverhältnisses  $\alpha$  bedeutend kleiner und zwar mit Rücksicht auf die Selbsthemmung meistens kleiner als  $6^\circ$  gemacht. Unter alleiniger Berücksichtigung der Gewindereibung beträgt nämlich die zum Niederlassen der Last  $Q$  erforderliche Kraft

$$P' = Q \frac{R}{a} \operatorname{tg} (\alpha - \rho),$$

und es tritt Selbsthemmung ein, wenn  $P'$  gleich Null oder negativ wird, was nach der vorstehenden Gleichung für

$$\alpha \leq \rho \quad \dots \dots \dots 64$$

der Fall ist. Der Wirkungsgrad bleibt dann natürlich unter  $\frac{1}{2}$ .