

Daniel Gerstgrasser, BSc

# Modellprädiktive Regelung für Klimatisierungseinrichtungen

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Eletrotechnik

eingereicht an der Technischen Universität Graz

### Betreuer

Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. tit.Univ.-Prof. Anton Hofer

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik

Durchgeführt am: Institut für Wärmetechnik Betreuer: Mag.rer.nat. M.Sc. Ing. Martin Pichler

Graz, Juni 2014

# Eidesstattliche Erklärung<sup>1</sup>

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.

Graz, am

Datum

Unterschrift

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Beschluss der Curricula-Kommission für Bachelor-, Master- und Diplomstudien vom 10.11.2008; Genehmigung des Senates am 1.12.2008

# Kurzfassung

Stichwörter: modellprädiktive Regelung, thermisch aktivierte Bauteilsysteme, thermische Gebäudemodellierung, Spektralanalyse von Wetterdaten

Im Rahmen des Projektes "Model Predictive Control von aktiven Bauteilen und Messungen in zwei Test-Boxen" am Institut für Wärmetechnik an der TU-Graz soll eine modellprädiktive Regelung mit einer konventionellen Regelung verglichen werden. Für diesen Vergleich werden zwei baugleiche Gebäude (Test-Boxen) errichtet und mit jeweils einem Regler ausgestattet. In dieser Masterarbeit wird für eine Test-Box ein modellprädiktiver Regler zur thermischen Raumklimatisierung entworfen. Dabei wird die deckennahe Bauteilaktivierung der Test-Box genutzt. Zur thermischen Gebäudemodellierung wird eine Literaturrecherche durchgeführt. Anschließend werden für die Test-Box zwei thermische RC-Modelle entworfen, identifiziert und mit einer speziellen Simulationssoftware (TRNSYS) validiert. Aufbauend auf einem dieser Modelle wird ein modellprädiktiver Regler, der Belegungs- und Störgrößenprognosen berücksichtigt, entworfen und mittels des Types155 in TRNSYS implementiert. Die dabei aufgezeigten Probleme und erarbeiteten Lösungsvorschläge, dienen als Grundlage für die folgende praktische Implementierung in der realen Test-Box.

# Abstract

This work is carried out within the research project "Model Predictive Control of Thermally Active Building Systems and Monitoring of two Test-Boxes" running at the Institute of Thermal Engineering of the Graz University of Technology. The goal of this project is the comparison of the performance of a conventional and a model predictive controller for building heating and cooling under real operating conditions. Therefore two identical buildings (test-boxes) equipped with thermally activated building systems are going to be built. The subject of this master thesis is the design of a model predictive controller for one of these testboxes. Therefore possible modelling approaches are identified from a literature

#### Kurzfassung

review on thermal building modelling. Subsequent two different thermal RC-model-structures for the test-box are investigated. The RC-model parameters are obtained by parameter identification. The data acquisition for the identification and model validation is carried out by the simulation software TRNSYS. The best model is used for the design of a model predictive controller, which is implemented and validated in TRNSYS through the Type155 Matlab-interface. The emerged problems during system modelling and controller designed and the proposed solutions form a basis for the following real implementation of a model predictive controler in a test-box.

# Inhaltsverzeichnis

Κι	ırzfas	sung	iii		
Inł	naltsv	erzeichnis	v		
Sy	mbol	verzeichnis	/iii		
Inc	lexve	rzeichnis	ix		
1.	Einf	ihrung und Zielsetzung	1		
2.	Gru	dlagen	3		
	2.1.	Thermisch aktivierte Bauteilsysteme (TABS)	3		
		2.1.1. Definition und Charakterisierung	3		
		2.1.2. Funktionsprinzip	3		
		2.1.3. Anforderungen und Anwendungsbereiche	5		
		2.1.4. Vor- und Nachteile von TABS	6		
	2.2.	Thermische Behaglichkeit	6		
		2.2.1. Grundlagen	7		
		2.2.2. Operative Raumtemperatur	8		
		2.2.3. Komfortbereich und Norm	9		
		2.2.4. Lokaler thermischer Komfort	11		
	2.3.	Temperaturregelung	12		
		2.3.1. Zielsetzung	12		
		2.3.2. Selbstregeleffekt	13		
		2.3.3. Konventionelle Regelstrategien	13		
		2.3.4. Modellprädiktive Regelung	14		
3.	Frequenzbereichsanalyse der Wetterdaten und des thermischen Bau-				
	teilv	erhaltens	16		
	3.1.	Fourier-Analyse der Wetterdaten	16		
	3.2.	Fourier-Analyse der internen Lasten	18		
	3.3.	Betragsgang des aktivierten Bauteiles	19		
4.	Мос	ellbildung der Test-Box	23		
	4.1.	Systembeschreibung	23		
	•	4.1.1. Aufbau einer Test-Box	23		

		4.1.2. TRNSYS-Simulation	23
	4.2.	Ziele und Randbedingungen	26
	4.3.	Thermische Gebäudemodellierung	28
	, -	4.3.1. Literaturrecherche	28
		4.3.2. Der Weg zum RC-Modell	29
	4.4.	Wärmeübertragung im Gebäude	30
	•••	4.4.1. Vorgänge im Raum	30
		4.4.2. Wechselwirkungen mit dem Außenklima	- 33
		4.4.3. Wärmetransport durch die Gebäudehülle	34
	4.5.	Grundlegende Annahmen	34
	4.6.	Modellstruktur ohne Wandkapazität	36
	•	4.6.1. Bilanzgleichungen	36
		4.6.2. Wärmeströme und Zustandsraummodell	38
		4.6.3. Initiale Paramterwerte	40
		4.6.4. Modellsimulation	42
	4.7.	Modellstruktur mit Wandkapazität	44
		4.7.1. Bilanzgleichungen	 44
		4.7.2. Initiale Parameterwerte	 47
		4.7.3. Modellsimulation	48
	4.8.	Parameteridentifikation	48
	•	4.8.1. Experiment	48
		4.8.2. Methode und Algorithmus	51
		4.8.3. Ergebnis der Identifikation	- 53
	4.9.	Validierung	57
		4.9.1. Gütemaße	57
		4.9.2. Validierung des Modells ohne Wandkapazität	58
		4.9.3. Validierung des Modells mit Wandkapazität	61
	4.10.	Zusammenfassung	61
_			
5.	Noc	delipradiktive Regelung	05
	5.1.		65
	5.2.		66
	5.3.	MPC-Formulierung	68
		5.3.1. Struktur der Kostenfunktion	68
		5.3.2. Iuningparameter	70
		5.3.3. Beschrankungen	73
	5.4.	Aspekte bei der Implementierung	74
		5.4.1. Statische Vorsteuerung	74
		5.4.2. Optimierungsproblem	76
		5.4.3. Beobachter	78
		5.4.4. Zeitverzögerung und Abtastzeit TRNSYS	79
		5.4.5. Prädiktion der Störgrößen	80
	5.5.	Simulation	81

6.	Zusammenfassung und Ausblick	84
Α.	Fanger Gleichungen	85
В.	TRNSYS-Simulation	87
C.	ParameterC.1. Physikalische Parameter einer Test-BoxC.2. Berechnete Startparameter, Modell ohne WandkapazitätC.3. Berechnete Startparameter, Modell mit Wandkapazität	<b>90</b> 90 91 91
D.	Simulation der Modelle D.1. Modell ohne Wandkapazität	<b>92</b> 92 94

# Symbolverzeichnis

Symbol	Bedeutung	Einheit
Ā	Fläche	m <sup>2</sup>
α	Wärmeübergangskoeffizient	W/m <sup>2</sup> K
β	Skalierungsfaktor	-
$\gamma$	Absorptionsfaktor	-
С	spez. Wärmekapazität	J/kgK
С	Wärmekapazität	J/K
d	Dicke	m
8	Gesamtdurchlassgrad	-
θ	Temperatur	°C
Ι	Strahlungsintensität	$W/m^2$
ġ	spezifischer Wärmestrom (auf Fläche bezogen)	W/m <sup>2</sup>
Q	Wärme	J
Ż	Wärmestrom	W
S	Wärmespeicherzahl	J/m <sup>3</sup> K
ŝ	flächenspezifische Wärmespeicherzahl	J/mK
$\bar{S}$	mittlere Wärmespeicherzahl eines Volumens	m <sup>2</sup>
λ	Wärmeleitfähigkeit	W/mK
'n	Massenstrom	kg/s
Ν	Horizont	-
R	Wärmeleitwiderstand	K/W
ρ	Dichte	kg/m <sup>3</sup>
σ	Stefan-Bolzmann-Konstante	$W/m^2K^4$
τ	Zeitkonstante	h
Т	absolute Temperatur	Κ
и	Eingangsgröße	-
U	U-Wert	W/m <sup>2</sup> K
UA	Wärmeleitwert	W/K
$\varphi$	Sichtfaktor	-
V	Volumen	m <sup>3</sup>
x	Zustandsvektor	-
y	Ausgangsgröße	-

# Indexverzeichnis

Index	Englische Bezeichnung	Deutsche Bezeichnung
atm	athmosphere	atmosphäre
с	core	Bauteilkern
CV	convective	konvektiv
cl	ceiling	Decke
cr	concrete	Beton
со	control	Kontroll
clo	clothing	Bekleidung
fo	fluid outlet	Rücklauf
g	gains	interne Lasten
inf	infiltration	Infiltration
iso	isolation	Isolation
l,f	losses fassade	Verlust durch die Gebäudefassade
l,i	losses infiltration	Infilatrationsverluste
mr	mean radiant	mittel und strahlungsrelevant
oa	outside air	Außenluft
op	operative	operativ (gefühlt)
r	radiative	radiativ bzw. strahlungsbedingt
ra	room air	Raumluft
ro	room	Raum
S	surface	Oberfläche
sk	skin	Haut
SO	source	Quelle
ssm	state space model	Zustandsraummodell
tabs	thermally activated building systems	thermisch aktivierte Bauteilsysteme
trans	transmission	Transmission
trnsys	TRNSYS	TRNSYS
W	wall	Wand
wi	window	Fenster
WS	water supply	Vorlauf

# 1. Einführung und Zielsetzung

Ungefähr 30 % der in Österreich genutzten Endenergie<sup>1</sup> werden für die Raumheizung bzw. -kühlung von Gebäuden eingesetzt [1]. Gebäude sind somit ein wesentlicher Faktor beim Abbau von nicht regenerativen Energieträgern und von Emissionen. Dabei besitzen die heute realisierbaren, energieoptimierten Gebäudehüllen einen vergleichsweise geringen Kühl- bzw. Heizbedarf. Neue Materialien für die Wärmedämmung und den Sonnenschutz, sowie luftdichte Gebäudehüllen mit Grundlüftung für den Luftwechsel mit Wärmerückgewinnung liefern dazu ihren Beitrag. Diese energetischen Voraussetzungen erlauben das Beheizen und Kühlen von Gebäuden durch den Einsatz von regenerativen Energiequellen (z.B. Wärmepumpen, Solarkollektoren) und dies trotz der steigenden Nutzung moderater Kühlung im Sommer. Die mit diesen Energiequellen einhergehenden moderaten<sup>2</sup> Temperaturniveaus, ihre unstetige Verfügbarkeit und ihre Leistungslimits stellen neue Herausforderungen für die Klimatisierungssysteme dar. Dabei soll der Einsatz dieser Niedertemperaturquellen nicht mit Komforteinbußen einhergehen. Wie sich in mehreren Anwendungen gezeigt hat, sind thermisch aktivierte Bauteilsysteme (TABS) den Anforderungen gewachsen, in Kombination mit regenerativen Wärme- bzw. Kältequellen ein angenehmes Raumklima zu schaffen. Aufgrund des geringen gebäudetechnischen Aufwands ist ihr Einsatz auch wirtschaftlich interessant [2], [3].

Bei TABS wird die Gebäudemasse durch die Integration von Rohrregistern zur Zwischenspeicherung thermischer Energie und der passiven Raumkonditionierung genutzt. So können Lastspitzen auf der Systemseite reduziert und Unstetigkeiten im Energieangebot ausgeglichen werden. Große Bauteiloberflächen erlauben vergleichsweise hohe Heiz- bzw. Kühlleistungen, selbst bei geringen Temperaturdifferenzen. Dadurch sind moderate Temperaturniveaus für die Raumkonditionierung ausreichend. Dies ermöglicht die Nutzung nachhaltiger Energiequellen und eine Steigerung der Effizienz von Wärme- oder Kälteerzeugungssystemen, wie z.B. Wärmepumpen.

Durch die hohe thermische Masse im Wärmeübertragungsweg wirken TABS sehr träge. Beim monovalenten<sup>3</sup> Einsatz von TABS ist die Regelung der Raumtemperatur somit schwierig und Gegenstand der Forschung. Einfache Regler

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Die Endenergie ist der nach Energieumwandlungs- und Übertragungsverlusten übrig gebliebene Teil der Primärenergie.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>im Heizfall niedrige Temperaturniveaus, im Kühlfall hohe Temperaturniveaus <sup>3</sup>nur ein einziges Kühl- bzw. Heizsystem im Gebäude

#### 1. Einführung und Zielsetzung

existieren, sind jedoch nur auf einen Lastfall eingestellt und verursachen thermisches Unbehagen unter abweichenden Bedingungen. Darüber hinaus erfolgt die Reglerauslegung meist sehr konservativ, was zu einem erhöhten Energieverbrauch führt [3].

Ein anderer Ansatz sind prädiktive Regelstrategien, wie z.B. die modellprädiktive Regelung. Vorausgehende Forschungsarbeiten haben dabei gezeigt, dass der Einsatz von prädiktiven Regelstrategien, mit Berücksichtigung von Wetterprognosen und in Kombination mit TABS, Komfort- und Effizienzsteigerungen ermöglicht. Die Komplexität der bestehenden Ansätze in diesem Bereich ist dabei eine wesentliche Hürde für eine breite Anwendung in der Praxis [4]. Zusätzlich basieren die angegebenen Zahlen zur Energieeinsparung größtenteils auf Simulationsstudien. Experimentell untermauerte Ergebnisse, die das praktische Energieeinsparungspotential beweisen, sind jedoch noch rar.

Beim Projekt "Model Predictive Control von aktiven Bauteilen und Messungen in zwei Test-Boxen" sollen deshalb zwei identische Test-Boxen mit aktivierten Bauteilen im Freien errichtet werden. Für eine Test-Box soll eine modellprädiktive Regelung unter Einhaltung der Randbedingungen: Einfachheit, effiziente Energienutzung, Komfortmaximierung und Robustheit implementiert und getestet werden. Die zweite identische Test-Box soll mit einem konventionellen Regler betrieben werden. Schlussendlich soll das tatsächliche Energieeinsparungspotential einer prädiktiven Regelstrategie in der Praxis ermittelt werden.

Diese Diplomarbeit stellt einen ersten Schritt in diesem Projekt dar. Nach einer Studie der spektralen Charakteristiken der auf die Test-Boxen wirkenden Störgrößen, soll ein Zustandsraummodell der thermischen Dynamik einer Test-Box erstellt werden. Dabei soll Einfachheit und Anpassbarkeit an verschiedene Gebäudetypen im Vordergrund stehen. Welche Ansätze sich für die Modellierung eignen, ist durch eine Literaturrecherche zu klären. Da im derzeitigen Projektstadium noch keine Messdaten der realen Boxen zur Verfügung stehen, soll die Modell-Validierung gegen ein komplexes Simulationsmodell durchgeführt werden. Aufbauend auf dem entworfenen Modell soll ein erster Entwurf eines MPC-Reglers, sowie dessen Implementierung in der Simulationssoftware durchgeführt werden.

# 2. Grundlagen

# 2.1. Thermisch aktivierte Bauteilsysteme (TABS)

### 2.1.1. Definition und Charakterisierung

Der Begriff thermisch aktivierte Bauteile Systeme bezeichnet Klimatisierungssysteme, bei welchen großflächige Kälte- bzw. Wärmeabgabevorrichtungen in massive Gebäudebauteile integriert werden. Unter dem Begriff TABS werden somit alle Systeme zusammengefasst, welche die Gebäudemasse aktiv in das Energiemanagement des Gebäudes miteinbeziehen [3].

	Bauteilaktivierung	Fussbodenheizung	Deckennahe Aktivierung
Fußbodenbelag Estrich Dämmung	,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	0 0 0 0 0 0 0	
Betonbauteil			
Deckenbelag			00000000

Abbildung 2.1.: Vergleich des Aufbaus von TABS mit einer konventionellen Fußbodenheizung an einer Geschoss-Zwischendecke

Die Temperierung des Raumes erfolgt dabei über die relativ großen Bauteiloberflächen. Dadurch sind bereits geringe Temperaturdifferenzen für die Wärmeabgabe ausreichend. Da bei TABS hauptsächlich die Raumoberflächen erwärmt werden, dominiert die Wärmeabgabe aufgrund von Strahlung mit 60% - 80% [2]. TABS fallen somit in die Kategorien Flächenheizungen mit hohem Strahlungsanteil und sind Niedertemperaturheizsysteme.

### 2.1.2. Funktionsprinzip

Die Besonderheit thermisch aktivierter Bauteilsysteme ist, dass der Wärmeübergang zwischen Rohrsystem und Raum als Wärmeleitung durch die Gebäude-



Abbildung 2.2.: Tagesverlauf bei bauteilaktivierter Gebäudedecke; Kühlfall (TRNSYS-Simulation einer Test-Box für einen Tag im Sommer)

bauteile erfolgt. Durch die Integration der Gebäudemasse in den Wärmetransportweg fungiert ihre hohe Wärmekapazität als thermischer Energiespeicher. Die im Raum anfallenden Wärmelasten müssen damit nicht sofort und vollumfänglich abgeführt werden. Sie können zeitlich verschoben (*load-shifting*) bzw. über einen längeren Zeitraum verteilt (*peak-shaving*) entzogen werden. Unstetigkeiten im Energieangebot können dadurch ausgeglichen und Spitzenlasten auf der Systemseite reduziert werden. Die Wärmeabgabe in den Raum und die Wärmebereitstellung durch das Heiz- bzw. Kühlsystem werden gewissermaßen entkoppelt [5].

Um eine vorgegebene Raumtemperatur konstant aufrecht zu erhalten, sind die anfallenden Heiz- bzw. Kühllasten im Raum zu jedem Zeitpunkt sofort und vollumfänglich abzuführen. Konventionelle Heizungssysteme erfüllen diese Aufgabe, aufgrund ihrer geringen thermischen Masse und der direkten Raumankopplung (z.B. Thermostat-Ventil eines Heizkörpers) relativ gut. Bei der Bauteilaktivierung müsste, für eine konstante Raumtemperatur, die Bauteiloberflächentemperatur zur Aufnahme der Heiz- und Kühllasten zu jedem Zeitpunkt exakt vorgegeben werden. Durch die Speicherwirkung der thermischen Masse lässt sich die Oberflächentemperatur jedoch nicht unmittelbar durch eine Temperaturänderung auf der Wasserseite einstellen. Zudem ist eine Temperaturänderung des Bauteils Grundvoraussetzung für die Speicherung von thermischer Energie. Abweichungen von einem Raumtemperatursollwert sind somit unvermeidlich. TABS wirken daher eher passiv und nutzen die Tatsache, dass die Raumtemperatur in gewissen Behaglichkeitsgrenzen schwanken darf. Sie erzeugen ein charakteristisches Raumtemperaturverhalten, welches hier kurz erläutert werden soll.

Abbildung 2.2 zeigt den typischen Tagesgang der Temperaturen in einem Büroge-

bäude (Raumbelegung zwischen  $9^{00} - 17^{00}$ ) mit Bauteilaktivierung im Kühlfall. Die Kühlung des aktivierten Bauteils erfolgt rein außerhalb der Belegungszeiten (z.B. durch einen Kühlturm). Es stellt sich am Morgen eine Raumlufttemperatur  $\vartheta_{ra}$  und eine mittlere Wandoberflächentemperatur  $\vartheta_{w,s}$  von ungefähr 23 °C ein. Die operative (gefühlte) Temperatur  $\vartheta_{ov}$  liegt somit auch in dieser Größenordnung (1). Die Oberflächentemperatur des aktivierten Bauteils  $\vartheta_{cl,s}$  liegt bei ungefähr 22 °C. Während des Tages erhöht sich die operative Temperatur auf ungefähr 25 °C (1)-(3). Den größten Temperaturanstieg verursachen dabei konvektive interne Lasten, welche die Raumluft aufgrund ihrer geringen Wärmekapazität sehr rasch erwärmen (1)-(2). Die Differenz zwischen Raumlufttemperatur  $\vartheta_{ra}$  und Oberflächentemperatur des aktivierten Bauteils  $\vartheta_{cl,s}$  steigt am Morgen solange an, bis die anfallenden konvektiven Lasten an das Bauteil abgegeben werden können. Das thermisch aktivierte Bauteil nimmt dann während des Tages stetig Energie auf und erwärmt sich. Aufgrund seiner großen Wärmekapazität erwärmt es sich jedoch nur wenig und der Raum wird passiv gekühlt. Durch den Wegfall der internen Lasten am Abend kühlt sich die Raumluft wieder sehr schnell ab (3)-(4). Die Rückkühlung des Bauteils beginnt (4)-(1). Damit kann der thermische Komfort auch für den nächsten Tag sichergestellt werden.

### 2.1.3. Anforderungen und Anwendungsbereiche

Damit die anfallenden Wärmelasten überhaupt abgeführt werden können, müssen diese erst in das Bauteil gelangen. Treibende Kraft ist dabei die Temperaturdifferenz zwischen Raum<sup>1</sup> und der Bauteiloberfläche des aktivierten Bauteils. Aufgrund von Komfortbedingungen ist diese Temperaturdifferenz jedoch limitiert. Beim monovalenten Einsatz von TABS sind damit die handhabbaren Heizbzw. Kühllasten beschränkt und sollten auf ein Minimum reduziert werden. Dies bedingt Fenster mit geringem Gesamtenergie-Durchlassgrad und außenseitiger Verschattung zur Reduktion von solaren Einträgen. Eine hochwärmedämmende Gebäudehülle reduziert die Heizlast im Winter. Um bei diesen geringen Temperaturdifferenzen ausreichend Wärme übertragen zu können, ist der Wärmeübergang zwischen aktiviertem Bauteil und Raum zu optimieren. Hier ist viel freie Bauteiloberfläche anzustreben. Decken- und zu dicke Bodenbeläge vermindern den Wärmeübergang und sollten vermieden werden.

Zudem ist die Art der internen Wärmegewinne entscheidend. Wie bereits in Abschnitt 2.1.2 beschrieben, zehren hohe konvektive Lasten einen Großteil des zulässigen Temperaturanstieges auf. Bei zu hohen konvektiven Lasten ist somit eine Grundlüftung zum Abtransport konvektiver Lasten zwingend erforderlich. Wünschenswert sind hohe radiative Lasten (wie z.B. bei Glasfassaden), die direkt in das aktivierte Bauteil transportiert werden.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Raumlufttemperatur und Oberflächentemperatur der Raumumschließungsflächen

#### 2. Grundlagen

Haupteinsatzgebiete thermisch aktivierter Bauteilsysteme sind mehrgeschossige Bürogebäude. Diese weisen ganzjährig einen moderaten Kühl-  $(30-60 \text{ W/m}^2)$  und Heizbedarf (10-30 W/m<sup>2</sup>) auf [3]. Grund dafür ist der große Anteil an verglaster Fassadenfläche, der hohe Grad an Technisierung und die hohen Belegungsdichten. Weil TABS sich hervorragend für die moderate Kühlung eignen, haben sie sich in diesem Gebäudesegment durchgesetzt. Ein anderer Einsatzbereich sind Industrie- und Messehallen. Hier ist der Einsatz von Strahlungsheizungen vorteilhaft, da dadurch die Lufttemperatur niedrig gehalten werden kann. TABS wurden bisher kaum im Wohnbereich eingesetzt. Durch den zunehmenden Kühlbedarf (Technisierung und Klimawandel), die gestiegenen Komfortanforderungen und die strengeren Vorgaben bezüglich der Energieeffizienz für Gebäude wäre der Einsatz von TABS auch in diesem Gebäudesegment erdenklich [3].

### 2.1.4. Vor- und Nachteile von TABS

Neben der bereits beschriebenen Eignung von TABS für die Kombination mit regenerativen Energien mit beschränkten Temperaturniveaus und unstetiger Verfügbarkeit, gibt es noch weitere Vorteile.

Aufgrund der Integration des Wärmeabgabesystems in den Boden oder die Decke haben TABS, sowie auch Fußbodenheizungen keinen Platzbedarf. Auch die Geräuschentwicklung des Heiz- bzw. Kühlsystems wird reduziert. Durch die großen Oberflächen sind TABS prädestiniert für den Kühlbetrieb. Bei entsprechenden Voraussetzungen ist somit ein System für Heizen und Kühlen ausreichend. Weil TABS Strahlungsheizsysteme sind, entfällt die thermische Konditionierung der Raumluft. Unerwünschte Strömungen und Staubaufwirbelungen werden so minimiert. Dies verbessert die Hygiene z.B. in Bezug auf Schimmelpilze oder Hausstaubmilben.

Nachteil von TABS sind die begrenzten Heiz- bzw. Kühlleistungen. Ihr Einsatz ist somit nur bei den entsprechenden baulichen Voraussetzungen möglich. TABS nutzen zudem den zulässigen thermischen Komfortbereich intensiv aus. Wenn annähernd konstante Raumtemperaturen gefordert sind, ist dieses System nicht einsetzbar. Außerdem gestaltet sich aufgrund der trägen Charakteristik die Steuerung bzw. Regelung als schwierig. Die nötigen freien Bauteiloberflächen können zudem zu akustischen Problemen führen [2].

# 2.2. Thermische Behaglichkeit

Das Ziel der Gebäudeheizung- bzw. Kühlung ist das Erzeugen eines behaglichen Raumklimas. Was dabei "behaglich" bedeutet, wird in diesem Abschnitt beschrieben. Damit ein Raum als behaglich empfunden wird, sind mehrere Kriterien zu erfüllen. Thermisch aktivierte Bauteile können den Raum allerdings nur thermisch konditionieren. Im folgenden Abschnitt werden deshalb nur die thermischen Aspekte der Behaglichkeit behandelt. Anforderungen an die Beleuchtung, Akustik und Luftqualität (inklusive zulässiger Luftgeschwindigkeiten) werden nicht betrachtet.

### 2.2.1. Grundlagen

Der Menschen ist ein Lebewesen mit annähernd konstanter Körpertemperatur (homoiotherm). Aufgrund des lebensnotwendigen Metabolismus wird zusätzlich stetig Wärme frei, wodurch der Mensch das physiologische Bedürfnis zur Wärmeabgabe hat. Kann die vom Metabolismus erzeugte Wärme bei optimaler Körpertemperatur an die Umgebung abgegeben werden, wird diese als thermisch behaglich empfunden. Die Wärmeabgabe erfolgt dabei ungefähr zu einem Drittel durch Verdunstung an der Hautoberfläche und durch die Atmung. Der Rest erfolgt durch sogenannte trockene Wärmeabgabe H [6]. Diese umfasst Wärmeleitung, Konvektion und Strahlung. Die trockene Wärmeabgabe hängt (unter Vernachlässigung des lokalen Phänomens Wärmeleitung) von der Luft-  $\vartheta_{ra}$  und mittleren strahlungsrelevanten Temperatur<sup>2</sup>  $\vartheta_{mr}$  und den Wärmeübergangskoeffizienten an der Körper- bzw. Kleidungsoberfläche ab. Welche Temperaturen als behaglich empfunden werden, ist somit von einer Vielzahl an Parametern abhängig. Die wichtigsten davon sind die Tätigkeit (met = metabolic rate<sup>3</sup>), die Bekleidung (*clo* = clothing<sup>4</sup>), die Strömungsgeschwindigkeit der Luft ( $v_{ra}$ ) und die relative Luftfeuchtigkeit ( $\varphi_{ra}$ ).

Eine systematische Untersuchung dieser Einflüsse wurde von Ole Fanger durchgeführt und resultierte im predicted mean vote (*PMV*) Modell zur Bewertung des thermischen Komforts [7]. Dieses PMV-Modell ist die Grundlage vieler Normen für den thermischen Komfort. Es wurde mittels experimenteller Daten aus einer Klimakammer, unter stationären Bedingungen, generiert. Dabei bewerteten Probanden die thermische Behaglichkeit in der Kammer mit einem ganzzahligen Wert zwischen -3 (zu kalt) bis 3 (zu warm). Durch statistische Auswertungen dieses Experiments und das Aufstellen einer Wärmebilanzgleichung für den menschlichen "Durchschnittskörper" wurden die optimalen thermischen Komfortparameter durch eine implizite Gleichung in Beziehung gesetzt:

$$f(\vartheta_{ra}, \vartheta_{mr}, v_{ra}, clo, met, \varphi_{ra}) = 0 = H_{optimal} - H.$$
(2.1)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Die mittlere strahlungsrelevante Temperatur ist die einheitliche Temperatur einer imaginären, schwarz strahlenden Raumumschließung, in der ein Körper den selben Wärmestrom durch Strahlung überträgt, wie in der realen Umgebung.

 $<sup>^{31}</sup>$  met = 58 W/m<sup>2</sup>

 $<sup>41 \</sup>text{ clo} = 0,155 \text{ m}^2 \text{K/W}$ 

#### 2. Grundlagen

In Abbildung 2.3a wurde die Gleichung für verschiedene Raumluft- und Strahlungstemperaturen gelöst. Zur quantitativen Bewertung der Abweichung von den optimalen Bedingungen wurden als Maße für den thermischen Komfort die Größen PMV (*predicted mean vote*) und PPD (*predicted percentage dissatisfied*) eingeführt. Ihr Zusammenhang ist in Abbildung 2.3b dargestellt. Der PMV lässt sich aus der Abweichung zwischen der optimalen trockenen Wärmeabgabe  $H_{optimal}$ und der, unter den gegebenen Bedingungen möglichen, trockenen Wärmeabgabe H berechnen

$$PMV = f(H_{optimal} - H).$$
(2.2)

Ist die Komfortgleichung 2.1 erfüllt, ist der PMV 0 und der PPD 5 % (Abbildung 2.3b). Ein PPD unter 5 % kann nicht erreicht werden.



Abbildung 2.3.: (a) Luft- und mittlere strahlungsrelevante Temperatur bei optimalem Komfort für verschiedene Luftgeschwindigkeiten im Sommer- (0.5 clo) und Winterfall (1 clo); Parameter: 1, 2met, 50 % relative Luftfeuchtigkeit, Luftgeschwindigkeiten 0.05, 0.1 und 0,2 m/s (b) PPD in Abhängigkeit des PMV

#### 2.2.2. Operative Raumtemperatur

Thermischer Komfort kann wie in Abbildung 2.3a dargestellt, durch verschiedene Kombinationen von Luft- und Umschließungsflächentemperaturen erreicht werden. Für eine einfache Bewertung des thermischen Komforts wird deshalb die sogenannte operative (gefühlte) Temperatur  $\vartheta_{op}$  definiert. Die EN ISO 7730 definiert die operative Temperatur  $\vartheta_{op}$  als uniforme Temperatur einer imaginären, schwarz strahlenden Raumumschließung, in welcher eine Person den selben Wärmestrom abgibt, wie in der tatsächlichen nicht einheitlichen Umgebung, sodass gilt

$$\dot{q} = \alpha_{cv} \cdot (\vartheta_{clo} - \vartheta_{ra}) + \alpha_{r} \cdot (\vartheta_{clo} - \vartheta_{mr}) \stackrel{!}{=} (\alpha_{cv} + \alpha_{r}) \cdot (\vartheta_{clo} - \vartheta_{op}).$$
(2.3)

 $\alpha_{cv}$  und  $\alpha_r$  ist der konvektive bzw. radiative Wärmeübergangskoeffizient an der Bekleidungsoberfläche.  $\vartheta_{clo}$  ist die Temperatur, die sich an der Bekleidungsoberfläche einstellt. Aus dieser Bedingung folgt die Definition der operativen Temperatur  $\vartheta_{op}$  zu

$$\vartheta_{op} := \frac{\alpha_{cv} \cdot \vartheta_{ra} + \alpha_r \cdot \vartheta_{mr}}{\alpha_{cv} + \alpha_r} \approx \frac{\vartheta_{ra} + \vartheta_{mr}}{2}, \qquad (2.4)$$

wobei in der Praxis der Mittelwert zwischen Raumluft- und mittlerer strahlungsrelevanter Temperatur verwendet wird. Diese Mittelwert-Approximation ist für niedrige Luftgeschwindigkeiten  $v_{ra} < 0,1 \text{ m/s}$ , gemäßigte physikalische Aktivität (*met* zwischen 1,0 und 3,0) und bei geringer direkter solarer Einstrahlung auf die Bewohner zulässig [8]. Die mittlere strahlungsrelevante Temperatur  $\vartheta_{mr}$ ist ortsabhängig und berücksichtigt die Orientierung, Temperatur und Geometrie unterschiedlicher Oberflächen im Raum in Abhängigkeit des Standpunktes vom Betrachter. Die mittlere strahlungsrelevante Temperatur ist oft schwierig zu bestimmen und wird deshalb durch den mit der Fläche der Umschließungsflächen  $A_{s,i}$  gewichteten Mittelwert der mittleren Oberflächentemperaturen  $\overline{\vartheta}_{s,i}$ approximiert

$$\vartheta_{mr} = \frac{\sum_{\forall i} A_{s,i} \cdot \vartheta_{s,i}}{\sum_{\forall i} A_{s,i}}.$$
(2.5)

Thermisch aktivierte Bauteilsysteme sind Strahlungsheizsysteme, da sie vor allem die Raumumschließungsflächen thermisch konditionieren. Sie erlauben damit das Einstellen einer operativen Temperatur bei niedrigen Lufttemperaturen. Dies reduziert Lüftungs-<sup>5</sup> und Infiltrationsverluste<sup>6</sup>.

### 2.2.3. Komfortbereich und Norm

Die operative Temperatur stellt eine aussagekräftige Größe im Sinne der Behaglichkeit dar. Jeder operativen Temperatur kann ein PPD zugeordnet werden (Abbildung 2.4). Die EN ISO 7730 ist die grundlegende Norm für Komfortanforderungen und kommt im Folgenden zur Anwendung. In ihr wird, wie in den meisten Normen (z.B. Amerikanische ASHRAE 55 oder die Schweizer SIA 382), der Stundenmittelwert der operativen Temperatur für die Bewertung der thermischen Behaglichkeit herangezogen. Aufgrund technischer und ökonomischer Aspekte wird dabei nicht eine konstante Temperatur gefordert, sondern eine obere und untere Schranke für die operative Temperatur vorgegeben. Innerhalb dieses sogenannten Komfortbereiches darf die operative Temperatur schwanken. Dadurch wird ein gewisser Grad an Unzufriedenheit (PPD) in Kauf genommen.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Verluste aufgrund der hygienisch notwendigen Gebäudelüftung

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Verluste aufgrund von Undichtheiten in der Gebäudehülle

#### 2. Grundlagen



Abbildung 2.4.: PPD in Abhängigkeit der operativen Temperatur für verschiedene Bekleidungswerte (1.2met, 50% relative Luftfeuchtigkeit)

Der zulässige Komfortbereich ist dabei im Wesentlichen abhängig von Bekleidung und Tätigkeit der Bewohner. Da die Bekleidung über das Jahr variiert, wird der zulässige Bereich der operativen Temperatur meist in Abhängigkeit einer Referenztemperatur (z.B. Tagesmaximum der Außentemperatur) vorgegeben.

In der EN ISO 7730 werden drei Komfortklassen A, B, C, gemäß den zulässigen PPD-Werten < 6%, < 10%, < 15% definiert. Für Bürogebäude sind dabei die Klassen A und B maßgebend. In der Abbildung 2.5 sind die zulässigen Komfortbereiche nach EN ISO 7730 dargestellt. Diese gelten jeweils für den Heiz-(1 *clo*) bzw. Kühlfall (0.5 *clo*) und Bürotätigkeit (1.2 *met*) [9].

Die Komfortgrenzen sind von technischen Systemen oft schwer einzuhalten. Gerade beim monovalenten Betrieb von TABS kann es zu Verletzungen des Komfortbereichs kommen. Oft wird eine geringe Zahl an Überschreitungen als zulässig erachtet. Zum Beispiel definierte die alte Schweizer Norm 382/1 im Kühlfall bei einer Komfortgrenze von  $28 \,^\circ$ C, Überschreitungen während maximal 100h als zulässig. Wie schwerwiegend eine Komfortverletzung wirklich ist, sagt die Anzahl der Stunden von Überschreitungen allerdings nicht aus. Die Überschreitungen werden im Folgenden deshalb mit der Kelvin-Stunden-Methode (*Kh*) bewertet. Dabei wird die Verletzung des Komfortbereichs in Kelvin mit der Dauer der Verletzung multipliziert. Allerdings gibt es keine allgemein gültige Festlegung der Anzahl erlaubter Kelvin-Stunden. Diese wird meist objektspezifisch von Bauherr und Planer je nach Anforderung festgelegt [3].



Abbildung 2.5.: Komfortbereiche für Bürogebäude nach ISO 7730, Klasse A (< 6 % PPD), B (< 10 % PPD), C (< 15 % PPD)

### 2.2.4. Lokaler thermischer Komfort

PMV und PPD beschreiben das thermische Empfinden des gesamten menschlichen Körpers. Allerdings kann auch das unerwünschte Erwärmen bzw. Kühlen eines bestimmten Körperteils zu sogenanntem lokalem Unbehagen führen. Die wichtigsten Ursachen dafür sind: signifikante Lufttemperatur-Unterschiede zwischen Kopf und Füßen, ein asymmetrisches Strahlungsfeld oder der Kontakt mit einem kalten bzw. zu warmen Fußboden [9].

Da in den Test-Boxen eine deckennahe Bauteilaktivierung eingesetzt wird, sind hauptsächlich die Anforderungen bezüglich der Strahlungsasymmetrie relevant. Als Maß für die Strahlungsasymmetrie gilt der Temperaturunterschied  $\Delta \vartheta_r$  der strahlungsrelevanten Temperaturen der zwei gegenüberliegenden Seiten eines kleinen Flächenelements. Der sitzende Mensch wird dabei mit einem kleinen horizontalen Flächenelement in der Höhe von 0,6 m (stehend mit 1,1 m) über dem Fußboden angenommen [10]. Für gekühlte Deckenflächen ist die zulässige Strahlungsasymmetrie nach EN ISO 7730  $\Delta \vartheta_r < 14$  K und leicht einzuhalten. Das untere Limit für die Deckenoberflächentemperatur  $\vartheta_{cl,s}$  wird somit durch den Taupunkt ( $\approx 17$  °C bei 28 °C Raumtemperatur und einer relativen Feuchte von  $\varphi = 50$ %) bestimmt und wird mit 17 °C angenommen. Eher kritisch sind warme Deckenflächen. Hier beträgt die zulässige Strahlungsasymmetrie nach EN ISO 7730  $\Delta \vartheta_r < 5$  K. Untersuchungen von B. Glück [11] zeigen jedoch, dass Werte bis  $\Delta \vartheta_r < 8$  K ohne Komforteinbußen möglich sind. Das obere Limit für

#### 2. Grundlagen

die Deckenoberflächentemperatur liegt somit, bedingt durch die Strahlungs-Asymmetrie, bei ungefähr 32 °C.

## 2.3. Temperaturregelung

In diesem Abschnitt werden die Regelziele und Aufgaben der Raumtemperaturregelung beschrieben. Dabei wird auch auf die Herausforderungen bei der Regelung von thermisch aktivierten Bauteilsystemen eingegangen. Anschließend wird der aktuelle Stand der Technik beschrieben und die Vorteile einer modellprädiktiven Regelung aufgezeigt.

### 2.3.1. Zielsetzung

Die grundsätzliche Aufgabe thermischer Klimatisierungeinrichtungen ist das Erzeugen bzw. Aufrechterhalten des thermischen Komforts im Gebäude. Der definierte Komfortbereich ist trotzt der wirkenden Störgrößen Außenlufttemperatur, solarer Einstrahlung und interner Lasten einzuhalten. Dazu ist eine Temperaturregelung nötig, die gezielt Wärme zu- bzw. abführt. Zusätzlich müssen Stellgrößenbeschränkungen aufgrund beschränkter Temperaturniveaus und der beschränkten Leistungsfähigkeit der Wärme- bzw. Kälteerzeugungssysteme eingehalten werden.

Der nichtregenerative Primärenergieverbrauch<sup>7</sup> für das Heizen bzw. Kühlen ist zudem zu minimieren. Dies bedingt zum einen die Zufuhr minimaler Heizbzw. Kühlenergiemengen. Dazu sollten die thermische Gebäudedynamik und Störungsprognosen berücksichtigt werden. Zum anderen bedeutet dies auch den Betrieb der Wärmeerzeugungseinrichtungen in optimalen Betriebspunkten bzw. zu Zeiten optimaler Betriebsbedingungen. Da im jetzigen Projektstadium die Wärme- und Kälteerzeugungseinrichtungen noch nicht bekannt sind, erfolgt in dieser Arbeit die Optimierung rein auf Gebäudeebene.

Als letztes Ziel ist der ökonomisch günstige Betrieb zu nennen. Wenn möglich sollte die Regelung günstige Stromtarife berücksichtigen und die Energiekosten für Heizen- und Kühlen minimieren. Eine günstige Inbetriebnahme fordert zudem einfach initialisierbare, evtl. adaptive Regler und Regelstrategien, die sich auf günstigem Equipment und ohne hohen sensorischen Aufwand realisieren lassen.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Energieform, die direkt in der Natur vorkommt und noch keinem Umwandlungsprozess unterworfen wurde.

### 2.3.2. Selbstregeleffekt

Ein wichtiger Effekt, der bei der Regelung von TABS bzw. jeglicher Art von Niedertemperatursystem berücksichtigt werden sollte, ist der sogenannte Selbstregeleffekt. Was man darunter versteht, wird in diesem Abschnitt kurz beschrieben.

Nimmt man eine bauteilaktivierte Decke konstanter und homogener Oberflächentemperatur  $\vartheta_{cl,s}$  an, gilt für die Wärmeabgabe in den Raum

$$\dot{Q} = A_{cl} \cdot \alpha_{cv+r} \cdot (\vartheta_{cl,s} - \vartheta_{op}).$$
(2.6)

Die Wärmeübergangszahl  $\alpha_{cv+r}$  berücksichtigt radiative, sowie konvektive Vorgänge. Bei Niedertemperaturheizsystemen erfolgt die Leistungsabgabe bei geringen Temperaturdifferenzen. Somit haben geringe Änderungen der operativen Raumtemperatur eine signifikante Änderungen der Leistungsabgabe zur Folge. Ändert sich z.B. bei einer Deckenoberflächentemperatur von 24 °C die operative Temperatur von 20 °C auf 21 °C, sinkt die Leistungsabgabe um

$$1 - \frac{A_{cl} \cdot \alpha_{cv+r} \cdot (24 - 21)}{A_{cl} \cdot \alpha_{cv+r} \cdot (24 - 20)} = 25\%.$$
 (2.7)

Bei einem konventionellen Heizsystem mit Radiatoren mit einer Vorlauftemperatur im Bereich von 60 °C würde sich dabei die Leistungsabgabe um nur etwa 2,5 % ändern. Dieser Selbstregeleffekt tritt bei allen Niedertemperaturheizsystemen auf, ist bei der Bauteilaktivierung jedoch besonders ausgeprägt. Durch die hohe thermische Masse ändert sich im Tagesverlauf die Deckenoberflächentemperatur durch die zu- oder abfließenden Wärmeströme nicht wesentlich. Aus regelungstechnischer Sicht kann man den Selbstregeleffekt als P-Regler, mit Verstärkung  $A_{cl} \cdot \alpha_{cv+r}$  betrachten. Ihm sind die Eigenschaften schnelles Reagieren und bleibende Regelabweichung inhärent. Um den Selbstregeleffekt effektiv zu nutzen, sollte die Deckenoberflächentemperatur nahe am thermischen Komfortbereich liegen.

### 2.3.3. Konventionelle Regelstrategien

Die operative Temperatur im Raum reagiert auf die Störgrößen wegen der hohen thermischen Masse des Gebäudes sehr langsam. Den direktesten Einfluss haben die solare Einstrahlung und die internen Lasten. Den signifikantesten Einfluss haben jedoch die Verluste bzw. Einträge aufgrund von Transmission<sup>8</sup>. Aus diesem Grund arbeiten konventionelle Heizungssysteme meist mit statischen Modellen des Gebäudes, die den Einfluss der Außenlufttemperatur auf die Heiz-

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Verluste aufgrund von unerwünschter Wärmeleitung, bedingt durch den Temperaturunterschied zwischen Gebäudeaußen- und Gebäudeinnenseite

#### 2. Grundlagen

bzw. Kühllast beschreiben. Man spricht dabei auch von Außentemperatur geführter Vorlauftemperatur- bzw. Rücklauftemperaturregelung. Dabei wird der Vorlauf- oder Rücklauftemperatursollwert anhand einer Kennlinie (evtl. auch zwei separaten Kennlinien für Heizen und Kühlen), der sogenannten Heizkurve, in Abhängigkeit der Außenlufttemperatur bestimmt. Eine Rückkopplung wird meist durch einen Zweipunkt- oder Hysterese-Regler (z.B. Thermostat-Ventil ) in Abhängigkeit der Referenzgröße (z.B. Raumlufttemperatur, Bauteilkerntemperatur, Bauteiloberflächentemperatur) realisiert. Allerdings lassen sich aufgrund der thermischen Trägheit aktivierter Bauteile Heiz- bzw. Kühlkurven nur schwer einstellen. Die Systeme neigen oft zur Unterkühlung. Eine zuverlässige Methodik zur Auslegung von Heiz- und Kühlkurven für TABS wird in [3] vorgestellt.

Der Vorteil der Methode mit statischen Kennlinien und dem Einsatz eines Zweipunkt-Reglers ist ihre Einfachheit. Die Gebäudedynamik und Störgrößenprognosen bleiben jedoch ungenutzt und bieten Optimierungspotential. Bei stark schwankenden internen Lasten müssen zudem sichere Grenzwerte bei der Auslegung berücksichtigt werden. Es hat sich herausgestellt, dass diese Kennlinien in der Praxis meist sehr konservativ eingestellt sind, was zu einem unnötigen Energieverbrauch führt [3].

## 2.3.4. Modellprädiktive Regelung

Die modellprädiktive Regelung ist in der Lage, beim Einsatz thermisch aktivierter Bauteilsysteme thermischen Komfort zu erzeugen. Darüber hinaus haben verschiedene Arbeiten gezeigt, dass durch den Einsatz der modellprädiktiven Regelung Energieeinsparungen möglich sind [4], [12]–[14].

Die Vorteile der modellprädiktiven Regelung im Gebäudebereich und beim Einsatz von TABS sind:

- Berücksichtigung der thermischen Gebäudedynamik,
- Berücksichtigung von Wetter- und Belegungsprognosen,
- Einfaches Handling von trägen Mehrgrößensystemen, mit inhärenten Stellund Regelgrößenbeschränkungen,
- Formulierung konkurrierender Regelziele in Form einer Kostenfunktion,
- Berücksichtigung von Zeiten niedriger Energiepreise oder optimaler Betriebspunkte der Wärme- und Kälteerzeugungssysteme.

Nachteilig wirkt sich die Rechenintensität der modellprädiktiven Regelung aus, vor allem beim geplanten Einsatz in einfachen Gebäudeautomatisierungssystemen. Zudem ist die Qualität der Regelung entscheidend von der Qualität des verwendeten Streckenmodells abhängig. Hier entsteht somit der Kompromiss zwischen einfachen, approximativen Modellen und komplexen, exakten Modellen. Darüber hinaus gestaltet sich die thermische Modellierung von Gebäuden als aufwändig, was eine Hürde für den praktischen Einsatz der modellprädiktiven Regelung darstellt.

# 3. Frequenzbereichsanalyse der Wetterdaten und des thermischen Bauteilverhaltens

Um die auf das Gebäude wirkenden Störgrößen besser charakterisieren und mit der Trägheit aktivierter Bauteile vergleichen zu können, soll in diesem Abschnitt ihre spektrale Zusammensetzung untersucht werden. Zudem soll das Verhalten des Aktuators thermisches Bauteil für Anregungen mit verschiedener Frequenz überprüft werden. Von diesen Untersuchungen erwartet man sich die Einsicht, in welchen Frequenzbereichen die wesentliche Dynamik anzunehmen ist. Darüber hinaus können sie Aufschluss für die Auslegung von Filtern für Messdaten oder die Größe des bei der MPC nötigen Prädiktionshorizonts geben.

## 3.1. Fourier-Analyse der Wetterdaten

Für die Fourier-Analyse der Wetterdaten wird als Datensatz ein typisches Referenzjahr<sup>1</sup> (*TRY* = *typical reference year*) für Graz verwendet. Darin sind stündliche Werte für die Außenlufttemperatur  $\vartheta_{oa}$  und globale Sonneneinstrahlung  $I_g$  enthalten. In Abbildung 3.1 ist beispielhaft der Verlauf dieser beiden Größen für drei Tage im Sommer in Graz dargestellt.

Zur Untersuchung des Spektrums der beiden Signale, werden diese mittels diskreter Fourier-Transformation (Matlab: *fft*) Fourier transformiert. Die Skalierung der Werte im Spektrum erfolgt dabei so, dass sie den Spitzenwerten der jeweiligen Frequenz im Zeitbereich entsprechen. Aufgrund der Abtastzeit von  $\tau_a = 1$  h ist die maximal auflösbare Frequenz, jene mit der Periodendauer  $\tau_{min} = 2$  h. Die theoretisch kleinste auflösbare Frequenz hängt von der Datensatzlänge ab und beträgt  $f_{max} = \frac{1}{8760}$ . Die resultierenden Spektren sind in Abbildung 3.2 dargestellt.

Wie sich zeigt, sind die relevanten Ergebnisse bei der Außenlufttemperatur  $\vartheta_{oa}$  (Frequenzen mit Amplituden größer als 0,2 °C) ein Gleichanteil von  $\bar{\vartheta}_{oa} =$ 

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Ein typisches Referenzjahr ist ein Wetterdatensatz, der aus Aufzeichnungen von über einem Jahr generiert wird. Er beinhaltet die ganze Bandbreite an wesentlichen Wetterphänomenen, spezifisch für einen Ort



Abbildung 3.1.: Außenlufttemperatur- und Globalstrahlungsverlauf von 3 Tagen im Sommer in Graz



Abbildung 3.2.: Amplitudenspektrum von Außenlufttemperatur (oben) und Globalstrahlung (unten) eines typischen meteorologischen Jahres in Graz

#### 3. Frequenzbereichsanalyse der Wetterdaten und des thermischen Bauteilverhaltens



Abbildung 3.3.: Vergleich der Spektren des Strahlungsverlaufs eines kaum bewölkten (links) mit einem stark bewölkten Tag (rechts) im Sommer

10,49 °C, eine Jahresschwankung von  $\vartheta_{oa,8760} = 10,8$  °C, ein Tagesrythmus  $\vartheta_{oa,24} = 3,55$  °C und einen Sonnenauf- bzw. Untergangszyklus  $\vartheta_{oa,12} = 0,73$  °C.

Ohne atmosphärische Einflüsse (z.B. Wolken) stellt der Tagesverlauf der Globalstrahlung eine Kosinus-Schwingung mit nur positiver Halbwelle dar. Die Dauer der Einstrahlung ist dabei abhängig von der geographischen Lage, sowie der Jahreszeit. Im regulären täglichen Sonnengang finden sich im Vergleich zur Außenlufttemperatur somit eine Reihe höherer Harmonischer. Wie in Abbildung 3.3 ersichtlich begünstigen atmosphärische Bedingungen (z.B. Bewölkung) zusätzlich das Vorhandensein von kürzeren Periodendauern [15]. Die für die Strahlung relevanten Periodendauern reichen somit von 24 h bis zu etwa 4,8 h.

## 3.2. Fourier-Analyse der internen Lasten

In der TRNSYS-Simulation wird ein rechteckiges Belegungsprofil angenommen. Die Raumnutzung erfolgt dabei von 9:00 - 17:00. Die internen Wärmegewinne werden während dieser Zeit konstant mit  $30 \text{ W/m}^2$  angenommen. Zudem wird von einer Aufteilung in 70 % konvektive und 30 % radiative Last ausgegangen. Der Tagesgang, sowie die spektrale Zerlegung des internen Lastganges wird in Abbildung 3.4 dargestellt. Die relevanten Peaks gehen bis in den Bereich von Periodendauern von 2,4 h.



Abbildung 3.4.: Tagesgang (oben) und Amplitudenspektrum (unten) der fiktiven internen Lasten

## 3.3. Betragsgang des aktivierten Bauteiles

Die in diesem Abschnitt angeführten Betrachtungen folgen der Methodik in [16].

Zur Untersuchung des Verhaltens des aktivierten Bauteils kann das EMPA<sup>2</sup>-Modell, entwickelt in [2], herangezogen werden. Dabei wird die eigentlich 3-dimensionale Wärmeleitung im aktivierten Bauteil auf eine 1-dimensionale Wärmeleitung zurückgeführt. Dazu wird eine Temperatur  $\vartheta_c$  eingeführt (Abbildung 3.5), die der mittleren Temperatur in der Rohrebene des Bauteils entspricht. Für den Wärmetransport durch das Bauteil nach oben und unten gilt jeweils die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung für Beton (*cr* = *concrete*)

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\lambda_{cr}}{\rho_{cr}c_{p,cr}} \frac{\partial \vartheta^2}{\partial x^2}.$$
(3.1)

Aktivierte Bauteile werden häufig in Zwischengeschossdecken installiert. In der Test-Box liegt jedoch nur eine bauteilaktivierte Decke vor. Da die andere Seite gegen außen gut isoliert ist, wird der Wärmestrom nach oben  $\dot{q}_{s,1}$  vernachlässigt. Es wird deshalb nur der untere Zweig (2) in Abbildung 3.5 betrachtet.  $\dot{q}_{s,2}$  wird deshalb im Folgenden mit  $\dot{q}_s$  bezeichnet. Die Randbedingungen für die

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Eidgenössische Matrialprüfungs- und Forschungsanstalt in der Schweiz

3. Frequenzbereichsanalyse der Wetterdaten und des thermischen Bauteilverhaltens



Abbildung 3.5.: Modell für eine bauteilaktivierte Zwischendecke nach EMPA

eindimensionale Wärmeleitungsgleichung auf der Rohrseite (x = 0) und der Raumseite (x = d) sind

$$-\lambda_{cr}\frac{\partial\vartheta(0,t)}{\partial x} = \dot{q}_{ws} = \frac{1}{R_x} \cdot (\vartheta_{ws}(t) - \vartheta(0,t)), \qquad (3.2)$$

$$-\lambda_{cr}\frac{\partial\vartheta(d,t)}{\partial x} = \dot{q}_s = \alpha_{cv} \cdot (\vartheta(d,t) - \vartheta_{ra}(t)).$$
(3.3)

Für die so definierte ebene Wand kann die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung im Laplace-Bereich gelöst werden. Es ergeben sich die folgenden Übertragungsfunktionen

$$Ad_{r \to r}(s) = \frac{\dot{q}_s(s)}{\vartheta_{ra}(s)}, \qquad Tr(s) = \frac{\dot{q}_s(s)}{\vartheta_{ws}(s)} = \frac{\dot{q}_{ws}(s)}{\vartheta_{ra}(s)}, \qquad Ad_{w \to w}(s) = \frac{\dot{q}_{ws}(s)}{\vartheta_{ws}(s)}.$$
(3.4)

Die definierten Übertragungsfunktionen (Admittanzen und Transmittanzen) verkörpern thermische Leitwerte mit der Einheit W/m<sup>2</sup>K. Sie beschreiben den sich einstellenden, stationären Wärmestrom in Abhängigkeit der Temperaturanregung. Die Transmittanz beschreibt das Verhältnis von Anregung auf einer Seite des Bauteils und dem sich einstellenden Wärmestrom auf der anderen Seite. Die Admittanz setzt diese beiden Größen auf der gleichen Seite ins Verhältnis.

In Abbildung 3.6 sind die Betragsgänge der Übertragungsfunktionen (3.4) für periodische Temperaturanregungen grafisch dargestellt. Daraus lässt sich die Reaktion des Bauteils auf Anregungen mit verschiedenen Frequenzen im eingeschwungenen Zustand erkennen. Zur Berechnung wurde eine Betonschichtdicke von 5 cm (aufgrund der deckennahen Aktivierung), ein raumseitiger Wärmeübergangskoeffizient von  $\alpha_{cv+r} = 6 \text{ W/m}^2\text{K}$  (gem. ÖNORM B 8110-6) und wasserseitig ein  $R_x = 18 \text{ W/m}^2\text{K}$  [2] angenommen. Zur Berechnung der Übertragungsfunktionen wurden die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung (3.1) örtlich diskretisiert und als Zustandsraummodell in Matlab implementiert. Zum Vergleich des zeitlichen Bauteilverhaltens mit den Größenordnungen der Störun-



Abbildung 3.6.: Betragsgang des aktivierten Bauteils für Anregungen auf der Wasser und Raumseite für eine deckennahe Bauteilaktivierung

gen wurden noch die Linien für die Periodendauern  $\tau = 2$  und  $\tau = 24$  in das Diagramm der Betragsgänge eingezeichnet.

Zum besseren Verständnis werden die zwei Grenzfälle, konstante und hochfrequente Temperaturanregung, angeführt. Schwingungen mit der Periodendauer  $\tau = \infty$  entsprechen einer Anregung mit konstanter Temperatur. Die Wärmekapazität des Bauteils ist im eingeschwungenen Zustand dabei nicht mehr relevant. Der Wärmestrom auf beiden Seiten des Bauteils ist gleich. Dies entspricht stationärer Wärmeleitung (Abbildung 3.6 ganz rechts). Es wird keine Energie im Bauteil zwischengespeichert, der transportierte Wärmestrom ist konstant (Tr = Ad). Bei Periodendauern  $\tau \rightarrow 0$  dringt die Anregung nicht sehr tief in das Bauteil ein und es erwärmt sich allerhöchstens die Bauteiloberfläche. Die Admittanz wird fast ausschließlich vom Wärmeübergangskoeffizienten an der Oberfläche bzw. dem Wärmeleitwiderstand  $R_x$  bestimmt. Die Transmittanz geht gegen Null. Die gesamte Wärme "betritt" und verlässt das Bauteil auf der gleichen Seite (Abbildung 3.6 ganz links). Die Differenz zwischen Admittanz und Transmittanz ist somit ein Maß für die Wärme q<sub>stored</sub> (pro Fläche und Grad Temperaturdifferenz), die während einer Periodendauer im Bauteil zwischengespeichert und nicht auf der gegenüberliegenden Seite wahrgenommen wird.

**Beispiel:** Man kann erkennen, dass Temperaturschwankungen auf der Raumseite im Frequenzbereichen kleiner Transmittanz kaum auf der Wasserseite "wahrgenommen" werden. Bei einer Periodendauer von  $\tau = 1$  h ist  $q_{stored} = Ad_{r \rightarrow r} - Tr =$ 

#### 3. Frequenzbereichsanalyse der Wetterdaten und des thermischen Bauteilverhaltens

 $5,25 - 2,41 = 2,73 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Dies bedeutet, dass ungefähr 45% (bezogen auf den Maximalwert  $6 \text{ W/m}^2\text{K}$ , bestimmt durch die Wärmeübergangszahl) des Wärmestromes nicht die Wasserseite erreicht.

Aus der Berechnung  $q_{stored} = Ad_{w \to w} - Tr = 13,09 - 2,41 = 10,68 \text{ W/m}^2\text{K}$ (~ 60 % Zwischenspeicherung bei einem Maximalwert von 18 W/m<sup>2</sup>K) bei ebenfalls einer Periodendauer von  $\tau = 1$  erkennt man, dass eine Variation der Vorlauftemperatur in diesem Frequenzbereich auch raumseitig nur geringen Einfluss hat. Der häufige Wechsel zwischen Heizen und Kühlen mit hoher Frequenz hat somit allerhöchstens einen Energieaustausch zwischen Heiz- und Kühlsystem zur Folge. Schnelle Raumtemperaturschwankungen können - wenn kein Zusatzsystem vorhanden ist somit nur durch den in Abschnitt 2.3.2 beschriebenen Selbstregeleffekt ausgeglichen werden.

Eine wesentliche Wechselwirkung (nur ~ 30 % Zwischenspeicherung) tritt bei einer Periodendauer von ungefähr 3 h auf. Die Bauteiloberflächentemperatur reagiert auf einen Sprung auf der Wasserseite mit einer Zeitkonstante von ungefähr  $\tau = 2,6$  h.

# 4. Modellbildung der Test-Box

Die modellprädiktive Regelung benötigt ein Streckenmodell zur Prädiktion der Zustands- und Ausgangsgrößen. Die Qualität des Streckenmodells ist dabei von entscheidender Bedeutung für die Qualität der Regelung . Ein Modell, welches die wesentliche thermische Dynamik hinreichend genau abbildet, stellt die größte Hürde beim Einsatz modellpärdiktiver Regelstrategien im Gebäudebereich dar [17]. In diesem Kapitel soll ein thermisches Modell für eine Test-Box aufgestellt werden.

## 4.1. Systembeschreibung

### 4.1.1. Aufbau einer Test-Box

Abbildung 4.1 illustriert den geplanten Aufbau einer Test-Box. Die Box ist so konzipiert, dass sie Tests für Wohn- und Bürogebäude im Heiz- und Kühlfall ermöglicht. Im jetzigen Projektstadium ist der Aufbau der Test-Box jedoch noch nicht exakt festgelegt, nur die gewünschte thermische Charakteristik ist bekannt. Alle nachfolgenden Angaben entsprechen somit dem jetzigen Projektstatus und können sich noch ändern.

Die Test-Box hat etwa die Größe einer Garage und besteht aus Beton und einer Dämmschicht nach außen. Zur Abbildung solarer Einträge ist südseitig ein großes Fenster in der Fassade vorgesehen. Boden und Decke sind Bauteilaktiviert, wobei in dieser Arbeit nur die deckenseitige Aktivierung untersucht wird. Die genaue Platzierung und Art der Sensorik ist im derzeitigen Projektstadium noch nicht festgelegt. Eine Beschreibung der im jetzigen Projektstadium angenommenen physikalischen Test-Box-Parameter ist im Anhang zu finden. Der spezifische Heizwärmebedarf der Box liegt bei 54,4 kWh/m<sup>2</sup>a, bei einer Infiltration von  $n_a = 0,15 h^{-1}$  und einer konstanten internen Last von  $3,75 \text{ W/m}^2$ .

### 4.1.2. TRNSYS-Simulation

Da die Test-Boxen noch nicht errichtet sind, stehen keine Messdaten zur Verfügung.

#### 4. Modellbildung der Test-Box



Abbildung 4.1.: Geplanter experimenteller Aufbau einer Test-Box

In dieser Projektphase wird daher die Simulationssoftware TRNSYS<sup>1</sup> verwendet, um das Verhalten der Test-Boxen zu simulieren. TRNSYS (TRaNsient SYstem Simulation) ist eine Simulationssoftware mit modularem Aufbau, die 1976 an der Universität von Wisconsin zur dynamischen Simulationen von Solaranlagen entwickelt wurde. Modularer Aufbau bedeutet, dass verschiedene Komponenten (Types) mit klar definierten Eingängen, Ausgängen und Parametern zu einem Gesamtsystem verbunden werden. Jeder Type ist in einer prozeduralen Programmiersprache (meist Fortran) realisiert und implementiert die Modellgleichungen der entsprechenden Komponente. Ein übergeordneter Löser für algebraische Gleichungen und Differentialgleichungen<sup>2</sup> berechnet in jedem Zeitschritt eine Lösung des Gesamtsystems mittels der Methode der "sukzessiven Substitution". Sukzessive bedeutet, dass jeweils ein Type nach dem anderen berechnet wird. Die berechneten Ausgänge eins Types können dabei als Eingänge für den nächsten Type fungieren. Da die Type Ein- und Ausgänge miteinander verkoppelt sind, wird dieser Vorgang iterativ ausgeführt, bis sich die berechneten Werte von einer Iteration auf die nächste kaum (definierter Toleranzwert) noch ändern (Abbildung 4.2).

Zur Simulation von Gebäuden stellt TRNSYS den *Type56 - Mehrzonengebäudemodell* zur Verfügung. Das Gebäudemodell im Type56 ist ein nicht geometrisches Bilanzgleichungsmodell mit einem Luft-Knoten pro thermischer Zone<sup>3</sup>. Nicht geometrisch bedeutet, dass TRNSYS nur die Temperatur an gewissen Punkten im Gebäude und kein kontinuierliches Feld der Temperaturverteilung  $\vartheta(x, y, z)$  (wie diese aus FEM oder CFD-Simulationen resultiert) liefert. Die verwendeten mathematischen Modelle des Type56 sind in [18] detailliert erklärt. Die wesentlichen Modellansätze werden hier überblicksmäßig erwähnt, für Details siehe [18]:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>TRNSYS Version 17

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>je nach Type, wird eine der folgenden numerischen Algorithmen zur Lösung der Differentialgleichung verwendet: Modifizierter Euler, Heun Methode oder Adams Methode 4.Ordnung
<sup>3</sup>eine thermische Zone entspricht einem Bilanzraum welcher Luft und evtl. Einrichtungsgegen-



Abbildung 4.2.: Berechnung der Lösung für einen Simulationszeitschritt in TRNSYS mittels sukzessiver Substitution (Quelle: Vorlesung Thermische Anlagen- und Gebäudesimulation (TAGS), FH Pinkafeld, Vortragender: Dr. Schranzhofer)

- Neben dem Luft-Knoten der Raum-Zone gibt es einen Knoten für jede Raumoberfläche, sowie für jede Oberfläche der Gebäudeaußenseite.
- Die dynamische Wärmeleitung durch die Außenwände (zwischen Wand Innen- und Außenknoten) wird mit zeitdiskreten Übertragungsfunktionen (resultierend aus der zeit- und ortsdiskretisierten eindimensionale Wärmeleitungsgleichung) modelliert. Die zeitdiskreten Übertragungsfunktionen werden zu Beginn jeder Simulation entsprechend des jeweiligen Wandaufbaus generiert. Wärmeleitung durch Materialien mit geringer Wärmekapazität wird mittels stationärer Wärmeleitung (z.B. U-Wert) modelliert.
- Der langwellige Strahlungsaustausch zwischen den Innenoberflächen wird durch ein komplexes, sogenanntes Stern-Netzwerk approximiert, welches gute Übereinstimmung mit Simulationsergebnissen aus komplexen Strahlungssimulationen liefert.
- Für die Fenster existieren komplexe thermische, sowie optische Modelle.
- Die thermisch aktivierten Bauteile werden mit dem EMPA-Modell [2] modelliert, welches das Bauteilverhalten auf stationäre Wärmeleitung zwischen Rohrebene und Bauteilkern und eindimensionaler dynamischer Wärmeleitung zwischen Bauteilkern und Bauteiloberflächen zurückführt. Die Berechnung der eindimensionalen Wärmeleitung erfolgt dabei wieder unter der Zuhilfenahme der bereits erwähnten Methode der zeitdiskreten Übertra-

#### 4. Modellbildung der Test-Box

gungsfunktionen. Dieses Modell zeigt, unter Einhaltung gewisser Randbedingungen, gute Übereinstimmungen mit Finite-Elemente-Simulationen.

• Für die Wärmeübergangskoeffizienten sind nichtlineare Kennlinien in Abhängigkeit der Temperaturdifferenz hinterlegt. Damit wird es vermieden, strömungsmechanische Probleme lösen zu müssen.

Die wesentlichen Eingänge des Type56 sind die Außenlufttemperatur, die relative Feuchte der Außenluft, die Strahlungstemperatur des Himmels und die Direktund Diffusstrahlung (für jede Oberfläche des Gebäudes mit zusätzlicher Angabe des Einfallswinkels<sup>4</sup>). Dass TRNSYS bei dynamischen Simulationen gute Ergebnisse liefern kann, wird durch die breite Verwendung in vielen Publikationen untermauert [19].

Unter der Vorgabe der geometrischen und physikalischen Randbedingungen und der Wetterdaten (Type89 - Wetterdatenleser) lassen sich Aussagen über das transiente Verhalten der Zonentemperatur (die Test-Box wurde mit einer Zone modelliert) in der Test-Box treffen. Die TRNSYS-Simulation läuft mit einer Schrittweite von  $\tau_s = 0,125$  h. Die Simulationseinstellungen wurden so gewählt, dass TRNSYS möglichst genaue Ergebnisse liefert, was zu Lasten der Rechenintensität geht. Der Type155 erlaubt die Kopplung von TRNSYS an Matlab. Mit diesem Type kann eine Regelung für die aktivierten Bauteile "direkt" in TRNSYS implementiert und simuliert werden. Als Stellgrößen für die Bauteilaktivierung stehen die Vorlauftemperatur  $\vartheta_{ws}$  und der Massenstrom *m* zur Verfügung. Die wesentlichen Ausgangsgrößen der Simulation sind die operative Temperatur der Test-Box  $\vartheta_{op}$ , die Raumlufttemperatur  $\vartheta_{ra}$ , die Temperaturen der Raumoberflächen  $\vartheta_{s,i}$ , der Wärmestrom in die aktivierten Bauteil  $\dot{Q}_{tabs}$ , die Vor- $\vartheta_{ws}$  und Rücklauftemperatur  $\vartheta_{fo}$  und die Kerntemperatur des aktivierten Deckenbauteils  $\vartheta_c$ . Das TRNSYS-Modell der Test-Box wurde vom Institut für Wärmetechnik zur Verfügung gestellt.

## 4.2. Ziele und Randbedingungen

Von einem Heiz- bzw. Kühlsystem wird maximaler Komfort bei maximaler Energieeffizienz gefordert. Es ist deshalb ein Modell nötig, das die Auswirkungen der Einbringung von Heiz- bzw. Kühlenergie  $\dot{Q}_{tabs}$  auf den thermischen Komfort modelliert. Als Ausgangsgröße wird deshalb die, für den thermischen Komfort repräsentative Größe, operative Raumtemperatur  $\vartheta_{op}$  gewählt. Zusätzlich soll der Einfluss der wesentlichen Störgrößen, die auf die operative Temperatur wirken, modelliert werden. Die wichtigsten Störgrößen sind: (1) die Außenlufttemperatur  $\vartheta_{oa}$ , welche Lüftungs- und Transmissionsverluste bedingt. (2) die kurzwellige

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Type109-Strahlungsumrechner sorgt für die Aufteilung der Globalstrahlung auf die Gebäudeoberflächen, je nach Orientierung
Sonneneinstrahlung  $I_s$  auf die Südseite der Test-Box, welche die Gebäudeoberfläche erwärmt und direkt durch die verglasten Außenflächen auf den Raum wirkt und (3) die inneren Wärmegewinne  $\dot{Q}_g$  verursacht durch Personen oder Gegenstände im Raum. Die gewünschte Modellstruktur mit den für die Regelung erforderlichen Größen ist in Abbildung 4.3 dargestellt.



Abbildung 4.3.: Modell der Regelstrecke mit den relevanten Stör-, Stell-, und Ausgangsgrößen

Die Wärme- bzw. Kälteerzeugungssysteme werden in dieser Arbeit nicht modelliert. Die Temperaturregelung erfolgt rein auf Gebäudeebene. Dies führt zu energetisch suboptimalen Regelstrategien, da optimale Betriebspunkte der Erzeugungssysteme nicht berücksichtigt werden können. Sind die Erzeugungssysteme bekannt und Modelle vorhanden, sind dieses für eine energieoptimale Regelstrategie mit einzubeziehen [20].

Die Stellgröße des Modelles ist die Heiz- bzw. Kühlleistung  $\dot{Q}_{tabs}$ . Alternativ könnten die Stellgrößen Vorlauftemperatur  $\vartheta_{ws}$  und Massenstrom  $\dot{m}$  gewählt werden. Es wird die Stellgröße Heiz- bzw. Kühlleistung bevorzugt, da damit der nichtlineare Wärmeübergangskoeffizient zwischen Heizwasser und Bauteil keine Rolle spielt. Zweitens wird durch diese Festlegung Flexibilität bezüglich der Wahl von  $\vartheta_{ws}$  und  $\dot{m}$  erreicht. Wie diese Größen vorgegeben werden, um die gewünschte Heiz- bzw. Kühlleistung einzubringen, kann als eigenständiges Problem betrachtet werden. Eine Möglichkeit ist eine statische Vorgabe der Form

$$\vartheta_{ws}(t) = \frac{\dot{Q}_{tabs}(t)}{\dot{m}(t) \cdot c_p} + \vartheta_{fo}(t)$$
(4.1)

bei konstantem Massenstrom. Eine alternative Möglichkeit wäre z.B. die Pulsweitenmodulation des Massenstromes [21].

Grundsätzlich ist die thermische Dynamik der Test-Box, aufgrund der starken Temperaturabhängigkeit der Wärmeübergänge, nichtlinear. Da die Wärmeübergangskoffizienten ohne Simulation der Strömung oder Messungen nicht exakt bekannt sind, bringt eine nichtlineare Modellierung keine zusätzliche Genauigkeit. Davon abgesehen sind lineare Modelle aufgrund des theoretischen Fundaments und schneller Solver mit abschätzbarer Rechenzeit für die Kostenfunktion bei der MPC leichter handhabbar. Deshalb soll das thermische Verhalten der Test-Box linear modelliert werden. Zudem soll die Modellordnung "niedrig" gehalten werden. Dies stellt minimale Anforderungen an die praktische Implementierung und Parametrierung in einem Heizungsregler. Auch im Hinblick auf eine adaptive Modellanpassung ist ein lineares Modell niedriger Ordnung vorzuziehen [22].

# 4.3. Thermische Gebäudemodellierung

## 4.3.1. Literaturrecherche

Einen Überblick über die Vielfalt an thermischen Gebäudemodellen in der Literatur findet sich z.B. in [23]. Grundsätzlich unterscheiden sich die Modelle im Grad an Details, sowie der Abhängigkeit von experimentellen Daten. Die Ansätze lassen sich im Wesentlichen in drei Kategorien einteilen: physikalische Modellierung (white-box-modeling), empirische oder datengestütze Modellierung (black-box-modeling) oder eine Kombination dieser beiden Methoden (greybox-modeling).

Physikalische Modelle verwenden meist partielle Differentialgleichungen bzw. ihre numerischen oder analytischen Lösungen. Dies kann zu sehr genauen Ergebnissen führen, stellt aber einen extrem rechenintensiven Vorgang dar. Beispiele dafür sind Simulationsprogramme wie TRNSYS oder EnergyPlus. Für eine Implementierung auf einem Heizungsregler und aufgrund des Modellierungsaufwands ist dieser Ansatz für die Praxis zu komplex [24].

Eine andere Möglichkeit ist die Kombination einfacher physikalischer Modelle für die verschiedenen Gebäudekomponenten zu einem Gesamtmodell. Die daraus resultierenden Modelle besitzen eine hohe Ordnung, die durch eine Methode zur Ordnungsreduktion reduziert werden kann. Dadurch verlieren allerdings die Zustände des Modells ihre Bedeutung. Grundsätzlich ist im Gebäudebereich die Genauigkeit detaillierter, physikalischer Modelle aufgrund unbekannter physikalischer Parameter (z.B. Wärmeübergangskoeffizienten) limitiert. Deshalb erfordert meist auch diese white-box-Modellierung ein gewisses Maß an Parameteridentifikation [25].

Auf der anderen Seite stehen rein empirische Methoden, wie Neuronale-Netze [26], Subspace-Identifikation [17] oder auf Fuzzy-Logik basierende Modelle [27]. Der Nachteil dieser Methoden ist ihre Abhängigkeit von der Datenqualität und Datenmenge. Eine einfache Kontrolle auf physikalische Plausibilität ist dabei nicht gegeben, da die Modellparameter nicht interpretiert werden können. Eine einfache Anpassung an verschiedene Gebäudetypen erfordert aufgrund unbekannter Gebäudeparameter ständige Neuidentifikation. Für Betriebsfälle, die nicht in den Lerndaten vorhanden waren, schneiden diese Modelle schlecht ab. Die hohe Komplexität, die fehlende Einsicht in die Systemmechanismen, nicht intuitive Parameter oder eine Überparameterierung sind der Grund, dass rein physikalische und rein empirische Modelle selten in der Praxis zur Gebäudemodellierung angewandt werden. Die meisten für die MPC-Regelung verwendeten Modelle, bewegen sich daher zwischen diesen beiden Extremen [23]. Die thermische Dynamik ist meist bekannt und wird mit einfachen mathematischen Modellen nachgebildet. Die Modellparameter sind unbekannt und müssen mit einer geeigneten Methode identifiziert werden.

Ein Ansatz aus dieser Kategorie, der in der Praxis häufig Anwendung findet, sind sogenannte RC-Modelle. Ihre breite Verwendung zeigt ihre Anwendbarkeit [16]. Dabei wird das Gesamtgebäude in räumliche Teilbereiche zerlegt. Für die so definierten Volumina können unter Anwendung des 1. Hauptsatzes der Thermodynamik Bilanzgleichungen der zu- und abfließenden Wärmeströme  $\dot{Q}$ formuliert werden. Diese so definierten Bilanzräume nennt man Wärmespeicher oder Knoten. Ihnen wird eine uniforme Temperatur (welche als mittlere Temperatur des Volumens interpretiert werden kann) und eine Wärmekapazität zugewiesen

$$C_n(\vartheta) \cdot \frac{\mathrm{d}\vartheta_n(t)}{\mathrm{d}t} = \sum_{\forall i} \dot{Q}_{i,n}(t).$$
(4.2)

Ist die Wärmekapazität temperaturunabhängig, definiert sie eine lineare Beziehung zwischen der Temperaturzunahme eines Knotens und dem zufließenden Netto-Wärmestrom. Die Wärmeströme, die zwischen zwei Knoten ausgetauscht werden, sind Knotentemperaturabhängig  $\dot{Q}_{i,k} = f(\vartheta_i, \vartheta_k)$ . Im linearen Fall gilt  $\dot{Q}_{i,k} = \frac{1}{R_{i,k}} \cdot (\vartheta_k - \vartheta_i)$ . Durch diese Vorgangsweise gehen die partiellen Wärmeleitungs-Differentialgleichungen in gewöhnliche Differentialgleichungen über. Informationen über Geometrie und Materialbeschaffenheit werden in wenigen Parametern zusammengefasst, weshalb diese Methode auch Methode der konzentrierten Parameter genannt wird.

Die Vorteile von thermischen RC-Modellen sind ihre Einfachheit, die zu einem gewissen Maße interpretierbaren Zustände und Einsicht in die Größenordnung der Parameterwerte. Bereits RC-Modelle mit "geringer Ordnung" können eine akzeptable Prädiktion der Gebäudetemperaturen liefern. Selbst für komplexe Gebäude haben sich zur Temperatur- und Heiz- bzw. Kühllastprädiktion Modellordnungen zwischen zwei und vier als ausreichend erwiesen [28].

### 4.3.2. Der Weg zum RC-Modell

Grundsätzlich ist das thermische Verhalten des Gebäudes und die Qualität und Quantität der verschiedenen Einflüsse zu verstehen. Auf Basis dieser Einsicht kann in einem ersten Schritt die Struktur für das RC-Modell festgelegt werden. Diese Festlegung geht zum Teil Hand in Hand mit den Annahmen, die bei der

vereinfachten Modellierung getroffen werden. Ist die Modellstruktur definiert, können im zweiten Schritt physikalisch sinnvolle Werte für die Parameter berechnet werden. Diese dienen zum einen als Startwerte für die anschließende Parameteridentifikation und zum anderen als Indikator für den Wertebereich, der für einen gewissen Parameter kennzeichnend ist. Dies erlaubt die Definition sinnvoller Parametergrenzen bei der Identifikation. In einem dritten Schritt werden die Parameter der gewählte RC-Struktur, ausgehend von den berechneten Startparametern identifiziert. Als Daten für die Parameteridentifikation werden Simulationsdaten aus TRNSYS verwendet. Die Identifikation selbst wird mittels der *System Identification Toolbox* von Matlab durchgeführt. Anschließend erfolgt eine Validierung des resultierenden Modells anhand definierter Gütekriterien.

Nach der Analyse des thermischen Verhaltens des Gebäudes, werden die vier Schritte: (1) Wahl der Modellstruktur, (2) Definition von physikalischen Initialparametern, (3) Identifikation und (4) Validierung, in den folgenden Abschnitten für zwei Modellstrukturen im Vergleich durchgeführt.

# 4.4. Wärmeübertragung im Gebäude

Die thermischen Faktoren des Raumklimas werden durch die thermische Wechselwirkungen der Gebäudebauteile untereinander, mit dem Gebäudeinneren, sowie der Gebäudeumgebung bestimmt. Die Kenntnis von Qualität und Quantität dieser thermischen Wechselwirkungen ist für die Modellbildung wesentlich und soll in diesem Abschnitt kurz erläutert werden.

# 4.4.1. Vorgänge im Raum

Die inneren Bauteiloberflächen des Raumes können durch folgende Mechanismen Wärme übertragen:

- durch natürliche Konvektion/Wärmeleitung mit der Raumluft,
- durch Austausch von Wärmestrahlung mit anderen Bauteiloberflächen oder sonstigen Oberflächen im Raum,
- Absorption von kurzwelliger Sonneneinstrahlung.

Besteht ein Temperaturgradient zwischen einer Bauteiloberfläche und der Raumluft, wird Wärme durch Konvektion übertragen. Die Raumluft wird wärmer oder kälter, was zu Dichteänderungen in der Luft führt. Aufgrund der Gravitation stellt sich eine Luftströmung ein, welche den Wärmeübergang begünstigt. Der Wärmeübergang, begleitet von dieser sogenannten Konvektionsströmung, wird als natürliche Konvektion bezeichnet. Der sich dabei einstellende Wärmestrom von der Bauteiloberfläche mit der Temperatur  $\vartheta_s$  in die Grenzschicht der Luft lässt sich durch eine Wärmeübergangszahl  $\alpha_{cv}$  beschreiben

$$\dot{Q}_{c} = \alpha_{cv} \cdot A \cdot (\vartheta_{s} - \vartheta_{ra}) = \alpha_{cv} \cdot A \cdot \Delta \vartheta_{s,ra}.$$
(4.3)

Dabei bedeutet  $\vartheta_{ra}$  die Raumlufttemperatur außerhalb der Grenzschicht. Die Wärmeübergangszahl  $\alpha_{cv}$  ist von der sich einstellenden Strömung abhängig. Bei freier Konvektion und bekannten Stoffwerten hängt die Strömung hauptsächlich vom Temperaturgradienten  $\Delta \vartheta_{s,ra}$  und der Geometrie des Raumes ab. Aufgrund der Abhängigkeit des Wärmeübergangs von der sich einstellenden Strömung ist die Wärmeübergangszahl meist nur numerisch oder experimentell zu bestimmen. Werte aus der Literatur für die konvektive Wärmeübergangszahl bei Fußbodenund Deckenheizungen divergieren stark. Für Temperaturdifferenzen zwischen 3 - 5 K liegen die Werte im Bereich von  $\alpha_{cv} \approx 0, 7 - 3 W/m^2 K$  [15].

Die Bauteiloberflächen tauschen untereinander Energie durch Strahlung aus. Besitzt eine Bauteiloberfläche eine gewisse absolute Temperatur  $T_s$  strahlt sie, gemäss dem Stefan-Boltzmann-Gesetz, die Strahlungsenergie

$$\dot{q}_{r,emiss} = \epsilon \cdot \sigma \cdot T_s^4 \tag{4.4}$$

ab.  $\sigma$  ist die Stefan-Bolzmann-Konstante (W/m<sup>2</sup>K), und  $\epsilon$  die sogenannte Emissivität. Die Emissivität hängt ab von der Wellenlänge und Strahlungsrichtung. Diese Abhängigkeiten werden im Folgenden vernachlässigt. Trifft externe Strahlung mit der Intensität *I* auf eine Bauteiloberfläche wird ein gewisser Anteil *a* absorbiert

$$\dot{q}_{r,absorb} = a \cdot I. \tag{4.5}$$

*a* wird dabei als Absorptionsfaktor bezeichnet. Jener Anteil der nicht absorbiert wird, wird entweder transmittiert (durchlässige Oberflächen) oder reflektiert. Für die Berechnung des Netto-Wärmestromes aufgrund von Wärmestrahlung zwischen zwei Oberflächen ist also der von beiden Oberflächen emittierte, reflektierte und absorbierte Anteil zu berücksichtigen. Dabei spielt die Ausrichtung der Oberflächen zueinander eine Rolle. Der Wärmestrom zwischen zwei Oberflächen, unter der Annahme grauer Strahler ( $\epsilon = a$ ), ergibt sich zu

$$\dot{Q}_{r,i\to j} = \sigma \cdot A_{s,i} \cdot \varphi_{i,j} \cdot (\epsilon_{s,i} \cdot T_{s,i}^4 - \epsilon_{s,j} \cdot T_{s,j}^4).$$
(4.6)

Für die Herleitung dieser Beziehung siehe [29]. Der Faktor  $\varphi_{i,j}$  wird als Sichtfaktor bezeichnet und berücksichtigt die Ausrichtung der Flächen zueinander.

Wie in Abbildung 4.4a dargestellt, stehen in einem geschlossenen Raum mehrere Oberflächen unterschiedlicher Temperatur in Wechselwirkung. Zur exakten Berechnung der Wärmeströme wird Gleichung 4.6 für alle Oberflächen ausgewertet. Dadurch ergibt sich ein lineares Gleichungssystem, das die Beziehung zwischen den Oberflächentemperaturen und Wärmeströmen herstellt.



Abbildung 4.4.: Vereinfachte Annahme für den Strahlungsaustausch zwischen den Raumumschließungsflächen

Für eine Modellierung ist dieser Ansatz zu komplex. Nimmt man an, dass alle Raumunschließungsflächen, außer der Oberfläche des aktivierten Bauteils, ungefähr dieselbe Temperatur  $\bar{\vartheta}_s$  aufweisen, kann man das Problem als Strahlungsaustausch einer kleinen Fläche mit einer großen isothermen Umgebung ansehen (Abbildung 4.4b). Dabei werden Reflektionen vernachlässigt und die große Fläche als schwarzer Strahler modelliert [29]. Unter diesen Annahmen ergibt sich der Wärmestrom zu

$$\dot{Q}_r = \epsilon \cdot A \cdot \sigma \cdot (T_{cl}^4 - \overline{T}_s^4). \tag{4.7}$$

Durch Umformung von Gleichung 4.7 mittels binomischer Formeln zu

$$\dot{Q}_r = \alpha_r \cdot A \cdot (T_{cl} - \overline{T}_s) = \alpha_r \cdot A \cdot (\vartheta_{cl} - \vartheta_s)$$
(4.8)

kann eine Wärmeübergangszahl  $\alpha_r$  eingeführt werden

$$\alpha_r = \epsilon \cdot \sigma \cdot (T_{cl} + \overline{T}_s) \cdot (T_{cl}^2 + \overline{T}_s^2) \approx 4 \cdot \sigma \cdot \epsilon \cdot T_m^3.$$
(4.9)

 $T_m$  ist der Mittelwert zwischen  $T_{cl}$  und  $\overline{T}_s$ . Die so definierte radiative Wärmeübergangszahl hängt stark von der absoluten Temperatur der aktiven Bauteiloberfläche und den absoluten Temperaturen der restlichen Umschließungsflächen ab. Da im Gebäudebereich die Temperaturdifferenzen (0-15 K) signifikant kleiner sind als die absoluten Temperaturen ( $\approx 293K$ ), kann  $\alpha_r$  in grober Näherung als konstant angesehen werden. Bei einer Temperatur von 22 °C und einer Emissivität von 0.81, was für Baustoffe eine gute Annahme darstellt [15], ergibt sich  $\alpha_r = 4.71W/m^2K$ . Durch die vorgenommene "Linearisierung" kann man die konvektive und radiative Wärmeübergangszahl zusammenfassen. Man kommt damit ungefähr auf einen Wärmeübergangskoeffizienten von  $\alpha_{cv+r} = 6 W/m^2K$ . Dies ist auch der Wert nach ÖNORM 8110-6 für eine warme Deckenfläche. Tritt kurzwellige Sonneneinstrahlung durch das Fenster auf die Bauteiloberflächen, wird diese dort entweder reflektiert oder absorbiert. Der reflektierte Anteil trifft auf eine andere Bauteiloberfläche, usw. Schlussendlich wird die gesamte eingestrahlte Sonnenenergie, bis auf einen geringen Anteil an Rückstrahlung, absorbiert. Die Absorption der Strahlung an den Bauteiloberflächen hat einen lokalen Temperaturanstieg zur Folge. Dieser bedingt, dass die absorbierte Energie entweder ins Material eindringt, als Infrarotstrahlung zu anderen Oberflächen emittiert wird oder die Raumluft erwärmt. Die eingestrahlte Sonnenenergie wird als Wärmestrom modelliert. Damit wird angenommen, dass der Prozess der Absorption, Reflektion und des Infrarot-Strahlungsaustausches im Vergleich zur Abtastung viel schneller verläuft.

## 4.4.2. Wechselwirkungen mit dem Außenklima

Über die Gebäudefassade ist das Gebäude mit dem Außenklima gekoppelt. Dabei sind folgende Mechanismen an der Gebäudeoberfläche wirksam:

- erzwungene und natürliche Konvektion mit der Außenluft
- Abstrahlung von Infrarotstrahlung
- Sonneneinstrahlung

Grundsätzlich kann man annehmen, dass die Außenfassade immer wärmer ist als die Außenluft. Im Winter aufgrund der Gebäudeheizung, im Sommer aufgrund der Sonneneinstrahlung (eine Ausnahme stellen hier klare Nächte dar).

Aus diesem Grund stellt sich ein Wärmestrom von Gebäudeoberfläche zur Außenluft ein. Aufgrund von Wind dominiert in den meisten Fällen die erzwungene Konvektion. Deshalb ist die konvektive Wärmeübergangszahl auch deutlich höher als im Innenraum. Sie liegt im Bereich von  $\alpha_{cv} \approx 25W/m^2 K$  (z.B. nach der Schweizer Norm SIA 382). Die konvektive Wärmeübergangszahl an der Außenoberfläche geht bei der Verwendung eines fassadenspezifischen U-Werts direkt in die Berechnung von Wärmeströmen ein.

Die Gebäudefassade strahlt ständig Wärme ab. Sie steht in Wechselwirkungen mit anderen Gebäuden, der Erdoberfläche, sowie der Erdatmosphäre. Während es sich bei Gebäuden oder der Erdoberfläche um Festkörper handelt, ist die Erdatmosphäre ein überwiegend gasförmiges Medium. An bewölkten und nebligen Tagen kann sie als Festkörper mit Lufttemperatur modelliert werden. An klaren Tagen ist sie allerdings teil-transparent und verursacht eine geringere Rückstrahlung als ein Festkörper mit Lufttemperatur. Dies kann dadurch berücksichtigt werden, dass an klaren Tagen und Nächten, die Atmosphäre als ein Festkörper mit reduzierter Strahlungstemperatur  $T_{atm} = T_{oa} - [10 - 15]K$  angenommen wird.

In klaren Nächten kann somit die Temperatur der Gebäude-Außenoberfläche unter die der Außenluft sinken [15].

Trifft langwellige solare Strahlung  $I_s$  auf die Gebäudeoberfläche mit der Temperatur  $\vartheta_{s,o}$  wird diese zu einem gewissen Teil  $a_{o,s}$  absorbiert. Dabei dringt jener Anteil  $\dot{Q}$  ins Gebäude ein, welcher weder durch Konvektion an die Außenluft mit der Temperatur  $\vartheta_{oa}$  abgegeben, noch an die Atmosphäre (mit der fiktiven Temperatur  $\vartheta_{atm}$ ) abgestrahlt werden kann

$$\dot{Q} = a_{o,s}I_S - \alpha_{cv} \cdot (\vartheta_{s,o} - \vartheta_{oa}) - \alpha_r \cdot (\vartheta_{s,o} - \vartheta_{atm}).$$
(4.10)

## 4.4.3. Wärmetransport durch die Gebäudehülle

Der Wärmetransport in der Gebäudestruktur selbst erfolgt durch Wärmeleitung (Transmission). Dabei spielen die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  und die spezifische Wärmekapazität c des Wandaufbaus eine wesentliche Rolle. Diese beiden Größen bestimmen, wie tief eine Temperaturschwankung an der Bauteiloberfläche ins Bauteilinnere vordringt und ob diese auf der anderen Seite des Bauteils überhaupt wahrgenommen wird. Ein Gebäude mit dicken Außenmauern ist somit stärker vom Außenklima entkoppelt, als ein Gebäude mit dünnen Mauern. Fenster, die meist eine geringe Wärmekapazität besitzen, transportieren Temperaturänderungen auf der Außenseite relativ schnell nach innen. Die Gleichung, die diesen Sachverhalt der Wärmeleitung beschreibt, ist die sogenannte Wärmeleitungsgleichung.

# 4.5. Grundlegende Annahmen

In diesem Abschnitt werden die wichtigsten Annahmen bei der Modellbildung zusammengefasst:

- Zufließende Wärmeströme werden als positiv, abfließende als negativ definiert. Ein positives  $\dot{Q}_{tabs}$  bedeutet somit den Heizfall.
- Bei der Modellierung wird eine konstante Infiltrationsrate von  $n_a = 0.15 \,\mathrm{h}^{-1}$ angenommen. Lüftungsverluste werden vernachlässigt.
- Die Sonneneinstrahlung auf die Gebäudeoberfläche, welche nicht durch das Fenster dringt, wird vernachlässigt. Im Folgenden wird mit der Größe *I<sub>s</sub>* die Intensität der Globalstrahlung<sup>5</sup> auf die Südseite der Test-Box bezeichnet.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Die Globalstrahlung setzt sich zusammen aus der direkten und diffusen Sonneneinstrahlung. Nur der kurzwellige Anteil der Globalstrahlung ist in der Lage, eine Fensterfläche zu passieren.

- Grundsätzlich sind alle Temperaturen ortsabhängig  $\vartheta(x, y, z)$ . Für die Modellierung wird diese Ortsabhängigkeit vernachlässigt und mit mittleren Temperaturen gerechnet. Wenn z.B. von der Deckenoberflächentemperatur gesprochen wird, ist dies der Temperaturmittelwert über die gesamte Deckenoberfläche.
- Der Wärmeübergang aufgrund von Konvektion und Strahlung wird gemeinsam betrachtet. Dies ist im Gebäudeinneren zulässig, wenn die operative Temperatur verwendet wird. Auf der Gebäudeaußenseite entstehen, bei der Verwendung der Außenlufttemperatur, durch diese Annahme Fehler an klaren Tagen und in klaren Nächten
- Die Wärmeübergangskoeffizienten sind nichtlinear von der Temperatur abhängig. Zusätzlich sind sie von der Richtung des Wärmeübergangs abhängig, wodurch unterschiedliche Wärmeübergangskoeffizienten im Heiz-(Winter) und Kühlfall (Sommer) auftreten. Für die Modellierung werden ganzjährig konstante Wärmeübergangskoeffizienten angenommen. Auch die Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte wird vernachlässigt.
- Es wird angenommen, dass die Temperatur des Bodens unter der Test-Box der Außenlufttemperatur entspricht. Diese Annahme kommt daher, dass die Test-Boxen aufgeständert errichtet werden.
- Die Faktoren Luftfeuchtigkeit, Luftdruck und Luft- bzw. Windgeschwindigkeiten haben Einfluss auf die Wärmeübertragung und die Stoffwerte. Ihr Einfluss wird jedoch im Folgenden vernachlässigt.

# 4.6. Modellstruktur ohne Wandkapazität

In diesem Abschnitt wird ein RC-Modell entwickelt, bei welchem die Wände mit der Raumluft zu einer Gesamtkapazität zusammengefasst werden.

## 4.6.1. Bilanzgleichungen

Die Test-Box wird in die in Abbildung 4.5 dargestellten Bilanzräume bzw. Knoten eingeteilt. Insgesamt werden drei Bilanzräume definiert, woraus ein Modell dritter Ordnung resultiert.



Abbildung 4.5.: Visualisierung der Definition der Bilanzräume für die Test-Box

Für die Modellierung der Wärmeleitung im thermisch aktivierten Bauteil wird dieses in zwei Bilanzräume bzw. Knoten unterteilt. Die erste Schicht umfasst die Rohrebene und die zweite die Überdeckung, die sich zwischen der ersten Schicht und dem Raum befindet. Diesen beiden Schichten werden die mittleren Temperaturen  $\vartheta_c$  (*core*) und  $\vartheta_{cl}$  (*ceiling*) unterstellt. Der dritte Wärmespeicher  $\vartheta_{op}$  soll die Raumluft, etwaige Raumausstattung, einen Teil des Fußbodens und den größten Teil der Wände umfassen. Dieser Knoten soll die operative Raumtemperatur  $\vartheta_{op}$  abbilden.

Der Bauteilkern kann durch die Berohrung beheizt oder gekühlt werden. Der vom zirkulierenden Heiz- bzw. Kühlwasser abgegebene Wärmestrom  $\dot{Q}_{tabs}$  fließt dem Bauteilkern zu. Erwärmt sich der Bauteilkern, fließt aufgrund von Wärmeleitung

ein Wärmestrom  $\dot{Q}_{c,cl}$  in die Betondecke. Somit lautet die Bilanzgleichung für den Bauteilkern

$$C_c \cdot \frac{d\vartheta_c}{dt} = -\dot{Q}_{c,cl} + \dot{Q}_{tabs}.$$
(4.11)

Zur Bestimmung der Wärmekapazität  $C_c$  wird der Bauteilkern als homogene Betonschicht betrachtet. Das Rohrmaterial und die Aussparungen durch die Rohre, werden vernachlässigt. Somit hat der Bauteilkern die Wärmekapazität einer Schicht Beton (Stoffwerte: spezifische Wärmekapazität  $c_{cr}$  und Dichte  $\rho_{cr}$ ) mit der fiktiven Dicke  $d_c$  und der Deckengrundfläche  $A_{fl}$ 

$$C_c = c_{cr} \cdot \rho_{cr} \cdot A_{cl} \cdot d_c = \hat{s}_{cr} \cdot d_c. \tag{4.12}$$

Zur mathematischen Vereinfachung wird hier die materialspezifische Größe  $\hat{s}_{cr} = \rho_{cr} \cdot c_{cr} \cdot A_{cl}$  eingeführt, welche die längenspezifische Wärmespeicherzahl der Betonschicht, bezogen auf die Deckengrundfläche  $A_{cl}$  beschreibt.

Die zweite Deckenschicht verbindet den Bauteilkern mit dem Raum. Ihr fließt vom Bauteilkern der Wärmestrom  $\dot{Q}_{c,cl}$  zu. Die Deckenschicht steht mit dem Raumknoten in Verbindung und tauscht mit diesem den Wärmestrom  $\dot{Q}_{cl,ro}$  aus. Ein Teil dieses Wärmestromes stellt die effektiv an den Raum abgegebene Heizbzw. Kühlleistung dar. Die Gleichung für die Deckenschicht lautet somit

$$C_{cl} \cdot \frac{d\vartheta_{cl}}{dt} = \hat{s}_{cr} \cdot d_{cl} \cdot \frac{d\vartheta_{cl}}{dt} = -\dot{Q}_{cl,ro} + \dot{Q}_{c,cl} + \dot{Q}_{r,cl} + \dot{Q}_{g,cl}.$$
(4.13)

Dabei wurde für die Wärmekapazitätsberechnung  $C_{cl}$  wieder eine homogene Betonschicht mit der fiktiven Decke  $d_{cl}$  angenommen. Ein eventuell vorhandener Deckenbelag wird für die Berechnung von  $C_{cl}$  vernachlässigt, da seine Dicke und seine Wärmekapazität gegenüber jener der Betonschicht vernachlässigbar klein sind. Die Wärmeströme  $\dot{Q}_{r,cl}$  und  $\dot{Q}_{g,cl}$  sind externe Gewinne aus Sonneneinstrahlung und internen Lasten, die direkt auf die Deckenschicht wirken.

Der Raumknoten beschreibt eine mittlere Temperatur  $\vartheta_{ro}$  zwischen Raumluft und Wänden. Mit dem Außenklima steht dieser Raumknoten über die Gebäudefassade in Wechselwirkung. Es ergeben sich hier Wärmeströme aufgrund von Transmission und Infiltration. Diese beiden Wärmeströme werden mit dem Symbol  $\dot{Q}_{l,f}$  (*losses, fassade*) zusammengefasst. Kurzwellige solare Strahlung, die das Fenster passiert, bewirkt ebenfalls einen Wärmeeintrag  $\dot{Q}_{r,ro}$  in den Raumknoten. Zusätzlich zu klimabedingten Wärmeströmen gibt es noch klimaunabhängige interne Wärmegewinne  $\dot{Q}_{g,ro}$  welche durch Personen und Geräte im Raum verursacht werden. Um trotz dieser Umgebungseinflüsse ein moderates Raumklima aufrecht erhalten zu können, wird von der Betondecke eine Heiz- bzw. Kühlleistung  $\dot{Q}_{cl,ro}$  an den Raum übertragen. Berücksichtigt man all diese Wärmeströme in einer Bilanzgleichung, lautet diese für den Raumknoten

$$\bar{\rho}_{ro} \cdot \bar{c}_{ro} \cdot V_{ro} \cdot \frac{d\vartheta_{ro}}{dt} = -\dot{Q}_{l,f} + \dot{Q}_{cl,ro} + \dot{Q}_{g,ro} + \dot{Q}_{r,ro}. \tag{4.14}$$

Die Wärmekapazität des Raumes  $C_{ro}$  ist aufgrund von Einrichtungsgegenständen und unbekannter Dicke des mitberücksichtigen Wandmaterials schwer zu bestimmen. Es wird eine mittlere spezifische Wärmespeicherzahl  $\bar{s}_{ro} = \bar{\rho}_{ro} \cdot \bar{c}_{ro}$ angesetzt. Diese spezifische Wärmespeicherzahl beschreibt die Wärmespeicherfähigkeit von Raumluft, der Einrichtung und dem inkludierten Wandmaterial pro Raum-Volumen  $V_{ro}$ .

Zusammengefasst ergeben sich somit die drei Bilanzgleichungen

$$\hat{s}_{cr} \cdot d_c \cdot \frac{d\vartheta_c}{dt} = -\dot{Q}_{c,cl} + \dot{Q}_{tabs}, \tag{4.15}$$

$$\hat{s}_{cr} \cdot d_{cl} \cdot \frac{d\vartheta_{cl}}{dt} = -\dot{Q}_{cl,ro} + \dot{Q}_{c,cl} + \dot{Q}_{g,cl} + \dot{Q}_{r,cl}, \qquad (4.16)$$

$$\bar{s}_{ro} \cdot V_{ro} \cdot \frac{d\vartheta_{ro}}{dt} = -\dot{Q}_{l,f} + \dot{Q}_{cl,ro} + \dot{Q}_{g,ro} + \dot{Q}_{r,ro}.$$
(4.17)

### 4.6.2. Wärmeströme und Zustandsraummodell

Mit der Annahme, dass die zwischen den Knoten ausgetauschten Wärmeströme linear von der Differenz der Knotentemperaturen abhängig sind, lassen sich die Wärmeströme schreiben als

$$\dot{Q}_{c,cl} = UA_{c,cl} \cdot (\vartheta_c - \vartheta_{cl}), \qquad (4.18)$$

$$\dot{Q}_{cl,ro} = UA_{cl,ro} \cdot (\vartheta_{cl} - \vartheta_{ro}), \qquad (4.19)$$

$$\dot{Q}_{l,f} = UA_{l,f} \cdot (\vartheta_{ro} - \vartheta_{oa}).$$
(4.20)

Die Wärmeeinträge in das Gebäude durch die Strahlung auf das südseitige Fenster der Box ergeben sich durch den Gesamtdurchlassgrad (g-Wert) und die Fläche des Fensters

$$\dot{Q}_r = g \cdot A_{wi} \cdot I_s. \tag{4.21}$$

Es wird angenommen, dass sich der Gesamtenergieeintrag durch Strahlung und interne Lasten auf den Raumknoten und den Deckenknoten aufteilt. Dazu werden sogenannte Absorptionsfaktoren  $\gamma$  eingeführt. Damit ergibt sich für die Energieeinträge aufgrund von Strahlung

$$\dot{Q}_{r,cl} = (1 - \gamma_r) \cdot \dot{Q}_r, \tag{4.22}$$

$$\dot{Q}_{r,ro} = \gamma_r \cdot \dot{Q}_r. \tag{4.23}$$

Für den Energieeintrag aufgrund der internen Lasten wird angenommen:

$$\dot{Q}_{g,cl} = (1 - \gamma_g) \cdot \dot{Q}_{g'} \tag{4.24}$$

$$\dot{Q}_{g,ro} = \gamma_g \cdot \dot{Q}_g. \tag{4.25}$$

#### 4.6. Modellstruktur ohne Wandkapazität



Abbildung 4.6.: Thermisches RC-Modell der Test-Box für das Modell ohne Wandkapazität

Mit diesen Annahmen ergibt sich der Koppelplan wie in Abb. 4.6 dargestellt.

Wenn nur der Wärmestrom  $\hat{Q}_{l,f}$  und kein anderer Einfluss auf den Raum wirkt, schreibt sich die Bilanzgleichung für den Raumknoten  $\vartheta_{ro}$  als

$$\bar{s}_{ro} \cdot V_{ro} \cdot \frac{d\vartheta_{ro}}{dt} = -UA_{l,f} \cdot (\vartheta_{ro} - \vartheta_{oa}).$$
(4.26)

Berechnet man die Übertragungsfunktion dieser Differentialgleichung, erkennt man, dass diese einem Tiefpass mit der Zeitkonstante  $\tau_{ro}$  entspricht

$$G_{\vartheta_{oa} \to \vartheta_{ro}}(s) = \frac{1}{s \cdot \tau_{ro} + 1} \cdot \vartheta_{oa}(s), \qquad \tau_{ro} = \frac{\bar{s}_{ro} \cdot V_{ro}}{UA_{l,f}}.$$
(4.27)

Die Größenordnung der Zeitkonstante  $\tau_{ro}$  ist intuitiver als die der Wärmekapazität des Raumes  $C_{ro}$ , da sie in etwa der sogenannten Gebäudezeitkonstanten<sup>6</sup> entspricht. Deshalb wird die Zeitkonstante  $\tau_{ro}$  als Parameter für das Modell verwendet.

Fasst man die sich so ergebenden Gleichungen in einem System gekoppelter gewöhnlicher Differentialgleichungen zusammen, erhält man ein Zustandsraum-

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>die Gebäudezeitkonstante beschreibt die Reaktion der Temperatur im Gebäude bei einem Sprung in der Außenlufttemperatur

modell dritter Ordnung der Form

$$\begin{bmatrix} \dot{\vartheta}_{c} \\ \dot{\vartheta}_{cl} \\ \dot{\vartheta}_{ro} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{UA_{c,cl}}{\hat{s}_{cr} \cdot d_{c}} & \frac{UA_{c,cl}}{\hat{s}_{cr} \cdot d_{c}} & 0 \\ \frac{UA_{c,cl}}{\hat{s}_{cr} \cdot d_{cl}} & -\frac{UA_{c,cl} + UA_{cl,ro}}{\hat{s}_{cr} \cdot d_{cl}} & \frac{UA_{cl,ro}}{\hat{s}_{cr} \cdot d_{cl}} \\ 0 & \frac{UA_{cl,ro}}{\tau_{ro} \cdot UA_{l,f}} & -\frac{UA_{cl,ro} + UA_{l,f}}{\tau_{ro} \cdot UA_{l,f}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta_{c} \\ \vartheta_{cl} \\ \vartheta_{ro} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 1\\ \hat{s}_{cr} \cdot d_{c} \\ 0\\ 0 \end{bmatrix} \dot{Q}_{tabs} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1 - \gamma_{r}) \cdot g}{\hat{s}_{cr} \cdot d_{cl}} & \frac{1 - \gamma_{g}}{\hat{s}_{cr} \cdot d_{s}} \\ \frac{1}{\tau_{ro}} & \frac{\gamma_{r} \cdot g}{\tau_{ro} \cdot UA_{l,f}} & \frac{\gamma_{g}}{\tau_{ro} \cdot UA_{l,f}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta_{oa} \\ I_{s} \\ \dot{Q}_{g} \end{bmatrix} .$$

Dieses Zustandsraummodell besitzt die Zustandsgrößen Kerntemperatur  $\vartheta_c$ , Deckentemperatur  $\vartheta_{cl}$  und Raumtemperatur  $\vartheta_{ro}$ . Die einzige Eingangsgröße des Modells ist  $\dot{Q}_{tabs}$  und die modellierten Störgrößen sind  $\vartheta_{oa}$ ,  $I_s$ ,  $\dot{Q}_g$ .

Das so definierte Gebäudemodell benötigt die 9 Parameter  $d_c$ ,  $d_{cl}$ ,  $\tau_{ro}$ ,  $UA_{c,cl}$ ,  $UA_{cl,ro}$ ,  $UA_{l,f}$ , g,  $\gamma_r$ ,  $\gamma_g$ .

### 4.6.3. Initiale Paramterwerte

Für die vorher beschriebene Modellstruktur werden in diesem Abschnitt physikalisch motivierte Parameter bestimmt. Dabei wird von der Gebäudegeometrie, den physikalischen Eigenschaften des Gebäudes und der Einsicht in die Wärmetransportmechanismen ausgegangen. Für einige Parameter lassen sich relativ einfach sinnvolle Werte festlegen, bei anderen ist dies etwas schwieriger.

Zur Abschätzung der Fassadenverluste  $UA_{l,f}$  wird vom statischen Fall ausgegangen. Diese ergeben sich aufgrund von Transmission, sowie durch Infiltration. Zur Berechnung der Wärmeströme aufgrund von Transmission wird der U-Wert der Fassade verwendet. Multipliziert mit der Netto-Fassadenfläche  $A_f$  ergibt er den wirksamen Wärmeleitwert der Außenmauern. Weil sich der U-Wert des Fensters  $U_{wi}$  von dem der Fassade  $U_f$  unterscheidet wird dieser seperat berücksichtigt

$$UA_{l,f,trans} = U_f \cdot A_f + U_{wi} \cdot A_{wi}.$$
(4.29)

Für die Infiltration wird angenommen, dass das gesamte ausgetauschte Luftvolumen von Außenlufttemperatur  $\vartheta_{oa}$ , auf Raumlufttemperatur  $\vartheta_{ra}$  erwärmt werden muss. Die dafür nötige Wärme lässt sich mit der spezifischen Wärmekapazität der Luft  $c_a$  berechnen

$$Q_a = c_a \cdot \rho_a \cdot V_a \cdot (\vartheta_{ra} - \vartheta_{oa}) \approx c_a \cdot \rho_a \cdot V_a \cdot (\vartheta_{ro} - \vartheta_{oa})$$
(4.30)

Bei der Approximation wurde die Raumlufttemperatur mit der Temperatur des Raumknotens gleichgesetzt. Geschieht dieser Luftwechsel  $n_a$ -mal pro Stunde wird zum Ausgleich der Wärmeverluste die Leistung  $\dot{Q}_{inf} = n_a \cdot Q_a$  benötigt. Dadurch ergibt sich ein äquivalenter Wärmeleitwert für die natürliche Belüftung von

$$UA_{l,f,inf} = \frac{Q_{inf}}{\Delta \vartheta_{r,oa}} = n_a \cdot c_a \cdot \rho_a \cdot V_a.$$
(4.31)

Für den Fassadenleitwert fasst man die beiden Leitwerte für Transmission und Infiltration zusammen

$$UA_{l,f} = UA_{l,f,trans} + UA_{l,f,inf}.$$
(4.32)

Zur Abschätzung der Wärmeleitwerte  $UA_{c,cl}$  und  $UA_{cl,ro}$  wird auch vom statischen Fall ausgegangen. Der Gesamtleitwert zwischen Bauteilkern und Raumknoten ist

$$UA_{c,ro} = \frac{1}{\hat{R}} = \left(\alpha_{cl,ro} \cdot A_{fl} + \frac{\lambda_{cr} \cdot A_{fl}}{d_{cl}}\right)^{-1}.$$
(4.33)

Der erste Term beschreibt den Wärmeübergang zwischen Deckenoberfläche und Raum. Der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_{cl,ro}$  beinhaltet den konvektiven und radiativen Wärmeübergang. Der zweite Term beschreibt die Wärmeleitung durch das Bauteil. Für das RC-Modell soll der Wärmeleitwert  $UA_{c,ro}$  in die zwei Teilwärmeleitwerte  $UA_{c,cl}$  und  $UA_{cl,ro}$  zerlegt werden, sodass der Gesamtleitwert erhalten bleibt. Dabei wird der Wärmeübergang von Decke zu Raum vollständig  $UA_{cl,ro}$  zugerechnet. Der Wärmeleitwert aufgrund von statischer Wärmeleitung durch das Bauteil wird mittels eines Faktors aufgeteilt. Es wird angenommen, dass die Deckentemperatur viel näher an der Kerntemperatur liegt, als an der Raumtemperatur. Aus diesem Grund wird eine Aufteilung des Wärmeleitwiderstandes in  $\frac{1}{3}$  von Kern zu Bauteil und  $\frac{2}{3}$  von Bauteil zu Raum gewählt

$$UA_{c,cl} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\lambda_{cr} \cdot A_{fl}}{d_{cl}}$$
(4.34)

$$UA_{s,r} = \left(\frac{1}{h_{cl,r}A_{fl}} + \frac{1}{3} \cdot \frac{d_{cl}}{\lambda_{cr} \cdot A_{fl}}\right)^{-1}.$$
(4.35)

Für den Absorptionsfaktor der internen Lasten wird  $\gamma_g = 0.7$  aufgrund der bekannten Charakteristik der internen Last (70% konvektiv und 30% radiativ gewählt. Der Absorptionsfaktor für die solare Einstrahlung  $\gamma_r$  beschreibt, wie

viel der durch das Fenster gelangten langwelligen Sonneneinstrahlung direkt auf den Raumknoten wirkt. Dieser Wert ist schwer abzuschätzen. Es wird  $\gamma_r = 0.6$  angenommen.

Die effektive Dicken des Bauteilkerns  $d_c$  wird mit dem Rohrdurchmesser abgeschätzt:  $d_c = 3$  cm. Die effektive Dicke der Decke  $d_{cl}$ , wird mit der Dicke der Überdeckung angenommen:  $d_{cl} = 5$  cm. Die Gebäudezeitkonstante der Test-Box ist bekannt und liegt bei 150 h. Der Wert  $\tau_{ro}$ , der nur annähernd die Gebäudezeitkonstante beschreibt (in etwa Zeitkonstante für ein Gebäude ohne Dach), wird etwas darunter liegen. Es wird  $\tau_{ro} = 100$  h geschätzt.

Die sich mit diesen Annahmen berechneten Parameterwerte befinden sind im Anhang.

## 4.6.4. Modellsimulation

Die Abbildung 4.7 zeigt den Vergleich einer TRNSYS-Simulation mit der Simulation des RC-Modells. Das RC-Modell wurde mit den physikalisch motivierten Parametern parametriert.

Man sieht, dass die Kerntemperatur  $\vartheta_c$  recht gut abgebildet wird. Die Temperatur des Raumknotens  $\vartheta_{ra}$  folgt jedoch nur schlecht der operativen Test-Box-Temperatur  $\vartheta_{op}$ . Dies liegt daran, dass im Raumknoten die Außenwände integriert wurden. Die Raumknotentemperatur weist somit eine wesentlich trägere Dynamik als die operative Temperatur auf.



Abbildung 4.7.: Qualitativer Vergleich des Modells mit physikalisch motivierten Parametern mit den Simulationsdaten für drei Tage im Sommer in Graz

# 4.7. Modellstruktur mit Wandkapazität

Im Vergleich zum im vorherigen Abschnitt definierten Modell wird eine zweite Modellstruktur untersucht. Dabei wird die thermische Kapazität der Wand aus dem Raumknoten ausgegliedert. Damit soll das Manko der vorherigen Struktur behoben werden. Schnelle Schwankungen der operativen Temperatur sollten dadurch besser modelliert werden. Damit die Modellordnung dabei nicht steigt, wird das aktivierte Bauteil mit nur einer Wärmekapazität modelliert.

## 4.7.1. Bilanzgleichungen

Die bei dieser Modellstruktur verwendete Aufteilung der Test-Box in Bilanzräume ist in Abbildung 4.8 dargestellt.



Abbildung 4.8.: Definition der Bilanzräume bzw. Knoten beim Modell mit separater Wandkapazität

Die Bilanzgleichungen für das aktivierte Bauteil  $\vartheta_{cl}$  ergeben sich analog zum Modell ohne Wandkapazität. Auf die Decke wirkt eine Heiz- und Kühlleistung  $\dot{Q}_{tabs}$ , Wärmezu- und Abflüsse an die Raumluft  $\dot{Q}_{cl,ra}$ , ein Teil der externen Solarstrahlung  $\dot{Q}_{r,cl}$  und ein Teil der internen Lasten  $\dot{Q}_{g,cl}$ 

$$\hat{s}_{cr,cl} \cdot d_{cl} \cdot \frac{d\vartheta_{cl}}{dt} = -\dot{Q}_{cl,ra} + \dot{Q}_{r,cl} + \dot{Q}_{g,cl} + \dot{Q}_{tabs}.$$
(4.36)

 $d_{cl}$  ist die effektive Dicke der Betondecke.

Der zweite Bilanzraum  $\vartheta_{ra}$  soll die Raumluft umfassen. Wechselwirkungen des Raumluftknotens bestehen mit dem aktivierten Bauteil  $\dot{Q}_{cl,ra}$ , den Außenwänden  $\dot{Q}_{ra,w}$  und einem Teil der externen solaren  $\dot{Q}_{r,ra}$  und internen Lasten  $\dot{Q}_{g,ra}$ . Zusätzlich wird noch ein Wärmestrom, hervorgerufen durch Infiltration  $\dot{Q}_{l,inf}$ berücksichtigt. Dieser Wärmestrom beschreibt eine direkte, statische Kopplung zwischen Innen- und Außenklima, die von der trägen, thermischen Dynamik der Außenwände unabhängig ist. Damit schreibt sich die Bilanzgleichung der Raumluft als

$$c_a \cdot \rho_a \cdot V_a \cdot \beta \cdot \frac{d\vartheta_{ra}}{dt} = \dot{Q}_{cl,ra} + \dot{Q}_{ra,w} + \dot{Q}_{l,inf} + \dot{Q}_{r,ra} + \dot{Q}_{g,ra}.$$
(4.37)

Die Wärmekapazität dieses Knotens wird als Wärmekapazität der Raumluft, multipliziert mit einem Faktor  $\beta$ , angenommen. Dieser Faktor ist die Veränderliche bei der anschließenden Parameteridentifikation. Er beschreibt die Kapazität des Raumluftknotens in Vielfachen der tatsächlichen Raumluftkapazität.

Die Bilanzgleichung für den Wandknoten beschreibt die Wärmeleitung durch die Außenbauteile. Er beschreibt somit die Kopplung zwischen Raumlufttemperatur  $\vartheta_{ra}$  und Außenlufttemperatur  $\vartheta_{oa}$ . Die Bilanzgleichung für den Wandaufbau ergibt sich zu

$$\hat{s}_{cr,f} \cdot d_w \cdot \frac{d\vartheta_w}{dt} = -\dot{Q}_{ra,w} + \dot{Q}_{w,oa}.$$
(4.38)

Die Wärmekapazität  $C_w$  wird mit einer auf die Fassadenfläche bezogene Wärmespeicherzahl von Beton  $\hat{s}_{cr,f}$  modelliert. Diese ergibt sich aufgrund der Stoffwerte des Wandaufbaus. Die auf der Oberfläche der Außenwände sitzende Dämmschicht mit ihrer geringen Wärmekapazität wird vernachlässigt. Der Parameter  $d_w$  wird als effektive Wanddicke bezeichnet.

Die Wärmeströme werden, analog zum Modell ohne Wandkapazität, als linear angenommen. Die Einwirkung der Außenlufttemperatur auf die Raumluft wird dabei auf zwei Arten berücksichtigt: eine dynamische Einwirkung der Außentemperatur aufgrund von Transmission über die massive Wand und eine schnelle Einwirkung mit vernachlässigbarer Dynamik über die Infiltration, sowie Wärmeleitung durch die Fenster mit geringer Wärmekapazität. Es ergibt sich ein thermisches Netzwerk, wie in Abbildung 4.9 dargestellt.



Abbildung 4.9.: Thermisches RC-Modell der Test-Box mit dynamischer und statischer Kopplung an die Umgebung

Fasst man alle Gleichungen in einem Zustandsraummodell zusammen, erhält man:

$$\begin{bmatrix} \dot{\vartheta}_{cl} \\ \dot{\vartheta}_{ra} \\ \dot{\vartheta}_{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{UA_{cl,ra}}{\hat{s}_{cr,cl} \cdot d_{cl}} & \frac{UA_{cl,ra}}{\hat{s}_{cr,cl} \cdot d_{cl}} & 0 \\ \frac{UA_{cl,ra}}{c_{a} \cdot \rho_{a} \cdot V_{a} \cdot \beta} & -\frac{UA_{cl,ra} + UA_{w,ra} + UA_{l,i}}{c_{a} \cdot \rho_{a} \cdot V_{a} \cdot \beta} & \frac{UA_{w,ra}}{c_{a} \cdot \rho_{a} \cdot V_{a} \cdot \beta} \\ 0 & \frac{UA_{ra,w}}{\hat{s}_{cr,f} \cdot d_{w}} & -\frac{UA_{w,oa} + UA_{ra,w}}{\hat{s}_{cr,f} \cdot d_{w}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta_{cl} \\ \vartheta_{ra} \\ \vartheta_{w} \end{bmatrix} + (4.39)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{s}_{cr,cl} \cdot d_{cl}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{Q}_{tabs} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-\gamma_r) \cdot g}{\hat{s}_{cr,cl} \cdot d_{cl}} & \frac{1-\gamma_g}{\hat{s}_{cr,cl} \cdot d_{cl}} \\ \frac{UA_{l,i}}{c_a \cdot \rho_a \cdot V_a \cdot \beta} & \frac{\gamma_r \cdot g}{c_a \cdot \rho_a \cdot V_a \cdot \beta} & \frac{\gamma_g}{c_a \cdot \rho_a \cdot V_a \cdot \beta} \\ \frac{UA_{w,oa}}{\hat{s}_{cr,f} \cdot d_w} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta_{oa} \\ I_s \\ \dot{Q}_g \end{bmatrix}$$

Dieses Gebäudemodell benötigt damit die 10 Parameter  $d_{cl}$ ,  $d_w$ ,  $\beta$ ,  $UA_{cl,ra}$ ,  $UA_{ra,w}$ ,  $UA_{w,oa}$ ,  $UA_{l,i}$ ,  $\gamma_r$ ,  $\gamma_g$  und g.

Da dieses Modell die operative Temperatur nicht direkt abbildet, wird sie durch Mittelwertbildung aus  $\vartheta_{ra}$  und  $\vartheta_w$  gebildet. Die Deckentemperatur wird ebenfalls als Systemausgang geführt. Sie soll bei der Identifikation mit der Bauteilkern-

temperatur abgeglichen werden. Damit ist die Ausgangsgleichung des Zustandsraummodells

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} \vartheta_{cl} \\ \vartheta_{op} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta_{cl} \\ \vartheta_{ra} \\ \vartheta_{w} \end{bmatrix}.$$
(4.40)

### 4.7.2. Initiale Parameterwerte

Bei der Dimensionierung der Wärmeleitwerte wird analog dem Modell ohne Wandkapazität vorgegangen. Der Leitwert  $UA_{l,i}$  beschreibt statische Wärmeeinträge aufgrund von Infiltration und Transmission durch Fensterflächen

$$UA_{l,i} = n_a \cdot c_a \cdot \rho_a \cdot V_a + U_{wi} \cdot A_{wi}. \tag{4.41}$$

Für das thermische Bauteil und die Raumankopplung wird angenommen

$$UA_{cl,r} = \left(\alpha_{cl,ra} A_{cl} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\lambda_{cr} \cdot A_{cl}}{d_{cl}}\right)^{-1}.$$
(4.42)

Für den Wandaufbau werden die Werte aus der Arbeit von G. Masy [30] angenommen. Dieser schlägt eine Aufteilung des statischen Gesamtwärmeleitwiderstandes des Wandaufbaus im Verhältnis  $0, 96 \cdot R_w$  und  $0, 04 \cdot R_w$  vor. Der statische Wandwärmeleitwiderstand der Wand berechnet mit sich mit der Fassadenoberfläche  $A_f$ , sowie Dicke und Wärmeleitfähigkeit der Isolierschicht  $d_{w,iso}, \lambda_{w,iso}$  zu

$$R_w = \frac{A_f \cdot \lambda_{cr}}{d_{w,cr}} + \frac{A_f \cdot \lambda_{iso}}{d_{w,iso}}.$$
(4.43)

Weiters wird in [30] für die Wärmekapazität der Wand  $C_w = 0,89 \cdot C_{w,statisch}$ vorgeschlagen. Nach Gleichung 4.38 wird somit die effektive Dicke der Wand  $d_w$ mit 89% der tatsächlichen Dicke der Wand  $d_{w,real}$  angesetzt

$$d_w = 0,89 \cdot d_{w,real}.$$
 (4.44)

Wie in [30] beschrieben, weist der fiktive Wandaufbau dadurch ein ähnliches dynamisches thermisches Verhalten auf wie ein Wandaufbau, der mit eindimensionaler dynamischer Wärmeleitungsgleichung modelliert wird (Angleichung des Frequenzganges).

Für die Absorptionsfaktoren wird wie vorher  $\gamma_g = 0.7$  und  $\gamma_r = 0.6$  angenommen. Der Faktor *m* wird mit m = 5 als Startwert abgeschätzt.

# 4.7.3. Modellsimulation

Abbildung 4.10 zeigt den Vergleich des physikalischen Modells mit der TRNSYS-Simulation. Die operative Temperatur wird nun besser approximiert, dafür gibt es stärkere Abweichungen bei der Deckentemperatur.

# 4.8. Parameteridentifikation

Zur Parameteridentifikation sind eine Modellstruktur, Daten zur Identifikation und eine Identifikationsmethodik erforderlich. Während die Modellstruktur der thermischen Gebäudedynamik bereits festgelegt wurde, werden in diesem Abschnitt das Experiment zur Datengenerierung und die Identifikationsmethodik beschrieben.

## 4.8.1. Experiment

Für die Parameteridentifikation sind Datensätze nötig. Dabei müssen Verläufe für  $\dot{Q}_{tabs}$ ,  $\vartheta_{oa}$ ,  $I_s$  und  $\dot{Q}_g$  definiert werden. Die Vorgaben für die Eingangs- und Störgrößen sollten die Ausgangsgrößen in ausreichendem Maße anregen. Dazu wurde die folgende Wahl getroffen:

Die Störgrößen  $\vartheta_{oa}$  und  $I_s$  werden durch einen Wetterdatensatz für Graz vorgegeben, damit diese Signale realistische Wettercharakteristika aufweisen. Für  $\dot{Q}_g$  wird ein rechteckiges Belegungsprofil, wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, verwendet.

Die operative Raumtemperatur  $\vartheta_{op}$  soll im Bereich zwischen 21 °C und 28 °C schwanken, damit der gesamte Komfortbereich abgedeckt wird. Ein breiterer Schwankungsbereich ist aus Identifikationssicht wünschenswert, aufgrund der Nichtlinearität der Wärmeübergänge jedoch nicht sinnvoll. Da aktivierte Bauteile zeitweise rein passiv (*floating*) betrieben werden, sollten auch die Identifikationsdaten diesen Betriebsfall abbilden.

Um die gewünschten Eigenschaften zu erreichen, wird die Stellgröße  $\dot{Q}_{tabs}$  nach der in Abbildung 4.11 dargestellten Methodik generiert. Die Vorlauftemperatur  $\vartheta_{ws}$  wird durch eine Heizkurve in Abhängigkeit der Außenlufttemperatur  $\vartheta_{oa}$  bestimmt. Ein Zweipunktregler für den Massenstrom sorgt für den gewünschten Auslenkungsbereich der operativen Raumtemperatur und für das Eintreten des rein passiven Betriebs.

Es werden Ganzjahres-Simulationen durchgeführt, damit Datensätze für alle Jahreszeiten zur Verfügung stehen. Diese Ganzjahres-Datensätze werden anschließend in verschiedene Perioden aufgeteilt. Dabei umfasst eine Periode 6 Wochen, wovon jeweils die mittleren 4 Wochen für die Identifikation verwendet werden.



Abbildung 4.10.: Qualitativer Vergleich des Modells mit physikalisch motivierten Parametern mit den Simulationsdaten für 3 Tage im Sommer in Graz



Abbildung 4.11.: Experiment zur Datenakquisition für die Parameteridentifikation

In Tabelle 4.1 sind die verschiedenen Datensätze aufgelistet. Periodenstart- und -ende liegen dabei symmetrisch zur Periodenmitte mit  $\pm 3$  Wochen. Die generierten Datensätze werden neben Identifikationszwecken, auch zur Validierung genutzt.

Kürzel	Name	Periodenmitte [h]
WC	winter cold	1116
ts	transition spring	2202
sm	summer moderate	3750
sh	summer hot	5202
tf	transition fall	6852
wm	winter moderate	7752

Tabelle 4.1.: Tabelle der Identifikations- und Validierungsdatensätze

Insgesamt wurden drei separate Jahressimulationen durchgeführt. Somit stehen zu jeder Periode drei Datensätze zur Verfügung: (1) jeweils eine Simulation ohne Sonneneinstrahlung und interne Lasten, (2) eine Simulation ohne interne Lasten und (3) eine Simulation bei der alle Störgrößen wirken. Zur Kennzeichnung der aktiven Störgrößen werden die in der Tabelle 4.2 darstellten Indizes verwendet.

Index	aktive Störgrößen
1	$I_s$ aus, $\dot{Q}_g$ aus
2	$I_s$ ein, $\dot{Q}_g$ aus
3	$I_s$ ein, $\dot{Q}_g$ ein

Tabelle 4.2.: Tabelle zur Erklärung der Indizes der Identifikations-Datensätze

Der Datensatz mit der Bezeichnung  $sh_2$  bezeichnet somit jene Simulation mit der Periodenmitte 5202, wobei die Strahlung aktiv, die internen Lasten jedoch deaktiviert sind.

### 4.8.2. Methode und Algorithmus

Zur Paramteridentifikation wird die *System Identification Toolbox* von Matlab verwendet. Sie bietet mit *idgrey*-Modellen, die Möglichkeit parametrierte Zustandsraummodelle zu identifizieren. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Daten von einem Modell der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\theta) \, \mathbf{x} + \mathbf{B}(\theta) \, \mathbf{u} + \mathbf{K}(\theta) \, \mathbf{e} \tag{4.45}$$

$$y = C(\theta) x + D(\theta) u + e$$
(4.46)

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0(\theta),\tag{4.47}$$

generiert werden. Der Parametervektor wird dabei mit  $\theta$  bezeichnet. Dass dieses Modell das Systemverhalten bei bekannten Eingangsgrößen exakt vorhersagen kann, ist unrealistisch. Es gibt immer Einflüsse, die im Modell nicht berücksichtigt werden. Aus diesem Grund wird die Größe e(t) eingeführt. Sie beschreibt dabei jene Einflüsse auf x(t) und y(t), die nicht durch u(t) erklärt werden können. Im *System Identification User's Guide* werden die Eigenschaften von e(t) als mittelwertfreies, gaussverteiles Weißes-Rauschen mit einer Kovarianzmatrix  $\Lambda$ beschrieben.

Die Parametrierung der Matrizen *A*, *B*, *C* und *D* wird, wie in den Abschnitten 4.6.2 und 4.7.1 beschrieben, vorgenommen. Bei der Parametrierung des Anfangszustands wird jeweils jener Zustand, der nicht aus der TRNSYS-Simulation resultiert ("nicht messbar"), als Identifikationsparameter geführt. Für das Modell ohne Wandkapazität (1) und mit Wandkapazität (2) ist diese Parametrierung

$$x(0)_{1} = \begin{bmatrix} \vartheta_{c}(0) \\ \theta_{cl} \\ \vartheta_{op}(0) \end{bmatrix}, \qquad x(0)_{2} = \begin{bmatrix} \vartheta_{c}(0) \\ \vartheta_{op}(0) \\ \theta_{w} \end{bmatrix}.$$
(4.48)

Die Simulationsdaten liegen in digitaler Form vor. Das kontinuierliche Modell (4.45) muss für die Identifikation diskretisiert werden. Dazu wird eine Vorwärts-Euler Approximation verwendet

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = (\boldsymbol{I} + \tau_s \boldsymbol{A}) \, \boldsymbol{x}_k + \tau_s \, \boldsymbol{B} \, \boldsymbol{u}_k. \tag{4.49}$$

Diese Approximation ist für kleine Abtastzeiten  $\tau_s$  zulässig. Zu große Abtastzeiten  $\tau_s$  bei der Diskretisierung können dazu führen, dass aus einem stabilen kontinuierlichen Modell, ein instabiles zeitdiskretes Modell resultiert. Bei der vorgegebenen TRNSYS-Zeitschrittweite von 0,125 h, hängt die Stabilität des zeitdiskreten Systems von den Eigenwerten  $\lambda_{A,i}$  der Matrix *A* des zeitkontinuierlichen Systems ab. Die Stabilitätsbedingung lautet

$$|1 + \tau_s \cdot \lambda_{A,i}| \le 1, \ i = 1, \dots, n.$$
 (4.50)

Es ist somit durch die Beschränkung der zulässigen Parameterwerte sicherzustellen, dass die Eigenwerte von *A* den zulässigen Bereich  $\lambda_{A,i} \in [0,4]$  nicht verlassen.

Zur Parameterschätzung wird das Gütefunktional  $J(\theta)$  des mittleren quadratischen Fehlers zwischen dem Ausgang des parametrierten Zustandsraummodelles  $y_{ssm}$  und den Werten der TRNSYS-Simulation  $y_{trnsys}$  minimiert:

$$\theta = \arg\min_{\theta} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} ||\boldsymbol{y}_{ssm,i}(\theta) - \boldsymbol{y}_{trnsys,i}||^2.$$
(4.51)

Für die Identifikation des Modelles ohne Wandkapazität erfolgt dabei die folgende Zuordnung der Zustandsraum-Ausgänge zu den Daten von TRNSYS

$$\boldsymbol{y}_{ssm} = \begin{bmatrix} \vartheta_{c,ssm} \\ \vartheta_{ro,ssm} \end{bmatrix} \leftrightarrow \boldsymbol{y}_{trnsys} = \begin{bmatrix} \vartheta_{c,trnsys} \\ \vartheta_{op,trnsys} \end{bmatrix}.$$
(4.52)

Für das Modell mit Wandkapazität wird die Zuordnung

$$\boldsymbol{y}_{ssm} = \begin{bmatrix} \vartheta_{cl,ssm} \\ \vartheta_{op,ssm} \end{bmatrix} \iff \boldsymbol{y}_{trnsys} = \begin{bmatrix} \vartheta_{c,trnsys} \\ \vartheta_{op,trnsys} \end{bmatrix}$$
(4.53)

gewählt.

Die Matlab-Funktion, die für die Identifikation verwendet wurde, ist *pem*. Sie verwendet (aufgrund der nicht messbaren Zustände und nichtlinearen Parametrierung der Systemmatrizen) einen nichtlinearen Least-Squares-Algorithmus, des Gauss-Newton-Types. Diese Algorithmen sind rechenintensiv und erfordern, aufgrund der Konvergenz zu lokalen Minima, initiale Parameterwerte, die in der Umgebung der gesuchten Lösung liegen. Die Identifikationsprozedur liefert die Parameterwerte. Darüber hinaus erhält man, nach der Identifikation, Informationen über die Störung e, in Form der Matrix K und  $\Lambda$ .

Die Parameteridentifikation wird für das Modell ohne und mit Wandkapazität durchgeführt. Dabei erfolgt die Identifikation jeweils mit einem der sechs, im vorherigen Abschnitt beschriebenen, Datensätze. Um das Identifikationsergebnis gegen lokale Minima (aufgrund der nichtlinearen Kostenfunktion) "abzusichern", wird die Identifikationsprozedur im Folgenden jeweils auf zwei Arten durchgeführt:

- 1. Es wird das Modell mit einem Datensatz, bei dem alle Störgrößen aktiv sind (Index 3), identifiziert, wobei mit dem physikalisch motivierten Modell gestartet wird
- Es wird mit dem physikalisch motivierten Modell gestartet. Die Identifikation erfolgt jedoch sukzessive mit den Datensätzen 1, 2 und 3, in der Reihenfolge 1 → 2 → 3. Der resultierende Parametervektor einer Identifikation, wird dabei jeweils als Startparametervektor für die folgende Identifikation verwendet.

Der Startparameterdatensatz stellt in den folgenden Diagrammen jeweils den ersten Index dar. So ist z.B. das Modell  $sh_{i,3}$  jenes, das mit dem Datensatz  $sh_3$  identifiziert wurde, wobei mit physikalischen Initialparametern (Index *i*) gestartet wurde.

# 4.8.3. Ergebnis der Identifikation

In diesem Abschnitt werden das Identifikationsergebnis und die identifizierten Parameter diskutiert.

## Modell ohne Wandkapazität

Im Radarplot in Abbildung 4.12 werden die beiden Identifikationswege (1) und (2) für den Datensatz *sh* und für das Modell ohne Wandkapazität verglichen. Die Parameter  $\gamma_g$ ,  $\gamma_r$  und *g* wurden bei Identifikation mit Datensätzen, bei denen die entsprechende Störung inaktiv war, im Radarplot auf Null gesetzt. Sie besitzen in diesen Fällen keine Bedeutung.

Wie man in Abbildung 4.12 erkennen kann, resultieren beide Identifikationswege in demselben Parametersatz (rote und grüne Kurve sind deckungsgleich). Dieses Ergebnis zeigt sich bei der Identifikation mit allen Datensätzen. Es kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die vom Identifikationsalgorithmus gefundene Lösung ein sinnvolles (zwingendermaßen nicht jedoch ein physikalisch realistisches) Optimum darstellt.

Einige der identifizierten Parameter weichen nur wenig von den physikalisch motivierten Parametern ab. Dies sind g,  $\gamma_g$ ,  $UA_{l,f}$ ,  $UA_{cl,r}$ . Bis auf  $UA_{cl,r}$  sind dies jene physikalischen Parameter, die durch den statischen Fall leicht abschätzbar sind. Bei den restlichen Parametern gibt es zum Teil signifikante Abweichungen. Sehr signifikant ist die Abweichung bei  $UA_{cl,c}$ . Es scheint, dass die hier angenommene Kopplung zwischen Bauteilkern und Decke überschätzt wurde. Auch  $\gamma_r$  ist größer als die anfangs angenommenen 60 %. Dies lässt sich dadurch erklären, dass der Raumknoten auch Boden und Außenwände enthält und somit den Großteil der Energie aufnimmt. Dem System scheint außerdem eine viel



#### Modell ohne Wandkapazität, sh

Abbildung 4.12.: Modell ohne Wandkapazität: Resultierende Parameter bei der Identifikation mit dem Datensatz *sh* 

höhere Trägheit, als anfangs angenommen, inhärent zu sein. Die effektive Dicke des Bauteilkerns  $d_c$  änderte sich von 2 cm auf 4 cm, die effektive Dicke der Decke sogar von 10 cm auf 22 cm. Auch die Zeitkonstante  $\tau_r$  steigt, trotz minimal größerem Fassadenleitwert  $UA_{Lf}$  von 100 h auf 140 h.

Abbildung 4.13 zeigt die aus der Identifikation resultierenden Parameter für die sechs verschiedenen Datensätze im Vergleich. Bis auf einen signifikanten Ausreißer bei  $d_c$  bei der Identifikation mit wm liegen die Ergebnisse nicht sehr weit auseinander. Grundsätzlich sind für Sommer und Winter und somit auch für die Zwischensaisonen unterschiedliche Parameter zu erwarten. Dies liegt daran, dass sich die Wärmeübergänge im Winter (Heizfall) signifikant von jenen im Sommer (Kühlfall) unterscheiden.

Auch in diesem Plot erkennt man die signifikante Fehleinschätzung von  $UA_{c,cl}$ . Die Identifikation mit allen Datensätzen liefert hingegen ein eindeutiges Ergebnis für  $UA_{c,cl}$ . Für die Kerndicke  $d_c$  weichen die identifizierten Parameter für *sm* und *sh* signifikant von den anderen Datensätzen ab. Die größte Streuung weist der Parameter  $\gamma_r$  auf.

Im Anhang D.1 ist der qualitative Vergleich (zeitliche Verläufe) des Modells  $sh_3$  mit der TRNSYS-Simulation für die Datensätze sh und wc gezeigt. Wie dort zu erkennen ist und bereits angesprochen wurde, kann das Modell den "konvektiv bedingten Spitzen" der operativen Temperatur nicht folgen (fehlende Charakteristik). Über lange Perioden und im Mittel sagt jedoch das identifizierte Modell die Raum- und Deckenkerntemperatur korrekt vorher.



Abbildung 4.13.: Modell ohne Wandkapazität: Vergleich der identifizierten Parameter, resultierend aus der Identifikation mit den sechs verschiedenen Datensätzen

### Modell mit Wandkapazität

Im Radarplot in Abbildung 4.14 sind wieder die beiden Identifikationswege (1) und (2) für den Datensatz *sh* dargestellt, diesmal jedoch für das Modell mit Wand-kapazität. Wie vorher wurden die Parameter  $\gamma_g$ ,  $\gamma_r$  und *g* bei der Identifikation mit entsprechend inaktiver Störung im Radarplot auf Null gesetzt.

Wie beim Modell ohne Wandkapazität enden hier wieder beide Identifikationsprozeduren im selben Parameterdatensatz. Die identifizierten Parameter, die nahe den physikalischen Parametern liegen sind  $UA_{cl,ra}$ , g,  $\gamma_g$  und  $\gamma_r$ . Im Vergleich zum Modell ohne Wandkapazität ist  $\gamma_r$  nun deutlich niedriger, da die Wandkapazität vom Raumknoten abgespalten wurde. Wieder ist eine höhere Trägheit als angenommen zu beobachten. Allerdings fallen die Abweichungen deutlich geringer aus, als beim Modell ohne Wandkapazität. Beide Wandleitwerte des Wandaufbaus  $UA_{ra,w}$  und  $UA_{w,oa}$  wurden zu groß angenommen.

Abbildung 4.15 vergleicht Parameter resultierend aus der Identifikation mit den sechs verschiedenen Datensätzen. Auch hier zeigt sich, wie im vorherigen Plot ein ähnliches Bild. Die Parameter  $d_w$  (bis auf einen Ausreißer bei wc),  $d_{cl}$ , g,  $\gamma_r$ ,  $UA_{cl,ra}$  und  $\gamma_g$  sind bei allen Identifikationsdatensätzen sehr ähnlich und liegen nahe den physikalischen Parametern.

Die Parameter  $UA_{w,oa}$  und  $UA_{l,i}$ , die den dynamischen und statischen Wärmeeintrag in das Gebäude beschreiben, variieren jedoch sehr stark. Für die Datensätze *sh*, *sm* und *wm* ergeben sich für  $UA_{w,oa}$  und  $UA_{l,i}$  ähnliche Werte, genauso wie



Abbildung 4.14.: Modell mit Wandkapazität: Resultierende Parameter bei der Identifikation mit dem Datensatz *sh* 

für die Datensätze bei wc, ts, tf. Die Modellierung bzw. Parametrierung der Außenfassade auf diese Weise, scheint nicht eindeutig. Abhilfe könnte die Fixierung vom einem der Parameter  $UA_{w,oa}$ ,  $UA_{ra,w}$  oder  $UA_{l,i}$  schaffen. Auch der Parameter m zeigt eine große Streuung. Wie sich bei Experimenten mit dem Parameter gezeigt hat, ist das Modell generell sehr empfindlich auf Änderungen dieses Parameters. Zu kleine Werte für  $\beta$  resultieren in Instabilitäten.



Abbildung 4.15.: Modell mit Wandkapazität: Resultierende Parameter bei der Identifikation mit den sechs verschiedenen Identifikationsdatensätzen

Generell wirkt das Modell mit Wandkapazität schwieriger zu parametrieren. Im Anhang D.2 sind auch für dieses Modell, nach Identifikation mit *sh*, die zeitlichen Verläufe gezeigt. Wie erwartet, werden die "konvektiven Raumtemperaturspitzen" nun besser abgebildet.

# 4.9. Validierung

In diesem Abschnitt werden Gütemaße für die Modellqualität definiert und berechnet. Dabei erfolgt die Validierung der Modelle gegen die bereits definierten Identifikationsdatensätze. Auch das physikalisch motivierte Modell wird validiert, um ein Gefühl für seine Qualität zu bekommen und um die Verbesserungen durch die Parameteridentifikation beurteilen zu können.

## 4.9.1. Gütemaße

Zur Beurteilung der Qualität der identifizierten Modelle werden die Gütemaße Fit, mittlere absolute Abweichung und Über- bzw. Unterschätzung berechnet.

Das Gütemaß "Fit" wird für jeden Ausgang  $y_i$ , gemäß der System Identification Toolbox von Matlab, definiert als

$$f_i = 100 \cdot \left(1 - \frac{|\boldsymbol{y}_{ssm,i} - \boldsymbol{y}_i|}{|\boldsymbol{y}_i - \bar{\boldsymbol{y}}_i|}\right). \tag{4.54}$$

 $y_{ssm,i}[k]$  ist dabei der Ausgang des identifizierten Modells.  $y_i[k]$  sind die Werte aus dem Validierungsdatensatz.  $\bar{y}_i$  ist der Mittelwert des Ausgangs *i* der Validierungsdaten. Die einzelnen Werte  $y_{ssm,i}[k]$  und  $y_i[k]$  werden in Signalvektoren  $y_i$ und  $y_{ssm,i}$  zusammengefasst. Der *Matlab System Identification User's Guide* erklärt dieses Maß als: Prozentsatz, der angibt, wie viel der Ausgangsänderung durch das Modell erklärt werden kann.

Die mittlere absolute Abweichung beschreibt den mittleren absoluten Fehler zwischen Modell und Validierungsdaten. Mit der Definition des Residuums  $\epsilon[k] = y_{ssm}[k] - y[k]$  schreibt sich die mittlere absolute Abweichung als

$$\bar{\epsilon}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} |y_{ssm,i}[k] - y_i[k]|.$$
(4.55)

Dieser Fehler ist auch ein gewisses Maß für die Robustheit eines Modells: ein Modell, das in der Lage ist, alle Validierungsdatensätze mit einer geringen absoluten Abweichung wiederzugeben, wird als robust in einer Vielzahl von Umständen angenommen. Zusammen mit der mittleren absoluten Abweichung werden die Maße Unterschätzung (*underestimation*) bzw. Überschätzung (*overestimation*) definiert. Diese Maße geben an, wie viel das Modell maximal über bzw. unter den Validierungsdaten liegt. Die Über- und Unterschätzung wird definiert als

$$\epsilon_{\min,i} = \min_{k} \epsilon[k], \qquad \epsilon_{\max,i} = \max_{k} \epsilon[k].$$
 (4.56)

Die Überschätzung  $y_{ssm} > y$  hat durch diese Definition ein positives, die Unterschätzung  $y_{ssm} < y$  ein negatives Vorzeichen.

#### 4.9.2. Validierung des Modells ohne Wandkapazität

In diesem Abschnitt werden die Gütemaße für das Modell ohne Wandkapazität graphisch dargestellt. Der Fit ist in Abbildung 4.16 dargestellt, die mittlere absolute Abweichung in Abbildung 4.17 und die Über- bzw. Unterschätzung in Abbildung 4.18.

Das physikalisch motivierte Modell schneidet bei der Raumtemperatur  $\vartheta_{ro}$  für die Fälle *wc*, *ts* und *wm* sehr schlecht ab (Fit von 0% - Abbildung 4.16), weist aber für Sommer/Herbst (*sm*, *sh* und *tf*) Fits im Bereich zwischen 20 und 40% auf. Die Tatsache, dass der Sommer/Herbst von diesem Modell besser abgebildet wird, spiegelt sich auch nach der Identifikation wieder. Die Fits für die Raumtemperatur liegen nach der Identifikation zwischen 38 und 59% im Sommer/Herbst und zwischen 8 und 23% im Winter/Frühling (Abbildung 4.16). Dabei neigt das Modell generell, mit  $\bar{\epsilon}_{\vartheta_{ro},min} \approx -2$ °C etwas mehr zur Unterschätzung der Raumtemperatur, als zur Überschätzung  $\bar{\epsilon}_{\vartheta_{ro},min} \approx -1,8$ °C. Im mittel weicht die Raumtemperatur  $\vartheta_{ro}$  um ungefähr  $\bar{\epsilon}_{\vartheta_{ro}} \approx 0,8$ °C ab. Bemerkenswert ist zudem,



Abbildung 4.16.: Modell ohne Wandkapazität: Fit in % in Abhängigkeit von Identifikations- und Validierungsdatensatz, schwarze Linie: Mittelwert für einen Identifikationsdatensatz



Abbildung 4.17.: Modell ohne Wandkapazität: Mittlere absolute Abweichung in Abhängigkeit von Identifikations- und Validierungsdatensatz, schwarze Linie: Mittelwert für einen Identifikationsdatensatz



Abbildung 4.18.: Modell ohne Wandkapazität: Over- und Underestimation in °C in Abhängigkeit von Identifikations und Validierungsdatensatz, schwarze Linie: Mittelwert für einen Identifikationsdatensatz

Ausgang	Fit	mittlere Abweichung	Unterschätzung	Überschätzung
$\vartheta_c$	81%	0,3 °C	−0,68 °C	0,80 °C
$\vartheta_r$	36 %	0,8 °C	−2,40 °C	0,74 °C

Tabelle 4.3.: Validierungsergebnisse für das Modell ohne Wandkapazität und mit dem Datensatzwm

dass das Modell für den Datensatz tf besser abschneidet, als für den Datensatz sh, mit dem es identifiziert wurde.

Bei der Kerntemperatur  $\vartheta_c$  werden vom Initialmodell im Sommer/Herbst Fits bis zu 60% erreicht, im Winter liegt diese Werte hingegen nur zwischen 4 und 10%. Die Parameteridentifikation bringt auch für die Kerntemperatur deutliche Verbesserungen. Mit allen Identifikationsdatensätzen werden Modelle mit einem Fit der Kerntemperatur von über 60% erreicht. Die mittlere Abweichung im Durchschnitt ist 0,4 °C. Die Über- bzw. Unterschätzung liegt zwischen -2 und 2 °C. Bei den Modellen identifiziert mit *wc* und *ts* treten allerdings Unterschätzungen von bis zu -4 °C auf. Der Datensatz, der sich damit am schlechtesten für die Identifikation eignet ist *tf*. Der Datensatz, der die besten Ergebnisse in allen Kategorien, liefert ist *wm*. Die Gütemaße für diesen Identifikationsdatensatz sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst. Die Validierungsdaten zeigen, dass das System ohne Wandkapazität die Kerntemperatur deutlich besser abbildet, als die Raumtemperatur.

## 4.9.3. Validierung des Modells mit Wandkapazität

In diesem Abschnitt werden die Gütemaße für das Modell mit Wandkapazität graphisch dargestellt. Der Fit ist in Abbildung 4.19 dargestellt, die mittlere absolute Abweichung in Abbildung 4.20 und die Über- bzw. Unterschätzung in Abbildung 4.21.

Die Abbildungen zeigen, dass das Initialmodell höhere Fits aufweist, als das Initialmodell ohne Wandkapazität. Dabei wird über das ganze Jahr ein relativ konstanter Fit erreicht. Nach der Parameteridentifikation liegen die Fit-Werte für die Deckentemperatur  $\vartheta_{cl}$  und operative Raumtemperatur  $\vartheta_{op}$  im Bereich von 60 bis 80 %. Es werden für die Deckentemperatur mittlere absolute Abweichungen im Bereich von 0,3 bis 0,5 °C erreicht. Für die operative Temperatur liegen diese zwischen 0,2 und 0,3 °C. Man kann erkennen, dass dieses Modell die Raumtemperatur deutlich genauer abbildet. Dafür ist der Fit der Deckentemperatur etwas schlechter. Dies ist auch dadurch bedingt, dass die Deckentemperatur  $\vartheta_{cl}$  nicht direkt der Bauteilkerntemperatur  $\vartheta_c$  entspricht, gegen die sie identifiziert und validiert wurde. Der Identifikationsdatensatz, der hier das beste Ergebnis liefert, ist *wc*. Die Werte, die mit diesem Modell erreicht werden, sind in Tabelle 4.4 dargestellt.

# 4.10. Zusammenfassung

Im vorangehenden Kapitel wurden die physikalischen Vorgänge im Gebäude diskutiert und darauf aufbauend zwei thermische RC-Modelle für die Test-Box entworfen.

Durch den Vergleich zweier Modellstrukturen wurde die Auswirkung verschiedener Festlegungen für die Bilanzräume bzw. Knoten demonstriert. Das Modell ohne Wandkapazität war z.B. nicht im Stande, schnellen Änderungen der operativen Raumtemperatur zu folgen, da im Raumknoten die Außenwände mit integriert wurden. Das aktive Bauteil wurde hier jedoch durch zwei Knoten modelliert, wodurch die Kerntemperatur besser abgebildet wurde. Das Modell mit Wandkapazität hingegen modelliert das aktive Bauteil mit nur einem Knoten. Dafür wurde der Raumknoten in einen Wand- und einen Raumluftknoten aufgeteilt. Dieses Modell ist in der Lage, die operative Temperatur besser abzubilden.

Ausgang	Fit	mittlere Abweichung	Unterschätzung	Überschätzung
$\vartheta_c$	71%	0,32 °C	−1,14 °C	1,63 °C
$\vartheta_r$	72 %	0,23 °C	−0,83 °C	0,63 °C

Tabelle 4.4.: Validierungsergebnisse für das Modell mit Wandkapazität und mit dem Datensatz *wc* 



Abbildung 4.19.: Modell mit Wandkapazität: Fit in % in Abhängigkeit von Identifikations und Validierungsdatensatz; Modell mit Wandkapazität



Abbildung 4.20.: Modell mit Wandkapazität: Mittlere absolute Abweichung in Abhängigkeit von Identifikations- und Validierungsdatensatz, schwarze Linie: Mittelwert für einen Identifikationsdatensatz


Abbildung 4.21.: Modell mit Wandkapazität: Over- und Underestimation in °C in Abhängigkeit von dentifikations und Validierungsdatensatz; Modell mit Wandkapazität

Dafür gibt es stärkere Abweichungen bei der Modellierung des Verhaltens des aktivierten Bauteils.

Es hat sich gezeigt, dass sich die physikalische Parametrierung dieser Modelle, aufgrund ihres hohen Abstraktionsgrades, als sehr schwierig erweist. Dennoch ist es möglich, durch physikalische Überlegungen sinnvolle Startparameter für eine anschließende Parameteridentifikation zu finden. Durch die Parameteridentifikation konnten die physikalischen Modelle signifikant verbessert werden. Das Erreichen einer exakten Übereinstimmung von Modell und Simulation war nicht möglich. Es war jedoch möglich, mit einem einfachen, linearen Modell maximal 3.Ordnung eine mittlere absolute Abweichung von maximal 0,5 °C zu einer viel komplexeren, nichtlinearen und rechenintensiven Gebäudesimulation zu erreichen.

Die Parameteridentifikation hat außerdem gezeigt, dass es nicht möglich ist, eindeutige Schlüsse bezüglich der "richtigen" Parameterwerte zu ziehen. Gute Validierungsergebnisse bedingen nicht zwingend ein physikalisch korrektes Modell. Auch ist es schwierig, Empfehlungen für den richtigen Identifikationsdatensatz bzw. wichtige Charakteristiken zu geben. Was sich gezeigt hat, ist das sich die Übergangsperioden tf und ts eher schlecht für die Identifikation eignen. Dies kann auf die geringe Anregung des aktivierten Bauteils (experimentbedingt), der mittelmäßigen solaren Einstrahlung und geringen Temperaturdifferenzen zwischen Innen- und Außenraum zurückgeführt werden. Für gute Datensätze könnte die Umkehrung dieser Eigenschaften gelten.

#### 4. Modellbildung der Test-Box

Aufgrund nicht messbarer Zustände und der gewählten Parametrierung war für die Identifikation eine nichtlineare Optimierungsaufgabe zu lösen. Das Erreichen eines globalen Optimums ist dabei schwierig zu überprüfen. Durch das Starten von verschiedenen Initialparametern (verschiedene Identifikationsprozeduren) wurde versucht, die Sinnhaftigkeit der gefundenen Lösung zu untermauern. Ein anderer Optimierungsalgorithmus wie z.B. *direct search* könnte hier Abhilfe schaffen.

Im Falle messbarer Zustände wäre auch eine lineare Parametrierung des Zustandsraummodelles möglich. Aus diesen Parametern könnte dann auf die gewünschten physikalischen Parameter zurückgerechnet werden. Durch eine lineare Parametrierung und messbare Zustände weist das Identifikationsproblem (bei der Annahme der Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers) ein globales Optimum auf. Bei messbaren Zustandsgrößen muss der unbekannte Anfangszustand zudem nicht mit identifiziert werden. Die wünschenswerte Tatsache, dass alle Zustandsgrößen messbar sein sollen, in Kombination mit den gemachten Untersuchungen kann Aufschluss über die Positionierung von Sensoren in der Test-Box geben. So könnte sich z.B. das Messen der Wandtemperatur als sinnvoll erweisen. Wo dieser Sensor dann genau zu positionieren wäre, bleibt jedoch zu untersuchen.

Im Folgenden wird das Modell mit Wandkapazität, identifiziert mit dem Datensatz *wc* für die modellprädiktive Regelung verwendet. Dieses weist die besten Validierungsergebnisse und gute "Performance" über das ganze Jahr auf.

In diesem Abschnitt wird eine modellprädiktive Regelung für das identifizierte Modell mit Wandkapazität entworfen und im Matlab-Type155 in TRNSYS implementiert. Im Hinblick auf eine mögliche, spätere Implementierung abseits von Matlab, wird auf die Verwendung der *MPC-Toolbox* verzichtet. Da die Wahl der Gewichte und Horizonte vor einer praktischen Implementierung noch genauer untersucht werden muss, wurden in diesem Abschnitt nur Anregungen und mögliche Größenordnungen erwähnt. Anhand einer Jahressimulation wird die Leistungsfähigkeit eines ersten entworfenen modellprädiktiven Reglers bewertet.

## 5.1. Definition und Funktionsprinzip

Der Begriff modellprädiktive Regelung (*MPC* = *Model Predictive Control*) beschreibt eine Klasse von Regelungsmethoden mit den drei folgenden, charakteristischen Eigenschaften:

- der expliziten Nutzung eines expliziten bzw. impliziten Modells der Regelstrecke zur Vorhersage (*Prädiktion*) des Verhaltens der Zustands- und Ausgangsgrößen über einen gewissen Prädiktionshorizont (*prediction horizon*),
- der (Online-)Optimierung einer Kostenfunktion zur Generierung einer Steuerung (Stellgrößentrajektorie) und
- dem Prinzip des gleitenden Horizontes (receding horizon).

Die Abbildung 5.1 veranschaulicht die Idee hinter der modellprädiktiven Regelung. Zum Zeitpunkt *k* wird eine Stelltrajektorie in der Länge des Stellhorizontes (*control horizon*) berechnet. Die Stelltrajektorie wird dabei so berechnet, dass sich der prädizierte Ausgang über die Länge des Prädiktionshorizontes (*prediction horizon*) so verhält, dass eine geeignet gewählte Kostenfunktion einen minimalen Wert annimmt. Um das Verhalten der Strecke vorherzusagen benutzt der Regler ein internes Streckenmodell. Die optimale Stelltrajektorie könnte direkt auf die Strecke aufgeschaltet werden. Da das Streckenmodell jedoch meist Modellierungsfehlern unterliegt und die Strecke Störungen unterworfen ist, wird das mit dem Modell prädizierte Verhalten vom tatsächlichen Verhalten abweichen. Aus diesem



Abbildung 5.1.: Prinzip der modellprädiktiven Regelung (Quelle: [31])

Grund wird nur der erste Wert der berechneten Stelltrajektorie aufgeschaltet. Im nächsten Abtastschritt k + 1 wird ausgehend vom gemessenen oder geschätzten Systemzustand erneut eine Stelltrajektorie generiert. Dieses repetitive und fortlaufende Berechnen von Stelltrajektorien in jedem Abtastschritt ausgehend vom aktuellen Systemzustand wird als Prinzip des gleitenden Horizontes bezeichnet und stellt eine Rückkopplung dar. Durch geeignete Wahl der Kostenfunktion kann so die Stabilität des Regelkreises erreicht werden [32].

## 5.2. Aufbau

Abbildung 5.2 veranschaulicht den Aufbau der Temperaturregelung der Test-Box. Die gemessenen Temperaturen sind die Kerntemperatur  $\vartheta_c$ , die Rücklauftemperatur  $\vartheta_{fo}$ , die operative Temperatur  $\vartheta_{op}$  (in typischen Anwendungen, tritt diese Temperatur nicht direkt als Messgröße auf) und die Außenlufttemperatur  $\vartheta_{oa}$ . Bei der Implementierung in der Simulationsumgebung wird auch davon ausgegangen, dass auch  $\dot{Q}_{tabs,k}$ ,  $I_{s,k}$  und  $\dot{Q}_{g,k}$  messbar sind. In praktischen Anwendungen muss  $\dot{Q}_{tabs,k}$  aus Vor- und Rücklauftemperatur bestimmt werden.  $I_{s,k}$  ist meist nur aus Wetterprognosen und  $\dot{Q}_{g,k}$  durch Abschätzung der internen Lasten bekannt. Ein Beobachter schätzt, aufbauend auf diese Messgrößen, den aktuellen Zustand des Streckenmodells. Ausgehend vom geschätzten Systemzustand berechnet der modellprädiktive Regler, unter Zuhilfenahme von Störgrößenprognosen und



Abbildung 5.2.: Aufbau der Regelung einer Test-Box

Komfortvorgaben, einen Sollwert für die Stellgröße  $\dot{Q}_{tabs,soll}$ . Die zum Einstellen des Wärmestromes  $\dot{Q}_{tabs,soll}$  nötige Vorlauftemperatur  $\vartheta_{ws,soll}$  wird mittels einer statischen Vorsteuerung, die in Abschnitt 5.4.1 genauer erläutert wird, berechnet. In der TRNSYS-Simulation kann diese gewünschte Vorlauftemperatur direkt eingestellt werden. In praktischen Anwendungen wird dazu oft eine Beimischschaltung (wie in Abbildung 5.2 links oben dargestellt) verwendet. Diese arbeitet mit einem konstanten Massenstrom *in* im Verbraucherkreislauf (thermisch aktiviertes Bauteil) und einem variablen Massenstrom im Erzeugerkreislauf. Eine unterlagerte Regelung (hier schematisch als PID-Regler dargestellt) stellt dabei den erzeugungsseitigen Massenstrom durch ein Ventil so ein, dass sich durch das Mischen des Rücklaufs mit der Temperatur  $\vartheta_{fo}$  und des Fluids aus der Wärmequelle mit der Temperatur  $\vartheta_{so}$ , die gewünschte Vorlauftemperatur  $\vartheta_{ws}$  ergibt.

## 5.3. MPC-Formulierung

Für die modellprädiktiven Regelung muss eine Kostenfunktion, deren Parameter und der Bereich zulässiger Lösungen des Optimierungsproblems definiert werden. Die konkrete Formulierung des modellprädiktiven Problems, wird in diesem Abschnitt beschrieben.

#### 5.3.1. Struktur der Kostenfunktion

Die Stellgrößen-Trajektorien bei der modellprädiktiven Regelung ergeben sich aus der Minimierung einer Kostenfunktion. Die Wahl dieser Kostenfunktion bestimmt somit im Wesentlichen das Verhalten des Regelkreises. Grundsätzlich sollte die Kostenfunktion so gewählt werden, dass sie das zu regelnde System stabilisiert. Deshalb wird oft eine Lyapunov-Funktion für die Regelstrecke angesetzt [32]. In der Praxis ist dieses Kriterium jedoch für stabile Strecken mit träger Dynamik, wie sie bei Gebäuden auftritt, nicht zwingend notwendig. Die Kostenfunktion kann somit hauptsächlich nach Aspekten der Reglerperformance gewählt werden. Die gewünschten Eigenschaften des Reglers sind in Abschnitt 2.3.1 beschrieben.

Eine Übersicht an Kostenfunktionen, die sich für die Aufgabe Gebäudeheizung bzw. -kühlung eignen, findet sich in [33]. Dabei wurden verschiedene Kostenfunktionen, die sich in Simulationsstudien als sinnvoll erwiesen haben, im praktischen Betrieb angewandt. Grundsätzlich wird bei der modellprädiktiven Regelung oft von der folgenden Formulierung ausgegangen:

$$J\left(\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{u}}_{k}\\\hat{\boldsymbol{X}}_{k}\end{bmatrix}\right) = \sum_{i=0}^{N_{c}-1} |\boldsymbol{R}_{k,i}\hat{\boldsymbol{u}}_{i}|_{1} + \sum_{i=1}^{N_{p}} |\boldsymbol{Q}_{k,i}(\hat{\boldsymbol{y}}_{i}-\boldsymbol{r}_{i})|_{2}^{2}$$
(5.1)

s.t. 
$$\hat{x}_{i+1} = A\hat{x}_i + B_u\hat{u}_i + B_v\hat{v}_i, \quad \hat{y}_i = C^T\hat{x}_i$$
 (5.2)  
 $\hat{x}_0 = x_k$  (5.3)  
 $G_k\hat{U}_k < W_k, \quad y_{min} < \hat{y}_i < y_{max}.$  (5.4)

$$= \boldsymbol{x}_k \tag{5.3}$$

$$G_k \hat{U}_k < W_k, \qquad y_{min} < \hat{y}_i < y_{max}.$$
 (5.4)

 $N_c$  und  $N_p$  sind der Kontroll- und Prädiktionshorizont.  $\hat{u}_k$  ist die Heiz- bzw. Kühlenergie und  $\hat{y}_k$  die prädizierten Temperaturen des Gebäudemodells.  $r_k$  sind die Werte einer Führungstrajektorie. Die zeitabhängigen Matrizen  $R_k$  und  $Q_k$  sind Gewichtungsmatrizen. Die Entscheidungsvariablen des Optimierungsproblems sind -

$$\hat{\boldsymbol{U}}_{k} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{u}}_{0} \\ \vdots \\ \hat{\boldsymbol{u}}_{N_{c}-1} \end{bmatrix}, \qquad \hat{\boldsymbol{X}}_{k} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}_{1} \\ \vdots \\ \hat{\boldsymbol{x}}_{N_{p}} \end{bmatrix}.$$
(5.5)

Der erste Term (1-norm) der Gleichung (5.1) beschreibt den Primärenergieverbrauch, der linear von der Heizleistung abhängt. Der zweite Term sind die

"Kosten" für eine Abweichung vom Temperatur-Sollwert. Wie in [33] beschrieben, traten mit dieser Formulierung in der Praxis folgende Probleme auf: a) Oszillierendes Verhalten aufgrund der 1-norm. Die 1-norm Minimierung stellt ein lineares Programm dar. Dessen Lösung aktiviert dabei immer eine der Beschränkungen. Zusätzlich arbeitet die MPC rekursiv, wobei in jedem Zeitschritt eine Lösung des Optimierungsproblems generiert wird. Änderungen in den Parametern des Optimierungsproblems (Messungen, Störungsvorhersagen, Komfortanforderungen) können signifikante Änderungen in der optimalen Lösung hervorrufen. Diese Tatsache und Modellunsicherheiten führen zu einer Art oszillierendem Verhalten [33]. b) Die harten Beschränkungen der Regelgröße können dazu führen, dass in einem Zeitschritt das Optimierungsproblem unlösbar wird. Eine eventuell vorhandene Backup-Strategie regelt im Idealfall suboptimal weiter, was zu erhöhtem Energieverbrauch führen kann. Existiert keine Backup-Strategie, kann kein thermischer Komfort bzw. keine funktionstüchtige Regelung garantiert werden. Harte Beschränkungen der Regelgrößen sollten somit vermieden werden. c) Das Verfolgen eines Referenzwertes ist in vielen Anwendungen der Prozessautomatisierung sinnvoll. Allerdings schreibt, bei der Gebäudeheizung bzw. -kühlung, keine Norm das Halten eines konkreten Temperaturwertes vor. Es werden nur Komfortbereiche definiert, die einzuhalten sind. Zur maximalen Energieeinsparung sollten die zulässigen Komfortbereiche exzessiv genutzt werden. Zwingt man den Regler einer vorgegebenen Temperatur zu folgen, ist dies erstens mit TABS nicht zu erreichen und kann zweitens in einem unnötig erhöhten Energieverbrauch resultieren.

Die schlussendlich in [33] vorgeschlagene Formulierung 5.6 soll die angesprochenen Probleme vermeiden und im Folgenden implementiert werden. Für den Zeitschritt k schreibt sich das gewählte Optimierungsproblem als

$$J\left(\begin{bmatrix}\hat{\mathbf{u}}_{k}\\ \hat{\mathbf{X}}_{k}\\ \hat{\mathbf{Z}}_{k}\end{bmatrix}\right) = \sum_{i=0}^{N_{c}-1} \underbrace{||\mathbf{R}_{k,i} \cdot \hat{\mathbf{u}}_{i}||_{1}}_{a} + \underbrace{\delta_{glatt}(\hat{\mathbf{u}}_{i})}_{b} + \sum_{i=1}^{N_{p}} \underbrace{||\mathbf{Q}_{k,i} \cdot (\hat{\mathbf{y}}_{i} - \mathbf{z}_{i})||_{2}^{2}}_{c} + \underbrace{||\mathbf{Q}_{k,i}^{C} \cdot (\hat{\mathbf{y}}_{i} - \mathbf{z}_{i}^{C})||_{2}^{2}}_{d}$$
(5.6)

s.t. 
$$\hat{\mathbf{x}}_{i+1} = A\hat{\mathbf{x}}_i + B\hat{\mathbf{u}}_i + B_v\hat{\mathbf{v}}_i, \quad \hat{\mathbf{y}}_i = C^T\hat{\mathbf{x}}_i, \quad \hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{x}_k,$$
 (5.7)

$$u_{\min,k,i} \le \hat{u}_i \le u_{\max,k,i},\tag{5.8}$$

$$\boldsymbol{r}_{\min,k,i} \leq \boldsymbol{z}_i \leq \boldsymbol{r}_{\max,k,i}, \qquad \boldsymbol{r}_{\min,k,i}^{\mathsf{C}} \leq \boldsymbol{z}_i^{\mathsf{C}} \leq \boldsymbol{r}_{\max,i}^{\mathsf{C}}. \tag{5.9}$$

Bei dieser Formulierung werden die Ausgangsgrößen nur gewichtet, wenn sie den durch  $r_{min,k,i}$  und  $r_{max,k,i}$  bzw.  $r_{min,k,i}^{C}$  und  $r_{max,k,i}^{C}$  definierten Bereich verlassen. Dazu wurden sogenannte Slack-Variablen z und  $z^{C}$  eingeführt. Die Größen  $r_{min,k,i}$ ,  $r_{max,k,i}$  definieren den gewünschten Wertebereich in dem sich die Ausgangsgrößen  $\hat{y}_i$  bewegen sollen (z.B. Komfortbereich der operativen Raumtemperatur). Allerdings ist auch das zeitweilige Verlassen dieses Bereichs zulässig. Je nach Wahl der Gewichte  $R_{k,i}$  und  $Q_{k,i}$  können so Komfortverletzungen zugelassen werden, die sich energetisch günstig auswirken. Der Bereich, der von

den Ausgangsgrößen "um jeden Preis" einzuhalten ist, wird durch  $r_{min,k,i}^{C}$ ,  $r_{max,k,i}^{C}$  definiert. Dazu sind die Gewichte der Kostenfunktion so zu wählen, dass der letzte Term in Gleichung (5.6) dominiert:  $\max(a, b, c) \ll d$ . Harte Beschränkung der Regelgrößen werden so vermieden, wodurch das Optimierungsproblem nie unlösbar wird. Da durch diese Festlegung kein konstanter Referenzwert verfolgt wird, kann der zulässige Komfortbereich exzessiv vom Regler genutzt werden. Häufiges Umschalten zwischen Heizen und Kühlen tritt dadurch selten auf.

Die Energiekosten werden linear gewichtet, da kleine und große Abweichungen gleichermaßen zu bewerten sind. Um das vorher beschriebene oszillatorische Verhalten aufgrund der linearen Gewichtung zu vermeiden, wird ein Glättungsterm  $\delta_{glatt}(\hat{u}_k)$  eingeführt. Der Glättungsterm wird gewählt als

$$\delta_{glatt}(\hat{u}_k) = \hat{u}_k^T L \hat{u}_k.$$
(5.10)

Die Gewichtung *L* ist dabei so zu wählen, dass der lineare Term deutlich dominiert.

#### 5.3.2. Tuningparameter

Bei der modellprädiktiven Regelung müssen der Kontroll- und Prädiktionshorizont, die Gewichtung der Terme in der Kostenfunktion und die Beobachterdynamik gewählt werden. Durch grundlegende Überlegungen lassen sich sinnvolle Parameterwerte abschätzen. Gute Parameterwerte sind nur durch Simulationsstudien zu bestimmen [32].

#### Abtastzeit von MPC-Regler und Kalman-Filter

Durch die Abtastung entsteht ein Informationsverlust. Dieser wird umso größer, je größer die Abtastzeit  $\tau_s$  gewählt wird. Ist eine gewisse zeitliche Länge des Prädiktionshorizonts vorgegeben, bestimmt die Abtastzeit zusätzlich die Rechenintensität des Optimierungsproblems (Die Anzahl der Entscheidungsvariablen ist proportional zum Quotienten Prädiktionshorizont/Abtastzeit). Aus Sicht der Regelungstechnik sind kleine Abtastzeiten wünschenswert. Für die praktischen Anwendungen sind jedoch große Abtastzeiten wünschenswert. Wesentlich bestimmt wird die Wahl der Abtastzeit durch die größte im Regelkreis auftretende Frequenz  $\omega_{max}$ , welche durch die Störungen oder die Bandbreite der Regelstrecke bestimmt werden kann [34]. Das Abtasttheorem legt dabei die obere Grenze der Abtastzeit mit  $\tau_s < \frac{1}{2 \cdot \omega_{max}}$  fest.

Wie bereits bei der Analyse der Störgrößen in Abschnitt 3.3 festgestellt wurde, ist die maximal relevante Periodendauer der Störungen  $\tau \ge 2h$ . Der schnellste Vorgang im Gebäude, der vom Modell erfasst wird, ist der Wärmeübergang vom

Rohrsysteme in die Bauteildecke. Die Zeitkonstante der Bauteildeckentemperatur, bei einem Sprung in der Vorlauftemperatur, liegt in der Größenordnung von 2h. Betrachtet man die Sprungantworten der verschiedenen Eingänge auf die beiden Ausgänge, so können diese annähernd durch das Verhalten eines Verzögerungsgliedes erster Ordnung beschrieben werden. Die Zeitkonstanten dieser approximativen PT1-Glieder liegen im Bereich zwischen 80 h und 200 h. Die größtmögliche Abtastzeit wird deshalb durch die kleinste, relevante Periodendauer der Störungen und das Abtasttheorem begrenzt. Die maximal mögliche Abtastzeit liegt daher ungefähr in der Größenordnung von 1 h. Wie in Abschnitt 3.3 beschrieben, ist zudem die stündliche Vorgabe einer Stellgröße bei der Trägheit aktivierter Bauteile mehr als ausreichend. Zudem sind die Vorhersagen von Wetterdiensten, die für die modellprädiktive Regelung verwendet werden können, meist Stundenwerte. Aufgrund dieser Überlegungen wird die Abtastzeit des modellprädiktiven Reglers mit  $T_{s,mpc} = 1$  h gewählt. Häufig findet sich in der Literatur ebenfalls der Wert 1 h [13], [16], [22].

Da Messwerte häufiger vorhanden sind als Prädiktionswerte, und eine Zustandsschätzung ohne großen Rechenaufwand erfolgen kann, wird die Abtastzeit des Beobachters niedriger gewählt. Sie wird mit der kleinsten TRNSYS-Schrittweite mit  $\tau_{s,kalman} = 0,125$  h festgelegt. Die TRNSYS-Simulation der MPC-Box liefert zeitdiskrete Werte mit einer Abtastzeit von  $T_a = 0,125$  h. Ein Anti-Aliasing-Filter ist hier deshalb nicht erforderlich, sollte beim Einsatz von Messdaten jedoch verwendet werden.

#### Kontroll- und Prädiktionshorizont

Bei der Definition der Gütefunktion 5.6 wurden die Parameter  $N_p$  und  $N_c$ , sogenannte Horizonte, verwendet. Die Länge dieser Horizonte sind Parameter des modellprädiktiven Reglers. Die optimale Länge der Horizonte ist nicht einfach zu bestimmen, da sie auch von den gewählten Gewichten in der Kostenfunktion abhängen. (Die Gewichte haben Einfluss darauf, wie schnell der Regler reagiert)

Der Horizont  $N_p$  bestimmt, wie viele Abtastschritte in die Zukunft Verletzungen des Komforts gewichtet werden. Er bestimmt somit auch, wie weit das Verhalten der Strecke in die Zukunft prädiziert werden muss und wird deshalb Prädiktionshorizont genannt. Der Prädiktionshorizont sollte mindestens so lang sein, dass die Auswirkungen von Stelleingriffen innerhalb des Kontrollhorizontes erkennbar sind. Da die Zeitkonstante des aktivierten Bauteils ungefähr bei 3 h liegt, sollte der Kontrollhorizont mindestens zwei bis dreimal so lang sein, 6 h - 9 h. Für die maximale Länge des Prädiktionshorizonts gilt zum einen: je länger die Prädiktion umso größer die Abweichung zwischen realem und vorhergesagten Verhalten. Grund dafür sind Unsicherheiten bei der Störgrößenprognose und Modellierungsfehler. Zum anderen wird immer nur der erste Wert der berechneten Stellgröße aufgeschaltet. Es sollte daher nur "jene Zukunft" berücksichtigt werden, die auch

Einfluss auf dieses ersten Wert hat. Zu lange Prädiktionshorizonte sind damit nicht nur sinnlos, sondern erhöhen auch unnötig den Rechenaufwand. Im *Model Predictive Toolbox User's Guide* wird vorgeschlagen den Prädiktionshorizont ungefähr in der Länge der Einschwingzeit des offenen Kreises zu wählen. Diese liegt für das aktivierte Bauteil, wie in Abschnitt 3.3 beschrieben, bei ungefähr 10 h. Die Wirkung auf den Raum ist dabei in etwa 3mal langsamer. Der Prädiktionshorizont wird gewählt als  $N_p = 30 \text{ h} = 30 \text{ Abtastschritte}.$ 

Der Kontrollhorizont gibt vor, für wie viele der folgenden Abtastschritte eine Stellgröße vorgegeben wird. Am Ende des Kontrollhorizontes wird der letzte Wert der Stellgröße bis zum Ende des Prädiktionshorizontes gehalten. Simulationen haben gezeigt, dass der Kontrollhorizont nicht sehr viel kürzer gewählt werden sollte, als der Prädiktionshorizont. Damit wird erreicht, dass auch die letzten Werte des Prädiktionshorizontes noch "aktiv" in die Regelungsstrategie miteinbezogen werden und nicht soviel wie möglich in den ersten Abtastschritten erledigt wird. Er wird zwei Zeitkonstanten des aktivierten Bauteils kürzer als der Prädiktionshorizont gewählt  $N_c = 24 \text{ h} = 24 \text{ Abtastschritte}$ .

#### Gewichtung der Terme

Bei der Wahl der Gewichte werden die einzelnen Terme zu Beginn separat betrachtet.

Wenn  $Q_{k,i} = 0$  und  $Q_{k,i}^{C} = 0$  beschreibt die Kostenfunktion

$$||R_{k,i} \cdot \hat{u}_i||_1 = ||R_{k,i} \cdot \dot{Q}_{tabs,i}||_1 = ||\hat{R}_{k,i} \cdot \tau_s \cdot \dot{Q}_{tabs,i}||_1$$
(5.11)

den Energiebedarf des Heiz- bzw. Kühlsystems. Minimiert werden soll hingegen der Energieeinsatz, der zur Deckung dieses Heiz- bzw. Kühlenergiebedarfs nötig ist. Aus dieser Forderung ergibt sich für den Faktor  $\hat{R}_{k,i}$ 

$$\hat{R}_{k,i} = \frac{E_{einsatz}}{\dot{Q}_{tabs,i} \cdot \tau_s}.$$
(5.12)

Die eingesetzte Energie  $E_{einsatz}$  kann dabei verschiedene Formen haben, wie z.B. elektrische Energie, chemische Energie (Heizöl, Erdgas) oder thermische Energie (z.B. Fernwärme). Je nach Wärme- bzw. Kälte-Erzeugungssystem ist dieser Faktor anders zu wählen. Somit kann es auch Unterschiede für den Heiz- und Kühlfall geben. Im Falle einer Wärmepumpe, die heizen und kühlen kann, müsste z.B. die Leistungsziffer (*COP* = *coefficient of performance*) der Wärmepumpe berücksichtigt werden. Damit wäre der Faktor

$$R_{k,i} = \frac{\tau_s}{COP_i} \tag{5.13}$$

nötig, der die Heiz- bzw. Kühlleistung in elektrische Kilowattstunden umrechnet. Will man die Energiekosten minimieren ist der Energieeinsatz  $E_{einsatz}$  mit dem Energiepreis zu multiplizieren.

Nun werden alleinig die Komfortterme ( $R_{k,i} = 0, Z = 0$ ) betrachtet. Der letzte Term der Kostenfunktion

$$||\boldsymbol{Q}_{k,i}^{C}(\boldsymbol{\hat{y}}_{i}-\boldsymbol{z}_{i}^{C})||_{2}^{2}$$
(5.14)

realisiert dabei harte Temperatur-Beschränkungen, die um jeden Preis einzuhalten sind. Die Gewichte  $Q_{k,i}^C$  sollten so gewählt werden, dass dieser Term, wenn er aktiv ist, gegenüber den anderen Termen der Kostenfunktion signifikant dominiert.

Der erste Komfortterm

$$||\mathbf{Q}_{k,i} \cdot (\hat{\mathbf{y}}_i - \mathbf{z}_i)||_2^2$$
 (5.15)

implementiert den Komfortbereich und gewichtet dessen Verletzungen. Will man die Komfortverletzungen der Deckentemperatur  $\vartheta_{cl}$  und der operativen Temperatur  $\vartheta_{op}$  in Kelvin-Stunden minimieren, wählt man

$$\boldsymbol{Q}_{k,i} = \begin{bmatrix} \tau_s & 0\\ 0 & \tau_s \end{bmatrix}.$$
 (5.16)

Für die Bewertung des Terms mit der operativen Temperatur ist auch ein "Abgleich" mit dem PPD-Gütemaß denkbar. Man wählt eine Größe w, sodass so exakt wie möglich gilt

$$w^2 \vartheta_{op}^2 \stackrel{!}{=} PPD(\vartheta_{op}). \tag{5.17}$$

Betrachtet man die Energie- und Komfortterme in Kombination ist ein Energie-/Komfort-Trade-Off schwierig zu bewerten. Eine Möglichkeit wäre, die Energieund den Komfortterm auf dieselbe Größenordnung zu skalieren. Dann wäre ein Trade-Off durch

$$R_{k,i} = u \cdot \tilde{R}_{k,i} \tag{5.18}$$

$$Q_{k,i} = (1-u) \cdot \tilde{Q}_{k,i}, \ u \in [0,1]$$
 (5.19)

möglich.

#### 5.3.3. Beschränkungen

Anforderungen an den thermischen Komfort begrenzen den zulässigen Bereich der Ausgangsgrößen.

Dabei wird, wie in Abschnitt 2.2.3, der zulässige Komfortbereich für die operative Temperatur  $\vartheta_{op}$  durch die EN ISO 7730 in Abhängigkeit der Außentemperatur vorgegeben. Unter Annahme der Kategorie B für Bürogebäude gelten damit die Beschränkungen in Tabelle 5.1.

$\vartheta_{oa}$	min	max
$< 15^{\circ}C$	20 °C	24 °C
$\geq 15 ^{\circ}\text{C}$	23 °C	26 °C

Tabelle 5.1.: Beschränkungen der Ausgangsgröße operative Temperatur  $\vartheta_{op}$  nach ISO EN 7730

Für die Deckentemperatur  $\vartheta_{cl}$  werden aufgrund des lokalen thermischen Komforts, wie in Abschnitt 2.2.4 beschrieben, die Beschränkungen  $\vartheta_{cl,min} = 17 \,^{\circ}\text{C}$ (Taupunkt) und  $\vartheta_{cl,max} = 32 \,^{\circ}\text{C}$  (Strahlungsasymmetrie) vorgegeben.

Der thermische Komfort muss nur zu Zeiten der Gebäudebelegung eingehalten werden. Ein Anheben- bzw. Absenken der Beschränkungen außerhalb der Belegungszeiten (z.B. Nacht oder Wochenende) ist möglich. Dies gibt dem Regler Spielraum zur Energie- oder Kosteneinsparung.

Die Beschränkungen der Stellgröße  $\dot{Q}_{tabs}$  werden angenommen mit

$$\dot{Q}_{tabs,min} = -0.87 \,\mathrm{kW},$$
 (5.20)

$$\dot{Q}_{tabs,max} = 1.9 \,\mathrm{kW}.$$
 (5.21)

## 5.4. Aspekte bei der Implementierung

#### 5.4.1. Statische Vorsteuerung

Die Stellgrößen des aktivierten Bauteils sind die Vorlauftemperatur  $\vartheta_{ws}$  und der Wasser-Massenstrom  $\dot{m}$ . Die modellprädiktive Regelung bestimmt jedoch einen Sollwert für den Wärmestrom  $\dot{Q}_{tabs}$ . In diesem Abschnitt wird beschrieben, wie ein gewünschter Wärmestrom durch die Vorlauftemperatur und den Massenstrom vorgegeben werden kann.

Eine Möglichkeit ist die statische Regelung des Wärmestromes. Da sich die Sollvorgaben für  $\dot{Q}_{tabs}$  nur langsam ändern, wird davon ausgegangen, dass sich das Rohrsystem durchgehend in einem stationären Zustand befindet. Damit gilt der 1.Hauptsatz der Thermodynamik für stationäre Fließprozesse für das Rohrsystem

$$\dot{Q}_{tabs}(t) = \dot{m} \cdot c_p \cdot (\vartheta_{ws}(t) - \vartheta_{fo}(t)).$$
(5.22)

Dabei geht die Rücklauftemperatur  $\vartheta_{fo}$  in die Gleichung ein, welche somit als Messwert vorhanden sein muss. Bei einem konstanten Massenstrom  $\dot{m}$  kann man die für einen Soll-Wärmestrom  $\dot{Q}_{tabs,soll}$  erforderliche Vorlauftemperatur berechnen

$$\vartheta_{ws}(t) = \frac{Q_{tabs,soll}(t)}{\dot{m} \cdot c_p} + \vartheta_{fo}(t).$$
(5.23)



Abbildung 5.3.: Vorgabe des Wärmestromes  $\dot{Q}_{tabs}$  durch Messung von (oben) Rücklauftemperatur (unten) Rücklauf und Kerntemperatur;  $\dot{m} = 0.7 \text{ kg/s}$ 

Wie gut sich eine gewünschte Wärmestromvorgabe einstellt, ist in Abbildung 5.3, oben abgebildet.

Ein anderer Ansatz ist es, vom Wärmeübergang Wasser-Bauteil auszugehen. Der Wärmestrom, der sich einstellt, kann approximiert werden mit

$$\dot{Q}_{tabs}(t) \approx \alpha_{cv} \cdot A \cdot \left(\frac{\vartheta_{ws} + \vartheta_{fo}}{2} - \vartheta_c\right).$$
 (5.24)

Dabei wurde eine konstante Kerntemperatur des Bauteils  $\vartheta_c$  und ein konstantes konvektives  $\alpha_{cv}$  angenommen. Der Mittelwert zwischen Vor- und Rücklauftemperatur approximiert die logarithmische Temperaturdifferenz. Die Vorgabe für die Vorlauftemperatur lautet

$$\vartheta_{ws} = \frac{2Q_{tabs,soll}}{\alpha_{cv} \cdot A} + 2\vartheta_c - \vartheta_{fo}.$$
(5.25)

Diese Gleichung gilt grundsätzlich unabhängig vom Massenstrom. Vor- und Rücklauftemperatur sind jedoch über Gleichung 5.22 gekoppelt. Der Massenstrom sollte somit so gewählt werden, dass sich die nötigen Vorlauftemperaturen im zulässigen Bereich bewegen. Zur Vorgabe des Wärmestromes müssen in diesem Fall die Größen  $\vartheta_{fo}$  und  $\vartheta_c$  bekannt sein. Die Rücklauftemperatur muss gemessen

werden. Die Kerntemperatur kann durch Messungen oder aus dem Modell bestimmt werden. Verwendet man die Messung der Kerntemperatur  $\vartheta_c$ , stellt sich der Wärmestrom wie in Abbildung 5.3, unten ein. Bei beiden beschriebenen Ansätzen wurde davon ausgegangen, dass sich die Vorlauftemperatur relativ schnell (innerhalb eines TRNSYS-Abtastschrittes von 0,125 h) einstellen lässt, was auch in praktischen Applikationen realistisch ist.

Die erste Methode benötigt in etwa 2h, bis sich der gewünschte Wärmestrom eingestellt hat. Die zweite Methode nach Gleichung 5.25 erreicht den Sollwert von  $\dot{Q}_{tabs}$  innerhalb eine von 7,5 min. Nach einer genauerer Untersuchung hat sich herausgestellt, dass das schlechte Abschneiden der ersten Methode an dem sehr hohen vorgegebene Massenstrom von  $\dot{m} = 0,7 \text{ kg/s}$  liegt. Dadurch sinkt die Differenz zwischen Vor- und Rücklauftemperatur. Der angenommene stationäre Fließprozess wird erst langsam erreicht, da viel Energie im Rohrsystem zwischengespeichert wird. Bei geringen Massenströmen erreicht hingegen die zweite Methode langsamer den Sollwert.

Im Folgenden wird für die Implementierung die zweite Methode und ein konstanter Massenstrom von 0,7 kg/s gewählt. Will man Massenströme  $\leq$  0,2 kg/s verwenden, ist die erste Methode vorzuziehen.

#### 5.4.2. Optimierungsproblem

Das im vorherigen Abschnitt beschriebene Optimierungsproblem ist grundsätzlich nichtlinear. Es lässt sich jedoch in die Kategorie der quadratischen Programmierung (*QP*) mit der Struktur

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T H \mathbf{x} + f^T \mathbf{x}$$
(5.26)

$$s.t. \quad \boldsymbol{A}_{eq}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}_{eq} \tag{5.27}$$

$$Ax \le b \tag{5.28}$$

einordnen. Für positiv semi-definite Matrizen *H* ist dieses QP-Problem konvex. Um die im vorherigen Abschnitt definierte Kostenfunktion 5.6 in diese Form zu überführen, wird sie in Matrixform dargestellt. Die dabei vorkommende 2-Norm geht direkt in eine quadratische Form über. Für die Realisierung der 1-Norm im quadratischen Problem werden zusätzliche Ungleichungs-Nebenbedingungen definiert:

$$J(\boldsymbol{U}) = \min_{\boldsymbol{U}} \sum ||\boldsymbol{u}||_{1}, \qquad \leftrightarrow \qquad \begin{array}{c} J\left(\begin{bmatrix} \boldsymbol{U} & \boldsymbol{\Omega}_{u} \end{bmatrix}\right) = \min_{\boldsymbol{U},\boldsymbol{\Omega}_{u}} \boldsymbol{1}^{T} \boldsymbol{\Omega}_{u} \\ s.t. & -\boldsymbol{\Omega}_{u} \leq \boldsymbol{U} \leq \boldsymbol{\Omega}_{u} \\ \boldsymbol{\Omega}_{u} \geq \boldsymbol{0} \end{array}$$
(5.29)

Damit ergibt sich das Gütefunktional und die Nebenbedingungen zu

$$J\left(\begin{bmatrix}\hat{\mathbf{u}}_{k}\\\mathbf{X}_{k}\\\hat{\mathbf{Z}}_{k}\\\mathbf{Z}_{k}\\\mathbf{\Omega}_{u}\end{bmatrix}\right) = \mathbf{1}^{T} \mathbf{\Omega}_{u} + (\hat{\mathbf{Y}}_{k} - \mathbf{Z}_{k})^{T} \overline{\mathbf{Q}} (\hat{\mathbf{Y}}_{k} - \mathbf{Z}_{k}) + (\hat{\mathbf{Y}}_{k} - \mathbf{Z}_{k}^{C})^{T} \overline{\mathbf{Q}}^{C} (\hat{\mathbf{Y}}_{k} - \mathbf{Z}_{k}^{C}) \quad (5.30)$$

s.t. 
$$\hat{\mathbf{x}}_{i+1} = A\hat{\mathbf{x}}_i + B_u\hat{\mathbf{u}}_i + B_v\hat{\mathbf{v}}_i, \quad \hat{\mathbf{y}}_i = C^T\mathbf{x}_i, \quad \hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{x}_k$$
 (5.31)

$$\Omega_u \ge 0, \qquad -\Omega_u \le \overline{R}\hat{U} \le \Omega_u,$$
(5.32)

$$\boldsymbol{u}_{\min,k,i} \leq \boldsymbol{\hat{u}}_i \leq \boldsymbol{u}_{\max,k,i}, \qquad \boldsymbol{r}_{\min,k,i} \leq \boldsymbol{z}_i \leq \boldsymbol{r}_{\max,k,i}, \qquad (5.33)$$

$$\mathbf{r}_{\min,k,i}^{C} \le \mathbf{z}_{i}^{C} \le \mathbf{r}_{\max,k,i}^{C} \tag{5.34}$$

Dieses Optimierungsproblem kann mit diesen Nebenbedingungen implementiert werden. Für die folgende Implementierung werden jedoch die Gleichheits-Nebenbedingungen (Systemdynamik) durch direktes Einsetzten eliminiert. Damit schreibt sich  $\hat{Y}_k$  als

$$\hat{\mathbf{Y}}_{k} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}_{k+1} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_{k+N_{p}} \end{bmatrix} = \underbrace{\hat{\mathbf{A}}\mathbf{x}_{k}}_{\hat{\mathbf{y}}_{free,k}} + \underbrace{\mathbf{G}_{u} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_{k} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{u}}_{k+N_{c}-1} \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{y}}_{forced,k}} + \underbrace{\mathbf{G}_{v} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{v}}_{k} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{v}}_{k+N_{p}-1} \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{y}}_{forced,k}}.$$
 (5.35)

und setzt sich aus der freien und erzwungenen Systemantwort zusammen. Die erzwungene Systemantwort wird mittels der Faltungsmatrizen aus den Gewichtsfolgen für Eingangs- und Störgrößen formuliert

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}^{T}\boldsymbol{A} \\ \vdots \\ \boldsymbol{C}^{T}\boldsymbol{A}^{N_{p}} \end{bmatrix}_{N_{p}\times n}, \quad \boldsymbol{G}_{u} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}^{T}\boldsymbol{B}_{u} & \dots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{C}^{T}\boldsymbol{A}^{N_{c}-1}\boldsymbol{B}_{u} & \dots & \boldsymbol{C}^{T}\boldsymbol{B}_{u} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{C}^{T}\boldsymbol{A}^{N_{p}-1}\boldsymbol{B}_{u} & \dots & \boldsymbol{C}^{T}\boldsymbol{A}^{N_{p}-N_{c}}\boldsymbol{B}_{u} \end{bmatrix}_{N_{p}\times N_{c}}$$
(5.36)

Die Struktur von  $G_v$  ergibt sich analog zu  $G_u$  durch den Austausch von  $B_u$  durch  $B_v$ . Setzt man die Prädiktionsgleichung (5.35) in die Matrizenform des Optimierungsproblems (5.30) ein, erhält man ein quadratisches Optimierungsproblem,

das nur durch Ungleichungen beschränkt ist

$$J\left(\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{u}}_{k}\\\hat{\boldsymbol{z}}_{k}\\\boldsymbol{\Omega}_{u}\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{u}}_{k}^{T} \quad \boldsymbol{z}_{k}^{T} \quad \boldsymbol{z}_{k}^{CT} \quad \boldsymbol{\Omega}_{u}^{T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\boldsymbol{G}_{u}\overline{\boldsymbol{Q}}\boldsymbol{G}_{u} & -\boldsymbol{G}_{u}^{T}\overline{\boldsymbol{Q}} & -\boldsymbol{G}_{u}^{T}\overline{\boldsymbol{Q}}^{C} & \boldsymbol{0}\\-\boldsymbol{G}_{u}^{T}\overline{\boldsymbol{Q}} & \overline{\boldsymbol{Q}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\-\boldsymbol{G}_{u}^{T}\overline{\boldsymbol{Q}}^{C} & \boldsymbol{0} & \overline{\boldsymbol{Q}}^{C} & \boldsymbol{0}\\\boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{u}}_{k}\\\boldsymbol{z}_{k}\\\boldsymbol{z}_{k}\\\boldsymbol{\Omega}_{u}\end{bmatrix} + \quad (5.37)$$
$$\begin{bmatrix}2\,\vartheta^{T}\boldsymbol{G}_{v}^{T}(\overline{\boldsymbol{Q}}+\overline{\boldsymbol{Q}}^{C})\boldsymbol{G}_{u} & -2\,(\hat{\boldsymbol{y}}_{free,k}+\vartheta^{T}\boldsymbol{G}_{v}^{T})\overline{\boldsymbol{Q}} & -2\,(\hat{\boldsymbol{y}}_{free,k}+\vartheta^{T}\boldsymbol{G}_{v}^{T})\overline{\boldsymbol{Q}}^{C} & \mathbf{1}^{T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{u}}_{k}\\\boldsymbol{z}_{k}\\\boldsymbol{Z}_{k}\\\boldsymbol{\Omega}_{u}\end{bmatrix}$$
$$\Omega_{u} \geq 0, \quad -\boldsymbol{\Omega}_{u} \leq \overline{\boldsymbol{R}}\hat{\boldsymbol{u}} \leq \boldsymbol{\Omega}_{u}, \quad (5.38)$$
$$\boldsymbol{u}_{min,k} \leq \hat{\boldsymbol{u}}_{k} \leq \boldsymbol{u}_{max,k}, \quad \boldsymbol{r}_{min,k} \leq \boldsymbol{z}_{k} \leq \boldsymbol{r}_{max,k}, \quad \boldsymbol{r}_{min,k}^{C} \leq \boldsymbol{z}_{k}^{C} \leq \boldsymbol{r}_{max,k}^{C} \quad (5.39)$$

Das Optimierungsproblem kann so einem Solver für quadratische Programme zugeführt werden. Als Solver wurde BPMPD<sup>1</sup> verwendet. BPMPD ist ein in C programmierter Solver, der nach dem Inneren-Punkte-Verfahren arbeitet. BPMPD stellt dabei eine *MATLAB Mex Schnittstelle* zur Verfügung. Der in C programmierte Solver kann dadurch direkt in Matlab aufgerufen werden. Die Stärke des BPMPD-Solver ist der Umgang mit schwach-besetzten Matrizen. Das Optimierungsproblem kann somit schnell gelöst werden, was Geschwindigkeitsvorteile bei der Simulation mit sich bringt.

#### 5.4.3. Beobachter

Da nicht alle Zustände des Gebäudemodells messbar sind, müssen die Zustandsgrößen aus den Messdaten rekonstruiert werden. Dies ist möglich, da das Gebäudemodell beobachtbar ist (Der Rang der Beobachtbarkeitsmatrix entspricht der Systemordnung). Zur Zustandsschätzung wird ein *Kalman-Filter* eingesetzt. Für das Arbeiten mit ungestörten Simulationsdaten ist dies nicht zwingend nötig. Für den späteren praktischen Einsatz mit Messdaten ist die Verwendung eines Kalman-Filters jedoch vorteilhaft. Das stochastische, zeitdiskrete Modell der Strecke wird mit

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{B}_u \boldsymbol{u}_k + \boldsymbol{B}_v \boldsymbol{v}_k + \boldsymbol{w}_k \tag{5.40}$$

$$\boldsymbol{y}_k = \boldsymbol{C}^T \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{z}_k \tag{5.41}$$

angenommen. Die Terme  $w_k$  und  $z_k$  sind, für festes k Zufallsvariablen, mit den Kovarianzmatrizen  $E[w_k w_k^T] = Q$  und  $E[z_k z_k^T] = R$ . Diese werden als konstant bzw. unabhängig von k angenommen. Der Term  $z_k$  beschreibt Rauschen bzw. Unsicherheiten bei der Messung der Ausgangsgröße  $y_k$ . Da bei der TRNSYS-Simulation diese exakt bekannt sind, wird R = 0 gewählt. Bei einer praktischen

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>http://www.pserc.cornell.edu/bpmpd/

Implementierung können die Eigenschaften der Messgeräte Auskunft über die Größe von R geben. Die Prozessrauschgröße  $w_k$  modelliert Störungen, die auf den Zustandsvektor wirken. In gewisser Weise modelliert sie die Genauigkeit von Vorhersagen, die mit dem Modell getroffen werden. Prädiktionsunsicherheiten treten im praktischen Einsatz durch Unsicherheiten von  $u_k$  ( $\dot{Q}_{tabs}$  ist in der praktischen Anwendung nicht exakt vorgebbar bzw. messbar) und  $v_k$  (statistische Eigenschaften von Wetterdaten) auf. Für die Simulation sind  $u_k$  und  $v_k$  genau bekannt. Die Kovarianzmatrix  $w_k$  wird deshalb rein aufgrund von Modellunsicherheiten gewählt. Die bei der Parameteridentifikation resultierende Größe K und die Kovarianzmatrix des Fehlers e (vergleiche Abschnitt 4.8.2) charakterisieren in gewissem Maße die Modellzuverlässigkeit. Die Kovarianzmatrix des Prozessrauschens wird deshalb gewählt mit

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{E}[\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T] \cdot \boldsymbol{K}^T. \tag{5.42}$$

Die Kalman-Verstärkung M des zeitdiskreten, zeitinvarianten Kalman-Filters ist gegeben durch

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{\Sigma}_{\infty} \boldsymbol{C}^T \cdot (\boldsymbol{R} + \boldsymbol{C} \boldsymbol{\Sigma}_{\infty} \boldsymbol{C}^T)^{-1}.$$
 (5.43)

Die Kovarianzmatrix  $\Sigma_{\infty}$  des Schätzfehlers ist die Lösung der algebraischen Matrix-Riccati-Gleichung (Lösung z.B. mit Matlab-Befehl *dare*). Die Kovarianzmatrix  $\Sigma_{\infty}$  gibt, bei guter Modellierung und guten Annahmen zu den Rauschtermen, Aufschluss über die Qualität der Zustandsschätzungen. Die Gleichungen für die Durchführung der Zustandsschätzung (das Kalman-Filter) in Prädiktor-Korrektur-Struktur sind

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = A\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + B_{u}\mathbf{u}_{k-1} + B_{v}\mathbf{v}_{k-1}, \qquad (5.44)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + M (y_k - C^T \hat{x}_{k|k-1}).$$
 (5.45)

Die Gleichung (5.44) prädiziert den Zustand für den Abtastschritt k, basierend auf der Zustandsschätzung für den Abtastschritt k - 1 und den Eingangsgrößen zum Abtastzeitpunkt k - 1. Dazu wird das Zustandsraummodell der Regelstrecke verwendet. Die Gleichung (5.45) korrigiert diese Schätzung durch Messwerte der Ausgangsgröße  $y_k$  zum Abtastzeitpunkt k. Die Korrektur erfolgt mit Hilfe der berechneten Matrix M, sodass die Varianz des Schätzfehlers  $var(||\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}||^2)$  minimiert wird.

#### 5.4.4. Zeitverzögerung und Abtastzeit TRNSYS

Beim Austausch von Daten zwischen Matlab und TRNSYS entsteht eine Verzögerung von einem Abtastschritt. Dies ist bedingt durch die Arbeitsweise von TRNSYS und die Interaktion mit dem Matlab Type155. In Abbildung 5.4 ist die Kommunikation zwischen TRNSYS und Matlab dargestellt.



Abbildung 5.4.: Verzögerung beim Datenaustausch zwischen TRNSYS und Matlab

In jedem Abtastschritt nimmt TRNSYS die aktuellen Eingangs- und Störgrößen und berechnet daraus iterativ die Lösung für den aktuellen Zeitschritt. Ist das Abbruchkriterium für die Iterationen erreicht, wird die errechnete Lösung an Matlab übergeben. Mittels eines Matlab-Scripts wird dann die Stellgröße für den aktuellen Zeitschritt berechnet. Diese wird dann nicht sofort, sondern erst im nächsten Abtastschritt berücksichtigt. Es entsteht somit eine Verzögerung in der Länge eines Abtastschrittes.

Für eine sinnvolle Simulation, sollte die TRNSYS-Abtastzeit deshalb kurz gewählt werden. Für die folgenden Simulationen wird die kleinstmögliche Abtastzeit von 0,125 h verwendet. Aufgrund der sehr trägen Dynamik von Gebäuden stellt die dadurch entstehende Verzögerung keine Einschränkung für die Regelung dar.

Die Verzögerung von einem Abtastschritt könnte man auch als Verzögerung aufgrund der nötigen Berechnungszeit für die Lösung des Optimierungsproblems betrachten. In praktischen Anwendungen wird die Berechnungszeit des Optimierungsproblems jedoch weit unter dem Wert 0,125 h liegen.

#### 5.4.5. Prädiktion der Störgrößen

Für die Berechnung der Temperaturverläufe benötigt der modellprädiktive Regler Wettervorhersagen der Störgrößen über den Prädiktionshorizont. Diese Vorhersagen sollten in der Abtastzeit des Reglers vorliegen. Bei der gewählten Abtastzeit von 1 h sind stündliche Prognosewerte gefordert. Liegen die Prognosewerte in einer größeren Schrittweite vor, können sie z.B. linear interpoliert werden. Da mit einer deterministischen Formulierung der modellprädiktiven Regelung gearbeitet wird, interpretiert der Regler unsichere Prognosewerte als tatsächlich eintretende Störgrößen. Daneben sind auch stochastische Formulierungen der modellprädiktiven Regelung denkbar [35]. Die Störgrößen, die prädiziert werden müssen, sind  $\vartheta_{oa}$ ,  $I_s$  und  $\dot{Q}_g$ .

#### Prädiktion der interner Lasten

Für die Prädiktion der internen Lasten  $\dot{Q}_g$  müssen Verläufe aufgrund von Belegungsprofilen und der Betriebszeit bzw. Anzahl an technischen Geräte abgeschätzt werden. Für die Simulationen wird im Folgenden eine tägliche Belegung zwischen 9<sup>00</sup> – 17<sup>00</sup> angenommen. Die in dieser Zeit anfallenden internen Lasten werden mit konstanten 30 W/m<sup>2</sup> abgeschätzt.

#### Außentemperatur- und Strahlungsprognose

Für die Wetterprognosen eignen sich interne Modelle oder externe Quellen (z.B. Wetterdienste). Interne Vorhersagen können mit einfachen Ansätzen aus vergangenen Messwerten der Störgrößen berechnet werden. Mögliche Ansätze, wie eine Paralellverschiebung der Verläufe der letzten 24 h oder autoregressive Modelle, finden sich in [20]. Ein Vergleich von externen mit internen Vorhersagen in [20] zeigt, dass interne Vorhersagen technisch einfacher realisierbar sind und für kurze Prädiktionshorizonte sogar ausreichend sein können.

Externe Prognosen sind meteorologische Daten, die von Wetterdiensten zur Verfügung gestellt werden. Dabei werden meist 2mal täglich, 48h Prognosen für Strahlung, Bewölkung, Feuchtigkeit, Niederschlag generiert. Für das Bereitstellen der Daten, wird meist eine Gebühr verlangt. Um dem Heizungsregler solche Daten verfügbar zu machen, ist ein Internet-Anschluss nötig.

Bei der TRNSYS-Simulation sind die in der Zukunft auftretenden Störgrößen exakt bekannt. Die exakt bekannten Vorgaben werden auch vom Regler verwendet. Dies entspricht perfekter Wettervorhersage.

## 5.5. Simulation

Mit dem entworfenen modellprädiktiven Regler wurde eine Jahressimulation in TRNSYS durchgeführt. Die zeitlichen Verläufe dieser Simulation sind in Abbildung 5.5 dargestellt. Der damit erreichte Komfort ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Es gibt keine Unterschreitungen der erlaubten Komfortgrenzen nach SIA 381/1. Wie man allerdings erkennen kann, treten marginale Überschreitungen der Komfortgrenzen auf. Die maximale Überschreitung liegt bei 0,5 °C. Berechnet man die Kelvin-Stunden für diese Simulation ergeben sich Unterschreitungen von 0 Kh und Überschreitungen von 22 Kh. Grundsätzlich gilt: eine lange Unterkühlung des Raumes wird als störender Empfunden als eine kurzzeitige Überhöhung der Raumtemperatur. Die Überschreitungen haben vermutlich zwei Ursachen. Zum einen wird der gewünschte Soll-Wärmestrom  $\dot{Q}_{tabs}$  nicht exakt vorgegeben. Zum



Abbildung 5.5.: Jahressimulation modellprädiktiven Reglers ( $R = 0, Q = 1, Q^{C} = 10$ )

anderen bildet das Test-Box Modell die Tageshöchstwerte der operativen Temperatur schlecht ab (siehe z.B. Abbildung D.3). Der modellprädiktive Regler erkennt so kommende Überschreitungen nicht. So bald die Überschreitung erkannt wird, ist das Reagieren aufgrund der Trägheit des aktivierten Bauteils allerdings nicht mehr möglich. Ein Absenken der oberen Beschränkung des Komfortbereichs (Variable  $r_{max,k,i}$  in der Kostenfunktion) unter den in der Norm definierten Wert kann hier Abhilfe schaffen.

In Abbildung 5.7 sind die zeitlichen Verläufe der Simulation für den Kühl- und Heizfall für eine Periode von 3 Tagen dargestellt. Es wurden zwei verschiedene Fälle betrachtet. Im ersten Fall (blaue Kurve) wurde unabhängig von der nötigen Energie geheizt bzw. gekühlt (R = 0). Im zweiten Fall (grüne Kurve) wurde die Heiz- und Kühlenergie unter Tags stark gewichtet R = 1 und in der Nacht gar nicht R = 0. Wie man erkennen kann heizt- bzw. kühlt der Regler das Gebäude bei dieser Gewichtung nur in der Nacht. Die maximale Kühlleistung wird in der Nacht voll ausgenützt. Sie reicht jedoch nicht aus, um die Komfortbeschränkungen einzuhalten.



Abbildung 5.6.: Simulation der operativen Raumtemperatur über ein Jahr; Stundenwerte der Raumtemperaturen über dem Tagesmaximum der Außentemperatur (Norm SIA382/1); Reglerparameter Q = 1, R = 0



Abbildung 5.7.: Ausschnitt aus der Simulation des MPC-Reglers für den Kühl- (links) und Heizfall für verschiedene Gewichte der Eingangsgröße

# Zusammenfassung und Ausblick

Im letzten Abschnitt wurde eine modellprädiktive Regelung für eine Test-Box entworfen. Aus der Vielzahl von Formulierungen von Kostenfunktionen, die bei der modellprädiktiven Regelung möglich sind, wurde eine geeignete Kostenfunktion für den Einsatz als Raumtemperaturregelung ausgewählt. Es wurden grundlegende Überlegungen zur Wahl der Parameter Prädiktionshorizont, Kontrollhorizont, Abtastzeit und Gewichtungen der Terme der Kostenfunktion angestellt. Für die Implementierung der Regelung wurde keine Matlab-Toolbox verwendet. Dadurch ist die Formulierung leicht auf Anwendungen, für die Matlab nicht zur Verfügung steht, übertragbar.

Der entworfene modellprädiktive Regler wurde in der Gebäudesimulationssoftware TRNSYS implementiert und simuliert. Wie die Simulation zeigt, ist der Regler in der Lage den thermischen Komfort über das ganze Jahr aufrecht zu erhalten. Die Anzahl der Überschreitungen des Komfortbereichs betrug lediglich 22 K h, wobei der Energieverbrauch ungewichtet blieb. Die betrachtete Simulation stellt jedoch den Idealfall dar: die Wetter- und Belegungsprognosen waren exakt, die Messung der operativen Temperatur möglich und exakt, der Wärmestrom  $\dot{Q}_{tabs}$  war exakt bekannt und alle Temperaturmesswerte sind exakt und rauschfrei. Wie gut die Regelung bei abweichenden Bedingungen und unsicheren Wetterprognosen arbeitet, ist zu untersuchen. Auch bezüglich der Robustheit des Reglers sind weitere Untersuchungen nötig.

Die bei der Simulation aufgetretenen Komfortverletzungen sind auf Modellierungsfehler des thermischen Gebäudemodells zurückzuführen. Wie sich im Kapitel 4 gezeigt hat, gestaltet sich jedoch die exakte thermische Modellierung als schwierig. Die Modellierung stellt somit das größte Hindernis für den Einsatz der modellprädiktiven Gebäudeheizung bzw. -kühlung dar. Es hat sich jedoch gezeigt, dass Modelle "niedriger" Ordnung für eine Regelung ausreichend sein können. Die Reglerperformance steigt und sinkt jedoch mit der Modellgenauigkeit.

Grundsätzlich war diese Arbeit der erste Schritt zur Regelung einer Test-Box mit einem modellprädiktiven Regler. Sie zeigt die grundlegenden Probleme beim Entwurf eine modellprädiktiven Regelung für die Test-Box auf und diskutiert Lösungsansätze. Für die praktische Umsetzung und das Auffinden optimaler Reglerparameter durch Simulationsstudien sind weitere Arbeiten nötig.

# A. Fanger Gleichungen

Die vom Metabolismus erzeugte Wärme *M* wird entweder in Arbeit *W* umgewandelt oder an die Umgebung abgegeben

$$M - W = H + E + C_{res} + E_{res}.$$
 (A.1)

*H* ist die trockene Wärmeabgabe (*dry heat loss*), *E* die Wärmeabgabe durch Verdunstung (*evaporative heat exchange*),  $E_{res}$  die Wärmeabgabe durch Verdunstung in die Atemluft (*respiratorive evaporative heat exchange*) und  $C_{res}$  die konvektive Wärmeabgabe in die Atemluft (*respiratorive convective heat exchange*).

Die vom Metabolismus erzeugte Wärme M, die Hauttemperatur  $\vartheta_{sk}$  und der Wärmeleitwiderstand der Kleidung ergeben sich aus

$$M = 58, 2 \cdot met, \tag{A.2}$$

$$\vartheta_{sk} = 35, 7 - 0,028 \cdot (M - W),$$
 (A.3)

$$R_{clo} = 0,155 \cdot clo.$$
 (A.4)

Die Wärmeabgabe der Verdunstung berechnet sich aus dem Dampf-Partialdruck in der Raumluft  $p_{ra}$  zu

$$E = 3,05 \cdot 10^{-3} \cdot (5733 - 6,99 \cdot (M - W) - p_{ra}) + 0,42 \cdot ((M - W) - 58,15).$$
(A.5)

Der Dampf-Partialdruck  $p_{ra}$  kann mittels der Balton-Approximation der Clausius-Clapeyron-Gleichung bei gegebener relativer Luftfeuchtigkeit  $\varphi_{ra}$  berechnet werden

$$p_{ra} = \varphi_{ra} \cdot 610,94 \cdot e^{\frac{17,625 \cdot 9r_a}{\vartheta_{ra} + 243.05}}.$$
 (A.6)

Die respiratorische Wärmeabgabe ergibt sich aus

$$E_{res} = 1,72 \cdot 10^{-5} \cdot M \cdot (5867 - p_{ra}), \tag{A.7}$$

$$C_{res} = 0,0014 \cdot M \cdot (34 - \vartheta_{ra}). \tag{A.8}$$

Die optimale trockene Wärmeabgabe ergibt sich zu

$$H_{optimal} = (M - W) - E - E_{res} - C_{res}.$$
 (A.9)

#### A. Fanger Gleichungen

Die bei gegebenen Bedingungen mögliche Wärmeabgabe lässt sich berechnen aus

$$H = \alpha_{cv} \cdot f_{clo} \cdot (\vartheta_{clo} - \vartheta_{ra}) + \alpha_r \cdot f_{clo} \cdot (\vartheta_{clo} - \vartheta_{mr}), \tag{A.10}$$

$$\vartheta_{clo} = \vartheta_{sk} - H \cdot R_{clo},\tag{A.11}$$

$$\alpha_r = 3,96 \cdot 10^{-8} \cdot (\vartheta_{clo} + \vartheta_{mr}) \cdot (\vartheta_{clo}^2 + \vartheta_{mr}^2), \tag{A.12}$$

$$\alpha_{cv} = \begin{cases} 2,38|\vartheta_{cl} - \vartheta_{ra}|^{0,25} & 2,38 \cdot |\vartheta_{cl} - \vartheta_{ra}|^{0,25} > 12, 1 \cdot \sqrt{v_{ra,rel}} \\ 12,1 \cdot \sqrt{v_{ra,rel}} & 2,38 \cdot |\vartheta_{cl} - \vartheta_{ra}|^{0,25} \le 12, 1 \cdot \sqrt{v_{ra,rel}} \end{cases}, \quad (A.13)$$

$$f_{clo} = \begin{cases} 1,00+1,290 \cdot R_{clo} & R_{clo} \le 0,078\\ 1,05+0,645 \cdot R_{clo} & R_{clo} > 0,078 \end{cases}$$
(A.14)

$$v_{ra,rel} = v_{ra} + 0,005 \cdot (M - 58, 2). \tag{A.15}$$

Die Verlustfunktion (loss-function) errechnet sich aus

$$L = H_{optimal} - H. \tag{A.16}$$

Mit Hilfe dieser Verlustfunktion, lassen sich die Größen PMV und PPD berechnen:

$$PMV = 0,303 \ e^{(-0,036 \ M+0,028) \cdot L}, \tag{A.17}$$

$$PPD = 100 - 95 \cdot e^{-(0,03353) PMV^4 + 0,2179 PMV^2}.$$
 (A.18)

Die in diesem Abschnitt angeführten Gleichungen finden sich z.B. in der Norm EN ISO 7730 [9].

# **B. TRNSYS-Simulation**

Für die Simulation der Test-Box wird der *Type 56 - Mehrzonengebäudemodell* verwendet, wobei die Test-Box mit nur einer Zone modelliert wird. Um dem Type 56 die benötigten Eingänge zur Verfügung zu stellen, wurden die Types

- Type 99 Wetterdatenleser,
- Type 77 Modell der Bodentemperatur,
- Type 69 Modell zur Berechnung der strahlungsrelevanten Himmelstemperatur in Abhängigkeit der Bewölkung,
- Type 33 Berechnung der Eigenschaften von feuchter Luft,
- Type 155 Matlab-Schnittstelle und
- Berechnungsbausteine für die Berechnung der Azimut-Winkel der Gebäudeoberflächen und der Aufteilung der Strahlung (Global- und Diffusstrahlung) auf die Gebäudeoberflächen

verwendet. Der TRNSYS-Koppelplan ist in Abbildung B.2 dargestellt. Für die Definition der Gebäudegeometrie im Type 56 wurde eine Test-Box in Google-Sketchup (mit den in Abbildung 4.1 angegebenen Dimensionen) gezeichnet und in TRNSYS übernommen. Für die detaillierte Strahlungsberechnung<sup>1</sup> der Test-Box-Zone wird die *3d geometry mode*<sup>2</sup> von TRNSYS verwendet, welche den Strahlungsaustausch unter Zuhilfenahme der 3-dimensionalen Gebäudegeometriedaten berechnet. Zur Berechnung der Wärmeleitung durch die Gebäudebauteile muss deren Aufbau aus den entsprechenden Materialien (in TRNSYS sog. *Layers*) festgelegt werden. Für jedes Material wird dabei seine Wärmeleitfähigkeit, seine Wärmekapazität und Dichte spezifiziert. Die 3 wichtigsten Materialien sind:

Bezeichnung	$\lambda$ [kJ/hK]	c [kJ/kgK]	ho [kg/m <sup>3</sup> ]
BET_200	7,56	1	2200
DAEMM_167	0,173	1	60
DAEMM_121	0,144	1	1400

Tabelle B.1.: Liste der in der Test-Box-Simulation definierten Materialien

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>langwelliger Strahlungsaustausch zwischen den Raumoberflächen <sup>2</sup>neues Feature in TRNSYS 17

#### B. TRNSYS-Simulation

Für die Bauteilaktivierung stellt TRNSYS das EMPA-Modell zur Verfügung. Dieses wird durch einen eigenen *Layer* (Decke: TAB17\_2\_02, Boden: TAB\_20\_02) realisiert. Zur genaueren Berechnung wurde die bauteilaktivierte Decke in vier Segmente eingeteilt. Die Parameter für die Bauteilaktivierung sind ein Rohrabstand von 17 cm, eine Rohrstärke von 2 mm und ein Rohrdurchmesser von 2 cm.

Der Aufbau (Schichtung von *Layers*) der Test-Box-Außenwände, des Daches und des Bodens ist in der Abbildung B.1 dargestellt. Die Wärmeübergangs-



Abbildung B.1.: Definition der "Walls" in Trnsys als Kombination der definierten Layers. Die hier angegebene Schichtung der Außenwand gilt für alle vier Außenwände

koeffizienten der Bauteiloberflächen werden nicht als konstant angenommen, sondern basierend auf temperaturabhängigen, nichtlinearen Kennlinien berechnet. Das südseitige Fenster wird mit dem Programm WINDOW 4.1 (entwickelt von Lawrence Berkeley Labor in den USA [18]) simuliert. Die dafür benötigten Fensterparameter sind:

WINDOW EXT_WIND	OW
HINSIDE=11	HOUTSIDE=64
SLOPE=90	SPACID=0
WWID=0.77	WHEIG=1.08
FFRAME=0.3	UFRAME=10.9091
ABSFRAME=0.6	RISHADE=0
RESHADE=0	REFLISHADE=0.5
REFLOSHADE=0.5	CCISHADE=0.5
EPSFRAME=0.9	EPSISHADE=0.9



Abbildung B.2.: TRNSYS-Koppelplan zur Simulation der Test-Box

# C. Parameter

## C.1. Physikalische Parameter einer Test-Box

Physikalische Parameter, gemäß dem Stand der aktuelle Projektphase:

Physikalische Parameter der MPC-Box	
Raum	
Abmessungen [ <i>m</i> ]	3,6 x 4,6 x 2,7
Grundfläche [ $m^2$ ]	12,71
Fenster	
Abmessungen [ <i>m</i> ]	1,8 <i>x</i> 1,4
U-Wert $[W/m^2K]$	0,1
g-Wert [%]	60
Fassade	
Wandstärke Beton [ <i>cm</i> ]	10
Wandstärke Dämmung [ <i>cm</i> ]	16
U-Wert-Fassade $[W/m^2K]$	0,28
Bauteil Decke	
Dicke [ <i>cm</i> ]	25
Überdeckung [ <i>cm</i> ]	5
Wärmeübergangskoeffizient Raum $[W/m^2K]$	6
Materialparameter Beton	
Wärmekapazität [ <i>J</i> / <i>kgK</i> ]	1000
Wärmeleitwert [W/mK]	2.1
Dichte $[kg/m^3]$	2200

Tabelle C.1.: Physikalische Parameter einer Test-Box (aktuelles Projektstadium)

# C.2. Berechnete Startparameter, Modell ohne Wandkapazität

Parameter Modell ohne Wandkapazität	
Bauteil	
spez. Wärmespeicherzahl Beton $\hat{s}_{cr} [kJ/m^2K]$	36,43
Effektive Dicke Kern $d_c$ [ <i>cm</i> ]	3
Effektive Dicke Bauteil $d_{cl}$ [ <i>cm</i> ]	5
Leitwert Kern-Decke $UA_{c,cl}$ [ $kW/K$ ]	1
Leitwert Decke-Raum $UA_{cl,r}$ [W/K]	124,4
Box	
Leitwert Fassadenverluste $UA_{l,f}$ [W/K]	34,69
Zeitkonstante $\tau_r$ [ <i>h</i> ]	130
Absorptionsfaktor Strahlung $\gamma_r$ [-]	0,6
Absorptionsfaktor interne Lasten $\gamma_g$ [-]	0,7

Tabelle C.2.: Physikalische motivierte Parameter des Streckenmodells ohne Wandkapazität

# C.3. Berechnete Startparameter, Modell mit Wandkapazität

Parameter Modell mit Wandkapazität	
Bauteil	
spez. Wärmespeicherzahl Betondecke $\hat{s}_{cr,cl} [kJ/m^2K]$	36,43
Effektive Dicke Decke $d_{cl}$ [ <i>cm</i> ]	5
Leitwert Decke-Raum $UA_{cl,ra}$ [W/K]	124,50
Fassade	
spez. Wärmespeicherzahl Betonfassade $\hat{s}_{cr,f} [kJ/m^2K]$	128,70
Effektive Dicke Wand $d_w$ [ <i>cm</i> ]	10
Leitwert Raum-Wand $UA_{ra,w}$ [W/K]	342,67
Leitwert Wand-Außenluft $UA_{w,oa}$ [W/K]	17,13
Leitwert statische Fassadenverluste $UA_{l,i}$ [W/K]	22,85
Box	
Vielfaches Luftvolumen <i>m</i> [-]	5
Absorptionsfaktor Strahlung $\gamma_r$ [-]	0,6
Absorptionsfaktor interne Lasten $\gamma_g$ [-]	0,7

Tabelle C.3.: Physikalische motivierte Parameter des Streckenmodells mit Wandkapazität

# D. Simulation der Modelle

## D.1. Modell ohne Wandkapazität



Abbildung D.1.: Vergleich des Modells ohne Wandkapazität identifiziert mit sh mit der Simulation sh



Abbildung D.2.: Vergleich des Modelles ohne Wandkapazität identifiziert mit *sh* mit der Simulation *wc* 



## D.2. Modell mit Wandkapazität

Abbildung D.3.: Vergleich des Modelles mit Wandkapazität identifiziert mit wc mit der Simulation sh



Abbildung D.4.: Vergleich des Modelles mit Wandkapazität identifiziert mit *wc* mit der Simulation *wc* 

## Literatur

- [1] *Statistik Austria, Energiestatistik: Energetischer Endverbrauch* 2012, Stand 12.12.2013.
- [2] M. Koschenz und B. Lehmann, *Thermoaktive Bauteilsysteme tabs*. EMPA, 2000.
- [3] J. Tödtli, M. Gwerder, F. Renggli, W. Güntensperger, B. Lehmann, V. Dorer und K. Hildebrand, *Regelung und Steuerung von thermoaktiven Bauteilsystemen* (*TABS*), 5. WILEY-VCH Verlag, 2009, Bd. 31, S. 319–325.
- [4] D. Gyalistras und M. Gwerder, "Use of weather and occupancy forecasts for optimal building climate control (OptiControl): Two Years Progress Report – Main Report", Terrestrial Systems Ecology ETH Zurich R&D HVAC Products, Building Technologies Division, Siemens Switzerland Ltd., Zug, Switzerland, Techn. Ber., 2010.
- [5] B. Lehmann, V. Dorer und M. Koschenz, "Application range of thermally activated building systems tabs", *Energy and Buildings*, Bd. 39, Nr. 5, S. 593– 598, 2007, ISSN: 0378-7788.
- [6] H. A. Tritthart, *Medizinische Physik und Biophysik*. Schattauer, F.K. Verlag, Okt. 2001, ISBN: 9783794520541.
- [7] P. Fanger, *Thermal Comfort*. McGraw-Hill Inc., US, März 1973, ISBN: 9780070199156.
- [8] ASHRAE, "Standard 55-2013, Thermal Environmental Conditions for Human Occupancy", American Society of Heating, Refrigerating und Air Conditioning Engineers, Techn. Ber., 2013.
- [9] ISO, "Ergonomics of the thermal environment. Analytical determination and interpretation of thermal comfort using calculation of the PMV and PPD indices and local thermal comfort criteria", International Organization for Standardization, Techn. Ber., 2005.
- [10] E. Sprenger und H. Recknagel, *Taschenbuch für Heizung* + *Klimatechnik* 13/14, 76. Auflage. Oldenbourg Industrieverla, Nov. 2012, ISBN: 9783835633254.
- B. Glück, "Zulässige Strahlungsasymmetrie", Gesundheits-Ingenieur, Bd. 6, S. 285–344, 1994.
- [12] D. Gyalistras und M. Gwerder, "Use of Weather and Occupancy Forecasts For Optimal Building Climate Control (OptiControl): Two Years Progress Report", Terrestrial Systems Ecology ETH Zurich, Techn. Ber., 2010.

- F. Oldewurtel, A. Parisio, C. N. Jones, D. Gyalistras, M. Gwerder, V. Stauch,
   B. Lehmann und M. Morari, "Use of model predictive control and weather forecasts for energy efficient building climate control", *Energy and Buildings*, Bd. 45, S. 15–27, 2012, ISSN: 0378-7788.
- S. Cho und M. Zaheer-uddin, "Predictive control of intermittently operated radiant floor heating systems", *Energy Conversion and Management*, Bd. 44, Nr. 8, S. 1333–1342, 2003, ISSN: 0196-8904.
- [15] B. Keller, Klimagerechtes Bauen, B. Keller, Hrsg. Vieweg+Teubner Verlag, 1997.
- [16] M. Sourbron, "Dynamic thermal behaviour of buildings with concrete core activation", Diss., Arenberg Doctoral School of Science, Engineering & Technology, 2012.
- [17] S. Prívara, J. Cigler, Z. Váňa, F. Oldewurtel, C. Sagerschnig und E. Žáčeková, "Building modeling as a crucial part for building predictive control", *Energy* and Buildings, Bd. 56, S. 8–22, 2013, ISSN: 0378-7788.
- [18] TRNSYS, "Multizone Building modeling with Type56 and TRNBuild", Solar Energy Laboratory, University of Wisconsin-Madison, Techn. Ber., 2007.
- [19] (Juni 2014). Papers and Validation, The University of Wisconsin, Adresse: http://sel.me.wisc.edu/trnsys/validation/index.html.
- [20] R. W. Wimmer, "Regelung einer Wärmepumpenanlage mit Model Predictive Control", Diss., Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 2004.
- [21] M. Gwerder, J. Tödtli, B. Lehmann, V. Dorer, W. Güntensperger und F. Renggli, "Control of thermally activated building systems (TABS) in intermittent operation with pulse width modulation", *Applied Energy*, Bd. 86, Nr. 9, S. 1606–1616, 2009, ISSN: 0306-2619.
- [22] M. Bianchi, "Adaptive modellbasierte prädiktive Regelung einer Kleinwärmepumpenanlage", Diss., Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 2006.
- [23] R. Kramer, J. van Schijndel und H. Schellen, "Simplified thermal and hygric building models: A literature review", *Frontiers of Architectural Research*, Bd. 1, Nr. 4, S. 318–325, 2012, ISSN: 2095-2635.
- [24] M. F. Pichler, A. Dröscher, H. Schranzhofer, G. D. Kontes, G. I. Giannakis, E. B. Kosmatopoulos und D. V. Rovas, "Simulation-assisted Building Energy Performance Improvement Using Sensible Control Decisions", in *Proceedings* of the Third ACM Workshop on Embedded Sensing Systems for Energy-Efficiency in Buildings, Ser. BuildSys '11, Seattle, Washington: ACM, 2011, S. 61–66, ISBN: 978-1-4503-0749-9.

- [25] D. Sturzenegger, D. Gyalistras, M. Morari und R. S. Smith, "Semi-automated modular modeling of buildings for model predictive control", in *Proceedings* of the Fourth ACM Workshop on Embedded Sensing Systems for Energy-Efficiency in Buildings, Ser. BuildSys '12, Toronto, Ontario, Canada: ACM, 2012, S. 99– 106, ISBN: 978-1-4503-1170-0.
- [26] A. Ben-Nakhi und M. Mahmoud, "Energy conservation in buildings through efficient A/C control using neural networks", *Applied Energy*, Bd. 73, Nr. 1, S. 5–23, 2002.
- [27] R. Karunakaran, S. Iniyan und R. Goic, "Energy efficient fuzzy based combined variable refrigerant volume and variable air volume air conditioning system for buildings", *Applied Energy*, Bd. 87, Nr. 4, S. 1158–1175, 2010.
- [28] T. Berthou, P. Stabat, R. Salvazet und D. Marchio, "Development and validation of a gray box model to predict thermal behavior of occupied office buildings", *Energy and Buildings*, Bd. 74, S. 91–100, 2014, ISSN: 0378-7788.
- [29] F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman und A. S. Lavine, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 6th. John Wiley & Sons, März 2006, ISBN: 9780471457282.
- [30] G. Masy, "Definition and validation of a simplified multizone dynamic building model connected to heating system and HVAC unit", Diss., Université de Liege, 2008.
- [31] L. Dai, Y. Xia, M. Fu und M. S. Mahmoud, "Discrete-Time Model Predictive Control", *Advances in Discrete Time Systems*, 2012.
- [32] J. Maciejowski, *Predictive Control with Constraints*. Prentice Hall, 2000, ISBN: 0201398230.
- [33] J. Cigler, J. Siroky, M. Korda und C. Jones, "On the selection of the most appropriate MPC problem formulation for buildings", in *11th REHVA World Congress CLIMA 2013*, Prague, Czech Republic, 2013.
- [34] J. Lunze, *Regelungstechnik 2: Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung (Springer-Lehrbuch) (German Edition)*, 4., neu bearb. Aufl. Springer, März 2006, ISBN: 9783540323358.
- [35] F. Oldewurtel, A. Parisio, C. N. Jones, M. Morari, D. Gyalistras, M. Gwerder, V. Stauch, B. Lehmann und K. Wirth, "Energy efficient building climate control using stochastic model predictive control and weather predictions", in *American Control Conference (ACC)*, 2010, IEEE, 2010, S. 5100–5105.