

Michael Nebel

Numerische Bauteiloptimierung von Trägerstrukturen

MASTERARBEIT
zur Erlangung des akademischen Grades
„Diplom-Ingenieur“

Wirtschaftsingenieurwesen-Maschinenbau

Technische Universität Graz
Fakultät für Maschinenbau und Wirtschaftswissenschaften

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Katrin Ellermann, DI Mathias Mair
Institut für Mechanik

Graz, September 2016

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommene Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am

.....

(Unterschrift)

„Es ist leichter, einen Atomkern zu spalten, als ein Vorurteil.“
Albert Einstein

Danksagung

Ich danke meiner gesamten Familie für die mentale und finanzielle Unterstützung während meiner Studienzeit, das Ertragen meiner Launen sowie den tollen Familienzusammenhalt, welcher mir stets Kraft spendet.

An dieser Stelle möchte ich mich bei LOGICDATA, insbesondere den Herrn Dr. Haymo Niederkofler und Dr. Daniel Kollreider, für das Zustandekommen der Diplomarbeit, beim Team des SIMPLICITY-Frame für die nette Aufnahme und Unterstützung sowie der Fahrgemeinschaft bedanken.

Besonderer Dank gilt dem firmenseitigen Projektbetreuer, Herrn DI Mathias Bratl, für den hilfreichen, fachlichen Input sowie der aufgebrauchten Geduld während der gesamten Projektphase.

Weiters danke ich meinem universitären Betreuer, Herrn DI Mathias Mair, für die gute Betreuung der Arbeit und der fachbezogenen, kritischen Anmerkungen.

Ich bedanke mich bei Herrn Martin Lipp für das Korrekturlesen der Arbeit.

Nicht zuletzt möchte ich mich bei all jenen bedanken, welche mich sowohl privat als auch beruflich unterstützt haben.

Abstract

The goal of this project is the analysis and subsequent optimization of parts and assemblies regarding defined parameters. In order to achieve this, an essential part is the connection of MATLAB® and the 3D design software SOLIDWORKS®.

The first, theoretical part covers the basic knowledge of continuum mechanics, the finite element analysis, optimization in general as well as aspects of design of experiments. Furthermore, it focuses upon applying chosen methods of design of experiments to support optimization. The usage of factorial designs and regression models leads to the application of multiple-response-optimization. This summarizes several quality characteristics in one measure and aims at optimizing this measure.

The practical part describes the implementation and some examples of how this method works.

Kurzfassung

Ziel dieser Arbeit ist die Analyse und darauf folgende Optimierung von Bauteilen und Baugruppen hinsichtlich variabler Parameter, wobei ein wesentlicher Bestandteil in der Kopplung von MATLAB[®] und dem CAD-Programm SOLIDWORKS[®] liegt.

Der erste, theoretische Teil deckt die Grundlagen aus den Gebieten der Kontinuumsmechanik, der Finiten-Elemente-Methode, der Optimierung im Allgemeinen sowie der statistischen Versuchsplanung ab. Weiters liegt der Fokus auf der Bedienung ausgewählter Methoden der statistischen Versuchsplanung als Hilfsmittel zur Optimierung. Unter Assistenz von Versuchsplänen und Regressionsmodellen kommt es zur Anwendung der Mehrgrößen-Optimierung, welche mehrere Qualitätsmerkmale zu einer übergeordneten Zielgröße zusammenfasst und deren Optimum anstrebt.

Der praktische Teil erläutert die Umsetzung dieser Methoden und zeigt an Hand von Anwendungsbeispielen die Vor- und Nachteile der Implementierung auf.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung	1
1.2	Stand der Technik	2
1.3	Vorgehensweise	4
2	Theoretische Grundlagen	5
2.1	Kontinuumsmechanik	5
2.2	Finite-Elemente-Methode	13
2.3	Optimierung	16
2.4	Statistische Versuchsplanung	22
3	Statistische Versuchsplanung als Hilfsmittel zur Optimierung	24
3.1	Versuchspläne	24
3.2	Response-Surface-Methodology	30
3.3	Optimierung	33
3.4	Kontrollverfahren	42
4	Implementierung unterschiedlicher Methoden zur Systemanalyse	43
4.1	CAD-Paket	43
4.2	Zusätzliche Funktionen	44
4.3	Anwendung der Instrumente zur Bauteilanalyse	49
5	Anwendungsbeispiele	53
5.1	Auslegerhalterung	53
5.2	Biegebalken	61
5.3	Siderail	69
6	Zusammenfassung	80
	Literaturverzeichnis	81
	Abbildungsverzeichnis	83
	Tabellenverzeichnis	85

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Der Großteil der Menschheit wird vom natürlichen Bestreben nach dem Optimum getrieben. Im täglichen Leben - der kürzeste Weg zur Straßenbahn-Haltestelle. Im Beruf - mehr Anerkennung, mehr Geld, mehr Freizeit. Im Sport - weniger Minuten pro Kilometer, mehr Wiederholungen mit mehr Gewicht. Jede dieser Ansprüche stellen je nach subjektiver Präferenzen eine Zielfunktion oder Nebenbedingungen dar, welche im täglichen Leben zueinander in Gleichklang gebracht werden müssen.

Die Entwicklung und Konstruktion von Produkten legt den Fokus möglichst darauf, eine perfekte Lösung zu finden. Erfahrung, technisches Verständnis, Intuition und Kreativität sind dafür meist Voraussetzung. Je höher allerdings die Anzahl der Einflussfaktoren in einem System ist, desto schwieriger wird die Aufgabe, dieses manuell zu optimieren bzw. in die richtige Richtung zu trimmen. Weiters stellt es eine Herausforderung dar, eine im Vorfeld größere Anzahl an Einflussfaktoren zu filtern und entsprechend dem Einfluss auf das System auszusieben. Die sich im Zuge der Analyse und Optimierung möglicherweise ergebenden potentiellen Einsparungen werden in weiterer Folge vom Prototypen zur Massentauglichkeit schlagend.

Dem Konstrukteur zur Verfügung stehenden Mittel, im Detail die Optimierungsanalyse von SOLIDWORKS[®], stellt sich als Optimierung heraus, welche lediglich Parameter variiert und aus der Summe aller Variationen den günstigsten Fall als Optimum definiert. Vor allem bei einer höheren Anzahl an Parametern zeigt sich diese Variante als weniger effizient.

Die Strukturoptimierung als Entwicklungswerkzeug kann überall zur Anwendung kommen, wo auch Verbesserungspotenzial besteht. In Kombination mit den Methoden der statistischen Versuchsplanung unter Anwendung von MATLAB[®] wird versucht, eine möglichst effiziente Systemanalyse zu ermöglichen und damit weg von der Parametervariation und hin zur gerichteten Änderung der Parameter zu gelangen. Dies soll dem Entwickler den Vorteil verschaffen, seine Konstruktionen besser zu analysieren.

1.2 Stand der Technik

Schon in einer frühen Phase der Entwicklung kann eine optimale Konstruktionsstruktur zu einem kostensparenden und zielgerichteten Produkt führen. Durch die Anwendung automatisierter Strukturoptimierung kann der Leistungsaufwand zwar reduziert werden, nichtsdestotrotz bedarf es im Zuge einer Optimierung manueller Schritte. Ziele und Nebenbedingungen bezüglich des Verhaltens einer Struktur müssen festgelegt werden. Um Versuche an Prototypen aus kosten- und zeittechnischen Gründen aus dem Weg zu gehen, ist zur Erfassung der Struktureigenschaften ein Simulationsmodell erforderlich. Für komplexe Bauteile und Baugruppen ist es allerdings nicht möglich, eine exakte Bestimmung des Strukturverhaltens zu liefern. Numerische Simulationen gewinnen dabei immer größerer Bedeutung. Durch die steigende Leistungsfähigkeit wird es ermöglicht, komplexe Sachverhalte in Simulationsmodellen abzubilden. In den 1980er und 1990er Jahren brachte der steigende Einsatz von CAD-Programmen (computer aided design) auch den Einsatz von numerischen Methoden mit sich - speziell die Finite Elemente Methode in der Strukturmechanik.

Numerische Simulationen lassen sich im Wesentlichen in drei Schritte einteilen. Der erste Schritt wird Preprocessing genannt und beschäftigt sich mit dem Aufbau des Systems sowie deren Randbedingungen. Schritt zwei beschreibt den Solver, welcher das zuvor definierte Problem mittels mathematischer Mittel zu lösen versucht. Im Postprocessing, dem letzten Arbeitsschritt, werden die berechneten Ergebnisse ausgegeben und bewertet. [14]

Eine geometrische Modifikation des Simulationsmodells wird in der Regel durch Parametrisierung der Netzgeometrie ermöglicht. In diesem Zusammenhang haben sich in den verschiedenen CAD-Systemen besonders Splines ihren Namen gemacht. Schwer vernetzbare Geometrien sowie mögliche Bauteildurchdringungen schränken Optimierungssysteme allerdings hinsichtlich ihrer Flexibilität ein.

In der Strukturoptimierung kommt es zur Anwendung numerischer Optimierung. Iterative Verfahren finden diesbezüglich ihren Einsatz, da Optimierungsprobleme in der Regel nicht geschlossen analytisch beschrieben werden können. Dabei wird die Struktur im Hinblick auf ein besseres Verhalten solange in Richtung eines Optimums geändert, bis ein Abbruchkriterium schlagend wird.

Bei Optimierungsproblemen, welche mehrere, lokale Minima aufweisen, sind deterministische Verfahren ineffizient. Stochastische Suchverfahren, wie z. B. das Monte-Carlo-Verfahren, ermöglichen hingegen einen übergreifenden, globalen Suchvorgang. Generell können derartige Optimierungsprobleme nach den Grundprinzipien evolutionärer Algorithmen gelöst werden. Vor allem von genetischen und evolutionären Strategien wird in der Strukturoptimierung Gebrauch gemacht.

Durch Metamodelle, auch Antwortflächen (Response Surface) genannt, ist man in der Lage, sowohl Ziel- als auch Restriktionsbedingungen als Funktion veränderbarer Optimierungsparameter approximativ wiederzugeben. Mittels eines Versuchplans wird dabei der Faktorraum abgetastet und daran anschließend mithilfe einer Lösungsstrategie das Minimum der Fläche gesucht. Sensitivitätsanalysen sind dabei nicht notwendig, da Informationen der Gradienten direkt der Response Surface entnommen werden können.

Allgemein lassen sich in der Strukturoptimierung Aufgaben abhängig von der Art der Entwurfsvariablen in fünf wesentliche Gebiete unterteilen:

- Bauform (z. B. Vollmaterial, Verbundstruktur)
- Materialeigenschaften (z. B. Stahl, Aluminium)
- Dimensionierung (z. B. Wand- und Querschnittsabmessungen)
- Formoptimierung (Variablen beschreiben die Umhüllende des Bauteils - das Einbringen neuer Strukturelemente ist nicht möglich)
- Topologieoptimierung (Variablen beziffern die Lage sowie das Vorhandensein von Strukturelementen) [21]

Durch Anwendung der Formoptimierung wird erlaubt, begrenzte Bauteilbereiche, deren Topologie schon feststeht, optimal auszugestalten. Durch beanspruchungs- und fertigungsgerechten Oberflächenverlauf wird meist eine Reduktion der globalen Spannungsspitzen erreicht. Der Lösungsvektor der Optimierung gibt in der Regel die endgültige Bauteilkontur vor. [22]

Besonders die Topologieoptimierung unterliegt einem regelrechten Boom. Nahezu alle hochwertigen, hochrangigen Finite-Elemente-Methode-Software-Pakete sind mit einem Topologie-Optimierungs-Tool ausgestattet. Topologieoptimierungen unterscheiden sich in Hinblick auf Formoptimierungen insofern, als diese durch Hinzufügen bzw. Abtragen von Materialfragmenten lediglich ein grobes Design des Bauteils vorschlagen und kein schlüssiges Design liefern. Dem Konstrukteur wird dadurch allerdings ein Weg geebnet, welcher neue Möglichkeiten zulässt. Zu den in der Praxis häufig verwendeten Software-Paketen zählen unter anderem ANSYS® mit den Erweiterungen SIMULIA TOSCA STRUCTURE, optiSlang und XCARAT. Weiters zeichnen sich ABAQUS® durch Abaqus Topology Optimization Module oder MSC® durch MSC Nastran Topology Optimization aus. [11]

1.3 Vorgehensweise

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Analyse- und Optimierungsverfahren, welche es ermöglicht, Bauteile und Baugruppen unter SOLIDWORKS® zu verbessern bzw. in eine optimale Richtung zu trimmen. Hauptaugenmerk liegt dabei auf der Spannungs- und Durchbiegungsanalyse in der Simulationsumgebung.

Kapitel 2 befasst sich mit den theoretischen Grundlagen. Dabei erstreckt sich die Kontinuumsmechanik beginnend mit der Kinematik des Kontinuums bis hin zur Herleitung der virtuellen Arbeit interner Kräfte, welche den Grundstein der Finiten-Elemente-Analyse darlegt. Weiters wird auf die Finite-Elemente-Methode im Detail, speziell von der Diskretisierung hin zum linearen Gleichungssystem zur Berechnung der unbekanntenen Knotenverschiebungen, eingegangen. Ein weiterer Punkt beschreibt die Problemstellung der statischen Optimierung. Schlußendlich schließt dieses Kapitel mit der Erläuterung theoretischer Grundlagen der statistischen Versuchsplanung ab.

Kapitel 3 zeigt auf, wie einzelne Methoden der statistischen Versuchsplanung ausgewählt und zum Einsatz gebracht werden. Zu Beginn werden Versuchspläne und mit Hilfe der sich daraus ergebenden Datensätze resultierende Approximationsmodelle erklärt. Weiters wird auf die Optimierung im Speziellen, also Optimierungsprobleme mit mehreren, einwirkenden Qualitätsmerkmalen, sowie dafür verwendete Kontrollverfahren eingegangen.

Die Umsetzung eines Geometrie-Checks zur Untersuchung der Flexibilität des 3D-Modells, eines Effekt-Plots zur Einflussanalyse von Bauteilen und Baugruppen sowie eines Optimierungsalgorithmus zur Optimierung dieser wird in Kapitel 4 erläutert. In diesem Zusammenhang werden die verwendeten Tools sowie Programmierschnittstellen näher erklärt.

Kapitel 5 schildert die Anwendung der erstellten Tools und vergleicht die erhaltenen Ergebnisse anhand von drei Beispielen.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Kontinuumsmechanik

2.1.1 Kinematik

Die Kinematik des Kontinuums beschreibt alle geometrischen Aspekte der Bewegung materieller Körper. Im Gegensatz zur Kinematik starrer Körper, welche sich lediglich mit der Translation und Rotation ohne Änderung der gegenseitigen Lage materieller Punkte beschäftigt, beinhalten Bewegungen deformierbarer Körper auch Verformungen.

Deformationen charakterisieren im Allgemeinen alle Bewegungsmöglichkeiten eines Körpers. Sind allerdings nur Verformungen von Bedeutung (Verzerrungen als Maß der Verformung), müssen alle Anteile der Starrkörperbewegung der Gesamtbewegung subtrahiert werden. [3]

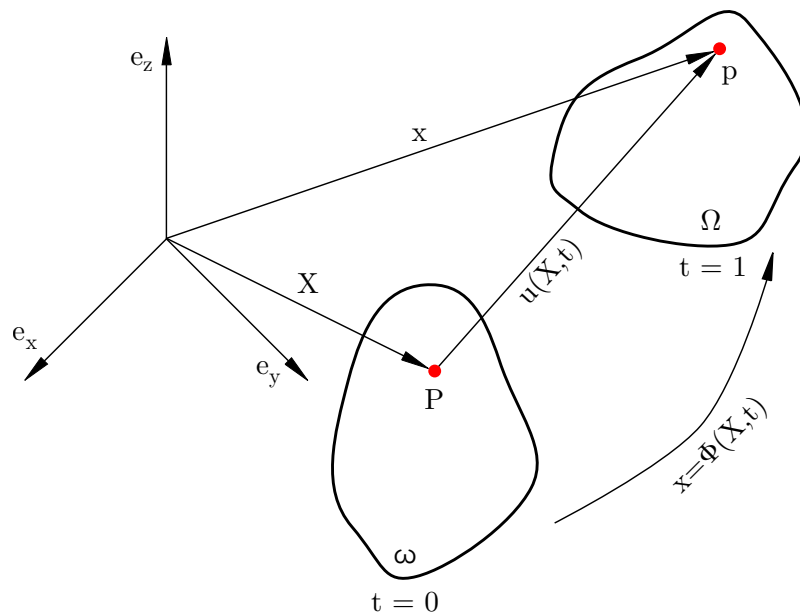


Abbildung 2.1: Kinematik

Ein Körper K ist eine kompakte Menge materieller Punkte, die durch die Summe aller Randpunkte begrenzt wird [3]. Im Gegensatz zum Starrkörper wird ein Körper als deformierbar bezeichnet, wenn er seine ursprüngliche Form durch Krafteinwirkung ändert [12]. Die Bewegung eines solchen Körpers wird durch die Bewegung seiner Materialpunkte beschrieben. Dies

geschieht durch Abbildung der materiellen Punkte auf Raumpunkte im R^3 sowie der Vorgabe eines raumfesten Bezugspunktes. Dadurch ist die Lage jedes ausgewählten Punktes durch seinen Ortsvektor als Funktion der Zeit t bestimmt. [3] Die Summe aller Ortsvektoren ergeben die Lage sowie die geometrische Gestalt des Körpers. Dieser Zusammenhang wird als Konfiguration des Körpers bezeichnet. [19]

Abbildung 2.1 zeigt eine allgemeine Bewegung eines verformbaren Körpers. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich der unverformte Körper in der sogenannten Ausgangs-, Referenz- oder Bezugskonfiguration, beschrieben durch die Koordinaten \mathbf{X} . Die aktuelle Position eines beliebigen Massenpunktes kennzeichnet hingegen der Ortsvektor \mathbf{x} in der Momentankonfiguration. [12]

Die Bewegung der Massepunkte kann sowohl in Euler- (raumfesten) als auch in Lagrange- (körperfesten) Koordinaten aufgezeichnet werden. In der Lagrange'schen Betrachtungsweise bleiben jedem Punkt seine Ausgangskordinaten \mathbf{X} über die gesamte Zeitdauer der Bewegung erhalten. [12] Verbunden mit dem jeweiligen Teilchen wird die Veränderung der Eigenschaften gemessen. Die Euler'sche Betrachtungsweise hingegen gibt Auskunft über die zeitliche Änderung eines Punktes, jedoch sind keine Informationen über die Änderung der Eigenschaften eines bestimmten materiellen Punktes mit der Zeit verfügbar. [3]

Bewegungen können durch die Abbildung

$$\mathbf{x} = \phi(\mathbf{X}, t) \tag{2.1}$$

zwischen der Anfangsposition \mathbf{X} und der aktuellen Materialposition \mathbf{x} mathematisch beschrieben werden. Im inversen Fall gilt

$$\mathbf{X} = \phi^{-1}(\mathbf{x}, t) \ . \tag{2.2}$$

Bei festgehaltenem Parameter Zeit beschreibt Gleichung (2.3) eine Abbildung zwischen dem verformten sowie dem unverformten Zustand. Zusätzlich wird für einen fixen Partikel \mathbf{X} die Trajektorie dieses Partikels als Funktion der Zeit darstellbar. [5]

2.1.2 Spannung

Aufgrund äußerer Krafteinwirkungen bildet sich im Inneren eines Körpers ein Beanspruchungszustand aus. Die in einem Punkt vorherrschende Spannung, welche dabei als Maß für die Beanspruchung gilt, kann mit Hilfe einer Schnittbetrachtung des Körpers ermittelt werden. [3]

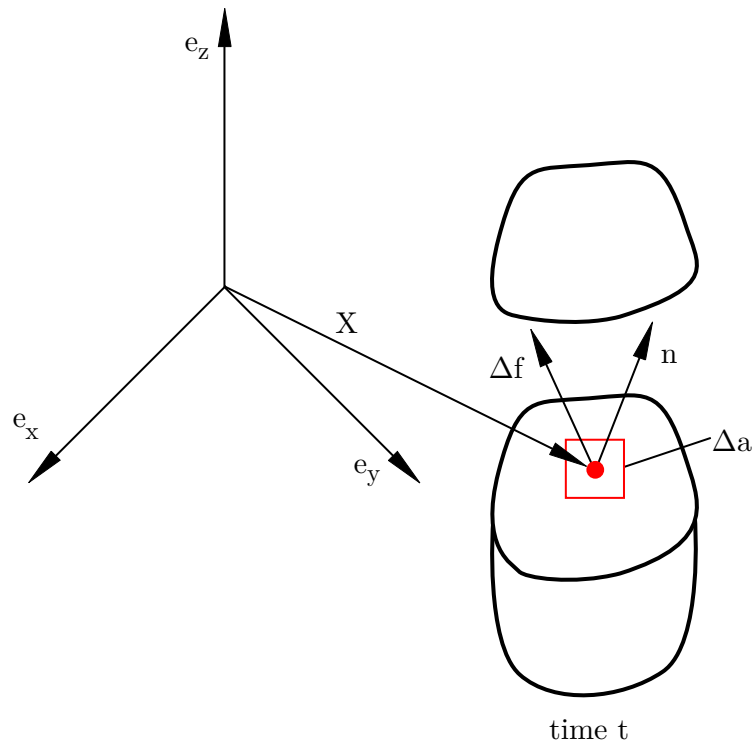


Abbildung 2.2: Schnittdarstellung

In Abbildung 2.2 ist die Wirkung einer äußeren Kraft auf ein Flächenelement der Schnittfläche eines Teilkörpers dargestellt. Die Schnittkraft $\Delta \mathbf{f}$ repräsentiert dabei den resultierenden Kraftvektor auf ein Flächenelement Δa mit dem Normalenvektor \mathbf{n} . [3] Durch die Voraussetzung, dass das Verhältnis von $\frac{\Delta \mathbf{f}}{\Delta a}$ für den Grenzübergang $\Delta a \rightarrow 0$ einen endlichen Wert annimmt:

$$\mathbf{t}(\mathbf{n}) = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{f}}{\Delta a} . \quad (2.3)$$

Dieser Grenzwert wird Spannungsvektor \mathbf{t} genannt. [9]

Es ist möglich, den Spannungszustand eines Punktes durch drei Spannungsvektoren in drei senkrecht aufeinander stehenden Schnittflächen darzustellen, welche zweckmäßig mit den Ebenen eines kartesischen Koordinatensystems zusammenfallen. Durch die Zerlegung der Spannungsvektoren in ihre Komponenten ergeben sich drei Normal- sowie sechs Schubspannungen, die sich in Form eines Spannungstensors zweiter Stufe wie folgt anordnen lassen [9]:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} . \quad (2.4)$$

Durch die Formulierung von Gleichgewichtsbedingungen am differentiellen Tetraedervolumenelement erhält man das Cauchysche Fundamentaltheorem

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} , \quad (2.5)$$

welches den Zusammenhang zwischen dem Spannungsvektor \mathbf{t} und dem Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$ erläutert. Damit ist der Spannungszustand entweder durch drei Spannungsvektoren oder durch neun Spannungstensor-Komponenten eindeutig bestimmt. [3]

2.1.3 Gleichgewicht

Greifen an einem Körper Oberflächen- als auch Volumenkräfte an, die sich im statischen Gleichgewicht befinden, ergibt sich unter Berücksichtigung des Zusammenhangs von Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$ und Spannungsvektor \mathbf{t} , sowie der Anwendung des Divergenztheorems ein differentielles Gleichgewicht der Form

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{f}_B = \mathbf{0} , \quad (2.6)$$

mit \mathbf{f}_B als Volumenkraft bezogen auf ein Volumenelement der Momentankonfiguration. [3], [10]

In Ergänzung zum Kräftegleichgewicht lässt sich das Momentengleichgewicht für den Körper bezüglich des Koordinatenursprungs in integraler Form in folgender Bilanzgleichung darstellen

$$\int_A \mathbf{x} \times \mathbf{t} \, da + \int_V \mathbf{x} \times \mathbf{f}_B \, dv = \mathbf{0} . \quad (2.7)$$

Unter Anwendung des Divergenztheorems sowie des Zusammenhangs $\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}$ auf Gleichung (2.7) zeigt sich, dass der Cauchysche Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$ ein symmetrischer Tensor zweiter Stufe ist,

$$\begin{bmatrix} \sigma_{12} - \sigma_{21} \\ \sigma_{23} - \sigma_{32} \\ \sigma_{31} - \sigma_{13} \end{bmatrix} = \mathbf{0} . \quad (2.8)$$

2.1.4 Prinzip der virtuellen Arbeit

Zur approximativen Lösungsfindung auftretender partieller Differentialgleichungen, welche im allgemeinen nicht analytisch lösbar sind, kommen Näherungsverfahren zum Einsatz - speziell die Finite-Elemente-Methode. Grundvoraussetzung für die Anwendung solcher Näherungsverfahren bildet die Formulierung der Differentialgleichung in ihrer schwachen Form. [13] Aus diesem Grund wird die aktuelle Position des Körpers durch eine willkürliche virtuelle Verschiebung $\delta \mathbf{u}$ überlagert. Durch Multiplikation des statischen Kräftegleichgewichts mit der virtuellen Verschiebung $\delta \mathbf{u}$ und einer nachfolgenden Integration über dem aktuellen Gebiet ergibt die

schwache Form [10]

$$\delta W = \int_{\omega} (\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{f}_B) \delta \mathbf{u} \, dv . \quad (2.9)$$

Durch wiederholte Anwendung des Divergenztheorems entsteht die Gleichung der virtuellen Arbeit in der Momentankonfiguration

$$\delta W = - \int_{\omega} \boldsymbol{\sigma} : \nabla_x \delta \mathbf{u} \, dv + \int_{\omega} \mathbf{f}_B \delta \mathbf{u} \, dv + \int_{\gamma} \mathbf{t} \delta \mathbf{u} \, da . \quad (2.10)$$

Dabei beschreibt das erste Integral die interne virtuelle Arbeit δW_{int} sowie die Summe aus den beiden hinteren Integralen die externe virtuelle Arbeit δW_{ext} . Gleichung (2.10) kann als Basis für die Finite-Elemente-Formulierung verwendet werden. In der numerischen Implementierung ist es allerdings zweckmäßiger, mit der Ausgangskonfiguration zu arbeiten. Aus diesem Grund kommt es in weiterer Folge zur Einführung zusätzlicher Spannungs-Maße. [10]

2.1.5 Verzerrungen

Um ein Verzerrungsmaß zu definieren, ist es üblich, zuvor den rechten Cauchy-Green-Deformationstensor \mathbf{C} einzuführen. Dieser Tensor beschreibt die Änderung des Skalarproduktes zweier differentieller Vektoren - von der Ausgangskonfiguration hin zur Momentankonfiguration. Der Deformationsgradient

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (2.11)$$

dient dabei als Hilfsmittel zur Definition. Aus

$$d\mathbf{x}_1 \cdot d\mathbf{x}_2 = d\mathbf{X}_1^T \mathbf{F}^T \mathbf{F} d\mathbf{X}_2 = d\mathbf{X}_1^T \mathbf{C} d\mathbf{X}_2 \quad (2.12)$$

lässt sich der rechte Cauchy-Green-Deformationstensor

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (2.13)$$

ableiten.

Die Differenz der Skalarprodukte der Vektoren aus der Momentan- sowie der Ausgangskonfiguration ergibt die Definition des Green-Lagrange-Verzerrungstensor \mathbf{E} mit

$$\frac{1}{2}(d\mathbf{x}_1 \cdot d\mathbf{x}_2 - d\mathbf{X}_1 \cdot d\mathbf{X}_2) = d\mathbf{X}_1^T \mathbf{E} d\mathbf{X}_2 , \quad (2.14)$$

wobei der Green-Lagrange-Verzerrungstensor durch

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad (2.15)$$

definiert ist.

So wie der Deformationstensor \mathbf{C} , arbeitet auch der Verzerrungstensor \mathbf{E} mit Größen der Ausgangskonfiguration. In allgemeiner, kompakter Form unter Anwendung des Nabla-Operators ∇ lässt sich der Verzerrungstensor in der Form

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}) + \frac{1}{2}(\nabla^T \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) \quad (2.16)$$

abbilden, wobei $\nabla \mathbf{u}$ den Verschiebungsgradienten darstellt. Der erste Summand aus Gleichung (2.16) beschreibt eine lineare Funktion des Gradienten der Verschiebungen $\nabla \mathbf{u}$, der zweite Summand hingegen ist nichtlinear in $\nabla \mathbf{u}$. Dabei wird die Abbildung der Geometrie vom Ausgangszustand in den deformierten Zustand als geometrische Nichtlinearität bezeichnet. Der Verzerrungstensor wird vom nichtlinearen Term nur dann entscheidend beeinflusst, wenn der Gradient des Verschiebungsfeldes groß ist. [13]

Im Falle von kleinen Deformationen ergeben sich unter Vernachlässigung der nichtlinearen Terme die bekannten linearen Beziehungen (symbolisiert durch ε) der Dehnung

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial X}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial Y} \quad \text{und} \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial Z}. \quad (2.17)$$

Des Weiteren charakterisieren sich die Winkelverzerrungen zu

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X} \right), \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial Z} + \frac{\partial w}{\partial Y} \right) \quad \text{und} \quad \varepsilon_{zx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial X} + \frac{\partial u}{\partial Z} \right). \quad (2.18)$$

2.1.6 Spannungen

In der linearen Betrachtungsweise wird nicht zwischen der Querschnittsfläche der Ausgangskonfiguration und der Momentankonfiguration unterschieden. Dies ergibt lediglich ein Spannungsmaß, die Cauchysche Spannung $\boldsymbol{\sigma}$.

$$\Delta a \approx \Delta A \quad (2.19)$$

Kleine Deformationen sowie die Bildung des Gleichgewichtes am unverformten Körper sind dafür Voraussetzung. [10]

2.1.7 Verzerrungs-Spannungs-Beziehung

Die konstitutive Gleichung für ein linear elastisches Material lässt sich unter Anwendung der Voigtschen Notation

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2.20)$$

formulieren.

Dabei werden die beiden symmetrischen Tensoren der Spannung $\boldsymbol{\sigma}$ als auch der Verzerrung $\boldsymbol{\varepsilon}$ als Spaltenvektor

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

sowie der Elastizitätstensor, in seiner allgemeinen Form ein Tensor vierter Stufe, als Elastizitätsmatrix \mathbf{C} zweiter Stufe ausgeführt

$$\mathbf{C} = 2G \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Ein weiterer Vorteil dieser Darstellung ergibt sich durch die Formulierung des Tensors der Verzerrung mit Hilfe der Differentialoperatormatrix \mathbf{D} zu

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{D} \mathbf{u}. \quad (2.23)$$

Die Differentialoperatormatrix \mathbf{D} ist durch

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

definiert. Der Vektor \mathbf{u} beschreibt in diesem Zusammenhang das Verschiebungsfeld mit

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} . \quad (2.25)$$

2.1.8 Virtuelle Arbeit interner Kräfte für kleine Verformungen

Ausgehend vom Anteil der virtuellen Arbeit aus Gleichung (2.10) folgt unter Einbindung der Beziehung $\delta \nabla_x \mathbf{u} = \delta \boldsymbol{\varepsilon}$ die virtuelle, interne Arbeit zu

$$\delta W_{\text{int}} = - \int_{\omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\sigma} \, dv . \quad (2.26)$$

Unter Berücksichtigung der kinematischen Gleichung $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{D} \mathbf{u}$ sowie des konstitutiven Gesetzes $\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ lässt sich die innere, virtuelle Arbeit als Funktion des Verschiebungsfeldes \mathbf{u} , der Differentialoperatormatrix \mathbf{D} sowie der Elastizitätsmatrix \mathbf{C} in der Form

$$\delta W_{\text{int}} = - \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{D}^T \mathbf{C} \mathbf{D} \mathbf{u} \, dV \quad (2.27)$$

ausdrücken. Die schwache Form des Gleichgewichts und der statischen Randbedingungen räumt lokale Fehler im Zuge der Approximation ein, solange die Differentialgleichung im Integralmittel erfüllt wird. Daher stellt Gleichung (2.27) den Ausgangspunkt der Finiten-Elemente-Methode dar. [10]

2.2 Finite-Elemente-Methode

2.2.1 Diskretisierung

Diskretisierung besteht im Wesentlichen darin, ein reales, kontinuierliches Feld, z. B. Verschiebungsfeld, mit Hilfe von Interpolationsmethoden anzunähern [10]. Ein Körper K wird dabei durch gedachte Linien bzw Flächen in m endlich große (finite) Elemente geteilt. Jedes Element m enthält n Knotenpunkte an der Oberfläche sowie in Sonderfällen auch im Inneren der Elemente. [6]

Verschiebungen der Knotenpunkte werden pro Element in einer Verschiebungsmatrix $\hat{\mathbf{u}}^{(m)}$ entsprechend lokaler Knotennummern zusammengefasst. Für ein zweidimensionales Beispiel mit zwei Freiheitsgraden pro Knoten ergibt sich

$$\hat{\mathbf{u}}^{(m)} = \begin{bmatrix} \hat{u}_0 & \hat{u}_1 & \hat{u}_2 & \hat{u}_3 \\ \hat{v}_0 & \hat{v}_1 & \hat{v}_2 & \hat{v}_3 \end{bmatrix} . \quad (2.28)$$

Dabei beschreiben die Größen \hat{u}_i Verschiebungen in die erste und \hat{v}_i Verschiebungen in die zweite Koordinatenrichtung. Da im Zuge der Berechnung lediglich Verschiebungen in den Knotenpunkten bekannt sind, wird das Verschiebungsfeld $\mathbf{u}^{(m)}(r, s)$ innerhalb jedes Elementes m mit Hilfe der Ansatzfunktionen

$$\mathbf{H}(r, s) = [h_0 \quad h_1 \quad h_2 \quad h_3]^T \quad (2.29)$$

und der Verschiebungen in den jeweiligen Knotenpunkten $\hat{\mathbf{u}}^{(m)}$ durch

$$\mathbf{u}^{(m)}(r, s) = \hat{\mathbf{u}}^{(m)} \mathbf{H}(r, s) \quad (2.30)$$

interpoliert.

Ausgehend von natürlichen Koordinaten ist es nun möglich, die Verschiebung in jedem Punkt des Elementbereichs zu approximieren, sofern die benötigten Knotenverschiebungen bereits bekannt sind. [6], [10]

2.2.2 Diskrete Verzerrungen

In Anlehnung an Gleichung (2.23) kann ein Ansatz für die Verzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}^{(m)}$ im Element mit Hilfe der Differentialoperatormatrix \mathbf{D} als Funktion des Verschiebungsfeldes definiert werden [6]

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} = \mathbf{D} \mathbf{u}^{(m)} . \quad (2.31)$$

Durch Umformung der Knotenverschiebungsmatrix in einen Spaltenvektor für den Fall von drei Freiheitsgraden pro Knoten

$$\hat{\mathbf{u}}^{(m)} = [\hat{u}_0 \quad \hat{v}_0 \quad \hat{w}_0 \quad \dots \quad \hat{u}_n \quad \hat{v}_n \quad \hat{w}_n]^T, \quad (2.32)$$

sowie der Substitution des Knotenverschiebungsfeldes folgt aus Beziehung (5.11)

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} = \mathbf{D} \mathbf{H}(r, s, t) \hat{\mathbf{u}}^{(m)} = \mathbf{B}(r, s, t) \hat{\mathbf{u}}^{(m)}. \quad (2.33)$$

Die Anwendung des Differentialoperators \mathbf{D} auf die Ansatzfunktionen \mathbf{H} führt zu einer sogenannten \mathbf{B} -Matrix

$$\mathbf{B}(r, s, t) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_0}{\partial x} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial h_n}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial h_0}{\partial x} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial h_n}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial h_0}{\partial z} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial h_n}{\partial z} \\ \frac{\partial h_0}{\partial y} & \frac{\partial h_0}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial h_n}{\partial y} & \frac{\partial h_n}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial h_0}{\partial z} & \frac{\partial h_0}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial h_n}{\partial z} & \frac{\partial h_n}{\partial y} \\ \frac{\partial h_0}{\partial z} & 0 & \frac{\partial h_0}{\partial x} & \dots & \frac{\partial h_n}{\partial z} & 0 & \frac{\partial h_n}{\partial x} \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

Die Matrix der Ansatzfunktionen \mathbf{H} signalisiert den Zusammenhang zwischen den Verschiebungen innerhalb des Elementes und den Knotenverschiebungen, die \mathbf{B} -Matrix hingegen stellt Verzerrungen und Knotenverschiebungen in Verbindung. [6]

2.2.3 Gleichungssystem

Um schlussendlich das erwartete Gleichungssystem lösen zu können, muss es ausgehend vom Prinzip der virtuellen Arbeit noch in ein solches übergeführt werden. Ausgangspunkt stellt dabei die Bilanzgleichung in ihrer schwachen Form dar

$$-\int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T : \boldsymbol{\sigma} \, dV + \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_B \, dV + \int_S \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_S \, dS = 0. \quad (2.35)$$

Das Problem wird anschließend diskretisiert, indem das Integral über dem gesamten Bereich in eine Summe von Integralen über dem jeweiligen Elementbereich aufgespalten wird. Weiters kann der Vektor der Knotenverschiebungen als konstant angesehen und daher vor das Integral gezogen werden.

$$\sum_{(m)} \left\{ \delta \hat{\mathbf{u}}^{(m)T} \left[- \int_{V_{(m)}} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} \, dV^{(m)} \hat{\mathbf{u}}^{(m)} \int_{V_{(m)}} \mathbf{H} \mathbf{f}_B \, dV^{(m)} + \int_{S_{(m)}} \mathbf{H} \mathbf{f}_S \, dS^{(m)} \right] \right\} = 0. \quad (2.36)$$

Das erste Integral aus Gleichung (2.36)

$$\mathbf{K}^{(m)} = \int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dV^{(m)} \quad (2.37)$$

beschreibt die Elementsteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}^{(m)}$. Weiters geben die Integrale zwei und drei der Gleichung (2.36) die inneren Kräfte

$$\mathbf{F}_{B, ext}^{(m)} = \int_{V^{(m)}} \mathbf{H} \mathbf{f}_B dV^{(m)} \quad (2.38)$$

sowie die äußeren Kräfte

$$\mathbf{F}_{S, ext}^{(m)} = \int_{S^{(m)}} \mathbf{H} \mathbf{f}_S dS^{(m)} \quad (2.39)$$

wider.

Durch numerische Integration und der entsprechenden Wahl der Ansatzfunktionen entsteht folgender Zusammenhang

$$\sum_{(m)} \left\{ \delta \hat{\mathbf{u}}^{(m)T} \left[-\mathbf{K}^{(m)} \hat{\mathbf{u}}^{(m)} + \mathbf{F}_{B, ext}^{(m)} + \mathbf{F}_{S, ext}^{(m)} \right] \right\} = 0 \quad (2.40)$$

Aus dem Prinzip der virtuellen Arbeit geht hervor, dass Gleichung (2.40) für beliebige virtuelle Knotenverschiebungen erfüllt sein muss. Dies wird allerdings erst gewährleistet, wenn die Terme in der eckigen Klammer zu null gesetzt werden.

$$\sum_{(m)} \left\{ -\mathbf{K}^{(m)} \hat{\mathbf{u}}^{(m)} + \mathbf{F}_{B, ext}^{(m)} + \mathbf{F}_{S, ext}^{(m)} \right\} = 0 \quad (2.41)$$

Durch Aufsummierung, der sogenannten Assemblierung, wird die Elementsteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}^{(m)}$ in eine Gesamtsteifigkeitsmatrix \mathbf{K} übergeführt. Daraus resultiert ein lineares Gleichungssystem mit den unbekanntenen Knotenverschiebungen in globaler Anordnung

$$\mathbf{K} \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{F}_{B, ext} + \mathbf{F}_{S, ext} \quad (2.42)$$

2.3 Optimierung

2.3.1 Problemstellung der statischen Optimierung

Die allgemeine Problemstellung der statischen Optimierung lässt sich formulieren als

Minimiere

$$f(\mathbf{x}) , \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (2.43)$$

unter den Nebenbedingungen von (u. d. N.)

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} , \quad \mathbf{c} \in \mathbb{R}^m \quad (2.44)$$

und

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} , \quad \mathbf{h} \in \mathbb{R}^q \quad (2.45)$$

Diese formulierte Darstellung wird als Aufgabenstellung der nichtlinearen Programmierung oder mathematischen Programmierung bezeichnet. Dabei stellen $f(\mathbf{x})$ die Ziel- oder Gütefunktion, Gleichung (2.44) die Gleichungsnebenbedingungen sowie Beziehung (2.45) die Ungleichungsnebenbedingungen in allgemeiner Form dar.

Der Lösungsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ umfasst die gesuchten Entscheidungs- oder Optimierungsvariablen. Entsprechend den Dimensionen m und n der Vektorfunktionen $\mathbf{c}(\mathbf{x})$ und $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ muss $m < n$ gelten. Im Fall von $m = n$ lässt sich der Lösungsvektor \mathbf{x} aus den Gleichungsnebenbedingungen berechnen, sofern die Teilgleichungen $c_i(\mathbf{x}) = 0$ unabhängig sind. Bei $m > n$ würde sogar eine Überbestimmtheit bestehen. Die Anzahl q der Ungleichungsnebenbedingungen bedarf hingegen keiner Regulierung.

In kompakter Schreibweise lautet das obige Programm

$$\min_{\mathbf{x} \in X} f(\mathbf{x}) \quad \text{wobei} \quad X = \{\mathbf{x} \mid \mathbf{c}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} ; \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}\} . \quad (2.46)$$

Hierbei kennzeichnet die Menge $X \subset \mathbb{R}^n$ den zulässigen Bereich, also jene Punkte, welche die Gleichungs- als auch Ungleichungsnebenbedingungen erfüllen. In diesem Zusammenhang wird jedes $\mathbf{x} \in X$ als zulässiger Punkt genannt. [18]

Beispielsweise könnte eine zu minimierende Zielfunktion und die dazu gehörigen Nebenbedingungen das folgende Bild machen:

Minimiere

$$f(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2}x_1x_2 \quad (2.47)$$

unter den Nebenbedingungen von (u. d. N.)

$$c(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 - l^2 = 0, \quad (2.48)$$

$$h_1(\mathbf{x}) = -x_1 \leq 0 \quad (2.49)$$

und

$$h_2(\mathbf{x}) = -x_2 \leq 0. \quad (2.50)$$

Aus den Gleichungen (2.48), (2.49) und (2.50) lässt sich der zulässige Bereich für die Gütefunktion (2.47) aus einem Kreis mit dem Radius l , wie in Abbildung 2.3 gezeigt, ableiten, welcher auf den ersten Quadranten beschränkt ist.

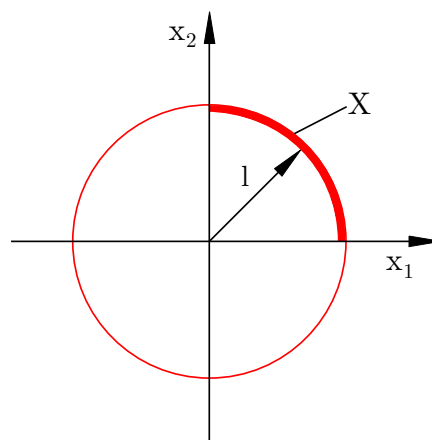


Abbildung 2.3: zulässiger Bereich

Eine Eingrenzung der allgemeinen Optimierungsaufgabe auf Minimierungsprobleme bedeutet keine Einschränkung im Allgemeinen. Daher kann eine Minimierungsaufgabe unter Berücksichtigung von

$$\max_{\mathbf{x} \in X} f(\mathbf{x}) = -\min_{\mathbf{x} \in X} (-f(\mathbf{x})) \quad (2.51)$$

auch in eine Maximierungsaufgabe umgewandelt werden.

Besondere Bedeutung in der Optimierung kommt dem Begriff Konvexität zugute. Mit Hilfe dieses mathematischen Begriffes ist man in der Lage zu entscheiden, ob die berechnete Lösung eines lokalen Minimums sogar ein globales Minimum impliziert. Eine Menge $\mathbf{C} \subset \mathbb{R}^n$ nennt sich konvex, wenn jede Verbindungsstrecke, erzeugt durch zwei jeweils beliebige Punkte der Menge \mathbf{C} , ebenso ein Teil der Menge \mathbf{C} ist (Abbildung 2.4). Mathematisch ausgedrückt

$$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{x}(\sigma) \in \mathbf{C}, \quad \forall \sigma \in [0, 1] \quad (2.52)$$

wobei

$$\mathbf{x}(\sigma) = \sigma \mathbf{x}_1 + (1 - \sigma) \mathbf{x}_2 \quad (2.53)$$

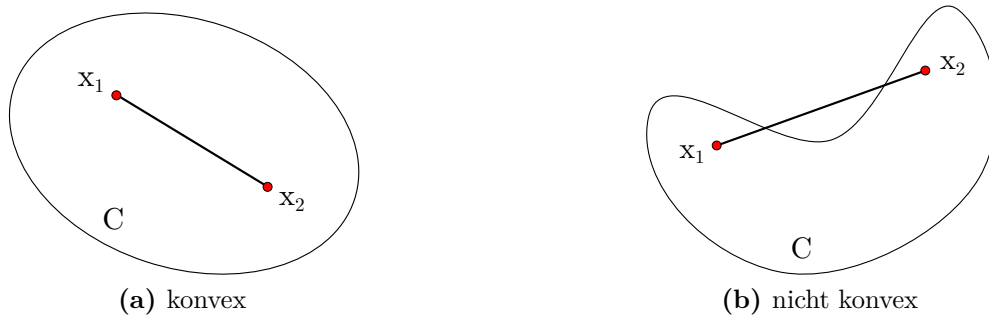


Abbildung 2.4: konvexe Menge

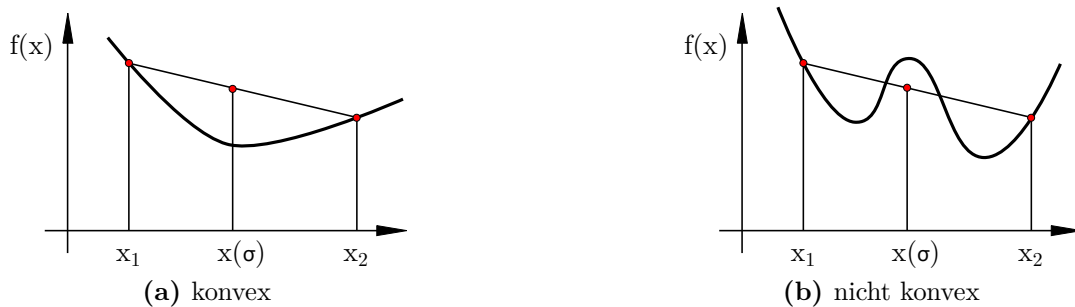


Abbildung 2.5: konvexe Funktion

Mit selbigem Vorgehen kann eine stetige Funktion $f(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \mathbf{C}$ als konvex definiert werden, wenn für jedes beliebige Punktepaar $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbf{C}$ folgender Ausdruck gültig ist

$$f(\mathbf{x}(\sigma)) \leq \sigma f(\mathbf{x}_1) + (1 - \sigma) f(\mathbf{x}_2), \quad \forall \sigma \in [0, 1] \quad (2.54)$$

und \mathbf{C} selbst konvex ist. [18] Abbildung 2.5 illustriert eine konvexe als auch nicht konvexe Funktion.

2.3.2 Numerische Verfahren

Eine rechnergestützte Lösung kommt besonders bei Optimierungsaufgaben mit mehreren Einflussvariablen aufgrund der erhöhten Komplexität der analytischen Lösung zur Anwendung.

Optimierungsaufgaben lassen sich im Normalfall analytisch nicht lösen, wenn

- die Funktion $f(\mathbf{x})$ analytisch nicht vorliegt
- die Ableitung $f'(\mathbf{x})$ nicht bestimmt werden kann
- die Auswertung der Optimalitätsbedingungen keine Rückschlüsse ergeben. [18]

Eine grundsätzliche Vorgehensweise zur algorithmischen, numerischen Lösung kann durch folgende Schritte allgemein sowie in Abbildung 2.6 bildlich beschrieben werden:

1. Startpunkt $\mathbf{x}^{(0)}$ wählen
2. Iterationsindex $i = 0$ setzen
3. Suchrichtung $\mathbf{s}^{(i)}$ bestimmen
4. skalare Schrittweite $\alpha^{(i)} < 0$ bestimmen
5. neuen Lösungsvektor $\mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i)} + \alpha^{(i)} \mathbf{s}^{(i)}$ bestimmen
6. Abbruchkriterium abfragen \rightarrow wenn erfüllt, Algorithmus beenden
7. mit neuer Iteration $i = i + 1$ im zweiten Punkt einsteigen

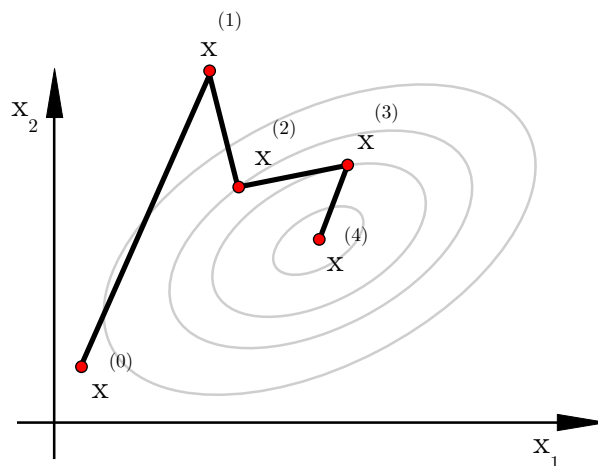


Abbildung 2.6: rechnergestützte Suche

Zu Beginn jeder Iteration wird also eine Abstiegsrichtung $\mathbf{s}^{(i)}$ gewählt. Danach wird entlang dieser Richtung eine Schrittweite $\alpha^{(i)}$ festgelegt, um den Wert der Zielfunktion im Vergleich zum vorherigen Schritt zu verkleinern

$$f(\mathbf{x}^{(i)} + \alpha^{(i)} \mathbf{s}^{(i)}) < f(\mathbf{x}^{(i)}) . \quad (2.55)$$

Abbildung 2.7 stellt Gradient sowie Abstiegsrichtung an einem beliebigen Kurvenpunkt $\mathbf{x}^{(i)}$ dar. Hinreichend für Ungleichung (2.56) ist, dass der Gradient der Zielfunktion ∇f sowie die Abstiegsrichtung $\mathbf{s}^{(i)}$ in einem stumpfen Winkel eingeschlossen sind, das Skalarprodukt also negativ wird.

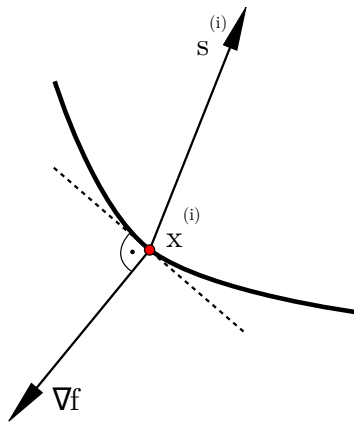


Abbildung 2.7: Gradient, Abstiegsrichtung

Das Abbruchkriterium wird in der Regel schlagend, wenn der Betrag der Ableitung einen gewissen Toleranzbetrag

$$\|\nabla f\| < \varepsilon \quad (2.56)$$

unterschritten hat.

Verfahren wie z. B. das Gradienten-Verfahren, das Newton-Verfahren oder das Konjugierte-Gradienten-Verfahren basieren auf der oben beschriebenen Struktur, unterscheiden sich jedoch hinsichtlich der Bestimmung ihrer Abstiegsrichtung. Verfahrensklassen, wie beispielsweise das Trust-Region-Verfahren, differenzieren sich insofern, als die Suche nach einer Abstiegsrichtung sowie die Festlegung einer Schrittweite simultan stattfinden. Ein- bzw. zweifach differenzierbare Gütefunktionen stellen bei allen oben genannten Verfahren eine Voraussetzung dar. Ableitungsfreie Verfahren verzichten hingegen vollständig auf die Berechnung der Ableitung. Zu diesen Typen zählen z. B. das Koordinaten-Verfahren oder das Nelder-Mead-Verfahren. [18]

2.3.3 Numerische Optimierung einer Testfunktion

$$z(\mathbf{x}) = \left(\frac{x_1}{20}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{5}\right)^2 \quad (2.57)$$

Gleichung (2.57) beschreibt eine konvexe Funktion in x - als auch in y -Richtung (Abbildung 2.8). Ausgangspunkt der Optimierung stellt der Punkt $(-1, 1)$ dar. Darauf aufbauend wird in diesem ersten Punkt die Ableitung berechnet. Danach wird eine entsprechende Schrittweite gewählt. Die Summe aus alter Lösung sowie dem Produkt aus Ableitung und Schrittweite lässt den neuen Lösungspunkt folgen.

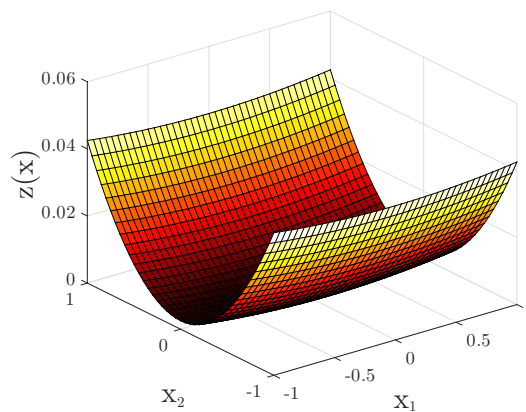


Abbildung 2.8: Gradientenverfahren, 3D-Plot

Wie Abbildung 2.9 zeigt, wird dieser Algorithmus immer wieder aufgerufen - solange, bis eine gewisse Abbruchschranke aktiv ist, in diesem Fall die Ableitung unter einem gewissen Wert liegt. Wie auch ohne Optimierung aus dem Höhenprofil hätte abgelesen werden können, wurde das Minimum der Funktion mit den Koordinaten $(0, 0)$ gefunden.

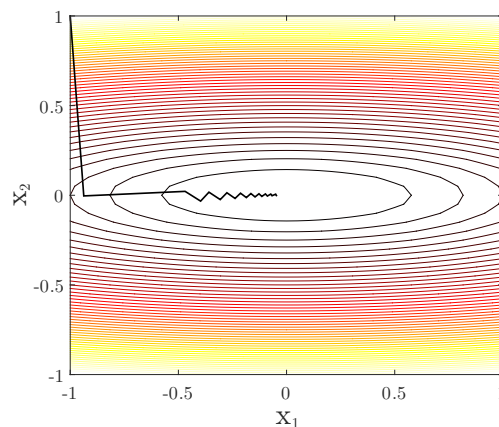


Abbildung 2.9: Gradientenverfahren, Contour-Plot

2.4 Statistische Versuchsplanung

Die statistische Versuchsplanung (DoE - Design of Experiments) beschreibt eine Methode zur effizienten Planung und Auswertung von Versuchsreihen und fand seine Entwicklung bereits in den 20er Jahren des letzten Jahrhunderts. Aufgrund ihrer universellen Eigenschaften ist es in nahezu allen Ingenieurdisziplinen einsetzbar.

Die aufwendige Ausführung realer Versuche und damit zusammenhängenden einstellbaren Parametern sind dabei begrenzt. Die im Zuge der statistischen Versuchsplanung zur Anwendung kommenden Versuchspläne sind im Normalfall einfach aufgebaut, dafür stellt die Interpretation der Versuchsergebnisse aufgrund von Teststreuung Probleme dar.

Computersimulationen ermöglichen heutzutage bereits große Versuchspläne mit vielen Einflussfaktoren. Um nichtlineare Zusammenhänge zu berücksichtigen, sind dafür allerdings leistungsfähige Beschreibungsmodelle vonnöten. Aufgrund sich ständig erhöhenden Leistung der Computer und der Einsparung hinsichtlich dem Bau von Prototypen werden CAE-Anwendungen immer größerer Bedeutung zukommen. Professionelle Software-Pakete, wie z. B. ANSYS[®], beinhalten bereits Ausführungen des DoE. Für den Anwender ergibt sich der Vorteil, dass er diese standardisierte Vorgehensweise mit wenig mathematischem Background benutzen kann. Zur Interpretation der Ergebnisse oder Auswahl von Versuchsplänen sind jedoch ein grundsätzliches Wissen von Vorteil. [23]

2.4.1 Grundlagen

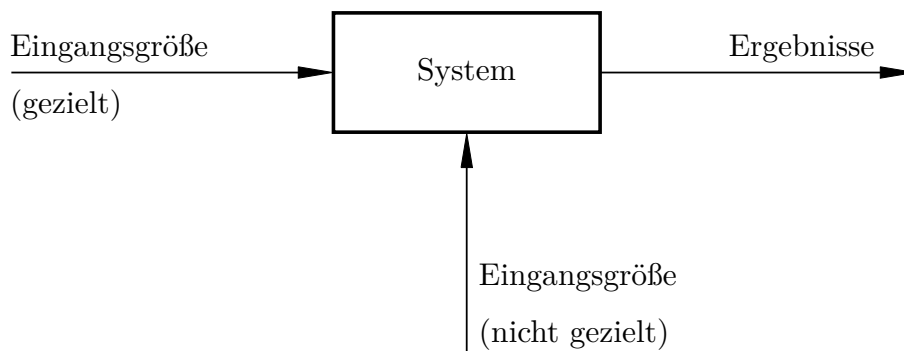


Abbildung 2.10: System 1

Ein System muss klar definierte Grenzen aufweisen, welche Systemgrenzen genannt werden. Nur für Eingangsgrößen, welche zum System gehören und auf dieses unmittelbar einwirken, können im Zuge dieser Methode optimale Einstellungen gefunden werden. Abbildung 2.10 stellt ein allgemeines System mit gezielten sowie nicht gezielten Einflussgrößen dar. Im Hinblick auf die praktische Anwendung ist es durchaus wichtig, sich anfangs über die richtige Wahl

der Systemgrenze Gedanken zu machen. Wird die Systemgrenze zu weit gesteckt, könnte der Wirkungsgrad aufgrund einer Vielzahl an beteiligten Parteien fallen. Eine zu enge Grenze des Systems birgt das Risiko, gewisse Einflussfaktoren gar nicht erst in Betracht zu ziehen.

Jedes System besitzt eine oder mehrere Funktionen, deren Erfüllung sich in messbaren Ergebnissen widerspiegeln. Dadurch sind gute von schlechten Systemen eindeutig unterscheidbar. Der Output des Systems, diese positiven Ergebnisse, nach denen sich der Kunde beispielsweise sein Produkt auswählt, werden in weiterer Folge Qualitätsmerkmale genannt und müssen Charaktereigenschaften kontinuierlicher Größen aufweisen. Am Beispiel Bohrmaschine in Abbildung 2.11 sind Einflussfaktoren und das resultierende Qualitätsmerkmal ersichtlich. [23]

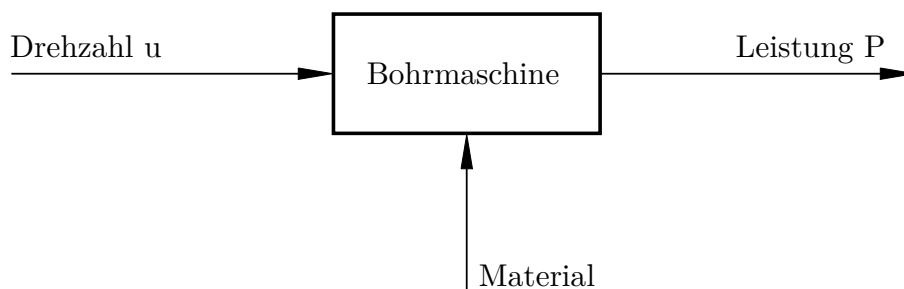


Abbildung 2.11: System 2

Die verschiedenen Eingangsgrößen nennen sich Parameter. Die in einem Versuchsplan tatsächlich verwendeten Parameter werden Faktoren genannt. Sie stellen eine Teilmenge der Parameter dar. Die Einstellung der Faktoren soll dabei gezielt und reproduzierbar erfolgen. In der Regel steigt mit Erhöhung der Faktoren auch der dafür notwendige Aufwand. Jeder Faktor besitzt mindestens zwei Zustände, in denen er getestet wird. Diese werden Stufen oder Levels genannt. Die Stufenwahl wirkt sich auf den Effekt des Faktors aus. Geringe Stufenabstände implizieren geringe Effekte. In der frühen Phase der Untersuchung sind größere Stufenabstände ratsam. Faktorstufen werden mit Hilfe einer Kodierung gekennzeichnet, wodurch sich eine kompakte Darstellung erzielen lässt. Dabei lassen sich verschiedene Konventionen anwenden, wie z. B. $-/+$, $-1/+1$ oder $1/2$.

Bei traditionellen Verfahren wird z. B. immer nur eine Einflussgröße verändert, während alle anderen Größen konstant gehalten werden. Demgegenüber verfolgt die statistische Versuchsplanung eine alternative Strategie: Es kommt zur gleichzeitigen Änderung mehrerer Faktoren wobei die Effekte den jeweiligen Faktoren trotz dessen zugesprochen werden können. Es wird der gesamte Faktorraum gleichmäßig untersucht. Ein Versuchsplan besitzt orthogonale Eigenschaften, wenn die Einstellungsmuster aller Faktoren von einander unabhängig sind. Ausgewogen ist ein Versuchsplan demnach, wenn für die Faktorstufen eines Faktors die Einstellungen der restlichen Faktoren in gleichem Maße aufgeteilt werden. Standardisierte Versuchspläne erfüllen beide gerade genannten Eigenschaften. [23]

3 Statistische Versuchsplanung als Hilfsmittel zur Optimierung

3.1 Versuchspläne

Versuchspläne stellen die Grundlage der statistischen Versuchsplanung dar. Sie grenzen sich zur klassischen Vorgehensweise insofern ab, als sie anstatt eines Faktors mehrere Faktoren zur gleichen Zeit variieren. Es entstehen zusammenhängende, systematisch hergeleitete Versuchspunkte. [1] Ausgehend vom tatsächlichen Anwendungsfall kann folgenden Unterteilung getroffen werden:

- vollfaktorielle Versuchspläne
- teilfaktorielle Versuchspläne
- Mischungspläne
- individuell erstellte Versuchspläne

Da im Zuge dieser Masterarbeit nur vollfaktorielle und d-optimale Versuchspläne zum Einsatz gekommen sind, werden in weiterer Folge auch nur diese näher erörtert.

3.1.1 Vollfaktorielle Versuchspläne

Ein vollfaktorieller Versuchsplan entsteht aus der Umsetzung aller möglichen Faktorkombinationen.

A	B	C	y
-	-	-	y_1
+	-	-	y_2
-	+	-	y_3
+	+	-	y_4
-	-	+	y_5
+	-	+	y_6
-	+	+	y_7
+	+	+	y_8

Tabelle 3.1: 2k-vollfaktorieller-Versuchsplan

Der sich dadurch ergebende Versuchsaufwand n_v ergibt sich zu

$$n_v = n_s^{n_f} \quad (3.1)$$

wobei n_s die Anzahl der Stufen sowie n_f die Anzahl der Faktoren darstellen. Tabelle 3.1 illustriert einen vollfaktoriellen, zweistufigen Versuchsplan für drei Faktoren (2k-vollfaktoriell).

Jeder Faktor - A, B oder C - wird in zwei Stufen (Einstellungen) getestet, welche mittels der Operatoren + und - kodiert werden. Der Output, also die Reaktion des Systems aufgrund der Einstellung der Parameter der jeweiligen Kombination wird durch die Variable y_i beschrieben. Bei beispielsweise zwei Faktoren mit jeweils zwei Stufen würden, entsprechend Gleichung (3.3), $2^2 = 4$ Durchläufe, bei 10 Faktoren mit jeweils zwei Stufen hingegen schon $2^{10} = 1024$ Versuche, benötigt werden.

Der vollfaktorielle Versuchsplan lässt sich für zwei bzw. drei Faktoren in nachfolgender Abbildung 3.1 grafisch darstellen.

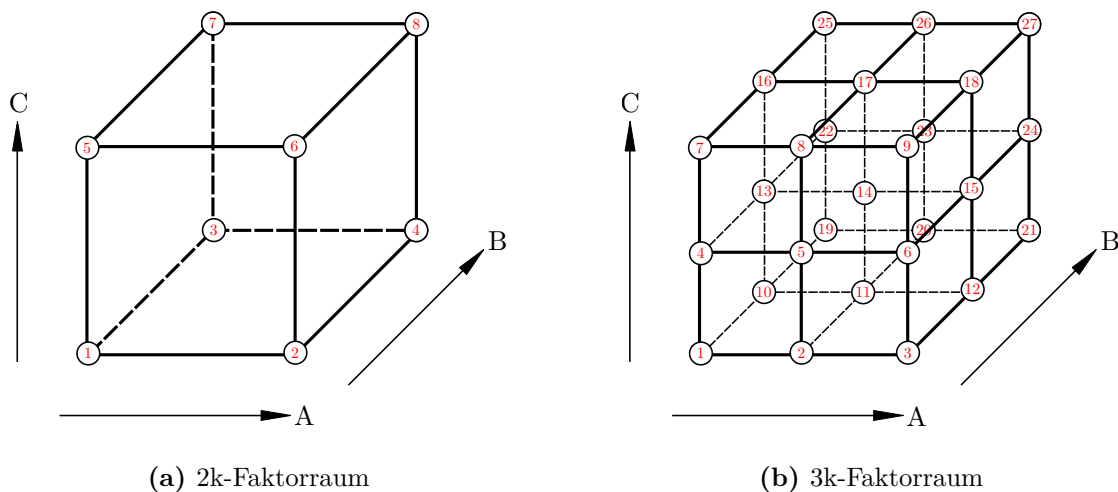


Abbildung 3.1: Faktorräume

Prinzipiell beschreibt der Versuchsplan ein lineares Gleichungssystem, wobei jeder Versuchsdurchlauf eine Gleichung bereitstellt.

Entsprechen lineare Zusammenhänge nicht dem gewünschten Genauigkeitsgrad, muss der zweistufige Versuchsplan durch eine weitere Einstellung erweitert werden. Diese dritte, mittlere Einstellung ist nötig, um in weiterer Folge das dahinterstehende Beschreibungsmodell ausreichend zu versorgen. Der Informationsgrad steigt bei dreistufigen Versuchsplänen zwar an, allerdings auch der Aufwand. So benötigt man für z. B. fünf Faktoren $3^5 = 243$ Durchläufe.

Tabelle 3.2 bildet einen solchen 3k-vollfaktoriellen-Versuchsplan für drei Faktoren ab. [23]

A	B	C	y	A	B	C	y
-	-	-	y ₁	+	0	0	y ₁₅
0	-	-	y ₂	-	+	0	y ₁₆
+	-	-	y ₃	0	+	0	y ₁₇
-	0	-	y ₄	+	+	0	y ₁₈
0	0	-	y ₅	-	-	+	y ₁₉
+	0	-	y ₆	0	-	+	y ₂₀
-	+	-	y ₇	+	-	+	y ₂₁
0	+	-	y ₈	-	0	+	y ₂₂
+	+	-	y ₉	0	0	+	y ₂₃
-	-	0	y ₁₀	+	0	+	y ₂₄
0	-	0	y ₁₁	-	+	+	y ₂₅
+	-	0	y ₁₂	0	+	+	y ₂₆
-	0	0	y ₁₃	+	+	+	y ₂₇
0	0	0	y ₁₄				

Tabelle 3.2: 3k-vollfaktorieller-Versuchsplan

3.1.2 D-optimale Versuchspläne

Individuell erstellte Versuchspläne kommen in der Praxis vor allem zum Einsatz, wenn der Versuchsplan mehr oder weniger eigens für das jeweilige Experiment zugeschnitten werden soll. Weiters ist es erstrebenswert, eine unter gegebenen Umständen mögliche Anzahl an Durchläufen nicht zu überschreiten.

Um dies zu realisieren, kommen meist sogenannte optimale Versuchspläne zur Anwendung. Dabei werden einem Vollfaktorplan die wichtigsten Einstellungen entnommen.

Der Anwender ist dabei allerdings im Vorfeld gezwungen, ein Beschreibungsmodell zu wählen. Die Auswahl der optimalen Kombination der Einstellungen berücksichtigt nur Effekte des zuvor gewählten Modells. Einerseits ermöglichen optimale Versuchspläne ausgehend von einer guten Systemkenntnis ein Einsparungspotential, andererseits können bei unzureichender Information über das System kaum bessere Ergebnisse als mit einem konventionellen Plan erzielt werden.

Ausgehend vom Beschreibungsmodell (siehe Abschnitt 3.2.1), welches der Linearkombination aus Eingangsgröße und Konstante sowie dem Restfehler entspricht

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{c} + \varepsilon \quad (3.2)$$

ergibt sich für die Modellkonstanten \mathbf{c} durch Umformung der Ausdruck

$$\mathbf{c} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} . \quad (3.3)$$

Der D-optimale Versuchsplan minimiert nun die Determinante des Ausdrucks $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ bzw. maximiert die Determinante des Ausdruck $(\mathbf{X}'\mathbf{X})$. Je unabhängiger die Spalten einer Matrix, desto größer ist ihre Determinante. Daraus folgt, dass eine maximierte Determinante einer maximalen Unabhängigkeit der Effekte entspricht. Es ergeben sich maximale Informationen - eine stabile Berechnung der Konstanten ist die Folge. [23]

Es gibt verschiedene iterative Verfahren zur Erzeugung solcher Versuchspläne. Am häufigsten kommen sogenannte Exchange-Algorithmen zur Anwendung, wie der Koordinaten- (coordinate-exchange algorithm) oder Zeilenaustausch (row-exchange algorithm). [15]

3.1.3 Effekte

Ein Effekt kennzeichnet den Einfluss eines Faktors auf das System. Die Berechnung dazu erfolgt durch Subtraktion der Mittelwerte beider Stufen pro Faktor, wie Tabelle 3.3 zeigt.

A	B	C	y
-	-	-	y_1
+	-	-	y_2
-	+	-	y_3
+	+	-	y_4
-	-	+	y_5
+	-	+	y_6
-	+	+	y_7
+	+	+	y_8
$\frac{\sum +A}{n}$	$\frac{\sum +B}{n}$	$\frac{\sum +C}{n}$	Mittelwert +
$\frac{\sum -A}{n}$	$\frac{\sum -B}{n}$	$\frac{\sum -C}{n}$	Mittelwert -
$\frac{\sum +A}{n} - \frac{\sum -A}{n}$	$\frac{\sum +B}{n} - \frac{\sum -B}{n}$	$\frac{\sum +C}{n} - \frac{\sum -C}{n}$	Effekt

Tabelle 3.3: Effektberechnung

Eine grafische Darstellung der einzelnen Effekte erfolgt mithilfe des sogenannten Effektplots. Wie in Abbildung 3.2 ersichtlich, werden auf der Abszisse die jeweiligen Faktoren und auf der Ordinate das zugehörige Qualitätsmerkmal für drei Effekte dargestellt. Nach Eintragen der Mittelwerte werden diese mit einer Linie verbunden. Die Steigung der Linie spiegelt den Effekt

wider. [23]

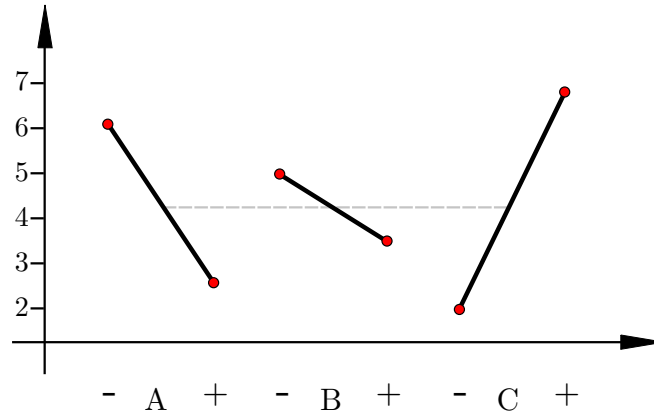


Abbildung 3.2: Effektplot

3.1.4 Wechselwirkungen

Ein Effekt kennzeichnet zwar die mittlere Änderung eines Qualitätsmerkmals aufgrund der Stufenvariation, jedoch ist dabei nicht ausgeschlossen, dass eine Abhängigkeit von der Einstellung der anderen Faktoren bestehen kann. Eine Wechselwirkung beschreibt also den Effekt eines Faktors als Funktion eines weiteren Faktors.

A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y
-	-	-	+	+	+	-	y_1
+	-	-	-	-	+	+	y_2
-	+	-	-	+	-	+	y_3
+	+	-	+	-	-	-	y_4
-	-	+	+	-	-	+	y_5
+	-	+	-	+	-	-	y_6
-	+	+	-	-	+	-	y_7
+	+	+	+	+	+	+	y_8

Tabelle 3.4: Wechselwirkungen

Die Berechnung der Wechselwirkungsspalten (Tabelle 3.4) erfolgt durch Multiplikation der Haupteffektspalten ($+\cdot+=+$, $+\cdot-=-$, $- \cdot +=-$, $- \cdot - =+$). Die anschließende Ermittlung des Effektes geschieht analog zu den Haupteffekten. In der schematischen Darstellung wird ersichtlich, dass ein Haupteffekt durch zwei unterschiedliche Nebenbedingungen verkörpert wird. Im Falle von Abbildung 3.3 eben der Haupteffekt A unter den Nebenbedingungen $B+$, sowie $B-$. [23]

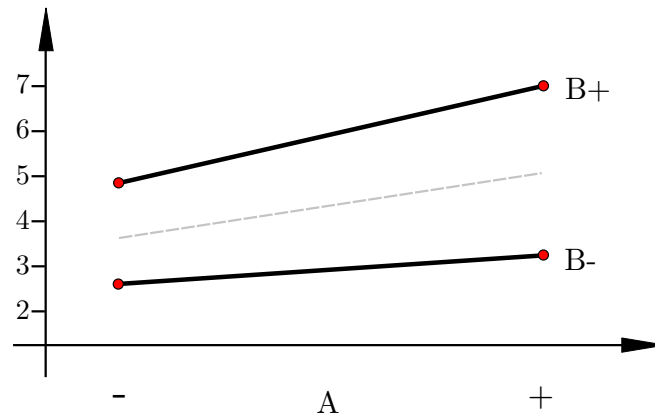


Abbildung 3.3: Wechselwirkungsplot AB

Die punktierte Linie zeigt den Haupteffekt A. Die Änderung der Steigung entspricht der Wechselwirkung. Sind die durchgezogenen Linien im Vergleich zur Punktierten parallel, so ist keine Wechselwirkung vorhanden. Anderenfalls signalisiert eine Steigungsänderung eine entsprechende Interaktion.

3.2 Response-Surface-Methodology

Response-Surface-Methodology (RSM) verkörpert eine Sammlung aus statistischen und mathematischen Methoden zur Entwicklung, Verbesserung und Optimierung von Prozessen. Diesem mächtigen Werkzeug wird außerdem eine starke Rolle in der Entwicklung sowie Weiterentwicklung von Produkten zugesprochen. Ein weiteres Anwendungsfeld ergibt sich in der Praxis, wenn mehrere Eingangsgrößen die Performance eines Produktes oder Prozesses beeinflussen. In diesem Zusammenhang wird die Qualitätscharakteristik als Response bezeichnet. [17]

Die Beziehung zwischen Response und Einflussfaktoren kann grafisch als Response-Surface und/oder als Contour-Plot dargestellt werden, siehe Abbildungen 3.4a und 3.4b.

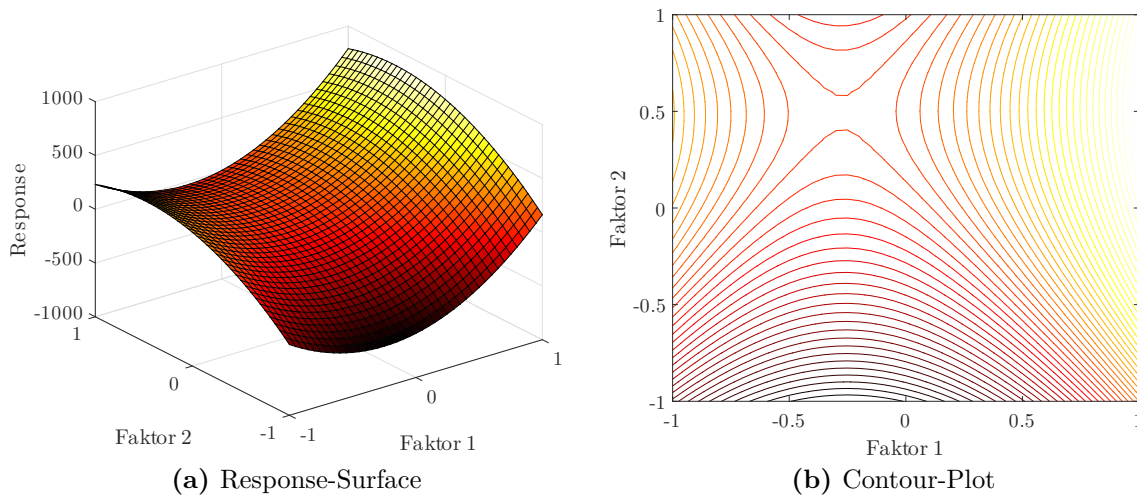


Abbildung 3.4: Response-Surface

Unter einem Metamodell wird ein Ersatzmodell verstanden, welches das zu untersuchende, komplexe System mit geringem Rechenaufwand sowie vertretbar genauen Ergebnissen approximiert. Es entsteht letztendlich eine Gleichung, welche Zusammenhänge quantifiziert. [23]

3.2.1 Lineares Beschreibungsmodell

Die einfachste und in der Praxis meist völlig ausreichende Form stellt das lineare Beschreibungsmodell

$$y = c_0 + \sum_{i=1}^{n_f} c_i x_i + \sum_{i=1}^{n_f-1} \sum_{j=i+1}^{n_f} c_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (3.4)$$

dar. Abbildung 3.5a visualisiert eine derartige Interpolation beispielhaft.

Diese Form der Beschreibung übergibt für jede Kombination der Eingangsgrößen x_i eine Annäherung des Qualitätsmerkmals y . Die Größen c_i bis c_{ij} stellen dabei Modellkonstanten, ε die Abweichung dar. Weiters ist zu beachten, dass die Koeffizientenmatrix symmetrisch ist und Wechselwirkungen nicht doppelt aufsummiert werden. Beispielsweise lässt sich folgendes Modell für drei Faktoren inklusive Zweifachwechselwirkungen wie folgt ausformulieren:

$$y = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_{12}x_1x_2 + c_{13}x_1x_3 + c_{23}x_2x_3 + \varepsilon . \quad (3.5)$$

Genauer betrachtet stellt c_0 den Gesamtmittelwert aller Qualitätsmerkmale y_i dar. Die Modellkonstanten c_i erklären sich aufgrund der Stufenbreite von zwei aus den halben Haupteffekten. Gleiches gilt für die Konstanten c_{ij} , allerdings kommen hier Wechselwirkungseffekte zum Einsatz.

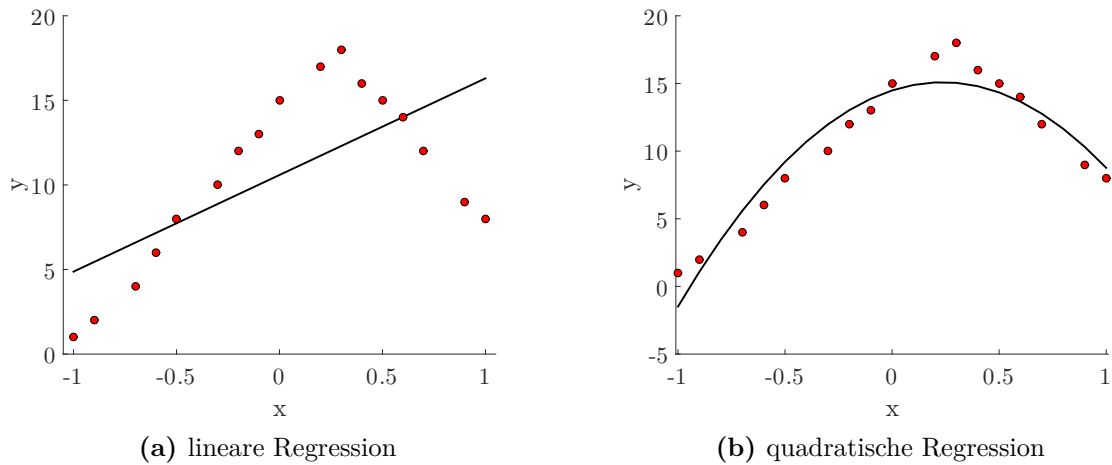


Abbildung 3.5: Regressionsmodelle

Die Anzahl der anfallenden Modellkonstanten ergibt sich in Abhängigkeit der Faktoren zu

$$n_m = 1 + \sum_{i=1}^{n_f} i \quad \text{mit} \quad n_{m_i} = n_{m_{i-1}} + n_{f_i} . \quad (3.6)$$

Ein lineares Regressionsmodell lautet in allgemeiner Form

$$y_i = \sum_{j=0}^{n_f} b_j x_{ij} + \varepsilon_i \quad \text{mit} \quad x_{i0} = 1 , \quad (3.7)$$

sowie in Matrix-Schreibweise

$$y = Xb + \varepsilon . \quad (3.8)$$

Mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate lassen sich die Konstanten b_j bestimmen.

Dabei wird das Ziel verfolgt, die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen realem und approximiertem Modell zu minimieren. Die gesuchten Größen werden mit

$$\hat{b} = (X'X)^{-1}X'y \quad (3.9)$$

abgeschätzt. [23]

3.2.2 Polynome

Polynomiale Metamodelle, wie plakativ in Abbildung 3.5b zu sehen, kommen in den verschiedensten Bereichen zum Einsatz. Ein typisches Polynom bildet sich aus

$$y_i = b_0 + b_1x_{i1} + b_2x_{i1}^2 + b_3x_{i2} + b_4x_{i2}^2 + \dots + b_kx_{i1}x_{i2} + \dots \quad (3.10)$$

Durch Substitution der nichtlinearen Terme durch Ersatzvariablen kommt es wiederum zu einem linearen Gleichungssystem, sodass alle benötigten Koeffizienten b_i unter Anwendung der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmbar sind. Aufgrund des erhöhten Rechenaufwandes werden in der Regel höchstens quadratische Terme berücksichtigt. [23]

3.3 Optimierung

Die Optimierung hat zum Ziel, gesuchte Faktoreinstellungen so zu wählen, dass Qualitätsmerkmale bzw. Zielgrößen für den angestrebten Systemeinsatz optimiert werden. Zielgrößen werden dabei unter Einhaltung von Nebenbedingungen maximiert, minimiert oder in Richtung eines vorgegebenen Wertes getrimmt. Kommt es zur gleichzeitigen Betrachtung mehrerer Zielgrößen, entsteht die Schwierigkeit der Findung einer Faktorkombination, welche alle Zielgrößen gleichzeitig verbessert.

Besteht das Minimierungsproblem aus mehreren Qualitätsmerkmalen, kann mithilfe der Reduktion auf eine Zielgröße Abhilfe geschaffen werden. Diese Art der Kombination fasst vor der Optimierung alle Zielgrößen z_i zu einer übergeordneten Zielfunktion z^*

$$z^* = g(z_1, \dots, z_{n_z}) \quad (3.11)$$

zusammen. [23]

Im Wesentlichen lässt sich die Vorgehensweise in drei Punkte einteilen:

- Beschreibungsmodell der einzelnen Qualitätsmerkmale,
- Kopplung der einzelnen Beschreibungsfunktionen,
- Maximierung der übergeordneten Zielfunktion.

3.3.1 Multiple-Response-Optimization

Im Zuge der Optimierung ergeben sich eine Reihe von Eingangsgrößen $X_i \in X_1, \dots, X_n$, welche auf das zu untersuchende System einwirken, und in diesem Zusammenhang Einflussfaktoren genannt werden.

Aufgrund der Einwirkung diverser Einflussfaktoren reagiert das System mit Ausgangsgrößen, sogenannte Qualitätsmerkmale $Y_i \in Y_1, \dots, Y_k$, wobei

$$Y_i = f_i(X_1, \dots, X_n, \varepsilon_i) \quad (3.12)$$

Um mehrere Qualitätsmerkmale in den Optimierungsprozess mit einzubeziehen, ist es notwendig, eine übergeordnete skalare Bewertungsfunktion zu kreieren. Die Kopplung verschiedener, einzelner Beschreibungsfunktionen erfolgt mithilfe von Wunschfunktionen d_i (desirability functions). Solche Wunschfunktionen $d_i(Y_i)$ ($i = 1, \dots, k$) stellen Rampenfunktionen dar. Qualitätsmerkmale werden dabei dimensionslos im Bereich $[0, 1]$ gemacht.

Die Verknüpfung einzelner Beschreibungsfunktionen zu einer zu optimierenden Gesamtfunktion,

dem Wunschindex (desirability index) $D := f(d_1, \dots, d_k)$ mit $D : [0, 1]^k \rightarrow [0, 1]$, erfolgt aus dem Produkt dieser und anschließender m -ten Wurzel daraus zu

$$D := \left(\prod_{i=1}^m d_i(Y_i) \right)^{1/m} . \quad (3.13)$$

Da der Wunschindex eine Funktion der Wunschfunktionen darstellt, kann dieser wiederum nur einen Wert im Bereich $[0, 1]$ erhalten.

Im letzten Schritt kommt es zur Optimierung des Wunschindex

$$\max_{X_1, \dots, X_n} \hat{D}(X_1, \dots, X_n) = \sqrt[m]{\prod_{i=1}^m d_i(f_i(X_1, \dots, X_n, 0))} . \quad (3.14)$$

Dies kann sowohl mit einfachen Solvern, wie z. B. dem Simplexalgorithmus, als auch mit nichtlinearen Methoden durchgeführt werden. [26], [23]

Unter der Voraussetzung, einer Wunschfunktion bzw. einem Qualitätsmerkmal, mehr oder weniger Achtung zu schenken und damit in weiterer Folge eine konservativere und stabilere Zielfunktion zu erhalten, kann mittels der Sensitive-Desirability-Funktion gearbeitet werden. Dabei ergibt sich der Wunschindex zu

$$\max_{X_1, \dots, X_n} \hat{D}(X_1, \dots, X_n) = (d_1(Y_1)^{k_1} \cdot d_2(Y_2)^{k_2} \cdot d_3(Y_3)^{k_3} \cdot \dots \cdot d_n(Y_n)^{k_n})^{\frac{1}{\sum_{i=1}^n k_i}} . \quad (3.15)$$

Im Gegensatz zum vorherigen Ansatz wird hier der Nenner des Exponenten aus den individuell gesetzten Exponenten der einzelnen Wunschfunktionen gebildet - es kann also auf bestimmte Eingänge stärker Bezug genommen werden. [2]

3.3.2 Wunschfunktion

Eine Wunschfunktion beschreibt eine Rampenfunktion, welche für jedes ausgewählte Qualitätsmerkmal zum Einsatz kommt. Das Qualitätsmerkmal wird dabei auf einen dimensionslosen Wert - zwischen 0 und 1 - reduziert. Der Aufgabenbereich kann in drei Teile gebrochen werden: Maximierung, Minimierung und Zielwert. Durch das Definieren von Eckpunkten ist es möglich, Wunschfunktionen entsprechend den Anforderungen des Benutzers einzustellen. [23]

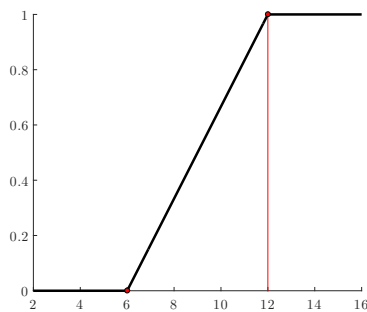
Einen gängigen Zugang stellen die Zielfunktionen nach Derringer und Suich, siehe Tabelle 3.5 sowie Abbildungen 3.6a, 3.6b und 3.6c, dar. Der Ansatz erlaubt es, abhängig vom Exponenten s , eine lineare ($s = 1$) als auch nichtlineare Abbildung zu erstellen.

Maximierung	Minimierung	Zielwert
$\begin{cases} 0 & \text{if } Y < a \\ \left(\frac{Y-a}{b-a}\right)^s & \text{if } a \leq Y \leq b \\ 1 & \text{if } Y > b \end{cases}$	$\begin{cases} 1 & \text{if } Y < b \\ \left(\frac{a-Y}{a-b}\right)^s & \text{if } b \leq Y \leq a \\ 0 & \text{if } Y > a \end{cases}$	$\begin{cases} 0 & \text{if } Y < a_1 \\ \left(\frac{Y-a_1}{T-a_1}\right)^{s_1} & \text{if } a_1 \leq Y \leq T \\ \left(\frac{a_2-Y}{a_2-T}\right)^{s_2} & \text{if } T \leq Y \leq a_2 \\ 0 & \text{if } Y > a_2 \end{cases}$

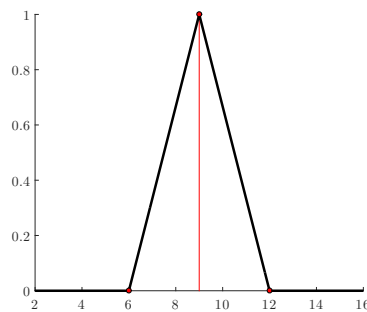
Tabelle 3.5: Zielfunktionen nach Derringer und Suich

Die Maximierungsfunktion lässt sich in drei Abschnitte zerlegen. Im ersten Abschnitt, links vom ersten Eckpunkt, gibt die Funktion den Wert 0 zurück. Dieser Bereich beschreibt sozusagen die Schmerzgrenze des Qualitätsmerkmals. Ergebnisse in diesem Bereich sind nicht akzeptabel. Der zweite Abschnitt stellt eine Verbindung zwischen dem ersten und dem zweiten Eckpunkt dar. Dieser Teil der Funktion schickt einen Wert zwischen 0 und 1 zurück. Im dritten und letzten Teil befinden sich alle Wunschqualitätsmerkmale. Die Funktion retourniert ausnahmslos den Wert 1.

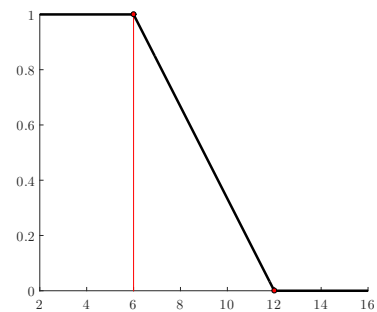
Selbiges gilt für die Minimierungsfunktion, allerdings gegengleich. Soll heissen, dass die reduzierte Funktion im ersten Abschnitt den Wunschwert 1 wiedergibt. Der Mittelteil ist wiederum zwischen den Eckpunkten als Funktion verbunden, jedoch von 1 in Richtung 0 abfallend. Nicht akzeptable Qualitätsmerkmale rechts vom zweiten Eckpunkt erhalten den Rückgabewert 0.



(a) Maximierungsfunktion,
s = 1.0



(b) Zielwertfunktion,
s = 1.0



(c) Minimierungsfunktion,
s = 1.0

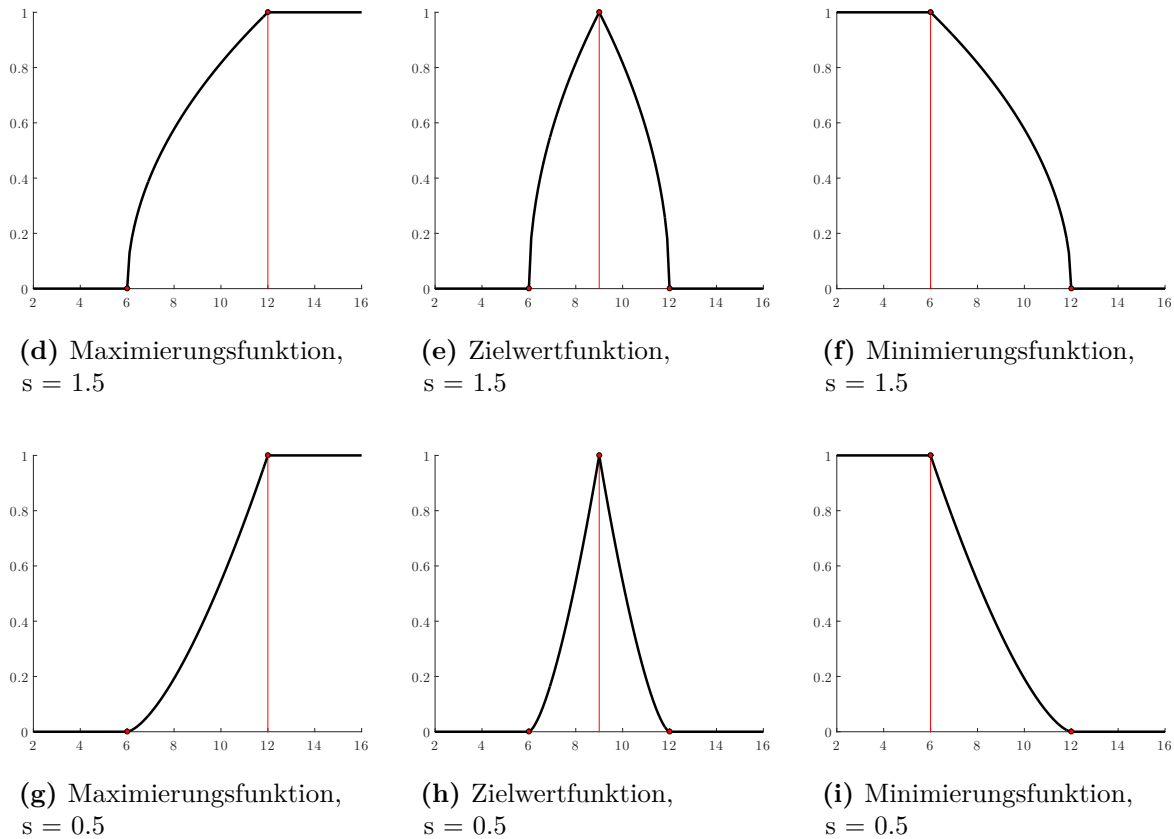


Abbildung 3.6: Funktionen nach Derringer und Suich

Die Zielwertfunktion hingegen unterteilt sich in vier, gegebenenfalls auch in fünf Abschnitte. Der Erste spiegelt erneut inakzeptable QM wider - Wert 0. Abschnitt Zwei beschreibt eine Funktion zwischen dem ersten Eckpunkt und der Zielwerteinstellung. Im dritten Bereich geht es wiederum funktional abwärts in Richtung dritten Eckpunkt. Bereich 2 und 3 befinden sich jeweils im Wertebereich zwischen 0 und 1. Im letzten Funktionsabschnitt werden nicht gewünschte Ausgangswerte mit 0 beziffert. Lediglich der exakte Aufruf der Funktion im Zielwert retourniert den Wert eins.

In den Abbildungen 3.6d, 3.6e und 3.6f sind die Maximierungs-, Zielwert- und Minimierungsfunktion nach Derringer und Suich mit dem Exponenten $s = 1.5$ illustriert. Lineare Abschnitte werden in diesem Fall durch konkave Funktionsteile substituiert. Die selben Funktionen, allerdings mit einem Exponenten der Größe 0.5 versehen, sind in Abbildungen 3.6g, 3.6h und 3.6i zu sehen.

Eine weitere Möglichkeit, mit Wunschfunktionen zu arbeiten, stellt der Ansatz von Harrington aus dem Jahr 1965 dar. Dabei kommen Exponentialfunktionen zum Einsatz, wie die Diagramme

in 3.7 und Tabelle 3.6 zeigen.

Maximierung	Minimierung	Zielwert
$\exp(-\exp(-a - bY))$	$1 - \exp(-\exp(-a - bY))$	$\exp(- \frac{Y-T}{b} ^n)$

Tabelle 3.6: Zielfunktionen nach Harrington

Im Fall der Maximierungsfunktion symbolisieren die Variable a den horizontalen Versatz, die Variable b die Steigung der Funktion und Y die Eingangsgröße. Gleiches gilt für die Minimierungsfunktion, jedoch nur spiegelverkehrt. Innerhalb der Zielwertfunktion beschreiben b die Breite der äußeren Eckpunkte bzw. Steigung von Auf- und Abstieg, T die horizontale Verschiebung der Funktion, n den Bereich des Zielwertes sowie Y den Input als Qualitätsmerkmal.

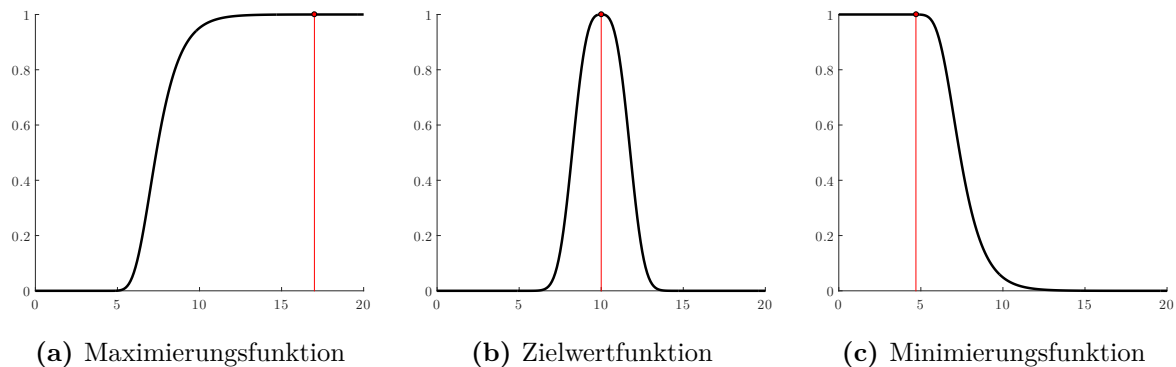
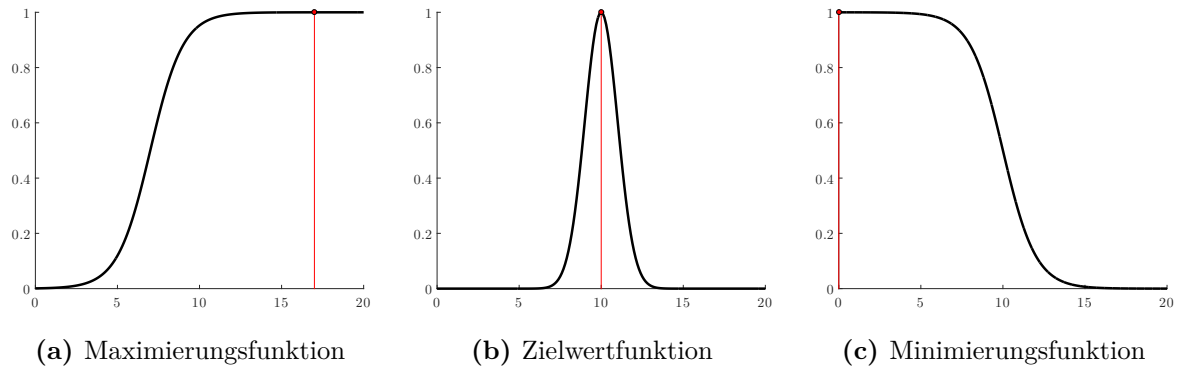


Abbildung 3.7: Funktionen nach Harrington

Eine weitere, bekannte Möglichkeit zur Benutzung von Wunschfunktionen beschreibt Gibb *et al.* im Jahr 2001 - Tabelle 3.7, Abbildung 3.8. Ähnlich der oben beschriebenen Wunschfunktion charakterisieren in Bezug auf die Maximierungsfunktion die Variable a den horizontalen Versatz, b die Steigung der Funktion und Y die Inputvariable. Gegengleiche Anwendung findet in der Minimierungsfunktion statt. Für die Funktion des Zielwertes gilt die Beschreibung entsprechend Harrington, Tabelle 3.6. [8]

Maximierung	Minimierung	Zielwert
$(1 + \exp(-\frac{Y-a}{b}))^{-1}$	$(1 - \exp(-\frac{Y-a}{b}))^{-1}$	$\exp(-\frac{1}{2}(\frac{Y-T}{b})^2)$

Tabelle 3.7: Zielfunktionen nach Gibb *et al.*

Abbildung 3.8: Funktionen nach Gibb *et al*

3.3.3 Lösungssuche

Entsprechend der Definition des Desirability-Index (DI) kann dieser einen Wert zwischen 0 und 1 annehmen. Die Rückgabe der Ziffer 1 signalisiert, dass die Ziel- bzw. Gütefunktion in Relation zum vorherigen Schritt verkleinert und zugleich alle Nebenbedingungen eingehalten wurden. Wird der Wert 0 retourniert, ist entweder eine der Nebenbedingungen nicht im möglichen Bereich oder die Zielfunktion nicht kleiner als im Iterationsschritt davor. Rückgabewerte zwischen 0 und 1 ergeben sich dadurch, dass sich z. B. eine Nebenbedingung am aufsteigenden Ast der zugehörigen Wunschfunktion befindet und dadurch zwischen wünschenswert und nicht wünschenswert liegt.

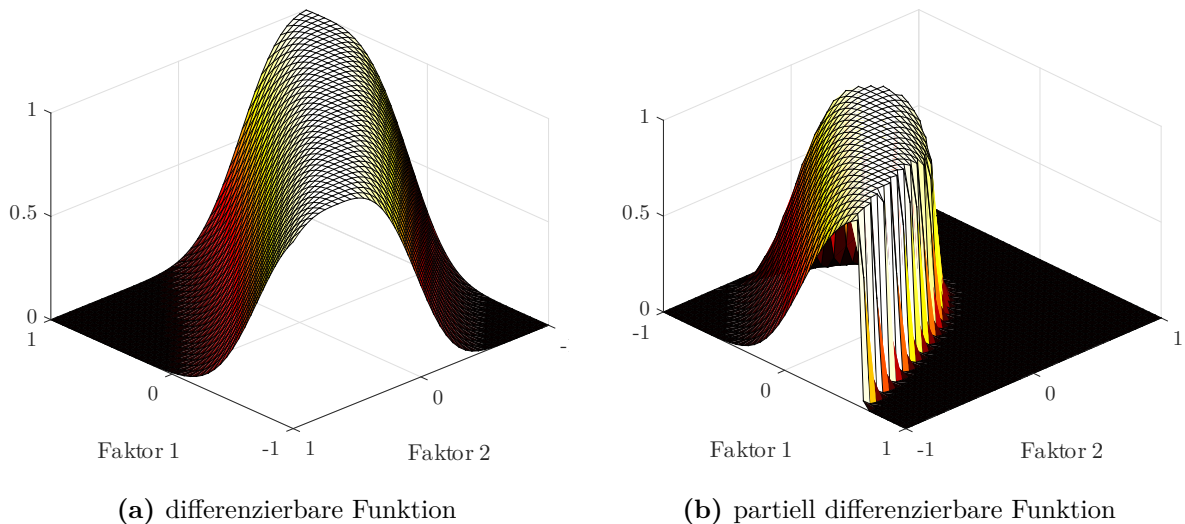


Abbildung 3.9: Desirability-Index-Plot

In Abbildung 3.9a ist ein möglicher Wunschindex abgebildet. Ziel der Lösungssuche ist es, das horizontale Plateau der Funktion zu erreichen. Wie die z-Achse des Plots zeigt, sind die

Funktionswerte dort 1. Da eine Funktion, wie in Abbildung 3.9a dargestellt, im gesamten Bereich differenzierbar ist, kann die Suche an unterschiedlicher Stelle begonnen werden. Der einzige Unterschied in Bezug auf die Startkoordinaten ist, dass der Solver an anderer Stelle zum Stillstand kommen kann. Dies liegt daran, dass im Bereich des Plateaus alle Funktionswerte 1 und somit mehrere zulässige Lösungen möglich sind.

Das zweite Beispiel, Abbildung 3.9b, ist eine hinsichtlich ihrer Lösung ungemütlichere Funktion. Einerseits besteht die Möglichkeit, durch den Start des Solvers im Bereich der Funktion mit dem Wert 0, also z. B. mit den Koordinaten $[1,1]$, hängen zu bleiben. Andererseits kann Gefahren gelaufen werden, entlang der nicht differenzierbaren Kanten zum Stillstand zu kommen. Um einem möglichen Gefahrenpotenzial aus dem Weg zu gehen, wird versucht, an mehreren, im Raum gleich verteilten Punkten zu starten.

3.3.4 Beispielhafte Anwendung des Desirability-Index

Das mathematische Programm einer Zielfunktion σ unter einer Nebenbedingung lässt sich formulieren zu

$$\min \sigma \quad u. d. N. \quad u \leq 0 \quad (3.16)$$

In diesem Beispiel sind die Größe σ zu minimieren und die Größe u kleiner bzw. gleich dem Wert 0 zu halten. Dafür kommen jeweils eine Minimierungsfunktion d_i , wie in Abbildung 3.10, zum Einsatz.

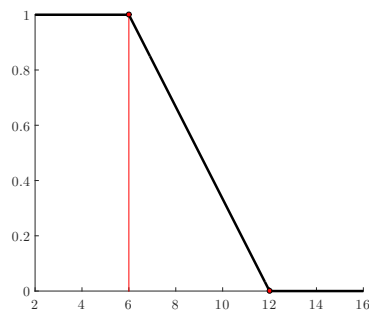


Abbildung 3.10: Minimierungsfunktion

Das Produkt dieser Funktionen hoch dem Kehrwert der Summe der beteiligten Funktionen ergibt die zu minimierende Gesamtfunktion

$$D = (d_1 \cdot d_2)^{1/2} \quad (3.17)$$

3.3.5 Successive-Response-Surface-Methodology

Da die Anwendung der Response-Surface-Methode eine Approximation der tatsächlichen, wahren Rückgabewerte liefert, kann das Optimum der Response-Surface vom eigentlichen Prozess abweichen. Um das mögliche Optimum mit ausreichender Genauigkeit zu erreichen, wird der gesamte Prozess, beginnend mit dem Versuchsplan, über das Metamodell hin zur Optimierung der Response-Surface, wiederholt. Dabei wird allerdings mit jedem Durchlauf der Suchraum verkleinert - solange, bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist. [20]

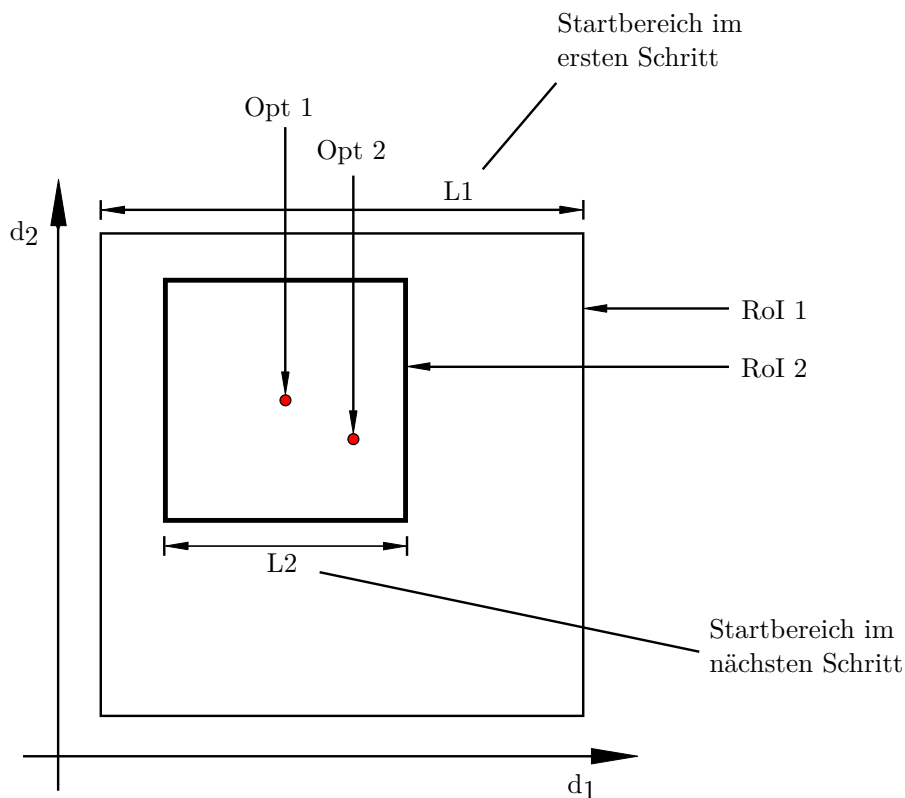


Abbildung 3.11: Successive-Response-Surface-Optimierung

Zu Beginn, im ersten Durchlauf, wird der gesamte Faktorraum RoI_1 (RoI = Region of Interest) untersucht und ein erstes Optimum (Opt_1) gefunden. Darauf aufbauend stellt Optimum Opt_1 den Ausgangspunkt von Iteration zwei dar. Der im zweiten Schritt um diesen Punkt aufgespannte Bereich ist um den Faktor $k = \frac{L_1}{L_2}$ minimiert, wie Abbildung 3.11 erklärt. Der neue, verkleinerte Faktorraum wird wiederum durchsucht - neues Optimum Opt_2 entsteht.

Abbildungen 3.12a - 3.12d illustrieren vier Iterationsschritte für zwei Faktoren d_1 und d_2 in grafischer Form.

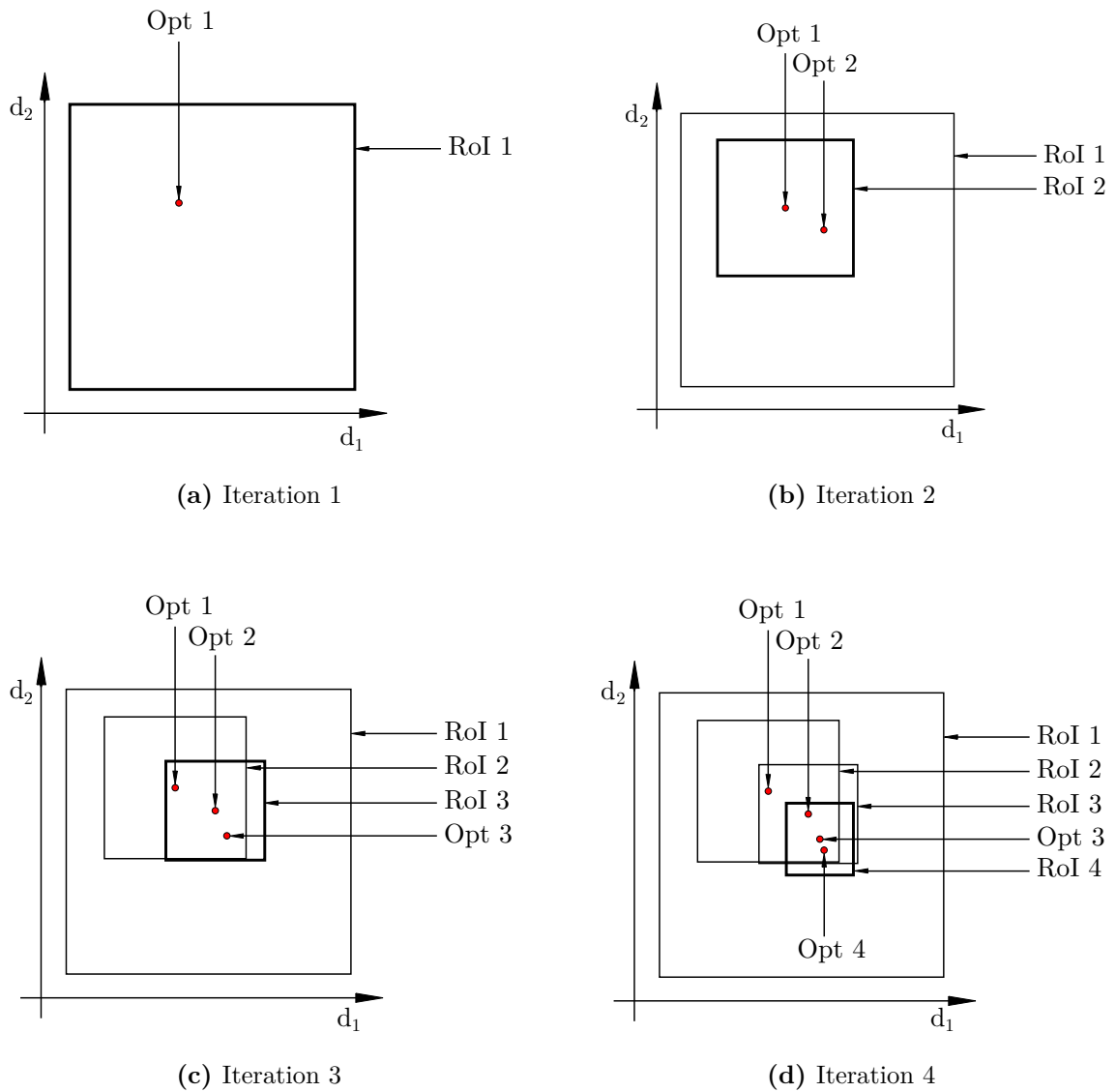


Abbildung 3.12: Successive-Response-Surface-Optimierung

Dieser Algorithmus wird so oft wiederholt, bis das definierte Abbruchkriterium aktiv ist. Das Ergebnis, Opt_n , stellt schlussendlich den Lösungsvektor dar.

3.4 Kontrollverfahren

3.4.1 Residuenplot

Residuenplots ermöglichen in der klassischen Versuchsplanung Abweichungen zwischen Vorhersage und Realität zu visualisieren. Aufgrund der Gegenüberstellung von Metamodell und Numerik lässt sich plakativ eruieren, ob das Modell bereits den notwendigen Detailgrad aufweist. [23]

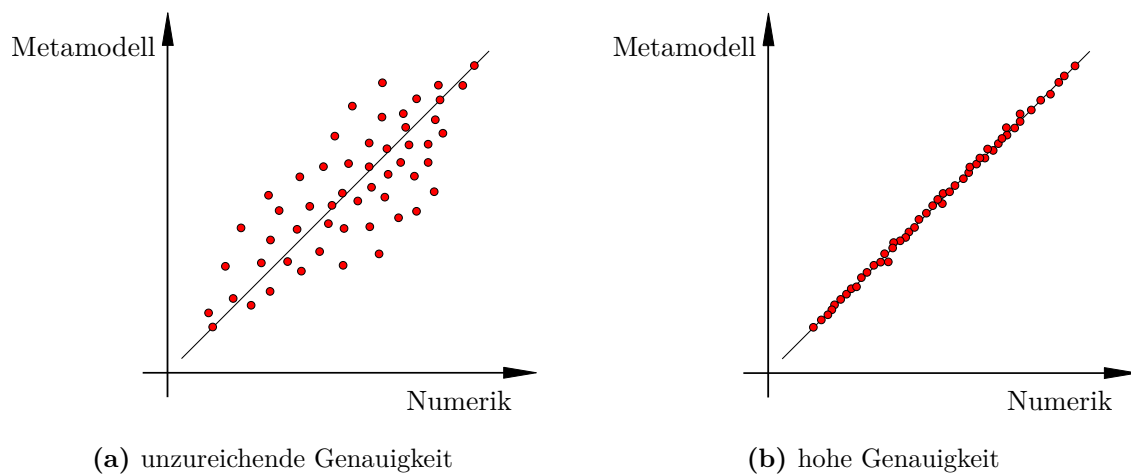


Abbildung 3.13: Residuen-Plot

Residuen-Plot 1 in Abbildung 3.13a zeigt, dass das dahinterliegende, mathematische Approximationsmodell zu grob gewählt wurde und den Anforderungen des physikalischen Modells nicht Stand halten kann. Hingegen wird in Abbildung 3.13b ersichtlich, dass es zu nahezu keinen Abweichungen kommt und dementsprechend das reale Modell im Metamodell eine vertretbare Abbildung findet.

4 Implementierung unterschiedlicher Methoden zur Systemanalyse

Die Umsetzung beinhaltet einen Geometrie-Check zur Untersuchung der Flexibilität des 3D-Modells, einen Effekt-Plot zur Einflussanalyse von Bauteilen und Baugruppen sowie einen Optimierungsalgorithmus zur Optimierung dieser. Die für die Umsetzung zur Verfügung stehenden Software-Pakete sind SOLIDWORKS® 2014 x64 Student-Edition und MATLAB® in der Version R2015a Student. Für die Implementierung der zuvor erwähnten Werkzeuge ist es notwendig, eine stabile Verbindung der beteiligten Softwarepakete zu ermöglichen. Dies erfolgt sowohl über eine MATLAB®-Toolbox als auch über VBA-Makros.

Für den Geometrie-Check ist es notwendig, Warnungen und Fehlermeldungen einzelner Features im SOLIDWORKS®-Modellbaum auszulesen.

Da eine Spannungsanalyse in der Regel sehr oft zur Anwendung kommt, ist speziell für den Effektplot als auch der Optimierung ein umfassender Zugriff auf die nahezu gesamte Simulationslandschaft erforderlich. Dies erstreckt sich vom Zugriff auf Bauteilskizzen, der Erstellung des Netzes, dem Auslesen von Ergebnissen, über Sensor-Abfragen bis hin zum Neustart von SOLIDWORKS® und dem Laden der Simulationsumgebung.

Weiters gibt ein übergreifendes MATLAB®-Skript dem Anwender die Möglichkeit, die drei implementierten Werkzeuge einzurichten und zu starten.

4.1 CAD-Paket

Die Software SOLIDWORKS® charakterisiert sich als parametrisiertes, auf Volumenkörper bezogenes, featurebasiertes CAD-System. SOLIDWORKS® als auch das Anwendungspaket SOLIDWORKS® Simulation wurden von Beginn an für das Betriebssystem Windows ausgelegt. Da beide Systeme als native Anwendung für Windows bestehen, ist eine nahtlose Integration möglich. Speziell SOLIDWORKS® Simulation stellt ein Werkzeug zur Konstruktionsanalyse dar, basierend auf einem numerischen Verfahren - der Methode der finiten Elemente. [4]

4.2 Zusätzliche Funktionen

4.2.1 CADLab Toolbox

Die Toolbox CADLab, entwickelt von der Unternehmung FiniteBusiness Inc., ermöglicht es, eine Live-Verbindung zwischen Matlab und SOLIDWORKS herzustellen. Dadurch wird dem Benutzer sowohl eine Möglichkeit geschaffen, auf Simulations- und Modelldaten von beispielsweise Bauteilen, Baugruppen oder Zeichnungen zuzugreifen als auch diese zu ändern.

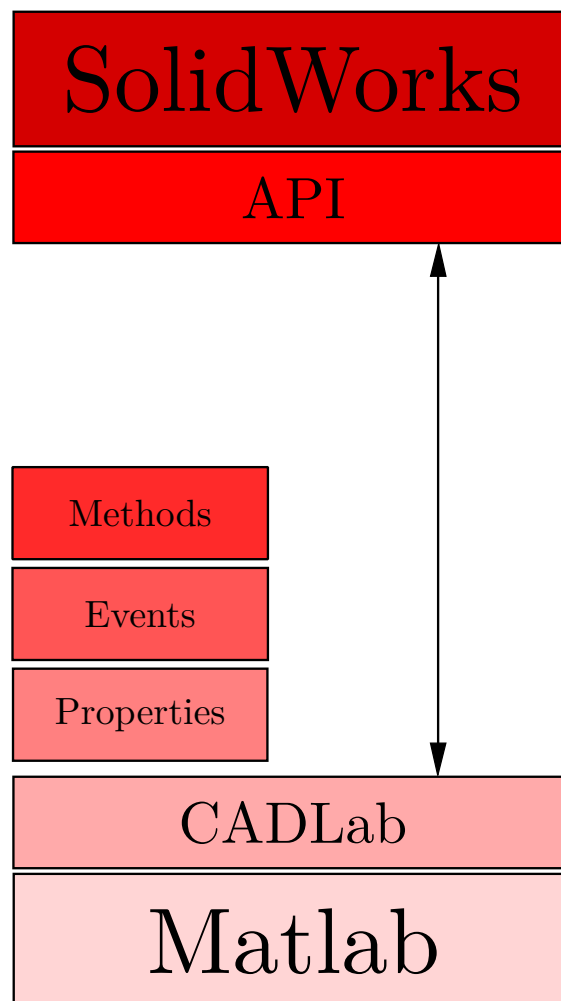


Abbildung 4.1: Toolbox CADLab

Der Zugriff erfolgt, wie Abbildung 4.1 zeigt, über Programmierschnittstellen (APIs) von SOLIDWORKS. Die in Matlab bereitgestellten Klassen sind stark an jene des SOLIDWORKS-API-Interface angelehnt. Dies erlaubt dem Anwender, notwendige Skripten in Matlab zu verfassen und dadurch den Weg über die Makroerstellung mittels Visual Basic zu umgehen. [16]

4.2.2 Microsoft Visual Basic for Applications

Für alle Klassen und Funktionen, welche in weiterer Folge benötigt werden, jedoch von der CADLab-Toolbox nur unzureichend oder gar nicht zur Verfügung gestellt werden, können mit Hilfe von VBA-Makros (Visual Basic for Applications) überbrückt werden.

SOLIDWORKS® bietet einerseits die Möglichkeit, Makros unter laufendem Programm aufzuzeichnen und den dadurch automatisch generierten Code gegebenenfalls zu editieren. Andererseits besteht die Option, VBA-Makros über ein Microsoft® EXCEL-File zu generieren und im Weiteren über Matlab auszuführen. Interaktion ist in zweierlei Richtung umsetzbar - so können empfangene Daten im Makro nach MATLAB® übergeben werden.

MATLAB®-Funktion zur Einbindung in den Automatismus könnte folgende Gestalt annehmen.

```
1 function GetSensorData(sensor)
2
3     % Pfad des Excel-Files mit dem erstellten Makro
4     xls_path = 'E:\OptiMatWorks\03_optimization\ReadSensor9.xlsxm';
5     % Erstellung eines COM-Servers mit Microsoft Excel
6     h = actxserver('Excel.Application');
7     % Dokument oeffnen
8     h.Workbooks.Open(xls_path);
9     % Makro 'GetSensorData' ausfuehren
10    h.Run('GetSensorData', sensor.count);
11    % Excel in Matlab schliessen
12    Quit(h);
13    % Serverobject loeschen
14    delete(h);
15
16 end
```

4.2.3 Vernetzung

Ein essentieller Schritt im Verlauf einer statischen Simulationsanalyse beschreibt die Vernetzung der Bauteile und Baugruppen - einer Einteilung in finite Elemente. Durch die Anwendung des Versuchsplans werden geometrische Änderungen hervorgerufen. Im Zuge dessen muss angesichts der neuen Abmessungen des Untersuchungsobjektes auch das Netz mit jeder Änderung aktualisiert werden, wie verdeutlicht in den Abbildungen 4.2a, 4.2b und 4.2c. [24]

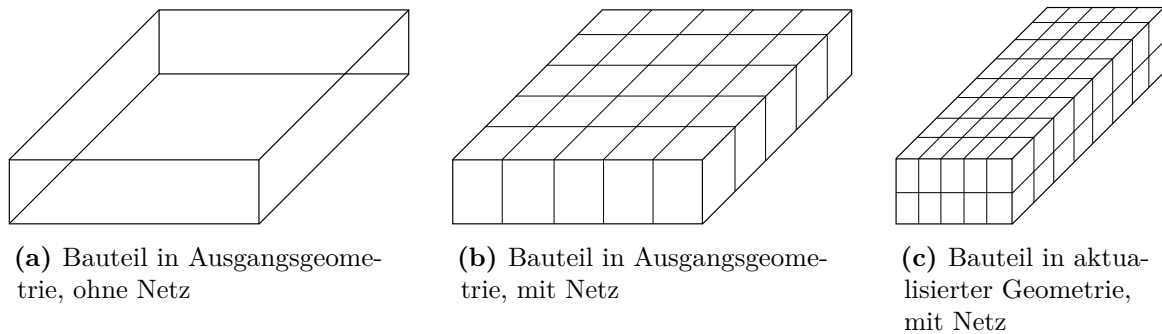


Abbildung 4.2: Vernetzung

In SOLIDWORKS® zur Verfügung stehenden Vernetzungsarten inklusive der zugehörigen Netzparameter:

- Standardnetz (globale Größe, Toleranz)
- Kurvengestütztes Netz (maximale Elementgröße, minimale Elementgröße, Mindestanzahl von Elementen in einem Kreis, Elementgrößen-Wachstumsverhältnis)

Die in CADLab implementierte Funktion **CreateMesh**(nUnit, nElementSize, nTolerance) bedient lediglich das Standardnetz. Es soll jedoch auch das kurvengestützte Netz auswählbar sein. Abhilfe schafft das VBA-Skript **GenerateMesh**(MaxElementSize, MinElementSize, MinElementsInCircle, GrowthRatio).

4.2.4 Sensor

Sensoren beaufsichtigen selektierte Eigenschaften von Bauteilen und Baugruppen, wie z. B. Simulationsdaten, Abmaße oder Masseneigenschaften. Zusätzlich können Grenzwerte im Blick gehalten werden.

In numerischen Simulationen können Singularitäten auftreten, basierend auf dem Hintergrund einer nicht optimalen Besetzung der Gesamtsteifigkeits-Matrix. Konstruktiv betrachtet werden solche Fehler meist durch scharfe Kanten, sehr kleine Radien oder falsch angewandte Vernetzung erzeugt, wie sie am physikalischen Bauteil oft nur in schwacher Form auftreten.

Die Durchführung einer einfachen, statischen Analyse liefert als Ergebnis, abhängig davon, welche Rückgabewerte von Interesse sind, einen Wert basierend auf dem gesamten Modell. So bekommt man beispielsweise bei einer Spannungsanalyse den Maximalwert aller Knoten- oder Elementspannungen zurück. Um zum einen auf ein gewisses Spannungsniveau senken und andererseits nur ein gewisses Detail betrachten zu können, kommt die Anwendung der Sensoren ins Spiel.

Aktuell ist es nicht möglich, einen direkten Zugriff der Daten eines Sensors abzugreifen. Auch manuelles Markieren bleibt unberücksichtigt. Allerdings kann das Problem mithilfe eines Workarounds umschifft werden.

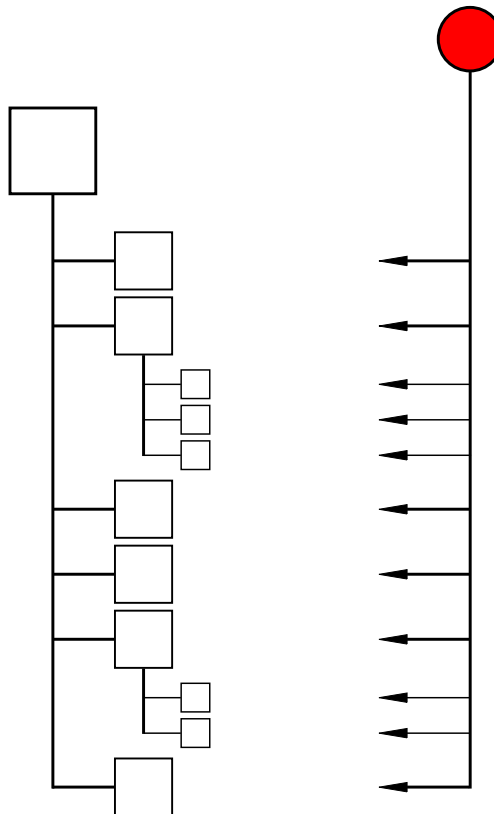


Abbildung 4.3: Traversierung - Algorithmus

Traversierung nennt sich ein Ablaufalgorithmus (Abbildung 4.3) zum Durchkämmen von Strukturen. Dabei wird jedes Strukturelement, in diesem Fall jedes Element des Modellbaumes von SOLIDWORKS®, inklusive deren Unterelemente, abgefragt. Wird ein definierter Sensor gefunden, werden seine hinterlegten Daten gespeichert. Der Durchlauf wird solange weitergeführt, bis alle Elemente bis hin zum Letzten kontrolliert worden sind. Schlussendlich gibt die Funktion **GetSensorData**(SensorCount) alle gefundenen Sensoren inklusive Daten zurück. [25]

4.2.5 Simulations Add-on

StartSolidWorks() ist eine Funktion der Klasse **CADLabInitializer** und bewirkt das Starten bzw. Neustarten von SOLIDWORKS®. Um unter SOLIDWORKS® Simulationen durchführen zu können, muss die entsprechende Zusatzanwendung geladen werden. Für den Fall von statischen Analysen wird die SolidWorks-Simulation-Umgebung benötigt.

Wie in Abbildung 4.4 ersichtlich, startet durch den Befehl **CADLab.CADLabInitializer.StartSolidWorks()** zwar die Applikation SOLIDWORKS®, jedoch werden keine Zusatzanwendungen geladen, obwohl im Vorfeld die Checkbox unter Extras/Zusatzanwendungen aktiviert wird.

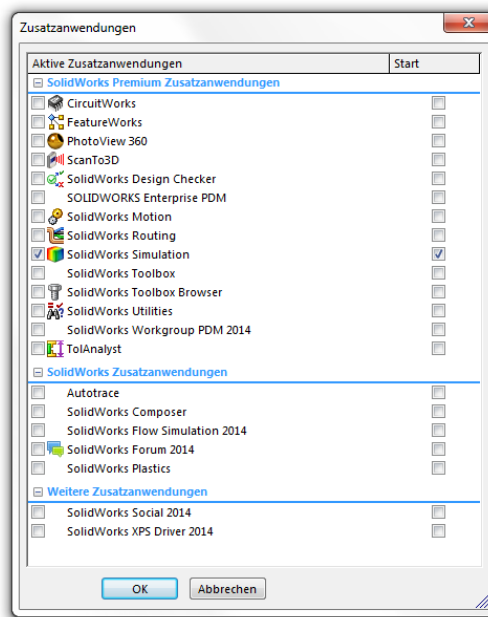


Abbildung 4.4: Zusatzanwendung Simulation aktiviert

Die Funktion **LoadSimAddIn()** lädt die benötigte Programmbibliothek `cosworks.dll` nach Beendigung des Startvorganges und der Simulationsraster kommt zum Vorschein.

4.2.6 Neustart

Im Laufe einer aufwendigen Simulation kann es relativ rasch dazu führen, dass die zur Verfügung stehenden Ressourcen verbraucht werden. Die Funktion **RestartSw(counter, model_path, restart_level, restart_level_step, simulation_add_in)** ermöglicht im ersten Schritt eine Unterbrechung des Arbeitsvorganges. Während dieser Unterbrechung wird SOLIDWORKS® beendet und mit den entsprechenden Zusatzanwendungen wiederum neu gestartet - nach einer zuvor festgelegten Anzahl an Durchlaufschritten. Danach wird die Simulation fortgesetzt, bis das nächste Level an Rechenschritten erreicht und der Vorgang wiederholt wird.

Dadurch wird gewährleistet, dass z. B. eine längere Rechendauer über Nacht nicht schon nach wenigen Stunden zum Stillstand führt. Voraussetzung dafür ist allerdings, dass keinerlei Fehlermeldungen produziert werden.

4.3 Anwendung der Instrumente zur Bauteilanalyse

Zu Beginn sind im Skript einige grundlegende Einstellungen zu treffen. Darunter auch die Auswahl einer der drei nachfolgenden Ausführungen:

- Geometrie-Check
- Effekt-Plot
- Optimierung

Weiters muss der Name der übergeordneten Baugruppe bzw. des Bauteils und deren Pfad angegeben werden. Der Zugriff auf veränderbare Skizzen erfolgt durch eine Aneinanderreihung von Maßname, Skizzenname und Bauteilname, verbunden durch ein @-Zeichen. So ermöglicht beispielsweise der String

```
1 % veraenderbare Abmessungen, Skizzen, Bauteile festlegen
2 dim = 'DIM _height@Sketch_height@Part_holder_1';
```

den Zugriff auf das Maß *DIM_height* der Skizze *Sketch_height* im Bauteil *Part_holder_1*.

Durch die Festlegung des Faktorraums wird jeweils ein Minimal- bzw. Maximalwert für jeden Faktor gewählt und der Möglickeitsbereich eingeschränkt. Kommt es zur Anwendung von Sensoren, müssen diese ebenso definiert werden. Notwendige Informationen sind dabei die Anzahl der definierten Sensoren sowie deren Namen, äquivalent zur Benennung in SOLIDWORKS®.

Ist die Simulations-Umgebung notwendig, sind diese und der dazugehörige Studienname explizit anzugeben. Der Typ der Vernetzung kann zwischen Standard- und kurvengestütztem Netz gewählt werden. Des Weiteren lässt sich hinsichtlich der Qualität des Netzes zwischen niedriger Qualität (Entwurfsnetz) und hoher Qualität (4-Punkt-Jakobi) unterscheiden. Die Erstellung des Netzes in Bezug auf ihre Parameter, wie z. B. Elementgröße, kann automatisch oder manuell erfolgen. Im automatischen Fall wird für die Feinheit des Netzes ein Wert zwischen [0, 1] oder 2 definiert (0 = grob, 1 = fein, 2 = sehr fein). Manuell können alle Parameter für sich eingestellt werden, jedoch bleiben diese Parametereinstellungen konstant, auch nach Geometrieänderungen.

Durch Angabe des Restart-Level sowie dem Restart-Level-Step wird vereinbart, nach wie vielen Schritten SOLIDWORKS® geschlossen und daraufhin neu gestartet wird.

4.3.1 Geometriecheck

Ein SOLIDWORKS®-Modell wird aus verschiedensten Features aufgebaut. Im Laufe der Optimierung kommt es zu ständiger Änderung einzelner Skizzen-Parameter. Da diese Skizzen

wiederum Grundlage für den Aufbau eines Features sind, kann es zu fehlerhaftem Aufbau solcher Features kommen.

Der Geometrie-Check hat nun vorab die Aufgabe, in einem zuvor definierten Faktorbereich, nach fehlerhaften Features zu suchen und diese gesammelt auszugeben. So werden beispielsweise für zwei Parameter mit der Einstellung

```
1 % Faktorraum definieren
2 limits = {20:5:50, 30:5:80};
```

der Faktor 1 beginnend mit der Einstellung von 20 *mm* und einer Schrittweite von 5 *mm* bis zum Endwert von 50 *mm* sowie Faktor 2 vom Startwert 30 *mm* über einer Schrittweite von 5 *mm* bis hin zu 80 *mm* variiert. Jede Kombination dieser Faktoren (in diesem Fall wären es 77 Durchläufe) wird im Modellbaum hinsichtlich Warnungen und Hinweisen untersucht und aufgezeichnet.

Dies ermöglicht zu Beginn einen groben Überblick über mögliche Modellfehler.

In Abbildung 4.5 zeigt die Ausgabe der Geometrie-Analyse, dass es zu keiner Fehlermeldung gekommen und das Modell zur Optimierungs-Analyse bereit ist. Dabei ist natürlich nicht ausgeschlossen, dass es nicht doch zu etwaigen Störungen kommen kann, jedoch ist damit ein großer Bereich abgedeckt.

```
-----initialization
-----done
-----checking model
-----done
-----plotting results

No errors/warnings found!

-----done
>>
```

Abbildung 4.5: Ausgabe der Geometrie-Analyse ohne Fehler

Abbildung 4.6 hingegen kennzeichnet beispielhaft zwei fehlerbehaftete Features. Die erste Kombination aus Winkel $ANG_angle = 40^\circ$ und Abmessung $DIM_width = 60\text{ mm}$ sowie die zweite Kombination aus Winkel $ANG_angle = 45^\circ$ und Abmessung $DIM_width = 65\text{ mm}$ resultieren zu je einem Modellfehler.

```

-----initialization
-----done
-----checking model
-----done
-----plotting results

      'analysis'      'ANG_angle'      'DIM_width'
      'error/warning' [      40]      [      60]
      'error/warning' [      45]      [      65]

-----done
>>

```

Abbildung 4.6: Ausgabe der Geometrie-Analyse mit Fehleranzeige

4.3.2 Effektplot

Effektplots eignen sich auf der einen Seite zur grundsätzlichen Einflussanalyse von Bauteilen und Baugruppen und können andererseits dazu verwendet werden, um aus einer größeren Anzahl an veränderlichen Faktoren einen begrenzten Rahmen zu finden.

Alle Faktoren werden im Zuge dessen auf ein im Vorfeld definiertes Charakteristikum untersucht.

Abbildung 4.7 zeigt den Einfluss zweier Faktoren auf das Qualitätsmerkmal Spannung. Dabei ist ersichtlich, dass der zweite Faktor *DIMheight* eine größere Steigung aufweist und daher weitgreifender auf das System einwirkt.

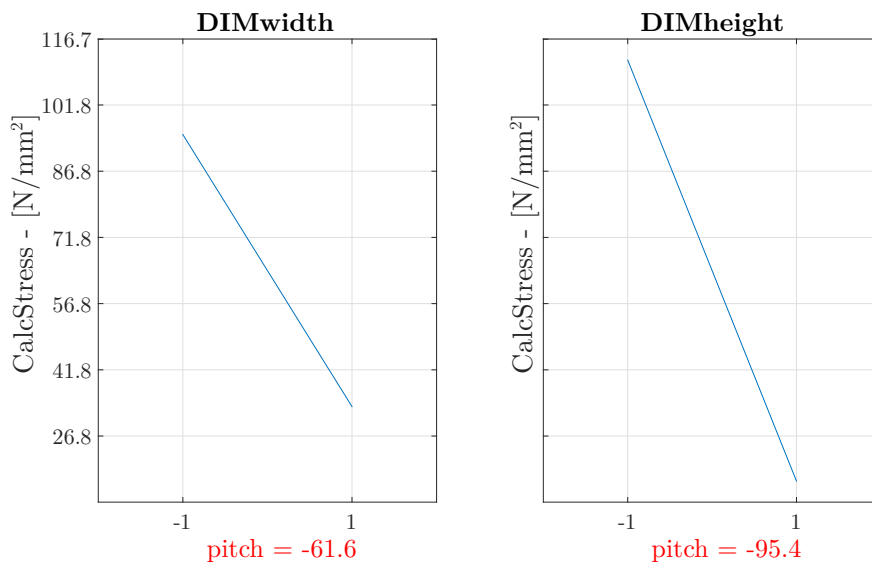


Abbildung 4.7: Effekt-Plot

4.3.3 Optimierungsanalyse

Durch Wahl der Zielfunktion wird im ersten Schritt die zu minimierende Eigenschaft deklariert. Dies ist momentan für die Eigenschaft Masse m sowie der Simulationsdaten Spannung σ und Durchbiegung u möglich. Ähnliches gilt für die Nebenbedingungen. Auch hier kann zwischen Masse m , Spannung σ und Durchbiegung u gewählt werden. Sowohl bei der Zielfunktion als auch bei den Nebenbedingungen lässt sich hinsichtlich der Art der Optimierung zwischen Minimierung, Maximierung und Zielwert unterscheiden. Zusätzlich muss im Falle der Anwendung eines Sensors die jeweilige Sensornummer (numerische Reihung im Programm) hinzugefügt werden. Anderenfalls wird die Ziffer 0 benötigt, um den globalen Wert abzugreifen.

So umfasst die Codezeile

```
1 % Zielfunktion definieren
2 min_pro = {'CalcDeflection', min, 2};
```

, dass die Zielfunktion Durchbiegung u unter Abruf des Sensors 2 minimiert werden soll. Hingegen impliziert

```
1 % Zielfunktion definieren
2 min_pro = {'GetMass', min, 0};
```

die Masse m über dem gesamten Modell zu minimieren.

Das Abbruchkriterium als Änderung vom aktuellen zum vorhergehenden Zielwert in % ist vonnöten, um die Simulation zu stoppen. Weiters erlaubt das Regressionsmodell zwischen linearer und polynomialer (quadratischer) Regression zu unterscheiden. Das lineare Modell arbeitet mit einem 2k-vollfaktor-Design, das polynomiale Modell lässt sich mit 3k-vollfaktor-, 4k-vollfaktor- und d-optimalem-Design ausführen.

Startwerte der einzelnen Faktoren können sowohl manuell als auch als Mittelwert des Faktorraums ausgedrückt werden.

5 Anwendungsbeispiele

5.1 Auslegerhalterung

5.1.1 Simulationsmodell

Das erste, einführende Beispiel stellt die Problemstellung der Spannungsanalyse einer Auslegerhalterung, visualisiert in Abbildung 5.1, dar [4]. Der Aufbau eines Simulationsmodells in SOLIDWORKS® bedingt gewisse Randbedingungen, welche gesetzt werden müssen. Darunter fallen die Wahl der Verbindungs- und Einspannungssituation sowie das Aufbringen externer Lasten. Zusätzlich erfordert die Durchführung einer Simulation die Versorgung einzelner Materialeigenschaften wie auch Vernetzungsparameter.

Aus den Materialeigenschaften, einem Baustahl S235JR, lassen sich der E-Modul mit $2 \cdot 10^{11} \frac{N}{m^2}$, die Poissonzahl mit 0.3, die Massendichte mit $7850 \frac{kg}{m^3}$ sowie die Fließfestigkeit mit $350 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ auslesen.

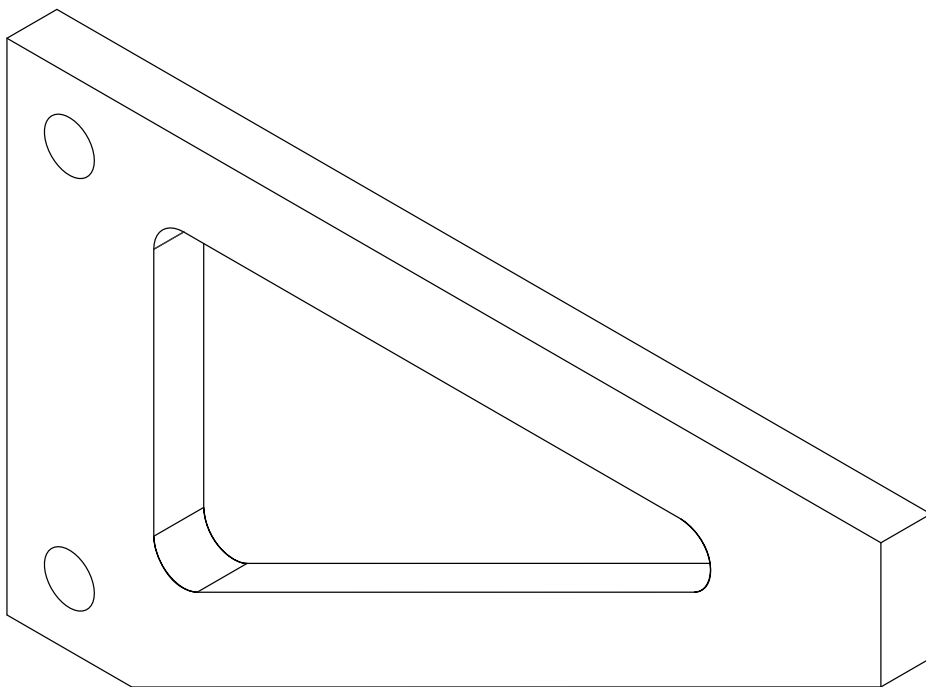
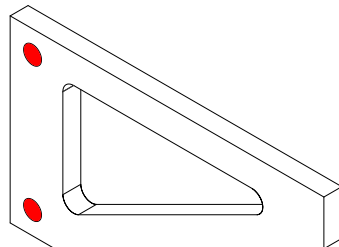
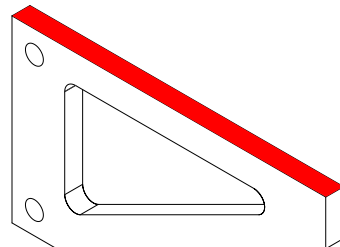


Abbildung 5.1: isometrische Ansicht der Auslegerhalterung

Das Bauteil wird, wie in Abbildung 5.2a ersichtlich, an den beiden zylindrischen Bohrungen mittels eines fixierten Scharniers festgehalten. Weiters wird entsprechend Abbildung 5.2b die Kopfseite mit einem Druck von $5 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ beaufschlagt.



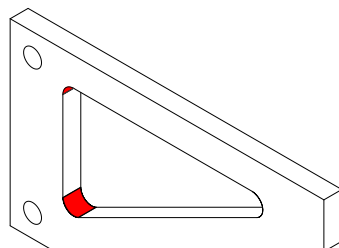
(a) Einspannung - fixiertes Scharnier



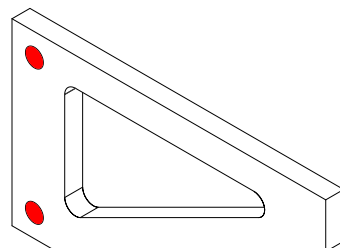
(b) Externe Last - Druck

Abbildung 5.2: Randbedingungen der Auslegerhalterung

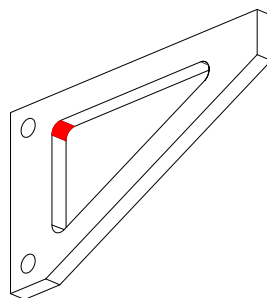
Es kommt sowohl im Bereich der Radien als auch im Bereich der Bohrungen zur Anwendung der SOLIDWORKS®-internen Funktion Vernetzungssteuerung, welche es zuzüglich globaler Vernetzung ermöglicht, auf ausgewählte Bereiche Netzparameter zu verändern. Schlussendlich wird durch programminterne Definition eines digitalen Sensors das Maximum der auftretenden Spannungen im Gebiet des oberen Radius retourniert, siehe Abbildungen 5.3a, 5.3b und 5.3c.



(a) Netzverfeinerung - Radius



(b) Netzverfeinerung - Bohrung



(c) Spannungsabnahme - Radius

Abbildung 5.3: Modelleinstellungen der Auslegerhalterung

Die zugehörige Optimierung formuliert sich wie nachfolgend dargestellt:

Minimiere

$$m(a, b, c) \quad (5.1)$$

unter den Nebenbedingungen von (u. d. N.)

$$\sigma_{max} \leq 300 \frac{N}{mm^2} \quad (5.2)$$

$$10 \text{ mm} \leq a \leq 25 \text{ mm} \quad (5.3)$$

$$20 \text{ mm} \leq b \leq 50 \text{ mm} \quad (5.4)$$

$$10 \text{ mm} \leq c \leq 25 \text{ mm} \quad (5.5)$$

In diesem Zusammenhang symbolisieren m die Masse, a den horizontalen Stegabstand, b den vertikalen Stegabstand, c die schräge Stegbreite sowie σ_{max} die maximal auftretende Spannung im oberen, linken Radius.

Laut Gleichungen (5.1) bis (5.5) besteht die Aufgabe darin, die Masse m des Bauteils zu minimieren, die maximalen Bauteilspannungen auf $300 \frac{N}{mm^2}$ zu begrenzen sowie dabei die drei variablen Abmessungen im definierten Faktorraum zu halten. Abbildung 5.4 stellt jene Abmessungen a , b und c dar, welche im Zuge der Analyse angepasst werden sollen.

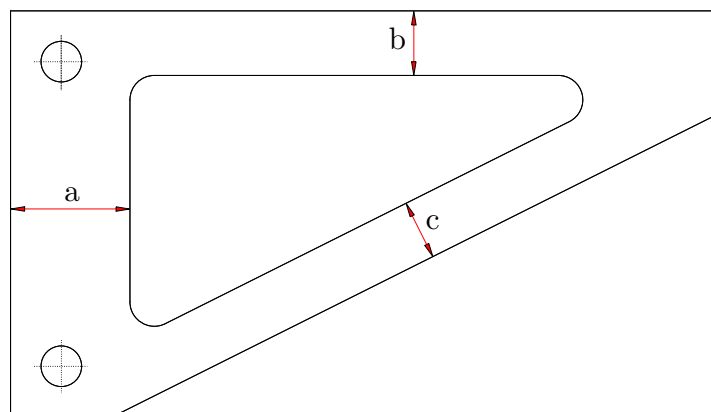


Abbildung 5.4: veränderbare Abmessungen der Auslegerhalterung

5.1.2 Optimierung der Masse unter Einhaltung eines Grenzwertes

Die Durchführung der ersten Optimierung erfolgt unter Anwendung eines linearen Regressionsmodells sowie weiteren Modell- und Optimierungseinstellungen entsprechend Tabelle 5.1.

Vernetzung Qualität Jakobi-Punkte Erstellung Feinheit	Standard-Netz hoch 4 Punkte automatisch 1
Solver	FFEPlus
Vernetzungssteuerung Elementgröße 1 Verhältnis 1 Elementgröße 2 Verhältnis 2	0.7 mm 1.5 mm 1 mm 1.5 mm
Sensoren Sensortyp Datenmenge	1 Sensor Simulationsdaten Spannung
Abbruchkriterium ε	1 %
Regressionsmodell Design	linear 2k-vollfaktoriell
Faktorraum	$20 \text{ mm} \leq a \leq 50 \text{ mm}$ $10 \text{ mm} \leq b \leq 25 \text{ mm}$ $10 \text{ mm} \leq c \leq 25 \text{ mm}$
Startwerte	manuell $a = 50 \text{ mm}$ $b = 25 \text{ mm}$ $c = 25 \text{ mm}$
Verkleinerungstyp Verkleinerungsfaktor k	successive 0.5

Tabelle 5.1: Modell- und Optimierungsparameter erster Optimierung der Auslegerhalterung

Verlauf der Zielfunktion, in diesem Fall die Masse m , sowie deren Nebenbedingung, die Spannung σ , sind in Abbildung 5.5 zu sehen. Beginnend mit einem Zielwert von ca. 106 g ist weiters klar ersichtlich, dass der dritte Iterationsschritt die Masse bereits stark reduziert und im vierten Schritt letztendlich die Abbruchbedingung schlagend wird. Der Spannungsverlauf bleibt dabei stets unter dem zuvor definierten Grenzwert.

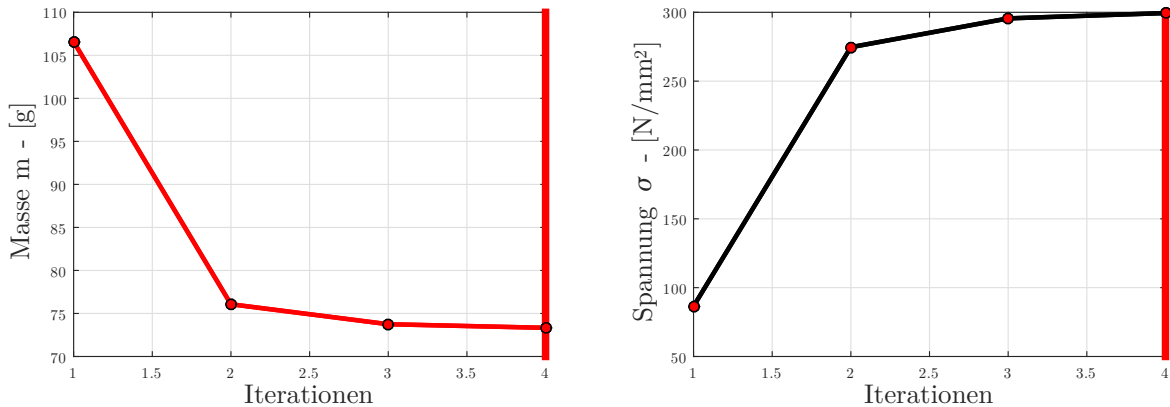


Abbildung 5.5: Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingung

Weiters zeigt Abbildung 5.6, wie sich die einzelnen, veränderbaren Faktoren im Zuge der vier Iterationsschritte innerhalb des Faktorraums bewegen. Ergebnisse dieses Optimierungsdurchlaufes sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst.

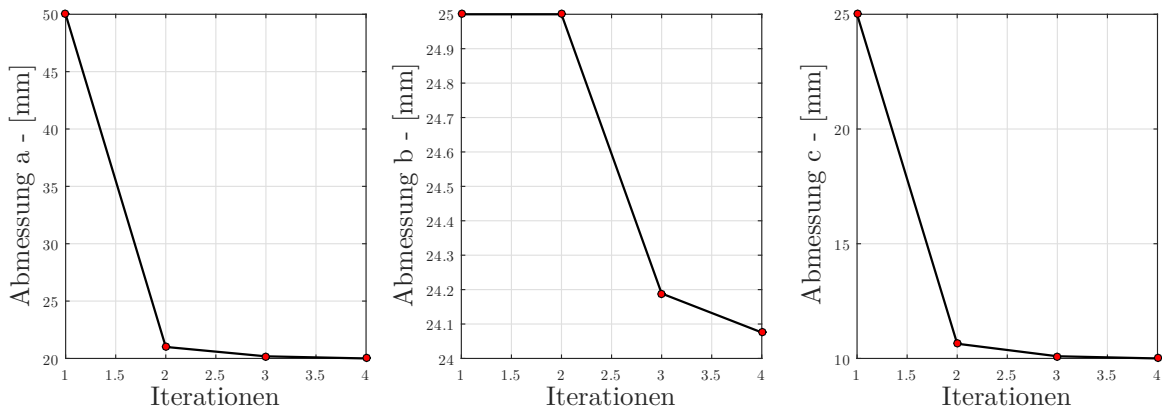


Abbildung 5.6: Verlauf der veränderlichen Parameter

Zielfunktion	Masse m	73.3 g
Nebenbedingungen	Spannung σ	299.46 $\frac{N}{mm^2}$
Faktoren	a	20 mm
	b	24.08 mm
	c	10 mm

Tabelle 5.2: Ergebnisse erster Optimierung der Auslegerhalterung

Der zweite Optimierungsdurchlauf wird mit einem quadratischen Regressionsmodell sowie den nachfolgenden Modell- und Optimierungseinstellungen entsprechend Tabelle 5.3 ausgeführt.

Vernetzung Qualität Jakobi-Punkte Erstellung Feinheit	Standard-Netz hoch 4 Punkte automatisch 1
Solver	FFEPlus
Vernetzungssteuerung Elementgröße 1 Verhältnis 1 Elementgröße 2 Verhältnis 2	<i>0.7 mm</i> <i>1.5 mm</i> <i>1 mm</i> <i>1.5 mm</i>
Sensoren Sensortyp Datenmenge	1 Sensor Simulationsdaten Spannung
Abbruchkriterium ϵ	1 %
Regressionsmodell Design	quadratisch 3k-vollfaktoriell
Faktorraum	$20 \text{ mm} \leq a \leq 50 \text{ mm}$ $10 \text{ mm} \leq b \leq 25 \text{ mm}$ $10 \text{ mm} \leq c \leq 25 \text{ mm}$
Startwerte	manuell $a = 50 \text{ mm}$ $b = 25 \text{ mm}$ $c = 25 \text{ mm}$
Verkleinerungstyp Verkleinerungsfaktor k	successive 0.5

Tabelle 5.3: Modell- und Optimierungsparameter zweiter Optimierung der Auslegerhalterung

Abbildung 5.7 zeigt sowohl den Verlauf der Zielfunktion sowie der Nebenbedingung im Zuge der einzelnen Iterationsschritte. Wie schon an der Anwendung des linearen Regressionsmodells zu sehen, arbeitet auch das quadratische Modell sehr effizient. Die Abnahme des Zielwertes zwischen Schritt drei und vier ist geringer als durch das Abbruchkriterium definiert, wodurch die Optimierung beendet wird.

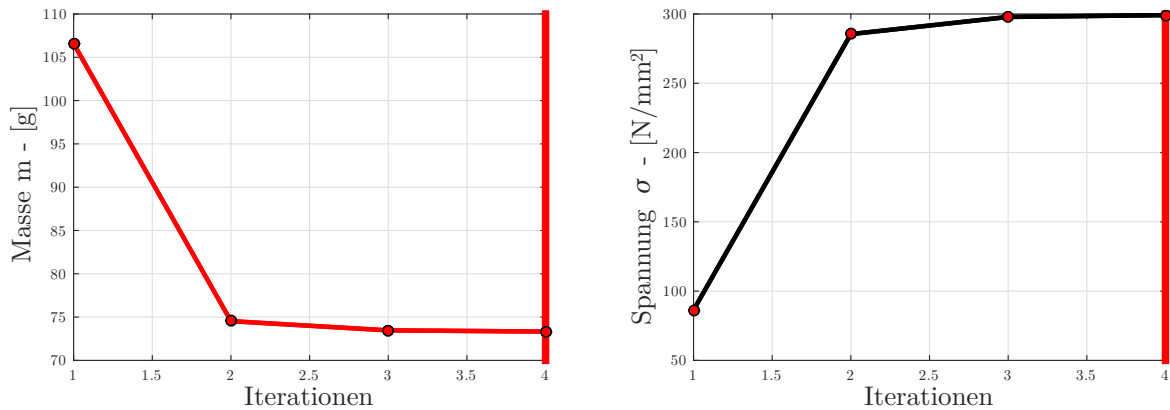


Abbildung 5.7: Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingung

Weiters illustriert Abbildung 5.8 die Anpassung der veränderbaren Faktoren im vordefinierten Faktorraum. Ergebnisse dieses Optimierungsdurchlaufes sind in Tabelle 5.4 zusammengefasst.

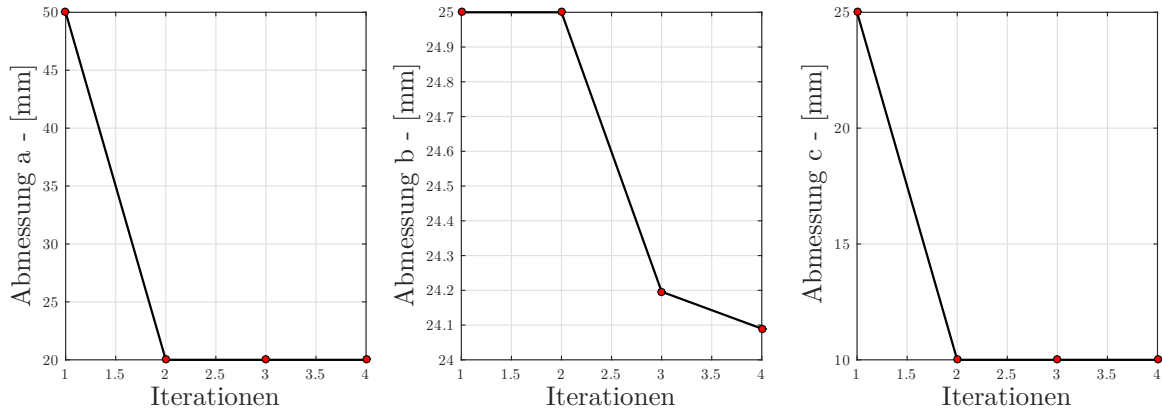


Abbildung 5.8: Verlauf der veränderlichen Parameter

Zielfunktion	Masse m	73.3 g
Nebenbedingungen	Spannung σ	299.17 $\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
Faktoren	a	20 mm
	b	24.09 mm
	c	10 mm

Tabelle 5.4: Ergebnisse zweiter Optimierung der Auslegerhalterung

5.1.3 Vergleich der Ergebnisse

Wie in Abbildung 5.9 abzulesen ist, kommt es sowohl mit dem linearen (2-k) als auch mit dem quadratischen (3-k) Modell zum selben Ergebnis - nämlich 73.3 g . Das lineare Modell benötigt dafür 24 Durchrechnungsschritte, das Quadratische hingegen 81.

Um ein globales Minimum zu ertasten und einen Vergleichswert zu erhalten, wird zusätzlich eine Parametervariation mit einer Schrittweite von 5 mm erstellt. Daraus folgt ein Zielwert von 74.4 g (112 Iterationen) mit den Parametereinstellungen $a = 20\text{ mm}$, $b = 25\text{ mm}$ und $c = 10\text{ mm}$.

Weiters ergibt sich aus der SOLIDWORKS®-internen Optimierung (Konstruktionsstudie) eine Masse von 83.9 g (18 Iterationen) bei Faktorwerten von $a = 35\text{ mm}$, $b = 25\text{ mm}$ und $c = 10\text{ mm}$.

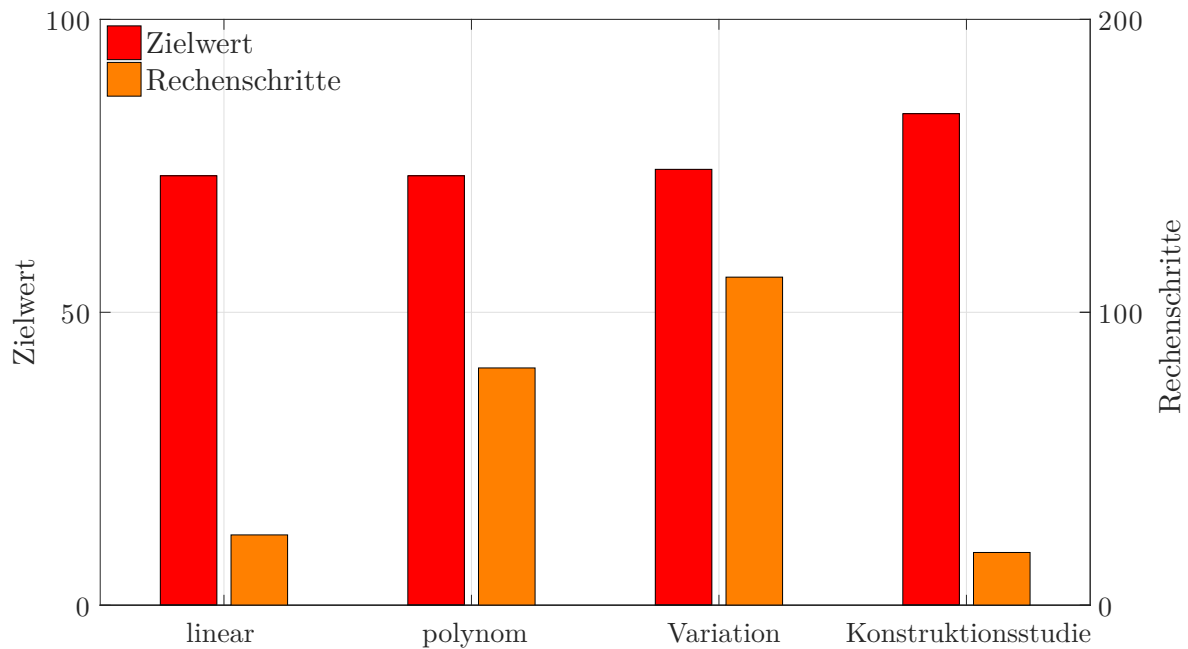


Abbildung 5.9: Ergebnisse der Optimierung der Auslegerhalterung im Vergleich

5.2 Biegebalken

5.2.1 Simulationsmodell

Ein weiteres, aus der Sicht des Modells, einfaches Beispiel beschreibt einen Biegebalken. Als Werkstoff wird wiederum Baustahl S235JR gewählt, die Länge beträgt 2000 mm . Abbildung 5.10 zeigt das Modell in isometrischer Ansicht.

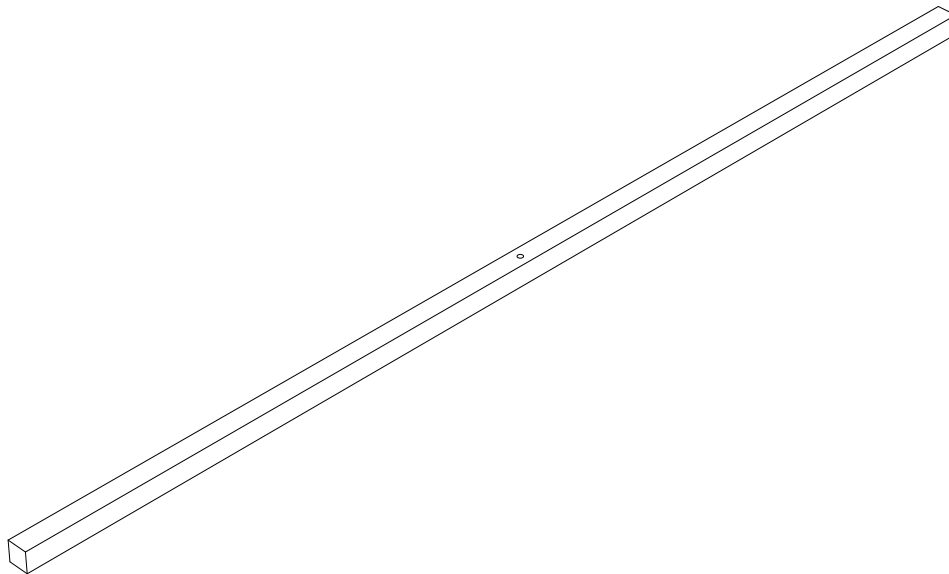
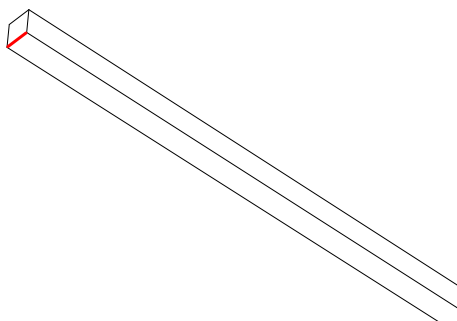
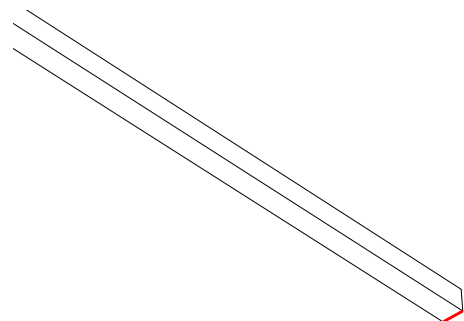


Abbildung 5.10: isometrische Ansicht des Biegebalkens

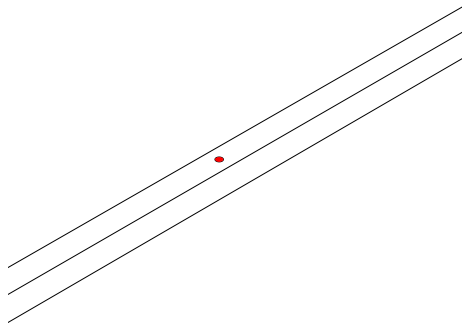
Der Balken wird mittig mit einer definierten Kraft von 1500 N beaufschlagt sowie an den Enden (Kanten) durch Fest- und Loslager fixiert, wie Abbildungen 5.11a, 5.11b und 5.11c aufzeigen. Zusätzlich wird im Zentrum, um den Angriffspunkt der Kraft, von einer Vernetzungssteuerung (Netzverfeinerung) Gebrauch gemacht (Abbildung 5.11d).



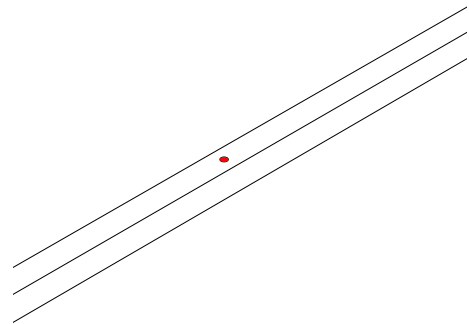
(a) Einspannung - Festlager



(b) Einspannung - Loslager



(c) Externe Last - Kraft



(d) Netzverfeinerung - Kraftangriffspunkt

Abbildung 5.11: Randbedingungen und Modelleinstellungen des Biegebalkens

Das Optimierungsproblem wird durch

Minimiere

$$m(w, h) \tag{5.6}$$

unter den Nebenbedingungen von (u. d. N.)

$$\sigma_{max} = 100 \frac{N}{mm^2} \tag{5.7}$$

$$u_{max} = 10 \text{ mm} \tag{5.8}$$

$$30 \text{ mm} \leq w \leq 100 \text{ mm} \tag{5.9}$$

$$30 \text{ mm} \leq h \leq 100 \text{ mm} \tag{5.10}$$

formuliert.

In diesem Fall liegt ein Programm vor, welches die Masse m des Balkens zu minimieren versucht, während Spannung σ und Durchbiegung u unter Berücksichtigung der Faktorgrenzen in Richtung eines Zielwertes gesteuert werden sollen.

Die in der Zielfunktion verwendeten Faktoren stellen Höhe h und Breite w des Querschnitts des Balken dar, wie in Abbildung 5.12 ersichtlich.

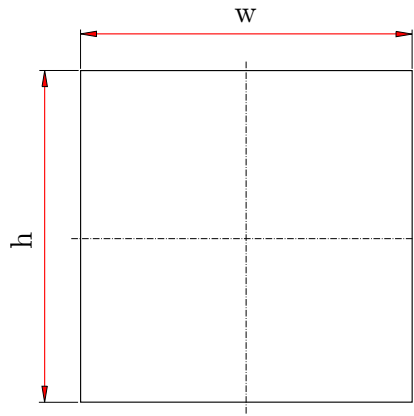


Abbildung 5.12: veränderbare Abmessungen des Biegebalkens

5.2.2 Optimierung der Masse unter Erreichung von Zielwerten

Zu Beginn kommt es wiederum zum Einsatz eines linearen Regressionsmodells sowie den nachfolgenden Modell- und Optimierungseinstellungen entsprechend Tabelle 5.5.

Vernetzung Qualität Jakobi-Punkte Erstellung Feinheit	Standard-Netz hoch 4 Punkte automatisch 1
Solver	FFEPlus
Vernetzungssteuerung Elementgröße Verhältnis	<i>2 mm</i> <i>1.5 mm</i>
Sensoren	keine
Abbruchkriterium ϵ	1 %
Regressionsmodell Design	linear 2k-vollfaktoriell
Faktorraum	$30 \text{ mm} \leq w \leq 100 \text{ mm}$ $30 \text{ mm} \leq h \leq 100 \text{ mm}$
Startwerte	manuell $w = 100 \text{ mm}$ $h = 100 \text{ mm}$
Verkleinerungstyp Verkleinerungsfaktor k	successive 0.5

Tabelle 5.5: Modell- und Optimierungsparameter erster Optimierung des Biegebalkens

Aus Abbildung 5.13 ist abzulesen, dass die Zielfunktion mit einem Startwert von 20.000 g rasch abnimmt und sich zugleich beide Nebenbedingungen den jeweiligen Zielwerten der Durchbiegung von 10 mm und Spannung von 100 N/mm^2 annähern.

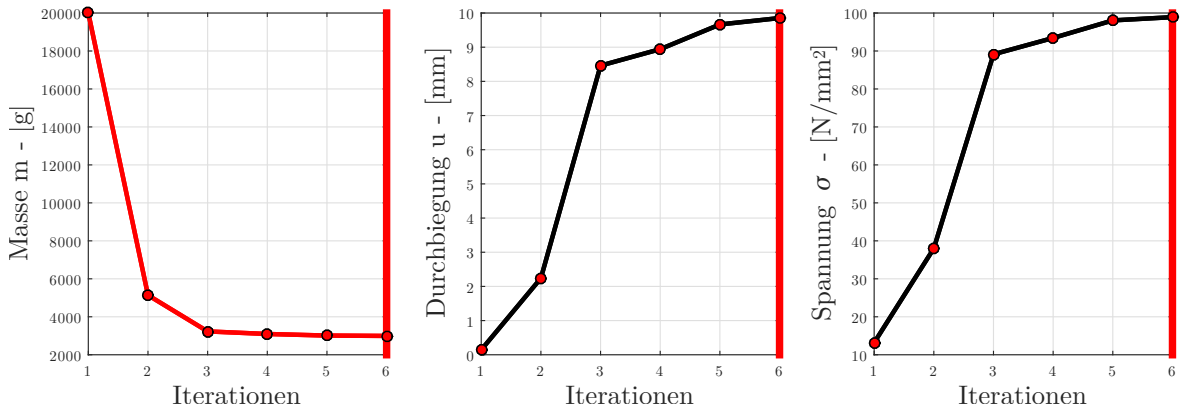


Abbildung 5.13: Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingungen

Beide Faktoren konvergieren dabei in Richtung eines Endwertes (Abbildung 5.14).

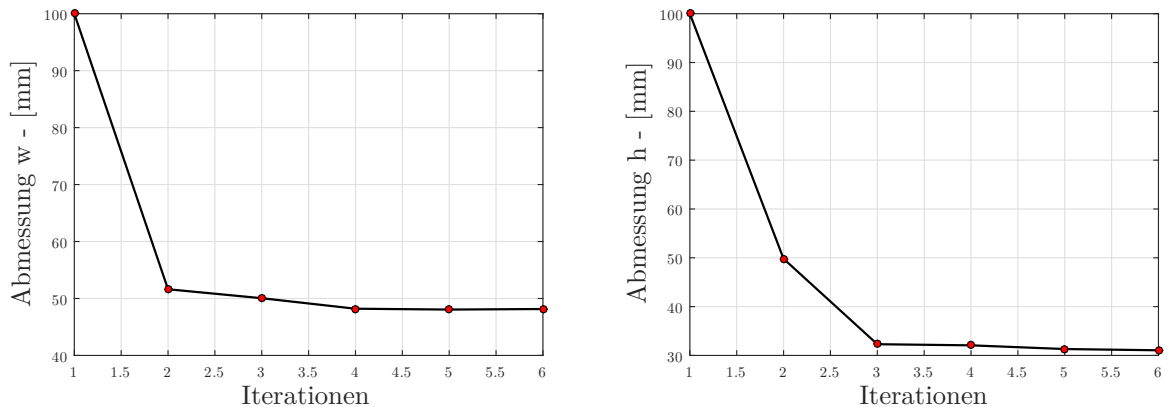


Abbildung 5.14: Verlauf der veränderlichen Parameter

Ergebnisse dieses Optimierungsdurchlaufes sind in Tabelle 5.6 zusammengefasst.

Zielfunktion	Masse m	2992 g
Nebenbedingungen	Spannung σ	98.91 $\frac{N}{mm^2}$
	Durchbiegung u	9.85 mm
Faktoren	w	48.15 mm
	h	31.05 mm

Tabelle 5.6: Ergebnisse erster Optimierung des Biegebalkens

Zweiter Optimierungsdurchlauf geht mit einem quadratischen Regressionsmodell sowie den nachfolgenden Modell- und Optimierungseinstellungen entsprechend Tabelle 5.7 vonstatten.

Vernetzung Qualität Jakobi-Punkte Erstellung Feinheit	Standard-Netz hoch 4 Punkte automatisch 1
Solver	FFEPlus
Vernetzungssteuerung Elementgröße Verhältnis	2 mm 1.5 mm
Sensoren	keine
Abbruchkriterium ϵ	1 %
Regressionsmodell Design	quadratisch 3k-vollfaktoriell
Faktorraum	$30 \text{ mm} \leq w \leq 100 \text{ mm}$ $30 \text{ mm} \leq h \leq 100 \text{ mm}$
Startwerte	manuell $w = 100 \text{ mm}$ $h = 100 \text{ mm}$
Verkleinerungstyp Verkleinerungsfaktor k	successive 0.5

Tabelle 5.7: Modell- und Optimierungsparameter zweiter Optimierung des Biegebalkens

In Abbildung 5.15 ist ebenso klar zu sehen, dass Zielfunktion und Nebenbedingungen dem zuvor definierten, mathematischen Programm Folge leisten. Allerdings ist im Vergleich zur linearen Approximation anzumerken, dass beide Zielwerte bereits nach Iterationsschritt vier den Zielwert sehr genau abbilden und darauffolgend diesen Pfad auch nicht wieder verlassen.

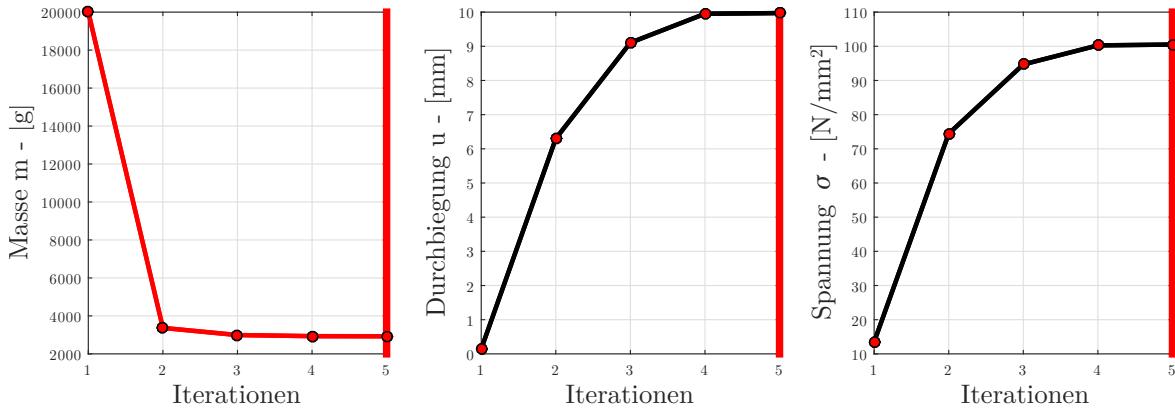


Abbildung 5.15: Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingungen

Beide Faktoren konvergieren erneut in Richtung eines Endwertes (Abbildung 5.16).

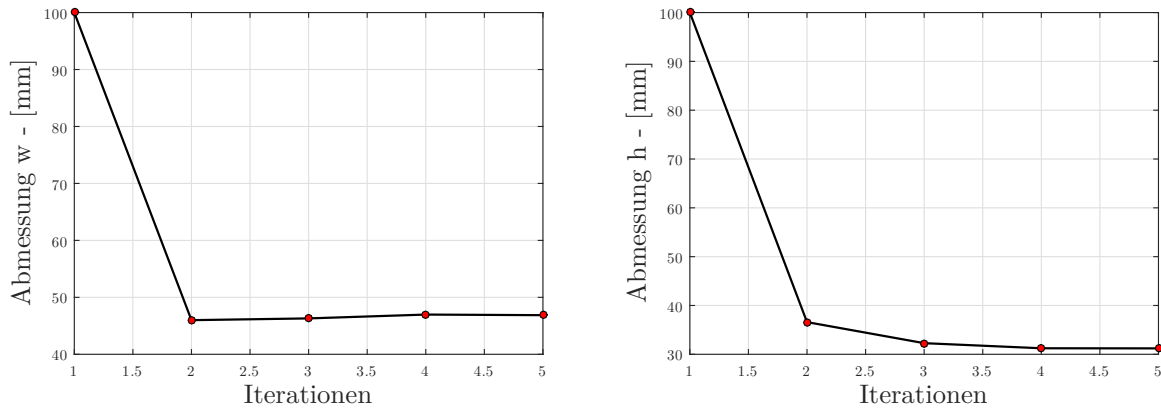


Abbildung 5.16: Verlauf der veränderlichen Parameter

Ergebnisse dieses Optimierungsdurchlaufes sind in Tabelle 5.8 zusammengefasst.

Zielfunktion	Masse m	2927 g
Nebenbedingungen	Spannung σ	100.51 $\frac{N}{mm^2}$
	Durchbiegung u	9.97 mm
Faktoren	w	46.87 mm
	h	31.21 mm

Tabelle 5.8: Ergebnisse zweiter Optimierung des Biegebalkens

5.2.3 Vergleich der Ergebnisse

Das lineare (2-k) Approximationsmodell erzielt bei 20 Rechenschritten einen Zielwert von 2992 *g*. Mit 36 Iterationen schafft es das polynomiale (3-k) Modell auf einen Endwert von 2927 *g*.

Im Zuge der Parametervariation kann die Zielfunktion auf 5000 *g* gebracht werden. Die dafür zuständigen Faktoreinstellungen sind $w = 50 \text{ mm}$ und $h = 30 \text{ mm}$.

Für die in SOLIDWORKS® ausgeführte Optimierungsanalyse sind folgende Nebenbedingungen gesetzt worden:

$$97 \frac{N}{\text{mm}^2} \leq \sigma \leq 103 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad (5.11)$$

und

$$9 \text{ mm} \leq u \leq 11 \text{ mm} . \quad (5.12)$$

Wie Abbildung 5.17 gegenüberstellt, ergibt die interne Optimierung bei 15 Rechenschritten kein Ergebnis im gültigen Bereich.

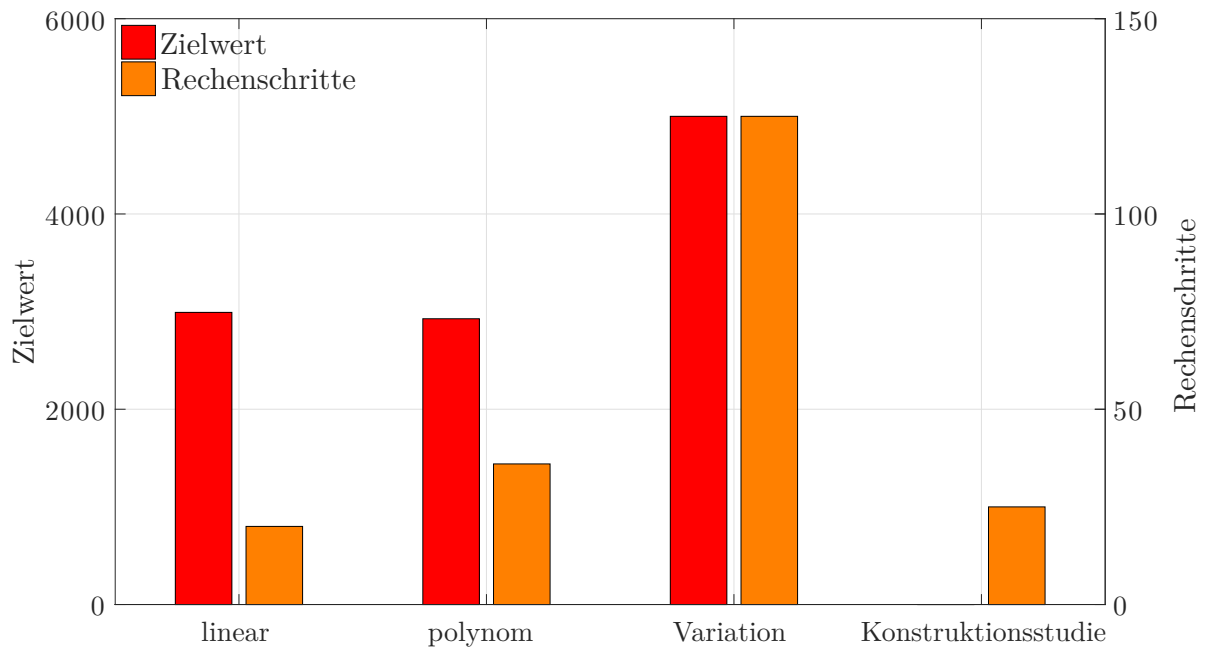


Abbildung 5.17: Ergebnisse der Optimierung des Biegebalkens im Vergleich

5.3 Siderail

5.3.1 Simulationsmodell

Das Beispiel Siderail beschreibt die Optimierungsanalyse der Baugruppe Siderail herausgelöst aus einem gerade entstehenden, innovativen Produkt. Die Konstruktion besteht aus vier Motorhaltern gefertigt aus Polyamid 6 (PA 6), zwei Verstärkungsstreben sowie einem U-Profil aus Baustahl S235JR.

Abbildung 5.18 illustriert die Gesamtbaugruppe sowie deren Einzelteile in einer isometrischen Ansicht.

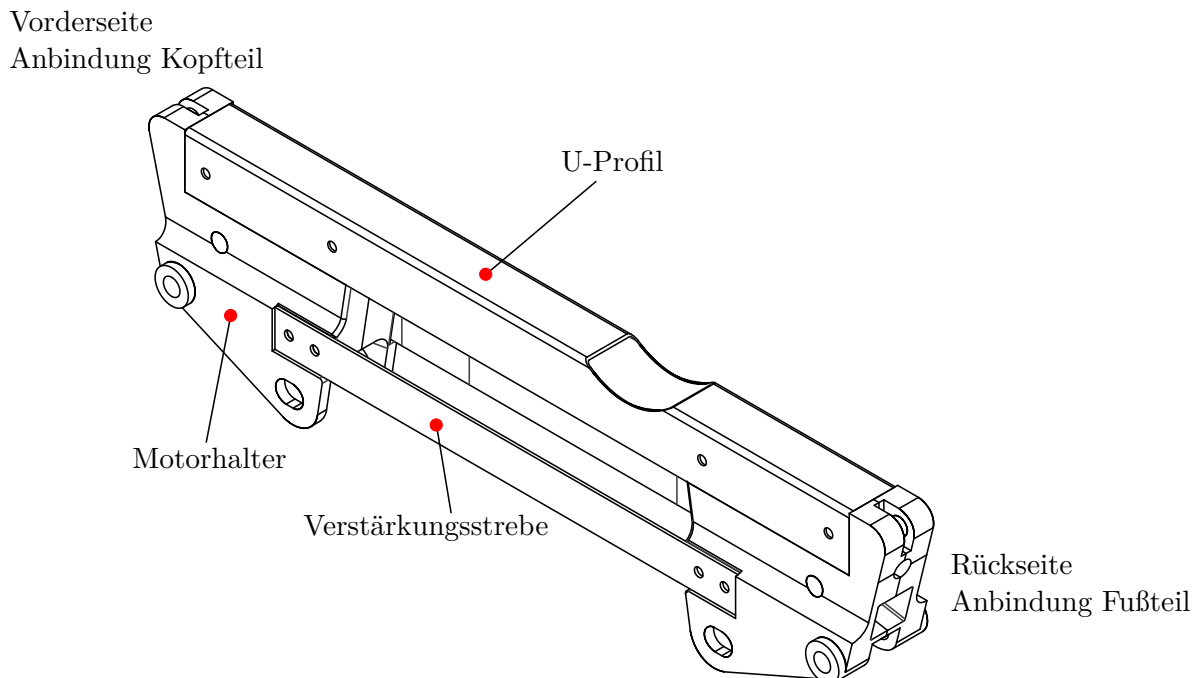
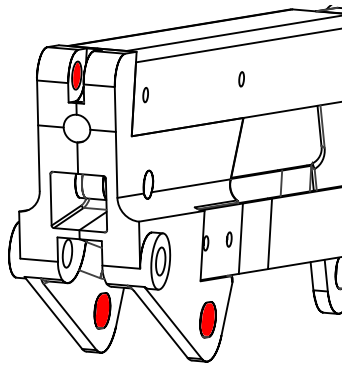
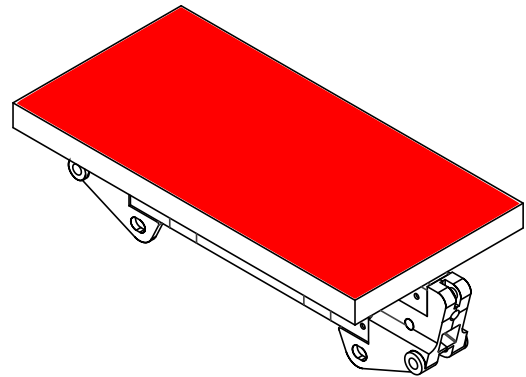


Abbildung 5.18: isometrische Ansicht des Siderails

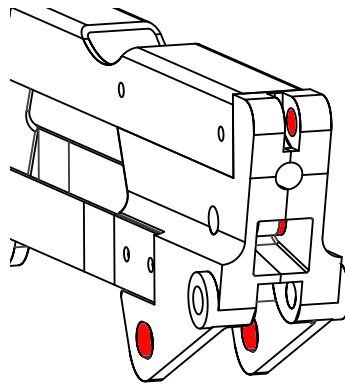
Aus der Berechnung der Lastfälle ergeben sich Belastungen für die Motorhalter, deren Einleitungspunkte in den Abbildungen 5.19a und 5.19c erkenntlich sind. Weiters wurde auf die Kopfseite des U-Profils eine Platte angebracht und mit einem Druck beaufschlagt, um den realen Beanspruchungen gerecht zu werden (Abbildung 5.19b). Durch die im Vorfeld der Optimierung durchgeführten Analysen wird der Fokus der Spannungsuntersuchung auf zwei kritische Punkte der Baugruppe gelegt. Der erste Spannungswert wird an der Unterseite der Verstärkungsstreben abgelesen. Ein weiterer Wert kommt vom Radius der Ausnehmung des U-Profils, wie Abbildungen 5.20a und 5.20b zeigen. Außerdem deuten die Abbildungen 5.20c und 5.20d die Anwendung einer Netzverfeinerung an den markierten Bereichen an.



(a) Externe Kräfte - Kopfseite

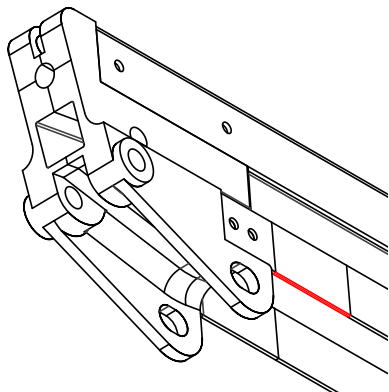


(b) Externe Kräfte - Platte

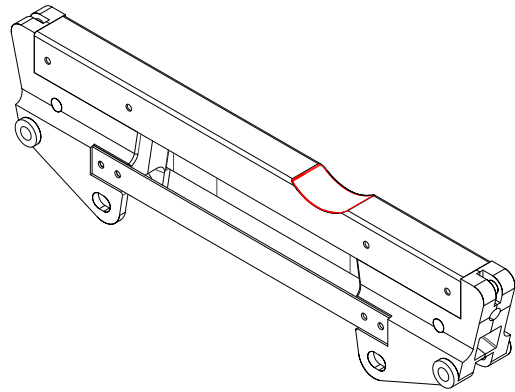


(c) Externe Kräfte - Fußseite

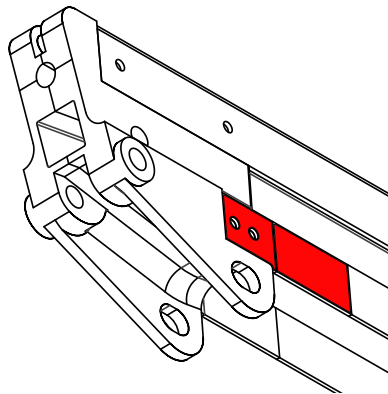
Abbildung 5.19: Randbedingungen des Siderails



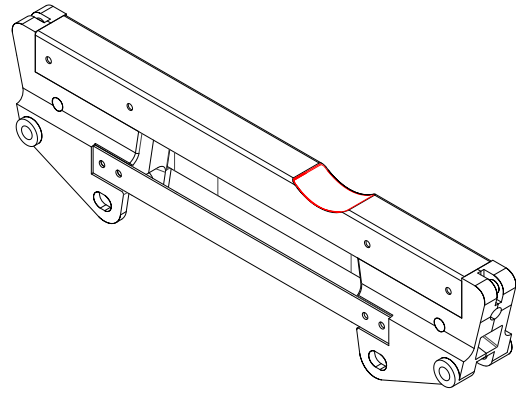
(a) Spannungsabnahme - Verstrebung



(b) Spannungsabnahme - Radius



(c) Netzverfeinerung - Verstrebung



(d) Netzverfeinerung - Radius

Abbildung 5.20: Modelleinstellungen des Siderails

Das Optimierungsproblem interpretiert sich in der Minimierung der Gesamtmasse unter Einhaltung der Grenzwerte beider abgenommener Spannungswerte. Des Weiteren sollte, wie in den Gleichungen (5.13) bis (5.19) ersichtlich, der deklarierte Faktorraum eingehalten werden.

Minimiere

$$m(\alpha, h, s, w) \quad (5.13)$$

unter den Nebenbedingungen von (u. d. N.)

$$\sigma_{max_1} \leq 100 \frac{N}{mm^2} \quad (5.14)$$

$$\sigma_{max_2} \leq 100 \frac{N}{mm^2} \quad (5.15)$$

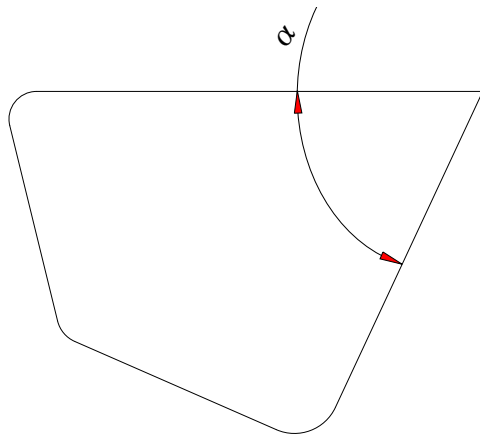
$$65^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \quad (5.16)$$

$$25 \text{ mm} \leq h \leq 40 \text{ mm} \quad (5.17)$$

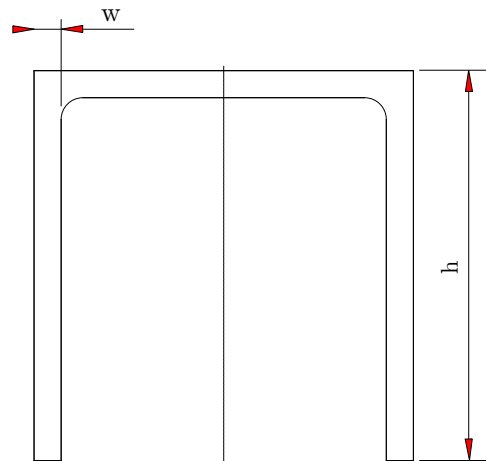
$$10 \text{ mm} \leq s \leq 30 \text{ mm} \quad (5.18)$$

$$1 \text{ mm} \leq w \leq 2.5 \text{ mm} \quad (5.19)$$

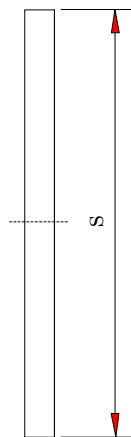
Der Einfluss auf die Zielfunktion sowie deren Ungleichungsnebenbedingungen wird durch vier veränderbare Faktoren beschrieben. Parameter α (Abbildung 5.21a) beschreibt den Winkel der Motorhalterungen, Abmessungen w und h (Abbildung 5.21b) Wandstärke und Höhe des U-Profiles und Faktor s (Abbildung 5.21c) die Höhe der Verstärkungsstreben.



(a) Skizze, Motorhalter



(b) Skizze, U-Profil



(c) Skizze, Verstärkungsstrebe

Abbildung 5.21: Siderail, veränderbare Parameter

5.3.2 Optimierung der Masse unter Einhaltung von Grenzwerten

Die Durchführung der ersten Optimierung erfolgt unter Anwendung eines linearen Regressionsmodells sowie weiteren Modell- und Optimierungseinstellungen entsprechend Tabelle 5.9.

Vernetzung Qualität Jakobi-Punkte Erstellung Feinheit	kurvengestütztes Netz hoch 4 Punkte automatisch 1
Vernetzungssteuerung Elementgröße 1 Verhältnis 1 Elementgröße 2 Verhältnis 2	3.26 mm 1.5 mm 3.26 mm 1.5 mm
Sensoren Sensortyp 1 Datenmenge 1 Sensortyp 2 Datenmenge 2	2 Sensoren Simulationsdaten Spannung Simulationsdaten Verschiebung
Abbruchkriterium ε	0.2 %
Regressionsmodell Design	linear 2k-vollfaktoriell
Faktorraum	$65^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ $25 \text{ mm} \leq h \leq 40 \text{ mm}$ $10 \text{ mm} \leq s \leq 30 \text{ mm}$ $1 \text{ mm} \leq w \leq 2.5 \text{ mm}$
Startwerte	manuell $\alpha = 65^\circ$ $h = 40 \text{ mm}$ $s = 30 \text{ mm}$ $w = 2.5 \text{ mm}$
Verkleinerungstyp Verkleinerungsfaktor k	successive 0.7

Tabelle 5.9: Modell- und Optimierungsparameter erster Optimierung des Siderails

Die Abnahme des Zielwertes, die Einhaltung der Grenzwerte der Nebenbedingungen sowie in diesem Zusammenhang entstehenden Parametereinstellungen werden in den Abbildungen 5.22 und 5.23 veranschaulicht. Spannung σ_1 erreicht bereits nach dem zweiten Iterationsschritt den Grenzwert annähernd, während die maximale Grenzspannung für σ_2 zu hoch angesetzt und nicht zur Gänze ausgeschöpft wird. Ergebnisse dieser Optimierung laut Tabelle 5.10.

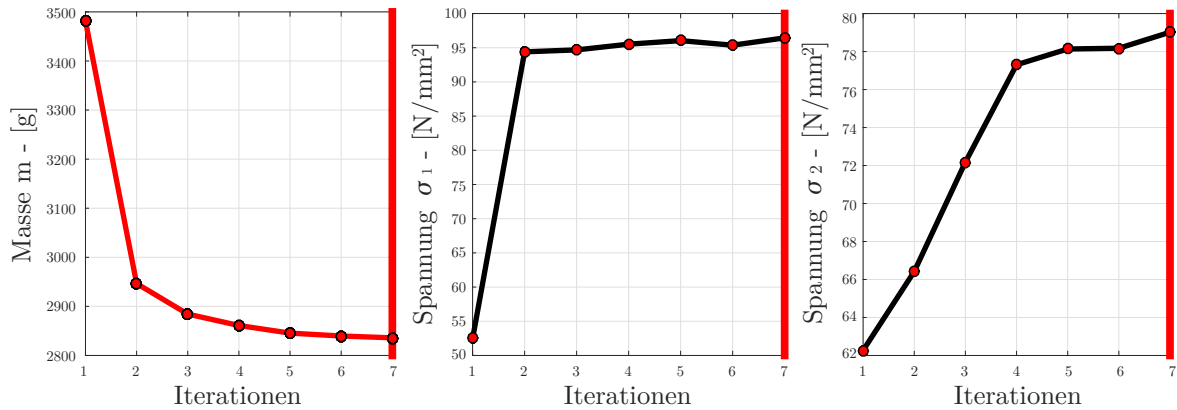


Abbildung 5.22: Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingungen

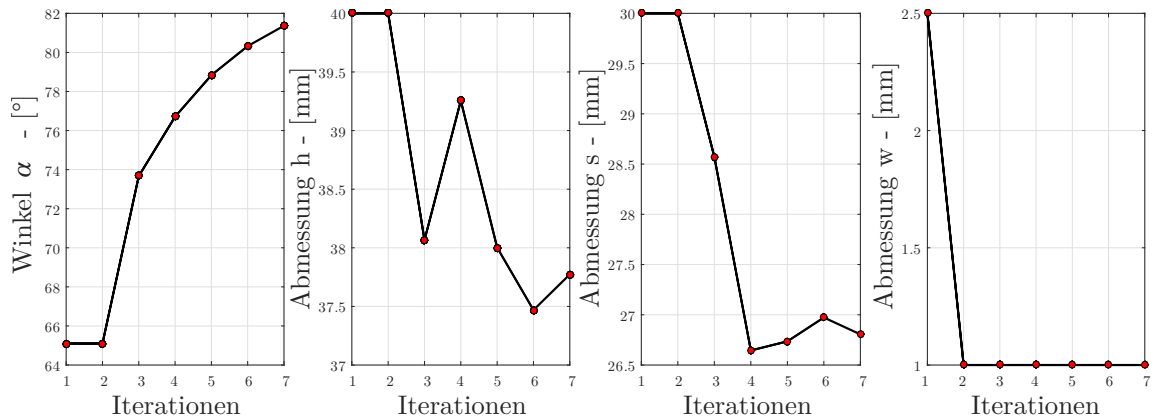


Abbildung 5.23: Verlauf der veränderlichen Parameter

Zielfunktion	Masse m	2836.1 g
Nebenbedingungen	Spannung σ_1	98.2 N/mm ²
	Spannung σ_2	79.4 N/mm ²
Faktoren	α	81.2°
	h	37.7 mm
	s	26.8 mm
	w	1 mm

Tabelle 5.10: Ergebnisse erster Optimierung des Siderails

Unter Anwendung eines quadratischen (d-optimalen) Regressionsmodells sowie den nachfolgenden Modell- und Optimierungseinstellungen entsprechend Tabelle 5.11 wird die zweite Optimierung durchgeführt.

Vernetzung Qualität Jakobi-Punkte Erstellung Feinheit	kurvengestütztes Netz hoch 4 Punkte automatisch 1
Vernetzungssteuerung Elementgröße 1 Verhältnis 1 Elementgröße 2 Verhältnis 2	3.26 mm 1.5 mm 3.26 mm 1.5 mm
Sensoren Sensortyp 1 Datenmenge 1 Sensortyp 2 Datenmenge 2	2 Sensoren Simulationsdaten Spannung Simulationsdaten Verschiebung
Abbruchkriterium ε	0.2 %
Regressionsmodell Design	quadratisch d-optimal
Faktorraum	$65^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ $25 \text{ mm} \leq h \leq 40 \text{ mm}$ $10 \text{ mm} \leq s \leq 30 \text{ mm}$ $1 \text{ mm} \leq w \leq 2.5 \text{ mm}$
Startwerte	manuell $\alpha = 65^\circ$ $h = 40 \text{ mm}$ $s = 30 \text{ mm}$ $w = 2.5 \text{ mm}$
Verkleinerungstyp Verkleinerungsfaktor k	successive 0.7

Tabelle 5.11: Modell- und Optimierungsparameter zweiter Optimierung des Siderails

Abbildung 5.24 beschreibt die sich im Verlauf der Optimierung mit Hilfe des quadratischen, d-optimalen Approximationsmodells ergebenden Lösungen der Ziel- und Restriktionswerte. Iterationsschritt Nummer zwei bringt den Zielwert auf ein anfangs schon sehr niedriges Niveau, wodurch es im darauffolgenden Schritt zu lediglich geringen Änderungen kommt und die Optimierung ihr Ende findet. Weiters zeigen Abbildung 5.25 die Änderung der veränderbaren Faktoren jedes Iterationsschritts und Tabelle 5.12 die Ergebnisse in kompakter Form.

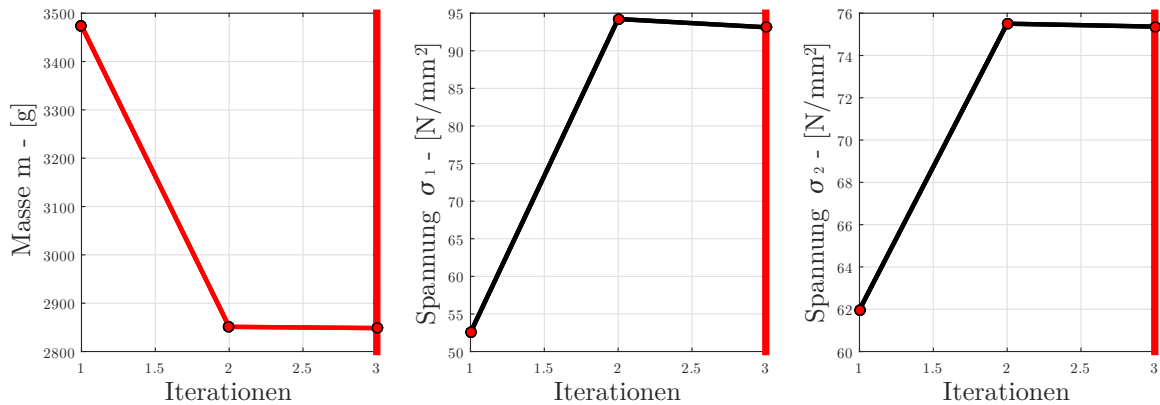


Abbildung 5.24: Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingungen

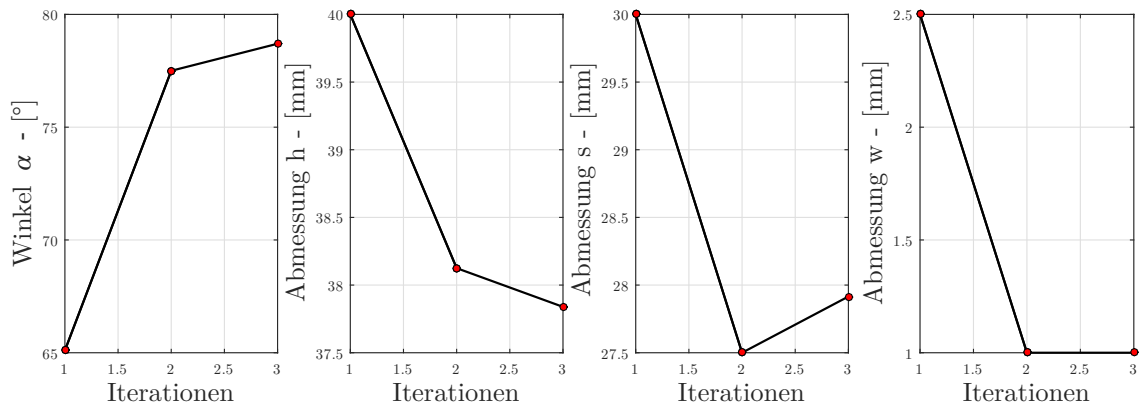


Abbildung 5.25: Verlauf der veränderlichen Parameter

Zielfunktion	Masse m	2848.5 g
Nebenbedingungen	Spannung σ_1	93.1 N/mm ²
	Spannung σ_2	75.4 N/mm ²
Faktoren	α	78.7°
	h	37.8 mm
	s	27.9 mm
	w	1 mm

Tabelle 5.12: Ergebnisse zweiter Optimierung des Siderails

Im Zuge der dritten Optimierung kommen ein vollfaktorielles, quadratisches (3-k) Regressionsmodell sowie die nachfolgenden Modell- und Optimierungseinstellungen entsprechend Tabelle 5.13 zum Einsatz.

Vernetzung Qualität Jakobi-Punkte Erstellung Feinheit	kurvengestütztes Netz hoch 4 Punkte automatisch 1
Vernetzungssteuerung Elementgröße 1 Verhältnis 1 Elementgröße 2 Verhältnis 2	3.26 mm 1.5 mm 3.26 mm 1.5 mm
Sensoren Sensortyp 1 Datenmenge 1 Sensortyp 2 Datenmenge 2	2 Sensoren Simulationsdaten Spannung Simulationsdaten Verschiebung
Abbruchkriterium ε	0.2 %
Regressionsmodell Design	quadratisch 3k-vollfaktoriell
Faktorraum	$65^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ $25 \text{ mm} \leq h \leq 40 \text{ mm}$ $10 \text{ mm} \leq s \leq 30 \text{ mm}$ $1 \text{ mm} \leq w \leq 2.5 \text{ mm}$
Startwerte	manuell $\alpha = 65^\circ$ $h = 40 \text{ mm}$ $s = 30 \text{ mm}$ $w = 2.5 \text{ mm}$
Verkleinerungstyp Verkleinerungsfaktor k	successive 0.5

Tabelle 5.13: Modell- und Optimierungsparameter dritter Optimierung des Siderails

Verlauf der Zielfunktion, in diesem Fall die Masse m , sowie deren Nebenbedingungen, die beiden Spannungen σ_1 und σ_2 , lassen sich in Abbildung 5.26 präsentieren. Aus qualitativer Sicht zeigt das quadratische Metamodell verglichen mit dem Linearen ein ähnliches Verhalten, bezogen auf Zielwert und Nebenbedingungen. Quantitativ ist allerdings eine weit größere Rechenleistung nötig. Zusätzlich beschreibt Abbildung 5.27 die Faktoreinstellungen pro Iterationsschritt.

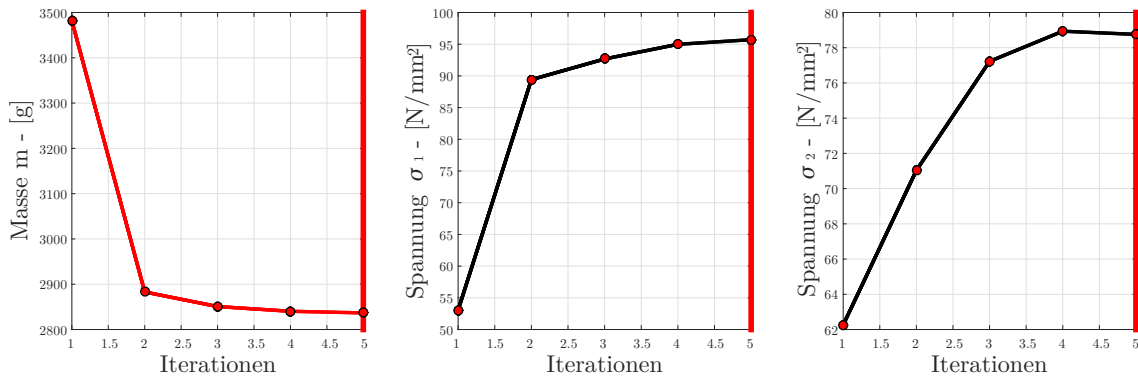


Abbildung 5.26: Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingungen

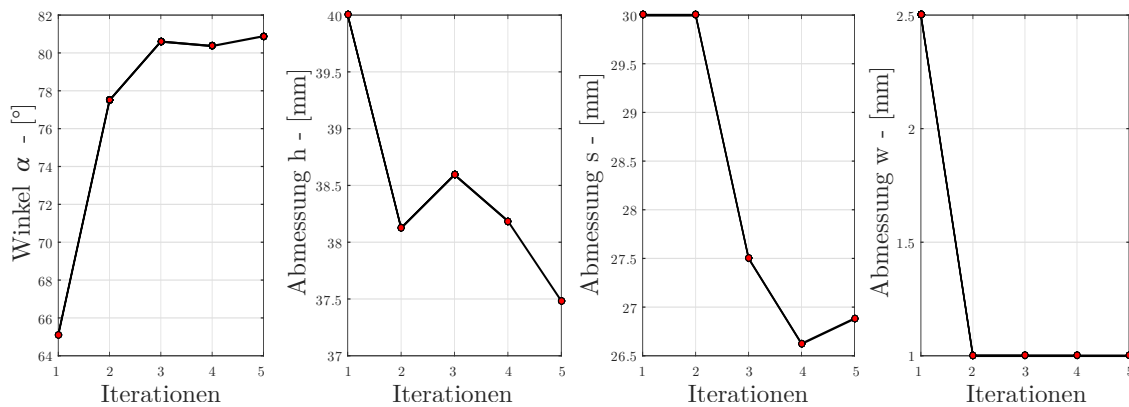


Abbildung 5.27: Verlauf der veränderlichen Parameter

Ergebnisse dieses Optimierungsdurchlaufes sind in Tabelle 5.12 zusammengefasst.

Zielfunktion	Masse m	2836.6 g
Nebenbedingungen	Spannung σ_1	95.7 N/mm ²
	Spannung σ_2	78.8 N/mm ²
Faktoren	α	80.9°
	h	37.5 mm
	s	26.9 mm
	w	1 mm

Tabelle 5.14: Ergebnisse dritter Optimierung des Siderails

5.3.3 Vergleich der Ergebnisse

Wiederum wird aus den Ergebnissen klar, dass das lineare (2-k) und quadratische (3-k) Meta-modell ähnlich gute Ergebnisse liefern. Die Optimierung mit den linearen Einstellungen führt bei 96 Iterationen zu einem Zielwert von 2836 g, wie in Abbildung 5.28 ersichtlich. Hingegen benötigt das quadratische Regressionsmodell 324 Iterationsschritte, um auf eine Masse von 2836 g zu gelangen.

Weiters zeigt sich die Effizienz des d-optimalen Versuchsplans. Dieser erzielt zwar einen etwas schlechteren Endwert, nämlich 2848 g, allerdings werden dafür nur 30 Iterationen in Anspruch genommen.

Aus der Konstruktionsstudie der SOLIDWORKS-internen Optimierung ergibt sich ein Zielwert von 2940 g bei Faktoreinstellungen von $\alpha = 80.9^\circ$, $h = 37.5 \text{ mm}$, $s = 26.9 \text{ mm}$ und $w = 1 \text{ mm}$. Die Analyse hat augenscheinlich dargelegt, dass lediglich eine teilfaktorielle Parametervariation zur Anwendung gekommen ist.

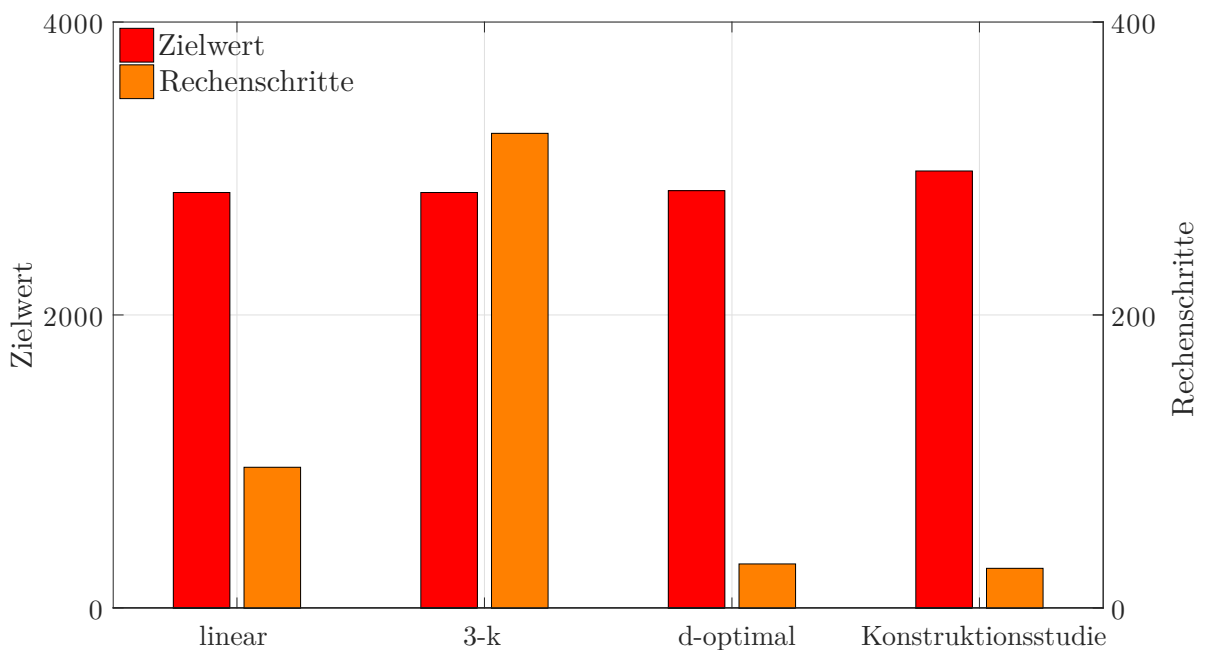


Abbildung 5.28: Ergebnisse der Optimierung des Siderails im Vergleich

6 Zusammenfassung

Ziel dieser Diplomarbeit war die Entwicklung und Implementierung eines Tools zur Analyse und Optimierung von Baugruppen und Bauteilen in SOLIDWORKS®, gekoppelt durch MATLAB®.

Zuallererst wurde auf die theoretischen Grundlagen der Kontinuumsmechanik eingegangen. Beginnend mit einem Einblick in die Kinematik des Kontinuums kam es schließlich zur Herleitung der virtuellen Arbeit interner Kräfte. Darauf aufbauend wurde erläutert, welche Schritte im Zuge der Finiten-Elemente-Methode von der Diskretisierung hin zur Berechnung der Knotenverschiebungen zur Anwendung kommen. Des Weiteren gingen die theoretischen Grundlagen auf die Optimierung im Allgemeinen ein. Theoretische Fakten zur statistischen Versuchsplanung stellten den letzten Punkt der Grundlagen dar.

Den Übergang von Theorie auf Praxis repräsentierte das Kapitel der statistischen Versuchsplanung als Hilfsmittel zur Optimierung. Es wurde dargelegt, wie Versuchspläne aufgebaut und deren resultierende Datensätze wiederum zur Bestimmung von Regressionsmodellen verwendet wurden. Mithilfe der erhaltenen Approximationsmodelle fand die Mehrgrößen-Optimierung ihre Anwendung. Durch die Bedienung von Wunschfunktionen wurde Abhilfe geschaffen, Minimierungsprobleme aus mehreren Eingangsvariablen auf eine Zielgröße zu reduzieren und daraus das Minimum abzuleiten.

Der praktische Teil der Arbeit beschäftigte sich mit der Implementierung unterschiedlicher Methoden zur Systemanalyse. In diesem Zusammenhang kam es zur Realisierung eines Geometrie-Checks zur Untersuchung der Flexibilität, eines Effekt-Plots zur Einflussanalyse sowie eines Optimierungsalgorithmus zur Optimierung der zu untersuchenden Bauteile und Baugruppen. Überdies wurden die verwendeten Tools sowie Programmierschnittstellen näher erklärt. Abschließend wurde auf die Handhabung der einzelnen Analysewerkzeuge an sich eingegangen. Im letzten Punkt kam es zur Darstellung von drei Anwendungsbeispielen sowie der Auswertung deren Ergebnisse.

Die Kombination aus statistischer Versuchsplanung und Mehrgrößen-Optimierung kristallisierte sich als eine durchaus kraftvolle Technik heraus. Diese kann auch in adaptierter Form für andere Problemstellungen zum Einsatz kommen.

Da die Verwendung der Tools momentan nur mittels MATLAB®-Skript möglich ist, könnten zukünftige Entwicklungen dem Benutzer die Anwendung mithilfe einer graphischen Oberfläche erleichtern.

Literaturverzeichnis

- [1] Adam M., 2016: Statistische Versuchsplanung und Auswertung, http://old.mv.fh-duesseldorf.de/d_pers/Adam_Mario/a_lehre/am_pflucht/0_DoE_Vorlesung_Skript_aktuell.pdf, 08. Mai 2016.
- [2] Aksezer C., 2008: On the sensitivity of desirability functions for multiresponse optimization, http://acikerisim.isikun.edu.tr:8080/xmlui/bitstream/handle/11729/283/desirability_Aksezer.pdf?sequence=3&isAllowed=y, 8. Februar 2016.
- [3] Altenbach J., Altenbach H., 1994: *Einführung in die Kontinuumsmechanik*, Teubner-Studienbücher: Mechanik, Teubner.
- [4] Baxter I., 2015: *SOLIDWORKS Simulation - SOLIDWORKS 2015 Training*, Dassault Systems.
- [5] Bonet J., Wood R., 1997: *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*, Cambridge University Press.
- [6] Celigoj C., Schmidt M., 1998: *Methode der Finiten Elemente, Vorlesungen und Übungen*, Faculty for Mechanical Engineering, Graz University of Technology, Version 2.1.
- [7] FiniteBusiness, 2016: Class Hierarchy, <http://www.finitebusiness.net/cadlabbeta/CADLabDocs/index.html>, 26. Jänner 2016.
- [8] Govaerts B., Le Bailly De Tillegem C., 2005: Distribution of desirability index in multicriteria optimization using desirability functions based on the cumulative distribution function of the standard normal, Technischer Bericht, Interuniversity Attraction Pole.
- [9] Gross D., Hauger W., Schröder J., Wall W., 2014: *Technische Mechanik 2: Elastostatik*, Springer-Lehrbuch, Springer Berlin Heidelberg.
- [10] Hammer M., 2013: *The Finite Element Method, Linear and Non-Linear Structural Analysis*, Faculty for Mechanical Engineering, Graz University of Technology, Version 4.0.
- [11] Harzheim L., Graf G., Klug S., Liebers J., 1999: Topologieoptimierung im praktischen Einsatz, in: *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift*, 101(7), S. 530–539.
- [12] Ihlenburg F., 2011: Kinematik großer Verformungen, Online, 02.01.2015.
- [13] Juhre D., WS 2014/2015: Finite-Element-Methode, Online, 07.01.2016.

- [14] Klossek J., 2015: Entwicklung eines energieeffizienten, fertigungstechnisch hinsichtlich Leichtbau optimierten Abfallsammelfahrzeuges, <https://www.dbu.de/OPAC/ab/DBU-Abschlussbericht-AZ-31105.pdf>, 10. April 2016.
- [15] Mathworks, 2016: D-Optimal Designs, <http://de.mathworks.com/help/stats/d-optimal-designs.html#braaz3o>, 14. April 2016.
- [16] Mathworks, 2016: Third-Party Products and Services, http://de.mathworks.com/products/connections/product_detail/product_66411.html, 26. Jänner 2016.
- [17] Myers R., Montgomery D., Anderson-Cook C., 2016: *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, Wiley Series in Probability and Statistics, Wiley.
- [18] Papageorgiou M., Leibold M., Buss M., 2015: *Optimierung: Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung*, Springer Berlin Heidelberg.
- [19] Parisch H., 2013: *Festkörper-Kontinuumsmechanik: Von den Grundgleichungen zur Lösung mit Finiten Elementen*, Teubner Studienbücher Technik, Vieweg+Teubner Verlag.
- [20] Rashid A., 2010: *Minimizing contact stresses in an elastic ring by response surface optimization*, Diplomarbeit, Techniska Höskolan.
- [21] Schumacher A., 2013: *Optimierung mechanischer Strukturen: Grundlagen und industrielle Anwendungen*, Springer Berlin Heidelberg.
- [22] Seiler M.S., 2012: *Geometrische Restriktionen bei der geometriebasierten Strukturoptimierung von Maschinenbauteilen mit Freiformgeometrien*, Dissertation, Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen.
- [23] Siebertz K., van Bebbber D., Hochkirchen T., 2010: *Statistische Versuchsplanung: Design of Experiments (DoE)*, VDI-Buch, Springer Berlin Heidelberg.
- [24] Solidworks, 2010: Solidworks Simulation - Praktische Einführung, http://www.solidworks.at/sw/images/content/Training/SIM_2010_HOTD_DEU.pdf.
- [25] Stelzer R., Steger W., 2009: *SolidWorks: Grundlagen der Modellierung und des Programmierens*, Pearson Studium - Scientific Tools, Pearson Studium.
- [26] Trautmann H., 2009: Multiobjective Optimization with Desirability Functions and Desirability Indices, <http://www.lorenzcenter.nl/lc/web/2009/359/presentations/Trautmann.pdf>, 26. Jänner 2016.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Kinematik	5
2.2	Schnittdarstellung	7
2.3	zulässiger Bereich	17
2.4	konvexe Menge	18
2.5	konvexe Funktion	18
2.6	rechnergestützte Suche	19
2.7	Gradient, Abstiegsrichtung	20
2.8	Gradientenverfahren, 3D-Plot	21
2.9	Gradientenverfahren, Contour-Plot	21
2.10	System 1	22
2.11	System 2	23
3.1	Faktorräume	25
3.2	Effektplot	28
3.3	Wechselwirkungsplot AB	29
3.4	Response-Surface	30
3.5	Regressionsmodelle	31
3.6	Funktionen nach Derringer und Suich	36
3.7	Funktionen nach Harrington	37
3.8	Funktionen nach Gibb <i>et al</i>	38
3.9	Desirability-Index-Plot	38
3.10	Minimierungsfunktion	39
3.11	Successive-Response-Surface-Optimierung	40
3.12	Successive-Response-Surface-Optimierung	41
3.13	Residuen-Plot	42
4.1	Toolbox CADLab	44
4.2	Vernetzung	46
4.3	Traversierung - Algorithmus	47
4.4	Zusatzanwendung Simulation aktiviert	48
4.5	Ausgabe der Geometrie-Analyse ohne Fehler	50
4.6	Ausgabe der Geometrie-Analyse mit Fehleranzeige	51
4.7	Effekt-Plot	51
5.1	isometrische Ansicht der Auslegerhalterung	53

5.2	Randbedingungen der Auslegerhalterung	54
5.3	Modelleinstellungen der Auslegerhalterung	54
5.4	veränderbare Abmessungen der Auslegerhalterung	55
5.5	Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingung	57
5.6	Verlauf der veränderlichen Parameter	57
5.7	Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingung	59
5.8	Verlauf der veränderlichen Parameter	59
5.9	Ergebnisse der Optimierung der Auslegerhalterung im Vergleich	60
5.10	isometrische Ansicht des Biegebalkens	61
5.11	Randbedingungen und Modelleinstellungen des Biegebalkens	62
5.12	veränderbare Abmessungen des Biegebalkens	63
5.13	Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingungen	65
5.14	Verlauf der veränderlichen Parameter	65
5.15	Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingungen	67
5.16	Verlauf der veränderlichen Parameter	67
5.17	Ergebnisse der Optimierung des Biegebalkens im Vergleich	68
5.18	isometrische Ansicht des Siderails	69
5.19	Randbedingungen des Siderails	70
5.20	Modelleinstellungen des Siderails	71
5.21	Siderail, veränderbare Parameter	72
5.22	Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingungen	74
5.23	Verlauf der veränderlichen Parameter	74
5.24	Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingungen	76
5.25	Verlauf der veränderlichen Parameter	76
5.26	Verlauf von Zielfunktion und Nebenbedingungen	78
5.27	Verlauf der veränderlichen Parameter	78
5.28	Ergebnisse der Optimierung des Siderails im Vergleich	79

Tabellenverzeichnis

3.1	2k-vollfaktorieller-Versuchsplan	24
3.2	3k-vollfaktorieller-Versuchsplan	26
3.3	Effektberechnung	27
3.4	Wechselwirkungen	28
3.5	Zielfunktionen nach Derringer und Suich	35
3.6	Zielfunktionen nach Harrington	37
3.7	Zielfunktionen nach Gibb <i>et al.</i>	37
5.1	Modell- und Optimierungsparameter erster Optimierung der Auslegerhalterung	56
5.2	Ergebnisse erster Optimierung der Auslegerhalterung	57
5.3	Modell- und Optimierungsparameter zweiter Optimierung der Auslegerhalterung	58
5.4	Ergebnisse zweiter Optimierung der Auslegerhalterung	59
5.5	Modell- und Optimierungsparameter erster Optimierung des Biegebalkens . . .	64
5.6	Ergebnisse erster Optimierung des Biegebalkens	65
5.7	Modell- und Optimierungsparameter zweiter Optimierung des Biegebalkens . .	66
5.8	Ergebnisse zweiter Optimierung des Biegebalkens	67
5.9	Modell- und Optimierungsparameter erster Optimierung des Siderails	73
5.10	Ergebnisse erster Optimierung des Siderails	74
5.11	Modell- und Optimierungsparameter zweiter Optimierung des Siderails	75
5.12	Ergebnisse zweiter Optimierung des Siderails	76
5.13	Modell- und Optimierungsparameter dritter Optimierung des Siderails	77
5.14	Ergebnisse dritter Optimierung des Siderails	78

Klassenhierarchie CADLab

Die zur Verfügung stehenden, implementierten Klassen entsprechend einer Klassenhierarchie: [7]

- CADLabInitializer
- CADLabRoot
 - CADLabErrorManager
 - MCADDoc
 - * MLSolidWorksDoc
 - MLSolidWorksAssmDoc
 - MLSolidWorksDrwDoc
 - MLSolidWorksPartDoc
 - MLCADApp
 - * MLSolidWorksApp
 - MLSolidWorksInterfaceBase
 - * MLSolidWorksComponent
 - * MLSolidWorksDimension
 - * MLSolidWorksDimensionTolerance
 - * MLSolidWorksDragAnimator
 - * MLSolidWorksFEAResult
 - * MLSolidWorksFeature
 - * MLSolidWorksFeatureManager
 - * MLSolidWorksSketchManager
 - * MLSolidWorksSketchSegment
 - * MLSolidWorksStudy
 - MLSolidWorksFEAStudy
 - MLSolidWorksMotionStudy
 - * MLSolidWorksStudyManager
 - MLSolidWorksFEAStudyManager
 - MLSolidWorksMotionStudyManager