IV. Steineisendecken mit verstärkter Druckzone aus Beton.

In letzter Zeit haben Steineisendecken mit verstärkter Druckzone aus Beton immer mehr Anwendung gefunden. Ihr Vorzug besteht im Vergleich zu vollen Eisenbetondecken darin, daß sie ein erheblich geringeres Eigengewicht haben und — wie die Steindecken überhaupt — die günstige Eigenschaft besitzen, daß sich an ihrer Unterseite weit seltener abtropfende Niederschläge bilden, wie dies z. B. bei Betondecken in Stallgebäuden durch Stalldünste zu gewärtigen ist.

a) Betonschicht $d \geqq x$.

In allen Fällen, wo die aufgebrachte Betonschicht so stark bemessen wird, daß sie die Druckzone ganz ausfüllt, kann die Deckenplatte einfach als **Betonplatte nach Tabelle I** berechnet werden, denn die Stein- oder Betonmasse unterhalb der Nullinie kommt bei Nichtberücksichtigung ihrer Zugspannungen für die Bestimmung der Widerstandsmomente nur insoweit in Betracht, als sie die Schubkräfte aufzunehmen hat. Zu bemerken ist hierzu, daß im Geltungsbereich der Berliner Baupolizei die verstärkende Betonschicht d bei Ermittelung der Widerstandsmomente nur dann in Rechnung gestellt werden darf, wenn sie mindestens 3 cm beträgt und auf 1 Raumteil Zement höchstens 3 Teile Kies oder Sand kommen.

Bei 10 cm hohen Steinen, $d_{min} = 3$ cm und $a = 2$ cm ist z. B. $h_1 = 10 + 3 - 2 = 11$ cm und $\frac{d}{h_1} = \frac{3}{11}$; d wird $\geqq x$, wenn $\frac{x}{h_1} \leqq \frac{d}{h_1} \leqq \frac{3}{11}$. Hierfür erhält man in Spalte II der Tabelle I $\frac{x}{h_1} \leqq \frac{15}{55} \leqq \frac{3}{11}$, wobei $v \geqq 40$.

b) Berücksichtigung der ungleich grossen Elastizitätsmasse für das Beton- und das Steinmaterial bei $d < x$.

Wie bereits aus den Abschnitten I und III bekannt, ist das Elastizitätsmaß des Eisens zu dem Fünfzehnfachen von dem des Betons und zu dem

Fünfundzwanzigfachen von dem des Mauerwerks bezw. Steinmaterials anzunehmen. **Wird dem Beton** das Maß 1 zu Grunde gelegt, so entspricht dem Steinmaterial ein solches von $1 \cdot \frac{15}{25} = 0{,}6$. Bei Gleichsetzung der statischen Momente der Flächenelemente in Bezug auf die Nullinie ist daher die Betonfläche mit 1, die Steinfläche mit 0,6 und die Eisenfläche mit 15 zu bewerten. Bringt man demnach den Steinquerschnitt mit $\frac{6}{10}$ seiner Breite — also mit $0{,}6 \cdot b$ — in Ansatz, so ist seine reduzierte Fläche **der Betonfläche gleichwertig** und daraus folgt, daß man den **Querschnitt als einen einheitlichen Plattenbalken aus Eisenbeton ansehen kann**, dessen Stegbreite $b_1 = 0{,}6 \cdot b = 0{,}6$ m beträgt.

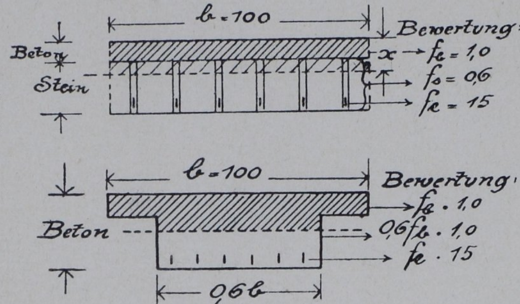

Fig. 19 u. 20.

Nach dem bei Abschnitt II_c Gesagten können somit für die Breite $b_1 = 0{,}6 \cdot b = 0{,}6$ m die für die volle Platte geltenden Werte der Tabelle I unverändert übernommen werden, indem die von 1,0 abweichenden Werte n_2 bis n_6 lediglich für den verbleibenden Teil $b - b_1 = 1{,}0 - 0{,}6 = 0{,}4$ m in Ansatz kommen.

Man erhält daher allgemein:

(53) $n_2 \text{ bis } n_6 = 0{,}6 \cdot 1{,}0 + 0{,}4 \cdot n_{2 \text{ bis } 6}$.

Hierzu das folgende Zahlenbeispiel:

Aufgabe 13.

Eine ebene Decke aus 12 cm hohen Steinen soll eine 3 cm starke obere Betonschicht erhalten; der Eisenquerschnitt f_e beträgt 10,42 cm² und $h_1 = 12 + 3 - a = 15 - 2 = 13$ cm.

Zu $\frac{f_e}{h_1} = \frac{10{,}42}{13} = 0{,}8015$ findet man in Tabelle I den Wert $\mathrm{I} = 0{,}801$, wobei $v = 24$, $\mathrm{II} = \frac{15}{39}$, $\mathrm{III} = \frac{34}{39}$, $\mathrm{IV} = 16{,}765$ und $\mathrm{V} = 0{,}6985$.

Folglich $x = \frac{15}{39} \cdot 13 = 5$ cm und $\frac{d}{x_1} = \frac{3}{5} = 0{,}6$.

Aus Tabelle II in Spalte $\frac{d}{x_1} = 0{,}6$ erhält man für $v_1 = 24$ aus den Zeilen $v_I = 21$ und $v_I = 30$

$$n_2 = 1{,}0836 + \frac{941 - 836}{10\,000} \cdot \frac{24 - 21}{30 - 21} = 1{,}0871$$

$$n_3 = 0{,}8678 + \frac{710 - 678}{10\,000} \cdot \frac{1}{3} = 0{,}8689$$

$$n_4 = 1{,}0347 - \frac{347 - 268}{10\,000} \cdot \frac{1}{3} = 1{,}0321$$

$$n_6 = 0{,}8978 - \frac{78 - 43}{10\,000} \cdot \frac{1}{3} = 0{,}8966$$

Es genügt, Aufgaben nebenstehender Art einfach **nach Tabelle III** zu berechnen.
Auf Seite X erhält man zu

$$\frac{f_e}{h_1} = 0{,}8015 = \infty\, 0{,}80$$

$$x = 13 \cdot \infty\, 0{,}463 = 6{,}02 \text{ cm}$$

$$z = 13 \cdot \infty\, 0{,}846 = 11{,}0 \text{ cm}$$

$$W_b = 13^2 \cdot \infty\, 19{,}6 = 3312 \text{ cm}^3 \, {}^{*)}$$

$$W_e = 13^2 \cdot \infty\, 0{,}678 = 114{,}6 \text{ cm}^3 \, {}^{*)}$$

*) Anmerkung: Hiernach wird — wie aus der vergleichenden Gegenüberstellung auf Seite 55 leicht erklärlich — W_b um etwa 20 % größer und W_e um etwa 4 % kleiner als nach der genauen Berechnung unter Berücksichtigung der verschieden großen Elastizitätsmaße von Beton und Stein. (Seite 53 und 54).

und daraus folgt nach Gl. (53):

$$n_2 = 0{,}6 + 0{,}4 \cdot 1{,}0871 = 1{,}0348$$
$$n_3 = 0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}8689 = 0{,}9476$$
$$n_4 = 0{,}6 + 0{,}4 \cdot 1{,}0321 = 1{,}0128$$
$$n_6 = 0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}8966 = 0{,}9586.$$

Daher:

$$W_b = h_1^2 \cdot \mathrm{IV} \cdot n_6 = 13^2 \cdot 16{,}765 \cdot 0{,}9586 = 2716$$
$$W_e = h_1^2 \cdot \mathrm{V} \;.\; n_4 = 13^2 \cdot 0{,}6985 \cdot 1{,}0128 = 119{,}56$$
$$z = h_1 \cdot \mathrm{III} \cdot n_4 = 13 \cdot \frac{34}{39} \cdot 1{,}0128 = 11{,}478 \text{ cm}$$
$$v = \begin{cases} v_I \cdot n_3 = 24 \cdot 0{,}9476 = 22{,}742 \\ \dfrac{W_b}{W_e} = \dfrac{2716}{119{,}56} = 22{,}717 \end{cases}$$ annähernd wie vor.

$$x = x_I \cdot n_2 = 5{,}0 \cdot 1{,}0348 = 5{,}174 \sim 5{,}17 \text{ cm}$$
$$\sigma_s = 0{,}6 \cdot \sigma_b \cdot \frac{x - d}{x} = 0{,}6 \cdot \frac{5{,}17 - 3{,}0}{5{,}17} \sigma_b = 0{,}25 \cdot \sigma_b.$$

Hiernach fällt σ_s sehr niedrig aus, sodaß sich im allgemeinen die Bestimmung von σ_s und somit auch von n_2 erübrigt. Der Wert $v = v_{II}$ ist an sich entbehrlich und wurde nur der Vollständigkeit halber gebracht. Bedenkt man ferner, daß n_4 stets größer ist als 1,0 und man also bei Vernachlässigung von n_4 für σ_e, τ_o und τ_1 stets etwas zu hohe Werte erhält — also sicher geht —, so bleibt nur die für das Widerstandsmoment der Betonschicht maßgebende Einflußzahl n_6 zu berücksichtigen. Für diese erhält man unter Zugrundelegung des ungünstigen Verhältnisses $v_I = 39$ nach Gl. (53) und Tabelle II folgende Werte:

$\frac{d}{x_I}$	Gl. (53)	n_6
0,5	$0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}8137 =$	0,925
0,55	$0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}8563 =$	0,943
0,6	$0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}8919 =$	0,957
0,7	$0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}9455 =$	0,978
0,8	$0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}9784 =$	0,991

Würden also Steineisendecken mit aufbetonierter Druckschicht von der Stärke $\frac{d}{x_I} = 0{,}5$ bis $\frac{d}{x_I} = 0{,}8$ einfach wie gewöhnliche Eisenbetondecken nach Tabelle I berechnet (wobei $\mathbf{n_6 = 1{,}0}$ nicht von Einfluß ist), so würde σ_b um $\frac{1{,}0 - 0{,}925}{0{,}925} \cdot 100 = 8{,}1\,\%$ bis $\frac{1{,}0 - 0{,}991}{0{,}991} \cdot 100 = 0{,}9\,\%$ zu niedrig ausfallen. Hieraus, und aus dem zu σ_e, τ_o und τ_1 Gesagten, geht aber hervor, **daß man Steineisendecken mit aufbetonierter Druckschicht von verhältnismäßig geringer**

Stärke, und zwar bis zu $\frac{d}{x} \geqq 0{,}5$, ohne weiteres wie Eisenbetondecken nach Tabelle I berechnen darf, wenn man die zulässige Betondruckspannung nur bis zu etwa 92,5 % ausnutzt, indem man von vornherein $\sigma_{b\,max}$ zu $\frac{0{,}925}{6}$ der nachgewiesenen Druckfestigkeit festsetzt. In Fällen, wo wegen schwacher Rüstung die Betonschicht nicht gestampft wird, würde allerdings die Druckfestigkeit für Gußbeton von entsprechender Mischung zu berücksichtigen sein.

Kontrollrechnung zu Aufgabe 13.

Es soll nun noch festgestellt werden, in wieweit die nach der Tabelle ermittelten Ergebnisse auf Seite 52 Anspruch auf **genügende Genauigkeit** haben.

Wie bereits nachgewiesen, ist bei Gleichsetzung der statischen Momente der Flächenelemente inbezug auf die Nullinie die Betonfläche mit 1, die Steinfläche mit 0,6 und die Eisenfläche mit 15 zu bewerten und daraus folgt:

(54)
$$(h_1 - x) \cdot 15 f_e = d \cdot b \cdot \left(x - \frac{d}{2}\right) + (x - d) \cdot 0{,}6 \cdot b \cdot \frac{x - d}{2}$$

$$15 \,.\, f_e \,.\, h_1 = 15 \cdot f_e \cdot x + 100 \cdot d \cdot \left(x - \frac{d}{2}\right) + (x - d)^2 \cdot 30$$

$$156{,}3 \cdot 13 = (156{,}3 + 300 - 180) \cdot x + 30x^2 - 450 + 270$$

$$o = 276{,}3x + 30x^2 - 180 - 2031{,}9$$

$$x^2 + 9{,}21x - 73{,}73 = 0$$

$$x = -\frac{9{,}21}{2} \pm \sqrt{\frac{9{,}21^2}{4} + 73{,}73} = 5{,}138 \backsim 5{,}14 \text{ cm.}$$

Das Trägheitsmoment bezogen auf n n:

1) vom Betonquerschnitt

$$\frac{100 \cdot 3^3}{12} + 300 \cdot 3{,}64^2 = \left\{\begin{array}{r} 225 \text{ cm}^4 \\ 3975 \quad " \end{array}\right.$$

$$J_{nb} = 4200 \text{ cm}^4$$

2) vom Steinquerschnitt oberhalb nn

$$J_{ns} = 0{,}6 \cdot 100 \cdot \frac{2{,}14^3}{3} = \qquad 196 \quad "$$

$$\text{zus. } 4396 \text{ cm}^4$$

3) vom Fünfzehnfachen des Eisenquerschnittes

$$15 \cdot 10{,}42 \cdot 7{,}86^2 = \qquad 9656 \quad "$$

$$\text{zus. } J_n = 14052 \text{ cm}^4$$

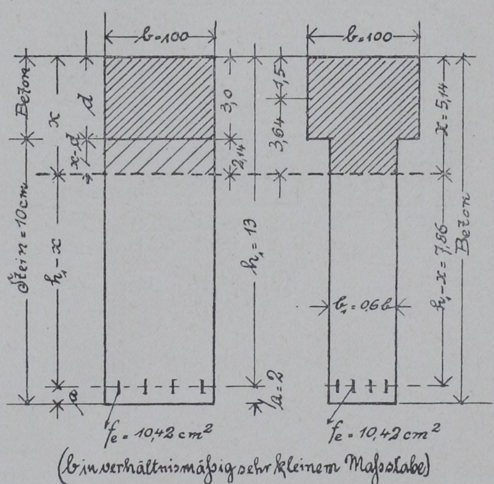

Fig. 21 u. 22.

Das statische Moment ober- oder unterhalb nn:

1) vom Betonquerschnitt

$$S_{nb} = 300 \cdot 3{,}64 \quad = 1092{,}0$$

2) vom Steinquerschnitt

$$S_{ns} = 100 \cdot 0{,}6 \cdot \frac{2{,}14^2}{2} = \quad 137{,}4$$

zus. $S_n = 1229{,}4$

oder:

3) vom Fünfzehnfachen f_e

$$S_{ne} = 15 \cdot 10{,}42 \cdot 7{,}86 = 1228{,}5$$

i. Mittel $\sim$ 1229*)

Daraus folgt:

$$W_b = \frac{J_n}{x} = \frac{14\,052}{5{,}14} = 2733{,}8$$

$$W_e = \frac{J_n}{15 \cdot (h_1 - x)} = \frac{14\,052}{15 \cdot 7{,}86} = 119{,}19$$

$$z = \frac{J_n}{S_n} = \frac{14\,052}{1\,229} = 11{,}434 \text{ cm}$$

$$v = \begin{cases} \dfrac{15 \cdot (h_1 - x)}{x} = \dfrac{15 \cdot 7{,}86}{5{,}14} = 22{,}938 \\ \dfrac{W_b}{W_e} = \dfrac{2733{,}8}{119{,}19} = 22{,}938 \text{ wie vor.} \end{cases}$$

$$\sigma_s = 0{,}6 \cdot \sigma_b \cdot \frac{x - d}{x} = 0{,}6 \cdot \frac{2{,}14}{5{,}14} \cdot \sigma_b = \sim 0{,}25 \cdot \sigma_b$$

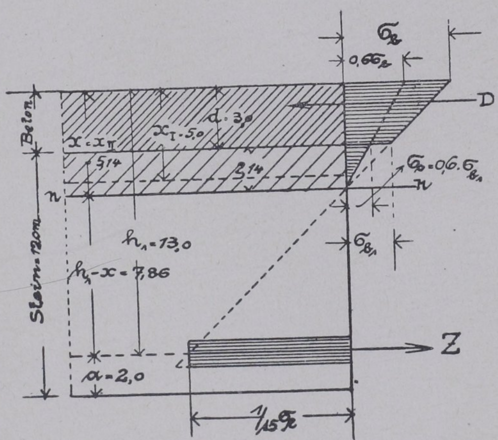

Fig. 23.

ferner erhält man:

$$D_b = \frac{\sigma_b}{x} \cdot S_{nb} = \frac{1{,}0}{5{,}14} \cdot 1092 = \qquad 212{,}45 \text{ kg}$$

$$D_s = \frac{\sigma_b}{x} \cdot S_{ns} = \frac{1{,}0}{5{,}14} \cdot 137{,}4 = 26{,}73 \text{ kg}$$

oder

$$D_s = \frac{2{,}14 \cdot 100 \cdot 0{,}6}{2} \cdot \frac{2{,}14}{5{,}14} \text{ wie vor } = \qquad 26{,}73 \text{ kg}$$

$$\text{zus.} = D = \frac{\sigma_b}{x} \cdot S_n = \frac{1{,}0}{5{,}14} \cdot 1229{,}4 = \quad 239{,}18 \text{ kg}$$

Ebenso wird bei $\sigma_b = 1{,}0$ kg/qcm:

$Z = f_e \cdot 1{,}0 \,.\, v = 10{,}42 \cdot \sim 22{,}94 =$ 239,03 kg
$D = Z$ im Mittel also $= \sim$ 239,1 kg,*)

woraus:

$W_b = D \cdot z = 239{,}1 \cdot 11{,}434 = 2733{,}9$ (oben zu 2733,8 berechnet)*)

und

$W_e = Z \cdot z = f_e \cdot 1{,}0 \cdot z = 10{,}42 \cdot 11{,}434 = 119{,}14$ (oben berechnet zu 119,19).*)

---

*) Die geringen Abweichungen entstanden durch Abrundung von x.

Gegenüberstellung der vorstehenden Ergebnisse mit den nach der Tabelle berechneten:

$W_b = 2734 : 2716 = 1 : 0,9934$

$W_e = \sim 119,17 : 119,56 = 1 : 1,0033$

$z = 11,434 : 11,478 = 1 : 1,0038$ ∼ wie vor

$v = 22,938 : 22,742 : 22,717 = 1 : 0,9914 : 0,9904$

$x = 5,14 : 5,17 = 1 : 1,0059$

$\frac{\sigma_s}{\sigma_b} = 0,25 : 0,25 = 1 : 1.$

Die Schlußfolgerungen zu Abschnitt IIc treffen somit auch hier in jeder Hinsicht zu. Durch die vorstehende Berechnung ist zugleich die für die Praxis vollkommen ausreichende Genauigkeit jener Berechnungsweise von Neuem erwiesen.

Die folgende Gegenüberstellung einiger dem gleichen $\frac{f_e}{h_1}$ entsprechenden Widerstandsmomente von Eisenbeton- und Steineisendecken hat zwar keinen direkten Bezug auf die vorstehend behandelte Kombination beider Konstruktionsarten, sie ist aber insofern von Interesse, als daraus hervorgeht, daß innerhalb der darin gezogenen Vergleiche bei Steineisendecken die Widerstandsmomente in bezug auf Kantenpressung um 15,8 bis 23,1 % höher sind als bei Eisenbetondecken, während die Widerstandsmomente in bezug auf Eisenzugspannung nur um 3,18 bis 1,85 % niedriger ausfallen.

$\frac{f_e}{h_1}$	Auszug aus Tabelle I		Auszug aus Tabelle III	
	$\frac{W_b}{h_1^2}$	$\frac{W_e}{h_1^2}$	$\frac{W_s}{h_1^2}$	$\frac{W_e}{h_1^2}$
1,0	17,984	0,8607	20,833	0,8333
0,9	17,400	0,7792	20,247	0,7552
0,8	16,758	0,6977	19,588	0,6765
0,7	16,033	0,6147	18,845	0,5969
0,6	15,216	0,5313	17,984	0,5164
0,5	14,270	0,4465	16,980	0,4350
0,4	13,160	0,3611	15,776	0,3522
0,3	11,801	0,2739	14,274	0,2681
0,2	10,060	0,1857	12,293	0,1820
0,144	8,789	0,1352	10,818	0,1327

17,984 : 20,833 = 1 : 1,158;
8,789 : 10,818 = 1 : 1,231;
0,8607 : 0,8333 = 1 : 0,9682;
0,1352 : 0,1327 = 1 : 0,9815.
