

Wertes h_{II} mit der Verhältniszahl $\frac{h_1}{h_{II}}$ das gesuchte h_1 bestimmt, so erhält man, wie bereits bei Fall II besprochen, aus Gl. (33) den erforderlichen Eisenquerschnitt f_e , mittels n_4 außerdem noch z_{II} für die Untersuchung der Schubspannungen. Als Kontrolle der beiden Werte f_e und z_{II} muß sich nach Gl. (36) aus $\sigma_e = \frac{M}{z_{II} \cdot f_e}$ wiederum der in der Aufgabe zur Bedingung gemachte Wert σ_e ergeben. Siehe hierzu das mit einem Zahlenbeispiel versehene Formular auf Hilfstabelle B, sowie Aufgabe 9.

Die Schubspannungen.

1. Die wagerechten Schubspannungen im Stege.

Wie bereits bei Aufgabe 6 gefunden wurde, ist die Untersuchung der im Stege auftretenden wagerechten Schubspannungen von besonderer Wichtigkeit. Nach Gl. (24) ist: $\tau_o = \frac{V}{z \cdot b'}$ folg-

lich beim Plattenbalken $\frac{d}{x_1} < 1,0$

(45) $\tau_o = \frac{V}{z_{II} \cdot b_1'}$, wobei b_1 die Stegbreite bedeutet.

Ebenso hat man in Gl. (25) und (31) z_{II} statt z zu setzen, folglich nach Gl. (25)

$$\text{Haftspannung } \tau_1 = \frac{V}{z_{II} \cdot u} \leq 4,5 \text{ kg/qcm}$$

$$\text{bzw. nach Gl. (31) } d_e \leq \frac{18 \cdot f_e \cdot z_{II}}{V} = \frac{36 \cdot f_e \cdot z_{II}}{P}$$

2. Die wagerechten Schubspannungen in lotrechten Ebenen der Platte.

Nicht minder wichtig ist bei Plattenbalken vorgenannter Art die Untersuchung, ob die Plattenstärke auch genügende Sicherheit gegen Abscherung in der oberen Verlängerung der lotrechten Stegtanen bietet, d. h., daß die in der lotrechten Anschlußebene cc (Siehe fig. 12) auftretenden wagerechten Schubspannungen zwischen Platte und Steg das zulässige Maß von 4,5 kg/qcm nicht überschreiten.

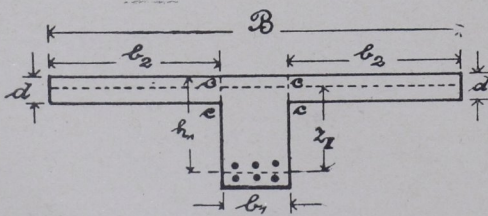


Fig. 12.

für ein Trennstück eines auf Biegung beanspruchten Querschnittes ist allgemein $T = \frac{V \cdot S}{J}$, wobei T die Schubkraft für die Längeneinheit, V

die Querkraft, S das statische Moment der abzutrennenden Teilfläche, bezogen auf die Nullachse der gesamten Querschnittsfläche und J das ebenfalls auf diese Achse bezogene Trägheitsmoment der Gesamtquerschnittsfläche bedeutet. Betrifft S den gesamten ober- oder unterhalb der Nulllinie befindlichen Querschnittsteil, so erhält man aus $\frac{J}{S}$

bekanntlich den Abstand der Zug- und Druckkraftmittelpunkte des Querschnittes, d. h. den Abstand z bzw. hier z_{II} Statt $T = \frac{V \cdot S}{J}$ ist also im

vorliegenden Falle zu schreiben $T = \frac{V}{z_{II}}$. Da sich

bei Querschnitten von einheitlicher Höhe h_1 das auf die Teilbreite b_2 entfallende statische Moment S_{b_2} zu dem statischen Moment der Gesamtbreite B wie $b_2 : B$ verhält (der auf b_2 entfallende Anteil der über B gleichmäßig verteilt anzunehmenden Gesamtquerkraft V würde sich ebenfalls nach dem Verhältnis $b_2 : B$ bestimmen), ist statt V die Teilquerkraft V_{b_2} einzuführen und man erhält

$$T = \frac{V_{b_2}}{z_{II}} = \frac{V}{z_{II}} \cdot \frac{b_2}{B}$$

Bei verhältnismäßig schwachen Platten kann ferner die Schubspannung auf die Strecke cc gleichmäßig verteilt angenommen werden, und es ergibt sich daraus für die flächeneinheit der lotrechten Ebene cc eine wagerechte Scherbeanspruchung:

$$(46) \quad \tau_2 = \frac{V_{b_2}}{z_{II} \cdot d} = \frac{V}{z_{II} \cdot d} \cdot \frac{b_2}{B} \leq 4,5 \text{ kg/qcm,}$$

wobei $\frac{b_2}{B} = \frac{B - b_1}{2B}$.

Wird $\tau_2 > 4,5 \text{ kg/qcm}$ und mithin die obige Bedingung nicht erfüllt, so muß die lotrechte Scherfläche, also die Platte, nach dem Stege zu verstärkt werden. (Siehe figur 13). Bezeichnet man die seitliche Teilstrecke, an deren Endpunkt g die Verstärkung zu beginnen hat, mit b_3 , so erhält man durch Einsetzen von b_3 an Stelle von b_2 aus Gl. (46)

$$(47) \quad b_3 \leq \frac{4,5 \cdot B \cdot z_{II} \cdot d}{V}$$

Wird auch bei der verstärkten Platte noch gleichmäßige Verteilung der Scherkräfte auf Strecke cc_1 angenommen, was mit Rücksicht auf die Eisenlagen der Platte geschehen kann, so muß nach Gl. (46) d_1 mindestens betragen

$$(48) \quad d_1 \geq \frac{V}{4,5 \cdot z_{II}} \cdot \frac{b_2}{B}$$

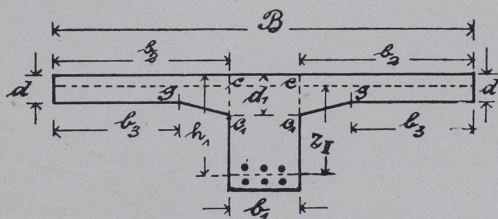


Fig. 13.

3. Bei lotrechter Abscherung kommt, wie bei Gl. (27) bereits erwähnt, wieder die ganze Querschnittsfläche in Betracht und man erhält unter Vernachlässigung der Verstärkungen am Steganschluß

$$(49) \quad \tau = \frac{V_{\max}}{b \cdot h + (B - b_1) \cdot d} \approx 4,5 \text{ kg/qcm}$$

Siehe hierzu das mit einem Zahlenbeispiel versehene Formular auf Tabelle II, sowie Aufgabe 7.

Vorbemerkung zu den Aufgaben 7 bis 9.

Wegen der leichten Kontrolle soll noch der in den Bestimmungen vom 24. 5. 07 auf Seite 16 unter Ziffer 6 nachgewiesene Plattenbalken berechnet werden und zwar soll dabei gezeigt werden, wie die Interpolation der Werte n vorzunehmen ist, wenn es sich um Erlangung ganz genauer Ergebnisse handelt. Im allgemeinen wird es genügen, die zu interpolierenden Werte im Sinne des angegebenen rechnerischen Verfahrens zu schätzen, und hierbei zur Sicherheit z, IV und V nach unten abzurunden. Im Falle II und III wird man dabei die vierte Dezimale fortlassen können, weil es hier immer nur darauf ankommen wird, Querschnitte zu bestimmen, bei denen die zulässigen Beanspruchungen nahezu voll ausgenutzt werden. Einer Ueberschreitung der letzteren infolge etwaiger ungenauer Schätzung der interpolierten Werte wird dadurch vorgebeugt, daß statt des berechneten f_c fast stets ein größerer Eisenquerschnitt verwendet werden muß, sobald man zu einem Plattenbalken nicht drei oder vier verschiedene Eisenstärken verwenden will.

Eine weitere Sicherheit gegen die Ueberschreitung der zulässigen Betonbeanspruchung besteht in der Vernachlässigung der im Stege auftretenden Druckspannungen (Gl. 8 bis 15 der ministeriellen Bestimmungen), sowie auch darin, daß die Platte am Steganschluß wegen der daselbst auftretenden großen Schubspannungen meist verstärkt werden muß.

Eine volle Ausnutzung, und damit die Gefahr einer Ueberschreitung der zulässigen Eisenzugspannungen wird bei Balken mit verhältnismäßig geringer Plattenstärke schon deshalb kaum in Frage kommen können, weil wegen der in Platte und Steg auftretenden großen Schubkräfte die Einführung hoher Eisenzugspannungen überhaupt nicht zweckmäßig ist. Uebrigens ergeben sich bei geringer werdendem $\frac{d}{x_1}$ auch ganz von selbst niedrigere Eisenzugspannungen. Ist z. B. der Eisenquerschnitt so gewählt, daß bei $\frac{d}{x_1} \approx 1,0$ sowohl σ_b als auch

σ_e bis zur zulässigen Grenze ausgenutzt wird, so entsteht bei $\frac{d}{x_1} = 0,50$ und dem gleichen zulässigen σ_{bmax} nach n_3 nur eine Eisenzugspannung von 0,782 bis 0,788 σ_{emax} , d. h. von 0,782 bis $0,788 \cdot 1000 = 782$ bis 788 kg/qcm.

Aufgabe 7.

Gegeben: Sämtliche Abmessungen des Plattenbalkens sowie sein Angriffsmoment.

Gesucht: Die Zug-, Druck-, Schub- und Haftspannungen.

(Fall I).

Angriffsmoment 912 600 cmkg

Stützweite 7,8 m

Spannweite 7,5 m mit $V = 4500$ kg

$B = 1,5$ m, $b_1 = 25$ cm

$h = 42$ cm, $h_1 = 36$ cm, $d = 10$ cm

6 Rundeisen 2,5 cm Durchmesser mit $f_e = 29,45$ cm² und $u_e = (6-2) \cdot 7,854 = 31,416$ cm (an den Auflagern, wo 2 Eiseneinlagen aufgebogen sind.) Nach Gl. (34) ist:

$$\text{Wert I} = \frac{f_e}{h_1 B} = \frac{29,45}{36 \cdot 1,5} = 0,5454$$

Dem entspricht Wert I in Tabelle I mit 0,546 ferner ist dann

$$v = 30,3; x = \frac{15}{45,3} 36 = 11,92 \text{ cm,}$$

Wert III = 0,8896,

Wert IV = 14,729; Wert V = 0,4861.

$$\text{Aus } \frac{d}{x_1} = \frac{10}{11,92} = 0,839 \text{ ergibt sich}$$

$$n_4 = 1,0053 - \frac{53-45}{10000} \cdot \frac{9}{20} = 1,0049 \text{ (Siehe Spalte 0,83}$$

und 0,85 in der dem Wert $v_1 = 30,3$ am besten entsprechenden Mittelzeile bei n_4 in Tabelle II).

$$\text{Nach Gl. (36) ist } \sigma_e = \frac{M}{h_1 \cdot \text{Wert III} \cdot n_4 \cdot f_e}$$

$$\sigma_e = \frac{912\,600}{36 \cdot 0,8896 \cdot 1,0049 \cdot 29,45} = \frac{912\,600}{\underbrace{32,18}_{\text{ZII.}} \cdot 29,45}$$

$$= 963 \text{ kg/qcm}$$

(der gleiche Wert wie im Beispiel).

$$n_3 = 0,9802 + \frac{49-2}{10000} \cdot \frac{9}{20} = 0,9823$$

$$n_6 = 0,9854 + \frac{93-54}{10\,000} \cdot \frac{9}{20} = 0,9872$$

Nach Gl. (37) ist $\sigma_b = \frac{\sigma_e}{v_1 n_3}$

$$\sigma_b = \frac{963}{30,3 \cdot 0,9823} = 32,36 \text{ kg/qcm}$$

(im Beispiel 32,3 kg/qcm berechnet).

oder

Nach Gl. (38) ist $\sigma_b = \frac{M}{h_1^2 \cdot B} \cdot \frac{1}{\text{Wert IV} \cdot n_6}$

$$\sigma_b = \frac{912\,600}{36^2 \cdot 1,5} \cdot \frac{1}{14,729 \cdot 0,9872}$$

$$\sigma_b = 469,44 \cdot \frac{1}{14,54} = 32,29 \text{ kg/qcm}$$

ferner nach Gl. (39)

$$\sigma_e = \frac{M}{h_1^2 \cdot B} \cdot \frac{1}{\text{Wert V} \cdot n_4}$$

$$\sigma_e = 469,44 \cdot \frac{1}{0,4861 \cdot 1,0049} = 961 \text{ kg/qcm.}$$

Der für die Praxis belanglose Unterschied von 2 kg/qcm bei σ_e ist darauf zurückzuführen, daß für $\frac{f_e}{h_1} = 0,5454$ aus der Tabelle I die Werte für $\frac{f_e}{h_1} = 0,546$ ohne Interpolation entnommen sind. Nach dem auf Seite 9 Gesagten empfiehlt es sich, von den beiden Gl. (36) und (39) die erstere anzuwenden.

Die Schub- und Haftspannungen:

Nach Gl. (45) ist:

$$\tau_0 = \frac{V}{z_{II} b_1} = \frac{4500}{32,18 \cdot 25} = 5,6 > 4,5 \text{ kg/qcm}$$

Infolge dieser zu großen Beanspruchung mußten 2 Eiseneinlagen nach der Druckzone aufgebogen werden. Wenn dies vermieden werden soll, dann muß die Stegbreite mindestens betragen:

$$b_1 \geq \frac{4500}{4,5 \cdot 32,18} \geq 31 \text{ cm (siehe auch Aufgabe 6.)}$$

Nach Gl. (25) beträgt die Haftspannung

$$\tau_1 = \frac{V}{z_{II} u} = \frac{4500}{32,18 \cdot 31,416} = 4,46 \text{ kg/qcm}$$

(im Beispiel auf 4,5 abgerundet).

Nach Gl. (31) ist

$$d_e \leq \frac{18 f_e z_{II}}{V}, \text{ folglich wird bei } 6-2 = 4 \text{ Eisen}$$

am Auflager:

$$d_e \leq \frac{18 \cdot 4/6 \cdot 29,45 \cdot 32,18}{4500} \leq 2,53 \text{ cm.}$$

Nach Gl. (46) ist

$$\frac{b_2}{B} = \frac{B - b_1}{2B} = \frac{1,5 - 0,25}{2 \cdot 1,5} = 0,417.$$

Ohne Verstärkung der Platte am Steganschluß würde deren Schubspannung in der Ebene cc nach vorgenannter Gleichung

$$\tau_2 = \frac{V}{z_{II} \cdot d} \cdot \frac{b_2}{B} = \frac{4500}{32,18 \cdot 10} \cdot 0,417 = 5,83$$

> 4,5 kg/qcm betragen, daher erforderliche Plattenstärke am Steg nach Gl. (48)

$$d_1 \geq \frac{V}{4,5 \cdot z_{II}} \cdot \frac{b_2}{B} = \frac{4500}{4,5 \cdot 32,18} \cdot 0,417 = 13 \text{ cm}$$

mindestens.

Die ohne Verstärkung genügende beiderseitige Teilstrecke ermittelt sich nach Gl. (47) zu

$$b_3 \leq \frac{4,5 \cdot B \cdot z_{II} \cdot d}{V} \leq \frac{4,5 \cdot 150 \cdot 32,18 \cdot 10}{4500}$$

\leq 48 cm höchstens.

Die lotrechte Schubspannung beträgt nach Gl. (49)

$$\tau = \frac{V}{b_1 \cdot h + (B - b_1) \cdot d} = \frac{4500}{25 \cdot 42 + (150 - 25) \cdot 10} = 1,96 \text{ kg/qcm.}$$

Aufgabe 8.

Gegeben: Das Angriffsmoment, h_1 , Plattenstärke d , σ_b und B .

Gesucht: f_e , σ_e und z .

Fall II.

Angriffsmoment = 912 600 cmkg, $h_1 = 36 \text{ cm}$,

$B = 1,5 \text{ m}$.

$$\text{Bedingung: } \begin{cases} d = 10 \text{ cm} \\ \sigma_b = \frac{194}{6} = 32,3 \text{ kg/qcm.} \end{cases}$$

Zu bestimmen ist der Eisenquerschnitt f_e , die Zugspannung σ_e und z .

$$\text{Nach Gl. (40) ist } IV_{II} = \frac{M}{h_1^2 \cdot B} \cdot \frac{1}{\sigma_b}$$

$$IV_{II} = \frac{912\,600}{36^2 \cdot B} \cdot \frac{1}{32,3} = 469,44 \cdot \frac{1}{32,3} = 14,534$$

Dem entspricht in Tabelle I

$$v = 31 \text{ mit } IV = 14,532 = IV_{II}$$

$$\text{und } II = \frac{15}{46}$$

folglich nach Gl. (35)

$$\text{erster Wert } \frac{d}{x} = \frac{d}{15 \cdot h_1} \cdot N = \frac{10}{15 \cdot 36} \cdot 46 = 0,852$$

Aus Hilfstabelle A erhält man nach Spalte 0,83 und 0,85

$$\frac{d}{x_I} = 0,83 + \frac{0,852 - 0,844}{0,861 - 0,844} \cdot (0,85 - 0,83) = 0,839.$$

Dem Wert $IV_{II} = 14,534$ entspricht bei Spalte 0,83 und 0,85 am besten die Mittelzeile, denn bei $v = 30$ ist $IV_{II} = \approx 14,6$. Der Unterschied ist also so gering, daß sich eine Interpolation erübrigt. Für $\frac{d}{x_I} = 0,839$ erhält man aus Zeile $v = 30$ in Tabelle II

$$n_3 = 0,9802 + \frac{49 - 2}{10\,000} \cdot \frac{9}{20} = 0,9823$$

$$n_4 = 1,0053 - \frac{53 - 45}{10\,000} \cdot \frac{9}{20} = 1,0049$$

$$n_6 = 0,9854 + \frac{93 - 54}{10\,000} \cdot \frac{9}{20} = 0,9872$$

Nach Gl. (41) ist

$$\text{Wert } IV_I = \frac{\text{Wert } IV_{II}}{n_6} = \frac{14,534}{0,9872} = 14,756.$$

Hierfür erhält man in Tabelle I

$$v_I = 30,3 \text{ mit } IV = 14,729$$

$$I = 0,546 \text{ und } III = 0,8896.$$

Nach Gl. (33) ist:

$$f_e = h_1 \cdot \text{Wert } I \cdot B = 36 \cdot 0,546 \cdot 1,5 = 29,48 \text{ cm}^2.$$

Nach Gl. (36) ist:

$$\sigma_e = \frac{M}{h_1 \cdot \text{Wert } III \cdot n_4 \cdot f_e}$$

$$\sigma_e = \frac{912\,600}{36 \cdot 0,8896 \cdot 1,0049 \cdot 29,48} = 962 \text{ kg/qcm.}$$

$z_{II} = 32,18$

Gl. (37) dient nun noch zur Kontrolle, ob die Bedingung $\sigma_b \leq 32,3 \text{ kg/qcm}$ auch wirklich erfüllt wird. Danach ist

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e}{v_I \cdot n_3} = \frac{962}{30,3 \cdot 0,9823} = 32,5 \text{ kg/qcm}$$

und folglich die Berechnung richtig! Letzteres geht zugleich aus der Übereinstimmung der hier ermittelten Werte mit den von Aufgabe 7 her bereits bekannten hervor. Die Schub- und Haftspannungen würden wieder wie bei Aufgabe 7 zu berechnen sein.

Aufgabe 9.

Gegeben: Das Angriffsmoment, Plattenstärke d ,
 σ_b , σ_e und B .

Gesucht: h_1 , f_e und z .

Fall III.

Angriffsmoment = 912 600 cmkg, $B = 1,5$ m.

$$\text{Bedingung: } \begin{cases} \text{Plattenstärke } d = 10 \text{ cm} \\ \sigma_b < \frac{194}{6} < 32,3 \text{ kg/qcm} \\ \sigma_e \approx 963 \text{ kg/qcm} \end{cases}$$

Es ist h_1 zu bestimmen, ferner der Eisenquerschnitt f_e und z . Nach Gl. (42) ist

$$v_{II} = \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{963}{32,3} = 29,81. \text{ Dem entspricht nach Tabelle I}$$

$$IV_{II} = 14,902 - 0,087 \cdot \frac{11}{30} = 14,870$$

$$N_{II} = 29,81 + 15 = 44,81$$

Gl. (43) ergibt

$$h_{II} = \sqrt{\frac{M}{B \cdot \sigma_b \cdot IV_{II}}} = \sqrt{\frac{912\,600}{1,5 \cdot 32,3 \cdot 14,87}} = 35,59 \text{ cm.}$$

Zu v_{II} erhält man nach Gl. (35)

$$(\text{erstes}) \frac{d}{x} = \frac{d}{15 \cdot h_{II}} \cdot N = \frac{10 \cdot 44,81}{15 \cdot 35,59} = 0,839$$

Dieser Wert bedeutet im vorliegenden Falle zugleich das endgültige $\frac{d}{x_I}$, weil in Spalte 0,83 und

0,85 der Hilfstabelle B das endgültige $\frac{d}{x_I}$ mit

dem ersten $\frac{d}{x}$ genau übereinstimmt; im übrigen ist

die Mittelzeile maßgebend, weil das rund 14,96 betragende IV_{II} daselbst dem obigen Wert $IV_{II} = 14,87$ sehr nahekommt. folglich:

$$\frac{h_1}{h_{II}} = 1,013 - \frac{3}{1000} \cdot \frac{9}{20} = 1,012 \text{ und}$$

$$h_1 = 35,59 \cdot 1,012 = 36,02 \approx 36 \text{ cm}$$

$$n_3 = 0,9802 + \frac{49 - 2}{10\,000} \cdot \frac{9}{20} = 0,9823$$

$$n_4 = 1,0053 - \frac{53 - 45}{10\,000} \cdot \frac{9}{20} = 1,0049$$

Nach Gl. (44) ist

$$v_I = \frac{v_{II}}{n_3} = \frac{29,81}{0,9823} = 30,34.$$

Dem kommt in Tabelle I am nächsten:

$$v = 30,3 \text{ mit Wert I} = 0,546 \text{ u. Wert III} = 0,8896.$$

Daher: Nach Gl. (33)

$$f_c = h_1 \cdot \text{Wert I} \cdot B = 36 \cdot 0,546 \cdot 1,5 = 29,48 \text{ cm}^2$$

$$\text{ferner ist: } z_{II} = h_1 \cdot \text{Wert III} \cdot n_4 = 36 \cdot 0,8896 \cdot 1,0049 = 32,18 \text{ cm.}$$

Zur Kontrolle beider Werte ist nach Gl. (36)

$$\sigma_c = \frac{M}{z_{II} \cdot f_c} \text{ zu setzen und man erhält aus}$$

$$\frac{912\,600}{32,18 \cdot 29,48} = 962 \approx 963 \text{ kg/qcm}$$

den Beweis der Richtigkeit. Dieser ergibt sich außerdem wiederum aus der Uebereinstimmung der hier ermittelten Werte h_1 , z_{II} und f_c mit den bereits aus Aufgabe 7 bekannten.

c) Berücksichtigung der im Stege auftretenden Druckspannungen.

Wird es in vereinzelt Fällen notwendig, auch die im Steg auftretenden Druckspannungen zu berücksichtigen, so ist leicht einzusehen, daß man zu einem für die Praxis genügend genauen Ergebnis gelangt, wenn für die Breite des Steges die Werte der Tabelle I unverändert übernommen werden, indem die von 1,0 abweichenden Reduktionszahlen n_3 bis n_6 nur für den übrigen Teil des Plattenbalkens, also für die eigentliche Platte $B - b_1$, in Ansatz kommen. Man kann daher schreiben:

$$(50) \quad n_3 \text{ bis } n_6 = \frac{b_1 \cdot 1,0 + (B - b_1) \cdot n_{3 \text{ bis } 6}}{B},$$

wobei es sich empfiehlt, den ganzen Ausdruck um b_1 zu kürzen. Ist z. B. $b_1 = 0,25 \text{ m}$ und $B = 1,25 \text{ m}$, so folgt

$$\frac{b_1}{B} = \frac{0,25}{1,50} = \frac{1}{6} \quad \text{und} \quad \frac{B - b_1}{B} = \frac{6 - 1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{und daraus } n_3 \text{ bis } n_6 = \frac{1,0 + 5 \cdot n_{3 \text{ bis } 6}}{6}$$

$$\text{Bei } v = 30, \frac{d}{x_1} = 0,55 \text{ und } \frac{b_1}{B} = \frac{1}{6} \text{ ist daher}$$

$$n_3 = \frac{1,0 + 5 \cdot 0,8315}{6} = 0,8596$$

$$n_4 = \frac{1,0 + 5 \cdot 1,033}{6} = 1,0275$$

$$n_6 = \frac{1,0 + 5 \cdot 0,8589}{6} = 0,8824 \text{ und}$$

$$v_{II} = 30 \cdot 0,8596 = 25,788$$