I. Ebene Decken aus Eisenbeton.

Die Tabelle I enthält für verschiedene Werte von $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = v = \frac{\text{mittlerer Eisenzugspannung}}{\text{größte Betondruckspannung}}$ und $b = 100$ cm

die zugehörigen Werte $\frac{f_e}{h-a}$, $\frac{x}{h-a}$, $\frac{h-a-\frac{x}{3}}{h-a}$,

sowie die Widerstandsmomente W_b, bezogen auf $\sigma_b = 1{,}0$ kg/qcm Kantendruckspannung des Betonkörpers, und die Widerstandsmomente W_e, bezogen auf $\sigma_e = 1{,}0$ kg/qcm mittlere Zugspannung des Eisenquerschnittes und zwar **für die Höhe $h-a=h_1$ als Einheit, also für $h_1 = 1{,}0$ cm.** Entsprechend den ministeriellen Bestimmungen vom 24. 5. 07. § 15 Ziffer 1 und 2 ist das Elastizitätsmaß des Eisens zu dem Fünfzehnfachen von dem des Betons angenommen; die Spannungen im Querschnitt sind unter der Annahme ermittelt, daß sich die Ausdehnungen wie die Abstände von der Nullinie verhalten und daß die Eiseneinlagen sämtliche Zugkräfte allein aufzunehmen haben, resp. die Zugfestigkeit des Betonkörpers unberücksichtigt bleibt.

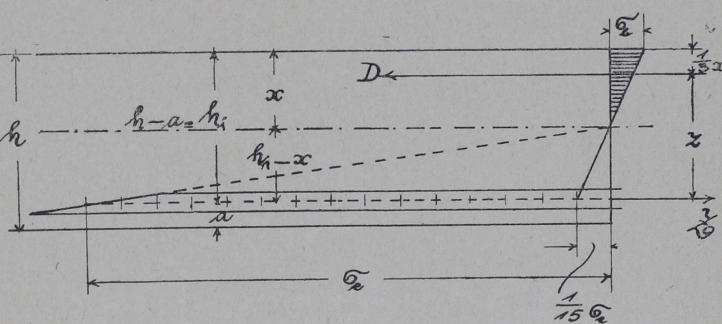

Fig. 1.

Wie die Skizze 1 veranschaulicht, verhält sich dann $\frac{1}{15}\sigma_e : \sigma_b = h_1 - x : x$ und, da $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = v$,

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 15 \cdot \frac{h_1 - x}{x} = v$$

$$v = \frac{15\,h_1}{x} - \frac{15\,x}{x} = \frac{15\,h_1}{x} - 15$$

$$\textbf{(1)} \qquad v + 15 = \frac{15}{x} \cdot h_1 \text{ und } x = \frac{15}{v+15} \cdot h_1$$

$$\textbf{(2)} \qquad \frac{x}{h_1} = \frac{15}{v+15} = \textbf{Wert II in der Tabelle.}$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung, daß die Summe aller an einem Querschnitt angreifenden Horizontalkräfte = Null sein muß, folgt, da nur die beiden Horizontalkräfte D und Z vorhanden sind, daß diese gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sein müssen.

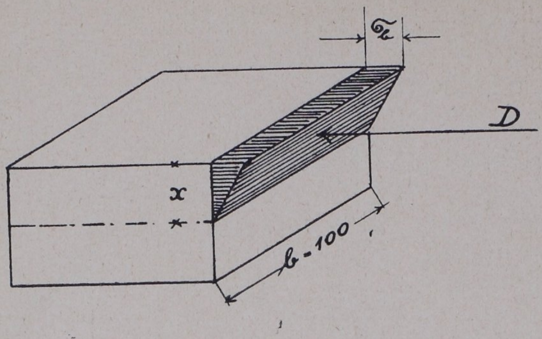

Fig. 2.

$D =$ Volumen des Druckkörpers

$$D = \frac{x \cdot \sigma_b}{2} \cdot b = \sigma_b \cdot \frac{100\,x}{2} = \sigma_b \cdot 50\,x.$$

Es ist also:

$$\sigma_b \cdot 50\,x = D = Z = \sigma_e\,f_e$$

$$\sigma_e = \sigma_b \cdot \frac{50x}{f_e}$$

(3) $$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{50x}{f_e} = \frac{100\,x}{2f_e} = v$$

$$f_e = \frac{50}{v} \cdot x = \frac{100\,x}{2\,v}$$ oder nach Gl. (1).

(4) $$f_e = \frac{50}{v} \cdot \frac{15}{v+15} \cdot h_1 = \frac{750}{v+15} \cdot \frac{h_1}{v}$$

(5) $$\frac{f_e}{h_1} = \frac{750}{(v+15) \cdot v} = \frac{50}{v}$$ mal Wert II

= Wert I in der Tabelle.

Der Hebelarm des inneren Kräftepaares $D = Z$ soll die Bezeichnung z erhalten. Er ergibt sich aus dem Abstande der Schwerachsen dieser Kräfte, mithin:

$$z = h_1 - {}^1/_3\,x$$

Die Gleichung (1) eingesetzt gibt:

$$z = h_1 - {}^1/_3\,\frac{15}{v+15} \cdot h_1$$ folglich:

$$z = h_1 - \frac{5}{v+15} \cdot h_1 = h_1 \,.\left(1 - \frac{5}{v+15}\right)$$

(6) $$z = h_1 \,.\, \frac{v+10}{v+15}.$$

(7) $$\frac{z}{h_1} = \frac{v+10}{v+15}$$ **= Wert III in der Tabelle.**

Bei $\sigma_e = 1{,}0$ kg/qcm Kantenpressung des Betons ist:

$$D = x \,.\, \frac{\sigma_b}{2}\; b = x \,.\, \frac{1{,}0}{2} \,.\, 100 = 50\,x$$

folglich: $W_b = D \,.\, z = 50 \,.\, x \,.\, z$

oder nach Einsetzung der Gleichungen (1) u. (6)

$$W_b = 50 \,.\, \frac{15}{v+15} \,.\, h_1 \,.\, h_1 \,.\, \frac{v+10}{v+15}$$

(8) $$W_b = 750 \,.\, h_1^2 \,.\, \frac{v+10}{(v+15)^2}$$

(9) $$\frac{W_b}{h_1^2} = 750 \,.\, \frac{v+10}{(v+15)^2} =$$

50 mal Wert II mal Wert III

= Wert IV in der Tabelle.

Bei $\sigma_e = 1{,}0$ kg/qcm mittlerer Zugspannung des Eisenquerschnittes wird:

$$Z = 1{,}0 \,.\, f_e$$ folglich:

$$W_e = Z \,.\, z = 1{,}0 \,.\, f_e \,.\, z$$

oder nach Einsetzung der Gleichungen (4) und (6)

$$W_e = \frac{750}{v+15} \cdot \frac{h_1}{v} \cdot \frac{v+10}{v+15} \cdot h_1$$

(10) $W_e = 750 \,.\, h_1^2 \,.\, \frac{v+10}{(v+15)^2} \,.\, \frac{1}{v}$

= gewähltem Eisenquerschnitt mal h_1 mal Wert III

(11) $\frac{W_e}{h_1^2} = 750 \,.\, \frac{v+10}{(v+15)^2} \,.\, \frac{1}{v} = \frac{W_b}{h_1^2} \,.\, \frac{1}{v}$

= Wert I mal Wert III **= Wert V in der Tabelle.**

Es ist allgemein $M = k \,.\, W$. An die Stelle von k treten die hier gewählten Bezeichnungen σ_b bezw. σ_e und an die Stelle von W die Bezeichnungen W_b und W_e.

Daher:

$$M = W_b \,.\, \sigma_b = W_e \,.\, \sigma_e$$

(12) $M = \text{Wert IV } h_1^2 \,.\, \sigma_b = \text{Wert V } h_1^2 \,.\, \sigma_e$

Hieraus ergeben sich die nachstehenden Gleichungen (13)—(18):

(13) $\sigma_b = \frac{M}{W_b} = \frac{M}{h_1^2} \,.\, \frac{1}{\text{Wert IV}} = \frac{\sigma_e}{v}$

(14) $W_b = \frac{M}{\sigma_b} = W_e \,.\, \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = W_e \cdot v$

(15) $\sigma_e = \frac{M}{W_e} = \frac{M}{h_1^2} \,.\, \frac{1}{\text{Wert V}} = \sigma_b \cdot v$

(16) $W_e = \frac{M}{\sigma_e} = W_b \cdot \frac{1}{v}$

(17) $\text{Wert IV} = \frac{M}{h_1^2 \cdot \sigma_b}$ und $h_1 = \sqrt{\frac{M}{\sigma_b \cdot \text{Wert IV}}}$

(18) $\text{Wert V} = \frac{M}{h_1^2 \cdot \sigma_e}$ und $h_1 = \sqrt{\frac{M}{\sigma_e \cdot \text{Wert V}}}$

Für gleichmäßige Belastung ist:

$$M = \frac{p \cdot l^2 \cdot 100}{8 \text{ bezw. } 10} = k \cdot W$$

(Siehe Anmerkung auf Seite 14.)

und $l = \sqrt{\frac{0{,}08 \text{ bezw. } 0{,}10}{p} \cdot k \cdot W}$

und $p = \frac{0{,}08 \text{ bezw. } 0{,}10}{l^2} \cdot k \cdot W$

Daher nach Einsetzung von Gleichung (12)

(19) $l = h_1 \sqrt{\frac{0{,}08}{p} \cdot \sigma_b \cdot \text{Wert IV}}$

$= h_1 \sqrt{\frac{0{,}08}{p} \cdot \sigma_e \cdot \text{Wert V}}$

oder:

(19a) $l = h_1 \sqrt{\frac{0{,}1}{p} \cdot \sigma_b \cdot \text{Wert IV}}$

$= h_1 \sqrt{\frac{0{,}1}{p} \cdot \sigma_e \cdot \text{Wert V}}$

$$\textbf{(20)}\quad h_1 = \frac{l}{\sqrt{\frac{0{,}08}{p} \cdot \sigma_b \cdot \text{Wert IV}}} = \frac{l}{\sqrt{\frac{0{,}08}{p} \cdot \sigma_e \cdot \text{Wert V}}}$$

oder:

$$\textbf{(20a)}\quad h_1 = \frac{l}{\sqrt{\frac{0{,}1}{p} \cdot \sigma_b \cdot \text{Wert IV}}} = \frac{l}{\sqrt{\frac{0{,}1}{p} \cdot \sigma_e \cdot \text{Wert V}}}$$

und:

$$\textbf{(21)}\quad p = \frac{h_1^2}{l^2} \cdot 0{,}08 \cdot \sigma_b \cdot \text{Wert IV} = \frac{h_1^2}{l^2} \cdot 0{,}08 \cdot \sigma_e \cdot \text{Wert V}$$

oder:

$$\textbf{(21a)}\quad p = \frac{h_1^2}{l^2} \cdot 0{,}1 \cdot \sigma_b \cdot \text{Wert IV} = \frac{h_1^2}{l^2} \cdot 0{,}1 \cdot \sigma_e \cdot \text{Wert V}$$

nach Gl. (1), (14) und (3) ist also:

$$\textbf{(22)}\quad v = \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{W_b}{W_e} = \frac{100\,x}{2\,f_e}$$

v $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{W_b}{W_e}$	II $\frac{x}{h_1} = \frac{15}{v + 15}$	I $\frac{f_e}{h_1} = \frac{750}{(v + 15) \cdot v}$	III $\frac{z}{h_1} = \frac{v + 10}{v + 15}$	IV $\frac{W_b}{h_1^2} = 50 \cdot x \cdot z$ $= 50 \cdot \text{II} \cdot \text{III}$	V $\frac{W_e}{h_1^2} = f_e\,z$ $= \text{I} \cdot \text{III}$
20	$\frac{15}{35} = \frac{15}{20 + 15}$	$\frac{750}{35 \cdot 20}$	$\frac{30}{35} = \frac{20 + 10}{20 + 15}$	$\left\{ \begin{array}{l} 50 \cdot \frac{15}{35} \cdot \frac{30}{35} \\ = 750 \cdot \frac{30}{35^2} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{750}{35 \cdot 20} \cdot \frac{30}{35} \\ = \frac{750}{20} \cdot \frac{30}{35^2} \end{array} \right.$
21	$\frac{15}{36}$	$\frac{750}{36 \cdot 21}$	$\frac{31}{36}$	$750 \cdot \frac{31}{36^2}$	$\frac{750}{21} \cdot \frac{31}{36^2}$
22	$\frac{15}{37}$	$\frac{750}{37 \cdot 22}$	$\frac{32}{37}$	$750 \cdot \frac{32}{37^2}$	$\frac{750}{22} \cdot \frac{32}{37^2}$
22,3	$\frac{15}{37{,}3}$	$\frac{750}{37{,}3 \cdot 22{,}3}$	$\frac{32{,}3}{37{,}3}$	$750 \cdot \frac{32{,}3}{37{,}3^2}$	$\frac{750}{22{,}3} \cdot \frac{32{,}3}{37{,}3^2}$
22,5	$\frac{15}{37{,}5}$	$\frac{750}{37{,}5 \cdot 22{,}5}$	$\frac{32{,}5}{37{,}5}$	$750 \cdot \frac{32{,}5}{37{,}5^2}$	$\frac{750}{22{,}5} \cdot \frac{32{,}5}{37{,}5^2}$
22,7	$\frac{15}{37{,}7}$	$\frac{750}{37{,}7 \cdot 22{,}7}$	$\frac{32{,}7}{37{,}7}$	$750 \cdot \frac{32{,}7}{37{,}7^2}$	$\frac{750}{22{,}7} \cdot \frac{32{,}7}{37{,}7^2}$
23	$\frac{15}{38}$	$\frac{750}{38 \cdot 23}$	$\frac{33}{38}$	$750 \cdot \frac{33}{38^2}$	$\frac{750}{23} \cdot \frac{33}{38^2}$

Wie das vorstehende Berechnungsschema ergibt, sind die Werte in Spalte IV und V durch Einsetzen der echten Brüche für $\frac{x}{h_1}$, $\frac{f}{h_1}$ und $\frac{z}{h_1}$ berechnet und daher z. B. für V genauere Werte erzielt als etwa durch Multiplikation der immerhin abgerundeten Dezimalbrüche $\frac{f}{h_1}$ und $\frac{z}{h_1}$.

Die hier gewählte Reihenfolge der Werte II, I, III entspricht dem Gedankengange der vorstehenden Ableitung der Gleichungen. In der Tabelle selbst ist indessen die Spalte $\frac{f}{h_1}$ gleich neben Spalte v gerückt, weil häufig nicht von σ_e und σ_b ausgegangen wird, sondern von dem Verhältnis $\frac{f_e}{h_1}$ und zwar namentlich bei der Prüfung von Berechnungen. Wenn in solchen Fällen das ermittelte $\frac{f_e}{h_1}$ von den nächsten beiden Tabellenwerten verhältnismäßig sehr abweicht, empfiehlt es sich, den Wert W_e direkt zu bestimmen durch Multiplikation des verwendeten f_e mit z; denn letzteres erhöht sich von Zeile zu Zeile immer nur ganz unwesentlich und ist daher mit Hilfe der echten Brüche ohne Interpolation stets genau zu ermitteln.

Die Schubspannungen.

Wirkt auf einen an den Enden A und B unterstützten Balken eine Einzellast P, dann ist bekanntlich die lotrechte Quer- oder Schubkraft V links von P durchweg gleich A und rechts von P durchweg gleich B. (Siehe Fig. 5.) Von diesen lotrechten Schubkräften sind die wagerechten Schubkräfte abhängig.

Betrachtet man bei dem vorgenannten Belastungsfall an beliebiger Stelle eine Querschnittscheibe von der Längeneinheit $l_1 = 1{,}0$ cm, (Siehe Figur 3) so wirkt daran ein Kräftepaar V lotrecht und ein Kräftepaar S_{l_1} wagerecht. Die Summe aller dieser Kräfte ist somit = Null. Wenn diese im Gleichgewicht verharren sollen, muß außerdem noch die Bedingung erfüllt werden, daß die Momente aller Kräfte Null ergeben d. h. sich gegenseitig aufheben.

Für Schnittpunkt c_1 oder c_2 als Drehpunkt muß daher sein: $V \cdot 1{,}0 = S_{l_1} \cdot z$. Hieraus ergibt sich für die gewählte Längeneinheit die wagerechte Schubkraft

(23) $$S_{l_1} = \frac{V}{z}.$$

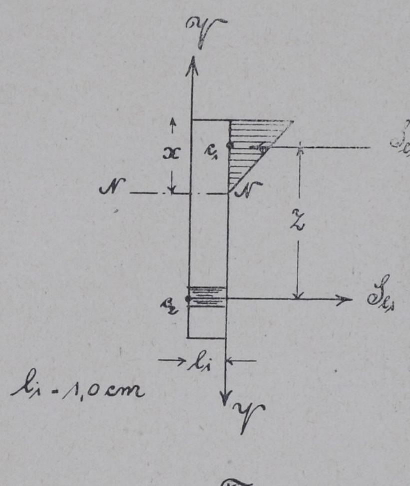

Fig 3.

An der Oberfläche der Druckzone ist diese Schubkraft Null, sie wächst bis zur Nullachse zu dem ermittelten Wert $\frac{V}{z}$ an und behält diesen — bei Eisenbetonplatten — bis zur Mantelfläche der Eiseneinlagen bei. Denkt man sich nun eine Querschnittscheibe, deren Länge nur den Bruchteil eines Millimeters ausmacht, so sieht man aus der Richtung der erwähnten Kräftepaare, daß diese das Bestreben haben, die Betonmasse sowohl lotrecht als auch wagerecht von einander zu scheeren und zwar lotrecht auflagerseitig aufwärts und lastseitig abwärts,

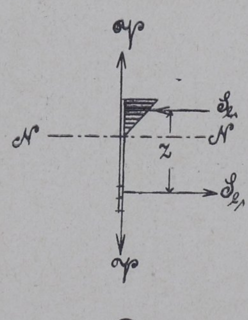

Fig.4.

wagerecht derart, daß sich die Druckzone in Höhe der Nullachse (oder auch in einer tieferen Lage) in der Richtung nach dem Auflager gegen die Eiseneinlage und die ihn umhüllende Betonmasse (letztere höchstens bis zur Nullachse) verschieben will. Durch die zwischen Eisen und Beton bestehende Haftkraft wird dabei bis zu einem gewissen Grade verhindert, daß das Eisen an dem ihn umschließenden Beton entlang gleitet, d. h. aus diesem herausgerissen wird.

Nach § 16 Ziffer 5 der Bestimmungen vom 24. 5. 07 darf die Schubspannung des Betons das Maß von 4,5 kg/qcm im allgemeinen nicht überschreiten und nach Ziffer 6 daselbst die Haftspannung wiederum nicht diese Schubspannung. Bei der Querschnittbreite b entfallen auf die Längeneinheit $1{,}0 \cdot b = b$ qcm wagrechte Scheerfläche und es entsteht daher nach Gl. (23) eine wagerechte Schubspannung

(24) $$\tau_0 = \frac{S_{I_1}}{b} = \frac{\mathfrak{V}}{zb} \leqq 4{,}5 \text{ kg/qcm},$$

[vergl. hierzu Gl. (24a)]

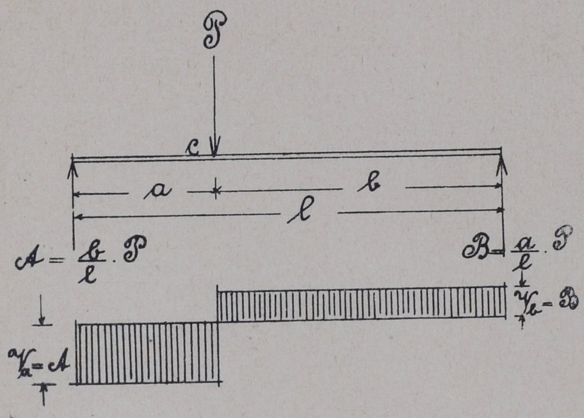

Fig. 5.

ferner an der Mantelfläche der Eiseneinlagen eine wagerechte Haftspannung:

(25) $$\tau_1 = \frac{S_{I_1}}{u} = \frac{\mathfrak{V}}{zu} \leqq 4{,}5 \text{ kg/qcm},$$

[vergl. hierzu Gl. (25a)]

wobei u die Mantelfläche für die gewählte Einheit der Stablänge innerhalb der Querschnittbreite b bedeutet.

Im nebenstehenden Belastungsfalle ist

$$A = \frac{b}{l} \cdot P = \mathfrak{V}_a.$$

$$B = \frac{a}{l} \cdot P = \mathfrak{V}_b,$$ folglich nach Gl. (23

die wagerechte Schubspannung pro Längeneinheit

(26)
$$S_{I_{1a}} = \frac{\mathfrak{V}_a}{z} = \frac{b}{l} \cdot P \cdot \frac{1}{z} \text{ auf Strecke } \overline{a}$$
$$S_{I_{1b}} = \frac{\mathfrak{V}_b}{z} = \frac{a}{l} \cdot P \cdot \frac{1}{z} \text{ auf Strecke } \overline{b}$$

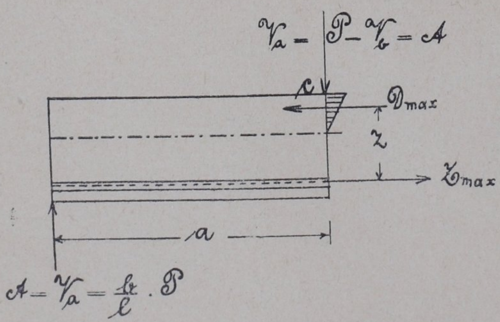

Fig. 6.

Die Summe aller auf der Strecke $\overline{a}$ auftretenden wagerechten Schubkräfte hat nun offenbar zu verhindern, daß durch die im Laststellenquerschnitt c angreifenden größten wagerechten inneren Kräfte $D_{max} = Z_{max}$, die Betonmasse in der vorbesprochenen Weise gegen einander verschoben wird.

Dies zu verhindern ist aber nur möglich, wenn die Summe aller in Strecke $\overline{a}$ auftretenden wagerechten Schubkräfte zu dem Wert $D_{max} = Z_{max}$ anwächst.

(24) $$\tau_0 = \frac{\mathfrak{V}}{z \cdot b} \leqq \begin{cases} 4{,}5 \text{ kg/qcm bei Beton} \\ 2{,}5 \text{ oder } \tau_x = 2{,}5 \cdot \frac{k_s}{225} \leqq 4{,}5 \text{ kg/qcm b. Deckenstein.} \end{cases}$$

Wird diese Summe mit S_a bezeichnet, so ist nach Gl. (26)

$$S_a = \frac{V_a}{z} \cdot a = \frac{b}{l} \cdot P \cdot \frac{a}{z}.$$

Innerhalb der Strecke b muß die Summe S_b der wagerechten Schubkräfte die im Endquerschnitt c in der entgegengesetzten Richtung angreifenden Kräfte $D_{max} = Z_{max}$ ebenfalls in der angegebenen Weise aufheben und folglich den gleichen Wert wie diese erlangen. Hieraus ergibt sich zugleich, daß S_b auch gleich S_a sein muß.

Nach Gl. (26) ist

$$S_b = \frac{V_b}{z} \cdot b = \frac{a}{l} \cdot P \cdot \frac{b}{z} = S_a \text{ (siehe oben).}$$

Ein zweiter und zwar einfacherer Beweis ergibt sich aus der Betrachtung der lotrechten Schubkräfte. Nach Figur 5 ist deren Fläche auf Strecke $\overline{a}$ gleich derjenigen auf Strecke $\overline{b}$ und daraus folgt, daß auch die von den lotrechten Schubkräften abhängigen wagerechten Schubkräfte gleich sein müssen.

Die Fläche der lotrechten Schubkräfte beträgt auf

$$\underbrace{\overset{\text{Strecke } \overline{a}}{A \cdot a = \frac{b}{l} \cdot P \cdot a;} \qquad \overset{\text{Strecke } \overline{b}}{B \cdot b = \frac{a}{l} \cdot P \cdot b}}$$

also auf beiden Strecken

$$= \frac{P \cdot a \cdot b}{l}$$

Die Bedingung $S_b = S_a$ ist sonach erfüllt.

Es bleibt nun noch nachzuweisen, daß dieser Summenwert auch wirklich

$$= D_{max} = Z_{max} \text{ ist.}$$

Dieses wagerechte Kräftepaar $Z_{max} = D_{max}$ muß mit seinem Hebelarm z dem lotrechten äußeren Kräftepaar V_a mit seinem Hebelarm a das Gleichgewicht halten (Siehe Fig. 6), folglich

$$D_{max} \cdot z = A \cdot a = \frac{b}{l} \cdot P \cdot a \text{ und}$$

$$D_{max} = \frac{b}{l} \cdot P \cdot \frac{a}{z} = Z_{max}.$$ Da auch dieser Wert mit dem oben für S_a und S_b nachgewiesenen übereinstimmt, sind alle vier Werte untereinander gleich und es ist somit unter sämtlichen inneren Kräften Gleichgewicht vorhanden..

Für die erwähnte lotrechte Querkraft kommt die gesamte Querschnittfläche h · b als Scheerfläche zur Geltung, folglich

(27) $$\tau = \frac{V_{max}}{b \cdot h} \leqq 4{,}5 \text{ kg/qcm}$$

(27) $$\tau = \frac{V}{b \cdot h} \leqq \begin{cases} 4{,}5 \text{ kg/qcm bei Beton} \\ 2{,}5 \text{ oder } \tau_x = 2{,}5 \cdot \frac{k_s}{225} \leqq 4{,}5 \text{ kg/qcm b. Deckenstein.} \end{cases}$$

Bei **gleichmäßiger Belastung** ist die lotrechte Querkraft in halber Balkenlänge gleich Null und erreicht linear anwachsend an den Auflagern ihren größten Wert:

$$\mathfrak{V}_{max} = A = B = \frac{P}{2}.$$

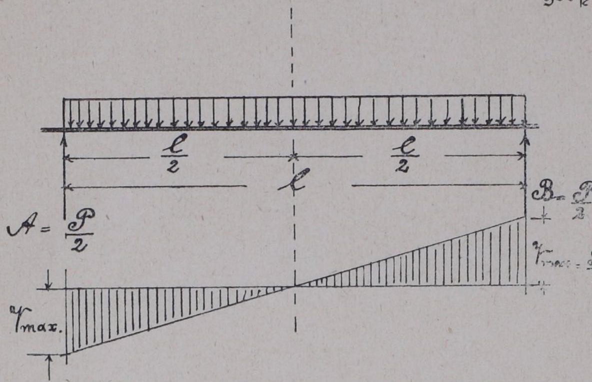

Fig. 7.

Konnte bei der Einzellast die sich gleichbleibende größte wagerechte Schubkraft durch Betrachtung einer beliebigen Querschnittscheibe zwischen Last und nächstem Auflager ermittelt werden, so kann dies hier nur unmittelbar an einem der beiden Auflager geschehen.

Streng genommen müßte die Länge dieser Endscheibe unendlich klein angenommen werden, weil sonst (bei 1 cm Einheitslänge) die Querkraft durch die auf dieser Strecke wirkende Belastung schon um ein Geringes vermindert wird. Da aber die zu wählende Scheibenlänge in jedem Falle zugleich Faktor der zugehörigen Scheerfläche ist, genügt es, von dem zu betrachtenden Querschnitt anzunehmen, daß die Stablänge ungewöhnlich g r o ß und die Einheitsbelastung sehr g e r i n g ist, so daß bei der gewählten Längeneinheit von 1 cm die Differenz zwischen $\mathfrak{V}_a$ und $\mathfrak{V}_{a1}$ für die Praxis verschwindet. (Figur 8).

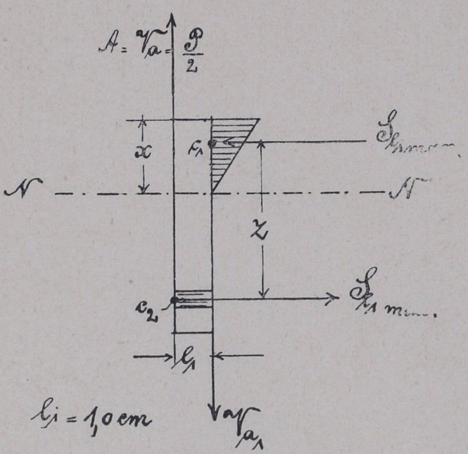

Fig. 8.

Dann ist nach Gl. (23)

$$S_{l_1 max} = \frac{\mathfrak{V}_{max}}{z} = \frac{P}{2} \cdot \frac{1}{z}$$ (nach Mitte Balken sich linear bis auf Null vermindernd). Die Gesamtschubkraft bis Balkenmitte ist daher

$$S_{l/2} = \frac{P}{2 \cdot z} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{Pl}{8z} = \mathfrak{V}_{max} \quad \frac{l}{4 \cdot z}$$

Dieser Wert muß nun wiederum den in Mitte Balken auftretenden Horizontalkräften $D_{max} = Z_{max}$ gleich sein.

(28) Aus $D_{max} \cdot z = \frac{P}{2} \cdot \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{4}\right) = \frac{P \cdot l}{8}$

$$= \mathfrak{V}_{max} \cdot \frac{l}{4}$$

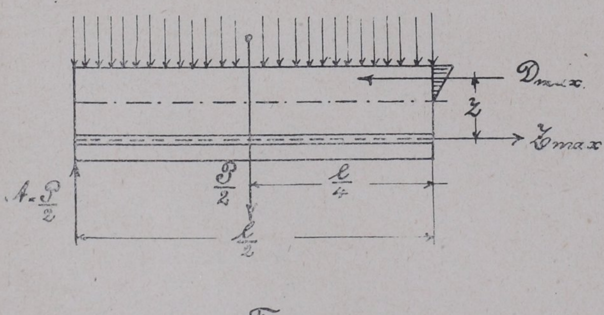

Fig. 9.

folgt $D_{max} = \frac{Pl}{8z} = S_{l/2}$, sodaß Gleichgewicht vorhanden ist.

Für den Fall sogenannter halber Einspannung darf laut Anmerkung auf Seite 14 das positive Maximalmoment zu $M = \frac{p\,l^2}{10}$ statt $\frac{p\,l^2}{8}$ angenommen werden.

Bei Untersuchung der wagerechten Schub- und Haftspannungen können daher die Faktoren l und $\mathfrak{V} = p\,\frac{l}{2}$ entsprechend herabgesetzt d. h. mit

$\sqrt{\frac{8}{10}} = \sqrt{0,8} = 0,894$ ihres Wertes eingeführt werden, indem angenommen wird, daß die Platte bei der vorausgesetzten Art der Auflagerung zugleich als scheitrechtes Gewölbe wirkt und als solches einen Lastanteil aufnimmt, der einem negativen Moment $\frac{pl^2}{8} - \frac{pl^2}{10} = \frac{pl^2}{40}$ entspricht, das an beiden Enden etwa durch einen unterhalb der Neutralachse angreifenden Kämpferdruck erzeugt wird.

Diese Reduzierung bedeutet also lediglich einen aus dem vorgeschriebenen Moment $\frac{pl^2}{10}$ zu folgernden Grenzwert.

Die **lotrechten** Scheerspannungen können durch einen solchen Kämpferdruck nicht vermindert werden, für sie bleibt daher die lotrechte Querkraft V maßgebend. Diese verringert sich zwar auf das entsprechende Maß überall da, wo die halbe Flanschbreite der Auflagerträger den Wert $l \cdot \frac{1,0 - 0,894}{2} = 0,053\ l$ erreicht und foglich die Platte bis zum Wendepunkt der Momente unterstützt ist; indessen ist dies im allgemeinen nur bei solchen Decken der Fall, die von weit freitragenden Trägern mit mäßiger Teilungsweite aufgenommen werden. Für gewöhnlich beträgt die halbe Flanschbreite $^3/_5$ bis $^3/_4$ von 0,053 l.

In den Gl. (24) und (25) wäre daher die linke Seite mit 0,894 zu multiplizieren oder die rechte Seite durch 0,894 zu dividieren. Geschieht letzteres, so ist statt $\leqq 4,5$ zu setzen $\leqq \frac{4,5}{0,894}$

$$\sim\ \leqq 5 \text{ kg/qcm}.$$

Man erhält daher die Nebengleichungen

$$\textbf{(24a)} \quad \tau_0 = \frac{0,894\ V}{z \cdot b} \leqq 4,5 \text{ kg/qcm}.$$

Wenn statt der wirklichen Spannung lediglich festgestellt werden soll, ob die zulässige Grenzspannung nicht überschritten wird, so muß folgende Bedingung erfüllt werden

$$\frac{V}{z \cdot b} \leqq \begin{cases} 5 \text{ kg/qcm bei Beton} \\ 2,8 \text{ bis } \frac{\tau_x}{0,894} \leqq 5 \text{ kg/qcm bei Deckensteinen.} \end{cases}$$

$$\textbf{(25a)} \quad \tau_1 = \frac{0,894\ V}{z \cdot u} \leqq 4,5 \text{ kg/qcm}$$

oder wie vor

$$\frac{V}{z \cdot u} \leqq 5 \text{ kg/qcm}.$$

Für Eiseneinlagen von **rundem** Querschnitt ist:

$$u = d\pi \text{ und } f = \frac{d^2\pi}{4}, \text{ folglich } \frac{u}{f} = \frac{d\pi 4}{d^2\pi} = \frac{4}{d} \text{ und}$$

$$u = \frac{4}{d} f \text{ bezw. } f = \frac{d}{4} u$$

$$\textbf{(24a)} \quad \tau_0 = \frac{0,894 \cdot V}{z \cdot b} \leqq \begin{cases} 4,5 \text{ kg/qcm bei Beton} \\ 2,5 \text{ od. } \tau_x = 2,5 \cdot \frac{k_s}{225} \leqq 4,5 \text{ kg/qcm b. Deckenst.} \end{cases}$$

Nach Gleichung (28) und (3) ist

$$Z_{max} \cdot z = \mathfrak{V}_{max} \cdot \frac{l}{4} = \sigma_e \, f_e \, z.$$ Für f_e den Ausdruck $\frac{d\,u}{4}$ eingesetzt, gibt

$$\frac{\mathfrak{V}\, l}{} = \sigma_e \frac{d\,u}{4} \cdot z \text{ und } \mathfrak{V} = \frac{\sigma_e\, d\, u\, z}{l}.$$

Diesen Wert in Gl. (25) und (25a) eingesetzt, gibt:

$$\tau_1 = \frac{\sigma_e\, d\, u\, z}{l\, u\, z} \leqq 4{,}5 \text{ bezw. } 5 \text{ kg/qcm.}$$

Folglich

(29) $$d \leqq \frac{4{,}5\, l}{\sigma_e}$$

(29a) $$d \leqq \frac{4{,}5\, l \cdot 0{,}894}{\sigma_e} \leqq \frac{4\, l}{\sigma_e}$$

(30) $$l \geqq \frac{d\, \sigma_e}{4{,}5}$$

(30a) $$l \geqq \frac{d\, \sigma_e}{4}$$

Für d erhält man noch einen zweiten Wert durch Einsetzen von $\frac{4\,f}{d} = u$ in Gl. (25) und (25a); denn aus $\tau_1 = \frac{\mathfrak{V} \cdot d}{4\, f\, z} \leqq 4{,}5$ bezw. 5 ergibt sich

(31) $$d \leqq \frac{4{,}5 \cdot 4\, f\, z}{\mathfrak{V}} \leqq \frac{18\, f\, z}{\mathfrak{V}} \leqq \frac{36\, f\, z}{P}$$

(31a) $$d \leqq \frac{5 \cdot 4\, f\, z}{\mathfrak{V}} \leqq \frac{20\, f\, z}{\mathfrak{V}} \leqq \frac{40\, f\, z}{P}.$$

Werden die Gl. (29) bis (31a) nicht erfüllt, sollen also stärkere Eiseneinlagen verwendet werden, dann müssen diese an den Enden nach oben umgebogen werden.

Die Teilungsweite e der Eiseneinlagen verhält sich zu deren Einzelquerschnitt q wie die Einheitsbreite b zu ihrem Gesamteisenquerschnitt f_e, also

$$\frac{e}{q} = \frac{b}{f_e} \text{ und}$$

(32) $$e = \frac{b}{f_e} \cdot q = \frac{100}{f_e} \cdot q$$

(Siehe hierzu das Zahlenbeispiel in Aufgabe 1).

Anmerkung.

Laut Ministerialerlaß vom 6. 5. 04. III B 2790 dürfen Decken aus Ziegelsteinen mit Eiseneinlagen, sofern sie beiderseits auf den unteren Flanschen eiserner Träger aufruhen und dicht an die Stege dieser Träger anschließen, als halb eingespannt angesehen, also nach der Formel

$$M = \frac{p \cdot l^2}{10} \text{ berechnet werden.}$$

Für den Dienstbereich der Berliner Baupolizei ist vom Herrn Polizei-Präsidenten noch folgendes bestimmt worden:

1. Durch Verfügung vom 3. 10. 05: Eisenbetonplatten, deren beide Enden durch geeignete Ausbildung an der freien Aufbiegung behindert sind, dürfen mit einem Moment von $\frac{p \cdot l^2}{10}$ in der Mitte, wie die Steinplatten mit Eiseneinlagen, (Erlaß vom 6. 5. 04) berechnet werden.

2. Durch Verfügung vom 26. 3. 07: Das Biegungsmoment in Feldmitte darf bei Eisenbetondecken mit gleichmäßig verteilter Last auch dann mit $\frac{p\,l^2}{10}$ in Rechnung gestellt werden, wenn die Deckenenden mit einer Auflagerlänge gleich der Deckenstärke, mindestens aber 7 cm in das Mauerwerk bei mindestens eingeschossiger Uebermauerung eingreifen und satt einbinden.

Beispiele.*)

Es sind Betondecken für 500 kg/qm Gesamtlast zu berechnen. Bei den ersten Aufgaben soll eine Betonmischung 1 : 4 verwendet werden, die laut amtl. Druckzeugnis 214 kg/qcm Bruchfestigkeit hat. Die nach §16 Ziffer 1 der Bestimmungen vom 24.5.07 zulässigen größten Beanspruchungen sollen voll ausgenutzt werden, also $\sigma_b = \frac{214}{6} = 35{,}7$ kg/qcm und $\sigma_e = 1000$ kg/qcm, sofern sich nicht infolge **begrenzter Plattenhöhe h** eine **geringere Zugspannung** d. h. ein **größerer** Eisenquerschnitt empfiehlt.

Aufgabe 1.

Gegeben: σ_b, σ_e, h *und* p.

Gesucht: f_e, l *bezw.* M_{max}, τ, τ_0, τ_1.

Wie groß darf nach vorstehenden Annahmen die Stützweite l für die nach § 14 Ziffer 8 der Bestimmungen zulässige geringste Deckenstärke von 8 cm sein, wenn a = 1,5 cm ist?

Es sind ferner die Schubspannungen zu untersuchen.

$$v = \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{35{,}7} = 28.$$

$$h_1 = h - a = 8 - 1{,}5 = 6{,}5 \text{ cm},$$

*) **Es empfiehlt sich, zuerst die Aufgaben 10, 11 und 12 durchzusehen.**

Zu Wert 28 in Spalte v der Tabelle I erhält man auf derselben Zeile:

Wert I = 0,623 und $f_e = 6{,}5 \cdot 0{,}623 = 4{,}05$ cm²
„ II = 15/43 „ $x = 6{,}5 \cdot 15/43 = 2{,}27$ cm
„ III = 0,8837 „ $z = 6{,}5 \cdot 0{,}8837 = 5{,}74$ cm
„ IV = 15,414 „ V = 0,5505.

Nach Gl. (19) ist:

$$l = h_1 \sqrt{\frac{0{,}08}{p} \cdot \sigma_b \cdot \text{Wert IV}} = h_1 \cdot \sqrt{\frac{0{,}08}{p} \sigma_e \cdot \text{Wert V}}$$

$$l = 6{,}5 \cdot \sqrt{\frac{0{,}08}{500} \cdot 1000 \cdot \sim 0{,}55} = 6{,}5 \sqrt{0{,}088}$$

$$l = 6{,}5 \cdot 0{,}297 = 1{,}93 \text{ m}$$

$$\text{und } M = \frac{1{,}93^2 \cdot 100 \cdot 500}{8} = \sim 23280 \text{ cm kg}$$

oder nach Gl. (12).

$$M = \text{Wert IV} \cdot h_1^2 \cdot \sigma_b = \text{Wert V} \cdot h_1^2 \cdot \sigma_e$$

$$M = 15{,}414 \cdot 6{,}5^2 \cdot 35{,}7 = 0{,}5505 \cdot 6{,}5^2 \,.\, 1000 = \sim 23250 \text{ cm kg}$$

$$V_{max} = \frac{P}{2} = \frac{1{,}93 \cdot 500}{2} = 483 \text{ kg.}$$

Schubspannungen:

a) lotrecht nach Gl. (27)

$$\tau = \frac{V}{bh} = \frac{483}{100 \cdot 8} = 0{,}6 \text{ kg/qcm}$$

b) wagerecht nach Gl. (24)

$$\tau_0 = \frac{V}{z \cdot b} = \frac{483}{5{,}74 \cdot 100} = 0{,}84 \text{ kg/qcm}$$

Wenn die Eiseneinlagen an den Enden nicht nach oben umgebogen werden sollen, darf nach Gl. (29) ihr Durchmesser höchstens betragen:

$$d \leqq \frac{4{,}5\, l}{\sigma_e} \leqq \frac{4{,}5 \cdot 193}{1000} = 0{,}87 \text{ cm.}$$

Die Teilungsweite der Eiseneinlagen ermittelt sich nach Gl. (32) zu $e = \frac{100}{f_e} \,.\, q = \frac{100}{4{,}05} \cdot q$

Bei	d in cm	mit	q in cm₂	wird daher	e in cm
	0,6		0,283	mal $\frac{100}{4{,}05}$ =	7
	0,7		0,385		9,5
	0,8		0,503		12,4
Aufzubiegen!	0,9		0,636		15,7
desgl.	1,0		0,785		19,4

Handelt es sich um Balken, die als **halb eingespannt** anzusehen sind (Siehe Anmerkung), so ist nach Gl. (19a)

$$l = h_1 \cdot \sqrt{\frac{0{,}1}{500} \cdot 1000 \sim 0{,}55} = 6{,}5 \sqrt{0{,}11}$$

$$l = 6{,}5 \cdot 0{,}332 = 2{,}16 \text{ m usw.}$$

$$\mathfrak{V} = \frac{2{,}16}{2} \cdot 500 = 540 \text{ kg.}$$

Nach Gl. (27) ist

$$\tau = \frac{\mathfrak{V}}{b \cdot h} = \frac{540}{100 \cdot 8} = 0{,}675 \text{ kg/qcm}$$

Nach Gl. (24a)

$$\tau_0 = \frac{0{,}894\,\mathfrak{V}}{z \cdot b} = \frac{0{,}894 \cdot 540}{5{,}74 \cdot 100} = 0{,}84 \text{ kg/qcm}$$

$$\left(\text{wie bei } \frac{p\,l^2}{8}\right)$$

Durchmesser der Eiseneinlagen nach Gl. (29a) höchstens:

$$d \leqq \frac{4\,l}{\sigma_e} \leqq \frac{4 \cdot 216}{1000} = 0{,}86 \text{ cm}$$

oder nach Gl. (31a)

$$d \leqq \frac{20\,f\,z}{\mathfrak{V}} \leqq \frac{20 \cdot 4{,}05 \cdot 5{,}74}{540} = 0{,}86 \text{ cm.}$$

Der geringe Unterschied zwischen 0,87 und 0,86 cm ist für die Praxis belanglos. Er ist darauf zurückzuführen, daß in den Gl. (29a) und (30a) statt des genauen Grenzwertes $0{,}894 \cdot 4{,}5 \leqq 4{,}023$ der bequemere und leichter zu behaltende a b g e r u n d e t e Wert $\leqq$ **4** eingeführt ist. Ebenso in Gl. (31a) der a b g e r u n d e t e bequemere Wert $\leqq$ **5** statt des genauen Grenzwertes $\frac{4{,}5}{0{,}894} = 5{,}034$.

Aufgabe 2.

Gegeben: σ_e, σ_b, p *und mehrere Stützweiten* l.

Gesucht: h_1 f_e x *und die zulässige Stärke* d *der Eiseneinlagen.*

Die Stützweiten l sollen unter den obigen Voraussetzungen 2,20, 2,50 und 2,70 m betragen, wie groß ist h_1 f_e x und d_{max} ohne Rücksicht auf etwaige Einspannung.

Nach Gl. (20) ist

$$h_1 = \frac{l}{\sqrt{\frac{0{,}08}{p} \cdot \sigma_b \, IV}} = \frac{l}{\sqrt{\frac{0{,}08}{p}\, \sigma_e \, . \, V}}$$

$$h_1 = \frac{l}{\sqrt{\frac{0{,}08}{500} \, . \, 1000 \, . \, 0{,}55}} = \frac{l}{0{,}297.}$$

Daher bei $l =$	2,2	2,5	2,7
h_1 in cm $= \frac{1}{0,297} \cdot \begin{cases} 2,2 = \\ 2,5 = \\ 2,7 = \end{cases}$	7,41	8,42	9,1
(Siehe auch am Schluß von Aufgabe 3)			
$f_e = h_1 \cdot$ Wert I $= h_1 \cdot 0,623$*)			
f_e in cm² $= 0,623 \cdot \begin{cases} 7,41 = \\ 8,42 = \\ 9,1 = \end{cases}$	4,62	5,25	5,67
$x = h_1 \cdot$ Wert II $= h_1 \cdot 15/43$*)			
x in cm $= 15/43 \cdot \begin{cases} 7,41 = \\ 8,42 = \\ 9,1 = \end{cases}$	2,58	2,94	3,18
nach Gl. (29)			
$d \leqq \frac{4,5}{1000} \cdot l_{cm} = 0,45\, l_{in\ m}$			
$d_{max\ in\ cm} = 0,45 \cdot \begin{cases} 2,2 = \\ 2,5 = \\ 2,7 = \end{cases}$	0,99	1,12	1,21

Wegen der Teilungsweite e der Eiseneinlagen siehe Gl. (32) und Aufgabe 1.

Die Untersuchung auf lotrechte und wagerechte Schubspannung ist nach den bei Aufgabe 1 gewonnenen Ergebnissen offenbar nicht notwendig.

Aufgabe 3.

Gegeben: σ_b *h, p und mehrere Stützweiten l.*

Gesucht: f_e *und* σ_e.

Aus Konstruktionsrücksichten müssen einige Deckenfelder von 2,20 m Stützweite die zulässige geringste Stärke von 8 cm erhalten, also h_1 wie bei Aufgabe 1 nur $8,0 - 1,5 = 6,5$ cm.

Ferner darf aus denselben Gründen bei 2,50 und 2,70 m Stützweite h_1 höchstens 8 cm betragen. Die Betonmischung soll jedoch die gleiche bleiben, also

$$\sigma_b \leqq 35,7 \text{ kg/qcm.}$$

Es sind danach die erforderlichen Eisenquerschnitte und die von diesen aufzunehmenden mittleren Zugspannungen σ_e zu bestimmen.

Nach Gl. (17) ist:

Wert IV =

$$\frac{M}{h_1^2 \cdot \sigma_b} = \frac{M}{6,5^2 \cdot 35,7} = \frac{M}{1508} \text{ bei } h_1 = 6,5 \text{ cm}$$

$$\text{bezw. } \frac{M}{8,0^2 \cdot 35,7} = \frac{M}{2285} \text{ bei } h_1 = 8 \text{ cm.}$$

*) Siehe Seite 16 oben.

l in m =	2,20	2,50	2,70	Hierfür nach Tabelle I:		
h_1 in cm =	6,5	8,0	8,0	v	IV	I
$M = \frac{100}{8}\ 500 . l^2 = 6250\ l^2$						
$M = 6250 . 2{,}2^2$	30250					
$2{,}5^2$		39060				
$2{,}7^2$			45560			
Wert IV = $\frac{30250}{1508}$ . .	20,06			16,3	20,13	1,47
(Sieh. vorig. Seite unten) $\frac{1}{2285} \cdot 39060$.		17,09		23	17,14	0,858
$\frac{1}{2285} \cdot 45560$.			19,94	16,7	19,93	1,42
h_1 . I						
erford. $f_e = 6{,}5 . 1{,}47$ . . .	9,56					
$8{,}0 . 0{,}858$ . .		6,86				
$8{,}0 . 1{,}42$ . .			11,36			
σ_b . v						
$\sigma_e = 35{,}7 . 16{,}3$ . .	582					
$35{,}7 . 23$ . . .		821				
$35{,}7 . 16{,}7$ . .			596			
Nach Gl. (29) $d \overset{=}{<} \frac{4{,}5 . l}{\sigma_e}$ in cm						
$d_{max} = 4{,}5 \cdot \frac{220}{582}$	1,7					
$4{,}5 \cdot \frac{250}{821}$		1,37				
$4{,}5 \cdot \frac{270}{596}$			2,04			

Wegen der Teilungsweite e der Eiseneinlagen siehe Gl. (32) und Aufgabe 1.

Hieraus geht hervor, daß man an **Deckenstärke sparen kann,** wenn man ohne Aenderung der Betonmischung die Eiseneinlagen vermehrt. Infolge der dadurch geringer werdenden Zugbeanspruchung des Eisens wird dieses dann zwar nicht in dem zulässigen Maße ausgenutzt, aber es treten innerhalb gewisser Grenzen von $\frac{f_e}{h_1}$ (die von den jeweiligen örtlichen Beton- und Eisenpreisen abhängig sind) gleichwohl Vorteile ein, die umsomehr ins Gewicht fallen, als, abgesehen von dem ersparten Betonmaterial, auch die Eigenlast der Konstruktion vermindert wird und dadurch zugleich alle diejenigen Bauteile, welche die Konstruktion aufzunehmen haben, entsprechend leichter werden (z. B. Träger, Unterzüge, Stützen, Pfeiler und Fundamente).

Anmerkung zu Aufgabe 2.

Da jetzt die Momente bekannt sind, kann h_1 auch nach Gl. (17) oder (18) **bestimmt werden. Nach letzterer ist:**

$$h_1 = \sqrt{\frac{M}{\sigma_e \cdot V}} = \sqrt{\frac{M}{1000 \cdot 0{,}5505}} = \sqrt{\frac{M}{\sim 551}}$$

$$h_1 = \sqrt{\frac{30\,250}{551}} = \sqrt{54{,}9} = 7{,}41 \text{ cm bei } l = 2{,}2 \text{ m}$$

$$h_1 = \sqrt{\frac{39\,060}{551}} = \sqrt{70{,}9} = 8{,}42 \text{ cm bei } l = 2{,}5 \text{ m}$$

$$h_1 = \sqrt{\frac{45\,560}{551}} = \sqrt{82{,}7} = 9{,}10 \text{ cm bei } l = 2{,}7 \text{ m}$$

Aufgabe 4.

Gegeben: h_1, f_e *und* σ_e.

Gesucht: M_{max} *und* σ_b.

Eine 8,5 cm starke Decke mit $h_1 = 7{,}0$ cm hat 3,78 qcm Eisenquerschnitt. Wie groß ist M_{max} bei voller Ausnutzung der zulässigen Eisenspannung und wie groß muß dann die Druckfestigkeit des Betons sein?

Wert I $= \frac{f_e}{h_1} = \frac{3{,}78}{7{,}0} = 0{,}54$, mithin

$$v = 30{,}5$$
$$z = 0{,}8901 \cdot 7 = 6{,}23 \text{ cm}$$
$$W_e = 0{,}4810 \cdot 7^2$$

Nach Gl. (12) und (10) ist

$$M = W_e \cdot \sigma_e = 0{,}481 \cdot 7^2 \,.\, 1000 = 23\,570 \text{ cmkg}$$

oder:

$$M = f_e \,.\, z \,.\, \sigma_e = 3{,}78 \,.\, 6{,}23 \,.\, 1000 = 23\,550 \quad \text{„}$$

Erforderliche Druckfestigkeit des Betons

$$\geqq \sigma_b \,.\, 6 \geqq \frac{\sigma_e}{v} \,.\, 6 \geqq \frac{1000 \,.\, 6}{30{,}5} \geqq 197 \text{ kg/qcm.}$$

Aufgabe 4a.

Gegeben: h_1, f_e, σ_b *und* l.

Gesucht: σ_e *und* p

(bei sog. halber Einspannung.)

Der zur vorgenannten Decke verwendete Beton hat aber statt 197 nur 165 kg/qcm Druckfestigkeit. Wie groß darf dann bei $l = 1{,}62$ m die gleichmäßige Belastung p sein und wie groß wird dabei σ_e, wenn halbe Einspannung vorausgesetzt wird?

$$\sigma_b = \frac{165}{6} = 27{,}5 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_e = \sigma_b \,.\, v = 27{,}5 \,.\, 30{,}5 = 839 \text{ kg/qcm}$$

bei $v = 30{,}5$ ist Wert IV $= 14{,}672$.

Nach Gl. (21a) ist $p = \frac{h_1^2}{l^2}\, 0{,}1 \,.\, \sigma_b \,.$ Wert IV

$$p = \frac{7^2}{1{,}62^2} \,.\, 0{,}1 \,.\, 27{,}5 \,.\, 14{,}672 = \sim 750 \text{ kg/qm}$$

Aufgabe 5.

Gegeben: l, p und h_1 (halbe Einspannung).
Gesucht: Verschiedene Querschnitte, und zwar für $\sigma_{b\,max}$, $\sigma_b = 30$ und 27 kg/qcm.

Für $l = 2{,}3$ m, $p = 1000$ kg/qm, $h = 11{,}5$ cm und $h_1 = 10$ cm sollen drei verschiedene Querschnitte gefunden werden und zwar

1) für die durch $\sigma_{e\,max} = 1000$ kg/qcm bedingte größte Druckspannung $\sigma_{b\,max}$, ferner für Beton von

2) $\sigma_b = \frac{180}{6} = 30$ kg/qcm zulässiger Druckbeanspruchung und

3) für eine solche von $\sigma_b = \frac{162}{6} = 27$ kg/qcm.

Es wird **halbe Einspannung** vorausgesetzt.

$$M = 2{,}3^2 \,.\, 100 \,.\, \frac{1000}{10} = 52\,900 \text{ cm kg}$$

Zu 1) $\sigma_{b\,max}$ ist abhängig von $\sigma_{e\,max} = 1000$ kg/qcm

Nach Gl. (18) ist Wert $V = \frac{M}{h_1^2 \,.\, \sigma_e}$

Für $\sigma_e = 1000$ wird daher

$$\text{Wert } V = \frac{52\,900}{10^2 \,.\, 1000} = 0{,}529.$$

Der nächsthöhere Wert in Spalte V der Tabelle I ist 0,5296 mit $v = 28{,}7$, Wert $I = 0{,}598$ und Wert $III = 0{,}8856$,

folglich $\sigma_{b\,max} = \frac{\sigma_e}{v} = \sim \frac{1000}{28{,}7} = \sim 35$ kg/qcm

$$f_e = h_1 \cdot I = 10 \cdot 0{,}598 = 5{,}98 \text{ cm}^2$$
$$z = h_1 \cdot III = 10 \cdot 0{,}8856 = 8{,}86 \text{ cm}$$

Für 2) und 3) ist:

$$\text{Wert IV} = \frac{M}{h_1^2 \cdot \sigma_b} = \frac{52900}{10^2 \cdot \sigma_b} = \frac{529}{\sigma_b}$$

Querschnitt zu:		1)	2)	3)	Hierfür zu 2) und 3) nach Tabelle I			
	$\sigma_b =$	35*)	30	27	v	IV	I	III
Wert IV =	$\frac{529}{30} =$		17,63		21,7	17,652	0,942	0,8638
	$\frac{529}{27} =$			19,59	17,3	19,625	1,342	0,8452
σ_e =	$\sigma_b \cdot v$	1000*)						
	$30 \cdot 21{,}7 =$		651					
	$27 \cdot 17{,}3 =$			467				
f_e in cm² =	$h_1 \cdot$ Wert I	5,98*)						
	$10 \cdot 0{,}942 =$		9,42					
	$10 \cdot 1{,}342 =$			13,42				
z =	$h_1 \cdot$ Wert III	8,86*)						
	$10 \cdot 0{,}8638 =$		8,64					
	$10 \cdot 0{,}8452 =$			8,45				

*) **Aus obiger Berechnung für $\sigma_{e\,max} = 1000$ kg/qcm erhalten.**

Dieser Vergleich bildet eine Ergänzung zu Aufgabe 3 und zeigt, daß man mit weniger festem Beton die gleiche Biegungsfestigkeit erlangen kann wie mit festerem, wenn ein größerer Eisenquerschnitt verwendet wird.

Schubspannungen:

$$\mathfrak{V} = \frac{2{,}3 \cdot 1000}{2} = 1150 \text{ kg}$$

Die lotrechte Schubspannung ist bei allen drei Decken gleich groß, weil b und h sich nicht ändern und zwar ist nach Gl. (27)

$$\tau = \frac{\mathfrak{V}}{b\,h} = \frac{1150}{100 \cdot 11{,}5} = 1{,}0 \text{ kg/qcm}$$

Nach Gl. (24 a) ist:

$\tau_0 = \frac{0{,}894\,\mathfrak{V}}{z \cdot b}$. Da z bei $\sigma_b = 27$, also beim **größten** Eisenquerschnitt, am **kleinsten ist**, wird hier die wagerechte Schubspannung am **größten** und zwar:

$$\tau_0 = \frac{0{,}894 \cdot 1150}{100 \cdot 8{,}45} = \sim 1{,}2 \text{ kg/qcm}$$

Nach Gl. (29a) ist:

$$d \overset{=}{<} \frac{4\,l}{\sigma_e}, \text{ folglich bei}$$

$$\text{Querschnitt 1)}\ d \leqq \frac{4 \cdot 230}{1000} \leqq 0{,}92 \text{ cm}$$

$$\text{Querschnitt 2)}\ d \leqq \frac{920}{651} \leqq 1{,}41 \text{ cm}$$

$$\text{Querschnitt 3)}\ d \leqq \frac{920}{467} \leqq 1{,}97 \text{ cm}$$

oder:

$$\text{nach Gl. (31 a)}\ d \leqq \frac{20\,f_e\,z}{\mathfrak{V}} \leqq \frac{20}{1150} \cdot f_e \cdot z \leqq \frac{f_e \cdot z}{57{,}5}$$

$$\text{Querschnitt 1)}\ d \leqq \frac{5{,}98 \cdot 8{,}86}{57{,}5} \leqq 0{,}92 \text{ cm}$$

$$\text{Querschnitt 2)}\ d \leqq \frac{9{,}42 \cdot 8{,}64}{57{,}5} \leqq 1{,}41 \text{ cm}$$

$$\text{Querschnitt 3)}\ d \leqq \frac{13{,}42 \cdot 8{,}45}{57{,}5} \leqq 1{,}97 \text{ cm}$$

(wie oben.)

Wegen der Teilungsweite der Eiseneinlagen siehe Gl. (32).