Liegt OB rechts von der Linie OA, so bedeutet dies, daß der sekundäre Strom gegen die sekundäre Spannung voreilt.

Die beiden Kreise schneiden sich im Punkte S, der im Gebiete der Phasenvoreilung des Stromes liegt. Für den diesem Punkte entsprechenden Wert der Phasenverschiebung ist der Spannungsabfall $= 0$; jenseits dieses Punktes übersteigt (bei wachsender Phasenverschiebung) die sekundäre Klemmenspannung die primäre, d. h. der Spannungsabfall wird negativ.

4. Rechnerische Untersuchung eines Transformators.

Die Durchführung der Experimente behufs Untersuchung eines Transformators ist einfach, solange genau geeichte Apparate in der erforderlichen Zahl und Größe zur Verfügung stehen; dies ist jedoch in der Praxis nicht immer der Fall; man sucht häufig mit den vorhandenen Meßinstrumenten ein Resultat zu erzielen und hegt alsdann den Wunsch, dieses Ergebnis, falls die Daten des Transformators zu ermitteln sind, rechnerisch zu kontrollieren. Häufig muß man sich auch mit der Rechnung[1]) allein zufrieden geben.

Es seien daher die Hauptformeln und weiter unten ein Beispiel zur rechnerischen Bestimmung eines Transformators im folgenden gegeben.

Es bezeichnen:

n_1 die Zahl der Windungen primär,
n_2 die Zahl der Windungen sekundär,
r_1 Widerstand der Wickelung primär,
r_2 Widerstand der Wickelung sekundär,
i_1 Stromstärke primär in Ampere,
i_2 Stromstärke sekundär in Ampere,
i_0 wattloser (Erreger-) Strom in Ampere,
$i_0 \cdot \sqrt{2}$ Maximalwert desselben,
i_e Wattkomponente des Leerlaufstromes (zur Deckung der Hysteresis- und Wirbelstromverluste und der Kupferverluste),
l_m mittlere magnetische Länge des Kraftlinienweges in cm,
H Maximalwert der magnetisierenden Kraft,
α Koeffizient der Hysteresis für Eisen (derselbe beträgt bei guten Eisenblechen etwa 0,0025 bis 0,0027, sonst etwa 0,0031 bis 0,0034),
μ Permeabilität des Eisens,
B Maximalwert der Kraftliniendichte pro cm^2,
N Maximalwert der Kraftlinienzahl,
E_{max} Maximalwert der in einer Wickelung induzierten EMK,
E den mittels Voltmeter bestimmten (effektiven) Mittelwert der EMK,
c die Periodenzahl,
$\omega = 2\pi c$ die Polwechselgeschwindigkeit,

[1]) Siehe hierüber auch Cl. P. Feldmann, Wechselstromtransformatoren.

Vol. das Volumen des Eisenkernes (ohne Isolation) in cm³,
l_g mittlere geometrische Länge desselben in cm,
Q den effektiven Eisenquerschnitt in cm²,
δ die Höhe einer Wickelung.

Es bestehen sodann unter Voraussetzung sinusförmigen Verlaufes der EMK folgende Relationen:

(8) . . . . . $E_{max} = n_1 . N . \omega$ (in CGS-Einheiten);

(9) . . . . . . $E = \dfrac{E_{max}}{\sqrt{2}} = \dfrac{n_1 . N . \omega . 10^{-8}}{\sqrt{2}}$ Volt.

Da ferner $\omega = 2\pi c$ und $B = \dfrac{N}{Q}$ ist, so resultiert für B:

(10) . . . . $B = \dfrac{2{,}25 . E . 10^8}{c . n_1 . Q}$.

Ferner besteht für H die Relation:

(11) . . . . . . $H = \dfrac{B}{\mu} = \dfrac{4\pi}{10} \cdot \dfrac{n_1 . (i_0 \sqrt{2})}{l_m}$.

Danach drückt sich der Effektivwert des Erregerstromes aus als:

(12) . . . . . $i_0 = \dfrac{0{,}8 . B . l_m}{\sqrt{2} . \mu . n_1} = 0{,}563 \dfrac{B . l_m}{\mu . n_1}$,

l_m ist von l_g etwas verschieden, da die Kraftliniendichte im Querschnitt des Eisens nicht überall gleich, vielmehr am inneren Umfang des Eisenringes — entsprechend dem kürzeren Kraftlinienwege — größer ist.

Fig. 136.

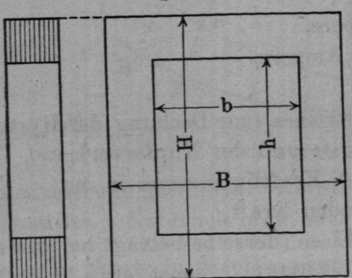
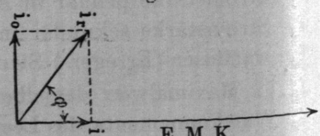


Fig. 137.



Bedeuten in der nebenstehenden Skizze (Fig. 136) eines Eisenkernes von rechteckigem Querschnitte B und b die äußere bzw. innere Breite, H und h die äußere bzw. innere Höhe, so ist

$$l_g = H + h + B + b,$$

und

(13) . . . . . $l_m = 2 \left(\dfrac{H - h}{log\,nat\,\dfrac{H}{h}} + \dfrac{B - b}{log\,nat\,\dfrac{B}{b}} \right)$.

Der Unterschied zwischen beiden Werten ist im allgemeinen nicht bedeutend und wird vielfach die mittlere geometrische Länge für die mittlere magnetische eingesetzt.

Die zweite Komponente des Leerlaufstromes, der sog. Wattstrom, dient zur Überwindung der Leerlaufsverluste durch Hysteresis, Wirbelströme und Kupferwiderstand; dieser letztere Teil ist gegenüber den beiden ersteren Teilen unbedeutend. Während der wattlose Strom in Phase um 90^0 gegen die erzeugte EMK verschoben ist, fällt der Wattstrom in die Richtung derselben (s. Fig. 137). Der Wattstrom stellt sich dar durch den Quotienten

$$(14) \quad \frac{\text{Leerlaufsverluste durch Eisen- und Kupferverluste}}{\text{EMK}}.$$

Die beiden Stromkomponenten setzen sich zusammen zum gesamten Leerlaufstrome (s. auch S. 355 u. f.).

$$(15) \quad i_r = \sqrt{i_0^2 + i_e^2}.$$

Der Eisenquerschnitt bestimmt sich aus

$$Q = \frac{\text{Vol.}}{l_g}$$

(sofern der Querschnitt des Joches derselbe wie der des Magnetkernes ist).

Der Hysteresisverlust ist nach Ch. P. Steinmetz:

$$(16) \quad E_{hyst} = \alpha \,.\, B^{1,6} \,.\, c \,.\, \text{Vol. } 10^{-7} \text{ Watt}$$ [s. auch S. 358 Formel (2)]

und der Wirbelstromverlust:

$$(17) \quad E_w = \left(\frac{\delta \,.\, c \,.\, B}{2{,}5 \,.\, 10^6}\right)^2 \cdot \text{Vol.} \quad \text{Watt.}$$

Dieser allgemeine theoretische Teil soll mit nachstehender Durchrechnung eines Transformators zum Abschlusse gebracht und sodann zu praktischen Beispielen für Transformatorenprüfungen übergegangen werden.

Beispiel für die rechnerische Untersuchung eines Transformators nach den Konstruktionsdaten unter Benutzung der oben abgeleiteten Formeln.

Der zu untersuchende Transformator von 20 KW Leistung wurde mir seinerzeit von einer französischen Gesellschaft zur Berechnung und Begutachtung überwiesen. Die Daten des Transformators sind folgende:

Äußere Breite $B = 490$ mm, innere Breite $b = 150$ mm.
Äußere Höhe $H = 830$ mm, innere Höhe $h = 490$ mm.
Zahl der primären Windungen $n_1 = 154$ (je 2 Spulen von 77 Windungen hintereinander; dies viermal parallel geschaltet; insgesamt 616 Windungen).
Zahl der sekundären Windungen $n_2 = 4$ (2 Spiralen von je 4 Windungen, parallel).

Durchmesser des nackten Primärdrahtes 5 mm, Querschnitt $q = 19{,}63$ qmm.

Querschnitt des nackten Sekundärkupferbandes $q = 90 \times 15 = 1350$ qmm.

Eisenkerngewicht 280 kg.

Die primäre Spannung, für die der Transformator bestimmt ist, beträgt 250 Volt. Unter der Annahme, daß die Verluste des Transformators maximal 4 Proz. betragen, müßten primär 20 800 Watt geleistet werden; es resultiert somit eine primäre Stromstärke von

$$i_1 = \frac{20\,800}{250} = 83{,}2 \text{ Amp.}$$

bei induktionsfreier Belastung. Die sekundäre Stromstärke ist somit annähernd

$$i_2 = i_1 \cdot \frac{n_1}{n_2} = \frac{83{,}2 \,.\, 154}{4} = 3200 \text{ Amp.};$$

i_2 wird in Wirklichkeit etwas kleiner sein (mit Rücksicht auf den primär aufzuwendenden Leerlaufstrom), etwa 3150 Amp. Die genauere Kenntnis von i_1 und i_2 ist nicht erforderlich, da dieselben in der folgenden Berechnung nur zur Bestimmung von Verlusten verwendet werden. Das Volumen des Eisenkernes ergibt sich als Quotient aus dem Kerngewichte und dem spezifischen Gewichte des Eisens zu

$$\frac{280 \,.\, 10^3}{7{,}79} = \sim 36\,000 \text{ cm}^2.$$

Der effektive Eisenquerschnitt berechnet sich somit bei einer mittleren geometrischen Länge $l_g = 185{,}5$ cm zu

$$Q = \frac{\text{Vol.}}{l_g} = \frac{36\,000}{185{,}5} = 194 \text{ qcm}.$$

Die mittlere Länge einer sekundären Windung beträgt 0,72 m; die Gesamtlänge von vier Windungen $4 \,.\, 0{,}72 = \sim 2{,}9$ m, mit Zuleitung von 0,3 m ergibt sich eine Länge von 3,2 m.

Das entsprechende Kupfergewicht ist $0{,}135 \times 64 \times 9 = 78$ kg.

Die mittlere Länge einer primären Windung beträgt 0,88 m; die Länge einer Wickelung $0{,}88 \,.\, 77 + 2 = \sim 70$ m.

Gesamtlänge der primären Wickelungen $= 8 \,.\, 70 = 560$ m; Kupfergewicht 99 kg.

Gesamtwiderstand der sekundären Wickelung in besagter Schaltung:

$$r_2 = \frac{3{,}2}{55 \,.\, 1350 \,.\, 2} = 0{,}0\,000\,215 \text{ Ohm}.$$

Gesamtwiderstand der primären Wickelung:

$$r_1 = \frac{70 \,.\, 2}{55 \,.\, 19{,}63 \,.\, 4} = 0{,}0324 \text{ Ohm}.$$

Der primäre Ohmsche Spannungsverlust ε_1 beträgt:

$$\varepsilon_1 = 0{,}0324 \,.\, 83{,}2 = 2{,}7 \text{ Volt } (= 1{,}08 \text{ Proz.}).$$

Wir setzen induktionslose Belastung voraus. Vernachlässigen wir in diesem Falle den Einfluß der Streuung, welcher gering ist, so resultiert für die primäre EMK:

$$250 - 2{,}7 = 247{,}3 \text{ Volt.}$$

Die entsprechenden sekundären Werte sind:

$$\varepsilon_2 = 0{,}0000215 \,.\, 3150 = 0{,}0675 \text{ Volt } (= 1{,}05 \text{ Proz.}).$$

Die sekundäre EMK ist

$$247{,}3 \cdot \frac{4}{154} = 6{,}423 \text{ Volt;}$$

unter Vernachlässigung des Einflusses der sekundären Streuung darf man setzen:

$$\text{Sekundäre Klemmenspannung} = 6{,}423 - 0{,}0675 = 6{,}3555 \text{ Volt} = \sim 6{,}356 \text{ Volt.}$$

Der gesamte prozentuale Spannungsverlust bei induktionsfreier Belastung ist somit etwa

$$1{,}08 \text{ Proz.} + 1{,}05 \text{ Proz.} = 2{,}13 \text{ Proz.}$$

Für den Maximalwert der Kraftliniendichte besteht die Relation [s. Formel (10), S. 368):

$$B = \frac{2{,}25 \,.\, E \,.\, 10^8}{c \,.\, n_1 \,.\, Q} = \frac{2{,}25 \,.\, 247{,}3 \,.\, 10^8}{50 \,.\, 154 \,.\, 194} = \sim 3725.$$

Der Hysteresisverlust ergibt sich aus der oben gegebenen Formel [s. Formel (16), S. 369 zu:

$$E_{hyst} = \alpha \,.\, B^{1,6} \,.\, c \,.\, \text{Vol.} \,.\, 10^{-7} = 0{,}0029 \,.\, 3725^{1,6} \,.\, 50 \,.\, 36000 \,.\, 10^{-7} = 270 \text{ Watt.}$$

Der Verlust durch Wirbelströme beträgt (bei $\delta = 6$ mm) nach Formel (17):

$$E_w = \left(\frac{\delta \,.\, c \,.\, B}{2{,}5 \,.\, 10^6}\right)^2 \cdot \text{Vol.} = \left(\frac{0{,}6 \,.\, 50 \,.\, 3725}{2{,}5 \,.\, 10^6}\right)^2 \cdot 36000 = 72 \text{ Watt.}$$

Der gesamte Leerlaufsverlust ist somit

$$270 + 72 = 342 \text{ Watt.}$$

Der Ohmsche Verlust in der Primärwickelung ist

$$0{,}0324 \,.\, 83{,}2^2 = 224 \text{ Watt,}$$

der Ohmsche Verlust in der Sekundärwickelung

$$0{,}0000215 \,.\, 3150^2 = 213 \text{ Watt.}$$

Die in Richtung der primären EMK (247,3 Volt) fallende Komponente i_e des Leerlaufstromes (Wattkomponente) hat nach Formel (14), S. 369, den Wert:

$$i_e = \frac{\text{Eisenverlust}^{1)}}{\text{EMK}} = \frac{342}{247,3} = 1,38 \text{ Amp.}$$

Der Erregerstrom (wattlose Komponente) ist (für einen Wert $\mu = 1550$) nach Formel (12), S. 368:

$$i_0 = \frac{0,8 \,.\, B \,.\, l_m}{\sqrt{2} \,.\, \mu \,.\, n_1} = \frac{0,8 \,.\, 3725 \,.\, 184}{\sqrt{2} \,.\, 1550 \,.\, 154} = 1,62.$$

Der gesamte Leerlaufstrom i_r setzt sich nach Formel (15), S. 369, zusammen aus i_e und i_0:

$$i_r = \sqrt{i_e^2 + i_0^2} = \sqrt{1,38^2 + 1,62^2} = 2,104 \text{ Amp.}$$

Die gesamte primäre Leistung ergibt sich aus der sekundären Leistung 20000 Watt und den Verlusten

$$W_1 = 20000 + 342 + 224 + 213 = 20779.$$

Der Wirkungsgrad η ist sodann:

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{20000}{20779} = 96,2 \text{ Proz.}$$

Erstes Beispiel.

Untersuchung eines Transformators von 1,4 KW nach der Kenellyschen Methode [s. S. 360 u. f.][2].

Die Verluste des Transformators wurden für verschiedene Belastungen mit dem Differentialwattmeter gemessen. Bei der Versuchsreihe waren zur Abgleichung in dem Nebenschlusse des primären Teiles des Wattmeters 19480 Ω, im sekundären Teile 3735 Ω induktionsfreier Widerstand vorgeschaltet. Bei offenem Sekundärkreise erfolgte die Ablenkung nur durch das obere Wattmeter; bei Belastung vergrößerte sich der Ausschlag entsprechend den zunehmenden Verlusten im Transformator. Die Kalibrierung des Wattmeters war derart, daß einem Grad Torsion ein Watt entsprach. Die Belastung des Transformators war induktionsfrei (Glühlampen). Durch gleichzeitige Beobachtung des Primär- und des Sekundärstromes konnte der Wattverlust in den Wickelungen des Transformators durch Ohmschen Widerstand berechnet werden. Aus diesem und der durch Wattmeterablesung gewonnenen Energiemenge resultierte sodann als Differenz beider der Hysteresis- und Wirbelstromverlust. Zur Ermittelung der sekundären Leistung wurde außerdem die Sekundärspannung gemessen. Der Wirkungsgrad ergab sich schließlich aus sekundärer Leistung und dem Gesamtverluste. Die gemessenen bzw. berechneten Größen sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

---

1) Der Kupferverlust war vernachlässigbar.

2) Siehe auch E. T. Z. 1893, S. 164.