

# **Stahlbauliche Tragfähigkeit, Betontragfähigkeit und Verformungsverhalten von Verankerungsringen im Druckrohrleitungsbau**

Dissertation

eingereicht an der  
Fakultät für Bauingenieurwissenschaften der  
Technischen Universität Graz

von

Dipl. Ing. Alexander ECKER

Erstbegutachter:  
Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Harald UNTERWEGER

Zweitbegutachter:  
Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Josef FINK

Graz, 2016

Technische Universität Graz  
Institut für Stahlbau  
Lessingstraße 25 / III  
A-8010 Graz

[www.stahlbau.tugraz.at](http://www.stahlbau.tugraz.at)

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Harald UNTERWEGER  
Institutsvorstand

<b>Vorwort .....</b>	<b>9</b>
<b>1 Kurzfassung .....</b>	<b>10</b>
<b>2 Abkürzungen .....</b>	<b>12</b>
<b>3 Einleitung .....</b>	<b>13</b>
3.1 Allgemeines zu Druckrohrleitungen .....	13
3.2 Allgemeines zu Schubringen .....	14
3.3 Belastung am Schubring .....	16
<b>4 Stand der Technik.....</b>	<b>17</b>
4.1 Erste Ansätze für die Kontaktspannung zwischen Schubring und Beton .....	17
4.2 Kontaktspannung zwischen Schubring und Beton nach Ofner/Greiner .....	17
<b>5 Inhalt und Ziele der Arbeit .....</b>	<b>19</b>
5.1 Problemstellung.....	19
5.2 Methoden zur Klärung der Fragestellungen.....	20
<b>6 Numerische Modellierung von Beton mittels FE-Programm ABAQUS.....</b>	<b>23</b>
6.1 Einleitung.....	23
6.2 Betonmodelle in ABAQUS und Nachrechnung von Labortests .....	23
6.2.1 <i>Betonmodelle im Überblick</i> .....	23
6.2.2 <i>Concrete Smearred Cracking (CSC)</i> .....	27
6.2.3 <i>Concrete Damaged Plasticity (CDP)</i> .....	32
6.3 Anpassung des Betonmodells Concrete Damaged Plasticity an hohe dreiaxiale Drücke .....	42
6.3.1 <i>Allgemein</i> .....	42
6.3.2 <i>Versagensfläche für CDP</i> .....	42
6.3.3 <i>Ottosen Bruchkriterium</i> .....	43
6.3.4 <i>Vergleich: Versagensfläche CDP – Ottosen-Bruchkriterium</i> .....	44
6.4 Anpassung von $K_c$ -Werten für weitere Spannungszustände .....	48
6.5 Erweiterung der Spannungs-Dehnungsbeziehung von Beton unter einachsiger Druckbelastung nach MC90 für große plastische Dehnungen .....	55
6.6 Spezialfall der Spannungs-Dehnungsbeziehung von Beton unter triaxialer Druckbelastung – gesteigerte Duktilität.....	58
6.6.1 <i>Allgemeines</i> .....	58
6.6.2 <i>Materialtests im Labor für Felsmechanik und Tunnelbau</i> .....	59
6.6.3 <i>Einachsige Druckversuche</i> .....	60
6.6.4 <i>Definition des Betonmodells CDP</i> .....	61
6.6.5 <i>Ergebnisse der dreiachsigen Druckversuche</i> .....	63
6.6.5.1 <i>Zylinderdrucktest Beispiel 1, Seitendruck = 1 MPa</i> .....	63
6.6.5.2 <i>Zylinderdrucktest Beispiel 2, Seitendruck = 15 MPa</i> .....	66
6.6.5.3 <i>Ergebnisse Zug- und Druckmeridian</i> .....	68
6.7 Zusammenfassung.....	69

<b>7</b>	<b>Numerische Modellierung und Parameterstudie am vereinfachten ebenen Modell einer Flachblechsteife mittels FE-Programm ABAQUS .....</b>	<b>70</b>
7.1	Allgemeines.....	70
7.2	Übersicht .....	70
7.3	Materialmodelle .....	75
7.3.1	Beton .....	75
7.3.2	Stahl .....	76
7.4	Ergebnisse für die Fälle mit ebenem Spannungszustand.....	78
7.4.1	FE- Modell.....	78
7.4.2	Ergebnisdarstellung – Allgemein .....	80
7.4.3	Ergebnisse für den Referenzfall (STP-ESZ-A) .....	81
7.4.4	Variation der Elementanzahl des FE- Netzes (STP-ESZ-B/C).....	93
7.4.5	Variation der Zugfestigkeit des Betons (STP-ESZ-D/G).....	96
7.4.6	Variation der Bruchenergie des Betons (STP-ESZ-H).....	97
7.4.7	Berechnung mit zusätzlichen Schädigungsparametern im Beton (STP-ESZ-I) .....	98
7.4.8	Variation der Belastungsgeschwindigkeit (STP-ESZ-J/K) .....	100
7.4.9	Vorgesaltete Be- und Entlastung mit Schädigungsparametern (STP-ESZ-L) .....	103
7.4.10	Ergebnisvergleich der bisher durchgeführten Untersuchungen.....	104
7.4.11	Ausführung einer schlanken Steife – $b_{st}/h_{st} = 4/50$ mm .....	105
7.5	Ergebnisse für die Fälle mit ebenem Verzerrungszustand .....	110
7.5.1	FE- Modell.....	110
7.5.2	Ergebnisse für den ebenen Verzerrungszustand .....	111
7.5.3	Vorgesaltete Be- und Entlastung mit und ohne Schädigungsparameter .....	120
7.5.4	Ausführung einer schlanken Steife – $b_{st}/h_{st} = 4/50$ .....	121
7.6	Ergebnisse für verformbare Grundplatte bei ebenem Spannungszustand.....	126
7.6.1	Vorbemerkungen.....	126
7.6.2	FE- Modell.....	126
7.6.3	Ergebnisse – Vergleich starre und verformbare Platte .....	128
7.7	Verformbare Platte – Ebener Verzerrungszustand .....	135
7.7.1	FE- Modell.....	135
7.7.2	Ergebnisse .....	136
7.8	Räumliches 3D-Modell – starre Platte.....	142
7.9	Räumliches 3D-Modell – verformbare Platte .....	149
7.10	Vergleich der Ergebnisse – Traglasten und Verformungen .....	157
7.11	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen .....	158
<b>8</b>	<b>Versuche an den „ebenen“ Prüfkörpern und numerische FEM-Simulation .....</b>	<b>159</b>
8.1	Allgemeines.....	159
8.2	Varierte Parameter in den Versuchen .....	161

8.3	Messinstrumentierung bei den ebenen Prüfkörpern .....	162
8.4	Besonderheiten bei der FE-Simulation .....	167
8.5	Darstellung der Ergebnisse anhand des Prüfkörpers 12 ( $h_r/t_r= 50/10$ ) .....	171
8.5.1	<i>Erstbelastung – elastischer Bereich <math>P_o=90</math> kN, <math>P_u = 30</math> kN</i> .....	172
8.5.2	<i>Zyklische Belastung <math>P_o = 90</math> kN, <math>P_u = 30</math> kN, 500 Lastwechsel mit 1 Hz</i> .....	177
8.5.3	<i>Traglast und Nachbruchverhalten (Post-failure Verhalten)</i> .....	181
8.6	Zusammenfassung der Ergebnisse .....	210
8.6.1	<i>Schubring <math>h_r/t_r=50/10</math> mm, Dicke der Stahlplatte <math>t=20</math> mm</i> .....	210
8.6.2	<i>Schubring <math>h_r/t_r=50/20</math> mm, Dicke der Stahlplatte <math>t=20</math> mm</i> .....	212
8.6.3	<i>Schubring <math>h_r/t_r=80/8</math> mm, Dicke der Stahlplatte <math>t=20</math> mm</i> .....	213
8.6.4	<i>Schubring <math>h_r/t_r=80/8</math> mm , Dicke der Stahlplatte <math>t=10</math> mm</i> .....	214
8.6.5	<i>Ergebniszusammenstellung</i> .....	215
<b>9</b>	<b>Großversuche an zylindrischen Rohrprüfkörpern .....</b>	<b>220</b>
9.1	Allgemeines.....	220
9.2	Variierte Parameter in den Versuchen .....	220
9.3	Herstellung der Prüfkörper .....	221
9.4	Messinstrumentierung bei den Rohrversuchen .....	225
9.5	Besonderheiten bei der FEM-Simulation .....	234
9.6	FE-Modell für die Rohrprüfkörper.....	235
9.7	Ergebnisse .....	239
9.7.1	<i>Ergebnisauswertung für Schubring 82/8</i> .....	239
9.7.2	<i>Zusammenfassung der Ergebnisse beider Rohrversuche</i> .....	244
9.8	Abschließende Zusammenfassung Schlussfolgerungen .....	250
<b>10</b>	<b>Tragverhalten von Verankerungsringen bei praktischen Anwendungsbeispielen – weiterführende numerische Untersuchungen .....</b>	<b>251</b>
10.1	Untersuchte Systeme und Lastfälle .....	251
10.2	Abmessungen und Randbedingungen des FE-Modells.....	252
10.3	Materialmodelle .....	254
10.3.1	<i>Betonmodell</i> .....	255
10.3.2	<i>Stahl</i> .....	256
10.3.3	<i>Gebirge</i> .....	258
10.4	Darstellung der Ergebnisse.....	259
10.4.1	<i>Fall 1a: Rohr: <math>d_i = 3800</math> mm, <math>t = 74</math> mm, Schubring 185/62 mm</i> .....	259
10.4.1.1	<i>Alleinige Schubringbelastung – LF1</i> .....	259
10.4.1.2	<i>Fall 1a: Zusätzlich Längsbeanspruchung im Rohr – LF2</i> .....	269
10.4.1.3	<i>Fall 1a: Zusätzlicher Innendruck – LF3</i> .....	278
10.4.1.4	<i>Zusammenfassung der 3 Lastfälle für Fall 1a</i> .....	287
10.4.2	<i>Fall 1b: Rohr: <math>d_i = 3800</math> mm, <math>t = 74</math> mm, Schubring 370/62 mm</i> .....	289

10.4.2.1	Alleinige Schubringbeanspruchung – LF1.....	289
10.4.2.2	Fall 1b: zusätzliche Längszugbeanspruchung im Rohr – LF2.....	291
10.4.2.3	Fall 1b: zusätzlicher Innendruck – LF3.....	293
10.4.2.4	Zusammenfassung der 3 Lastfälle für Fall 1b .....	295
10.4.3	<i>Fall 2a: Rohr: <math>d_i = 3800\text{ mm}</math>, <math>t = 37\text{ mm}</math>, Schubring 185/62 mm .....</i>	<i>296</i>
10.4.3.1	Alleinige Schubringbelastung – LF1 .....	296
10.4.3.2	Fall 2a: Zusätzlicher Innendruck – LF3 .....	298
10.4.3.3	Zusammenfassung der 2 Lastfälle für Fall 2a .....	300
10.4.4	<i>Fall 2b: Rohr: <math>d_i = 3800\text{ mm}</math>, <math>t = 37\text{ mm}</math>, Schubring 370/62 mm .....</i>	<i>301</i>
10.4.4.1	Alleinige Schubringbelastung – LF1 .....	301
10.4.4.2	Fall 2b: Zusätzlicher Innendruck – LF3 .....	303
10.4.4.3	Zusammenfassung der 2 Lastfälle für Fall 2b .....	305
10.4.5	<i>Fall 3a: Rohr: <math>d_i = 3100\text{ mm}</math>, <math>t = 70\text{ mm}</math>, Schubring 100/50 mm .....</i>	<i>306</i>
10.4.5.1	Alleinige Schubringbelastung – LF1 .....	306
10.4.5.2	Fall 3a – zusätzliche Längsbeanspruchung – LF2.....	308
10.4.5.3	Zusammenfassung der 3 Lastfälle für Fall 3a .....	310
10.4.6	<i>Fall 3b: Rohr: <math>d_i = 3100\text{ mm}</math>, <math>t = 70\text{ mm}</math>, Schubring 225/50 mm .....</i>	<i>311</i>
10.4.6.1	Alleinige Schubringbelastung – LF1 .....	311
10.4.6.2	Fall 3b: zusätzliche Längsbeanspruchung – LF2.....	312
10.4.6.3	Fall 3b: zusätzliche Innendruckbelastung – LF3 .....	313
10.4.6.4	Zusammenfassung der 3 Lastfälle für Fall 3b .....	314
10.4.7	<i>Fall 3c: Rohr: <math>d_i = 3100\text{ mm}</math>, <math>t = 70\text{ mm}</math>, Schubring 350/50 mm .....</i>	<i>315</i>
10.4.7.1	Alleinige Schubringbeanspruchung – LF1.....	315
10.4.7.2	Fall 3c – Zusätzliche Längsbeanspruchung – LF2.....	316
10.4.7.3	Fall 3c – Zusätzliche Innendruckbelastung – LF3.....	317
10.4.7.4	Zusammenfassung der 3 Lastfälle für Fall 3c .....	318
10.5	Fall 1a – Vergleich mit dem Betonmodell M4L .....	319
<b>11</b>	<b>Einfaches Ingenieurmodell für Verankerungsringe .....</b>	<b>321</b>
11.1	Modell im Überblick .....	321
11.2	Einflussparameter auf die Tragfähigkeit des Schubringes.....	322
11.2.1	<i>Einfluss der Ring- bzw. Rohrdicke .....</i>	<i>322</i>
11.2.2	<i>Einfluss der Gebirgsmitwirkung auf die Tragfähigkeit.....</i>	<i>323</i>
11.2.3	<i>Einfluss der vorgeschalteten Belastungen auf das Tragverhalten .....</i>	<i>325</i>
11.3	Realitätsnahe Pressungsverteilung im elastischen Bereich .....	328
11.4	Bestimmung der elastischen Tragfähigkeit des Schubringes .....	331
11.4.1	<i>Verifizierung der Betonpressung am Schubring am Ende des elastischen Bereichs .....</i>	<i>332</i>
11.4.2	<i>Kontaktkraft zwischen lastabgewandter Seite des Schubringes und Beton und Einfluss auf die elastische Tragfähigkeit.....</i>	<i>333</i>

11.5	Biegebeanspruchung des Verankerungsringes .....	335
11.5.1	Vergleich „Kragträgermodell“ mit Kreisringplatte .....	335
11.5.1.1	Kragträgermodell.....	335
11.5.1.2	Kreisringplatte .....	335
11.5.1.3	Vergleich .....	338
11.6	Biegebeanspruchung des Rohres.....	342
11.6.1	Elastische Spannungsermittlung an der Anschlussstelle Rohr/Schubring .....	342
11.6.2	Alternative Methode zur Bestimmung der elastischen Spannungen an der Anschlussstelle Rohr/Schubring .....	353
11.7	Plastische Systemtraglast des Schubringes .....	363
11.7.1	Vergleich elastisches Lastniveau und Traglastniveau .....	363
11.7.2	Entwicklung einer formelmäßigen Bestimmung der plastischen Systemtraglast des Schubringes .....	364
11.7.3	Plastische Spannungsermittlung am Rohr bzw. Schubring möglich? .....	366
11.8	Ermittlung der Steifigkeit des Schubringes .....	370
<b>12</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>376</b>
<b>13</b>	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>378</b>

## Danksagung

*„Ich danke Gott! Er hat mein Gebet nicht abgewiesen und mir seine Güte nicht verweigert.“*  
Psalm 66, Vers 20

Vielen Dank an meinen Betreuer Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Unterweger Harald für seine ausgiebige Unterstützung. Er hat mich immer wieder motiviert und viel Zeit und Mühen in meine Arbeit investiert.

Vielen Dank an Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Fink Josef für die aufgewendete Zeit für die Begutachtung und Korrektur meiner Arbeit. Sie ist dadurch besser geworden.

Vielen Dank an meine Frau Anna Joy und meine Kinder. Sie sind das Beste, was mir je passiert ist.

Vielen Dank an meine gesamte Familie für den Rückhalt und die Unterstützung, die sie mir entgegengebracht hat.

Vielen Dank an meine Arbeitskollegen insbesondere an Fritz und Andreas für das angenehme Arbeitsklima. Sie sind mir immer wieder mit Rat und Tat zur Seite gestanden.

Vielen Dank an folgende Unternehmen für die gute Zusammenarbeit und finanzielle Unterstützung:

ANDRITZ HYDRO GmbH  
BILFINGER VAM Anlagentechnik GmbH  
Salzburg AG für Energie, Verkehr und Telekommunikation,  
TIWAG - Tiroler Wasserkraft AG  
VERBUND Hydro Power AG  
Vorarlberger Illwerke AG  
Forschungsförderungsgesellschaft FFG



## Vorwort

Diese Arbeit wurde selbstständig verfasst und die verwendeten Quellen sind am Ende der Arbeit angeführt. Die aus den verwendeten Quellen direkt oder indirekt übernommenen Inhalte sind als solche kenntlich gemacht. Teile dieser Arbeit sind jedoch ident mit den nachfolgend aufgelisteten, nicht veröffentlichten „internen“ Forschungsberichten für die Projektpartner am FFG-Forschungsprojekt SR12, das ebenfalls das Tragverhalten von Verankerungsringen behandelte. Einzelne Auszüge aus den Forschungsberichten sind nicht extra hervorgehoben, da der Autor dieser Arbeit daran federführend mitgewirkt hat.

Folgende Forschungsberichte wurden herangezogen:

Unterweger H., Ecker A., Lechner A., et al., FFG Projekt SR12 (Projektnr. 836725), Forschungsbericht 1 – *Realitätsnahe numerische Modellierung von Beton mittels FE-Programmen*, 81 Seiten, 2012

Unterweger H., Ecker A., FFG Projekt SR12 (Projektnr. 836725), Forschungsbericht 2 – *Numerische Modellierung und Parameterstudie am vereinfachten ebenen Modell eines Schubringes mittels FE-Programm ABAQUS*, 96 Seiten, 2012

Unterweger H., Ecker A. et al., FFG Projekt SR12 (Projektnr. 836725), Forschungsbericht 3 – *Labortests und numerische Simulation der ebenen Prüfkörper*, 602 Seiten, 2013

Unterweger H., Ecker A., Stering W. et al., FFG Projekt SR12 (Projektnr. 836725), Forschungsbericht 4 – *Labortests und numerische Simulation der Rohrversuche sowie Zylinderversuche*, 231 Seiten, 2013

Unterweger H., Ecker A. et al., FFG Projekt SR12 (Projektnr. 836725), Endbericht – *Zusammenfassung aller Ergebnisse sowie Vorschlag eines Bemessungsmodells und Hinweise für realitätsnahe FE-Berechnungen*, 141 Seiten, 2013

H. Unterweger, A. Ecker, *Tragverhalten von Verankerungsringen (Schubringen) infolge Rohrlängsbeanspruchungen – Gesamtbericht zu Forschungsprojekt Schubringe*, 365 Seiten, 2015

## 1 Kurzfassung

Diese Arbeit befasst sich mit der stahlbaulichen Tragfähigkeit, der Betontragfähigkeit und dem Verformungsverhalten von Verankerungsringen im Druckrohrleitungsbau. Verankerungsringe werden eingesetzt, um die Längskräfte der Rohrleitung in den Beton, und dann weiter in das Gebirge zu verankern. Die Längskraftübertragung der Verankerungsringe, bzw. Schubringe erfolgt mittels Kontaktspannungen zwischen der Schubringstirnfläche und dem umgebenden Beton. Aufgrund dessen spielt die Modellierung des Betons in der numerischen Berechnung eine wesentliche Rolle.

Zu Beginn erfolgte eine umfangreiche Studie an verfügbaren Betonmodellen im kommerziellen FE-Programm ABAQUS. Diese Materialmodelle des Betons wurden unter anderem mit im Labor durchgeführten Zylinderdruckversuchen verglichen und anschließend das zutreffendste Materialmodell für die numerische Berechnung gewählt und angepasst.

Um ein grundsätzliches Verständnis für das Trag- und Verformungsverhalten von Schubringen zu erhalten, wurden vorab numerische Berechnungen an einfachen ebenen Modellen durchgeführt. Durch die vorliegende konstante Belastung des Verankerungsringes entlang des gesamten Rohrumfanges, ist in einer ersten Näherung die isolierte ebene Gesamtbetrachtung möglich. Diese dienen auch als Unterstützung bei der Konzeptionierung der Labortest. Im Labor wurden zwölf Tests an ebenen Prüfkörpern, sowie zwei Großversuche an zylindrischen Prüfkörpern durchgeführt. Mit Hilfe der Labortests wurde die numerische Berechnung kalibriert.

Anschließend erfolgte eine numerische Parameterstudie verschiedener baupraktischer Rohr- und Schubringabmessungen. Ziel ist es somit, mit ergänzenden Untersuchungen die Grundlagen für ein Bemessungsmodell für rechteckförmige Verankerungsringe zu erarbeiten.

Das entwickelte Bemessungsmodell beinhaltet die wichtigsten Parameter, welche für eine Auslegung der Schubringe notwendig sind, wie Steifigkeit und Grenztragfähigkeit der Schubringe, sowie Spannungsverteilungen im Schubring und Rohr im elastischen Bereich.

## **Abstract**

This thesis deals with the load carrying and deformation behaviour of thrust rings. Thrust rings are used to transfer the axial loads in a penstock to the surrounding concrete and further into the rock. The axial force is transferred through a local contact pressure on the thrust ring into concrete. This is the reason why the material model of concrete plays an important role in the numerical analysis

First of all a comprehensive study of material models for concrete in the commercial FE-program ABAQUS was carried out. These material models were also compared with test results of concrete cylinders under pressure. In the end the most suitable material model for concrete for this case was chosen and improved.

In advance numerical calculations with plane models were carried out, to study the fundamental load carrying and deformation behaviour of thrust rings. They were carried out, because the axial load at the thrust ring along the circumference is constant. The results were also used to design the specimen for the laboratory tests. Twelve tests with plane specimens - they stand for a pipe segment - were carried out. Within these tests the slenderness of the thrust ring, the amount and position of the reinforcement in the concrete and the thickness of the pipe were varied. Also two cylindrical tests, comprising of a pipe with a thrust ring and the surrounding cylindrical concrete block were performed. The results of all tests were used to calibrate the accompanying FEM model.

After that a numerical study of the load carrying behaviour of different practical thrust ring and pipe proportions was made. Based on all results – tests and FEM- calculations – the fundamentals for a design model were developed. It includes the load carrying capacity and the stiffness of the thrust ring, as well as the verification of stresses in the ring and in the steel pipe.

## 2 Abkürzungen

Hier werden die wichtigsten Abkürzungen dieser Arbeit aufgelistet:

t oder $t_{\text{rohr}}$ ...	Rohrdicke [mm]
$d_i$ oder $D_i$ ...	Innendurchmesser des Rohres [mm]
$d_a$ oder $D_a$ ...	Außendurchmesser des Rohres [mm]
$r_i$ ...	Innenradius des Rohres [mm]
$r_a$ ...	Außenradius des Rohres [mm]
l ...	Länge [mm]
r oder $r_m$ ...	Mittlerer Radius des Rohres [mm]
$t_r$ , $t_{\text{ring}}$ od. $t_{\text{st}}$ ...	Schubringdicke [mm]
$h_r$ oder $h_{\text{st}}$ ...	Schubringhöhe [mm]
p oder $p_i$ ...	Innendruck [N/mm <sup>2</sup> ]
u ...	Längs- bzw. Axialverschiebung [mm]
$\mu$ ...	Reibungskoeffizient [ - ]
A ...	Fläche [mm <sup>2</sup> ]
E ...	Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_c$ ...	Betonspannung [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{cd}$ ...	Bemessungswert der einaxialen Druckfestigkeit des Betons [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{cm}$ ...	Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ctm}$ ...	Mittelwert der Zugfestigkeit des Betons [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{yd}$ ...	Bemessungswert der Streckgrenze des Stahls [N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_x$ ...	Längsspannung im Rohr [N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_u$ ...	Umfangsspannung im Rohr [N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_v$ ...	Mises-Vergleichsspannung im Rohr [N/mm <sup>2</sup> ]
N ...	Schubringkraft [kN oder N]
n ...	Schubringkraft pro mm Umfang [N/mm]
K ...	Kontaktkraft am Schubring [kN oder N]
k ...	Kontaktkraft pro mm Umfang [N/mm]
m ...	Moment pro mm Umfang [kNmm/mm oder Nmm/mm]
c ...	Pressungslänge am Schubring [mm]
$c_{el}$ ...	elastische Pressungslänge am Schubring [mm]
C ...	Steifigkeit [kN/mm <sup>2</sup> ]

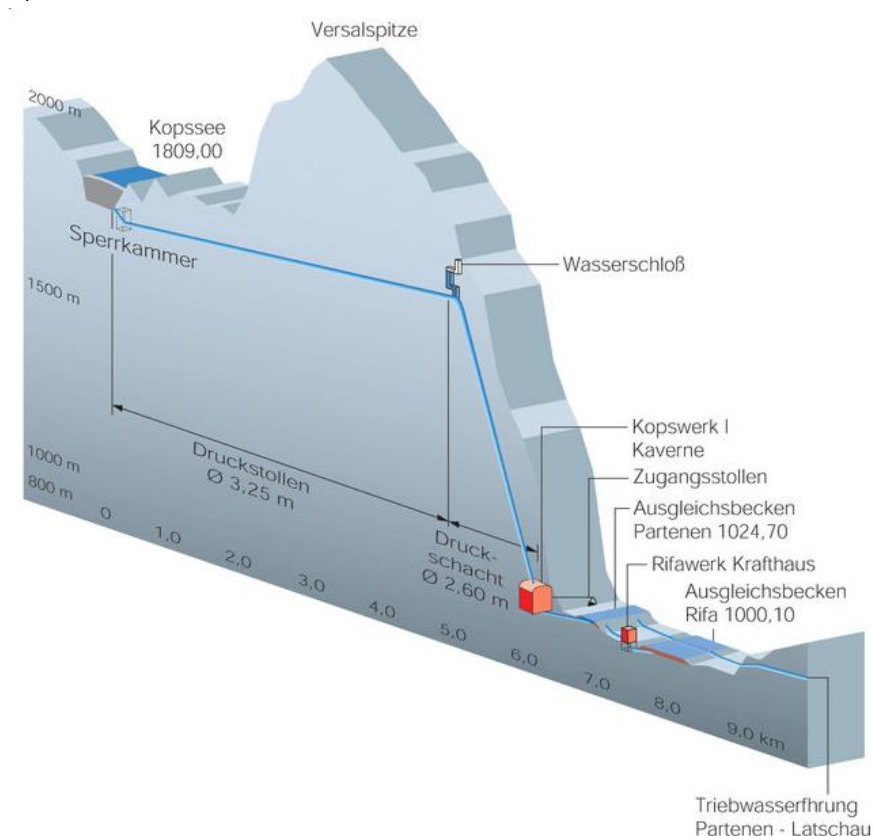
## 3 Einleitung

### 3.1 Allgemeines zu Druckrohrleitungen

Das Thema „Stahlbauliche Tragfähigkeit, Betontragfähigkeit und Verformungsverhalten von Verankerungsringen im Druckrohrleitungsbau“ behandelt Verankerungsringe (in Folge auch als Schubringe bezeichnet) bei Druckrohrleitungen von Wasserkraftanlagen.

Diese Druckrohrleitungen von Wasserkraftanlagen, wie sie vor allem im alpinen Bereich in großem Ausmaß verwirklicht worden sind, sind traditionelle Gebiete der Bautechnik und es fällt die bauliche Planung und Auslegung von Druckrohrleitungen generell in das Gebiet des Bauingenieurwesens. Die Auslegung von Druckrohrleitungen und im speziellen von Schubringen stellt daher ein traditionelles Gebiet des Stahlbaues dar. Regelwerke sind im Status von Normen für die Auslegung von Schubringen bisher keine erstellt worden.

Die Druckrohrleitungen für Wasserkraftanlagen führen das Turbinenriebwasser von der Wasserrfassung, z.B. dem Speicher zu den Turbinen im Krafthaus. Bei Pumpspeicherwerken wird die Leitung während des Speichervorganges in Gegenrichtung durchströmt (vgl. Abb. 1).



**Abb. 1** Übersicht über ein Pumpspeicherkraftwerk (Kopswerk I, Illwerke AG, Quelle: <http://www.illwerke.at>)

Verankerungsringe sind ein essentieller Bauteil eines Rohrleitungssystems. Dabei werden Verankerungsringe nicht nur bei Druckrohrleitungen von Wasserkraftanlagen verwendet. Man unterscheidet zwischen verschiedenen Rohrleitungstypen, die in der Regel auch Verankerungsringe aufweisen:

- offen verlegte Druckrohrleitungen: Hier werden Verankerungsringe in Festpunkten (Fixpunkte) angeordnet.

Durchmesser bis 9 m,  $t = 6 - 80$  mm

- erdüberdeckte Druckrohrleitungen:

erdüberschüttet oder mit Beton ummantelt: Hier werden Verankerungsringe auch in Festpunkten (Fixpunkte) angeordnet.

Durchmesser bis 3.2 m,  $t \geq 8$  mm

- Druckschachtpanzerungen: Verankerungsringe werden für die Aufnahme der Rohrlängskräfte im Gebirge angeordnet. Diese Arbeit befasst sich vor allem mit diesen Verankerungsringen in Druckschachtpanzerungen.

Durchmesser 1,4 - 10 m,  $t = 5 - 80$  mm

- Verteilrohrleitungen: Meist werden die Schubringe vor den Verteilrohrleitungen angeordnet.

Mit 1 bis 12 Abzweigungen zu den einzelnen Turbinen

- Wasserschlosspanzerungen: Meist ohne Verankerungsringe ausgeführt.

Durchmesser 3 - 15 m,  $t = 6 - 30$  mm

### 3.2 Allgemeines zu Schubringen

Diese Arbeit befasst sich mit dem stahlbaulichen, sowie mit dem betonbaulichen Trag- und Verformungsverhalten von Schubringen. Schubringe sind Bauteile in Druckrohrleitungen für Wasserkraftwerke, welche an bestimmten Stellen angeordnet werden, um die in Rohrlängsrichtung gerichteten Kräfte, verankern zu können.

Schubringe sind auf das Rohr aufgeschweißte Ringe, meist in Form von Flachblechen, welche die Längskräfte in den umgebenden Betonmantel und weiter in das umgebende Gebirge, bzw. in eine Stützkonstruktion weiterleiten. Meist werden mehrere Schubringe hintereinander eingebaut, um die großen Längskräfte verankern zu können.

Die Abb. 3 zeigt eine Übersicht des Schubringbereichs im Druckstollenbau. Dargestellt ist das Stahlrohr, auch Stahlpanzerung genannt, der Schubring, sowie die Bewehrung im Schubringbereich. Der in Abb. 3 dargestellte Hohlraum wird anschließend mit Beton gefüllt, somit entsteht eine kraftschlüssige Verbindung zwischen Stahlrohr und Gebirge. Schubringe können auch in Festpunkten von Druckrohrleitungen angeordnet werden. Dabei fällt die Stützwirkung des Gebirges weg, wie es bei Schubringen im Druckstollen der Fall ist.

Längskräfte in der Rohrleitung können durch vielerlei Ursachen entstehen, wie zum Beispiel infolge von Innendruckbeanspruchungen auf Absperrorgane, Abzweigungen, Drosseln und Temperaturänderungen, usw. Diese Längskräfte können abhängig vom Betriebsdruck und des Durchmessers mehrere Meganewton betragen.

Die hier untersuchten Ringe weisen alle, wie es in der Praxis üblich ist, Rechteckquerschnitte auf. Dabei wird die Dicke des Schubringes mit  $t_r$  bezeichnet. Die Höhe des Schubringes wird mit  $h_r$  abgekürzt.

Die Abb. 2 zeigt die Wirkung des Deckeldrucks (Innendruckbelastung auf Absperrorgane) und die dadurch entstehenden Längskräfte in der Rohrleitung. Dabei sind die Längskräfte infolge des Deckeldrucks von der Höhe des Innendrucks (Wasserdruck), sowie dem Durchmesser der Druckrohrleitung abhängig.

Wirkung des Deckeldrucks:

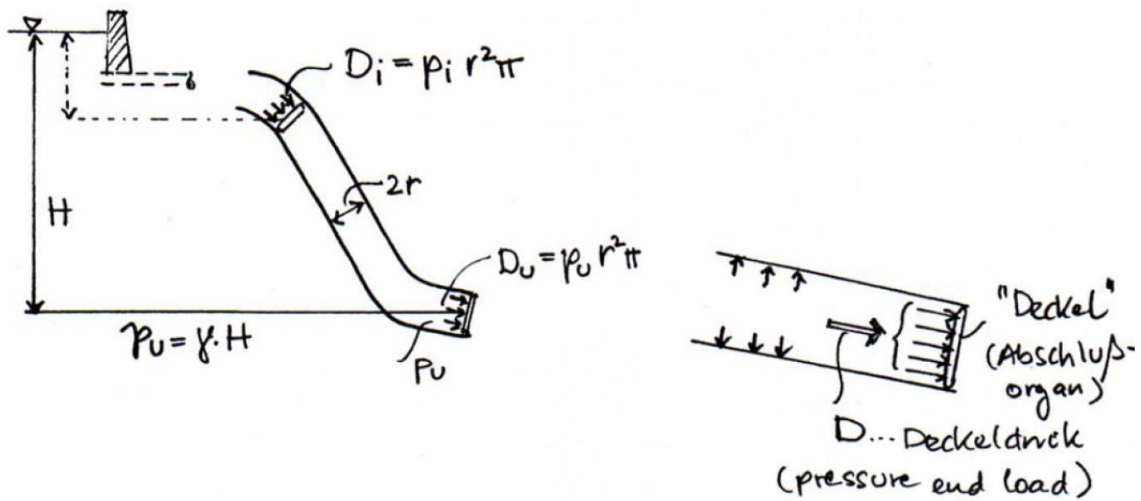


Abb. 2 Wirkung des Deckeldrucks

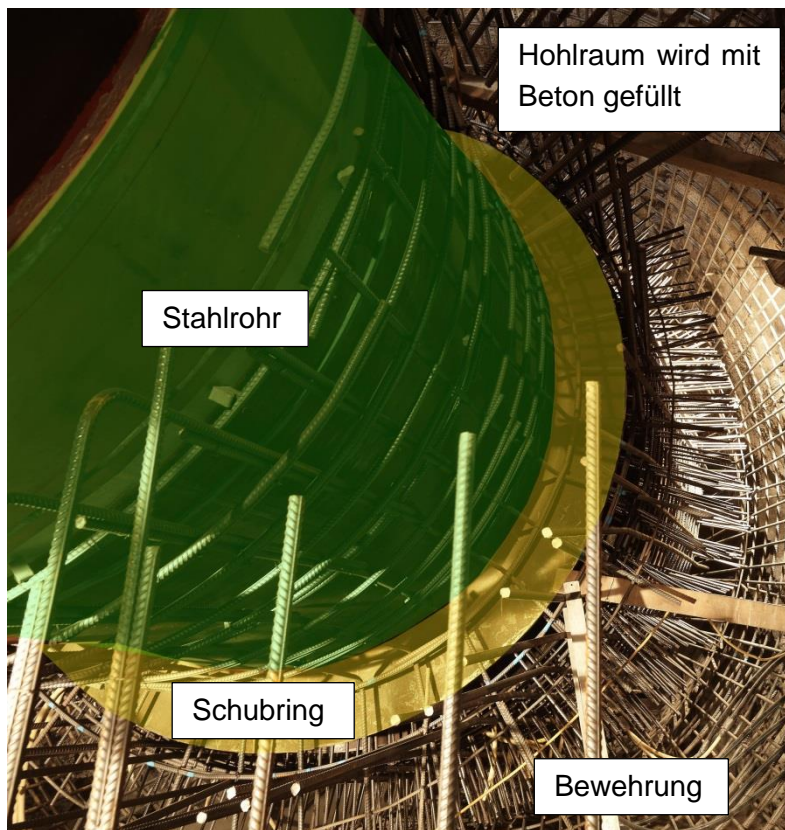


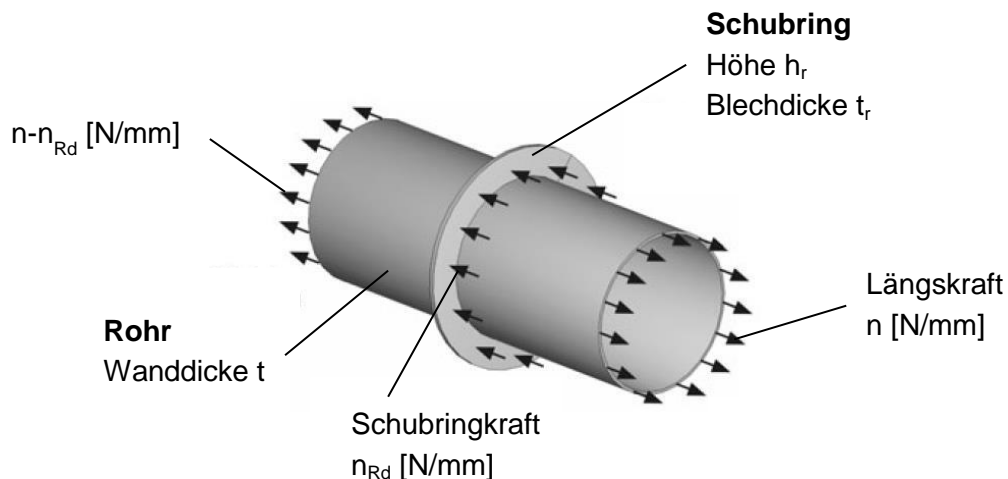
Abb. 3 Übersicht über den Schubringbereich im Druckstollenbau

### 3.3 Belastung am Schubring

Die Abb. 4 zeigt schematisch die zugrunde gelegte Belastung und Geometrie. Dabei wird von einer konstanten Schubringbelastung entlang des Rohrumfanges ausgegangen. Die Geometrie, sowie die Belastung aus Längskraft mit oder ohne zusätzlichen Innendruck sind radialsymmetrisch (vgl. Abb. 4).

Die Kraftübertragung der Schubringe in den umgebenden Beton erfolgt durch Kontaktspannungen an der Schubringstirnfläche. Die Summe der Kontaktspannungen über die Höhe des Schubringes wird, wie in Abb. 4 dargestellt, als Schubringkraft  $n_{Rd}$  bezeichnet. Diese hat die Einheit N/mm und ist pro Millimeter in Umfangsrichtung angegeben. Durch die Exzentrizität der Schubringkraft von der Rohrmittelfläche erfährt das Rohr eine Biegebeanspruchung.

Die Kontaktspannung zwischen Schubring und Beton wird im Folgenden auch als Pressungsverteilung bezeichnet. Diese Pressungsverteilung am Schubring ist die Basis für die Ermittlung der Schubringkraft und der Spannungen im Schubringbereich.



**Abb. 4** Belastung der Schubringe



## 4 Stand der Technik

### 4.1 Erste Ansätze für die Kontaktpannung zwischen Schubring und Beton

Für die Bemessung von Schubringen wurden vor der Veröffentlichung von Ofner/Greiner [1] im Jahr 2007 unterschiedliche Modellannahmen für die Kontaktpressung zwischen Schubring und umgebenden Beton angenommen (vgl. Abb. 5). Im ersten Fall (linkes Teilbild Abb. 5) wird angenommen, dass der Schubring im Rohr eingespannt ist. Im zweiten Fall wird davon ausgegangen, dass der Schubring in den umgebenden Beton eingespannt ist (rechtes Teilbild Abb. 5). Setzt man nun die gleichen Betongrenzspannungen für beide Fälle an ( $\sigma_{c,1} = \sigma_{c,2}$ ), kommt man auf Schubringkräfte in recht unterschiedlichen Größen.

Für Fall 1 ergibt sich die Schubringkraft zu:

$$N_{R,1} = 0.67 \cdot \sigma_{c,1} \cdot h_r \quad \text{Gl. (1)}$$

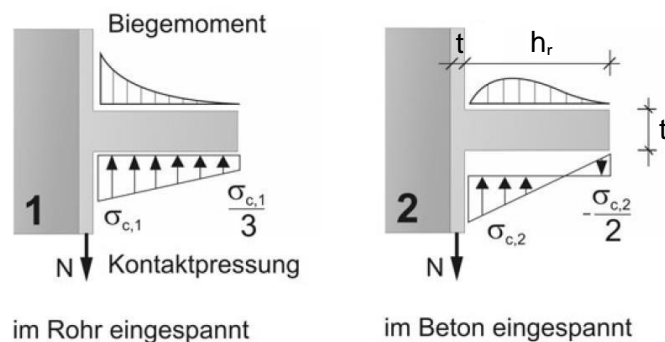
Im Fall 2 errechnet sich die Schubringkraft zu:

$$N_{R,2} = 0.25 \cdot \sigma_{c,2} \cdot h_r \quad \text{Gl. (2)}$$

Ebenso unterscheiden sich die Biegebeanspruchungen für das Rohr im hohen Maße. Im Fall 1 ergibt sich das Biegemoment für das Rohr vereinfacht als Einspannmoment eines Kragträgers. Im zweiten Fall wäre das Biegemoment im Rohr gleich Null.

Welcher Ansatz für die Kontaktpressung und die Biegebeanspruchung im Rohr in der praktischen Anwendung gewählt werden sollte, ist nicht geregelt.

Dies war auch der Grund für die Veröffentlichung von den Autoren Ofner/Greiner [1], welche im Jahr 2007 einen neuen Vorschlag für die Beanspruchungen von Schubringen in Druckrohrleitungen entwickelten.



**Abb. 5** Schubring mit unterschiedlichen Annahmen für die Kontaktpressung [1]

### 4.2 Kontaktpannung zwischen Schubring und Beton nach Ofner/Greiner

In der Arbeit von Ofner/Greiner [1] wurde die Pressungsverteilung am Schubring durch Finite-Elemente-Berechnungen untersucht. Das dort eingesetzte Materialmodell für Beton eignet sich jedoch nicht für eine Berechnung der Traglast eines Schubringes, sondern es wurde eine bestimmte Axiallast vorgegeben, welche immer zu elastischen Spannungen führt und anschließend die Pressungsverteilung am Schubring ermittelt.

Dabei hat sich herausgestellt, dass die Pressungsverteilung am Schubring eine dreiecksförmige Verteilung mit einer bestimmten Kontaktlänge  $c$  aufweist, welche in Abb. 6 dargestellt ist. Am äußeren Rand des Schubringes wurde vor allem bei den schlanken Schubringen eine der Pressungsverteilung entgegenwirkende konzentrierte Kontaktkraft  $K$

festgestellt (vgl. Abb. 6). Es wurde ebenso festgestellt, dass die Kontaktlänge  $c$  mehr von der Schubringdicke  $t_r$ , als von der Schubringhöhe  $h_r$  abhängig ist. Die Pressungsverteilung unterscheidet sich jedoch deutlich von den ersten Vorschlägen, welche in Abb. 5 dargestellt sind.

Aus diesen Erkenntnissen wurde anschließend ein Vorschlag für die Auslegung von Schubringen erarbeitet.

In diesem Vorschlag kann nur die Schubringdicke  $t_r$  frei gewählt werden. Die Schubringhöhe beträgt immer die zweifache Pressungslänge  $c$ , d.h. die Geometrie des Schubringes ist nicht frei wählbar.

Nach Ofner/Greiner ergibt sich die Bemessungslast  $n_{Rd}$  zu:

$$n_{Rd} = \frac{f_{cd} \cdot \sqrt{2} \cdot c}{2} - K \quad \text{Gl. (3)}$$

Als  $K$  wird die Kontaktkraft an der Oberseite des Schubringes (vgl. Abb. 6) bezeichnet. Die Ermittlung dieser ist in der Veröffentlichung von Ofner/Greiner [1] zu finden.

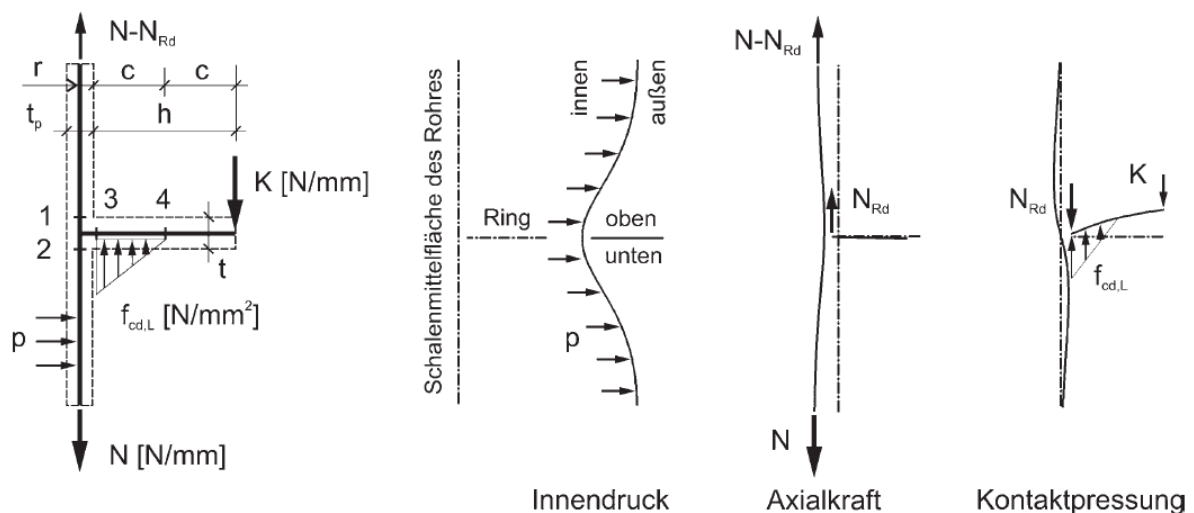
Dabei ergibt sich die Pressungslänge am Schubring zu:

$$c = t_r \cdot \sqrt{\frac{f_{yd}}{3 \cdot \sqrt{2} \cdot f_{cd}}} \cdot \min\left(1.0; \sqrt{2} \cdot \frac{t}{t_r}\right) \quad \text{Gl. (4)}$$

$$h = 2 \cdot c$$

Es fällt auf, dass die Pressungslänge  $c$  vom Verhältnis der Fließgrenze des Stahls  $f_{yd}$  zu der Betonfestigkeit  $f_{cd}$  abhängig ist.

Die maximale Betonpressung am Schubring wird mit  $\sqrt{2} \cdot f_{cd}$  angenommen. Die Höhe der realen maximalen Betonpressung bleibt, wegen der rein elastischen Berechnungen, unbekannt.



**Abb. 6** Pressungsverteilung am Schubring und Belastungen auf das Stahlrohr [1]

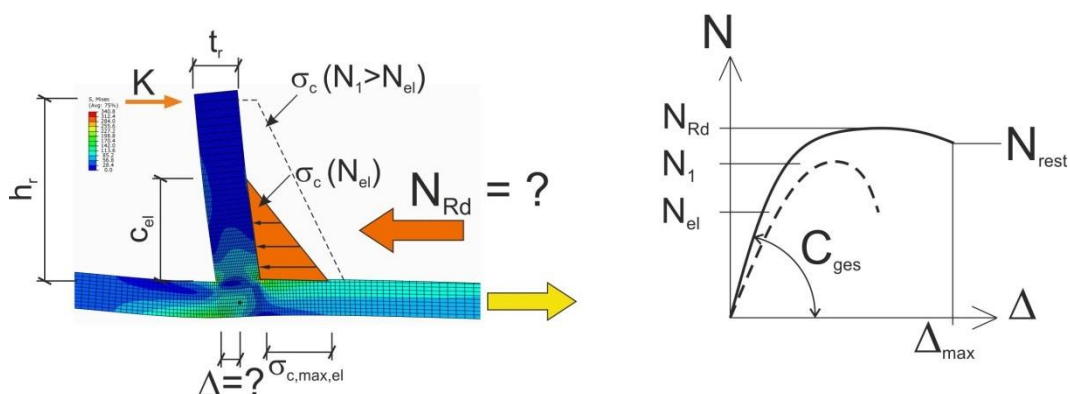
## 5 Inhalt und Ziele der Arbeit

### 5.1 Problemstellung

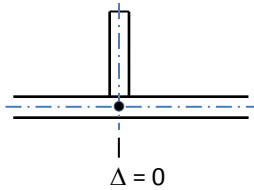
Der dargestellte Stand der Technik in Kapitel 4 macht deutlich, dass auf diesem Gebiet noch relativ wenig Forschung betrieben wurde und noch einige praxisrelevante Fragestellungen für die Bemessung der Schubringe offen sind.

Folgende, noch offene Fragestellungen, werden im Zuge dieser Arbeit behandelt:

- Wie hoch ist die reale Schubringtragfähigkeit (Bezeichnung  $N_{Rd}$  in Abb. 7)?  
In den bisherigen Untersuchungen wurden keine Traglastberechnungen und keine Traglastversuche durchgeführt. Diese werden aber benötigt, um die Höhe der Bemessungslast festzulegen und um beurteilen zu können, wie viel Reserve von der Bemessungslast zur Traglast vorhanden ist.
- Wie groß ist das Verformungsvermögen der Schubringe (Bezeichnung  $\Delta$  in Abb. 7 bzw. Abb. 8)?  
Es geht um die Fragestellung, ob Schubringe ein duktileres Tragverhalten mit großen Verformungen vor dem Versagen aufweisen – wie es im rechten Teilbild der Abb. 7 mit der durchgezogenen Linie dargestellt ist. Dies ist für eine robuste Konstruktion, wie sie im Stahlwasserbau notwendig ist, erwünscht.
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen Last- und Verformungsverhalten?  
Aus dem Zusammenhang zwischen Last- und Verformungsverhalten lässt sich die Schubringsteifigkeit  $C_{ges}$  (vgl. Abb. 7) ermitteln. Diese Steifigkeit ist ein wichtiger Parameter für die Ermittlung der Verformungen des Stahlrohres, bzw. für eine Aufteilung der Längskräfte bei mehreren Schubringen hintereinander.
- Pressungsverteilung am Schubring  
Die genaue Pressungsverteilung am Schubring ist die Grundlage für ein verbessertes Bemessungsmodell. Es wird überprüft, ob die Pressungsverteilung einen dreiecksförmigen Verlauf, wie bei der Veröffentlichung von Ofner/Greiner [1] aufweist. Bei einem dreiecksförmigen Verlauf ist die Pressungsverteilung abhängig von der Pressungslänge  $c_{el}$  und von der maximalen Betonpressung am Schubring  $\sigma_{c,max,el}$ . Sind diese beiden Größen bekannt, kann die Belastung auf den Schubring, bzw. das Rohr leicht ermittelt werden.



**Abb. 7** Darstellung der Ziele der Arbeit



**Abb. 8** Unverformte Lage des Bezugspunktes bei  $\Delta = 0$

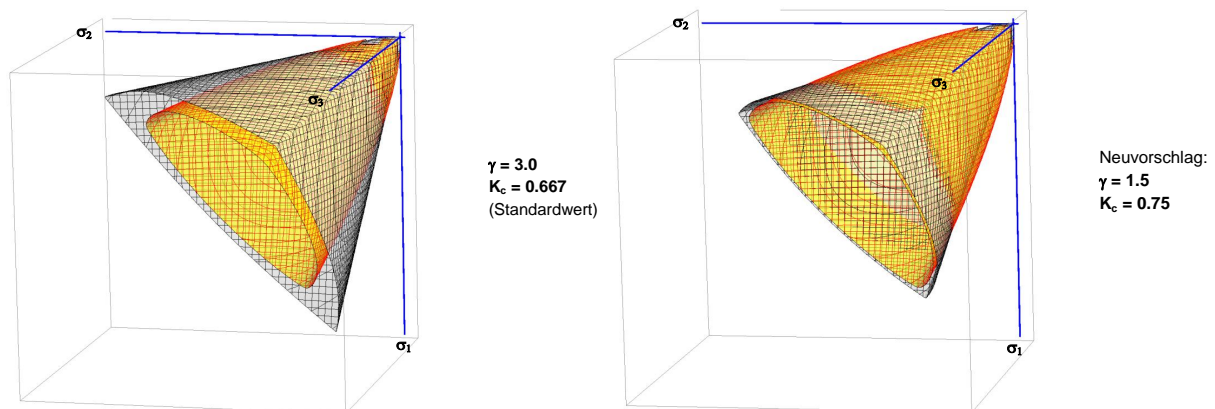
Ziel dieser Untersuchungen ist es anschließend ein Bemessungsmodell für die Praxis zu entwickeln, um so die Bemessung und Auslegung der Schubringe möglichst einfach gestalten zu können.

## 5.2 Methoden zur Klärung der Fragestellungen

Grundsätzlich wurden Finite-Elemente-Berechnungen, sowie Labortests eingesetzt, um die Hauptziele der Arbeit zu erreichen.

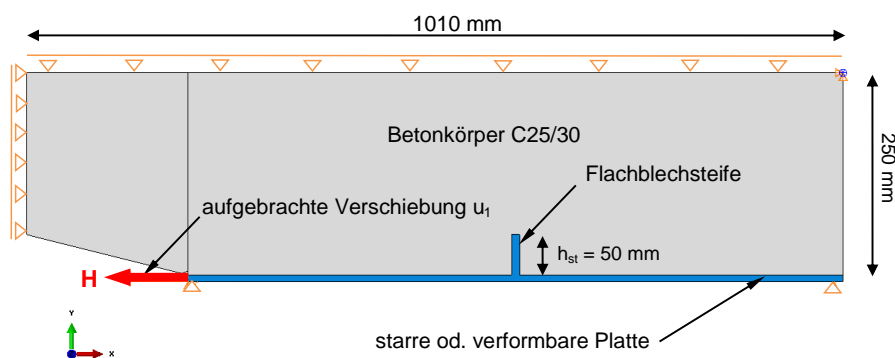
Diese werden hier im Einzelnen kurz erläutert:

- Umfassende Literaturrecherche und Erweiterung bestehender Betonmodelle für die realitätsnahe FE-Berechnung (vgl. Abb. 9)



**Abb. 9** Beispiel für die Adaptierung des ABAQUS Betonmodells „Concrete Damaged Plasticity“ CDP zur zutreffenden Wiedergabe hoher dreiachsiger Druckbeanspruchung

- Numerische FE-Berechnungen an ebenen „Elementarmodellen“, bei Variation maßgebender Parameter, zur Studie des grundsätzlichen Tragverhaltens sowie zur Konzipierung der Versuche (vgl. Abb. 10)

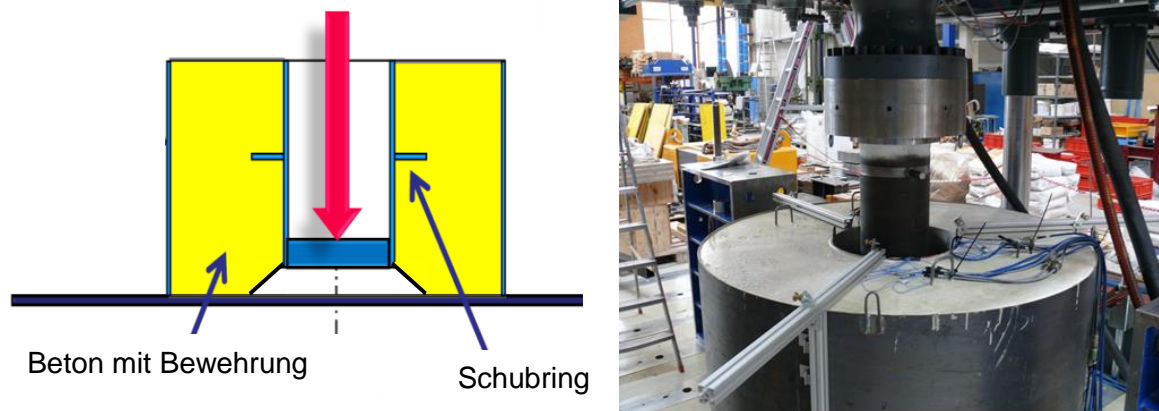


**Abb. 10** Studie des grundsätzlichen Tragverhalten am FE-Elementarmodell

- 2 Rohrtests

Diese bilden das Gesamtsystem, bestehend aus Stahlrohr, Schubring und dem

außenliegenden Betonkörper – einschließlich Bewehrung – ab. Es wurden 2 Grenzfälle hinsichtlich der Schubringgeometrie gewählt. Es wurde ein Prüfkörper mit einem sehr gedungenen Schubring (sehr kleines  $h_r/t_r$ - Verhältnis;  $h_r/t_r \approx 1.0$ ) und einer mit einem sehr schlanken Schubring getestet ( $h_r/t_r = 10$ ; vgl. Abb. 11)



**Abb. 11** Anlageverhältnisse der Rohrversuche

- 12 „ebene“ Tests

Bedingt durch die vorgegebene konstante Schubringbelastung entlang des Rohrumfanges, konnten deutlich kostengünstigere ebene Modelle erstellt werden, die das Rohr als ebenes Blech mit einer Breite (im Rohrumfang gemessen) von  $b = 400$  mm abbilden. Dabei sind auch die Schubringe als ebene Bleche – mit derselben Breite – ausgeführt. Es werden die Schubringabmessungen variiert ( $h_r/t_r = 2.5; 5.0; 10$ ) sowie die Lage der Bewehrung im Schubringbereich. (vgl. Abb. 12)

- Numerische, realitätsnahe FE-Berechnungen zu allen Versuchen (Rohrversuche, ebene Versuche) (vgl. Abb. 13)
- Umfassende Analyse aller Ergebnisse (Versuche und FE-Berechnungen) zur Traglast und dem Tragverhalten, als Basis des entwickelten einfachen Ingenieurmodells
- Weitere umfangreiche numerische Parameterstudie von praktischen Schubring- und Rohrabmessungen zur genauen Bestimmung der Pressungsverteilung am Schubring, sowie den Steifigkeiten.



**Abb. 12** Ebene Prüfkörper in Versuch – Überblick

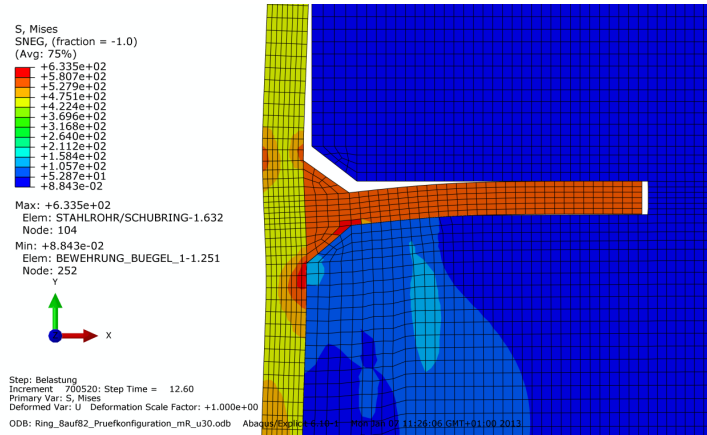


Abb. 13 FE-Berechnung: Prüfkörper 82/8, Netzteilung im Schubringbereich, verformte Figur

## 6 Numerische Modellierung von Beton mittels FE-Programm ABAQUS

### 6.1 Einleitung

Dadurch, dass die Axialkräfte der Schubringe durch Kontaktspannungen in den Beton übertragen werden, spielt das Verhalten des Betons auf die Tragfähigkeit und auf das Verformungsverhalten dieser Verankerungsringe eine große Rolle. Der Beton erfährt lokal durch die konzentrierte Einleitung der Axialkräfte hohe Druckspannungen, außerdem können im Beton dreiaxige Spannungszustände und auch Zugspannungen auftreten. Die Eigenschaften des Betons unter diesen Bedingungen sollen möglichst realitätsnahe abgebildet werden.

Für die Materialmodellierung des Betons können in FE-Programmen – hier speziell für das im Zuge dieser Arbeit verwendete Softwarepaket ABAQUS [2] – mehrere Modelle herangezogen werden. Es gilt herauszufinden, welches Modell sich am besten für die vorhandene Problemstellung eignet.

Grundsätzlich gibt es drei verschiedene Modelle für das Material Beton in ABAQUS, auf die nachfolgend noch näher eingegangen wird:

- Concrete Smearred Cracking Model (Betonmodell mit verschmierter Rissverteilung)
- Cracking Model for Concrete (Rissmodell für Beton)
- Concrete Damaged Plasticity Model (CDP, Betonmodell mit Schädigung)

Nicht alle Betonmodelle sind in den Berechnungsverfahren ABAQUS/Standard und ABAQUS/Explicit verfügbar.

### 6.2 Betonmodelle in ABAQUS und Nachrechnung von Labortests

#### 6.2.1 Betonmodelle im Überblick

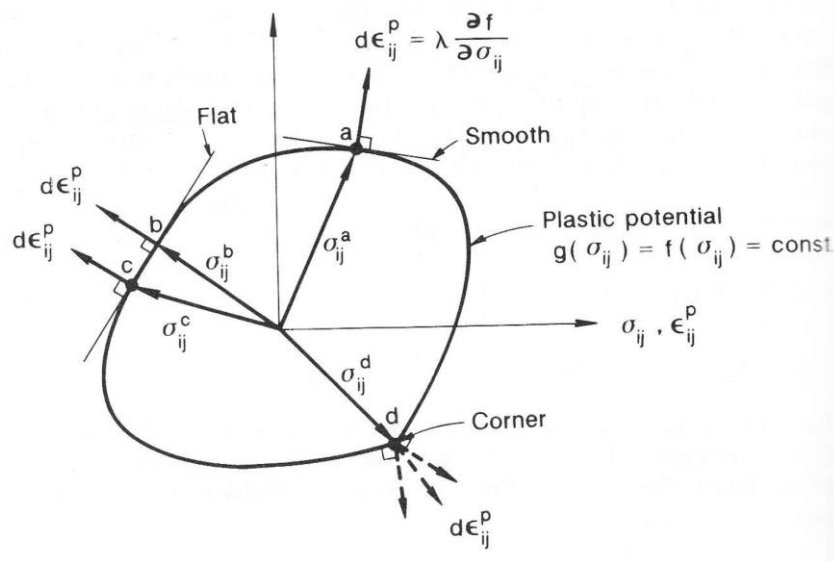
In diesem Kapitel werden die Grundsätze und der Anwendungsbereich der einzelnen Betonmodelle erläutert. Da der Beton ein gravierend unterschiedliches Verhalten für Zug- und Druckbeanspruchung besitzt, ist dies bei der Modellierung entsprechend zu berücksichtigen. Das plastische Tragverhalten des Betons muss ebenfalls entsprechend abgebildet werden. Zudem ist das Verhalten des Betons abhängig von dem vorliegenden – festkörpermechanisch bezeichneten – hydrostatischen Druckanteil am betrachteten Element, der beispielsweise bei Stahl (maßgebend Mises-Kriterium) keine wesentliche Rolle spielt.

Grundsätzlich benötigt jedes plastische Materialmodell drei wesentliche Bausteine:

- Eine anfängliche Fließfläche im Hauptspannungsraum, die definiert, ab welcher Spannungsgröße plastische Deformationen beginnen (Yield Surface).
- Eine Regel, welche die Verfestigung oder die Entfestigung des Materials, während des plastischen Fließens definiert (Hardening bzw. Softening).
- Eine Fließregel, die eine inkrementelle Spannungs-Dehnungsbeziehung angibt (Flow Rule) - bei Überschreitung der Fließfläche.

Die Fließregel definiert also die Richtung des inkrementellen plastischen Verzerrungsvektor  $d\epsilon_{ij}^p$  im Verzerrungsraum. Dieser Verzerrungsvektor ist immer normal auf die Funktion des plastischen Potentials gerichtet (siehe Abb. 14). Eine assoziierte Fließregel liegt dann vor, wenn die Funktion der Fließfläche und die Funktion des plastischen Potentials

zusammenfallen. Wenn dies nicht der Fall ist, wird die Fließregel als nicht assoziierte Fließregel bezeichnet.



**Abb. 14** Geometrische Illustration der assoziierten Fließregel, Quelle: [3]

Die Betonmodelle in ABAQUS bieten folgende Charakteristika:

#### a) Concrete Smeared Cracking (CSC):

Die wesentlichen Kennzeichen dieses Modells sind:

- Bietet die Möglichkeit, den Beton grundsätzlich in allen Strukturen zu modellieren: zB Balken, Fachwerke, Schalen und Festkörpern.
- Kann für unbewehrten und bewehrten Beton verwendet werden.
- Diskrete Bewehrungsstäbe können eingebunden werden, um die Bewehrung zu simulieren.
- Kann in Anwendungen eingesetzt werden, in denen der Beton monotone Beanspruchungen unter geringem hydrostatischen Druck (kleiner als 4-5 mal der größten einachsigen Druckfestigkeit) erfährt.
- Beinhaltet ein verschmiertes Rissmodell.
- Beinhaltet eine Fließfläche mit isotroper Verfestigung, die aktiv ist, wenn die Belastung vorwiegend eine Druckbeanspruchung ist und eine unabhängige „Riss-Erfassungsoberfläche“, die bestimmt wenn der lokale Bereich aufgrund eines Risses versagt.
- Verwendet assoziiertes Fließen.
- Nur verwendbar in ABAQUS/Standard.

Das einachsige Verhalten dieses Modells ist in Abb. 15 dargestellt. Das Modell CSC setzt voraus, dass primär eine monotone Belastung und keine, oder nur sehr wenig, Entlastung vorhanden ist. Die Be- und Entlastungsantwort ist elastisch.



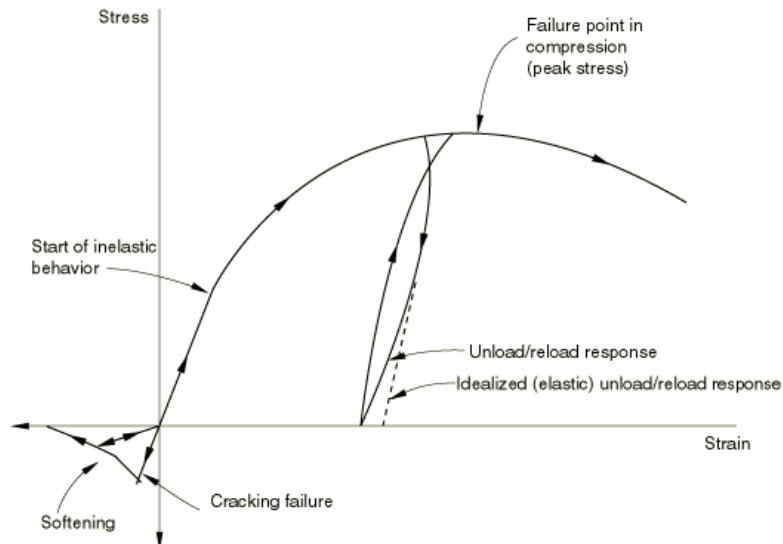


Abb. 15 FEM-Modelle in ABAQUS; Einachsiges Verhalten von Beton (Quelle: [2])

### b) Cracking Model for Concrete (Brittle Cracking)

Die wesentlichen Kennzeichen dieses Modells sind:

- Bietet die Möglichkeit, den Beton in allen Strukturen zu modellieren: Balken, Fachwerke, Schalen und Festkörper.
- Nützlich, um auch andere Materialien wie Keramik und Fels zu modellieren.
- Für Anwendungen gedacht, in denen das Verhalten vom Zugversagen dominiert wird.
- Druckverhalten ist immer linear-elastisch.
- Kann für unbewehrten und bewehrten Beton verwendet werden.
- Erlaubt Elemente aufgrund des Sprödbruchkriteriums zu entfernen.
- Nur verwendbar in ABAQUS/Explicit.
- Verwendet ebenfalls ein verschmiertes Rissmodell.

Es kann ein Sprödbruchkriterium definiert werden, bei dem ein Punkt im Material versagt, wenn die Anzahl der Risse in diesem Punkt einen benutzerdefinierten Wert erreichen. Dieses Element wird im anschließenden Inkrement der Berechnung entfernt.

### c) Concrete Damaged Plasticity (CDP)

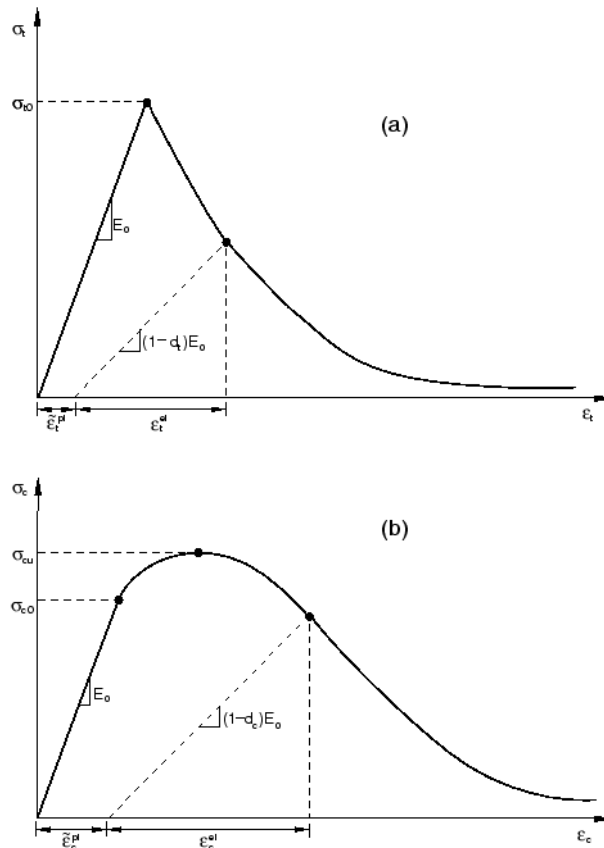
Die wesentlichen Kennzeichen dieses Modells sind:

- Bietet die Möglichkeit, den Beton grundsätzlich in allen Strukturen zu modellieren: zB Balken, Fachwerke, Schalen und Festkörper.
- Kann für unbewehrten und bewehrten Beton verwendet werden.
- Diskrete Bewehrungsstäbe können eingebunden werden, um die Bewehrung zu simulieren.
- Kann in Anwendungen eingesetzt werden, in denen der Beton unter monotonen, zyklischen oder dynamischen Beanspruchungen steht. Der hydrostatische Druck sollte kleiner als das Vier- bis Fünffache der einachsigen Druckfestigkeit sein.
- Es besteht aus einer Kombination aus nicht assoziierter plastischer Verfestigung und einer skalaren Schädigungsgröße (Werte  $d_c$  bzw.  $d_t$ ), um die irreversible Schädigung, die beispielsweise durch Risse entsteht, zu beschreiben. Dies führt zu einer reduzierten

Dehnsteifigkeit (Reduktion des anfänglichen E-Moduls).

- Es erlaubt benutzerdefinierte Steifigkeitseffekte unter zyklischer wechselseitiger Beanspruchung zu berücksichtigen.
- Verwendbar in ABAQUS/Standard und ABAQUS/Explicit.

In der Abb. 16 (b) ist das Verhalten des Betons bei einachsiger Druckbeanspruchung dargestellt. Der Parameter  $d_c$  stellt die Schädigung dar, die durch Mikrorisse bei Druckbelastung entsteht. In Abb. 16 (a) ist die Antwort des Modells bei einachsiger Zugbeanspruchung dargestellt. Der Parameter  $d_t$  stellt die Schädigung dar, die durch Risse aus der Zugbelastung entsteht.



**Abb. 16** FEM-Modell in ABAQUS; Einachsige Belastung bei a) Zug- und b) Druckbeanspruchung; Quelle: [2]

Nachfolgend werden einige Beispiele aus der Literatur mit den zugrunde gelegten Betonmodellen angeführt:

- Concrete Damaged Plasticity in “A Damage Model with Subsection Curve of Concrete and its Numerical Verification based on ABAQUS”, Zhicheng Xue, Lu Yang [4]
- Concrete Damaged Plasticity mit ABAQUS/Explicit in “Modelle zur Vorhersage des Tragvermögens eines Kronendübels als alternativer Schubverbinder”, Thomas Petraschek [5]
- Concrete Damaged Plasticity mit ABAQUS/Explicit in “Entwicklung einer neuartigen Verbundfahrbahnplatte für Eisenbahnbrücken”, J. Fink, P. Hermann, L. Juen [6]
- Concrete Smearred Cracking in “Analysis on static performances of smeared cracking model for concrete in ABAQUS”, Chen Li, Fang Qin, Huan Yi, Zhang Ya-Dong [3]

Für die vorliegenden Anforderungen an das Betonmodell scheidet das Modell „Cracking Model for Concrete“ aus, denn es ist ein plastisches Verhalten bei Druckbeanspruchungen nötig, um das Tragverhalten der Verankerungsringe realitätsnahe abbilden zu können. Diese Anforderungen werden vom besagten Modell nicht erfüllt.

Im Folgenden wird eine numerische Nachrechnung mit den Betonmodellen CSC und CDP, die für die vorliegende Aufgabenstellung in Frage kommen, der Versuchskurven nach Kupfer [7] bei biaxialen Spannungszuständen gezeigt. Die dritte Spannungskomponente ist dabei vorerst Null.

### 6.2.2 Concrete Smeared Cracking (CSC)

Für die Eingabe zur Definition des Materialmodells sind folgende Größen erforderlich:

- Spannungs-Dehnungsbeziehung des Betons unter einachsiger Druckbelastung, aufgeteilt in einen elastischen und plastischen Anteil
- Dichte des Betons

Verhältnisse des Betons im Versagenszustand:

- Ratio 1: Verhältnis der biaxialen Druckfestigkeit zur einachsigen Druckfestigkeit (Standardwert: 1.16)
- Ratio 2: Absolutwert des Verhältnisses der einachsigen Zugfestigkeit zur einachsigen Druckfestigkeit (Standardwert: 0.09)
- Ratio 3: Verhältnis der Hauptkomponente der plastischen Dehnung bei biaxialer Druckfestigkeit zur plastischen Dehnung bei einachsiger Druckfestigkeit (Standardwert: 1.28)
- Ratio 4: Verhältnis der Hauptzugspannung bei Rissbildung zur einachsigen Zugspannung bei Rissbildung, wenn die zugehörige Hauptdruckspannung die Höhe der einachsigen Druckfestigkeit erreicht (Standardwert: 0.33)
- Tension-Stiffening: Dient vor allem dazu, um Konvergenzprobleme bei der Berechnung zu vermeiden. Es gibt verschiedene Methoden, um das Tension-Stiffening-Verhalten einzugeben: Einerseits über Verschiebungen und andererseits über Dehnungen. Bei der Methode mit den Verschiebungen ist die Verschiebung (Rissöffnung) anzugeben, bei welcher der lineare Abfall der Zugspannung bei Rissbildung den Wert Null ergibt. Bei der Methode mit den Dehnungen ist eine Spannungs-Dehnungsbeziehung, nach dem Erreichen der Zugfestigkeit, zu definieren.

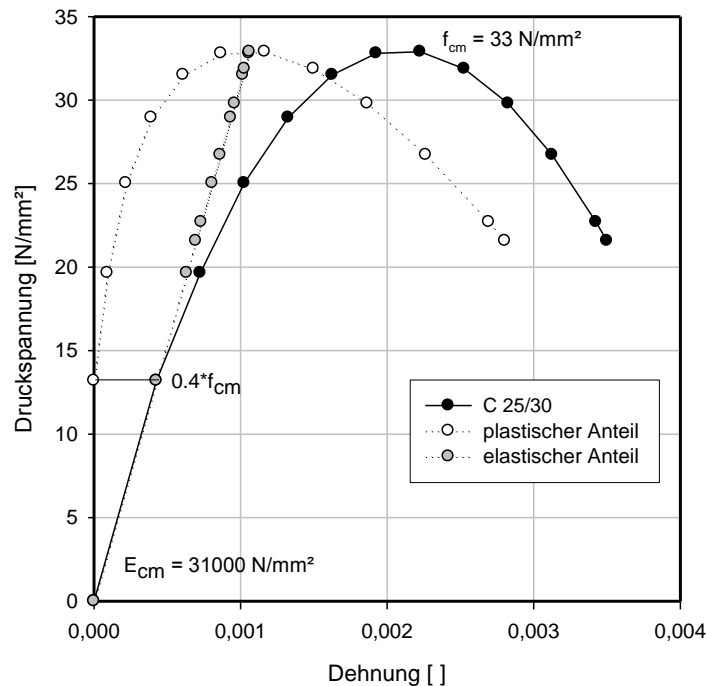
Als Basis zur Nachrechnung der Materialkurven nach Kupfer [7] werden für das Materialmodell CSC folgende Eingabewerte verwendet:

Für die Verhältnisse des Betons bei Versagen werden die oben angeführten Standardwerte herangezogen; außer für Ratio 3 wird ein Verhältnis von 1.24 angenommen, um eine bessere Übereinstimmung mit den anerkannten Materialkurven aus der Literatur zu erreichen.

Für die Spannungs-Dehnungsbeziehung des Betons unter einachsiger Druckfestigkeit wird die im Eurocode 2 [8] in Kapitel 3.1.5 vorgeschlagene Beziehung für nichtlineare Berechnungsverfahren herangezogen und mit einer Definition eines elastischen Anteils, wegen der besseren Nachvollziehbarkeit, leicht abgeändert. Die elastische Spannungs-Dehnungsbeziehung gilt mit dieser Annahme bis zu einem Wert von  $0.4 \cdot f_{cm}$  mit dem E-Modul

$E_{cm}$ . Anschließend kommt die parabolische Definition nach Kapitel 3.1.5 [8] zum Tragen. In Abb. 17 ist die herangezogene Spannungs-Dehnungsbeziehung, für den zugrunde gelegten Beton C25/30, beispielhaft dargestellt.

Für den Tension-Stiffening-Effekt wird die Methode mit den einzugebenden Verschiebungen gewählt, welche auch für die Modellierung von unbewehrtem Beton empfohlen ist [2]. Die Verschiebung  $u_0$  wird mit dem empfohlenen Wert nach [2] mit 0.05 mm festgelegt.

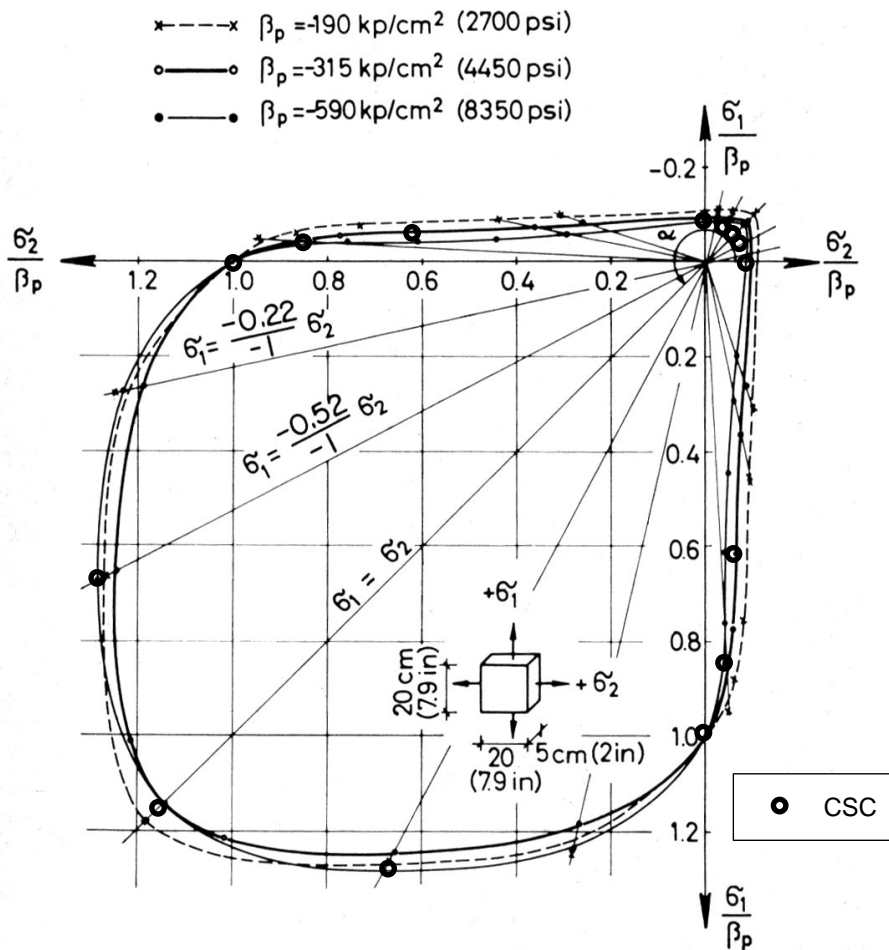


**Abb. 17** Gewählte Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton C25/30 als Grundlage zur FE-Vergleichsberechnung mittels ABAQUS

- FE-Berechnung und Vergleich mit den Versuchskurven nach Kupfer [7]:

Die Versuche nach Kupfer wurden an Betonquadrern mit den Abmessungen von 200 x 200 x 50 mm durchgeführt. Diese werden in verschiedenartige zweiachsige Spannungszustände versetzt und bis zum Bruch belastet (Druck-Druckbelastung, Druck-Zugbelastung und Zug-Zugbelastung). Es wurden in [7] jeweils drei Betongüten mit einer Druckfestigkeit von 19, 32 und 60 N/mm<sup>2</sup> getestet. In Abb. 18 sind die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen für die drei verschiedenen Betongüten dargestellt. Die numerische Nachrechnung der Versuche wird – im Gegensatz zu den Versuchen – an einem einzigen würfelförmigen Element mit der Bezeichnung C3D8 (Kontinuums-Element mit 8 Knoten) durchgeführt. Der Würfel hat eine Abmessung von 10 x 10 x 10 mm, welche aber für das mechanische Verhalten bei dieser Beanspruchung irrelevant ist. Die Belastung wird bei den Spannungsverhältnissen  $\sigma_1/\sigma_2 = -1/0$  und  $-1/-1$  verschiebungsgesteuert, in Form einer Auflagerverschiebung vorgegeben, ansonsten erfolgt die Berechnung lastgesteuert.

Die Ergebnisse sind für die zwei Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  als Verhältnis zur einachsigen Druckfestigkeit aufgetragen. Mit dem Symbol „●“ sind in der Abb. 18 die Ergebnisse der numerischen Berechnung mit dem Betonmodell CSC für die Betongüte C25/30 dimensionslos dargestellt. Es zeigt sich eine gute Treffsicherheit der numerischen Simulation.



**Abb. 18** Zweiaxiale Festigkeit von Beton; Vergleich der Ergebnisse aus [7] mit numerischen Berechnungen – Betonmodell CSC

Es ist anzumerken, dass die „Kupfer-Kurven“ generell bei freier Seitendehnung  $\varepsilon_3$  ermittelt wurden ( $\sigma_3 = 0$ ) und keinen Aufschluss über das triaxiale Betontragverhalten geben.

Der Verlauf der Spannungen, in Abhängigkeit der Dehnungen, im **zweiaxialen Druckbereich** ist in der Abb. 19 für die Spannungsverhältnisse  $\sigma_1/\sigma_2 = -1/0$ ,  $-1/-1$  und  $-1/-0.52$  dargestellt. Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen mit ABAQUS sind mit den gepunkteten Linien eingetragen. In der Darstellung ist auf der Ordinate immer die bezogene Druckspannung  $\sigma_1/f_{cm}$  ( $f_{cm}$  entspricht  $\beta_p$ ) in Abhängigkeit aller drei auftretenden Dehnungen aufgetragen, wobei  $\varepsilon_3$  die Dehnung aus der Belastungsebene ist.

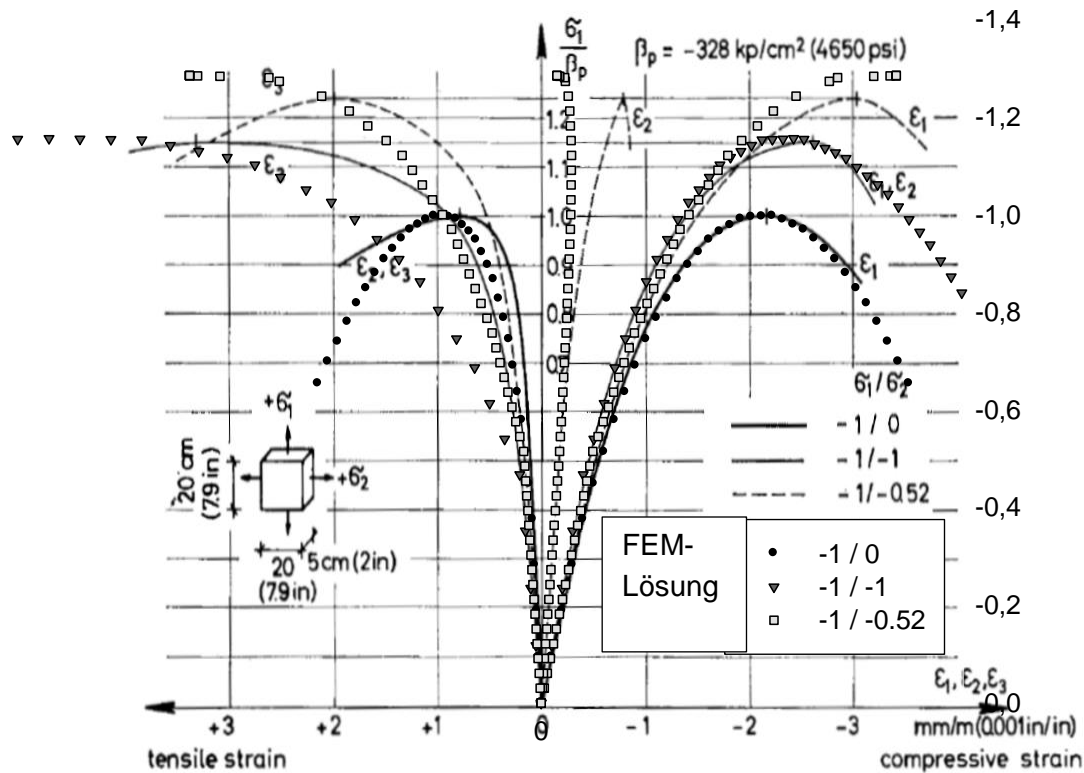
Für den einachsigen Belastungsfall ( $\sigma_1/\sigma_2 = -1/0$ ) ist  $\varepsilon_1$  eine Druckstauchung und nach rechts aufgetragen, wogegen  $\varepsilon_2$  und  $\varepsilon_3$  zugehörige Zugdehnungen darstellen ( $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ ) und nach links aufgetragen sind. In den beiden anderen Fällen mit beidseitigem Druck, sind  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  nach rechts (Druck) und  $\varepsilon_3$  nach links (Zug) aufgetragen. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Versuchsdaten mit der numerischen Berechnung mit dem Betonmodell CSC. Generell hat der Beton unter zweiaxialer Druckbeanspruchung eine höhere Festigkeit, als bei einer einachsigen Druckbeanspruchung.

In Abb. 20 sind die Spannungs-Dehnungsbeziehungen im **Druck-Zugbereich** für die Spannungsverhältnisse  $\sigma_1/\sigma_2 = -1/0, -1/0.052, -1/0.103$  und  $-1/0.204$  eingetragen. Die numerische Berechnung mit dem Spannungsverhältnis  $-1/0.204$  wurde aufgrund der guten Übereinstimmung der anderen Wertepaare nicht untersucht. Wie in Abb. 19 ist auf der Ordinate die bezogene Druckspannung  $\sigma_1/f_{cm}$  in Abhängigkeit der drei auftretenden Dehnungen dargestellt. Nun ist immer  $\varepsilon_1$  nach rechts (Druck) und  $\varepsilon_2$  sowie  $\varepsilon_3$  nach links (Zug) aufgetragen. Es zeigt sich ebenso eine gute Übereinstimmung der Versuchsdaten mit jenen aus der numerischen Berechnung.

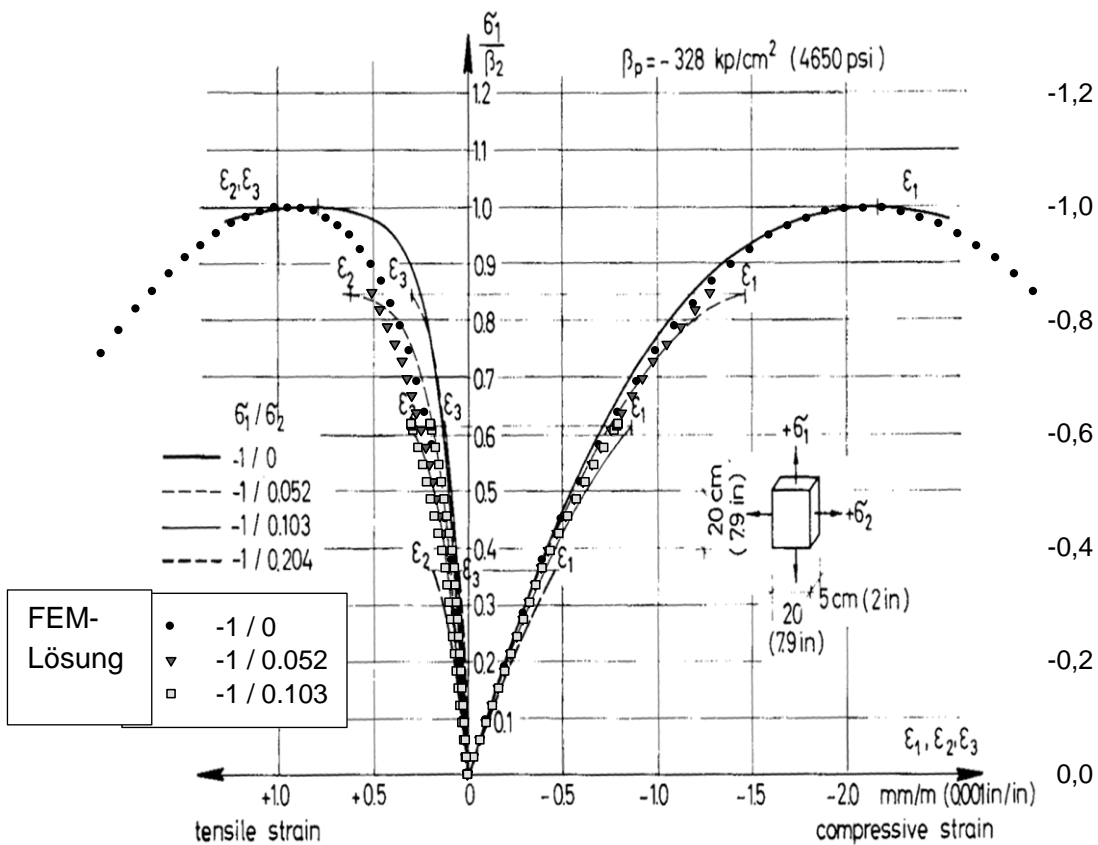
In Abb. 21 sind die Spannungs-Dehnungsbeziehungen für den **zwei axialen Zugbereich** für die Spannungsverhältnisse  $\sigma_1/\sigma_2 = 1/0, 1/1$  und  $1/0.55$  dargestellt. Nach oben ist nun die Zugfestigkeit, weiterhin bezogen auf die Druckfestigkeit des Betons  $\sigma_1/f_{cm}$ , aufgetragen. Die Zugdehnungen  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  sind nach rechts aufgetragen, die Druckstauchung nach links. Einzig die Ergebnisse der einachsigen Zugbeanspruchung liefern  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$  (negative Werte). Es zeigt sich, dass das Betonmodell CSC etwas geringere Zugtragfähigkeit bei zwei axialer Zugbeanspruchung aufweist. Die Untersuchungen von Kupfer haben allerdings zu nahezu gleich großen Zugtragfähigkeiten bei allen drei Belastungssituationen geführt. Dies hat im Falle der Verankerungsringe wenig Bedeutung, da dort der Schwerpunkt auf der mehrachsigen Drucktragfähigkeit von Beton liegt. Bei einachsiger Zugbeanspruchung stimmen jedoch die Festigkeiten der Versuche und der numerischen Berechnung überein. Dieses Verhalten zeigt sich auch in Abb. 18 im „Zug-Zug Quadranten“.

Grundsätzlich zeigt das Betonmodell CSC eine gute und realitätsnahe Abbildung der Betoneigenschaften unter zwei axialer Beanspruchung. Die Verwendung der Arbeitslinie nach Eurocode 2, Kapitel 3.1.5, mit einer Einführung eines elastischen Anteils zeigt sich als geeignet. Anzumerken ist, dass dieses Modell nur für Berechnungen mittels Abaqus/STANDARD eingesetzt werden kann.

Für die Tragfähigkeit der Verankerungsringe wird jedoch auch die Kenntnis der Betontragfähigkeit bei dreiachsiger Beanspruchung bedeutsam. Darauf wird in Abschnitt 6.3 näher eingegangen.



**Abb. 19** Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter ein- und zweiachsiger Druckbelastung; Vergleich der Versuchsergebnisse aus [7] mit den numerischen Berechnungen CSC ( $\sigma_1 < 0, \sigma_2 \leq 0, \sigma_3 = 0$ )



**Abb. 20** Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter Druck- und Zugbelastung; Vergleich der Versuchsergebnisse aus [7] mit numerischen Berechnungen CSC ( $\sigma_1 < 0, \sigma_2 \geq 0, \sigma_3 = 0$ )

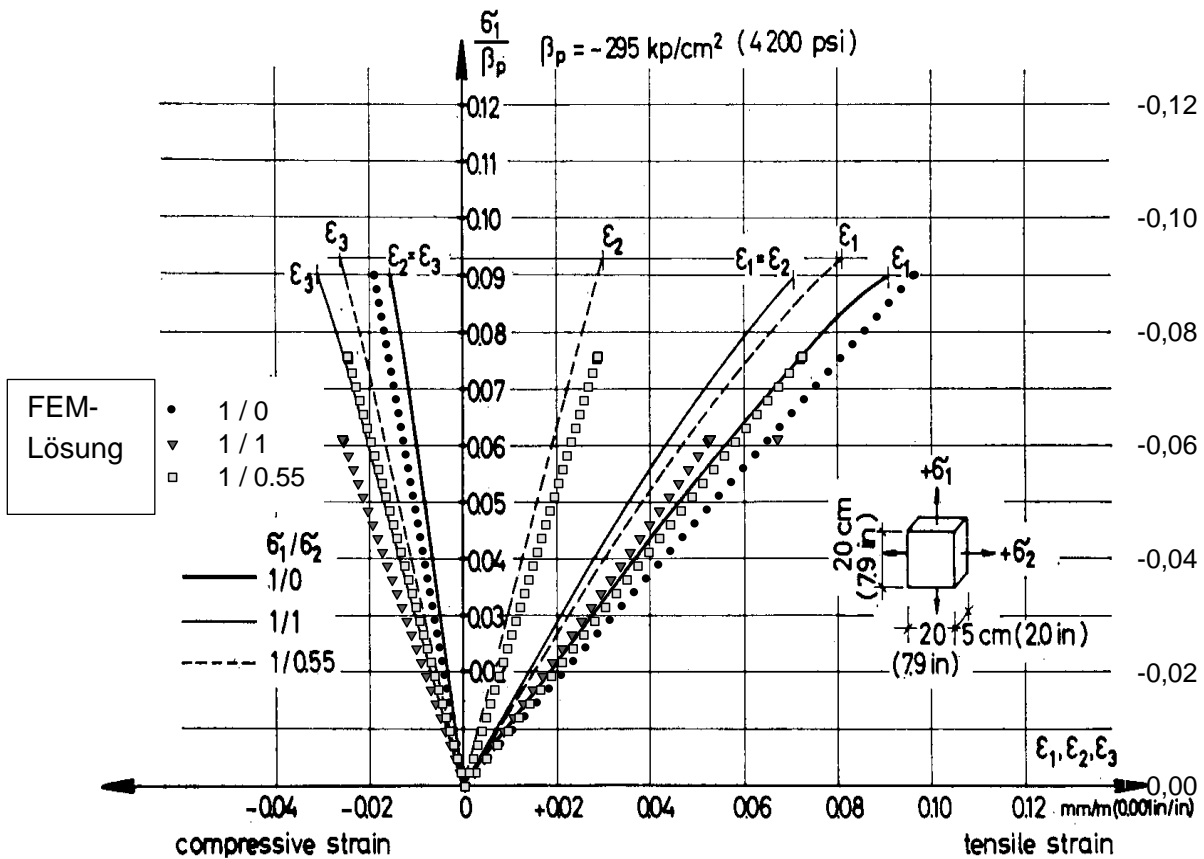


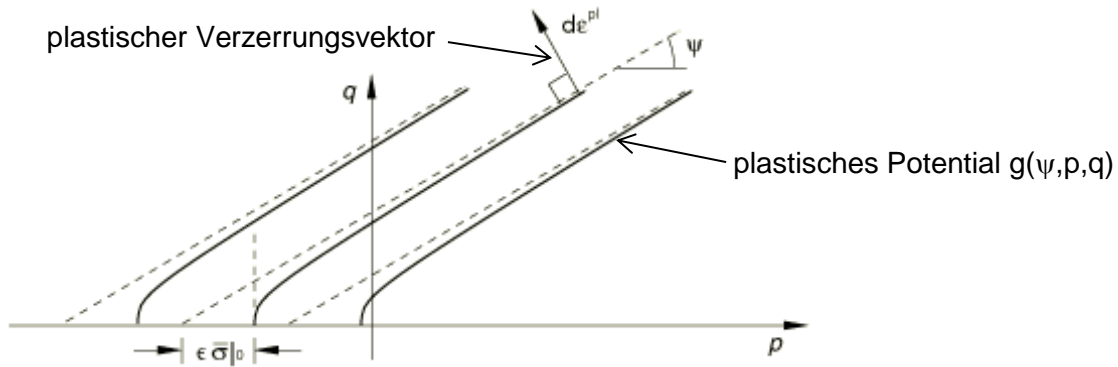
Abb. 21 Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter zweiachialer Zugbelastung; Vergleich der Versuchsergebnisse aus [7] mit den FE-Berechnungen CSC ( $\sigma_1 > 0$ ,  $\sigma_2 \geq 0$ ,  $\sigma_3 = 0$ )

### 6.2.3 Concrete Damaged Plasticity (CDP)

Für die Eingabe des Betonmodells Concrete Damaged Plasticity sind folgende Größen zu definieren:

- Spannungs-Dehnungsbeziehung des Beton unter einachsiger Druckfestigkeit, aufgeteilt in einen elastischen und plastischen Anteil
- Dichte des Betons
- Verhältnis der biaxialen Druckfestigkeit zur einachsigen Druckfestigkeit (Standardwert: 1.16)
- Schädigungsparameter für den Druck- und Zugbereich: Diese werden vorwiegend benötigt, wenn zyklische Belastungen bzw. Spannungsumlagerungen im Post-Failure-Bereich auftreten. Die Schädigungsparameter vermindern den E-Modul bei Wiederbelastung und berücksichtigen die Schädigung aufgrund der Risse im Beton.  
Im Falle einer monotonen Belastung sind die Schädigungsparameter ohne Bedeutung.
- Dilatationswinkel  $\psi$ , gemessen in der sogenannten p-q-Ebene, bei hohen Druckbeanspruchungen, welcher die nicht-assozierte Fließregel beschreibt (Abb. 22):





**Abb. 22** ABAQUS-Materialmodell CDP in p-q Ebene, Definition Dilatationswinkel  $\psi$

Das plastische Potential ist folgendermaßen definiert:

$$g = \sqrt{(\epsilon * \sigma_{t0} * \tan\psi)^2 + q^2} - p * \tan\psi \quad \text{Gl. (5)}$$

dabei ist:

$\epsilon$  ... Eccentricity (Parameter für die Ausrundung des plastischen Potentials)

$\sigma_{t0}$  ... einaxiale Zugfestigkeit

$\psi$  ... Dilatationswinkel

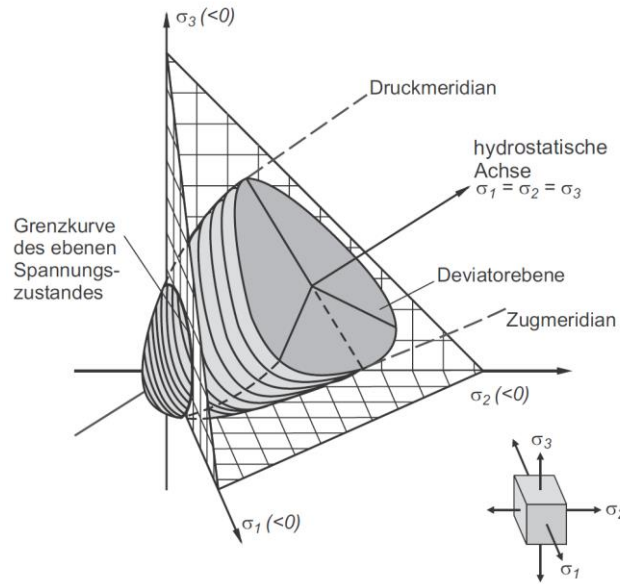
Die Achsen der p-q-Ebene sind mit Hilfe der Invarianten und den Hauptspannungen wie folgt definiert:

$$p = -\frac{1}{3} * I_1 = -\frac{1}{3} * (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad \text{Gl. (6)}$$

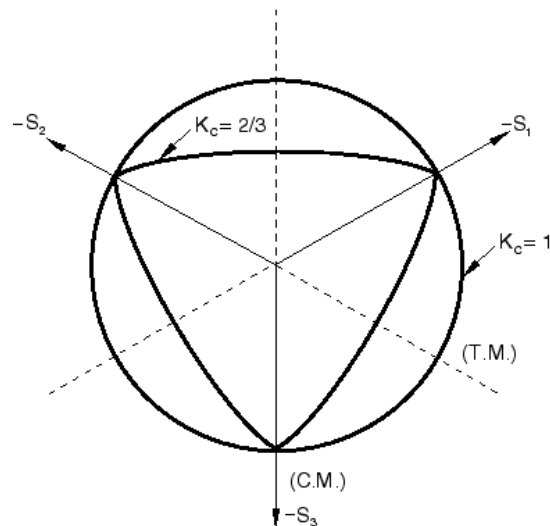
$$q = \sqrt{3 * J_2} = \sqrt{\frac{1}{2} * [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad \text{Gl. (7)}$$

- Parameter zur Definition der Ausrundung des plastischen Potentials (im ABAQUS als „Eccentricity“  $\epsilon$  bezeichnet; Standardwert: 0.1)
- Beiwert  $K_c$  zur Beschreibung der Form der Fließfläche in der deviatorischen Ebene (Standardwert: 0.667). Für  $K_c = 1$  würde die Fließfläche einem Kreis in der deviatorischen Ebene entsprechen, was allerdings für Beton nicht zutreffend ist. Der Beiwert  $K_c$  kommt im Materialmodell nur dann zum Tragen, wenn alle drei Hauptspannungen Druckspannungen sind, andernfalls wird die Fließfläche nur vom Verhältnis  $\beta$  (siehe Gl. (8) – Gleichung der Fließfläche) in Abhängigkeit von den zweiachsigen Zug- und Druckfestigkeiten des Betons bestimmt.

Die Lage der deviatorischen Ebene – bezogen auf die Richtung der Hauptspannungen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , und  $\sigma_3$  – zeigt die Abb. 23.

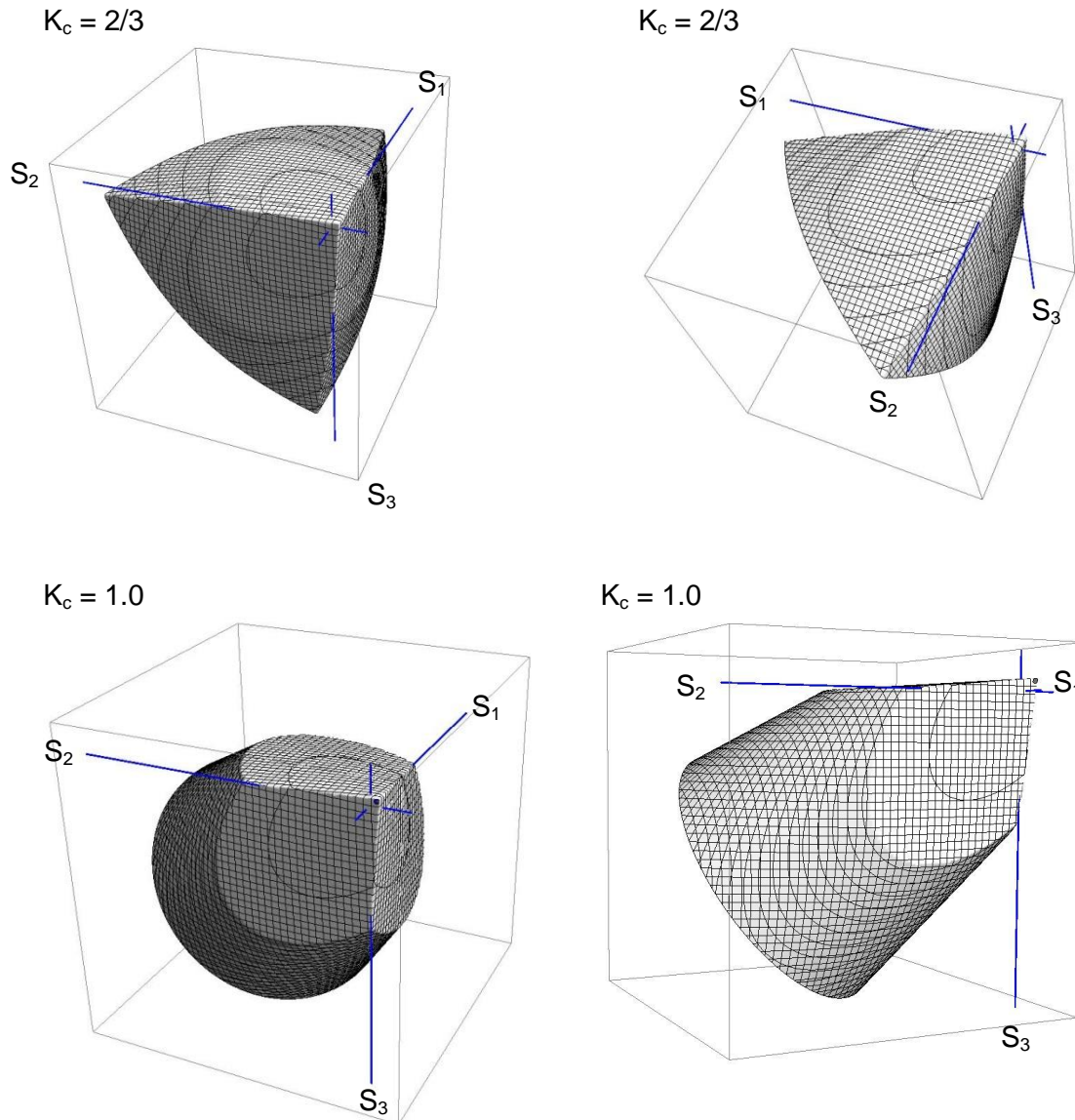


**Abb. 23** Räumliche Darstellung der Fließfläche, Angabe von Hauptspannungen und deviatorischer Ebene, Quelle: [9]



**Abb. 24** Fließflächen für Betonmodell CDP in Abhängigkeit von  $K_c$ , Deviatorische Ebene, Quelle:[2]

In Abb. 24 ist die Fließfläche in der deviatorischen Ebene mit verschiedenen Werten von  $K_c$  dargestellt.  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  stellen die Hauptspannungen dar. Mit T.M. ist der „Tensile Meridian“ oder Zugmeridian bezeichnet. Als C.M. ist der „Compressive Meridian“ oder Druckmeridian bezeichnet. Der empfohlene Wert für  $K_c$  bei Beton ist  $2/3$ . Nachfolgend sind die Fließflächen mit  $K_c = 2/3$  und  $K_c = 1.0$  im dreidimensionalen Hauptspannungsraum dargestellt. Die blauen Linien stellen die Achsen der Hauptspannungen dar (Abb. 25).



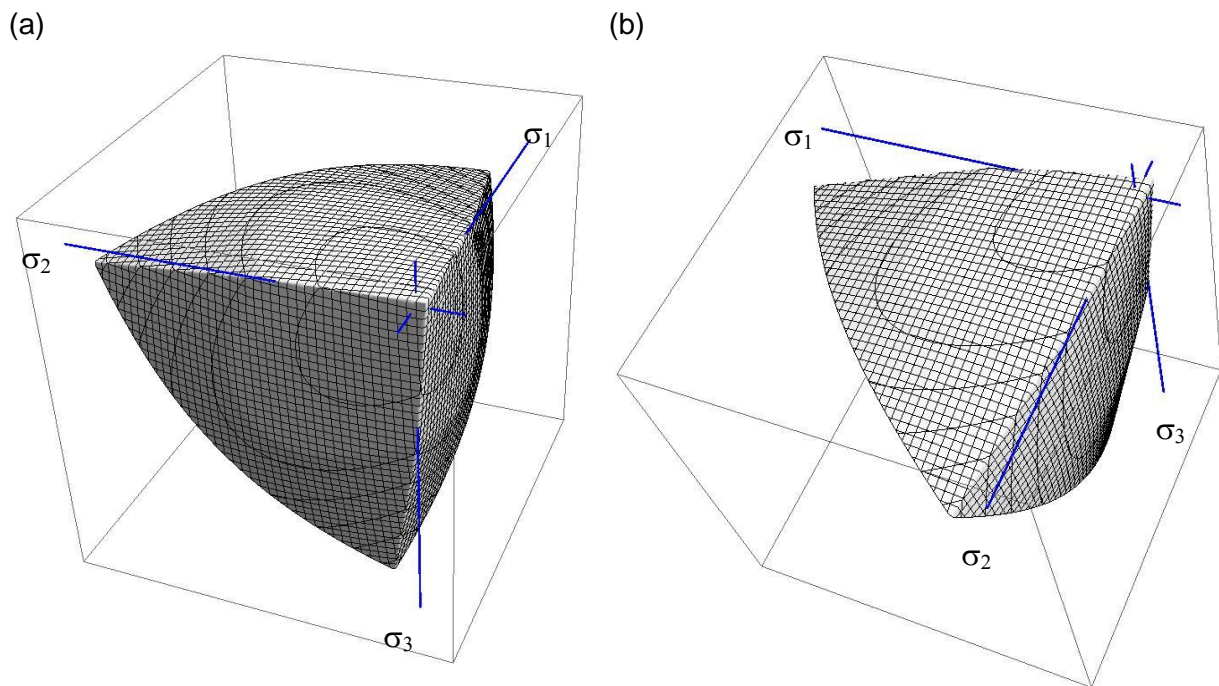
**Abb. 25** Fließflächen für Betonmodell CDP in Abhängigkeit von  $K_c$ , räumliche Darstellung

- einachsige Zugfestigkeit
- Tension-Stiffening: Dient vor allem dazu, um Konvergenzprobleme bei der Berechnung zu vermeiden. Es gibt verschiedene Methoden um das Tension-Stiffening-Verhalten einzugeben: Mittels Verschiebungen, mittels Bruchenergie oder mittels Dehnungen. Bei der Methode mit den Verschiebungen ist die Zugspannung in Abhängigkeit der Rissbreite im Nachbruchverhalten zu definieren. Bei der Methode mit der Bruchenergie ist zu definieren, welche Energie nötig ist, damit das Material im Nachbruchverhalten keine Zugspannungen mehr aufnehmen kann. Bei der Methode mit den Dehnungen ist eine Spannungs-Dehnungsbeziehung nach dem Erreichen der Zugfestigkeit zu definieren. Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit verhält sich das Material linear-elastisch.

Für die Spannungs-Dehnungsbeziehung der einachsigen Druckfestigkeit wird dieselbe Arbeitslinie, wie zuvor für das Betonmodell CSC (Abb. 17), herangezogen. Für die einachsige Zugfestigkeit wird der empfohlene Wert gemäß ABAQUS-Manual [2]  $f_{ctm} = 2.97$

$\text{N/mm}^2$  ( $f_{ctm}/f_{cm} = 0.09$ ) für den Beton C25/30 des untersuchten Beispiels angesetzt, welcher etwas höher als der Normenwert gemäß Eurocode 2 ist ( $f_{ctm} = 2.6 \text{ N/mm}^2$ ).

Schädigungsparameter werden keine berücksichtigt, da die Belastung monoton ist. Für alle anderen Größen werden im vorliegenden Beispiel die hier beschriebenen Standardwerte verwendet. Der Dilatationswinkel  $\psi$  wird mit  $36.41^\circ$  nach dem Beispiel des ABAQUS-Manuals [2] angenommen. Für die Eingabe des Tension-Stiffening-Effektes wird die oben beschriebene Methode mit der Eingabe der bezogenen Bruchenergie verwendet. Als bezogene Bruchenergie wird der im ABAQUS-Manual empfohlene Wert von  $0.12 \text{ Nmm/mm}^2$  für einen Beton mit einer Druckfestigkeit von ungefähr  $40 \text{ N/mm}^2$  verwendet. Diese Angabe stimmt mit Model Code 90 [10] für Korngrößen bis etwa  $d_{max} = 32 \text{ mm}$  überein.



**Abb. 26** Fließfläche für Beton mit Materialmodell CDP im Hauptspannungsraum

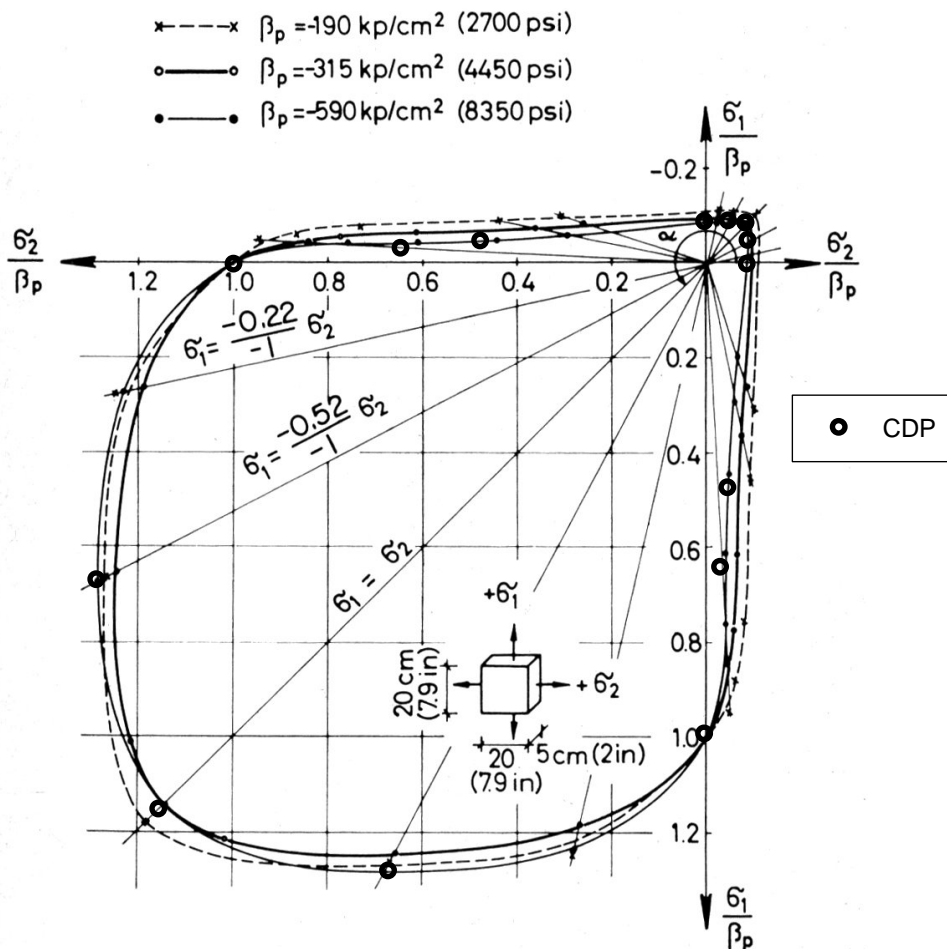
In der Abb. 26 (a) und (b) ist die Fließfläche des Betonmodells CDP, mit den oben definierten Parametern, im Hauptspannungsraum in zwei verschiedenen Ansichten dargestellt. Die blauen Linien stellen die Hauptspannungsachsen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$  dar. Deutlich zu erkennen ist der kleine Anteil der Fließfläche im Zugbereich und der große Anteil, den die Fläche besitzt, wenn nur Druckspannungen auftreten. Innerhalb dieser Fließfläche verhält sich das Material linear-elastisch. Trifft ein Spannungspunkt auf die Fließfläche, so beginnt sich das Material plastisch zu verformen und die Fließregel für das plastische Fließen kommt zum Tragen.

Die Fließregel in diesem Modell ist nicht assoziiert (d.h. der Fließvektor steht nicht normal zur Fließfläche in der p-q-Ebene) und besitzt das Fließpotential einer leicht abgeänderten Drucker-Prager Funktion. Die Fließfläche beginnt sich durch die definierte Verfestigung auszudehnen, bis die maximalen Spannungen erreicht sind. Diese Fläche wird anschließend als Versagensfläche bezeichnet.

Die Fließfläche von CDP besitzt keine Kappe im Druckbereich, und dieses Materialmodell könnte somit einen unendlich großen hydrostatischen Druck aufnehmen. Seitens ABAQUS wird deshalb empfohlen, dass die hydrostatischen Druckspannungszustände auf das Vier- bis Fünffache der einachsigen Druckfestigkeit begrenzt werden sollten. Darauf wird in den Abschnitten 6.3 und 6.4 noch näher eingegangen.

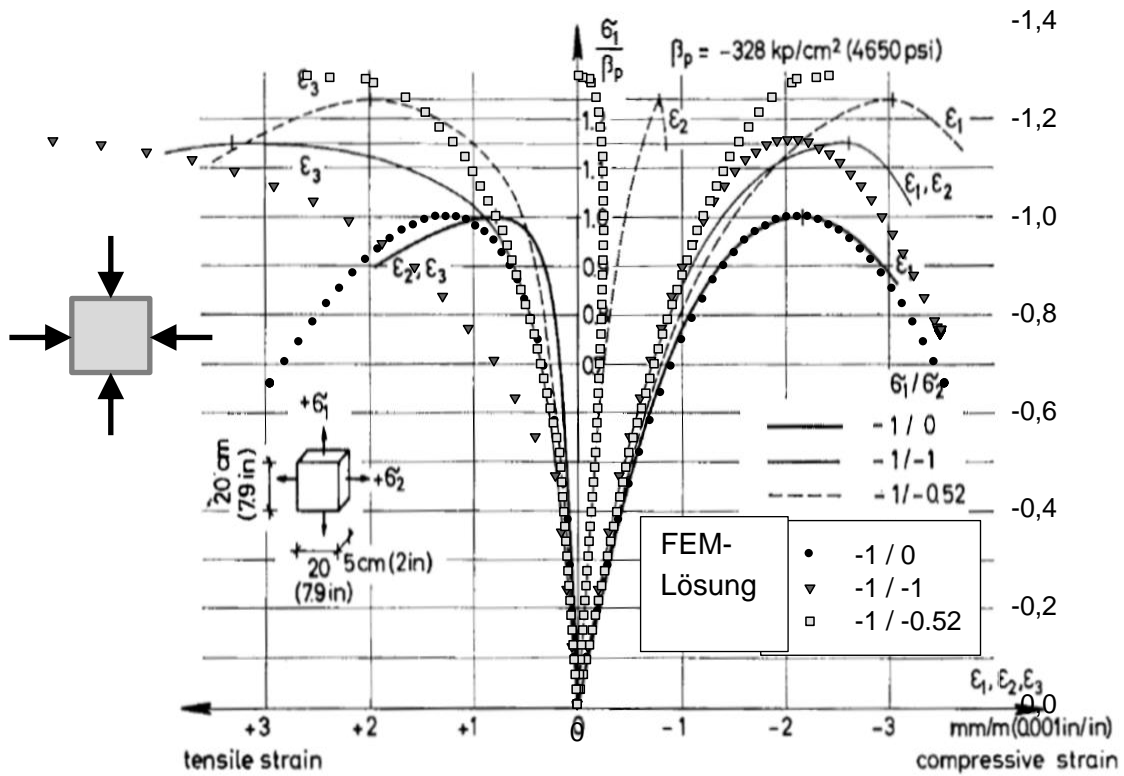
- Nachrechnung der Versuche von Kupfer [7]

Gleich wie beim Materialmodell CSC, ist auch mit dem Materialmodell CDP der Vergleich mit den Versuchen nach Kupfer geführt worden, wobei wieder Beton C25/30 zugrunde gelegt wurde (Abb. 17). Abb. 27 zeigt die Festigkeiten des Betons bei zweiachsigen Spannungszuständen. Die numerischen Berechnungen sind zum Vergleich mit dem Symbol „●“ markiert. Es zeigt sich, dass sich das Materialmodell CDP im Druck-Zugquadranten - etwas unterlinear - an der Linie des Betons mit der höchsten Druckfestigkeit ( $\beta_p = -590$  kp/cm<sup>2</sup>) befindet. Das Materialmodell CSC befindet sich vergleichsweise an der Kurve der mittleren Druckfestigkeit ( $\beta_p = -315$  kp/cm<sup>2</sup>, Abb. 18).

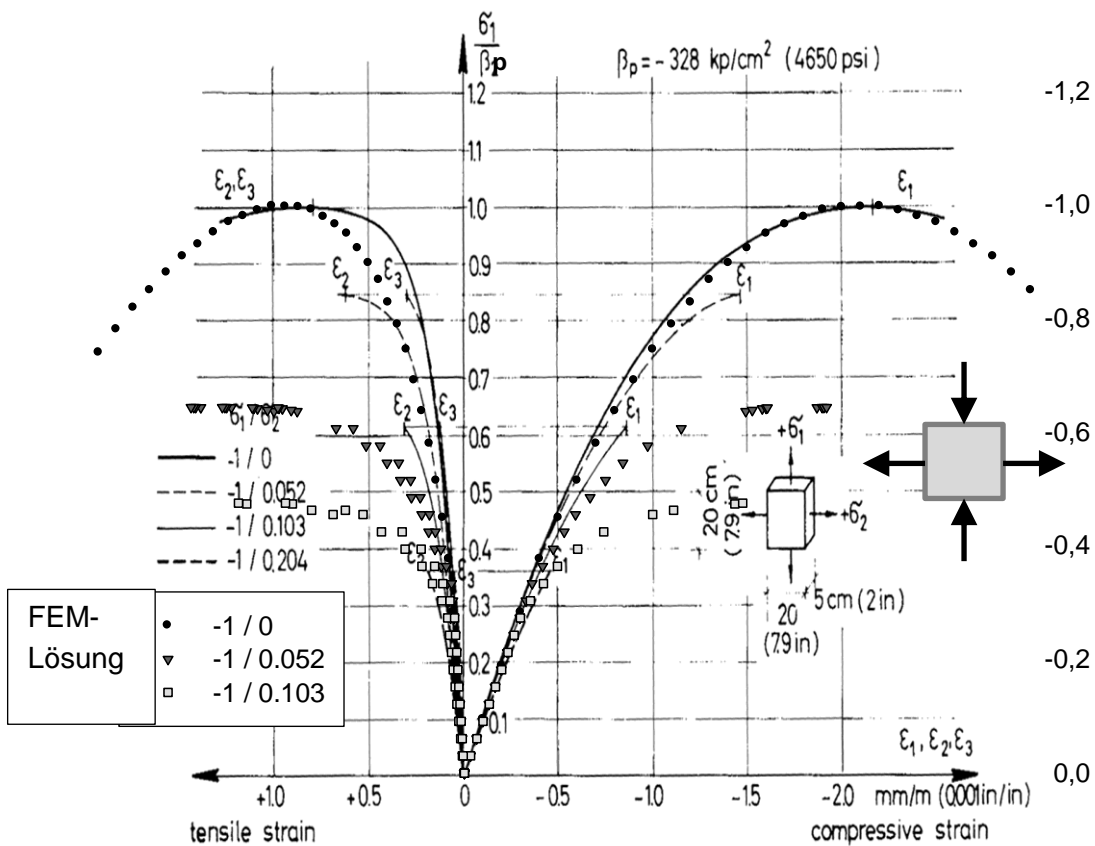


**Abb. 27** Zweiachsiale Festigkeit von Beton; Vergleich der Ergebnisse aus [7] mit numerischen Berechnungen – Betonmodell CDP

Unter **biaxialer Druckbeanspruchung** reagiert das Betonmodell CDP im gekrümmten Bereich der Spannungs-Dehnungs-Linie steifer als das Betonmodell CSC. Die numerischen Dehnungs-Berechnungen weichen etwas mehr von den Kurven der Versuche ab (siehe Abb. 28). Die Festigkeiten sind jedoch gleich zutreffend wie beim Modell CSC.

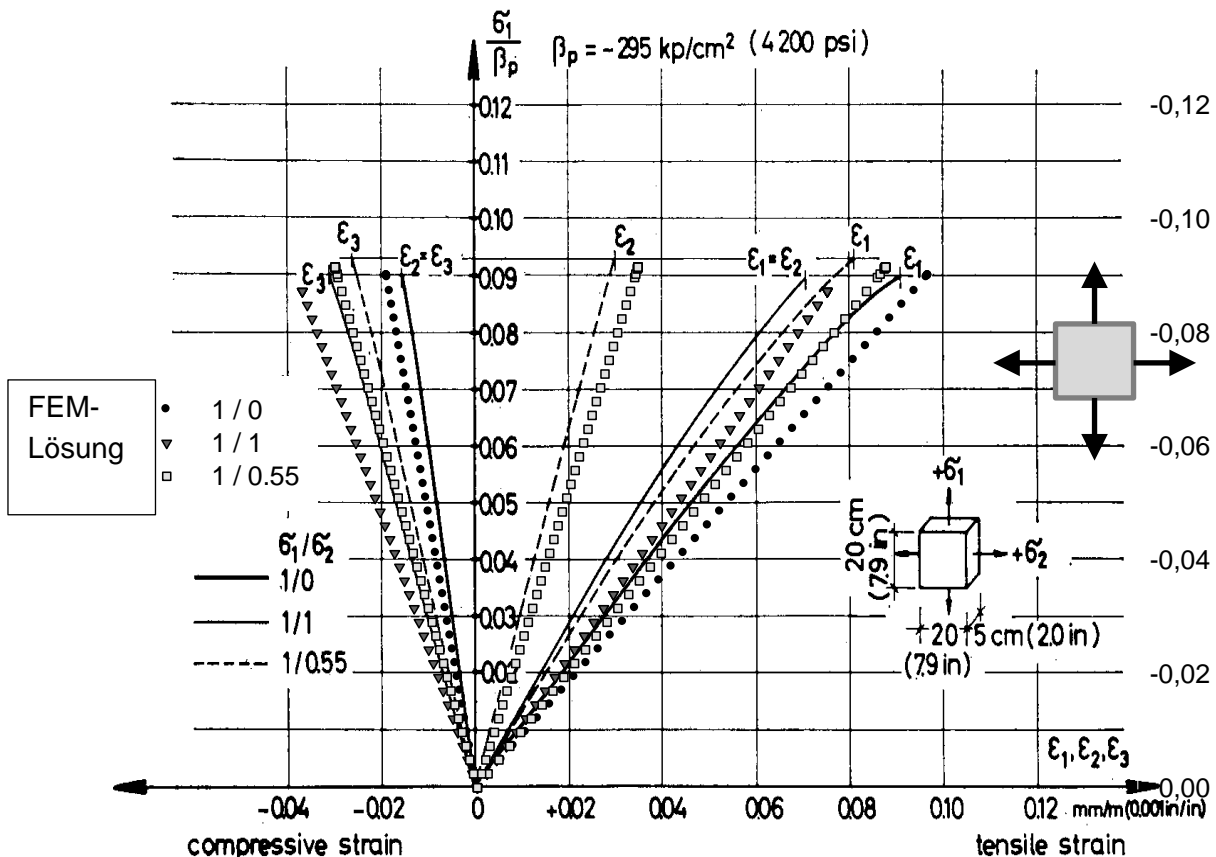


**Abb. 28** Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter biaxialer Druckbelastung; Vergleich der Versuchsergebnisse aus [7] mit numerischen Berechnungen CDP ( $\sigma_1 < 0, \sigma_2 \leq 0, \sigma_3 = 0$ )



**Abb. 29** Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter Druck- und Zugbelastung; Vergleich der Versuchsergebnisse aus [7] mit numerischen Berechnungen CDP ( $\sigma_1 < 0, \sigma_2 \geq 0, \sigma_3 = 0$ )

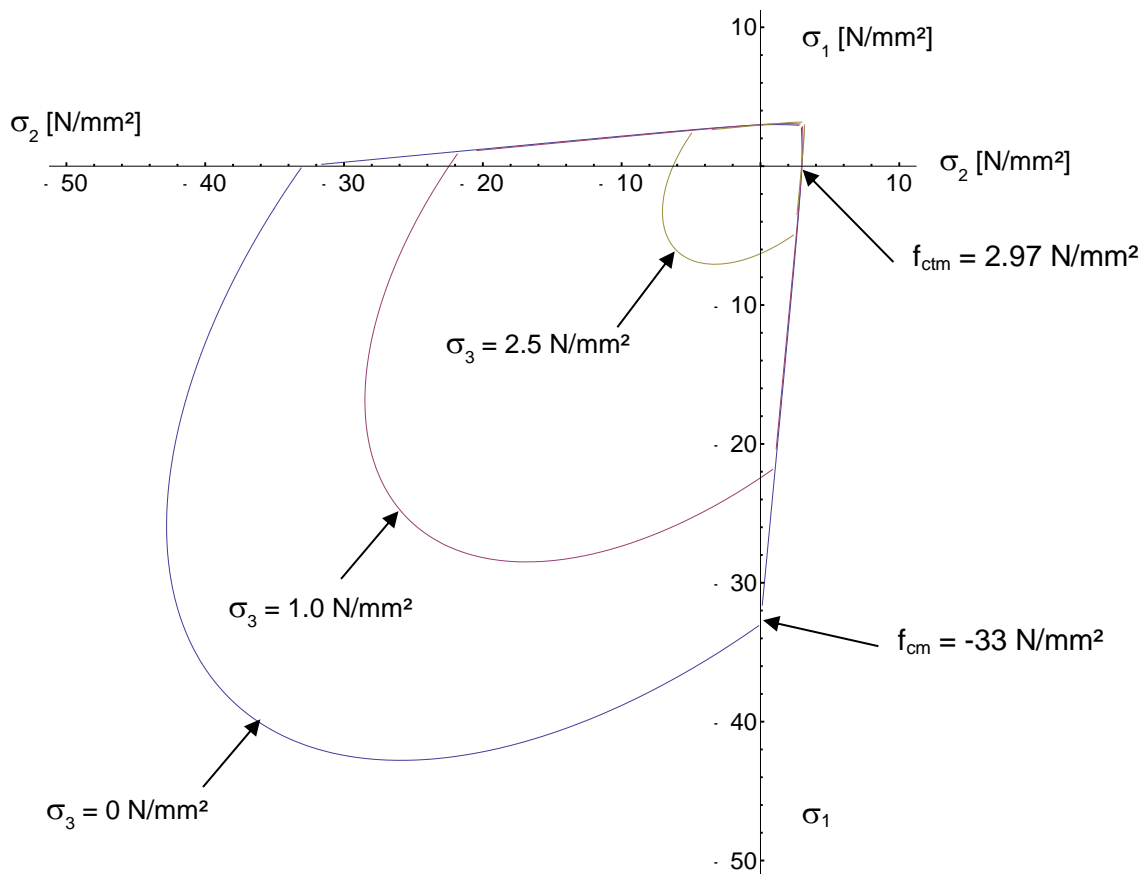
Die Festigkeiten im **Druck-Zug-Quadranten** erreichen nicht die Festigkeiten der experimentellen Daten. Außerdem reagiert das Materialmodell weicher, als es die Versuche zeigen (vgl. Abb. 29). In Abb. 27 erklärt sich dieses Verhalten dadurch, dass die Punkte der numerischen Berechnung im Druck-Zug-Quadranten nicht auf der Kurve der mittleren Druckfestigkeit ( $\beta_p = -315 \text{ kp/cm}^2$ ) der Versuche liegen, sondern auf der Kurve des härtesten Betons ( $\beta_p = -590 \text{ kp/cm}^2$ ). Daraus folgt, dass das Materialmodell CDP im Druck-Zug-Quadranten zutreffendere Ergebnisse für Betone mit höheren Festigkeiten liefern würde. Die Spannungs-Dehnungsbeziehungen im **Zug-Zug-Quadranten** mit dem Materialmodell CDP stimmen allerdings recht gut mit den Versuchen überein (vgl. Abb. 30 und Abb. 27).



**Abb. 30** Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter zweiachsialer Zugbelastung; Vergleich der Versuchsergebnisse aus [5] mit den FE-Berechnungen CDP ( $\sigma_1 > 0$ ,  $\sigma_2 \geq 0$ ,  $\sigma_3 = 0$ )

- Beanspruchungen bei zusätzlichen Zugspannungen aus der Ebene

Abb. 31 zeigt die maximal aufnehmbaren Spannungen des Materialmodells CDP bei einer zusätzlich definierten Hauptzugspannung  $\sigma_3$ . Wenn diese Hauptzugspannung verschwindet ( $\sigma_3 = 0$ ), dann entspricht die Versagenslinie dem ebenen Spannungszustand in Abb. 27. Die schwarz markierten Punkte der FE-Vergleichsberechnung in Abb. 27 liegen genau auf der Linie, die in Abb. 31 mit  $\sigma_3 = 0$  gekennzeichnet ist. Wenn die 3. Hauptspannung nun eine Zugspannung ist, kann das Materialmodell nur entsprechend geringere Druckspannungen aufnehmen. Gekennzeichnet sind diese Linien mit  $\sigma_3 = 1.0$  und  $\sigma_3 = 2.5 \text{ N/mm}^2$ . Dies entspricht auch dem tatsächlichen Verhalten von Beton.



**Abb. 31** Versagensfläche des Materialmodells CDP bei unterschiedlichen zusätzlichen  $\sigma_3$  – Hauptzugspannungen

Es zeigt sich, dass das Materialmodell CDP gut geeignet ist, um den Beton realitätsnah abbilden zu können. Dieses Materialmodell gibt vor allem die Festigkeiten bei unterschiedlichen Spannungszuständen gut wieder. Außerdem bietet das Betonmodell CDP die Möglichkeit mit dem Programm ABAQUS/Standard und mit ABAQUS/Explicit Berechnungen durchzuführen.

Eine genauere Beschreibung der Betonmodelle ist in der ABAQUS Dokumentation [2] zu finden. Zur Theorie für das Betonmodell CDP wird auf die Literatur [11] und [12] verwiesen. Die Tabelle 1 zeigt einen zusammenfassenden Vergleich der Betonmodelle CSC und CDP.



	<b>CSC</b>	<b>CDP</b>
Verschmiertes Rissmodell	•	•
Zyklische und dynamische Belastungen		•
ABAQUS Standard	•	•
ABAQUS Explicit		•
Diskrete Bewehrungsstäbe einbinden	•	•
Tension-Stiffening Verhalten	•	•
Möglichkeit das Verhalten unter dreiaxialer Druckbelastung zu verändern		•
<b>Versuche nach Kupfer [7]:</b>		
	<b>Übereinstimmung</b>	
zweiaxiale Druckbelastung	sehr gut	gut
Druck- und Zugbelastung	sehr gut	gut
zweiaxiale Zugbelastung	gut	sehr gut

**Tabelle 1** Vergleich der Betonmodelle CSC und CDP

**Für die weiteren Berechnungen wurde das Betonmodell CDP gewählt**, vor allem aus dem Grund, dass dieses Betonmodell für beide Programme ABAQUS/Standard und ABAQUS/Explicit zur Verfügung steht. Es hat sich gezeigt, dass eine Berechnung von Verankerungsringen mit ABAQUS/Standard oft weit vor dem Erreichen der Traglast abbricht, da das lokale Fließen im Zusammenhang mit einer Zugspannungskomponente – von einem einzigen Betonelement verursacht – dazu führt, dass lokal kein Gleichgewichtszustand mehr gefunden werden kann. Um diesem Problem Abhilfe zu schaffen, wird **generell mit dem Programm ABAQUS/Explicit** gerechnet. Diese Berechnung hat eine explizite Integrationsregel als Grundlage (siehe [2]).

## 6.3 Anpassung des Betonmodells Concrete Damaged Plasticity an hohe dreiaxiale Drücke

### 6.3.1 Allgemein

Es hat sich im Zuge der ersten numerischen Berechnungen mit dem Betonmodell Concrete Damaged Plasticity (CDP) gezeigt, dass im Bereich des Anschlusses vom Schubring an das Rohr sehr hohe dreiaxiale Drücke im Beton auftreten. Diese treten örtlich sehr begrenzt auf und können ein Vielfaches (bis zum achtfachen) der einachsigen Betondruckfestigkeit erreichen.

Dass dies nicht durch die numerische Berechnung bedingt ist, wird in dieser Arbeit im Kapitel 9 durch die Labortests, bei denen örtlich auch sehr hohe dreiaxiale Drücke entstehen, bestätigt.

Um auch bei diesen dreiachsigen Druckspannungszuständen die Tragfähigkeit des Betons nicht zu überschätzen, müssen einzelne Parameter des Betonmodells CDP angepasst werden. Hier werden die maximal aufnehmbaren Druckspannungen mit dem Bruchkriterium nach Ottosen [13], welches sich durch eine Nachrechnung an einer Vielzahl von Versuchen als geeignet für hohe dreiaxiale Druckspannungen herausgestellt hat, verglichen und die Parameter des Betonmodells CDP angepasst. Das Modell nach Ottosen wird im Model Code 90 [10] zur Erfassung von dreiachsigen Spannungszuständen empfohlen.

Im Folgenden wird zuerst die Versagensfläche (Failure-Surface) des ABAQUS-Betonmodells CDP untersucht, welche die maximal aufnehmbaren Grenzspannungszustände beschreibt. Anschließend wird das Ottosen-Bruchkriterium betrachtet und als Referenz für die maximale Betontragfähigkeit herangezogen.

### 6.3.2 Versagensfläche für CDP

Die Versagensfläche bestimmt die maximal aufnehmbaren Grenzspannungszustände des Betonmodells. Die Form dieser Versagensfläche kann durch bestimmte Parameter variiert und im Hauptspannungsraum graphisch dargestellt werden. Ziel ist es, dass diese Versagensfläche für CDP möglichst die gleiche Form beschreibt wie das Bruchkriterium nach Ottosen im Hauptspannungsraum, um zu gewährleisten dass es zu keiner Überschätzung der Traglast im Beton kommt.

Die Versagensfläche wird im ABAQUS Manual [2] folgendermaßen definiert:

$$F = \frac{1}{1 - \alpha} * (q - 3\alpha p + \beta \langle \sigma_{max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{max} \rangle) - f_{cm} = 0 \quad \text{Gl. (8)}$$

mit

$$\alpha = \frac{\sigma_{b0}/\sigma_{c0} - 1}{2 \sigma_{b0}/\sigma_{c0} - 1}$$

$$\beta = \frac{f_{cm}}{f_{ctm}} (1 - \alpha) - (1 + \alpha)$$

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1}$$

Es gelten:

- $p = -1/3 * I_1$

Anmerkung: Der Parameter  $p$  stellt die negative Mittelspannung (hydrostatische

Komponente)  $p^*$  dar (vgl. Kapitel 6.4)

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$\bullet \quad q = \sqrt{3 \cdot I_2}$$

$$J_2 = 1/6[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

- $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$  das Verhältnis der zweiachsialen Druckfestigkeit zur einachsigen Druckfestigkeit (Standardwert ist 1.16)
- $K_c$  vorgegebener Parameter, mit  $K_c = 0,667$  empfohlen [2]
- $\sigma_{max}$  die maximale Hauptspannung (größte Zugspannung, bzw. kleinste Druckspannung bei allseitiger Druckbeanspruchung)
- $\langle \quad \rangle$  Macauley Klammern:  $\langle x \rangle = (|x| + x)/2$

Anm.: Die Auswirkungen sind damit, wie folgt: Die positiven Werte bleiben unverändert, negative Werte werden zu null.

### 6.3.3 Ottosen Bruchkriterium

Dieses Bruchkriterium wurde von den Autoren Curbach/Speck [14] ausführlich für unterschiedliche Betongüten untersucht und mit Versuchsergebnissen verglichen. Es hat sich eine sehr gute Übereinstimmung des Bruchkriteriums mit den Versuchsergebnissen herausgestellt. Das Ottosen Bruchkriterium wird folgendermaßen definiert:

$$A \cdot \frac{J_2}{|f_{cm}|^2} + \lambda \cdot \frac{\sqrt{J_2}}{|f_{cm}|} + B \cdot \frac{I_1}{|f_{cm}|} \leq 1 \quad \text{Gl. (9)}$$

mit:

$$\lambda = K_1 \cdot \cos \left[ \frac{1}{3} \cdot \arccos(K_2 \cdot \cos(3\theta)) \right] \quad \text{für } \cos(3\theta) \geq 0$$

$$\lambda = K_1 \cdot \cos \left[ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \cdot \arccos(-K_2 \cdot \cos(3\theta)) \right] \quad \text{für } \cos(3\theta) < 0$$

$$\cos(3\theta) = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{\sqrt{J_2^3}}$$

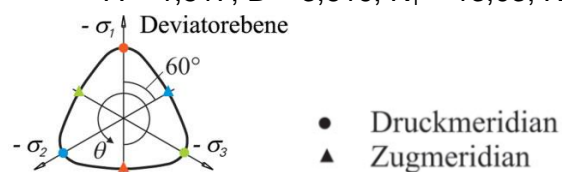
Der Winkel  $\theta$  ist in der Abb. 32 definiert.

Es gelten:

- $J_3 = 1/27(2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)(2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)(2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2)$
- Die Faktoren A, B,  $K_1$  und  $K_2$  sind von Curbach/Speck für unterschiedliche Betongüten bestimmt worden.

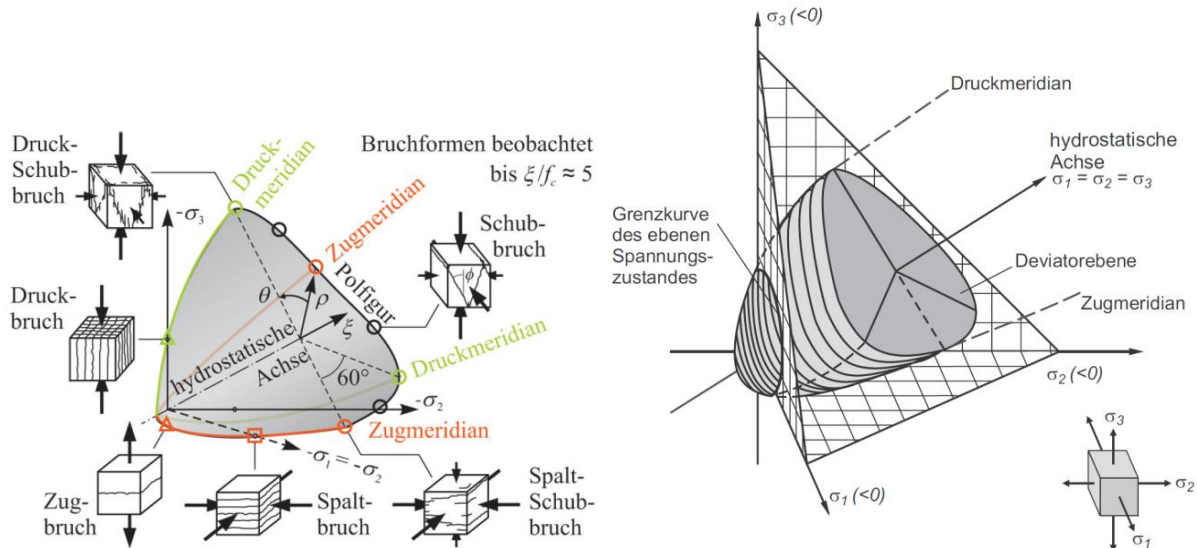
Hier wird ein normalfester Beton wie er im Kraftwerksbau eingesetzt wird untersucht. Für einen Beton C30/37 mit  $f_{cm}=38 \text{ N/mm}^2$  und  $f_{ctm}= 2.9 \text{ N/mm}^2$  haben diese Faktoren laut Curbach/Speck folgende Werte:

- $A = 1,517$ ;  $B = 3,619$ ;  $K_1 = 13,03$ ;  $K_2 = 0,986$



**Abb. 32** Definition des Winkels  $\theta$  [14]

Mit Hilfe dieser Werte lässt sich das Bruchkriterium im Hauptspannungsraum darstellen. In Abb. 33 ist ein allgemeines Bruchkriterium im Hauptspannungsraum dargestellt. Es zeigt, dass es für verschiedene Spannungsverhältnisse verschiedene Bruchmechanismen gibt.



**Abb. 33** Links: Verschiedene Bruchmechanismen in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses [14]; Rechts: 3D-Darstellung des Bruchkriteriums im Hauptspannungsraum [9]

### 6.3.4 Vergleich: Versagensfläche CDP – Ottosen-Bruchkriterium

Hier wird das Betonmodell CDP, mit den empfohlenen Werten nach dem ABAQUS-Manual, mit dem Ottosen-Bruchkriterium verglichen. Es werden die Spannungen am Druckmeridian sowie die Spannungen am Zugmeridian miteinander verglichen. Dabei wird eine Betongüte C25/30 ( $f_{cm} = 38 \text{ N/mm}^2$ ,  $f_{ctm} = 2.9 \text{ N/mm}^2$ ) herangezogen.

Für die einfachere Darstellung der Funktionen der Versagensfläche und des Bruchkriteriums werden die sogenannten Haigh-Westergaard Koordinaten verwendet, die auch schematisch in Abb. 33 links eingetragen sind. Mit Hilfe der Invarianten gilt für diese Koordinaten:

$$\xi = \frac{\sqrt{3}}{3} I_1 \quad \text{Gl. (10)}$$

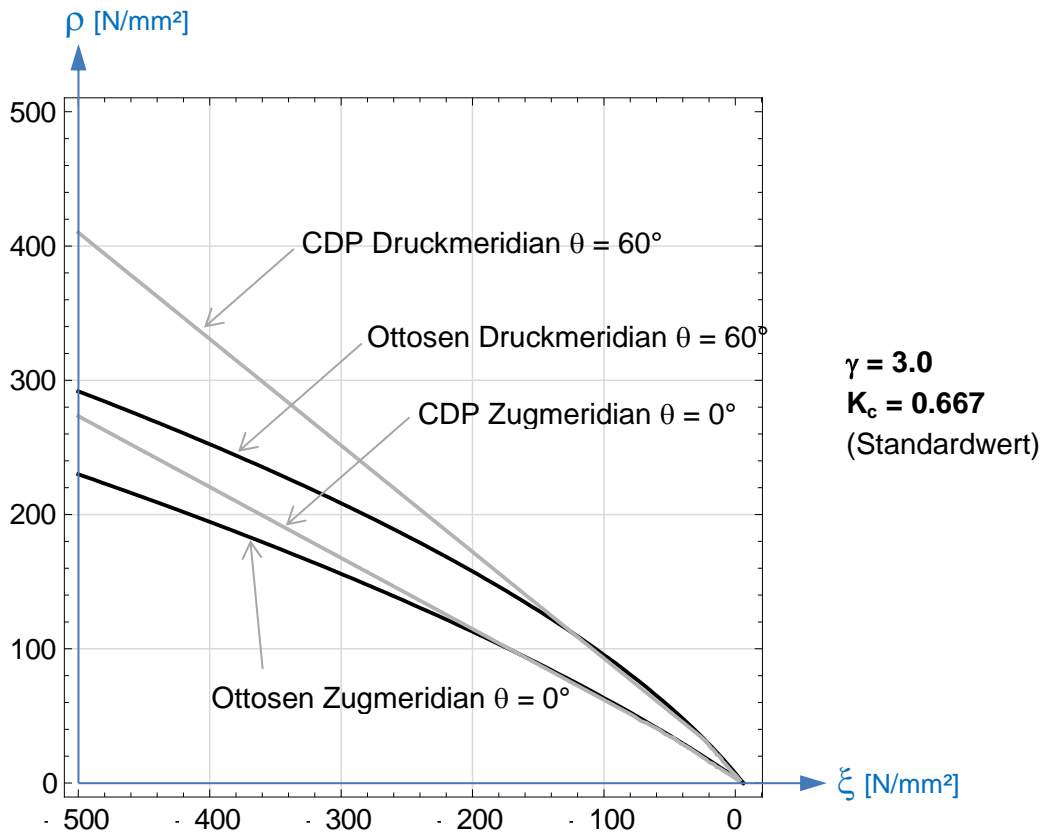
$$\rho = \sqrt{2 \cdot J_2} \quad \text{Gl. (11)}$$

$$\cos(3\theta) = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{\sqrt{J_2^3}} \quad \text{Gl. (12)}$$

Die Koordinate  $\xi$  zeigt in Richtung der hydrostatischen Achse. Die Koordinate  $\rho$  ist normal auf die hydrostatische Achse. Die Spannungsgrößen normal auf die hydrostatische Achse werden auch als deviatorische Spannungen bezeichnet. Der Winkel  $\theta$  beschreibt die Lage eines Punktes auf der Deviatorebene (siehe Abb. 32), deren Lage auch in Abb. 33 rechts dargestellt ist. Der Meridian bei  $\theta = 0^\circ$  wird als Zugmeridian bezeichnet. Der Meridian bei  $\theta = 60^\circ$  wird als Druckmeridian bezeichnet.

Als Standardwert für Beton wird im ABAQUS-Manual [2] ein  $K_c$ -Wert von 0.667 empfohlen. Daraus folgt ein  $\gamma$  von 3.0 (vgl. Gl. (8) in Abschnitt 6.3.2).

Die Abb. 34 stellt den Vergleich für den Druck- und den Zugmeridian dar. Das CDP-Modell hat einen linearen Verlauf des Druck- und Zugmeridians. Das Ottosen-Bruchkriterium hat hingegen einen parabolischen Verlauf.

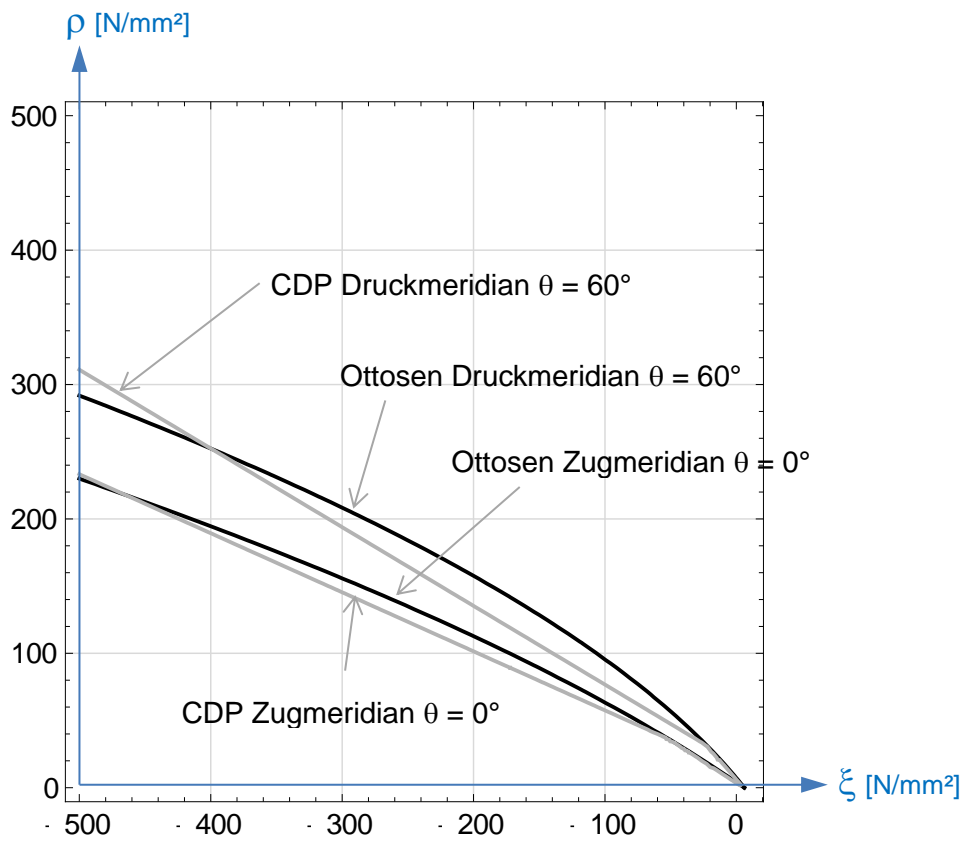


**Abb. 34** Vergleich CDP-Standardwerte ( $\gamma = 3.0$ ,  $K_c = 0.667$ ) mit Ottosen-Bruchkriterium für Druck- und Zugmeridian

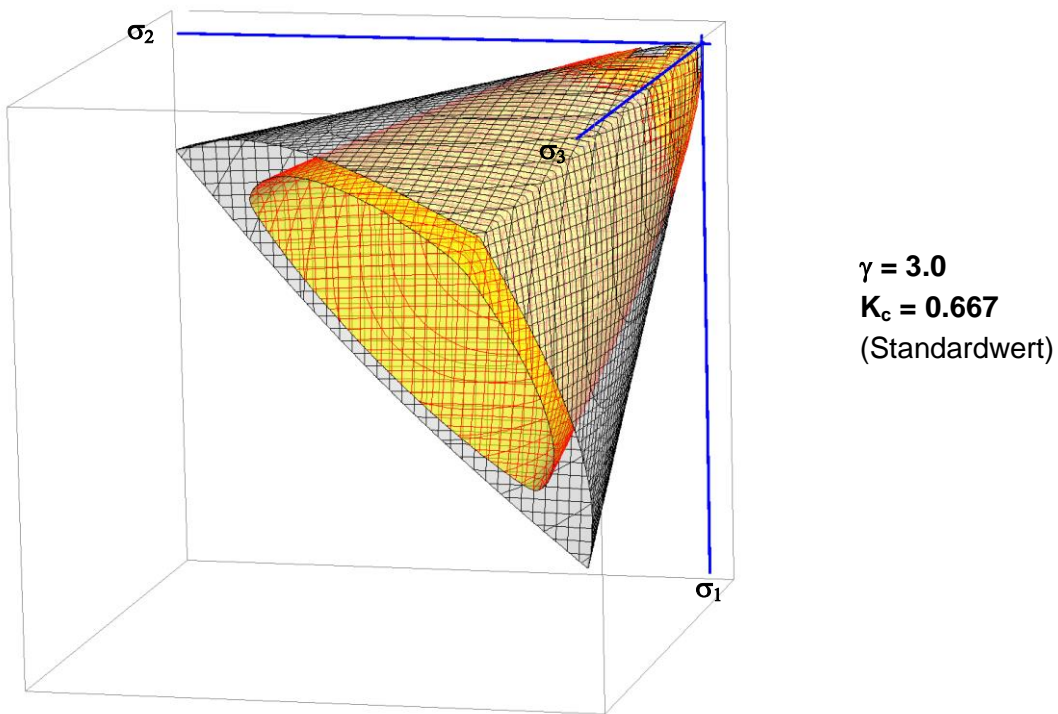
Bei hohen negativen  $\xi$ -Werten (ab -200) zeigt sich eine größere Abweichung des CDP-Modells zu dem Ottosen-Bruchkriterium. Beim Druckmeridian ist die Abweichung um Einiges größer als beim Zugmeridian. Mit diesem  $K_c$  Wert (0.667) würde man die Tragfähigkeit des Betons im Vergleich zum zutreffenden Ottosen-Bruchkriterium bei hohen dreiaxialen Druckzuständen überschätzen.

Um eine bessere Übereinstimmung der beiden Bruchkriterien zu erhalten, wird der  $K_c$  Wert abgeändert. Die Abb. 35 stellt den Vergleich des Druck- und Zugmeridians bei einem angenommenen  $K_c$ -Wert von 0.75 dar, der auf  $\gamma = 1,5$  führt. Bei geringen Druckspannungen weicht der Druck- und Zugmeridian nun zwar mehr vom Ottosen-Bruchkriterium ab (kleine  $\xi$ -Werte), als bei einem  $K_c$ -Wert von 0.667 (vgl. Abb. 34). Bei höheren Druckspannungen (negative  $\xi$ -Werte) besteht jedoch eine bessere Übereinstimmung.

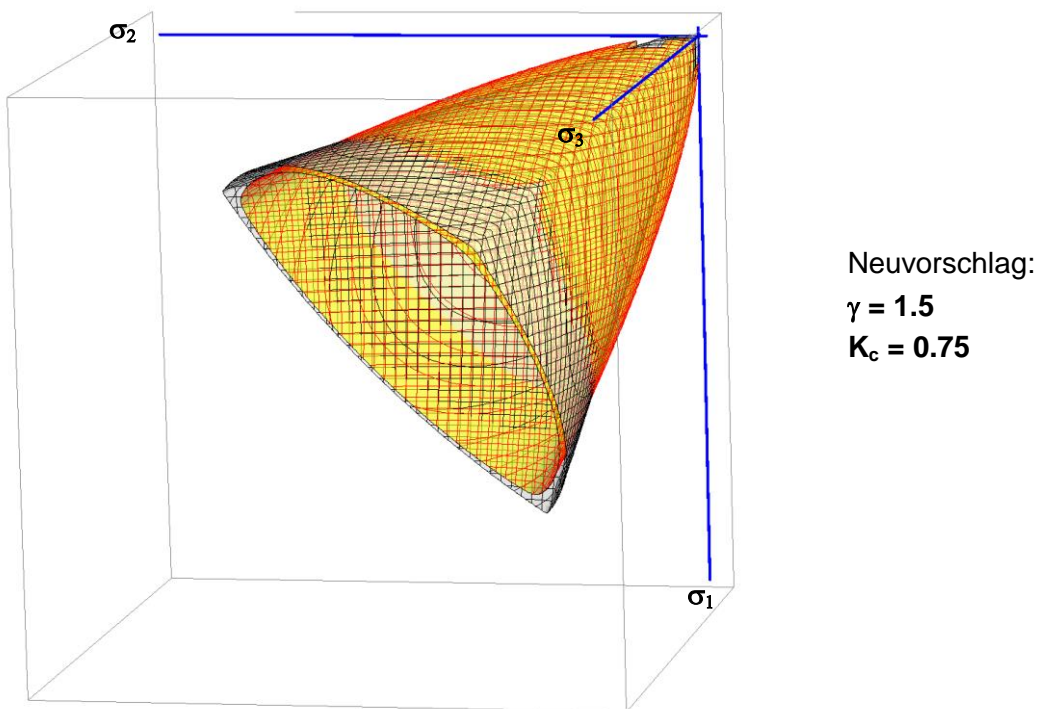
Die Abb. 36 und Abb. 37 zeigen die Versagensfläche des CDP-Modells und das Ottosen-Bruchkriterium für die beiden unterschiedlichen  $K_c$ - bzw.  $\gamma$ -Werte im dreidimensionalen Hauptspannungsraum. Die vorgeschlagene Anpassung des  $K_c$ -Wertes mit  $K_c = 0,75$  für den vorliegenden Fall zeigt in Abb. 37 die gute Übereinstimmung mit dem Ottosen Bruchkriterium. Für andere Fälle ist dies gesondert zu überprüfen.



**Abb. 35** Vergleich CDP-modifiziert ( $\gamma = 1.5$ ,  $K_c = 0.75$ ) mit Ottosen-Bruchkriterium für Druck- und Zugmeridian



**Abb. 36** 3D-Darstellung der Versagensfläche für  $K_c = 0.667$  (in Grau) und des Bruchkriteriums nach Ottosen (in Gelb-Rot)



**Abb. 37** 3D-Darstellung der Versagensfläche für den Vorschlag  $K_c = 0.75$  (in Grau) und des Bruchkriteriums nach Ottosen (in Gelb-Rot)

## 6.4 Anpassung von $K_c$ -Werten für weitere Spannungszustände

Beim oben untersuchten Fall ist von sehr hohen Druckspannungen im Beton die Rede. Diese sind jedoch nicht repräsentativ für die ebenen Prüfkörper, da dort die Druckspannungen im Beton wesentlich geringer sind. Außerdem sind diese extrem hohen Druckspannungen grundsätzlich zu hinterfragen. Aus diesem Grund werden hier für kleinere  $\xi$ -Werte die zutreffenden  $K_c$ -Werte bestimmt, mit denen eine bestmögliche Annäherung an das Ottosen-Bruchkriterium möglich ist.

Für negative  $\xi$ -Werte kleiner als 150 N/mm<sup>2</sup> kann mit ausreichender Genauigkeit für die Berechnung der zutreffenden Festigkeit des Betons unter mehrachsigen Druckspannungszuständen der Standardwert ( $K_c = 0.667$ ) herangezogen werden. Für größere  $\xi$ -Werte werden hier weitere Untersuchungen angestellt. Für eine einfachere Darstellung der Versagensflächen der Betonmodelle kann die Mittelspannung  $p^*$  gewählt werden (Anm.: Die Bezeichnung  $p^*$  erfolgt hier nur deshalb, da das Symbol  $p$  bereits im Abschnitt 6.3.2 anderwärtig – mit negativem Vorzeichen – verwendet wird).

Diese Mittelspannung  $p^*$  ist folgendermaßen definiert:

- **Ergänzung: Grundsätzliches zum Spannungstensor (räumlicher Spannungszustand  $\sigma_{ij}$ ):**

Der Spannungstensor  $\sigma_{ij}$ , der den räumlichen Spannungszustand am einzelnen Betonelement beschreibt, kann aus zwei Teilen zusammengesetzt werden. Ein Teil wird als hydrostatischer Spannungstensor  $p^* \delta_{ij}$ , der andere als deviatorischer Spannungstensor  $s_{ij}$ , bezeichnet. Der hydrostatische Spannungstensor ist jener Tensor, dessen Elemente die Größe  $p^* \delta_{ij}$  haben ( $\delta_{ij}$ ...Kronecker-Delta), wobei die Mittelspannung  $p^*$  folgendermaßen definiert ist:

$$p^* = \frac{1}{3} * \sigma_{kk} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3} I_1 = \frac{\xi}{\sqrt{3}} \quad \text{Gl. (13)}$$

Der deviatorische Spannungstensor wird als  $s_{ij}$  bezeichnet. Daraus folgt:

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + p^* \delta_{ij}$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - p^* \delta_{ij}$$

Hinsichtlich der Hauptspannungen gilt für den deviatorischen Spannungsanteil:

$$s_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 - p^* & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - p^* & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - p^* \end{bmatrix}$$

Beispielsweise beträgt die Mittelspannung  $p^*$  bei  $\xi = -200$  N/mm<sup>2</sup>:

$$p^* = \xi / \sqrt{3} = -200 / \sqrt{3} = -115.5 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Gl. (14)}$$

In Tabelle 2 sind die Ergebnisse in Form der zutreffenden Werte für  $K_c$  für unterschiedliche  $\xi$ -Werte bzw. unterschiedliche Mittelspannungen  $p^*$  dargestellt. Diese vorgeschlagenen Werte ergeben sich durch die Anpassung der Versagensfläche des Betonmodells CDP an das Ottosen-Bruchkriterium, wie dies die angegebenen Abbildungen in der letzten Spalte der Tabelle 2 zeigen. Die Tabelle stellt nun jene  $K_c$ -Werte dar, bei denen für die angegebenen  $\xi$ - bzw.  $p^*$ -Werte die Versagensfläche des Betonmodells am Zugmeridian genau die

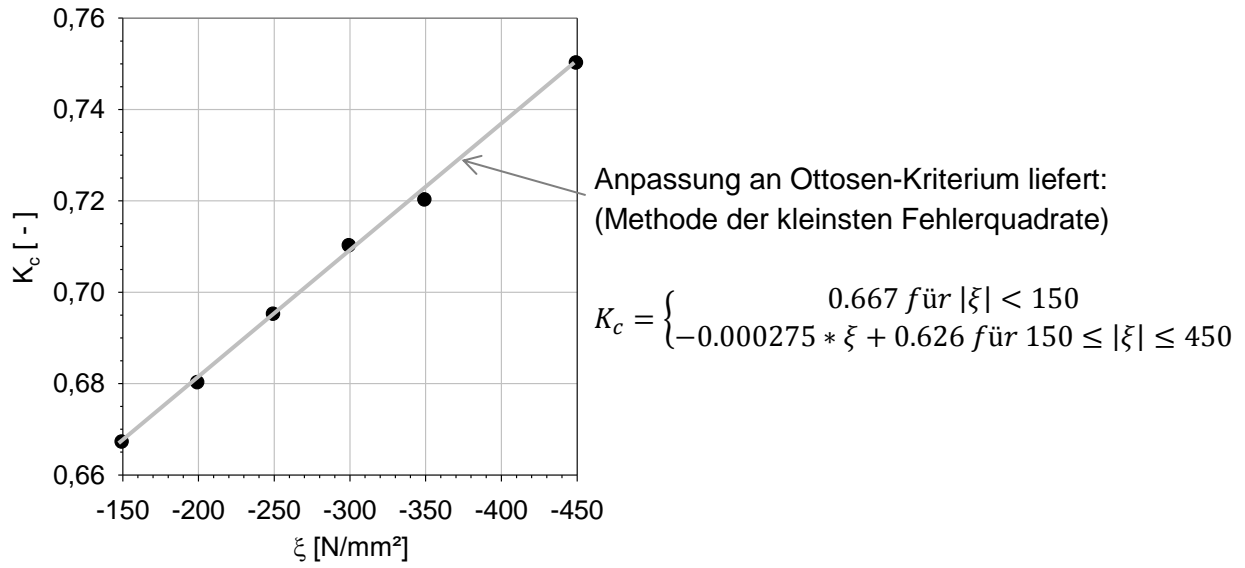


Versagensfläche des Bruchkriteriums nach Ottosen am Zugmeridian schneidet. Diese Werte der Tabelle 2 sind als Punkte in der Abb. 38 und Abb. 39 eingetragen. Es zeigt sich, dass diese Punkte annähernd auf einer Geraden liegen. Daher kann der Zusammenhang zwischen  $K_c$  und  $\xi$  bzw.  $p^*$  mittels einer Geradengleichung beschrieben werden, welche neben der Abb. 38 und Abb. 39 ersichtlich ist. Die angegebenen Ausgleichsgeraden für den Faktor  $K_c$  in Abhängigkeit von  $\xi$  bzw.  $p^*$  führen zu einer sehr genauen Wiedergabe des Ottosen-Bruchkriteriums am Zugmeridian (entspricht der grauen Linie in Abb. 38 und Abb. 39).

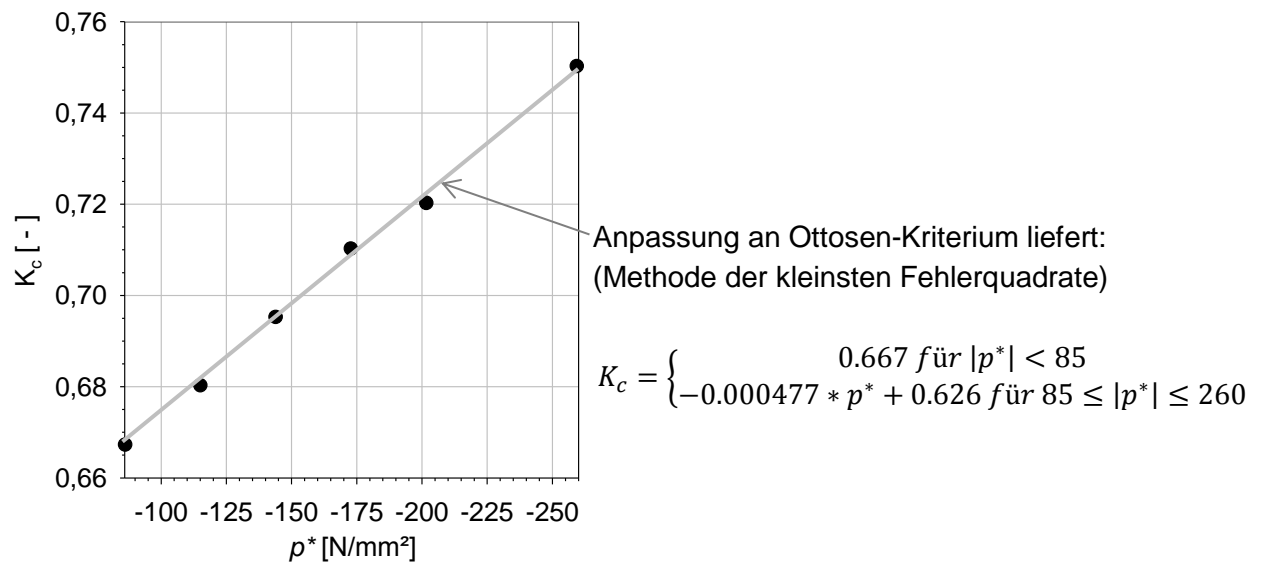
In den zu Tabelle 2 zugehörigen Abbildungen sind sowohl der Druck- und der Zugmeridian des CDP-Betonmodells mit dem Ottosen-Bruchkriterium verglichen (Abb. 40, Abb. 42, Abb. 44, Abb. 46), als auch das CDP-Versagenskriterium in der deviatorischen Ebene beim zugehörigen  $\xi$ -Wert dargestellt (Abb. 41, Abb. 43, Abb. 45, Abb. 47). Man erkennt trotz Kalibrierung von  $K_c$  für  $\theta = 0$  (Zugmeridian) eine sehr gute Übereinstimmung unabhängig von  $\theta$ .

$\xi$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Mittelspannung $p^*$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$K_c$ [-]	$\gamma$ [-]	zugehörige Abbildungen
Bis -150	-86.6	0.667	3.000	Abb. 34
-200	-115.5	0.68	2.667	Abb. 40 und Abb. 41
-250	-144.3	0.695	2.346	Abb. 42 und Abb. 43
-300	-173.2	0.71	2.071	Abb. 44 und Abb. 45
-350	-202.1	0.72	1.909	Abb. 46 und Abb. 47
-450	-259.8	0.75	1.500	Abb. 35

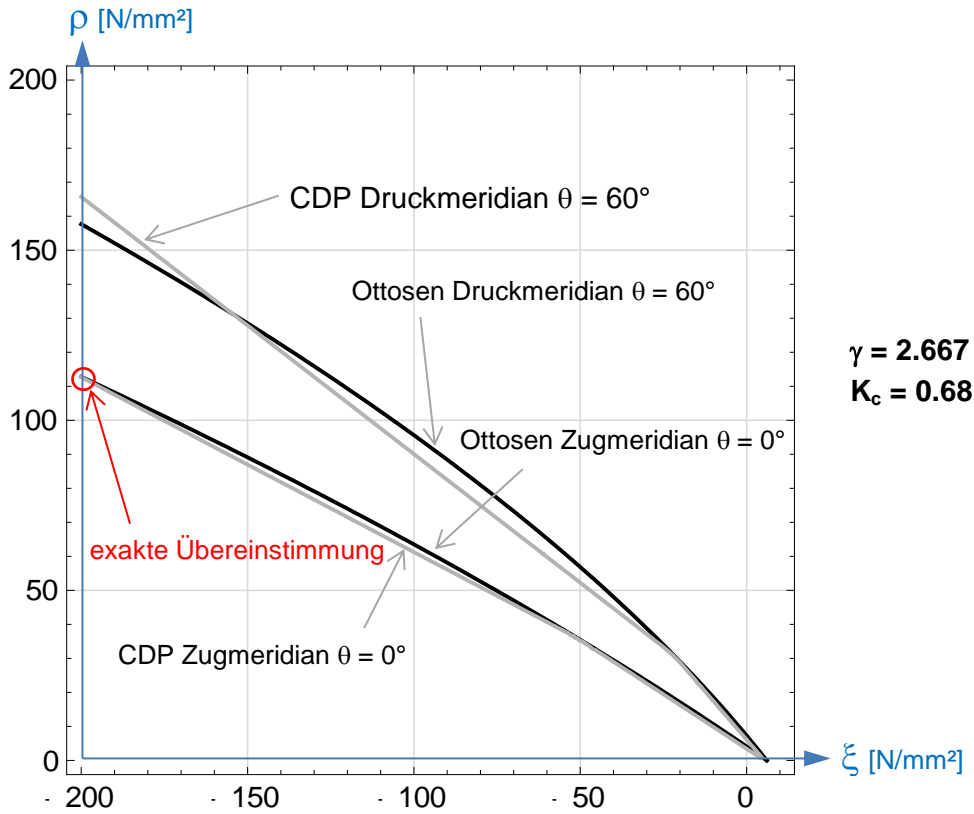
**Tabelle 2** Vorgeschlagene  $K_c$ -Werte für unterschiedliche  $\xi$ - und  $p^*$ -Werte



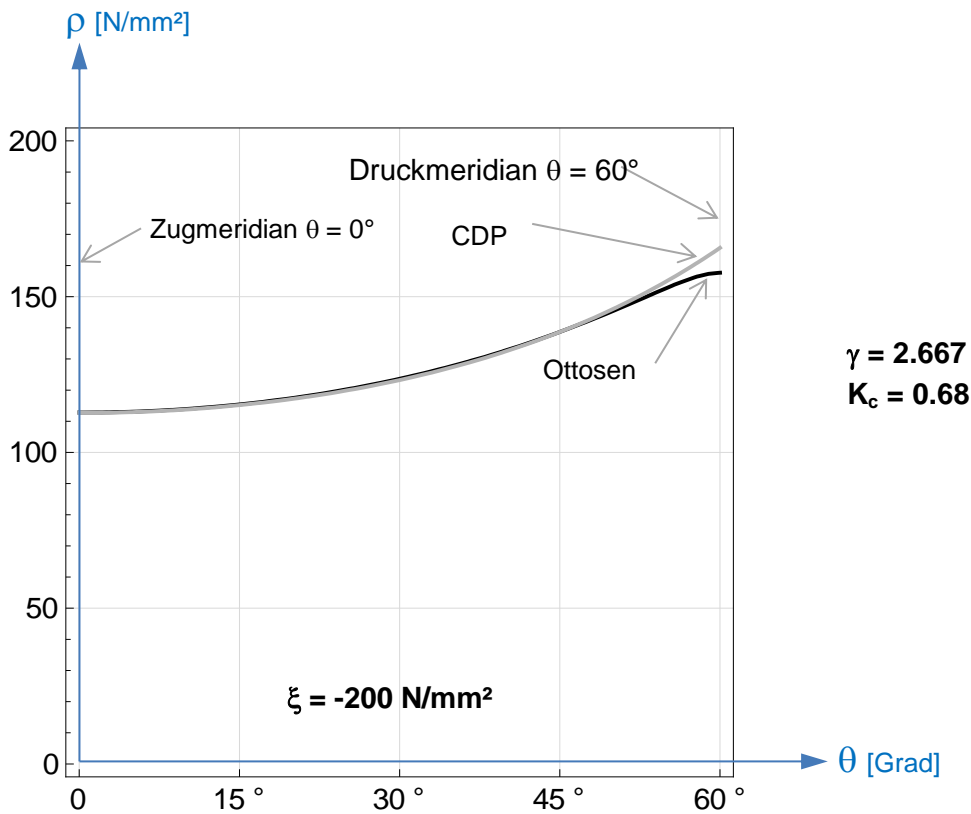
**Abb. 38**  $K_c$ -Werte in Abhängigkeit von  $\xi$  - angepasst an das Ottosen-Bruchkriterium ( $\theta = 0^\circ$ )



**Abb. 39**  $K_c$ -Werte in Abhängigkeit von  $p^*$  – angepasst an das Ottosen-Bruchkriterium ( $\theta = 0^\circ$ )



**Abb. 40** Vergleich des modifizierten Betonmodells CDP ( $\gamma = 2.667$ ,  $K_c = 0.68$ ) mit Ottosen-Bruchkriterium für Druck- und Zugmeridian



**Abb. 41** Vergleich des modifizierten Betonmodells CDP ( $\gamma = 2.667$ ,  $K_c = 0.68$ ) mit Ottosen-Bruchkriterium in der Deviatorebene bei  $\xi = -200 \text{ N/mm}^2$

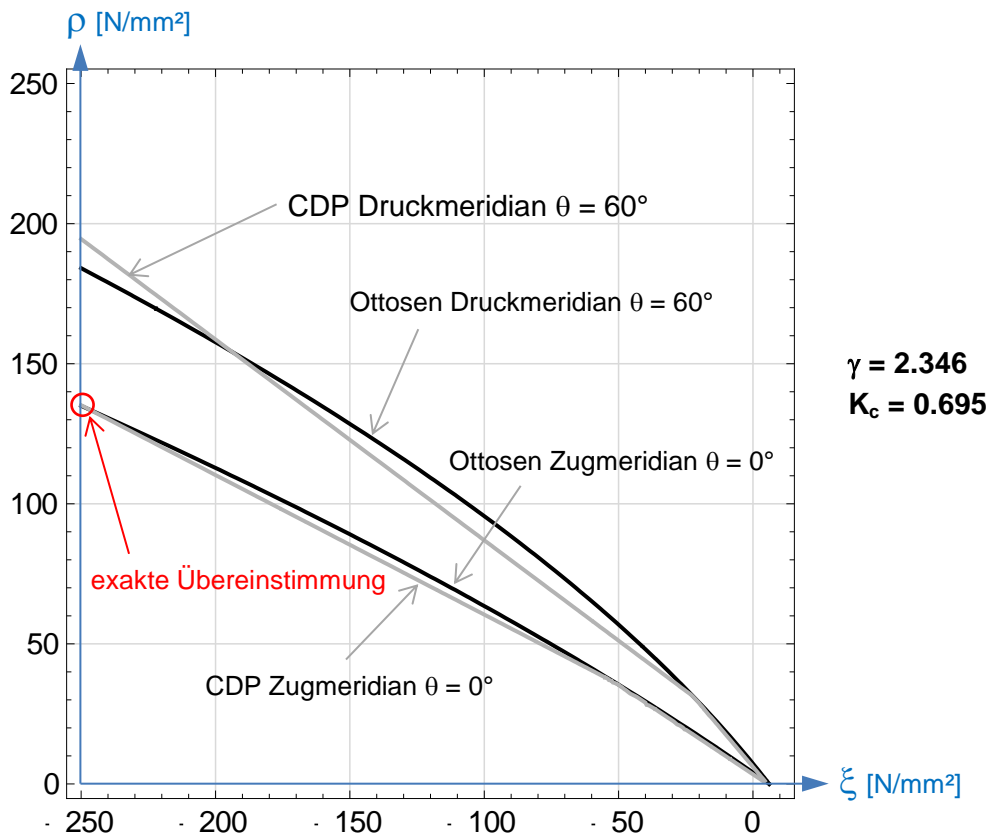


Abb. 42 Vergleich des modifizierten Betonmodells CDP ( $\gamma = 2.346$ ,  $K_c = 0.695$ ) mit Ottosen-Bruchkriterium für Druck- und Zugmeridian

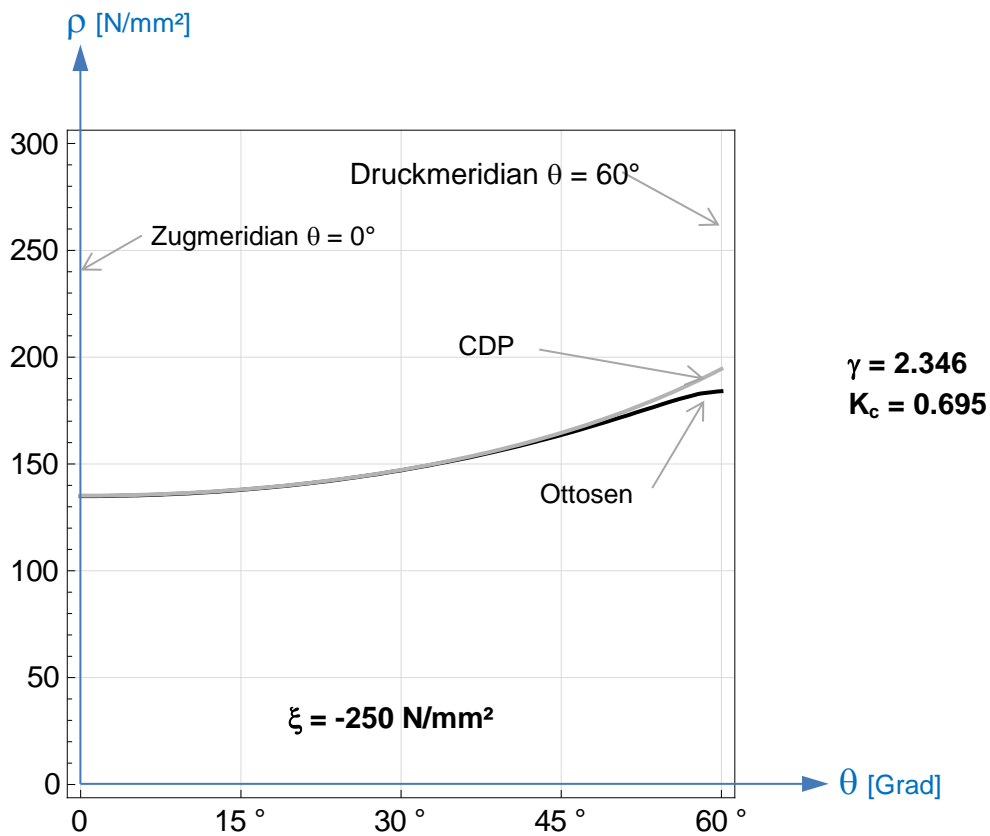


Abb. 43 Vergleich des modifizierten Betonmodells CDP ( $\gamma = 2.346$ ,  $K_c = 0.695$ ) mit Ottosen-Bruchkriterium in der Deviatorebene bei  $\xi = -250$  N/mm<sup>2</sup>

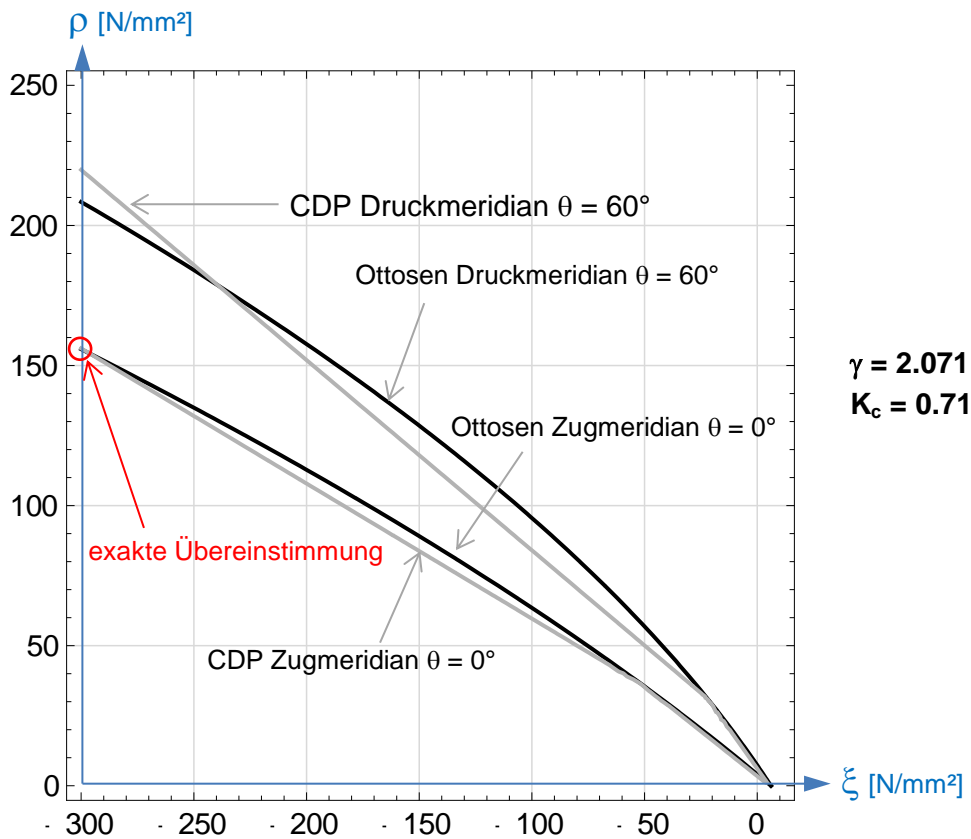


Abb. 44 Vergleich des modifizierten Betonmodells CDP ( $\gamma = 2.071$ ,  $K_c = 0.71$ ) mit Ottosen-Bruchkriterium für Druck- und Zugmeridian

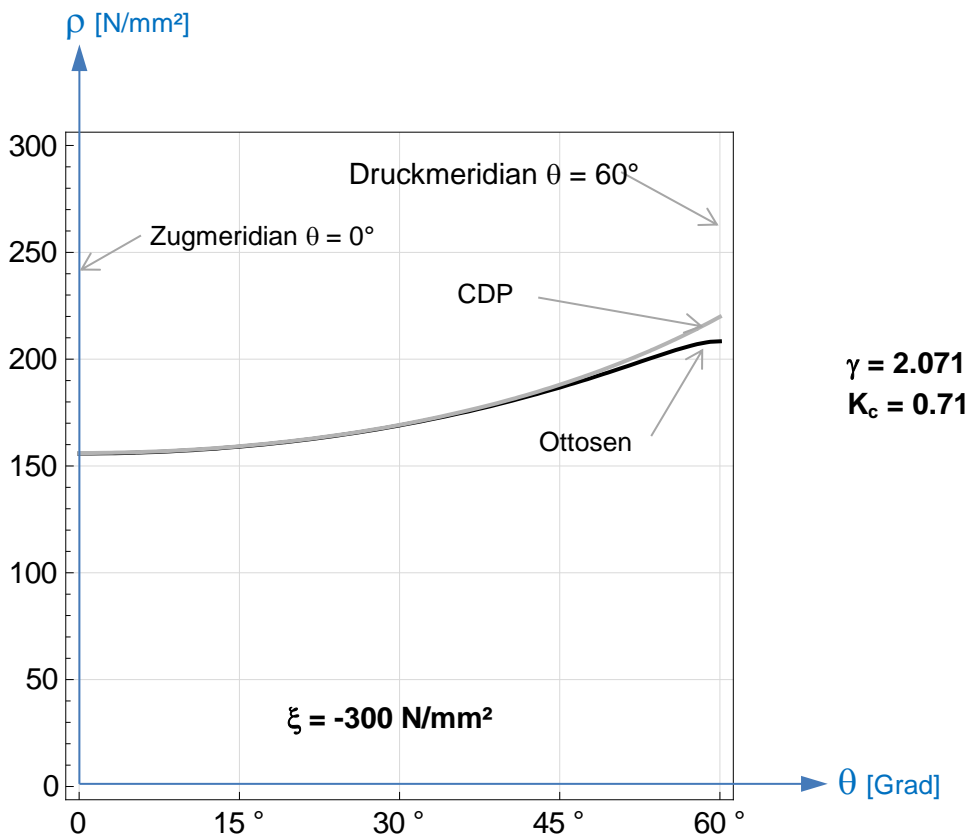


Abb. 45 Vergleich des modifizierten Betonmodells CDP ( $\gamma = 2.071$ ,  $K_c = 0.71$ ) mit Ottosen-Bruchkriterium in der Deviatorebene bei  $\xi = -300$  N/mm<sup>2</sup>

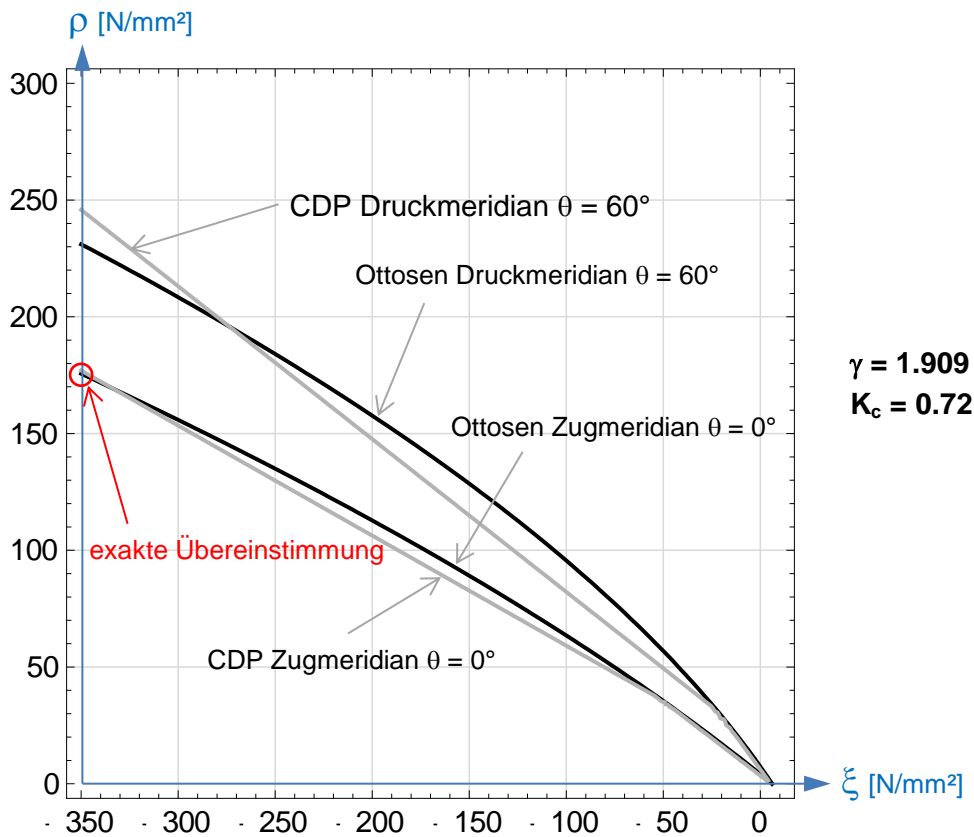


Abb. 46 Vergleich des modifizierten Betonmodells CDP ( $\gamma = 1.909$ ,  $K_c = 0.72$ ) mit Ottosen-Bruchkriterium für Druck- und Zugmeridian

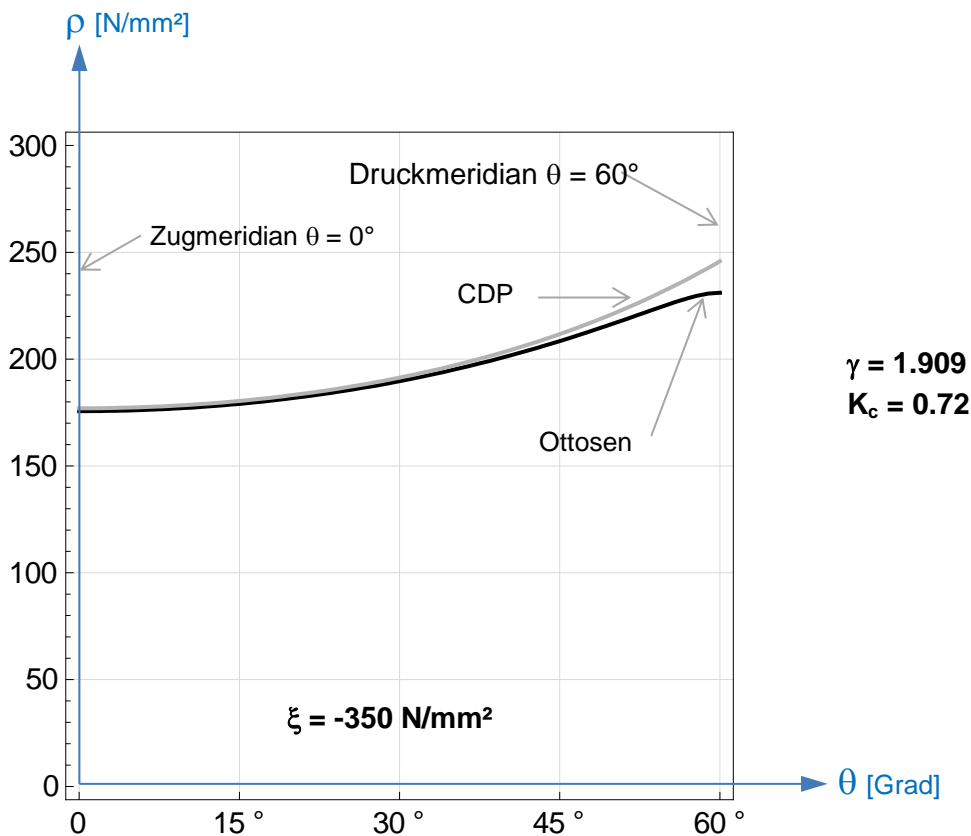


Abb. 47 Vergleich des modifizierten Betonmodells CDP ( $\gamma = 1.909$ ,  $K_c = 0.72$ ) mit Ottosen-Bruchkriterium in der Deviatorebene bei  $\xi = -350$  N/mm<sup>2</sup>

## 6.5 Erweiterung der Spannungs-Dehnungsbeziehung von Beton unter einachsiger Druckbelastung nach MC90 für große plastische Dehnungen

Im Model Code 1990 (MC90) [10] ist eine Definition der Spannungs-Dehnungsbeziehung von Beton unter einachsiger Druckbelastung zu finden. Diese Definition umfasst auch das „Nachbruchverhalten“ (Definition der Spannungs-Dehnungsbeziehung nach Erreichen der maximalen Spannung) des Betons für große Dehnungen. Der Eurocode 2 [8] gibt die Beziehung für Dehnungen nur bis zu 3.5 ‰ an. Für größere Dehnungen ist keine Beziehung definiert, d.h. es muss konservativ mit  $\sigma_c = 0$  gerechnet werden. Diese Beziehung ist jedoch erforderlich, um das „Nachbruchverhalten“ (Post-Failure-Verhalten) des Betons realitätsnah zu simulieren.

### • Grundlagen zur Definition der Spannungs-Dehnungsbeziehung bei großen plastischen Dehnungen:

laut MC90 gilt:

$$E_{ci} = E_{co} * [(f_{ck} + \Delta f) / f_{cmo}]^{1/3} \quad \text{Gl. (15)}$$

dabei ist:

$E_{ci}$  ... Elastizitätsmodul des Betons im Alter von 28 Tagen [N/mm<sup>2</sup>]

$f_{ck}$  ... charakteristische Zylinderdruckfestigkeit [N/mm<sup>2</sup>]

$\Delta f$  ... 8 N/mm<sup>2</sup>

$E_{co}$  ... 21500 N/mm<sup>2</sup>

$f_{cmo}$  ... 10 N/mm<sup>2</sup>

$\varepsilon_{c,lim}$  ... Grenzdehnung, welche die Gl. (16) limitiert; Im MC90 angegeben

Dies führt zu den in Tabelle 3 angeführten Werten für  $E_{ci}$

Betongüte	C12	C20	C30	C40	C50	C60	C70	C80
$f_{ck}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	12	20	30	40	50	60	70	80
$f_{cm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	20	28	38	48	58	68	78	88
$E_{ci}$ [10 <sup>3</sup> N/mm <sup>2</sup> ]	27	30.5	33.5	36.5	38.5	41	42.5	44.5
$\varepsilon_{c,lim}$ [*10 <sup>-3</sup> ]	5.0	4.2	3.7	3.3	3.0	2.8	2.6	2.4

**Tabelle 3** Betoneigenschaften für unterschiedliche Festigkeiten nach MC90 [10]

Laut MC90 kann die Spannungs-Dehnungsbeziehung folgendermaßen angenähert werden:

$$\sigma_c = \frac{\frac{E_{ci}}{E_{c1}} \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{1 + \left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2\right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}} f_{cm} \quad \text{für } \varepsilon_c < \varepsilon_{c,lim} \quad \text{Gl. (16)}$$

dabei ist:

$\varepsilon_{c1}$  ... 0.0022

$E_{c1}$  ...  $f_{cm}/0.0022$

Der absteigende Teil der Spannungs-Dehnungsbeziehung nach der oberen Gleichung ist nur für Dehnungen kleiner als  $\varepsilon_{c,lim}$  gültig. Für größere Dehnungen gilt die untenstehende Gl. (17).

Durch Versuche zeigt sich, dass der absteigende Ast der Spannungs-Dehnungsbeziehung von der Länge des Probekörpers abhängig ist, da es einen konzentrierten Bereich in der Probe gibt an dem die Druckdehnungen auftreten. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen sind also als verschmierte Dehnungen über den gesamten Probekörper zu sehen. Die nachfolgende Beziehung gilt für Probekörper, die ein Seitenverhältnis Höhe/Durchmesser von 2/1 haben.

Für größere Dehnungen als  $\varepsilon_{c,lim}$  gilt:

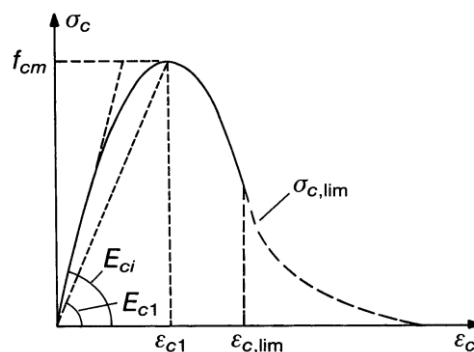
$$\sigma_c = \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon_{c,lim}/\varepsilon_{c1}} \alpha - \frac{2}{(\varepsilon_{c,lim}/\varepsilon_{c1})^2} \right) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 + \left( \frac{4}{\varepsilon_{c,lim}/\varepsilon_{c1}} - \alpha \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right]^{-1} * f_{cm} \quad \text{Gl. (17)}$$

für  $\varepsilon_c > \varepsilon_{c,lim}$

mit

$$\alpha = \frac{4 \left[ \left( \frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \left( \frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) + 2 \frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} - \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \right]}{\left[ \frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} \left( \frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) + 1 \right]^2}$$

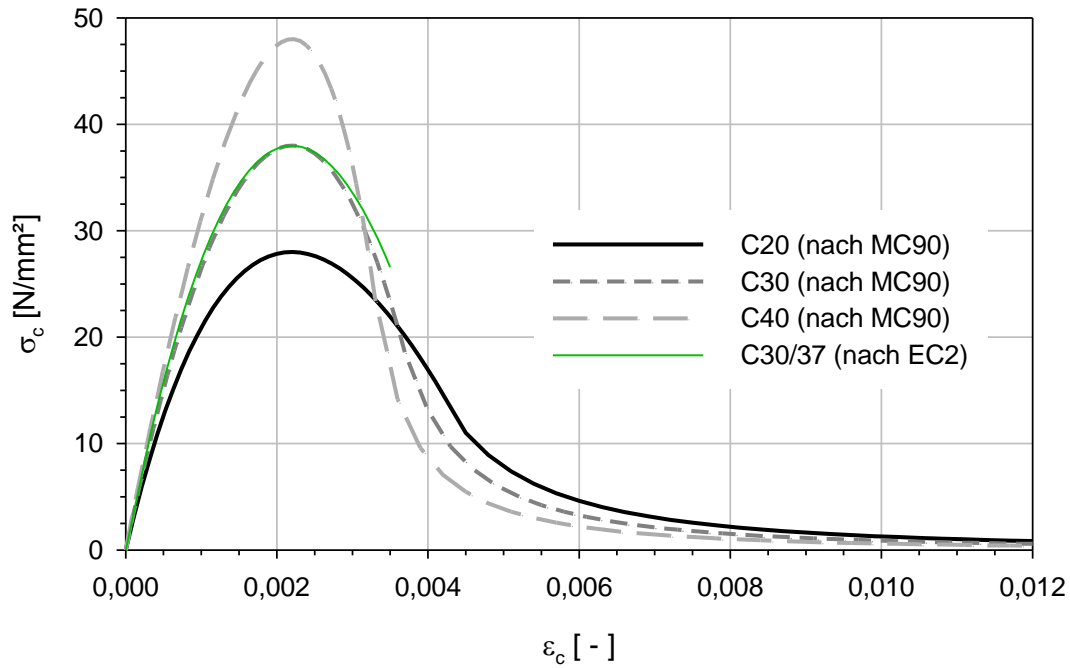
Schematisch ergibt sich daraus der in Abb. 48 dargestellte Spannungs-Dehnungsverlauf.



**Abb. 48** Spannungs-Dehnungsdiagramm für einachsigen Druck [10]

Wendet man die Gleichungen Gl. (16) und Gl. (17) an, so ergeben sich die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen, die in der Abb. 49 dargestellt sind. Zum Vergleich zwischen dem EC2 und dem MC90 sind bei der Betongüte C30 (nach MC90, Kennwerte nach Tabelle 3) oder C30/37 (nach EC2) beide Spannungs-Dehnungs-Beziehungen bei einachsiger Druckbelastung eingetragen. Es zeigt sich ein nahezu identer Verlauf bis zum Erreichen der maximalen Spannung. Anschließend fällt die Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach dem MC90 etwas steiler ab als jene des Eurocodes. Die Bruchdehnung ist im Eurocode 2 mit 3.5 ‰ definiert, d.h. darüber hinaus gibt es keine definierte Betondruckspannung  $\sigma_c$ .





**Abb. 49** Spannungs-Dehnungsbeziehungen unter einachsiger Druckbelastung für verschiedene Betongüten

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen nach dem MC90 in Abb. 49 werden für die weiteren numerischen Berechnungen mit dem Betonmodell CDP herangezogen.

## 6.6 Spezialfall der Spannungs-Dehnungsbeziehung von Beton unter triaxialer Druckbelastung – gesteigerte Duktilität

### 6.6.1 Allgemeines

Das Verhalten des Betons unter biaxialen Spannungszuständen wurde im Kapitel 6.2 ausführlich basierend auf den Untersuchungen von Kupfer [7], gezeigt. Mit diesen wurde das Verhalten des ABAQUS Betonmodells CDP (Concrete Damaged Plasticity) unter biaxialen Spannungszuständen verglichen. Es hat sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Betonversuchen und dem Betonmodell der numerischen Berechnung gezeigt. In diesem Kapitel wird das Verhalten des Betons unter triaxialer Druckbelastung gezeigt. Der Beton besitzt bei triaxialer Druckbelastung das Vermögen, größere plastische Dehnungen aufzunehmen als bei einachsiger Belastung. Diese besondere Charakteristik wird für den Pre-Failure-Bereich (Verhalten vor Erreichen der Maximallast) als auch im Post-Failure-Bereich (Verhalten nach Erreichen nach der Maximallast) experimentell und numerisch untersucht, um das Verformungsvermögen von den Schubringen möglichst realitätsnahe zu erfassen.

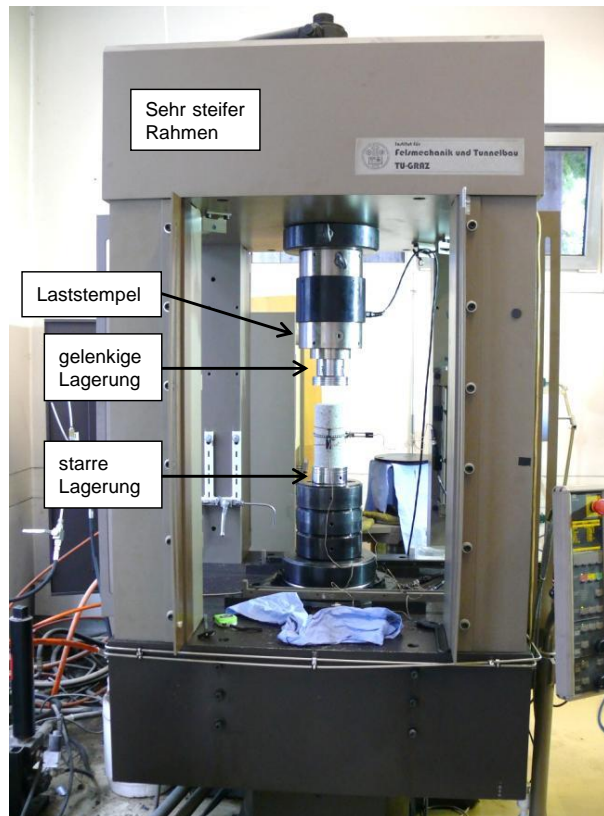
Anhand von zwei experimentellen Beispielen wird hier das Verhalten des Betons unter triaxialer Druckbeanspruchung gezeigt. Für jedes Beispiel wurde an Betonzylinderproben mit einem Durchmesser von 100 mm und einer Höhe von 200 mm sowohl ein einachsiger Druckversuch als auch ein Druckversuch in einer Triax-Zelle im Labor für Felsmechanik und Tunnelbau an der TU Graz durchgeführt. Für den Triaxialversuch wurde an der Zylinderseitenfläche ein allseitig gleich groß wirkender Seitendruck hydraulisch aufgebracht und konstant gehalten. Die in Längsrichtung einwirkende, veränderliche Last wurde über die Stirnflächen weggesteuert eingeleitet. Im ersten Beispiel beträgt der Seitendruck des Triaxialversuchs nur  $\sigma_2 = \sigma_3 = 1 \text{ N/mm}^2$ , im zweiten allerdings  $\sigma_2 = \sigma_3 = 15 \text{ N/mm}^2$ . Dies entspricht 30% der einachsigen Druckfestigkeit der Probe. Der Wert des allseitigen Seitendruckes beträgt 30 bis 35% der einachsigen Druckfestigkeit und beschreibt jenes Lastniveau, bei dem bei Gesteinen kein Lastabfall nach Überschreiten der Höchstlast zu erwarten ist. Dies wurde hier für Beton exemplarisch überprüft.

Das Betonmodell CDP wurde mit der Spannungs-Dehnungslinie aus den jeweiligen einachsigen Versuchen definiert, um anschließend die Triaxialversuche nachzurechnen und den Messergebnissen gegenüberzustellen.

### **6.6.2 Materialtests im Labor für Felsmechanik und Tunnelbau**

Das Labor für Felsmechanik und Tunnelbau der TU Graz verfügt über die in Abb. 50 dargestellte Universalgesteinsprüfmaschine des Herstellers MTS, welche dem neuesten Stand der Technik entspricht. Die mit Digitalkontroller (diese regeln die Zunahme bzw. Abnahme der Belastung durch den hydraulischen Zylinder) ausgestattete servohydraulische Prüfanlage garantiert ein Maximum an Datenausbeute aus den getesteten Proben. Die hochwertige Ausstattung, die Messungen von Verformungen direkt an der Probe, die Verwendung der Messdaten zur Steuerung des Versuches im „closed loop“ und der extrem schnelle Kontroller (notwendig um möglichst schnell die Last zu reduzieren) erlauben kontrollierte Versuche auch im Post-Failure Bereich. Die Mehrstufenversuchstechnik mit automatischer Brucherkennung garantiert im Triaxialversuch die Ermittlung eines kompletten Bruchkriteriums aus nur einer Probe. Damit ist sichergestellt, dass aus der beschränkt vorhandenen Probenanzahl eine größtmögliche Dichte an Ergebnissen zur Ermittlung der Betonparameter zur Verfügung steht.

Die ein- sowie mehrachsigen Zylinderdruckversuche wurden mit der komplexen Steuerung der Prüfmaschine durchgeführt. Während mittels kraftgesteuerter Lastaufbringung der Test nur bis zum Traglastmaximum gefahren werden kann, bietet eine weg- bzw. dehnungsgesteuerte Lastaufbringung die Möglichkeit, nach dem Erreichen des Traglastmaximums, auch den Post-Failure Bereich abzubilden. Die Proben wurden in der Prüfmaschine unten starr gelagert, der Druckstempel welcher die Proben oben belastet war mit einem Kugelgelenk gelagert. An jedem Probezylinder wurden mittig am Zylindermantel 2 um 180 Grad versetzte Längsdehnungsaufnehmer in axialer Richtung mit einer Messbasis von 50mm appliziert. Weiters wurde in Probenmitte ein Umfangsdehnungsaufnehmer (Kettenaufnehmer) angebracht. Sowohl die einachsigen als auch die dreiachsigen Zylindertests erfolgten umfangsdehnungsgesteuert, was eine sehr feine Prüfsteuerung ermöglicht und den Post-Failure-Bereich optimal erfassen und abbilden lässt.



**Abb. 50** Universalgesteinsprüfanlage der Marke MTS am Labor für Felsmechanik und Tunnelbau der TU Graz

Als Beton wurde in Anlehnung an den Stollenbeton für das österreichische Kraftwerk Limberg II ein Rezeptbeton mit folgenden Eigenschaften verwendet:

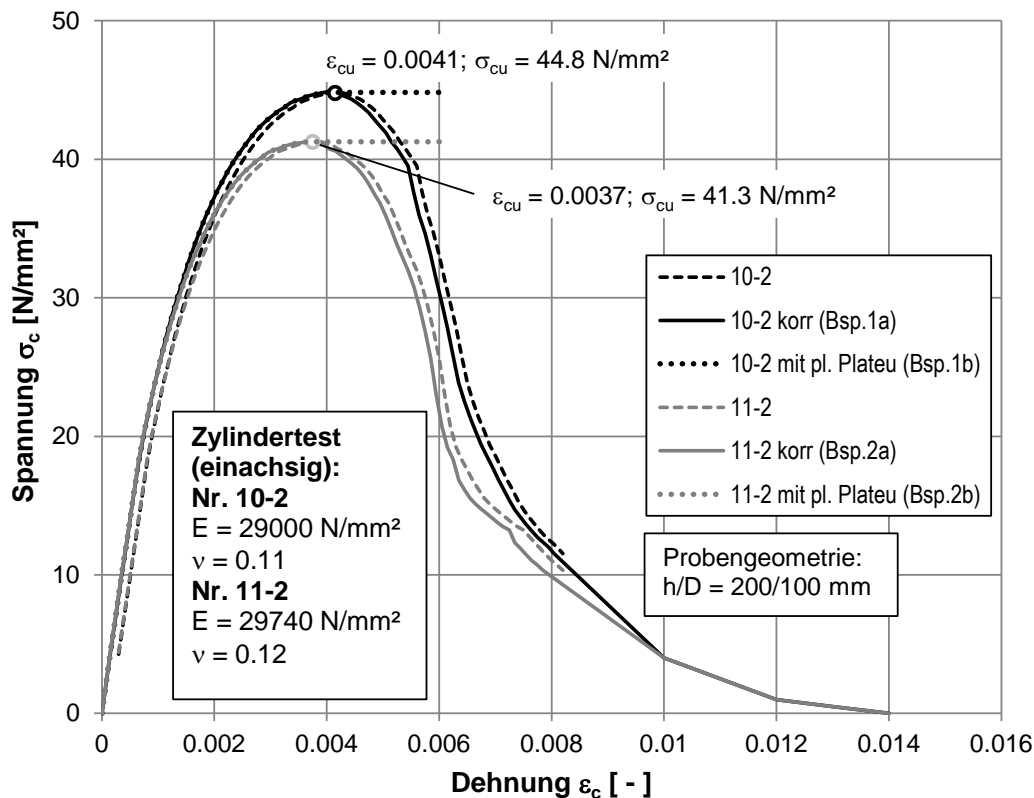
C25/30 B3, GK 8 mm, CEM II/A-M 42.5 N, F 45, LP4, LZF

### 6.6.3 Einachsige Druckversuche

Zuerst wurden im Zuge des Laborprogrammes einachsige Druckversuche an den Zylinderproben mit der Bezeichnung 10-2 (für Beispiel 1) und 11-2 (für Beispiel 2) durchgeführt. Diese Ergebnisse sind in Form der beiden strichlierten Linien in Abb. 51 eingetragen. Nachdem bei beiden Proben der E-Modul durch anfängliche Be- und Entlastungsschleifen ermittelt wurde, beginnen die strichlierten Linien nicht im Ursprung und weisen auch eine anfängliche Kriechverformung auf. Die durchgezogenen Linien der beiden Zylindertests stellen die korrigierten Spannungs-Dehnungsbeziehungen für die numerische Nachrechnung der Triaxialversuche dar. Dabei wurden die Linien in den Ursprung versetzt. Das Post-Failure-Verhalten wurde ab einer Gesamtdehnung von ca. 8 ‰ (maximale messbare Dehnung limitiert durch Umfangsdehnungsmessung bei Volumenvergrößerung im Nachbruchbereich) nur qualitativ fortgesetzt. In der Tabelle 4 sind die wichtigsten Ergebnisse der beiden Zylindertests 10-2 und 11-2 zusammengefasst. Die Dehnungen bei Maxiallast waren sehr hoch ( $\varepsilon_{\text{peak}} = 3.7$  bis  $4.1$  ‰), allerdings zeigten sich im elastischen Bereich geringe Poissonzahlen von  $\nu = 0.11$  und  $0.12$ .

	Zylindertest 10-2 (Beispiel 1)	Zylindertest 11-2 (Beispiel 2)
E-Modul	29000 N/mm <sup>2</sup>	29740 N/mm <sup>2</sup>
Poissonzahl $\nu$	0.11	0.12
Max. Druckspannung $\sigma_{\text{peak}}$	44.8 N/mm <sup>2</sup> (MPa)	41.3 N/mm <sup>2</sup> (MPa)
zug. Dehnung $\varepsilon_{\text{peak}}$	0.0041	0.0037

**Tabelle 4** Ergebnisse der einachsigen Zylinderdruckversuche



**Abb. 51** Spannungs-Dehnungsbeziehung der einachsigen Zylinderdrucktests; strichlierte Linie: Testergebnisse; durchgezogene und gepunktete Linie: Eingabe der numerischen Berechnung

#### 6.6.4 Definition des Betonmodells CDP

Die korrigierten Spannungs-Dehnungsbeziehungen in Abb. 51 (durchgezogene Linien) entsprechen der für das CDP-Betonmodell notwendigen Definition der Spannungs-Dehnungsbeziehungen unter einachsiger Druckbeanspruchung in der FE-Berechnung. Die restlichen Eingabeparameter des CDP-Modells (im Kapitel 6.2.3 erläutert) sind nachfolgend aufgelistet und gelten für Beispiel 1 und 2:

- Verhältnis der biaxialen Druckfestigkeit zur einachsigen Druckfestigkeit = 1.16
- Dichte des Betons  $\rho = 2.3 \text{ t/m}^3$  (Anm.: Dies hat keinen Einfluss auf das Ergebnis)
- Dilatationswinkel; a) nicht-assoziiertes Fließen  $\psi = 36.41^\circ$  und b) assoziiertes Fließen  $\psi = 53.5^\circ$

- $\varepsilon$  (Eccentricity) = 0.1
- empfohlener Wert  $K_c = 0.667$  (Berechnung 1) und optimierter Wert  $K_c = 0.725$  (Berechnung 2)
- Schädigungsparameter nicht relevant (daher nicht definiert)
- Bruchenergie nach MC90 [10] für die maximale Korngröße  $GK = 8$  mm mit  $0.065$  Nmm/mm<sup>2</sup> angesetzt
- Zugfestigkeit des Betons:  $f_{ct} = 3.2$  N/mm<sup>2</sup>, ermittelt aus Spaltzugversuchen im Labor für Felsmechanik und Tunnelbau:  
für Beispiel 1:  $\sigma_{SPZ} = 3.60$  N/mm<sup>2</sup>  $\rightarrow f_{ct} \sim 0.9 \cdot \sigma_{SPZ} = 3.24$  N/mm<sup>2</sup> gemäß Eurocode 2 [8],  
für Beispiel 2:  $\sigma_{SPZ} = 3.36$  N/mm<sup>2</sup>  $\rightarrow f_{ct} \sim 0.9 \cdot \sigma_{SPZ} = 3.02$  N/mm<sup>2</sup>  
Für beide Beispiele wird vereinfachend derselbe Wert von  $3.2$  N/mm<sup>2</sup> angesetzt, da die Zugfestigkeit keinen messbaren Einfluss auf das Ergebnis hat.
- Poissonziffer  $\nu$  (0.11 für Beispiel 1 und 0.12 für Beispiel 2)

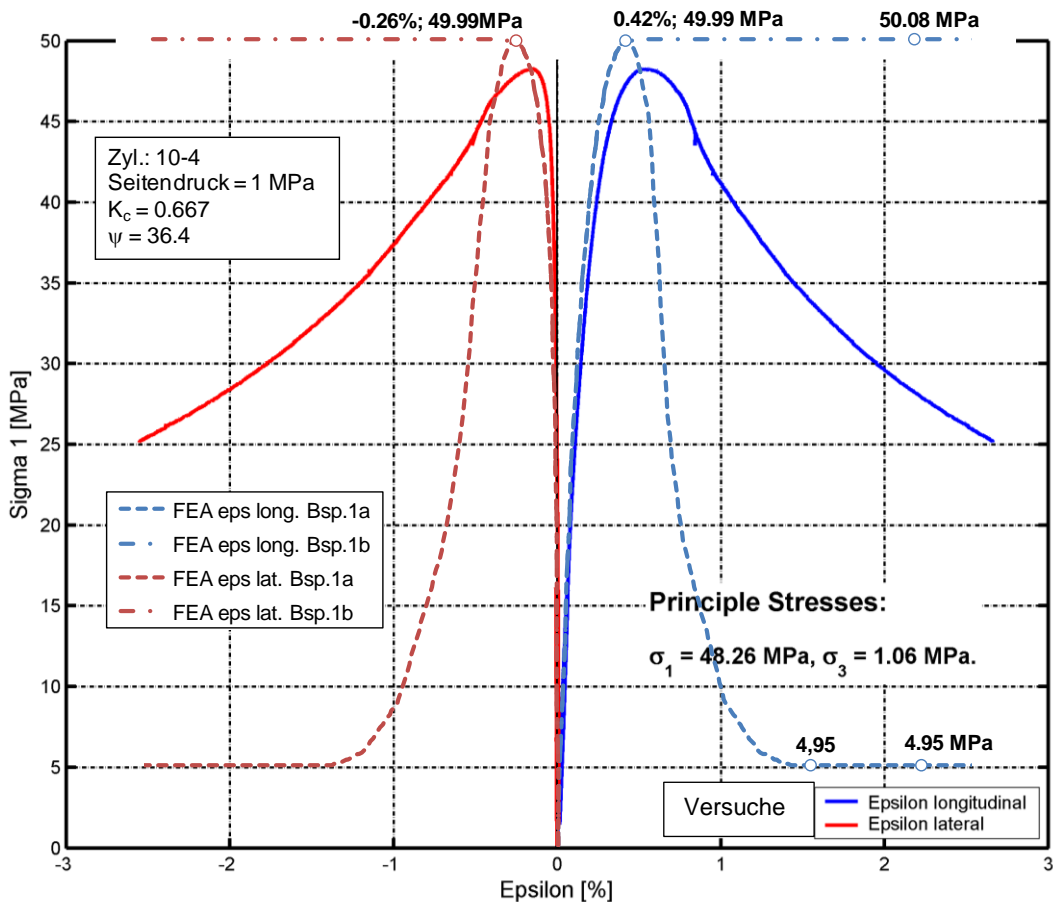
Die numerischen Berechnungen wurden an einem würfelförmigen Element mit einer quadratischen Ansatzfunktion, 20 Knoten und einer Abmessung von 10x10x10 mm durchgeführt. Dieses Element ist repräsentativ für ein kleines herausgeschnittenes Teilchen des Zylinders unter der Annahme, dass die Spannungen und Dehnungen im Messbereich der Zylinderproben gleichmäßig verteilt sind. Aufgrund des nahezu ungestörten Messbereiches in Zylindermitte ist dies jedenfalls zutreffend.

Zudem wurden für die oben beschriebenen Materialcharakteristika Berechnungen mit dem Microplane-Mehrparametermodell [15] – nachfolgend mit „M4L“ bezeichnet – seitens des Institutes für Betonbau an der Technischen Universität Graz durchgeführt.

## 6.6.5 Ergebnisse der dreiaxigen Druckversuche

### 6.6.5.1 Zylinderdrucktest Beispiel 1, Seitendruck = 1 MPa

#### - Berechnung 1: $K_c = 0.667$ (Standardwert)



**Abb. 52** Spannungs-Dehnungsbeziehung für Triaxialtest und FE-Berechnung,  $K_c = 0.667$

Die Abb. 52 zeigt den Vergleich der Testergebnisse (durchgezogene Linien) mit den FE-Berechnungen (strichlierte Linien). Die blauen Linien mit positiven Dehnungen stellen die Längsdehnungen (longitudinal) dar. Die roten Linien mit negativen Dehnungen zeigen die Umfangsdehnungen (lateral). Die stichpunktieren Linien zeigen die FE-Berechnung mit einem „Fließplateau“, wie in der Abb. 51 mit „b“ dargestellt ist.

Die maximale Spannungen der FE-Berechnung in Abb. 52 ist gering höher als jene der Testergebnisse und die FE-Berechnung weist eine geringere Dehnung bei Höchstlast auf. Im elastischen Bereich stimmen FE-Berechnung und Messung recht gut überein.

Der Vergleich zwischen Labortest und Berechnung ist ebenso in der Tabelle 5 gezeigt.

<b>Zylinderdrucktest 10-4, 1 MPa Seitendruck</b>			
	Labortest	FE Materialmodell (CDP)	Labortest/FE
$\sigma_{\text{peak}}$	48.26 MPa (N/mm <sup>2</sup> )	49.99 MPa (N/mm <sup>2</sup> )	96.5 %
$\varepsilon_{\text{peak,long.}}$	0.54 %	0.42 %	129 %
$\varepsilon_{\text{peak,lat.}}$	-0.15 %	-0.26 %	57.7 %
$\varepsilon_{\text{peak,lat.}} / \varepsilon_{\text{peak,long.}}$	0.28	0.62	44.9 %

**Tabelle 5** FE-Vergleich für Beispiel 1,  $K_c = 0.667$ , Triaxialtest

### - Berechnung 2: $K_c = 0.725$ (optimiert) sowie neues Betonmodell M4L [15]

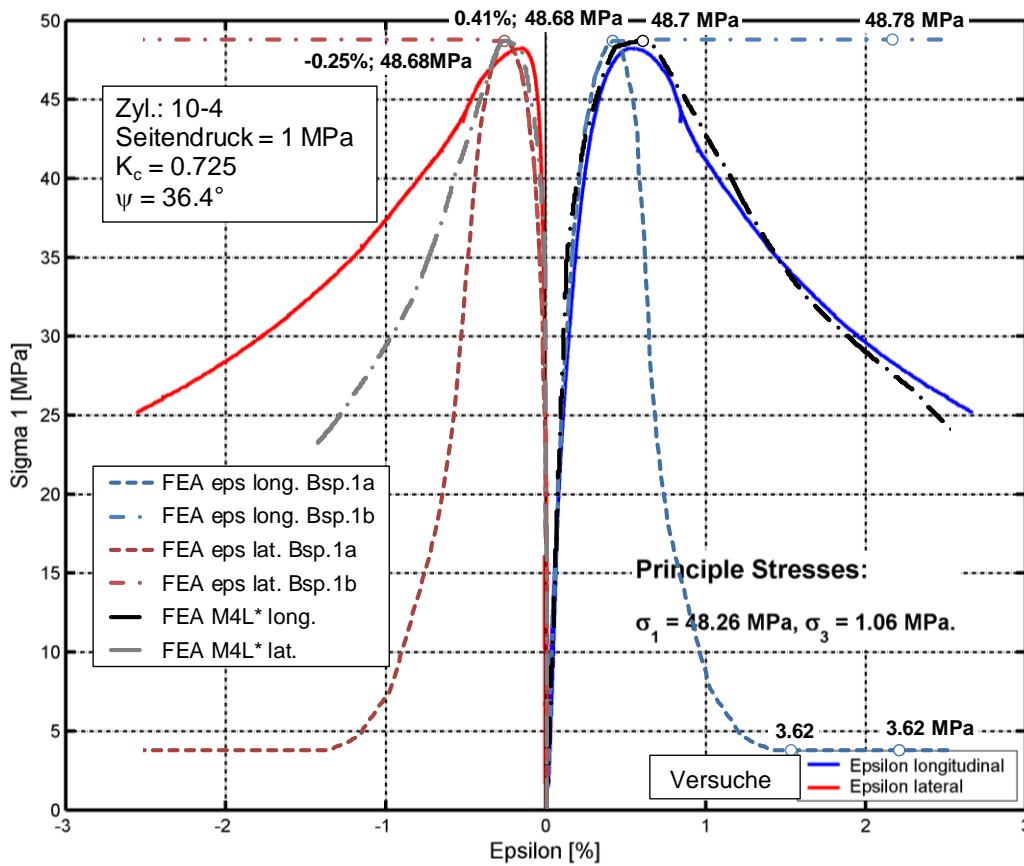
Nachdem in dieser vergleichenden Untersuchung Defizite in der Erfassung des realitätsnahen nichtlinearen Dehnungsverhaltens bei hohem Seitendruck für das Modell CDP offensichtlich wurden, wurden zudem mit einem neuen wissenschaftlichen Mehrparametermodell [15] Vergleichsrechnungen durchgeführt und nachfolgend dokumentiert. Dieses Materialmodell ist noch in keiner kommerziellen Software erhältlich.

Abb. 53 stellt die zutreffenden Materialmodellierungen des Zylinderdrucktests 10-4 mit niedrigem Seitendruck von  $\sigma_2 = \sigma_3 = 1 \text{ N/mm}^2$  für ABAQUS CDP als auch für das Microplane-Mehrparametermodell M4L [15] dar. Der  $K_c$ -Wert beträgt 0.725. Die Traglasten von FE-Berechnung und Messung stimmen bei beiden Modellen nahezu exakt überein (99 %). Man erkennt, dass das CDP-Modell die nichtlinearen Betondehnungen nur unzureichend für Maximallast und den Post-Failure-Bereich erfassen kann, obwohl die Traglast sehr genau übereinstimmt. Das Microplane-Mehrparametermodell M4L kann mittels zusätzlicher Parameter das Nachbruchverhalten für die Zylinderprobe 10-4 sehr genau beschreiben. Es ist zu bedenken, dass die Rechenzeiten für das Microplane-Mehrparametermodell M4L noch erheblich länger sind als beim einfacheren ABAQUS-Modell CDP.

In Abb. 53 sind auch die Ergebnisse für das CDP-Alternativmodell b) (vgl. Abb. 51) mit idealem Fließplateau eingezeichnet, welches bis zum Erreichen der Höchstlast ident mit dem CDP-Modell a) (vgl. Abb. 51) ist. Nach Überschreiten der Höchstlast zeigt sich entsprechend der Materialeingabe b) (vgl. Abb. 51) ein ideales Fließplateau als Berechnungsergebnis. Das Ergebnis dient zum besseren Verständnis des CDP-Modelles für die vorliegende Belastungssituation.

Der Vergleich zwischen Labortest und Berechnung ist ebenso in der Tabelle 6 gezeigt.



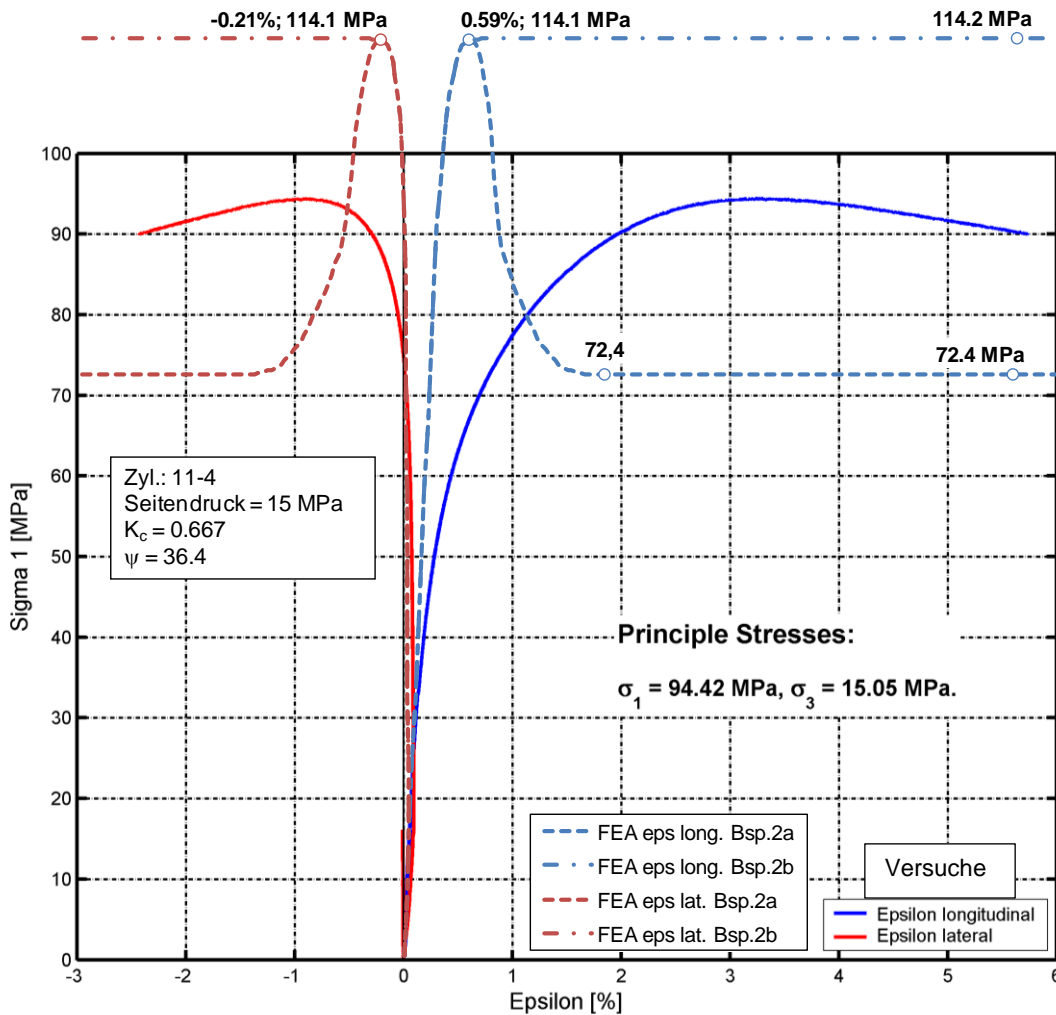


**Abb. 53** Spannungs-Dehnungsbeziehung für Triaxialtest und FE-Berechnung,  $K_c = 0.725$  und [15]

Zylinderdrucktest 10-4, 1 MPa Seitendruck					
	Labortest	FE Materialmodell (CDP)	FE Materialmodell (M4L [15])	Labortest/CDP	Labortest/M4L
$\sigma_{peak}$	48.26 MPa (N/mm <sup>2</sup> )	48.68 MPa (N/mm <sup>2</sup> )	48.71 MPa (N/mm <sup>2</sup> )	99.1 %	99.1
$\epsilon_{peak, long.}$	0.54 %	0.41 %	0.62 %	132 %	87.1 %
$\epsilon_{peak, lat.}$	-0.15 %	-0.25 %	-0.28 %	60.0 %	53.5 %
$-\epsilon_{peak, lat.} / \epsilon_{peak, long.}$	0.28	0.61	0.45	45.6 %	62.2 %

**Tabelle 6** FE-Vergleich für Beispiel 1,  $K_c = 0.725$ , Triaxialtest

## 6.6.5.2 Zylinderdrucktest Beispiel 2, Seitendruck = 15 MPa

- Berechnung 1:  $K_c = 0.667$  (Standardwert)Abb. 54 Spannungs-Dehnungsbeziehung für Triaxialtest und FE-Berechnung,  $K_c = 0.667$ 

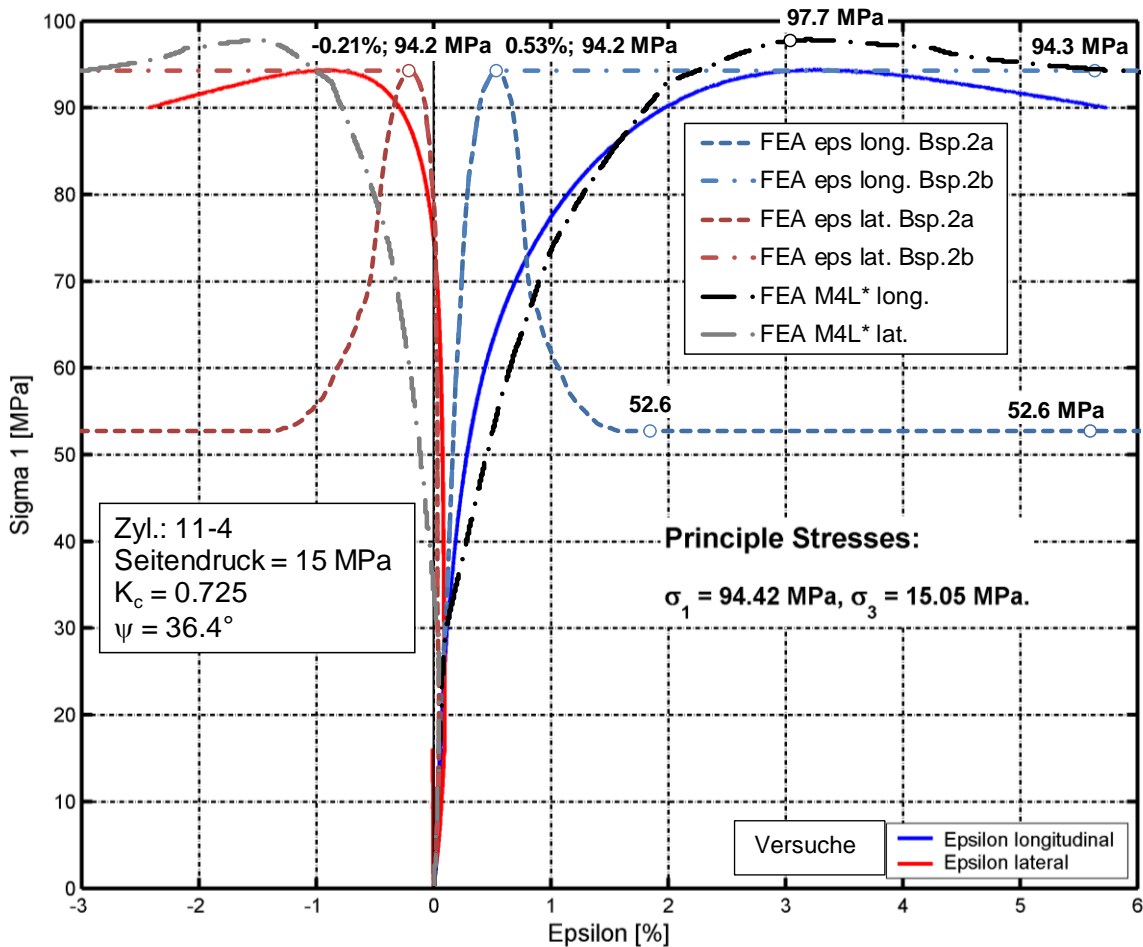
Zylinderdrucktest 11-4, 15 MPa Seitendruck			
	Labortest	FE Materialmodell (CDP)	Labortest/FE
$\sigma_{\text{peak}}$	94.42 MPa (N/mm <sup>2</sup> )	114.1 MPa (N/mm <sup>2</sup> )	82.8 %
$\varepsilon_{\text{peak,long.}}$	3.23 %	0.59 %	547 %
$\varepsilon_{\text{peak,lat.}}$	-0.87 %	-0.21 %	414 %
$-\varepsilon_{\text{peak,lat.}} / \varepsilon_{\text{peak,long.}}$	0.27	0.36	75.7 %

Tabelle 7 FE-Vergleich für Beispiel 2,  $K_c = 0.667$ , Triaxialtest

Abb. 54 zeigt den Vergleich zwischen Test und numerischer Berechnung mit hohem Seitendruck von  $\sigma_2 = \sigma_3 = 15 \text{ N/mm}^2$ . Die FE-Berechnung mit  $K_c=0.667$  gibt deutlich höhere Spannungen und eine zu geringe Bruchdehnung bei Höchstlast im Vergleich zum Test aus. Im elastischen Bereich stimmen FE-Berechnung und Messung besser überein. Die

Parameterwahl mit  $K_c=0.667$  ist unzutreffend und folglich zur realitätsnäheren Beschreibung der experimentellen Daten anzupassen ( $\rightarrow K_c=0.725$ ).

**- Berechnung 2:  $K_c = 0.725$  (optimiert) sowie neues Betonmodell M4L [15]**



**Abb. 55** Spannungs-Dehnungsbeziehung für Triaxialtest und FE-Berechnung,  $K_c = 0.725$  und [15]

Zylinderdrucktest 11-4, 15 MPa Seitendruck					
	Labortest	FE Materialmodell (CDP)	FE Materialmodell (M4L [15])	Labortest/CDP	Labortest/M4L
$\sigma_{peak}$	94.42 MPa (N/mm <sup>2</sup> )	94.2 MPa (N/mm <sup>2</sup> )	97.8 MPa (N/mm <sup>2</sup> )	100.2 %	96.5 %
$\epsilon_{peak,long.}$	3.23 %	0.53 %	3.17 %	609 %	101.8 %
$\epsilon_{peak,lat.}$	-0.87 %	-0.21 %	-1.52 %	414 %	57.2 %
$-\epsilon_{peak,lat.} / \epsilon_{peak,long.}$	0.27	0.40	0.48	68.0 %	56.3 %

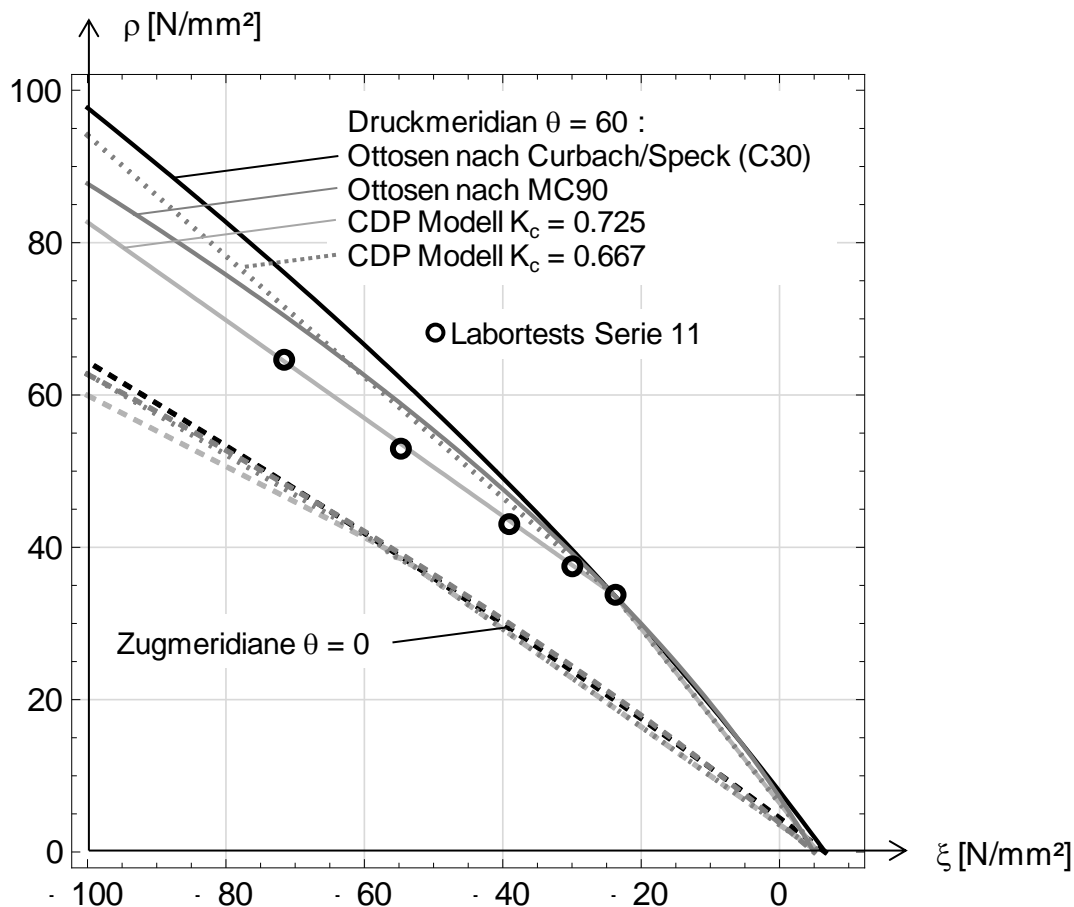
**Tabelle 8** FE-Vergleich für Beispiel 2,  $K_c = 0.725$ , Triaxialtest

Abb. 55 stellt die nun teilweise zutreffenden Materialmodellierungen des Zylinderdrucktests 11-4 mit hohem Seitendruck von  $\sigma_2 = \sigma_3 = 15$  N/mm<sup>2</sup> für ABAQUS CDP als auch für das Microplane-Mehrparametermodell [15] dar. Der  $K_c$ -Wert beträgt 0.725. Die Traglasten von

FE-Berechnung und Messung stimmen bei beiden Modellen recht gut überein (100 % bzw. 97 %). Man erkennt jedoch, dass das CDP-Modell die nichtlinearen Betondehnungen für Maximallast und den Post-Failure-Bereich für die Spannungen weit unterschätzt, obwohl die Traglast sehr genau übereinstimmt. Das Microplane-Mehrparametermodell kann mittels zusätzlicher Parameter das Nachbruchverhalten für die Zylinderprobe 11-4 zutreffender beschreiben. Die Längsdehnungen stimmen sehr genau überein, die Seitendehnungen sind für den vorliegenden Beton etwas zu hoch wiedergegeben. Die Rechenzeiten für das Microplane-Mehrparametermodell sind jedoch deutlich länger (ca. das 50-fache) als für das ABAQUS-Modell CDP.

In Abb. 55 sind auch die Ergebnisse für das CDP-Alternativmodell b) mit idealem Fließplateau eingezeichnet (vgl. Abb. 51), welches bis zum Erreichen der Höchstlast identisch zum CDP-Modell a) ist. Nach Überschreiten der Höchstlast zeigt sich entsprechend der Materialeingabe b) ein ideales Fließplateau als Berechnungsergebnis, welches bei großen Dehnungen deutlich besser mit der Messung übereinstimmt. Das Ergebnis dient zum besseren Verständnis des CDP-Modelles für die vorliegende Belastungssituation, ist aber auch für die FE-Modellierung bei diesen hohen dreiachsigen Druckspannungszuständen zu empfehlen.

### 6.6.5.3 Ergebnisse Zug- und Druckmeridian



**Abb. 56** Zug- und Druckmeridiandarstellung für Triaxialtest und FE-Berechnung

In Abb. 56 sind in der  $\xi$ - $\rho$ -Darstellung für Druck- und Zugmeridiane die in Abschnitt 6.6.5 untersuchten Parameter für das CDP-Modell sowie die Ottosen-Modelle gemäß MC90 [10] und [14] dargestellt. Weiters sind die Ergebnisse der Zylinderdrucktests der Serie 11 mit

hohem Seitendruck (15 MPa) eingetragen. Man erkennt die etwas zu günstig liegenden Ottosen-Modelle im Druckmeridian. Das CDP-Modell mit  $K_c = 0.725$  eignet sich sehr gut zur Beschreibung der Spannungen, wodurch die gute Übereinstimmung mit der Traglast der Zylinderprobe 11-4 (Tabelle 8) ergibt. Für das Microplane-Mehrparametermodell sind keine Meridiendarstellungen vorliegend.

## 6.7 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Einzelheiten zur Materialmodellierung von Beton für dreiaxiale Spannungszustände mittels des FE-Programmes ABAQUS [2] beschrieben, und es wurden anhand von Beispielberechnungen die Grenzen und Schwierigkeiten bei der Anwendung der verfügbaren Modelle aufgezeigt.

Das Kapitel konzentriert sich auf die korrekte Erfassung der Betontragfähigkeit unter mehrachsigen Spannungszuständen. Zudem wird das Spannungs-Dehnungs-Verhalten sowohl für einachsige, zweiachsige als auch dreiaxiale Beanspruchungsverhältnisse untersucht. Zur Kalibrierung der FE-Eingaben am dreiaxialen, räumlichen Spannungs-Dehnungs-Verhalten werden dreiaxiale Materialtests durchgeführt, um hinreichende Angaben über die Duktilität des verwendeten Stollenbetons bei hoher dreiaxialer Belastung zu gewinnen. Die Ergebnisse sind in diesem Bericht detailliert angeführt.

Wie in vergleichbarer Literatur zu finden, wird als Ergebnis dieser Untersuchungen die Berechnung mittels ABAQUS/Explicit empfohlen, sofern das Nachbruchverhalten (Post-Failure-Verhalten) von Beton von Interesse ist. Im Speziellen wird zur FE-Berechnung von Schubringen die Verwendung des Materialmodells „Concrete Damaged Plasticity“ (CDP) empfohlen. Bei größeren hydrostatischen Druckspannungszuständen im Beton ist allerdings der Parameter  $K_c$  des Materialmodells CDP anzupassen, um mit dem bekannten Ottosen-Betonmodell (Model Code 90), weiterer Literatur, aber vor allem mit den Messergebnissen von Zylinderdrucktests kompatibel zu sein. Das CDP-Modell mit den von ABAQUS empfohlenen Parametern führt nämlich bei hohen hydrostatischen Druckanteilen zu unsicheren Ergebnissen des Grenztragverhaltens (Failure-Surface). Ein Wert von  $K_c = 0.725$  wird empfohlen. Nachteilig zeigt sich das CDP-Modell in der Beschreibung des nichtlinearen Dehnungsverhaltens bei hohen dreiaxialen Druckspannungszuständen, da die Dehnungen deutlich unterschätzt werden. In Sonderfällen könnte das CDP-Modell mit einem idealen Fließplateau definiert werden (Abschnitt 6.6).

Eine Alternative zur Berechnung mittels ABAQUS CDP bietet neuerdings die Berechnung auf Basis des Microplane-Mehrparametermodelles, seitens des Institutes für Betonbau der Technischen Universität Graz [15], welches den räumlichen, nichtlinearen Spannungs- und Dehnungszustand von Beton besser wiedergeben kann, allerdings kommerziell noch nicht verfügbar ist. Dies ist auch verbunden mit sehr langen Rechenzeiten bei umfassenden Modellen. Daher wird nachfolgend auf ABAQUS/EXPLICIT zurückgegriffen und den weiteren Berechnungen zugrunde gelegt.

Vergleichsberechnungen mit dem Microplane-Modell und dem CDP-Modell an einem FE-Modell mit Rohr und Schubring haben jedoch gezeigt, dass die Resultate sehr gut übereinstimmen und eine Modellierung mit dem CDP-Modell ausreichend ist. Diese sind im Kapitel 10.5 dokumentiert.

## 7 Numerische Modellierung und Parameterstudie am vereinfachten ebenen Modell einer Flachblechsteife mittels FE-Programm ABAQUS

### 7.1 Allgemeines

Um ein grundlegendes Verständnis für das wesentliche Tragverhalten von Verankerungsringen mit Rechteckquerschnitt im Druckstollenbau hinsichtlich der Abtragung von Längskräften der Rohrleitung zu erhalten, ist es in einem ersten Schritt zielführend, einen ebenen Modellausschnitt isoliert zu betrachten.

Durch die vorliegende konstante Belastung des Verankerungsringes entlang des gesamten Rohrumfanges, ist in einer ersten Näherung die isolierte ebene Gesamtbetrachtung möglich, wobei sich nachfolgend alle ausgewiesenen Ergebnisse (Traglasten) immer auf eine „Tiefe“ des ebenen Modells von 1.0 m beziehen (vgl. Abb. 58). Dies entspricht einem 1.0 m langen Segment des Verformungsringes in Umfangsrichtung des Rohres, wobei in weiterer Näherung das Rohr nun nur eine ebene untenliegende Platte darstellt ( $R = \infty$ ). Für dieses Modell werden die beiden Grenzfälle:

- a.) ebener Spannungszustand
- b.) ebener Verzerrungs- bzw. Dehnungszustand

untersucht.

In Ergänzung wird der abgewickelte Verankerungsring mit der untenliegenden ebenen Platte auch als räumliches 3D-Volumenmodell untersucht, um zu erkennen, wie sich das Verhalten – gegenüber diesen beiden idealisierten Betrachtungen – einstellt.

Die Ergebnisse dieser Studie des grundsätzlichen Tragverhaltens sind auch ganz wesentlich für die Vorplanung der Versuche.

In einem ersten Schritt wird von einer starren unteren Platte – stellvertretend für ein dickwandiges Rohr, dass für die vorgesehene Belastung nur sehr geringe radiale Verformungen aufweist – ausgegangen.

Da sich die damit einstellende günstige lokale Stützwirkung des Betons jedoch zu einer Überschätzung des realen Verhaltens führt, erfolgen auch Berechnungen für eine biegeweiche untenliegende Platte.

Die Geometrie der Flachblechsteife, stellvertretend für den Rechteckquerschnitt des Verankerungsringes wird in der Regel mit  $h_{st}/b_{st} = 50/10$  mm angesetzt, wobei auch ein deutlich schlankeres Blech (50/4 mm) untersucht wird.

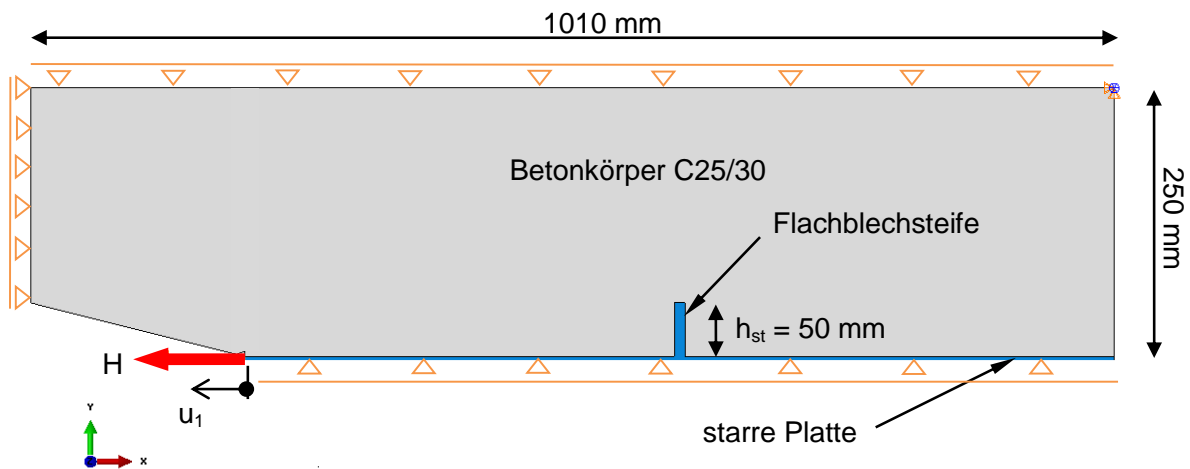
Das zugrunde gelegte ebene Modell sowie sämtliche untersuchte Einzelfälle werden nachfolgend näher dargestellt.

### 7.2 Übersicht

Dieses Kapitel zeigt das grundsätzliche Trag- und Verformungsverhalten einer Flachblechsteife mit Hilfe numerischer Berechnungen. Diese ist entweder mit einer starren oder einer vertikal verformbaren untenliegenden Platte verbunden. Diese Platte mit der einbetonierten Flachblechsteife wird aus dem unbewehrten Betonkörper horizontal (verschiebungsgesteuert) „herausgezogen“ und die zugehörige Kraft ermittelt. Der Betonkörper ist dabei horizontal abgestützt (vgl. Abb. 58).

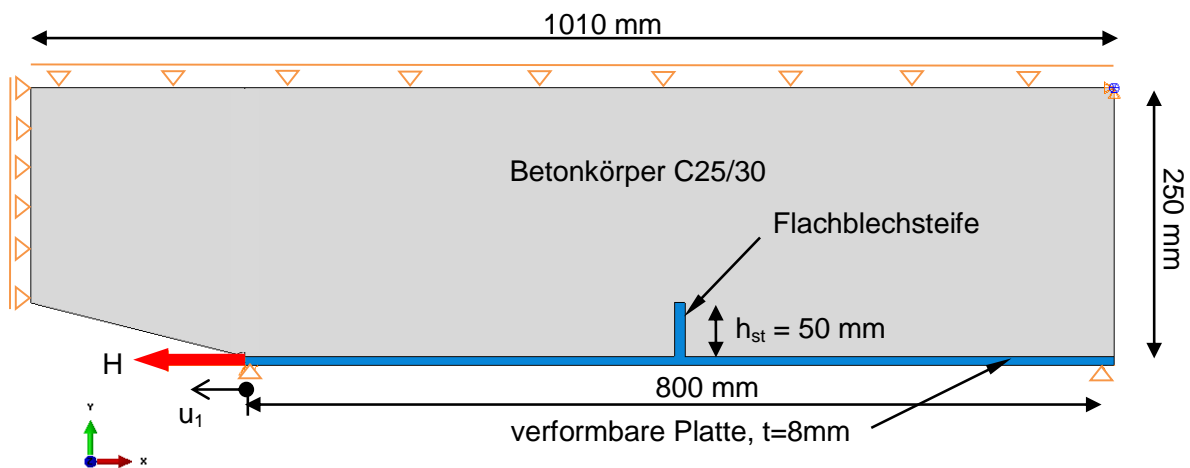
Wie bereits erwähnt, werden 2 verschiedene Typen von Platten – stellvertretend für das Rohr des Druckstollens – untersucht:

- Typ 1 ist eine starre, unverformbare Platte (STP) (vgl. Abb. 57)



**Abb. 57** Ebenes Modell mit den einzelnen Bauelementen („Tiefe“  $b = 1,0$  m); Typ 1 – starre Platte

- Typ 2 ist eine 8 mm dicke verformbare Stahlplatte (VEP), die im Abstand von etwa 800 mm vertikal gestützt ist (vgl. Abb. 58).



**Abb. 58** Ebenes Modell mit den einzelnen Bauelementen („Tiefe“  $b = 1,0$  m); Typ 2 – starre Platte

Diese Untersuchung am ebenen Modell soll einerseits bereits Aufschluss auf das grundsätzliche Tragverhalten von Schubringen bei Rohren liefern (insbesondere mit großem Durchmesser, bei denen der Effekt der zylindrischen Tragwirkung des Rohres klein wird) und andererseits den Einfluss von einzelnen Parametern auf das Trag- und Verformungsverhalten der Flachblechsteife zeigen.

Es wird der Einfluss folgender Parameter durch Variation ihrer Größe untersucht:

- a.) Detaillierungsgrad des Berechnungsmodells im Bereich der Flachsteife (Elementanzahl und -größe des FE- Netzes)
- b.) Zugfestigkeit des Betons
- c.) Bruchenergie bei Zugversagen des Betons (Größe der plastischen Dehnungen)
- d.) Schädigungsparameter des Betons mit dem „Concrete Damaged Plasticity“ Modell

- e.) Belastungsgeschwindigkeit (dynamische Berechnung für Abbildung des „Nachbruchverhaltens“ erforderlich)
- f.) Unterschied zwischen ebenem Spannungs- und Verzerrungszustand und alternative räumliche Modellierung mittels Volumenelementen
- starre oder verformbare untere Platte (diese ist stellvertretend für das Rohr).
- Seitenverhältnis der Steife  $b_{st}/h_{st}$  (Breite der Steife zur Höhe der Steife)

**a) Zur Elementanzahl des FE- Netzes:**

Eine möglichst realitätsnahe Abbildung des Tragverhaltens benötigt unter anderem eine möglichst feine Auflösung der Elemente im Bereich großer lokaler Spannungskonzentrationen (in und nahe der Flachblechsteife), um Ungenauigkeiten, die sich durch zu große Elemente ergeben, zu vermeiden. Andererseits bedeutet eine feinere Auflösung einen deutlichen Anstieg der Freiheitsgrade, des Datenvolumens und der Rechenzeit. Welchen Einfluss die Anzahl der Elemente im Modell hat, wird hier untersucht.

**b) Zur Zugfestigkeit des Betons:**

Die Zugfestigkeit des Betons ist grundsätzlich für jede Betongüte genormt und kann aus dem Eurocode 2 entnommen werden, weist jedoch große Streuungen und Unwägbarkeiten auf. Es ist trotzdem essentiell, den Einfluss, den die Zugfestigkeit des Betons auf die Gesamttragfähigkeit hat, zu kennen, auch um das Tragverhalten im Beton zu verstehen.

**c) Zur Bruchenergie des Betons:**

Das Nachbruchverhalten des Betons nach dem Erreichen der Zugfestigkeit, insbesondere die aufnehmbaren plastischen Dehnungen, wird in diesem Fall über die Bruchenergie definiert. Dieses Nachbruchverhalten dient vor allem dazu, um die Berechnung – auch bei großen plastischen Verformungen – numerisch stabil durchführen zu können. Der Einfluss, den diese Bruchenergie auf das Tragverhalten hat, wird hier gezeigt.

**d) Zum Schädigungsparameter des Betons:**

Bei dem Materialmodell „Concrete Damaged Plasticity“ können Schädigungsparameter definiert werden, welche die Schädigung, die durch Mikrorisse im Beton entsteht, darstellen. Diese sind vor allem bei hohen zyklischen Beanspruchungen des Betons von Bedeutung, denn bei Wiederbelastung verringern die Schädigungsparameter den E-Modul und erhöhen damit die Verformungen. Ob die Schädigungsparameter bei der vorliegenden Aufgabe überhaupt eine Rolle spielen, wird hier geklärt.

**e) Zur Belastungsgeschwindigkeit:**

Um eine numerisch stabile Berechnung, auch nach Überschreitung des Traglastmaximums („Nachbruchbereich“) zu gewährleisten, ist eine dynamische Berechnung notwendig, die jedoch quasi statisch durchgeführt wird (sehr geringe Belastungsgeschwindigkeit, sodass keine Massenkräfte wirksam werden). Die Belastungsgeschwindigkeit (in welcher Zeit die aufgezwungene Verschiebung aufgebracht wird, in mm/s) hat damit u.U. jedoch einen Einfluss auf die Tragfähigkeit der Flachblechsteife. Im Sinne kurzer Rechenzeiten sind höhere Belastungsgeschwindigkeiten wünschenswert. Die Verschiebung auf die sich die Belastungsgeschwindigkeit bezieht, wird am Ende der unteren Platte aufgebracht (siehe Abb. 58).



**f) Zum Unterschied zwischen ebenem Spannungs- und Verzerrungszustand sowie alternative räumliche Modellierung mittels Volumenkörper:**

Ein ebener Verzerrungszustand liegt dann vor, wenn die Dehnungen in der dritten Richtung (aus der Ebene in Abb. 58,  $\varepsilon_{33} = \varepsilon_{31} = \varepsilon_{32} = 0$ ) verschwinden. Spannungen treten jedoch, bedingt durch die Querkontraktion, in alle 3 Richtungen auf. Ein ebener Spannungszustand liegt dann vor, wenn die Spannungen in der dritten Richtung (aus der Ebene in Abb. 58,  $\sigma_{33} = \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0$ ) verschwinden. Dehnungen treten jedoch in allen 3 Richtungen auf. Ein solcher ebener Spannungszustand liegt in guter Näherung bei Scheiben vor. Das heißt, dass die Abmessung in der dritten Richtung gering ist. Ebener Spannungs- und ebener Verzerrungszustand können mit dem FE- Programm ABAQUS mit ebenen Elementen berechnet werden, die eine fiktive Dicke in die dritte Richtung von „1“ haben. Zwischen diesen beiden Grenzzuständen sollte die alternative Modellierung – als räumlicher Volumenkörper – liegen. Der Volumenkörper besitzt jedoch nun eine Tiefe  $b = 0.4$  m, in Anlehnung an die geplanten ebenen Versuche (vgl. Abschnitt 8). Alle Ausziehkräfte werden jedoch vereinfacht auf eine Breite von „1“ m umgerechnet.

Die Tabelle 9 zeigt zusammenfassend die untersuchten Parameter mit deren Größe für die einzelnen Fälle und deren Kurzbezeichnung (1. Spalte). Der Referenzfall, auf den sich die Vergleiche mit den anderen Fällen beziehen, ist mit „STP-ESZ-A“ bezeichnet. Die Parameter hierfür stehen in der ersten Zeile der Tabelle. Für den ebenen Spannungszustand mit der starren Platte werden die erstgenannten Fälle A bis M untersucht. Für den ebenen Verzerrungszustand (EVZ) mit der starren Platte werden 3 Fälle (A, M und L) untersucht.

7 Numerische Modellierung und Parameterstudie am vereinfachten ebenen Modell einer Flachblechsteife mittels FE-Programm ABAQUS

	FE- Netz	Zugfestigkeit des Betons	Bruchenergie des Betons	Schädigungs- parameter	Belastungs- geschwindigkeit	Seiten- verhältnis
	Element- anzahl	$f_{ct}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{fr}$ [Nm/m <sup>2</sup> ]	$d_c, d_t$ [-]	$v$ [mm/s]	$b_{st}/h_{st}$ [mm/mm]
STP - ESZ - A	19595	2.64	60.0	ohne	0.1	10/50
STP - ESZ - B	3194	2.64	60.0	ohne	0.1	10/50
STP - ESZ - C	859	2.64	60.0	ohne	0.1	10/50
STP - ESZ - D	19595	0.10	60.0	ohne	0.1	10/50
STP - ESZ - E	19595	1.00	60.0	ohne	0.1	10/50
STP - ESZ - F	19595	2.00	60.0	ohne	0.1	10/50
STP - ESZ - G	19595	4.00	60.0	ohne	0.1	10/50
STP - ESZ - H	19595	2.64	6.0	ohne	0.1	10/50
STP - ESZ - I	19595	2.64	60.0	mit $d_c, d_t$	0.1	10/50
STP - ESZ - J	19595	2.64	60.0	ohne	1.0	10/50
STP - ESZ - K	19595	2.64	60.0	ohne	10.0	10/50
STP - ESZ - L	19595	2.64	60.0	mit $d_c, d_t$ und Wiederbelastung	0.1	10/50
STP - ESZ - M	19595	2.64	60.0	ohne	0.1	4/50
STP - EVZ - A	19365	2.64	60.0	ohne	0.1	10/50
STP - EVZ - M	19365	2.64	60.0	ohne	0.1	4/50
STP - EVZ - L	19365	2.64	60.0	mit $d_c, d_t$ und Wiederbelastung	0.1	10/50
VEP - ESZ - A	20715	2.64	60.0	ohne	0.1	10/50
VEP - EVZ - A	20485	2.64	60.0	ohne	0.1	10/50
STP - VOL - A	318000	2.64	60.0	ohne	0.1	10/50
VEP - VOL - A	341550	2.64	60.0	ohne	0.1	10/50

STP... **S**tarre **P**latte

VEP... **V**erformbare **S**tahl**P**latte

ESZ... **E**bener **S**pannungszustand

EVZ... **E**bener **V**erzerrungszustand (= ebener Dehnungszustand)

VOL... **V**olumenkörper,  $b = 40$  cm (Ergebnisse auf  $b=1.0$  m bezogen)

**Tabelle 9** Bezeichnung der untersuchten Fälle

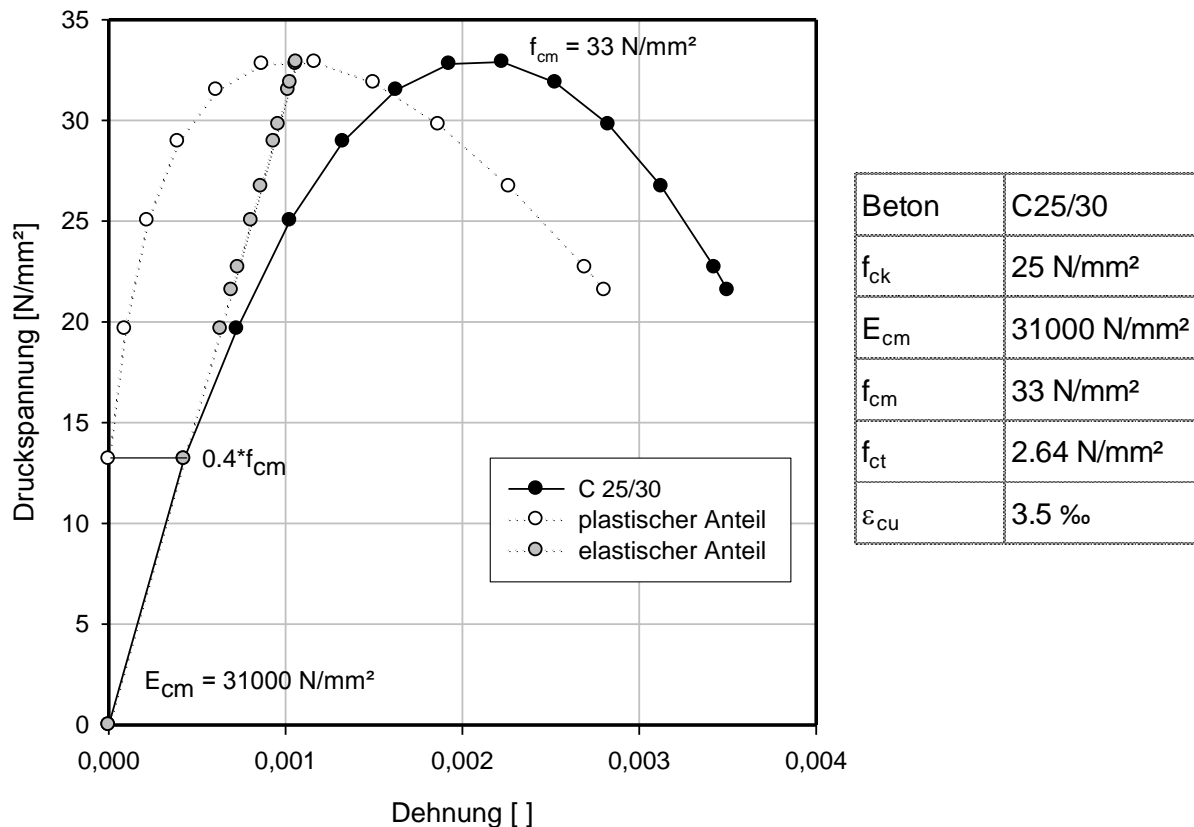
### 7.3 Materialmodelle

#### 7.3.1 Beton

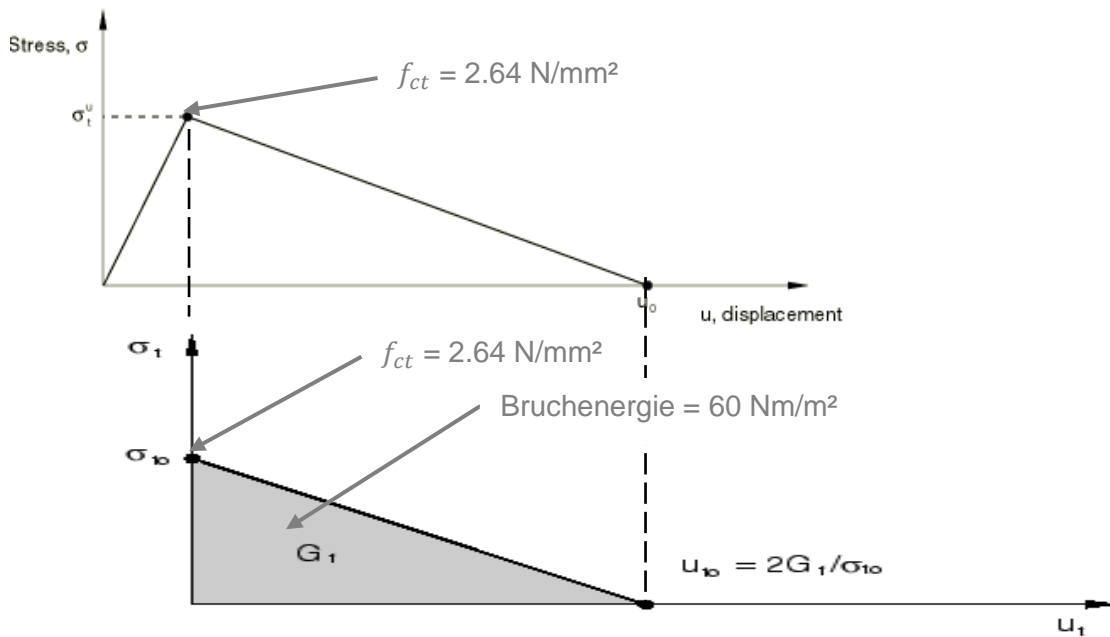
Allen nachfolgenden Berechnungen ist eine Betongüte C25/30 zugrunde gelegt.

Für die Spannungs- Dehnungsbeziehung des Betons unter einaxialer Druckfestigkeit wird die im Eurocode 2 [8], im Kapitel 3.1.5 vorgeschlagene Beziehung herangezogen und mit der Definition eines elastischen Anteils leicht abgeändert. Die elastische Spannungs-Dehnungsbeziehung gilt bis zu einem Wert von  $0.4 \cdot f_{cm}$  mit dem E-Modul  $E_{cm}$ . Anschließend kommt die parabolische Definition nach Eurocode 2, Kapitel 3.1.5, zum Tragen. In Abb. 59 ist die herangezogene Spannungs- Dehnungsbeziehung für den Beton C25/30 dargestellt. Die rechnerische einaxiale Druckfestigkeit ergibt sich mit  $f_{cm} = 33 \text{ N/mm}^2$ , im Gegensatz zur hier nicht maßgebenden charakt. Betondruckfestigkeit ( $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$ ).

Für die einaxiale Zugfestigkeit wird der Wert  $f_{ct} = 2.64 \text{ N/mm}^2$  ( $f_{cm} \cdot 0.8$ ) für den Beton C25/30 angesetzt. In Abb. 60 ist das Materialmodell bei einaxialer Zugbelastung dargestellt. Das Material verhält sich bis zum Erreichen der Spannung  $f_{ct}$  elastisch. Anschließend gibt es einen Abfall der Zugspannungen. Die Spannung wird dann Null, wenn die vorgegebene Bruchenergie erreicht ist. Die Verschiebung  $u$  stellt in der Abb. 60 die Rissöffnung dar. Für die Bruchenergie wird der empfohlenen Wert nach [10] mit  $60 \text{ Nm/m}^2$  verwendet.



**Abb. 59** Angesetzte Spannungs- Dehnungsbeziehung für Beton C25/30 unter einaxialer Druckbelastung



**Abb. 60** Verhalten des Beton-Materialmodells bei einaxialer Zugbelastung; u...Rissöffnung

- Ergänzender Hinweis:

Diese Modellbildung für den Werkstoff Beton stellt das „Standardmodell“ für Beton dar, bei Anwendung mit dem FEM-Softwarepaket ABAQUS.

Die im Kapitel 6 dargestellten zusätzlich in dieser Arbeit entwickelten Verbesserungen sind hier noch nicht umgesetzt (definierte Druckspannungen  $\sigma_c \neq 0$  auch bei Dehnungen  $\varepsilon > 0,0035$ ; reduzierte Tragfähigkeit bei dreiachsiger Druckbeanspruchung). Als Folge daraus werden allerdings für den ebenen Verzerrungszustand zu hohe Traglasten erhalten.

### 7.3.2 Stahl

Die angenommene Stahlgüte ist S355, wobei – entgegen den Annahmen im Eurocode 3 – die Fließgrenze  $f_y$  hier rechnerisch mit  $345/1,1 = 313,6 \text{ N/mm}^2$  angenommen wird.

Anm.: 1,1 entspricht dem traditionellen Sicherheitsfaktor für Stahl im Stahlwasserbau.

Die nominelle Arbeitslinie ist bilinear ohne Verfestigung (Abb. 61). Die Dehnungen sind auf 20 % beschränkt. Der Elastizitätsmodul beträgt  $210000 \text{ N/mm}^2$  und die Querkontraktion  $\nu=0.3$ .

Bei räumlichen Spannungszuständen kommt die von Mises-Fließfläche mit assoziiertem plastischen Fließen zum Tragen. Sie ist unabhängig vom hydrostatischen Druck und hat die Form eines Zylinders im Hauptspannungsraum. Die Fließfläche kann mit isotroper Verfestigung verwendet werden. Sie ist definiert durch die Spannungs- Dehnungslinie für eine einaxiale Zug- oder Druckbelastung.

Die Spannungs- Dehnungslinie ist mit den nominellen Spannungen definiert und wird anschließend in die Cauchy-Spannungen („true“ stress) und logarithmischen Dehnungen umgerechnet. Dies ist vor allem dann notwendig, wenn große Verzerrungen auftreten.

Eine einfache Umrechnung der nominellen Spannungen und Dehnungen erfolgt folgendermaßen:

$$\sigma_{true} = \sigma_{nom} * (1 + \varepsilon_{nom})$$

$$\varepsilon_{ln}^{pl} = \ln(1 + \varepsilon_{nom}) - \frac{\sigma_{true}}{E}$$

Für die Cauchy- Spannung ergibt sich im Punkt 1 (Abb. 62):

$$\sigma_{true,1} = \sigma_{nom} * (1 + \varepsilon_{nom}) = 313.6 * (1 + 0.00150) = 314.1 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_{ln,1} = \ln(1 + \varepsilon_{nom}) = \ln(1 + 0.00149) = 1.50 \text{ ‰}$$

im Punkt 2 (Abb. 62):

$$\sigma_{true,2} = \sigma_{nom} * (1 + \varepsilon_{nom}) = 313.6 * (1 + 0.20) = 376.3 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_{ln,2} = \ln(1 + \varepsilon_{nom}) = \ln(1 + 0.20) = 18.2 \text{ ‰}$$

Die Arbeitslinie mit den Cauchy-Spannungen ist in der Abb. 62 dargestellt.

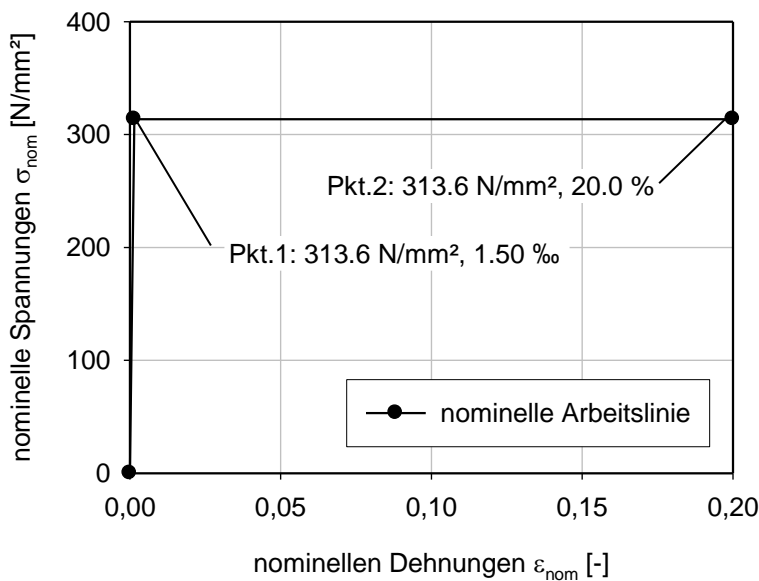
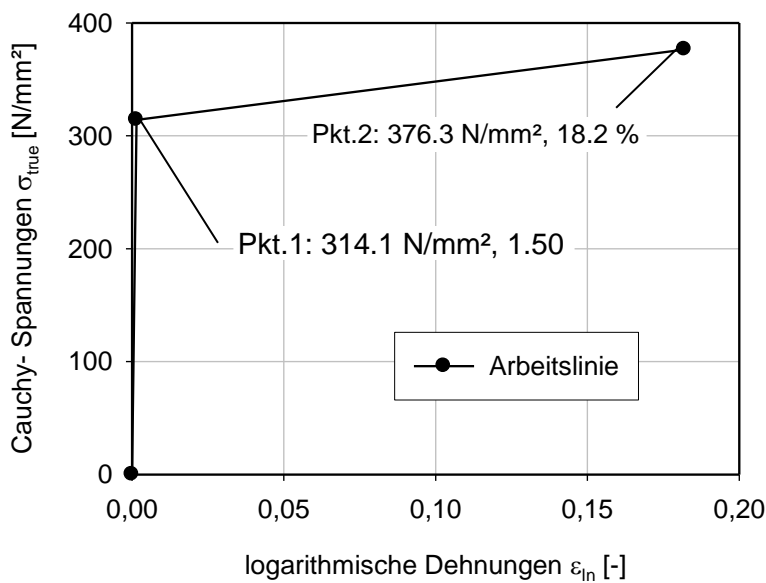


Abb. 61 Nominelle Spannungs- Dehnungsbeziehung für Stahl



Stahl	S355-modifiziert
$E_{st} =$	210000 N/mm <sup>2</sup>
$f_y =$	313.6 N/mm <sup>2</sup>
$\nu =$	0.3
$\sigma_{nom,1}$	$\sigma_{true,1}$
313.6 N/mm <sup>2</sup>	314.1 N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_{nom,2}$	$\sigma_{true,2}$
313.6 N/mm <sup>2</sup>	376.3 N/mm <sup>2</sup>
$\varepsilon_{nom,1}$	$\varepsilon_{ln,1}$
1.49 ‰	1.50 ‰
$\varepsilon_{nom,2}$	$\varepsilon_{ln,2}$
20 ‰	18.2 ‰

Abb. 62 Arbeitslinie des Stahls für die Berechnung

## 7.4 Ergebnisse für die Fälle mit ebenem Spannungszustand

### 7.4.1 FE- Modell

Für die Studie wird das Modell nach Abb. 58 mit den Abmessungen nach Abb. 64 herangezogen, wobei die zusätzlichen Bezeichnungen für die Ergebnisdarstellung in Abb. 63 dargestellt sind. Das Modell besteht aus vier Bauelementen: Den starren Stahlplatten 1 und 2 an der Ober- und Unterseite des Betonkörpers, der Flachblechsteife und dem eigentlichen Betonkörper. Die Flachblechsteife ist an der starren Platte 1 starr eingespannt. Der Kontakt der einzelnen Stahlbleche mit dem Betonkörper erfolgt als „harter“ reibungsfreier Kontakt. Die untere starre Platte 1 ist vertikal in y- Richtung gehalten und die Verdrehung der Platte ist um die z- Richtung gesperrt, sodass über die volle Länge keine Vertikalverformungen in y- Richtung auftreten können. Als „Belastung“ wird die horizontale Verschiebung im Pkt. 1 in die negative x-Richtung (nach links) angesetzt. Bei den oberen starren Platten 2 sind die Verschiebungen in x- und y-Richtung und die Verdrehungen um die z-Achse gesperrt, sodass der Betonkörper obenseitig durchgehend vertikal gestützt ist. Der Betonkörper selbst ist am linken vertikalen Rand horizontal abgestützt.

Für die FE- Berechnungen mit dem Programm ABAQUS werden „Plain Stress“- Elemente verwendet. D.h. die Spannungen in die 3. Richtung (z-Richtung) sind Null. Die Dehnungen in diese 3. Richtung sind jedoch von Null verschieden. Die Elemente haben die Bezeichnung CPS4R. (C... Kontinuumselement, PS... „Plain Stress“, 4... Anzahl der Knoten, R... „Reduced Integration“). Für eine dynamische Berechnung mit dem Programm ABAQUS/Explicit können nur diese Elemente verwendet werden. Die Elemente haben in die dritte Richtung eine Dicke von „1“ m. Um einen Vergleich des Trag- und Verformungsverhalten der einzelnen Fälle durchführen zu können, wird ein Referenzfall definiert und bezogen auf diesen werden die einzelnen Ergebnisse verglichen. Das Netz des Referenzfalles („STP-ESZ-A“) ist in der Abb. 65 dargestellt. Das kleinste Element im Bereich der Flachblechsteife ist 1x1 mm groß.

Die Berechnung wird so durchgeführt, dass am Punkt 1 eine Verschiebung der unteren Platte aufgebracht wird und die zugehörige „Ausziehungskraft“ errechnet wird.

Darüber hinaus wird auch an der Oberseite der Flachsteife, im Punkt 2, nachfolgend die horizontale Verschiebung ausgegeben. Die Zeit, in der die Gesamtverschiebung aufgebracht wird, beträgt beim Referenzfall 10 Sekunden (bei dem vorgegebenen Gesamtverschiebeweg von  $\Delta = 1$  mm bedeutet dies eine Verformungsgeschwindigkeit von  $v = 0.1$  mm/s).

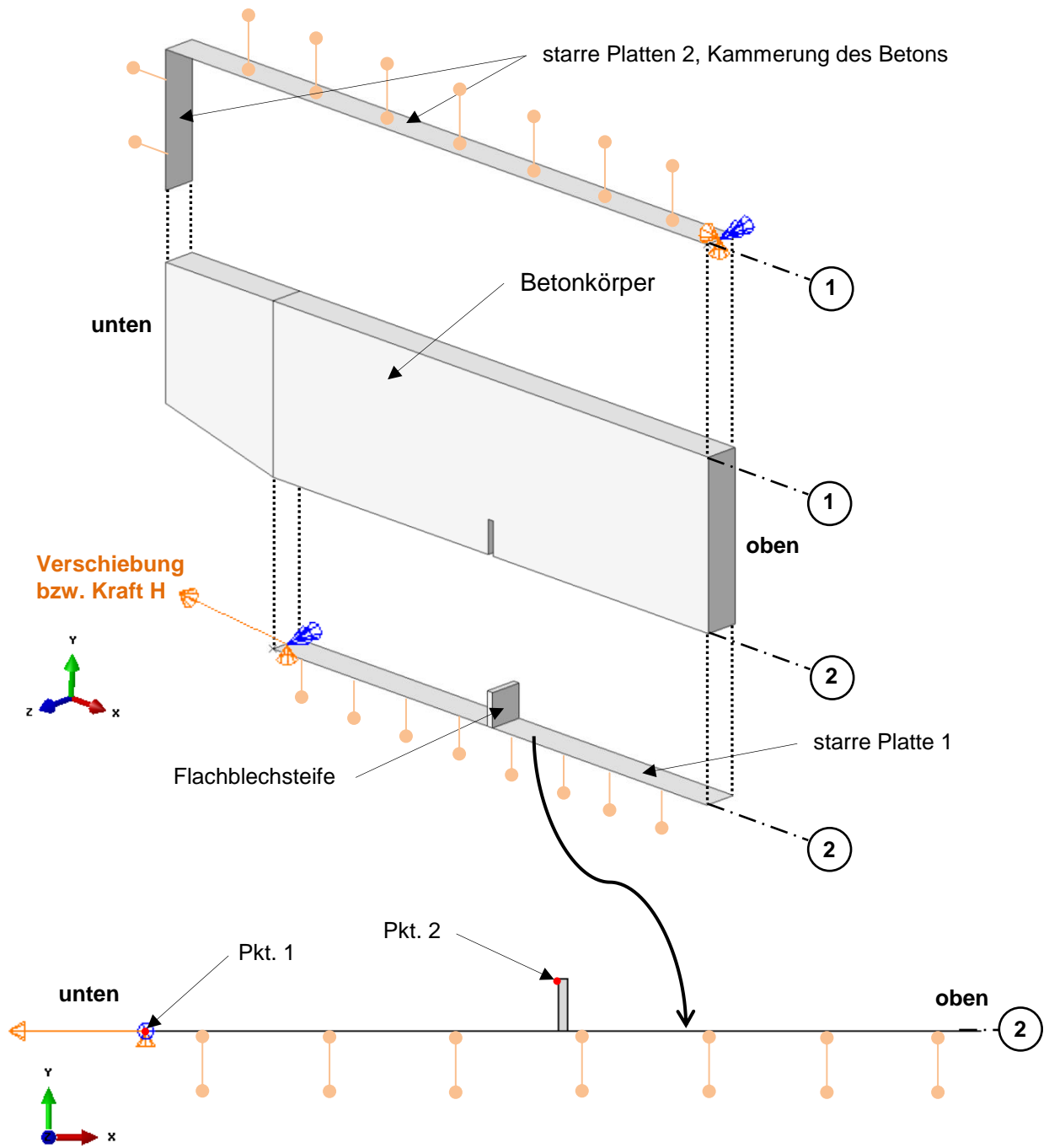


Abb. 63 Explosionszeichnung - Ebenes Modell des „Ausziehversuches“ mit Kurzbezeichnungen

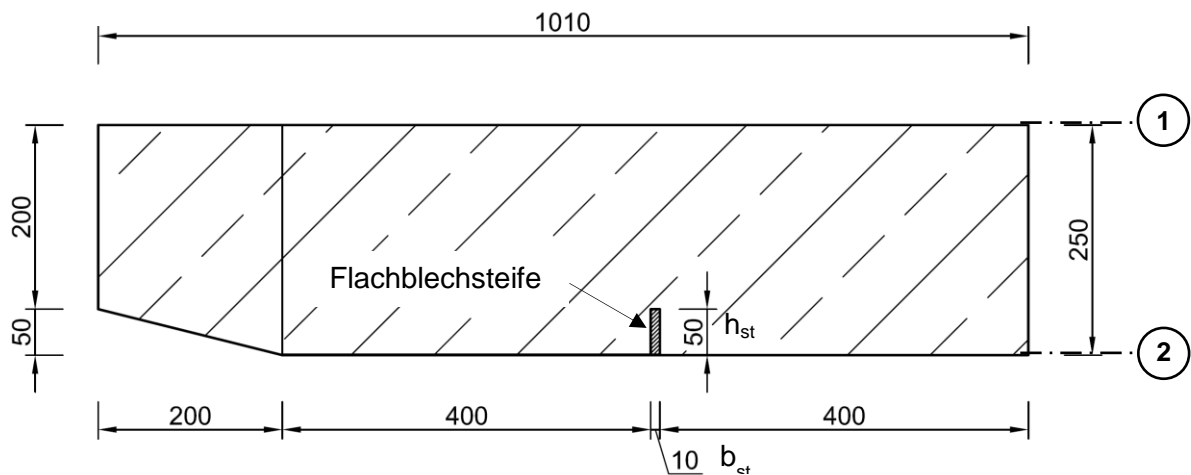


Abb. 64 Abmessungen, Maße in [mm]

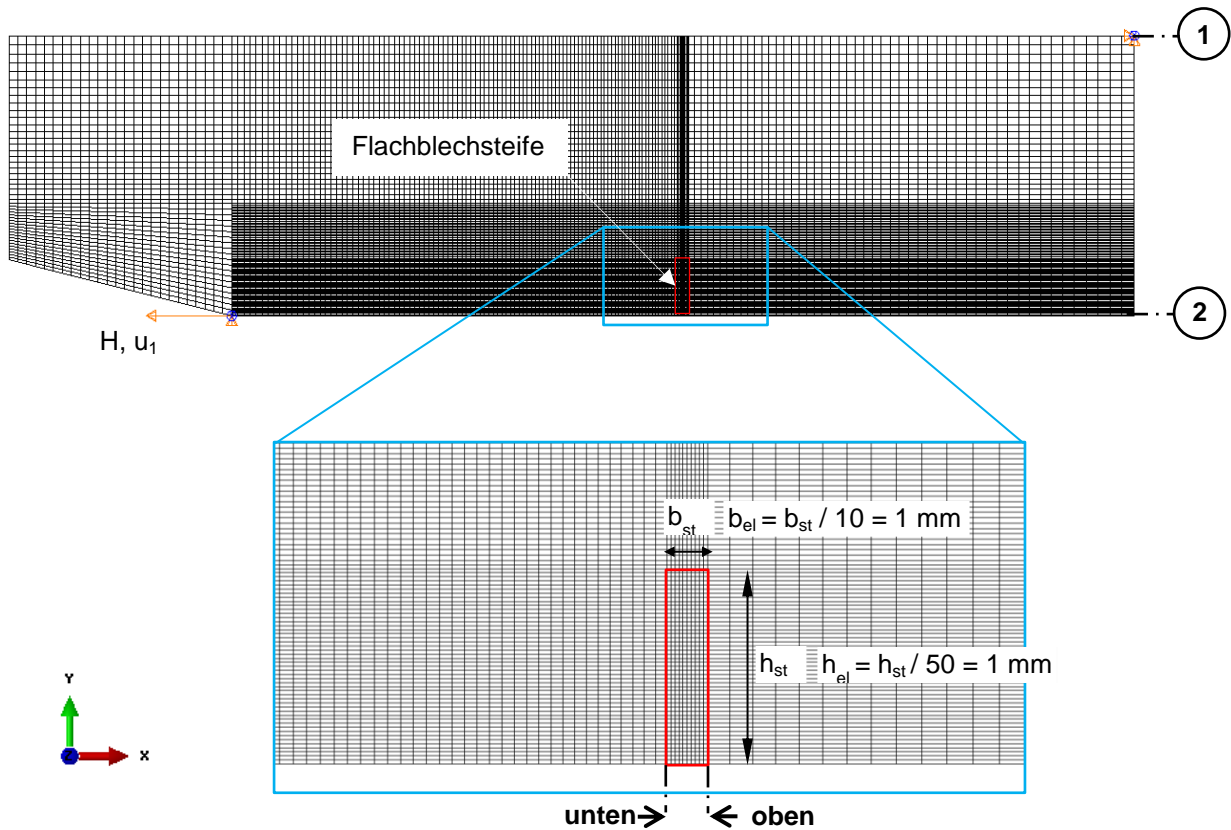


Abb. 65 Darstellung FE- Netz - Referenzfall

### 7.4.2 Ergebnisdarstellung - Allgemein

Es erfolgt für alle untersuchten Fälle nach Tabelle 9 dieselbe Art der Darstellung

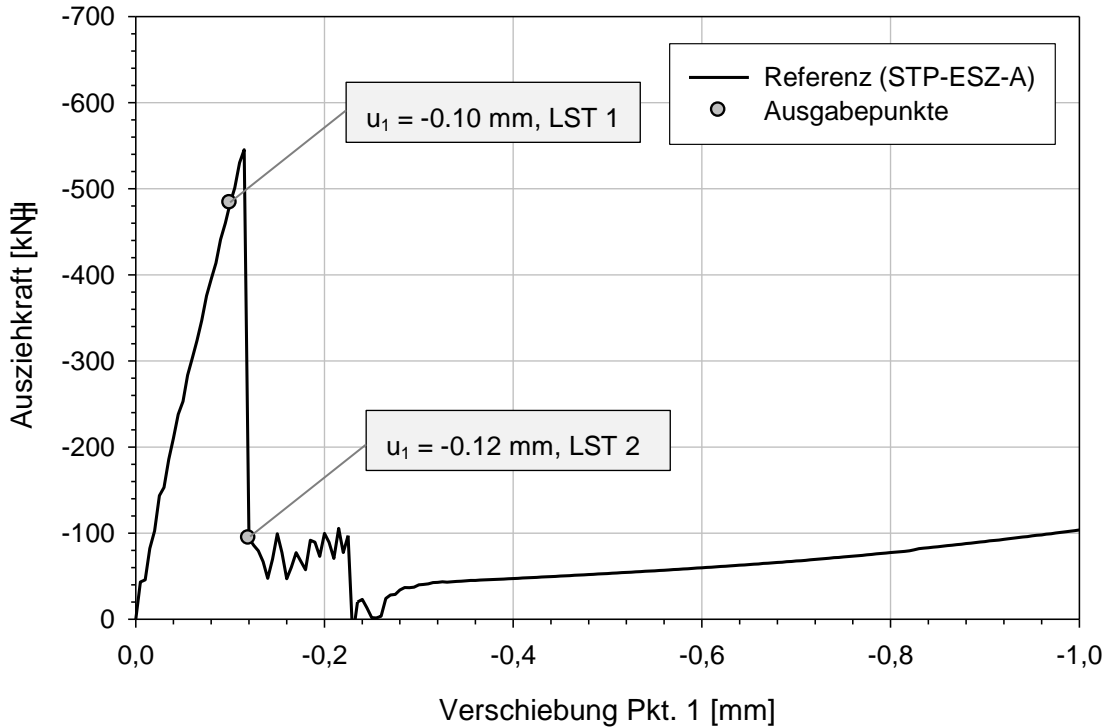
- Zusammenhang zwischen der „Ausziehkraft“  $H$  und der horizontalen Gesamtverformung an der unteren Platte (Punkt 1)
- Zusammenhang zwischen den Horizontalverschiebungen an der unteren Platte (Punkt 1) und der Oberkante der Flachsteife (Punkt 2)



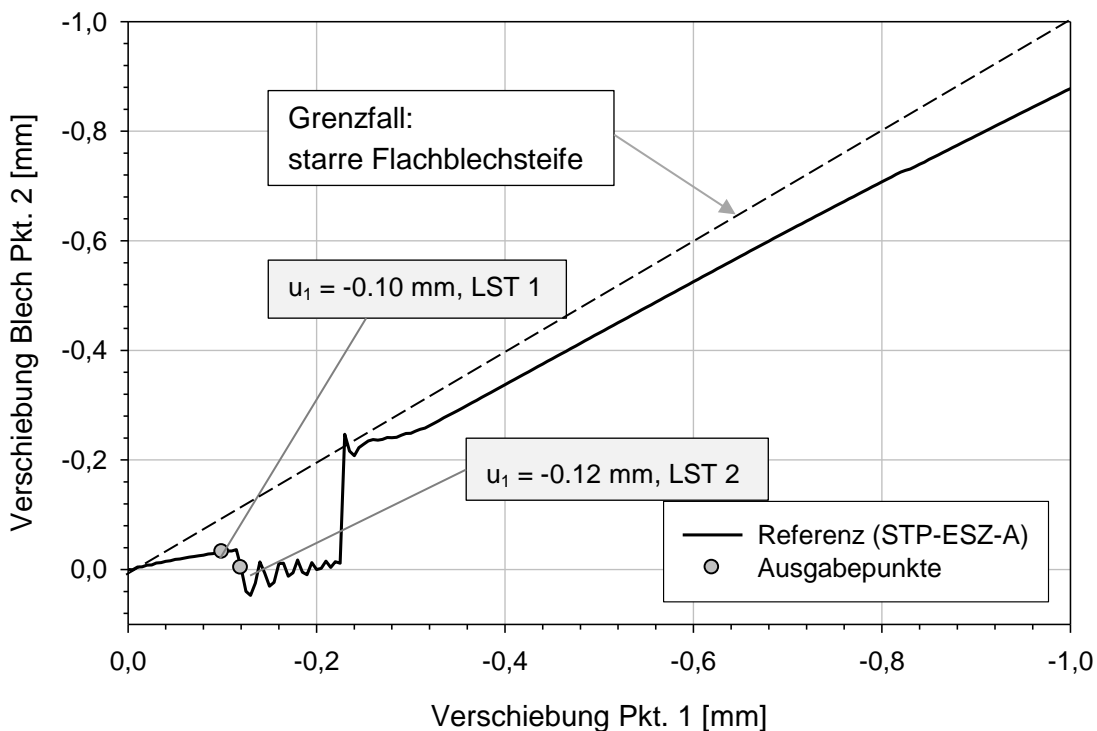
c.) Darstellung der Kontaktpressungen (Spannungen) zwischen der Flachsteife und dem Beton in den Schnitten „unten“ und „oben“ (Abb. 65). Als „unten“ wird die Seite benannt, die der aufgetragenen Verschiebung zugewandt ist und damit die größten Druckspannungen erfährt. Als „oben“ wird die Seite benannt, die der aufgetragenen Verschiebung abgewandt ist.

### 7.4.3 Ergebnisse für den Referenzfall (STP-ESZ-A)

LST... Laststufe

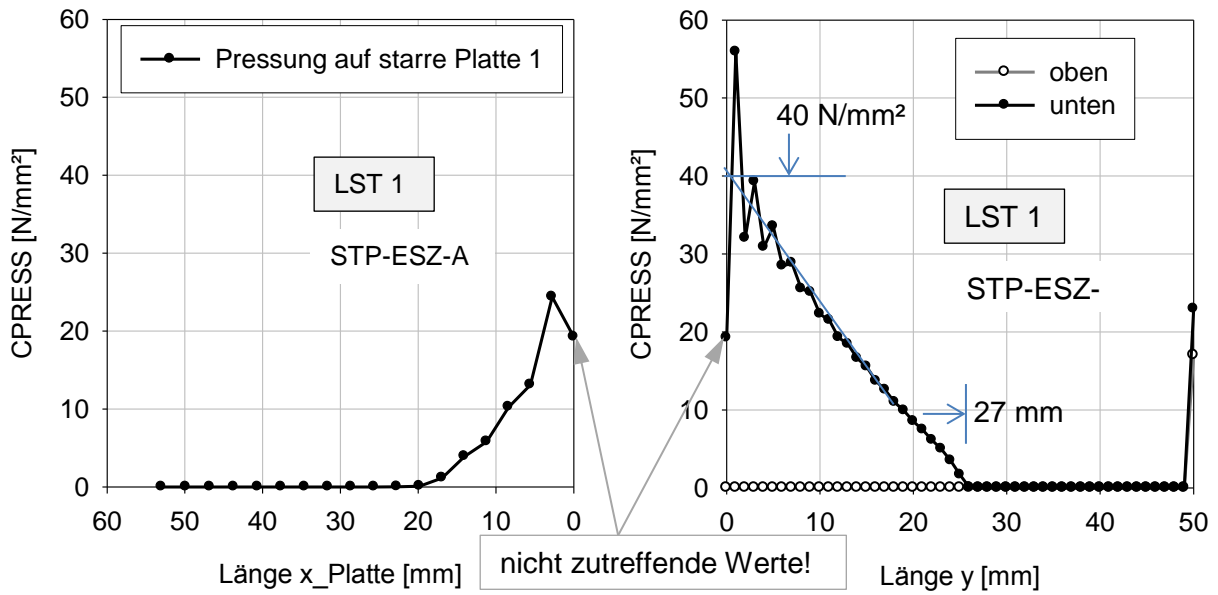


**Abb. 66** Ausziehkraft H im Punkt 1 in Abhängigkeit der aufgetragenen Verschiebung

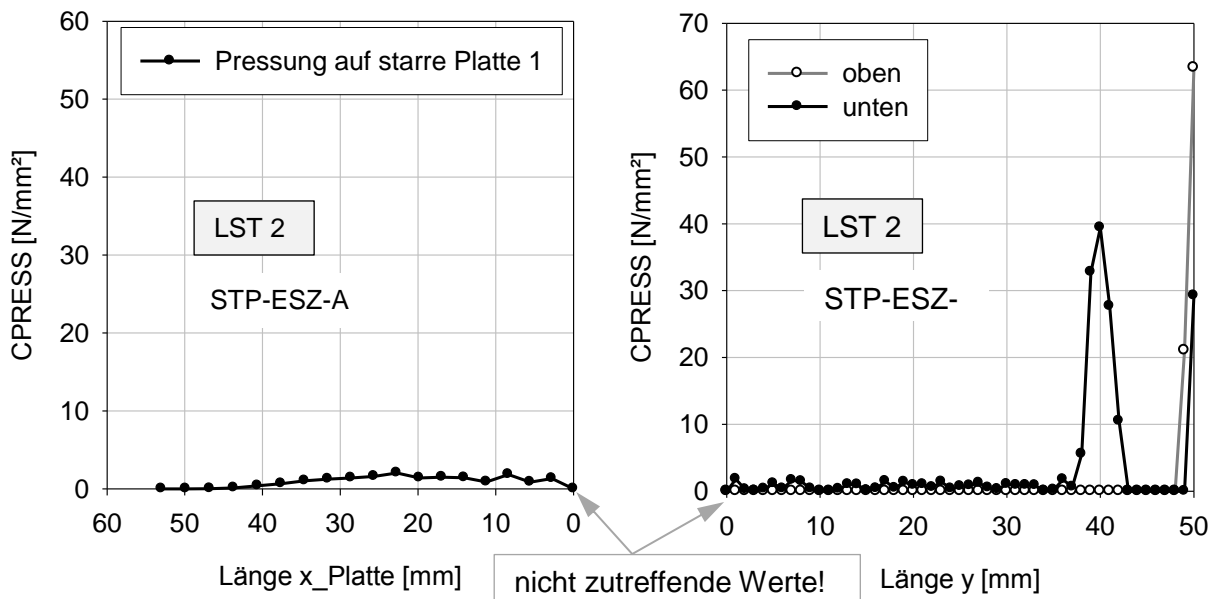


**Abb. 67** Verschiebung im Punkt 2, am oberen Ende des Bleches, in Abhängigkeit der aufgetragenen Verschiebung  $u_1$  im Punkt 1

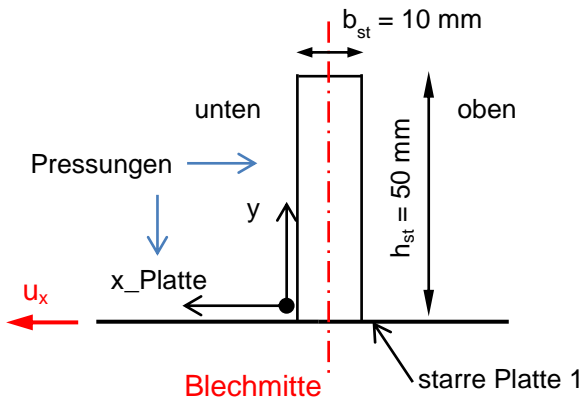
Die Abb. 66 zeigt die Größe der Ausziehungskraft im Punkt 1 für einen 1 m breiten Betonkörper (z-Richtung in Abb. 63) bei zunehmender Gesamtverschiebung für den ebenen Spannungszustand. Markant zeigt sich der plötzliche Abfall der Kraft zwischen -0.10 und -0.12 mm Verschiebung. Dies deutet auf ein sprödes Tragverhalten hin, bedingt durch die sehr geringen erreichbaren Horizontalverschiebungen. In Abb. 67 ist der Zusammenhang zwischen der Verschiebung im Punkt 1 und der Verschiebung im Punkt 2 dargestellt. Wenn beide Punkte sich um das gleiche Maß verschieben würden, dann wäre keine Relativverformung der Flachblechsteife vorhanden. Der zugehörige Verlauf ist in Abb. 67 zusätzlich eingetragen und entspricht einer starren Flachblechsteife. Erkennbar ist, dass der Anstieg der Verformung im Punkt 2 bis zum Traglastmaximum – und auch darüber – sehr gering ist. Dies deutet auf Biegeverformungen der Flachblechsteife hin, da sie in der unteren unverformbaren Platte starr eingespannt ist. Dies bedeutet, dass sich der Punkt 2 gegenüber dem Punkt 1 verschiebt. Der steile Anstieg der horizontalen Verschiebung in Punkt 2 bei 0.24 mm Verschiebung im Punkt 1 macht deutlich, dass der Beton kaum mehr Widerstand bietet. Der große Sprung entsteht dadurch, dass der Beton auch am oberen Ende der Steife sein Tragvermögen verliert und damit keine Stützwirkung mehr bietet.



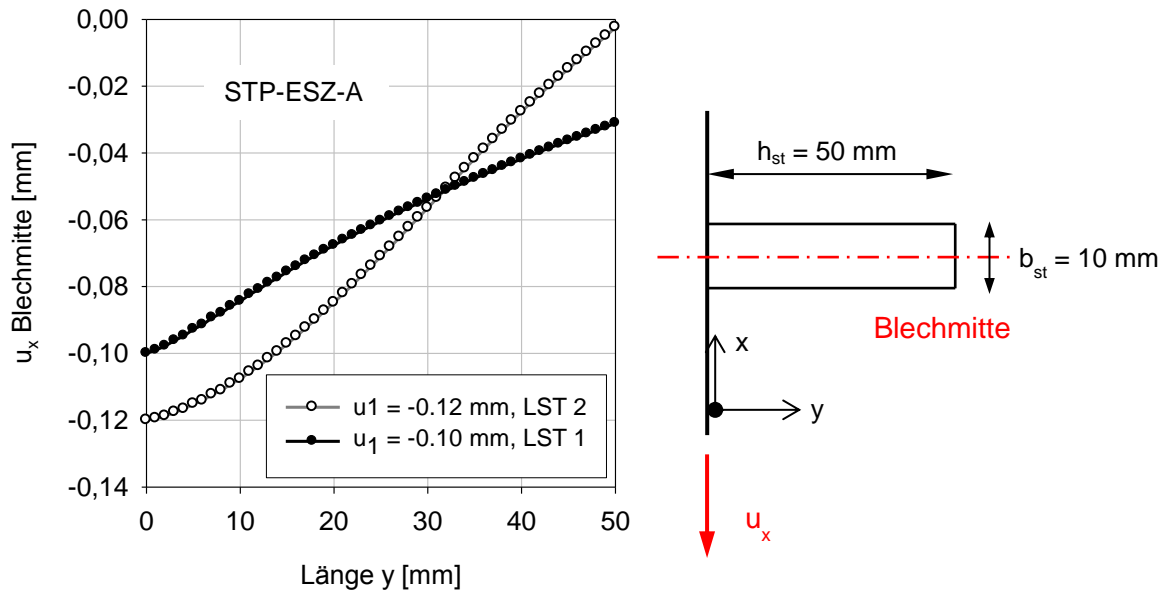
**Abb. 68** Kontaktpressungen bei Laststufe LST 1 (links Pressung auf starre Platte 1; rechts Pressung auf Flachblechsteife)



**Abb. 69** Kontaktpressungen bei Laststufe LST 2 (links Pressung auf starre Platte; rechts Pressung auf die Flachblechsteife)



**Abb. 70** Skizze der Steife mit Definition der Richtungen (für Abb. 68 und Abb. 69)



**Abb. 71** Horizontale Verschiebungen der Flachsteife

Die Abb. 68 und Abb. 69 zeigen die Kontaktpressungen an der Flachblechsteife (rechtes Teilbild) für Ober- und Unterseite sowie an der unteren Platte im Bereich der großen horizontalen Betondruckspannungen (linkes Teilbild). Die geometrische Zuordnung ist dabei der Abb. 70 zu entnehmen.

Die Kontaktpressungen sind für 2 Laststufen (LST) dargestellt. Bei der Laststufe 1 wird nahezu die maximale Ausziehkraft und damit die Traglast erreicht. Es zeigt sich, dass die maximale Pressung im Beton ungefähr  $40 \text{ N/mm}^2$  erreicht (Abb. 68 rechts). Der deutlich höhere lokale Spitzenwert von etwa  $55 \text{ N/mm}^2$  ist nur numerisch bedingt und nicht zu berücksichtigen (lineare Elemente mit unzutreffend extrapolierten Knotenwerten gegenüber der Spannung im Integrationspunkt des Elementes). Beim zweiachsigen konstanten Druckspannungszustand ( $\sigma_x = \sigma_y$ ) ergibt sich für Beton theoretisch eine erhöhte Druckfestigkeit, die dem 1.16 fachen Wert der einachsigen Druckfestigkeit  $f_{cm}$  entspricht. Dies entspricht hier  $f_{c,max} = 1.16 * f_{cm} = 1.16 * 33 = 38.2 \approx 40 \text{ N/mm}^2$ . Es zeigt sich also, dass sich ein günstiger zweiachsiger Druckspannungszustand einstellt. Dies wird durch die Abb. 68 links verdeutlicht, die die Pressung auf die starre Platte 1 zeigt. Die vertikale Pressung klingt jedoch von der Flachsteife weg stark ab und ist bereits nach 20 mm vollständig abgebaut.

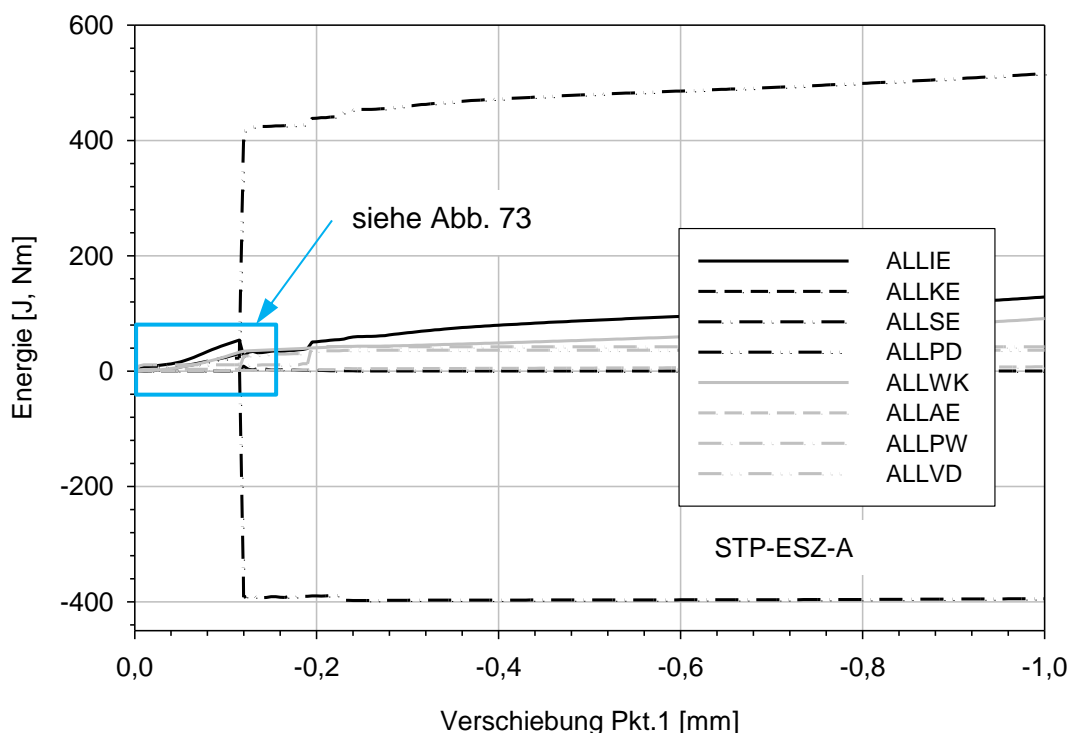
Die Werte der Pressung laut Abb. 68 und Abb. 69 im Eckpunkt (bei einer Länge  $x_{\text{Platte}} = y = 0$ ) sind jedoch nicht zutreffend, da diese Werte ident sind und immer dem Mittelwert der Pressung auf die Platte und auf die Flachblechsteife darstellen. Diese sind jedoch verschieden und weisen in unterschiedliche Richtungen. In der Ausgabe der numerischen Berechnung kann dies – ohne aufwändige Korrekturen – nicht berücksichtigt werden und somit sind diese Werte zu ignorieren. Diese falsche Ausgabe zieht sich durch alle Darstellungen in dieser Arbeit, die Pressungsverteilungen zeigen.

Integriert man die Pressungen an der Flachsteife auf, so erhält man die resultierende Ausziehkraft  $H$  (für LST 1:  $H \approx (40 * 27/2 * 1000)/1000 = 540 \text{ kN}$ ). Bei der Laststufe 2 – nach Überschreitung des Traglastmaximums von etwa  $H = 545 \text{ kN}$  und nachfolgendem deutlichen Abfall der „Ausziehkraft“ auf  $H = 100 \text{ kN}$  (vgl. Abb. 66) – ergibt sich eine gänzlich andere Pressungsverteilung an der Flachsteife (Abb. 69 rechts). Bis etwa  $y = 37 \text{ mm}$  (vgl.

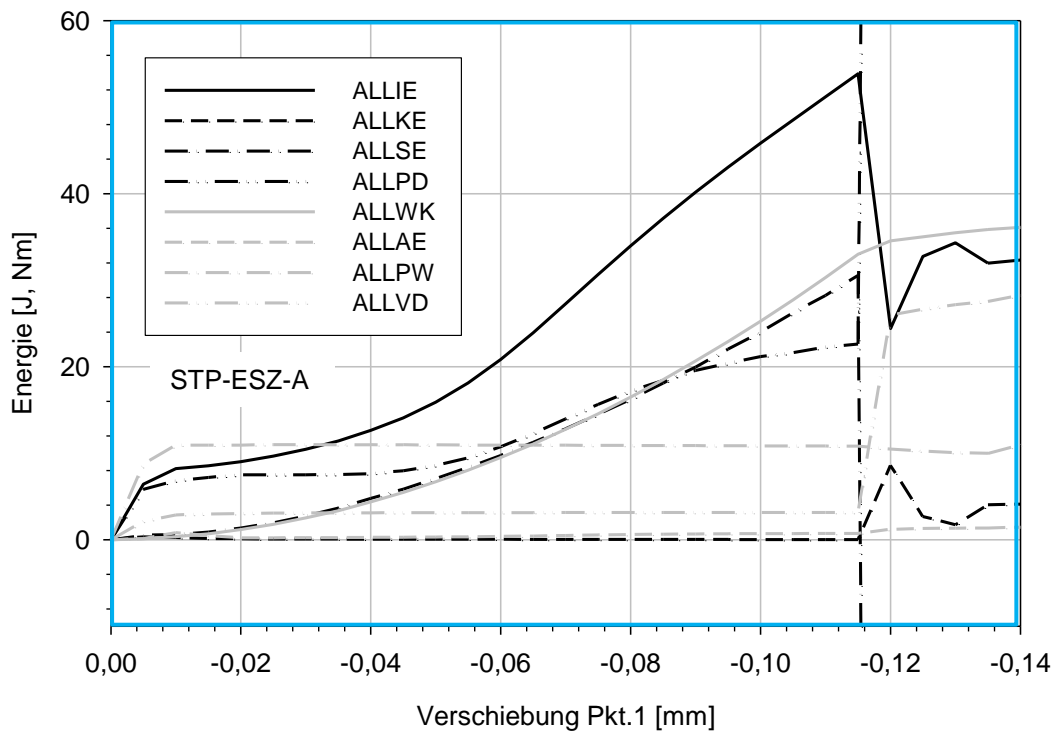
Abb. 69 rechts) sind die auftretenden horizontalen plastischen Dehnungen deutlich über  $\varepsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$  (vgl. Abb. 78), sodass rechnerisch der Beton hier kein Resttragverhalten mehr aufweist (vgl. Abb. 59). Der obere Teil der Flachblechsteife mit Betondruckspannungen ( $37 < y < 42 \text{ mm}$ ) ist so kurz, dass trotz örtlicher Druckspannungen über der einachsigen Druckfestigkeit ( $\sigma_c = 40 > 33 \text{ N/mm}^2$ ), die gesamte übertragbare Kraft  $H$  sehr gering wird. Ergänzend zu den Darstellungen der Pressungsverteilungen für die Flachsteife ist anzumerken, dass auch die ausgewiesenen lokalen Spannungsspitzen am oberen Ende ( $y = 50$ ) rein numerisch bedingte unzutreffende Werte darstellen.

Die Abb. 71 zeigt die Verschiebungen in x-Richtung in Blechmitte der Flachsteife. Die Verschiebung am Fußpunkt der Steife ( $y = 0$ ) ist ident zur Gesamtverschiebung im Punkt 1. Für die Laststufe 1 fällt auf, dass – unerwartet für den vorliegenden Fall der starren unteren Platte – die Verformungsfigur keine horizontale Tangente zur Platte hin aufweist (linker Rand bei  $y = 0$ ). Der Grund dafür sind einerseits nennenswerte Schubverformungen in der Flachsteife sowie andererseits zusätzliche Verdrehungen bedingt durch beginnende Plastizierungen im Anschlussquerschnitt zur unteren Platte. Da die resultierende Druckbelastung auf der Flachsteife aus dem Beton nahe am Einspannquerschnitt angreift ( $y \approx 25/3 = 8 \text{ mm}$ ), bleibt die Krümmungsänderung der Verformungslinie klein und es stellt sich am oberen Ende eine gewisse Stützwirkung durch den Beton ein.

Bei der Laststufe 2 ist die geringere Endtangenteineigung am Anschluss zur unteren Platte ( $y = 0$ ) bedingt durch eine deutlich geringere Plastizierung im Einspannquerschnitt vorhanden, infolge des deutlich geringeren Lastniveaus. Da die resultierende Druckbelastung auf die Flachsteife nun jedoch nahe am oberen Ende angreift ( $y \approx 40 \text{ mm}$ ) sind die Krümmungsänderungen der Verformungsfigur deutlich größer, bedingt durch Biegeverformungen der Flachblechsteife. Die Gegenkrümmung der Verformungsfigur im oberen Teil deutet auf eine gewisse Stützwirkung des Betons am oberen Ende der Flachblechsteife hin.



**Abb. 72** Energiebilanz der Berechnung (der eingerahmte Bereich ist in Abb. 73 größer dargestellt)



**Abb. 73** Energiebilanz der Berechnung – Detailausschnitt aus Abb. 72

Wie erwähnt, liegt eine dynamische Berechnung vor, sodass auch die einzelnen Energieanteile – in Abhängigkeit der vorliegenden Verschiebung (Punkt 1) darstellbar sind. Als Kontrolle müssen nun die Massenkräfte bzw. deren Energieanteil (kinetische Energie) vergleichsweise gering sein, da ja eine quasi statische Belastung vorliegt (sehr geringe Dehnungsgeschwindigkeit).

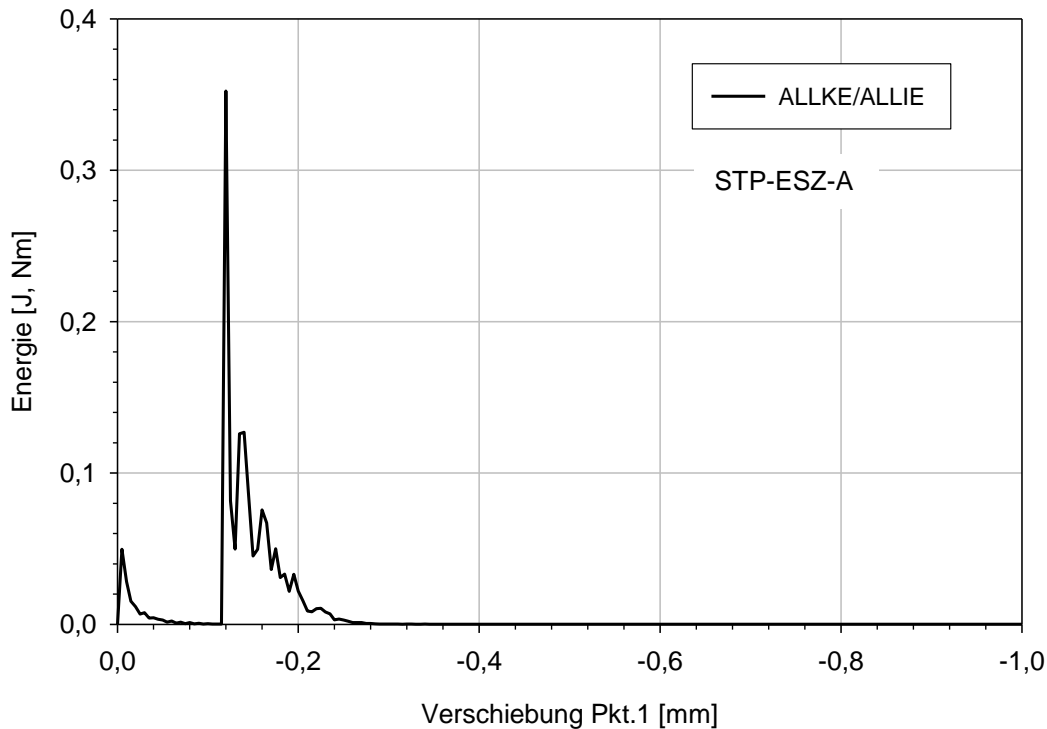
Die Bezeichnung der einzelnen Energieanteile erfolgt in den Ergebnisdarstellungen folgendermaßen:

- a) ALLIE: Formänderungsenergie (Innere Energie)
- b) ALLKE: Kinetische Energie (infolge Massenkräften)
- c) ALLSE: wiederherstellbare Formänderungsenergie (durch elastische Verformung hervorgerufen)
- d) ALLPD: Energie, die durch plastische Verformung verbraucht wird
- e) ALLWK: Externe Arbeit
- f) ALLAE: "Künstliche" Formänderungsenergie
- g) ALLPW: Arbeit, die durch Kontakt- Penalties entsteht
- h) ALLVD: Energie, die durch viskose Effekte verbraucht wird

$$ALLIE=ALLSE+ALLPD+ALLAE$$

Die Abbildung Abb. 72 mit dem Detailausschnitt in Abb. 73 zeigt die Energiebilanz über die aufgebrachte Verschiebung. Da es sich um eine dynamische Rechnung handelt, die quasi-statisch ausgeführt wird, ist es essentiell, die Energiebilanzen auszugeben, um beurteilen zu können, ob dynamische Effekte in das Ergebnis einfließen. Markant in der Energiebilanz zeigt sich der Punkt, an dem die Ausziehkraft schlagartig abfällt (bei einer Verschiebung von 0,116 mm). Dort steigt die Energie, die durch plastische Verformung verbraucht wird (ALLPD) schlagartig an. Dies deutet auf das plötzliche Versagen des Betons hin. Die elastische Formänderungsenergie (ALLSE) fällt in diesem Punkt plötzlich ab. Die Abb. 73 stellt den Bereich bis zum Abfall der Ausziehkraft größer dar. Wichtig ist, dass die Energien ALLAE, ALLPW und ALLVD gering sind. Dies ist in diesem Bereich der Fall. Bei dem

Nachbruchverhalten nach der Maximallast spielen jedoch dynamische Effekte offenbar eine gewisse Rolle und diese Ergebnisse nach dem Erreichen der Maximallast können deshalb nur als Näherung angesehen werden (erhöhte Festigkeiten infolge hoher lokaler Dehngeschwindigkeit nicht erfassbar). Dies macht die Abb. 74 deutlich, in der das Verhältnis der kinetischen Energie zur Formänderungsenergie dargestellt ist. Laut [2] soll bei einer quasi-statischen Berechnung dieses Verhältnis den Wert 0.1 nicht übersteigen. Dies ist hier jedoch der Fall und die Ergebnisse nach Erreichen der Maximallast sind, wie bereits oben erwähnt, als Näherung anzusehen.



**Abb. 74** Verhältnis der kinetischen Energie zur Formänderungsenergie (ALLKE/ALLIE)

Die Abb. 75 zeigt die einzelnen Hauptspannungskomponenten im Betonteil bei der Laststufe nahe der Traglast (LST 1). Für jeden Ausgabepunkt gibt es drei Hauptspannungskomponenten, die orthogonal zueinander gerichtet sind: Die maximalen, mittleren und minimalen Hauptspannungen. Zeigen die Pfeile der Tensoren in der Abb. 75 zum Ausgabepunkt handelt es sich um eine Druckspannung. Zeigen sie weg, ist es eine Zugspannung. Wegen des vorgegebenen ebenen Spannungszustandes, der in z-Richtung (vgl. Abb. 63) keine Spannungen bewirkt, ist für jeden Ausgabepunkt mindestens eine Hauptspannung gleich Null. Es zeigt sich, dass im Eckbereich des Betons zwischen Flachblechsteife und unterer Platte relativ große zweiachsige Druckspannungen entstehen (vgl. Kontaktspannungen in Abb. 68), die in die Tiefe rasch abnehmen. Wie detailliert aus dem Verlauf der Kontaktspannungen in Abb. 68 zu entnehmen ist, fallen die Betondruckspannungen stark ab und sind ab ca. der Hälfte der Steifenhöhe ( $h_{st}$ ) Null. Die zur Abb. 75 zugehörigen Dehnungen sind in der Abb. 76 in Form der logarithmischen Hauptdehnungen dargestellt. Diese setzen sich aus den elastischen und plastischen Dehnungen zusammen.

Die größte Stauchung im Beton bei der Laststufe 1 nahe der Traglast beträgt 2.79 ‰ und tritt im unteren Eckbereich auf. Die größte Zugdehnung im Beton beträgt 7.84 ‰ und tritt am

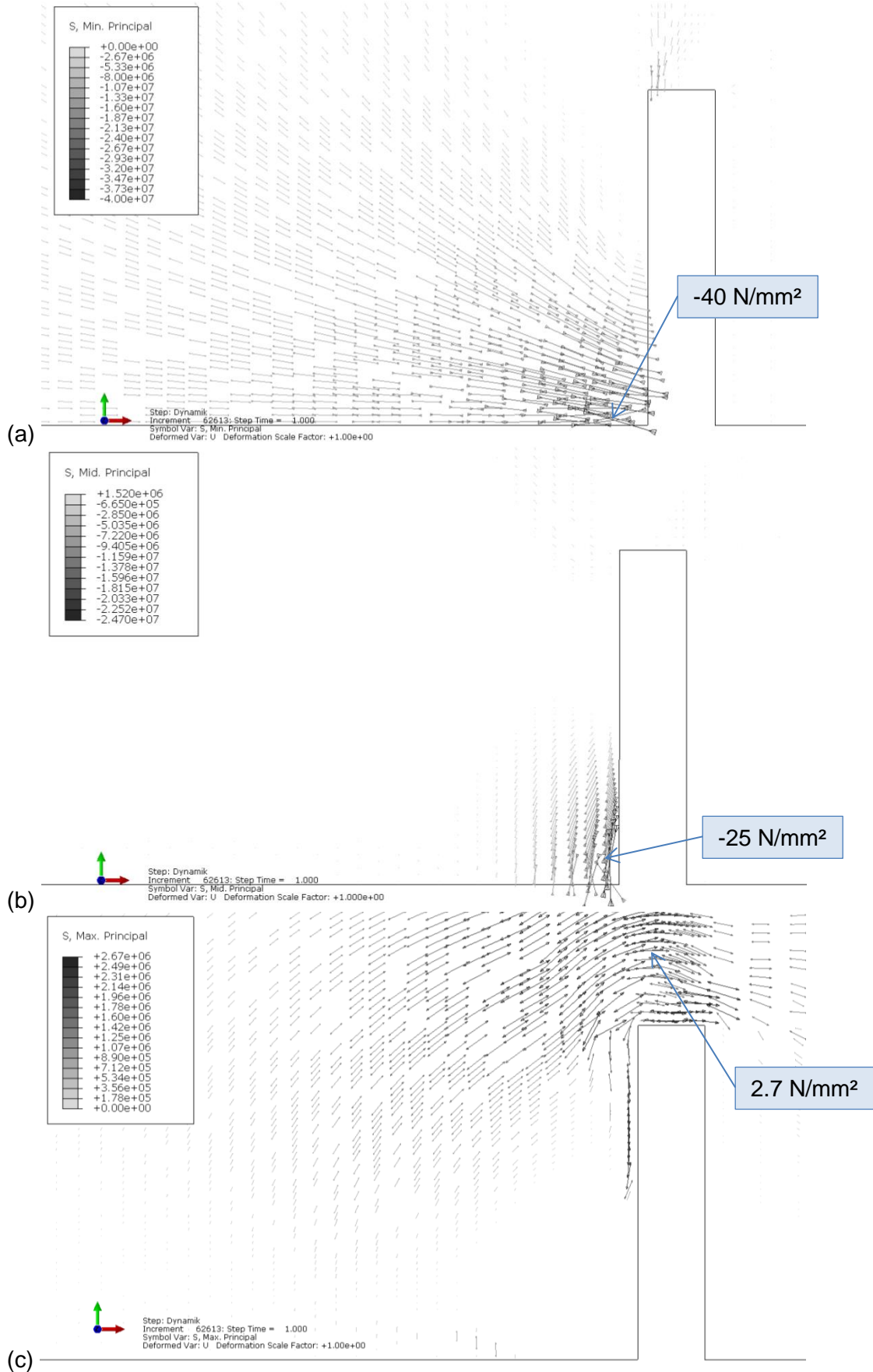
oberen Ende der Flachsteife auf. Der Beton kann in diesem Bereich als gerissen angesehen werden.

Die Abb. 77 zeigt ergänzend die maximalen plastischen Hauptdehnungen  $\varepsilon_{\max,pl}$  bei LST 1. Diese Darstellung entspricht im Wesentlichen der Abb. 76 (c), ohne die geringen elastischen Dehnungsanteile. Mit dem verwendeten Beton- Modell („Concrete Damaged Plasticity“) kann die Orientierung möglicher Risse im Beton so abgeschätzt werden, dass ein Riss immer normal zur Richtung der maximalen plastischen Hauptdehnung orientiert ist. Dies bedeutet, dass im vorliegenden Fall Risse am oberen Ende der Flachsteife auf der druckbeanspruchten Seite im Beton entstehen.

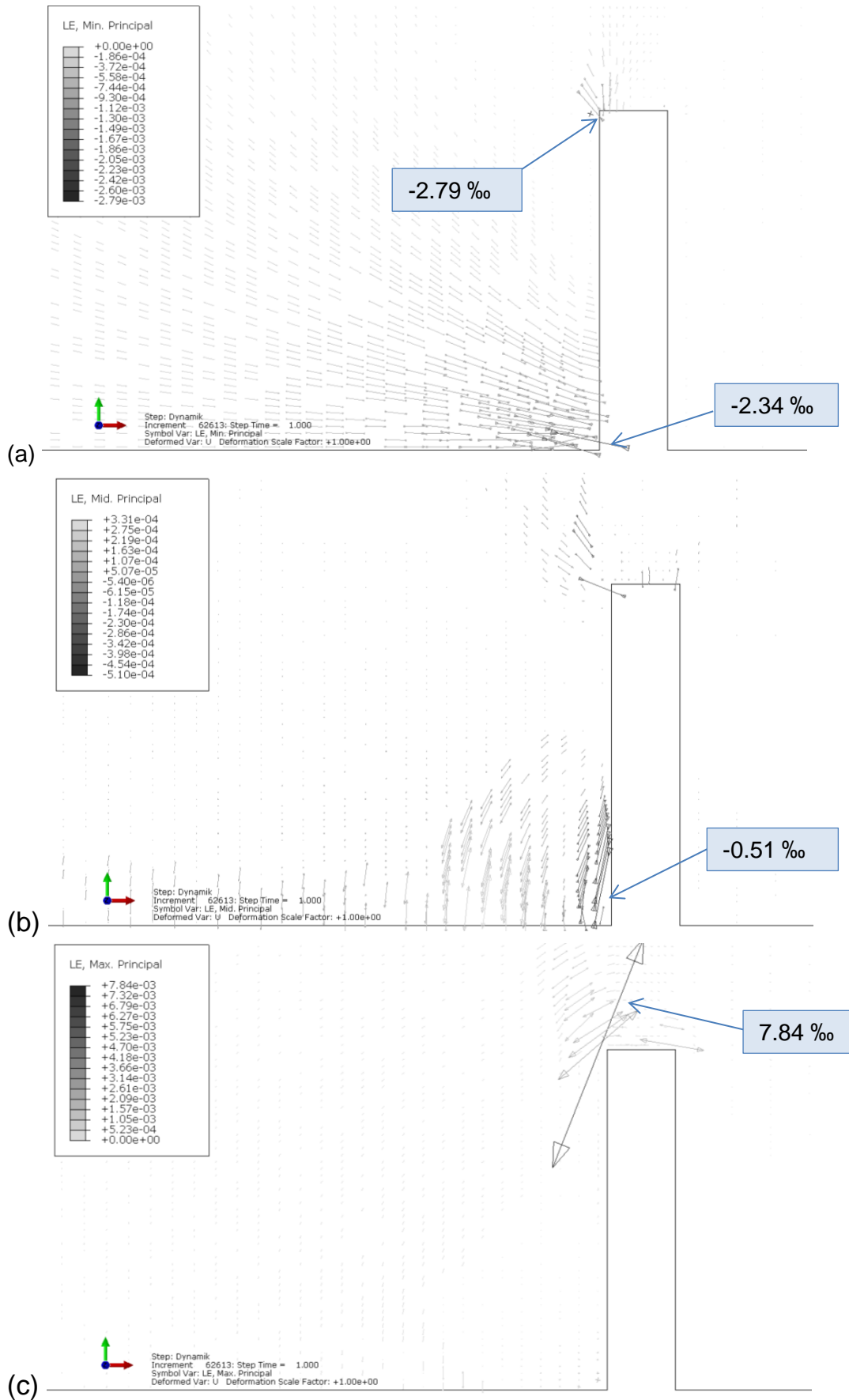
Die Abb. 78 zeigt schließlich die maximalen plastischen Hauptdehnungen  $\varepsilon_{\max,pl}$  bei Laststufe 2 sowie die Lage der größten maximalen Dehnungen in z-Richtung (durch Symbol x gekennzeichnet). Erkennbar ist, dass nun sehr große maximale Dehnungen in z- Richtung, d.h. aus der Ebene heraus auftreten (auf der Druckseite der Flachsteife). Die Elemente mit derart großen Dehnungen können keine Druckspannungen mehr aufnehmen, wie sich auch in der Pressungsverteilung in Abb. 69 bei LST 2 zeigt. D.h. die Betonelemente haben hier auf Druck schlagartig versagt und entziehen sich der Kraft, in dem sie sich in die z- Richtung stark dehnen.



## 7 Numerische Modellierung und Parameterstudie am vereinfachten ebenen Modell einer Flachblechsteife mittels FE-Programm ABAQUS



**Abb. 75** FE- Bilder der Hauptspannungstensoren bei LST1, Skala in [N/m<sup>2</sup>], ( $1 \text{ N/m}^2 \equiv 10^{-6} \text{ N/mm}^2$ ); minimale (a), maximale (c) und dazwischenliegende mittlere (b) Hauptspannungskomponente (entspricht:  $\sigma_3, \sigma_1, \sigma_2$ )



**Abb. 76** FE- Bilder der logarithmischen Hauptdehnungen bei LST 1; minimale (a), maximale (c) und zwischenliegende mittlere (b) Hauptdehnungskomponente

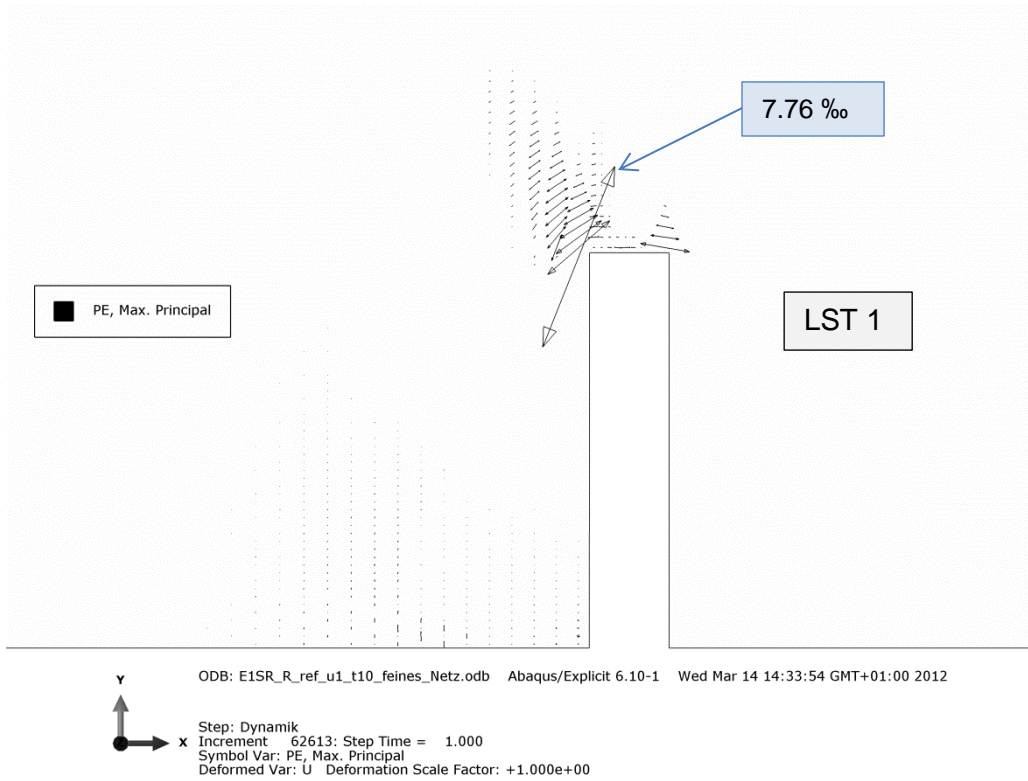


Abb. 77 Maximale plastische Hauptdehnung  $\varepsilon_{max,pl}$  bei LST 1

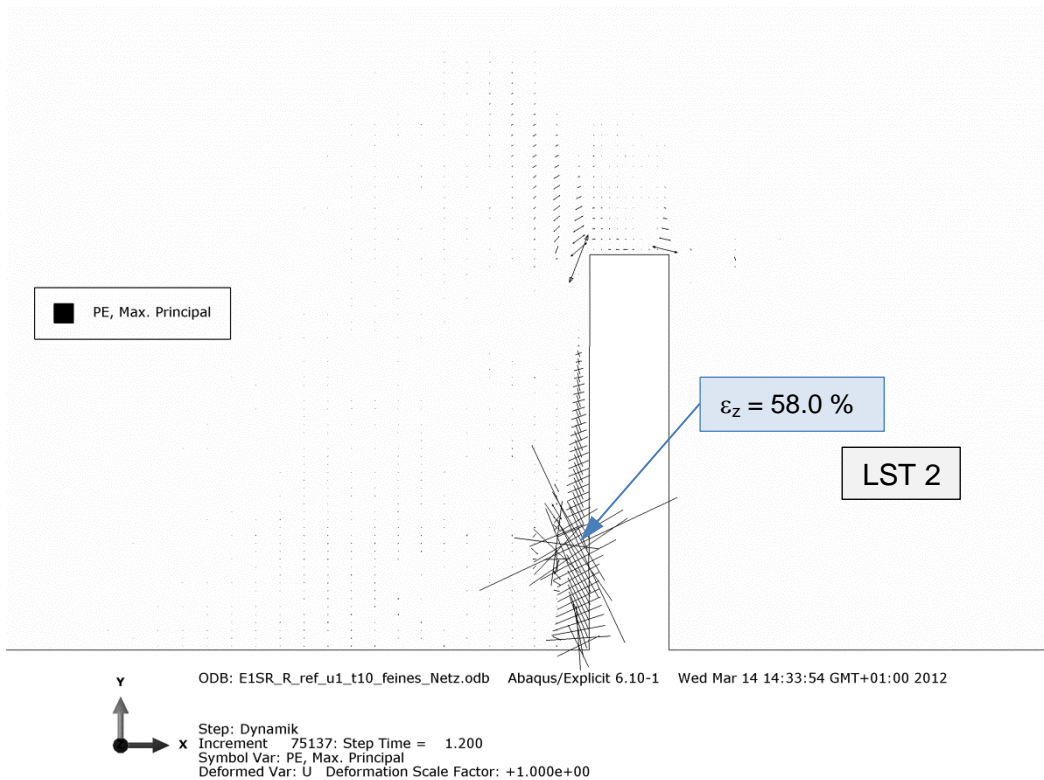
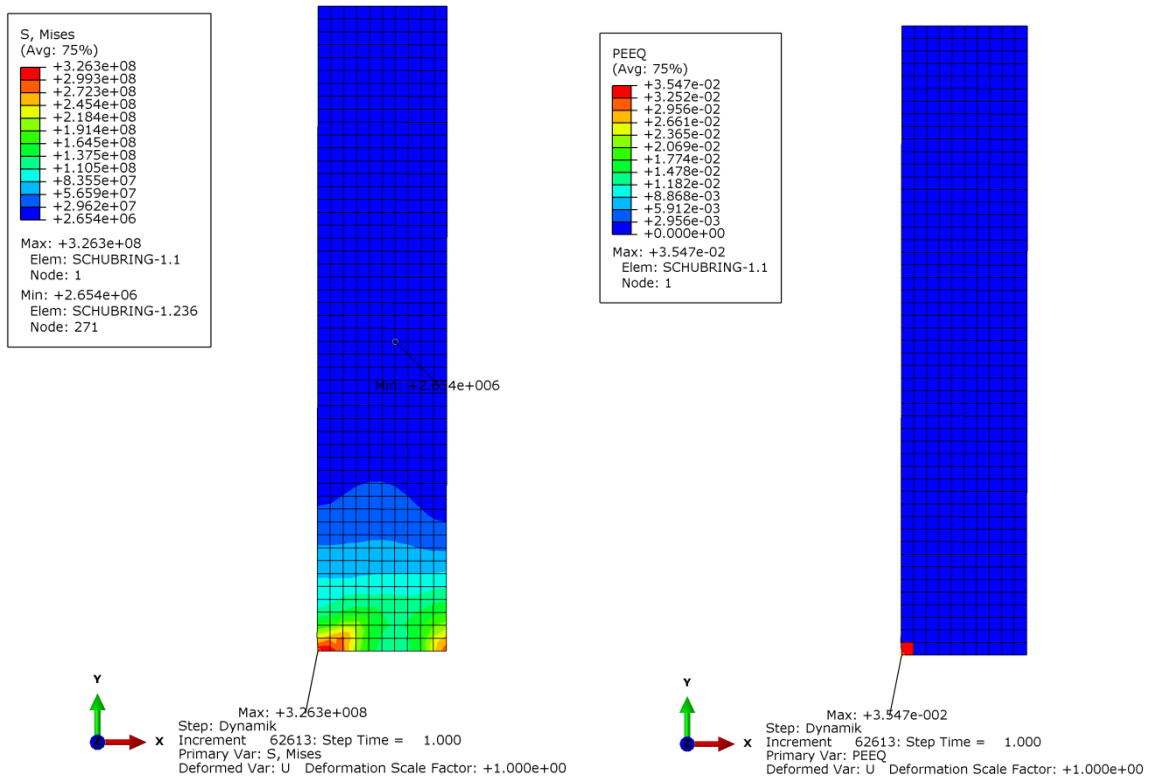


Abb. 78 Maximale plastische Hauptdehnung  $\varepsilon_{max,pl}$  sowie Dehnungen  $\varepsilon_z$  (x-Symbole) bei LST 2



**Abb. 79** Beanspruchungen in der Flachsteife; links: Mises-Vergleichsspannung [N/m<sup>2</sup>] bei LST 1, rechts: äquivalente plastische Dehnungen bei LST 1

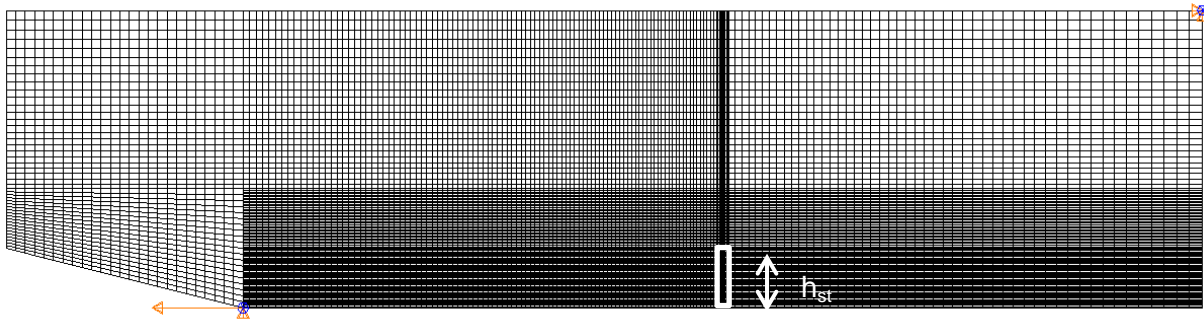
Die Abb. 79 zeigt die Beanspruchung der Flachsteife nahe der Traglast (LST 1) in Form der Mises- Vergleichsspannung. Erkennbar ist, dass die Steife nur im unteren Drittel größere Spannungen aufweist. Im rechten Teilbild der Abb. 79 ist die zur Mises-Spannung äquivalente plastische Dehnung (PEEQ) ergänzend aufgetragen. Die Grafik zeigt das lokale Fließen an der linken unteren Ecke der Flachsteife, nahe den hohen Betondruckspannungen.

#### 7.4.4 Variation der Elementanzahl des FE- Netzes (STP-ESZ-B/C)

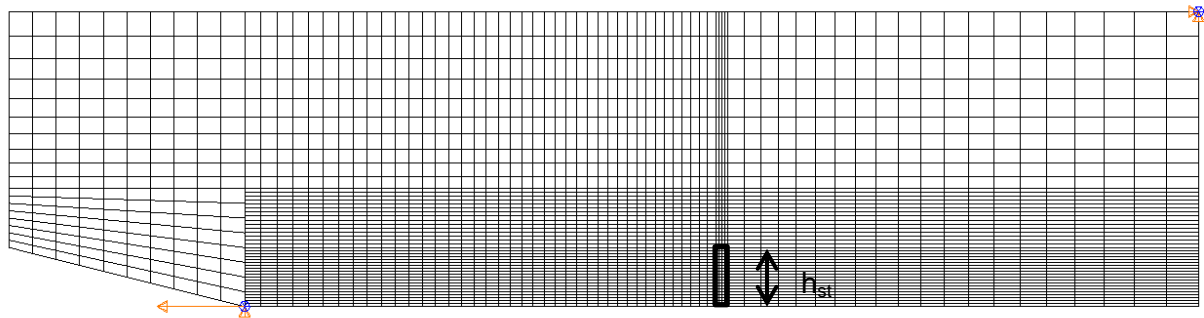
In diesem Kapitel wird der Einfluss der Elementgröße und Elementanzahl auf die Ergebnisse untersucht. In der Abb. 80 (a) ist das Netz des Referenzfalles dargestellt. Dieselbe Problemstellung des ebenen Spannungszustandes wird mit dem groben (b) und sehr groben (c) Netz berechnet und mit dem Referenzfall verglichen.

Die Eigenschaften der FE- Netze sind in der Tabelle 10 aufgelistet.

(a) Referenz: feines Netz (STP-ESZ-A)



(b) grobes Netz (STP-ESZ-B)



(c) sehr grobes Netz (STP-ESZ-C)

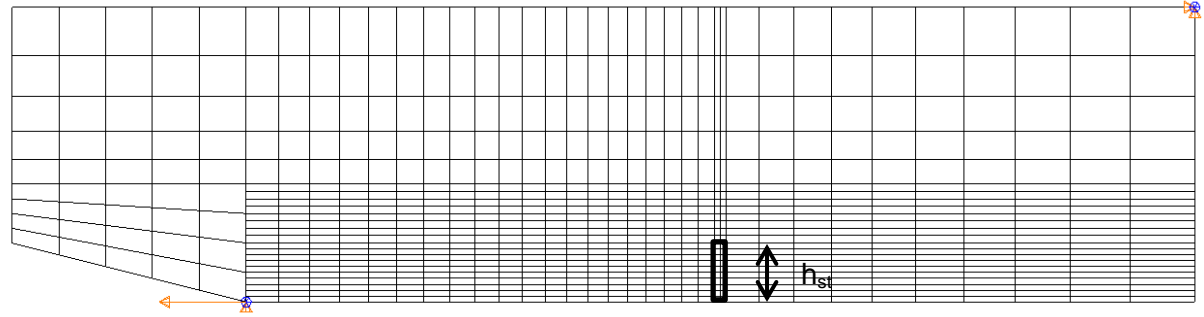


Abb. 80 Darstellung der untersuchten FE- Netze

	Bezeichnung	Element- typen	Element- anzahl	Kleinestes Element	Größtes Element	Berechnungs- zeit
Feines Netz	STP-ESZ-A	<i>CPS4R, R2D2</i>	19595	1.0 x 1.0 mm	8.3 x 11.1 mm	30 min
Grobes Netz	STP-ESZ-B	<i>CPS4R, R2D2</i>	3194	2.5 x 2.5 mm	20.7 x 27.7 mm	13 min
Sehr grobes Netz	STP-ESZ-C	<i>CPS4R, R2D2</i>	859	5.0 x 5.0 mm	41.2 x 55.2 mm	0.43 min

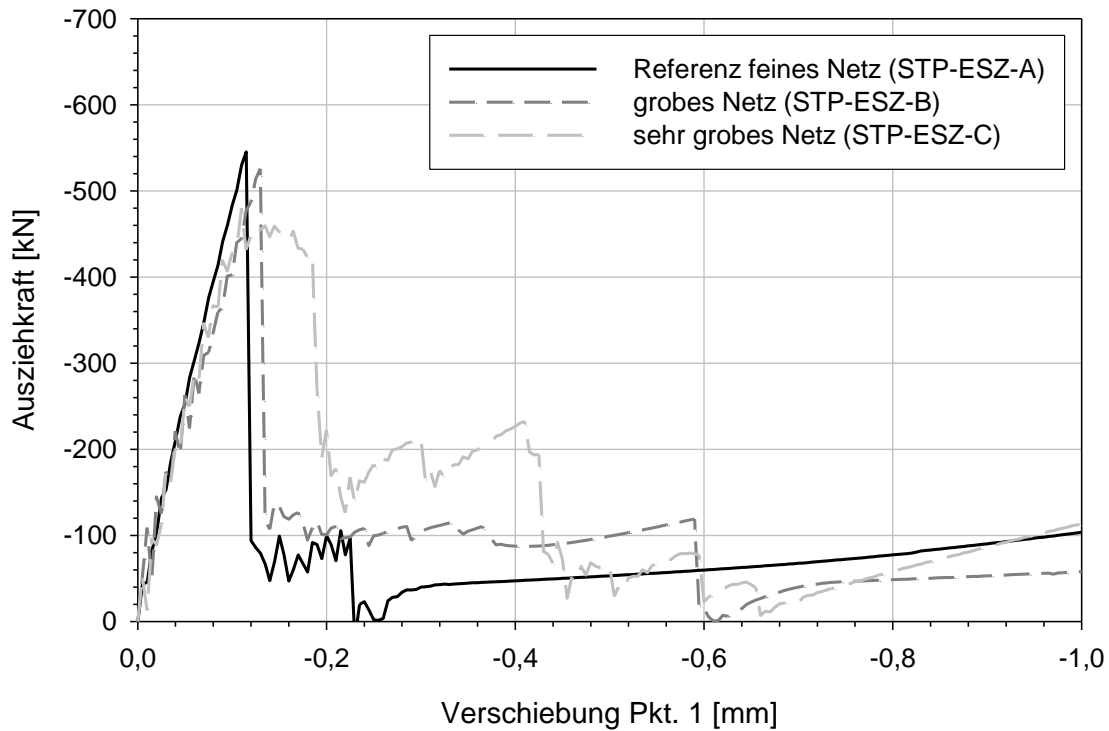
**Tabelle 10** Eigenschaften der untersuchten FE- Netze

Allen FE-Netzen gemeinsam ist, dass die kleinste Elementgröße im Bereich der Flachblechsteife (Höhe  $h_{st}$ ) auch im darüber liegenden alleinigen Betonbereich über dieselbe Höhe fortgesetzt ist. Bezogen auf die Höhe der Flachsteife  $h_{st}$  liegt folgende Auflösung vor:

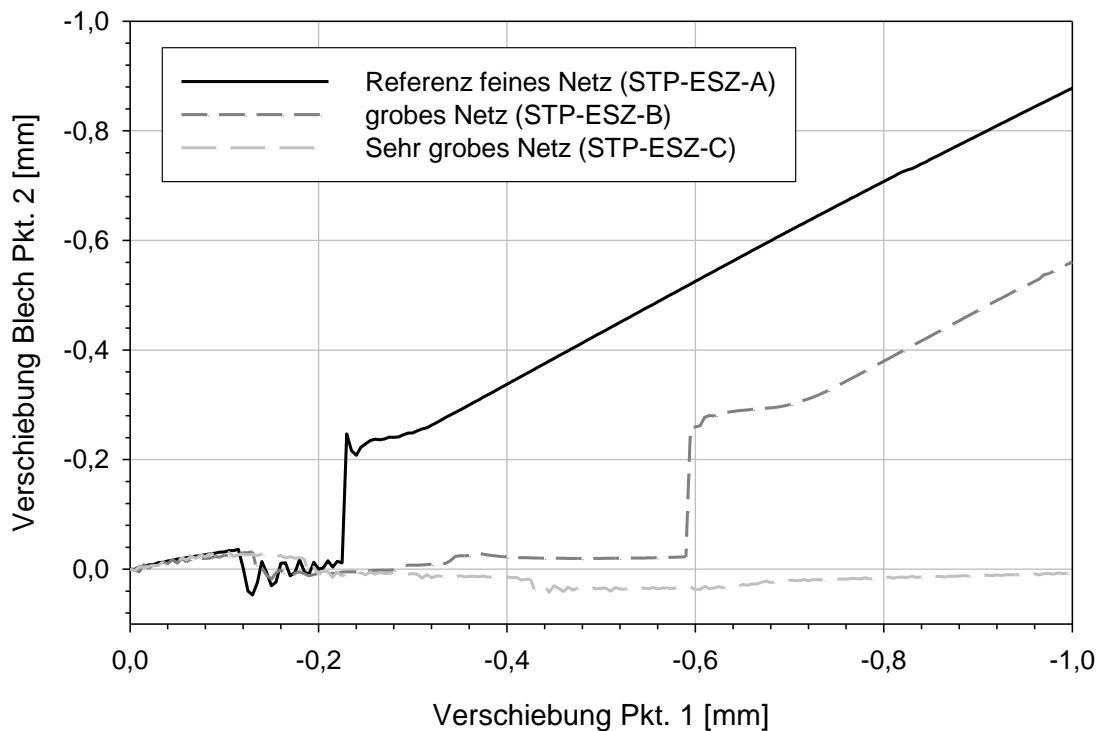
- a) Referenzfall – feines Netz: 50 Elemente
- b) grobes Netz: 20 Elemente
- c) sehr grobes Netz: 10 Elemente

Die Abb. 81 zeigt den Vergleich der Ausziehkräfte in Abhängigkeit der im Punkt 1 (vgl. Abb. 70) aufgebracht Verschiebung. Es zeigt sich, dass der Unterschied zwischen dem Referenzfall und dem groben Netz (STP-ESZ-B) sehr gering ist. Auch die Resttragfähigkeit ist sehr ähnlich. Der Vergleich in Zahlen ausgedrückt ist in der Tabelle 12 in Abschnitt 7.4.10 dargestellt. Die Traglast beim sehr groben Netz liegt nur mehr bei 86 % jener des Referenzfalls. Ebenso zeigt sich, dass sich die Resttragfähigkeit anders entwickelt als bei den feineren Netzen.

Die Abb. 82 zeigt ergänzend den Zusammenhang der Verschiebungen in den Punkten 1 und 2. Bis zum Erreichen der Maximallast verhalten sich alle drei Funktionsverläufe nahezu ident. Die Gesamtverschiebung bei der der Beton jedoch seine ganze Resttragfähigkeit verloren hat (erkennbar an dem vertikalen Sprung in den Kurven), ist jedoch bei den gröberen Netzen deutlich größer.



**Abb. 81** Ausziehungskraft H im Punkt 1 in Abhängigkeit der aufgetragenen Verschiebung



**Abb. 82** Verschiebung im Punkt 2, am oberen Ende des Bleches in Abhängigkeit der aufgetragenen Verschiebung im Punkt 1

Zusammenfassend zeigt sich, dass eine Elementgröße von etwa  $(h_{st}/20)$  ausreichend ist. Größere Netzze ( $h_{st}/10$ ) unterschätzen die Gesamttragfähigkeit, weisen aber auch zu grobe Verformungswege bei der Traglast aus.

### 7.4.5 Variation der Zugfestigkeit des Betons (STP-ESZ-D/G)

In wieweit die Zugfestigkeit des Betons für die Gesamttragfähigkeit  $H$  im Falle des ebenen Spannungszustandes eine Rolle spielt, wird hier erläutert. Außer dem Referenzfall mit der Zugfestigkeit  $f_{ct} = 2,64 \text{ N/mm}^2$  werden 4 Fälle mit deutlich abweichender Zugfestigkeit untersucht (Fall D: 0,1 / Fall E: 1,0 / Fall F: 2,0 / Fall G: 4,0  $\text{N/mm}^2$ ). Aus dem Vergleich der Gesamtergebnisse in Abb. 83 geht hervor, dass auf die Gesamttragfähigkeit nur Betonzugfestigkeiten unter  $1,0 \text{ N/mm}^2$  einen Einfluss haben. Bei höheren Zugfestigkeiten kommt es offenbar zu reinem Druckversagen des Betons. Bei einer sehr geringen Zugfestigkeit von  $0,1 \text{ N/mm}^2$  kann deutlich weniger Last aufgenommen werden, da nun das Zugversagen des Betons eine Rolle spielt. Auch die Verschiebungen, dargestellt in Abb. 84, verhalten sich ab einer Zugfestigkeit von  $f_{ct} \geq 2,0 \text{ N/mm}^2$  sehr ähnlich.

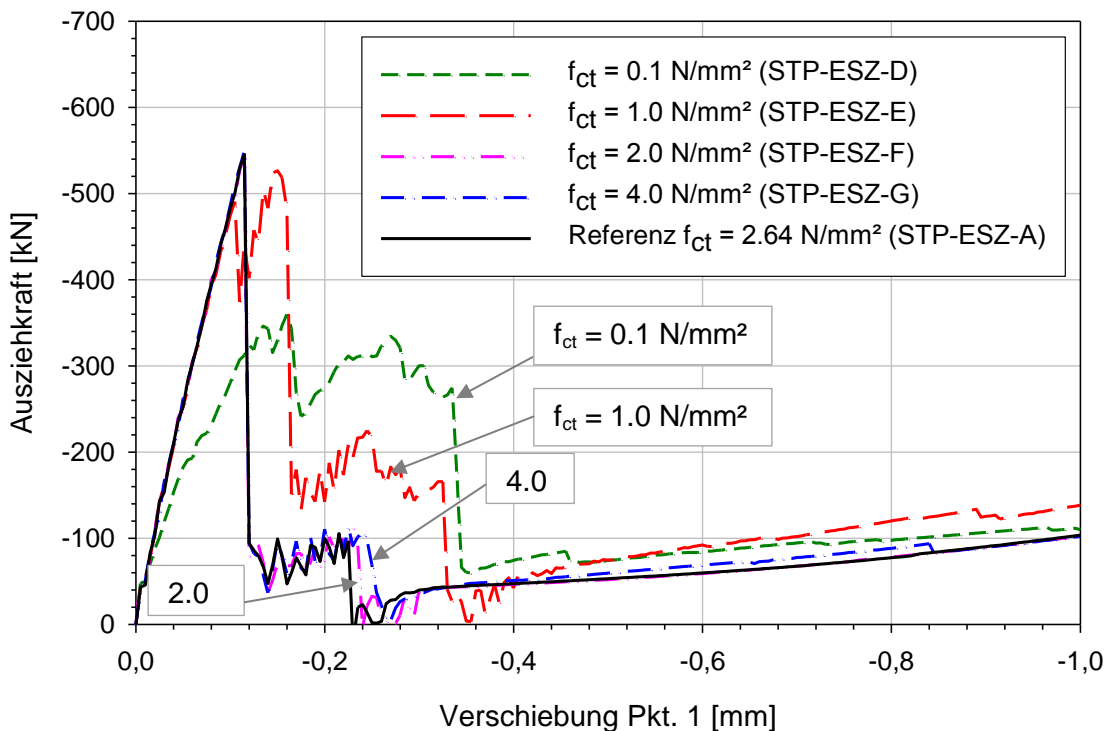
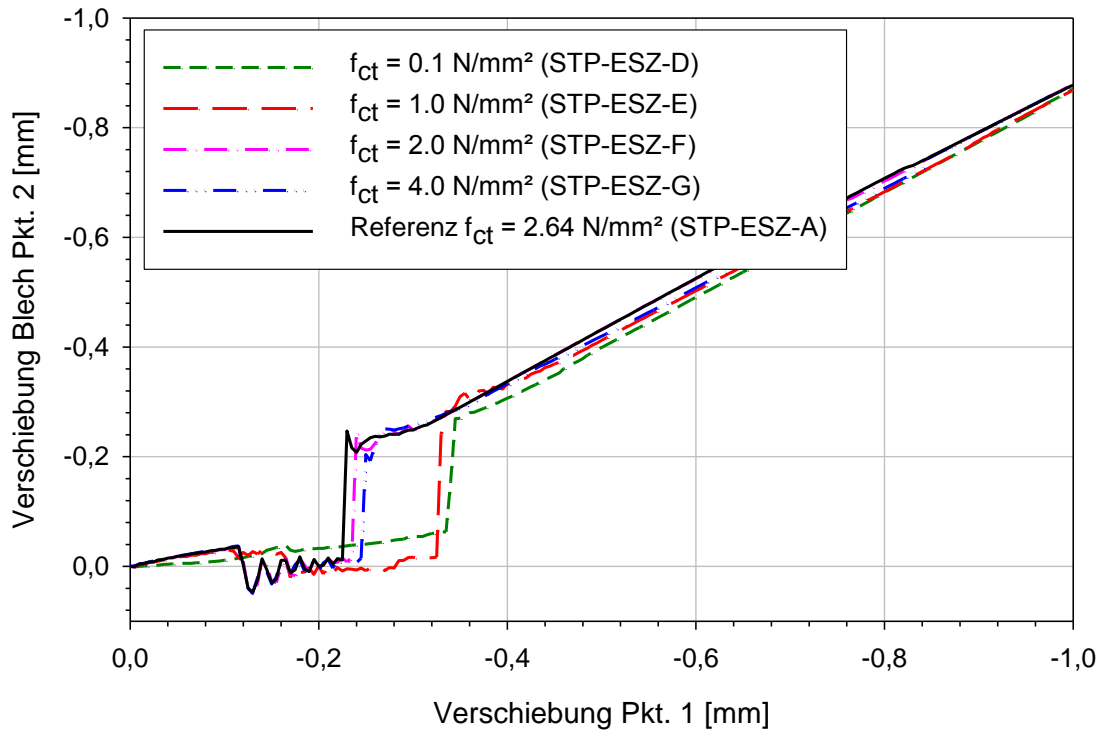


Abb. 83 Ausziehungskraft  $H$  bei Beton mit unterschiedlichen Zugfestigkeiten





**Abb. 84** Verschiebungen bei Beton mit unterschiedlichen Zugfestigkeiten

Auffallend ist das größere Verformungsvermögen bei kleinerer Zugfestigkeit.

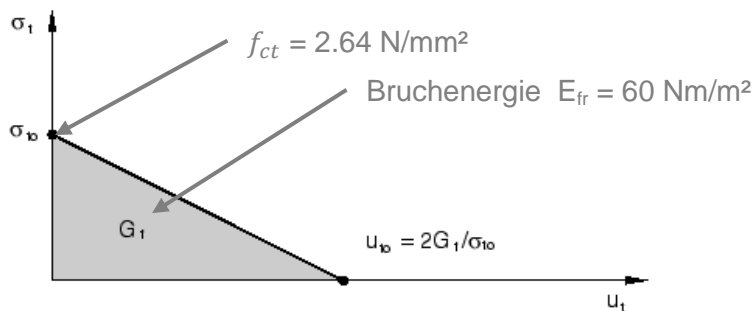
#### 7.4.6 Variation der Bruchenergie des Betons (STP-ESZ-H)

Die graphische Darstellung der Bruchenergie und deren Einfluss auf die möglichen plastischen Dehnungen bzw. Verformungen  $u_1$  im Beton zeigt die Abb. 85. Die Bruchenergie ist jene Energie, die aufgebracht werden muss, um den Riss im Beton soweit zu öffnen, dass keine Zugspannung mehr übertragen werden kann.

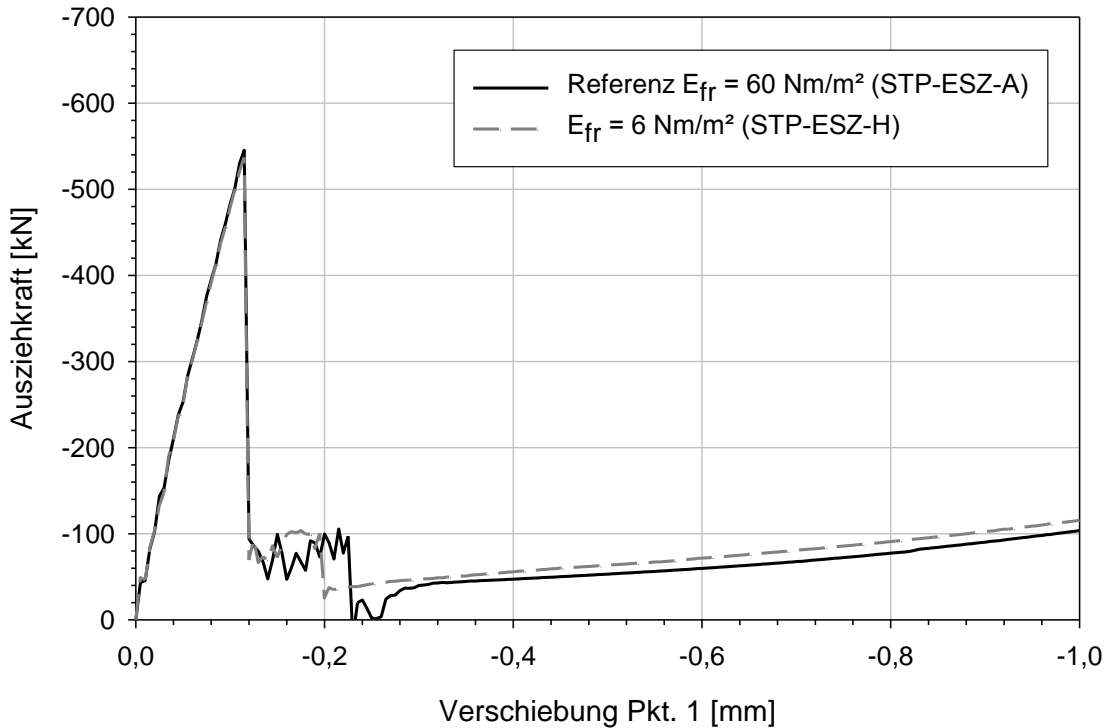
Bei einer angenommenen Bruchenergie von  $60 \text{ Nm/m}^2$ , entspricht die Rissöffnung  $u_{1,0}$  folgendem Wert:  $u_{1,0} = 2 * E_{fr} / f_{ct} = 2 * 0.06 / 2.64 = 0.045 \text{ mm}$

Ab diesem Wert sind keine Zugspannungen im Beton mehr übertragbar.

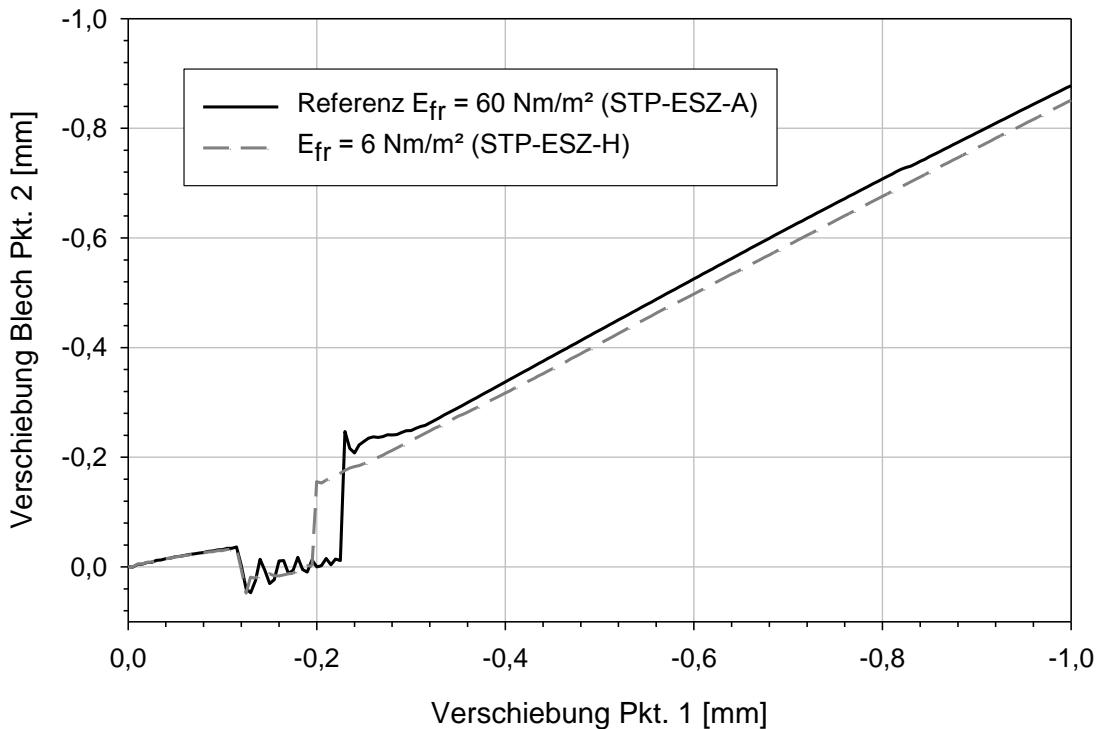
Bei einer angenommenen Bruchenergie von  $6 \text{ Nm/m}^2$ , entspricht die Rissöffnung jedoch nur mehr  $u_{1,0} = 0.0045 \text{ mm}$ . Es zeigt sich im Ergebnisvergleich in den Abb. 86 und Abb. 87, dass die Bruchenergie und damit die Größe der plastischen Zugdehnungen im Beton keinen Einfluss auf das Gesamttragverhalten hat.



**Abb. 85** Graphische Darstellung der Bruchenergie und Einfluss auf die plastischen Verformungen des Betons



**Abb. 86** Ausziehkraft H in Abhängigkeit der aufgebrachtten Verschiebung bei unterschiedlicher Bruchenergie



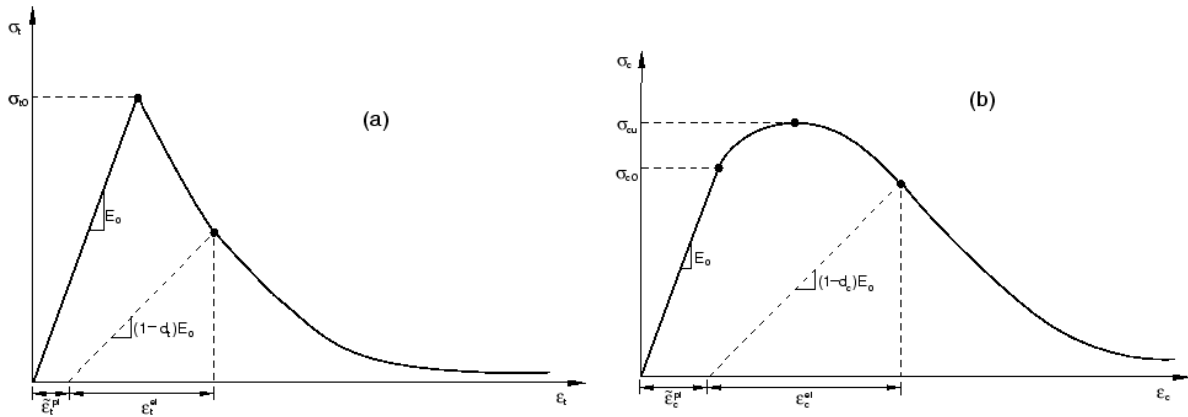
**Abb. 87** Verschiebungen bei unterschiedlichen Bruchenergien

#### 7.4.7 Berechnung mit zusätzlichen Schädigungsparametern im Beton (STP-ESZ-I)

Die Schädigungsparameter reduzieren bei Ent- und Wiederbelastung den anfänglichen E-Modul des Betons. Der Parameter, der die Druckschädigung steuert wird mit  $d_c$  bezeichnet. Für die Zugschädigung wird dieser  $d_t$  genannt. Der anfängliche E-Modul wird in Abb. 88 mit  $E_0$  bezeichnet. Daraus folgt der aktuelle E-Modul  $E = (1 - d_c) * E_0$  bzw.  $E = (1 - d_t) * E_0$

(siehe Abb. 88).

Der Schädigungsparameter für den Druckbereich ist abhängig von der Größe der plastischen Stauchung, die in Abb. 59 für einachsige Beanspruchung dargestellt ist. Der Schädigungsparameter für den Zugbereich wird über die Größe der Rissöffnung definiert. Die Schädigungsparameter in Abhängigkeit der plastischen Dehnung bzw. der Rissöffnung zeigt Tabelle 11 und sind dem in [2] ausgeführten Berechnungsbeispiel entnommen.



**Abb. 88** Definition der Schädigungsparameter bei einachsialer Zug- (a) und Druckbelastung (b).

$\epsilon_{pl}$	$d_c$
[ - ]	[ - ]
0.000000	0.00
0.000092	0.02
0.000218	0.05
0.000392	0.08
0.000609	0.13
0.000868	0.18
0.001165	0.25
0.001498	0.32
0.001865	0.39
0.002264	0.48
0.002693	0.57
0.002804	0.59
0.002850	0.60
0.002851	0.60

$u_{riss}$	$d_t$
[ mm ]	[ - ]
0.000	0.00
0.045	0.90

**Tabelle 11** Definition der Schädigungsparameter nach [2]

Es zeigt sich, dass bei zusätzlicher Berücksichtigung der Schädigungsparameter des Betons, wie zu erwarten, wegen der vorgegebenen monotonen Belastung, nahezu unveränderte Ergebnisse erhalten werden (siehe Abb. 89 und Abb. 90).

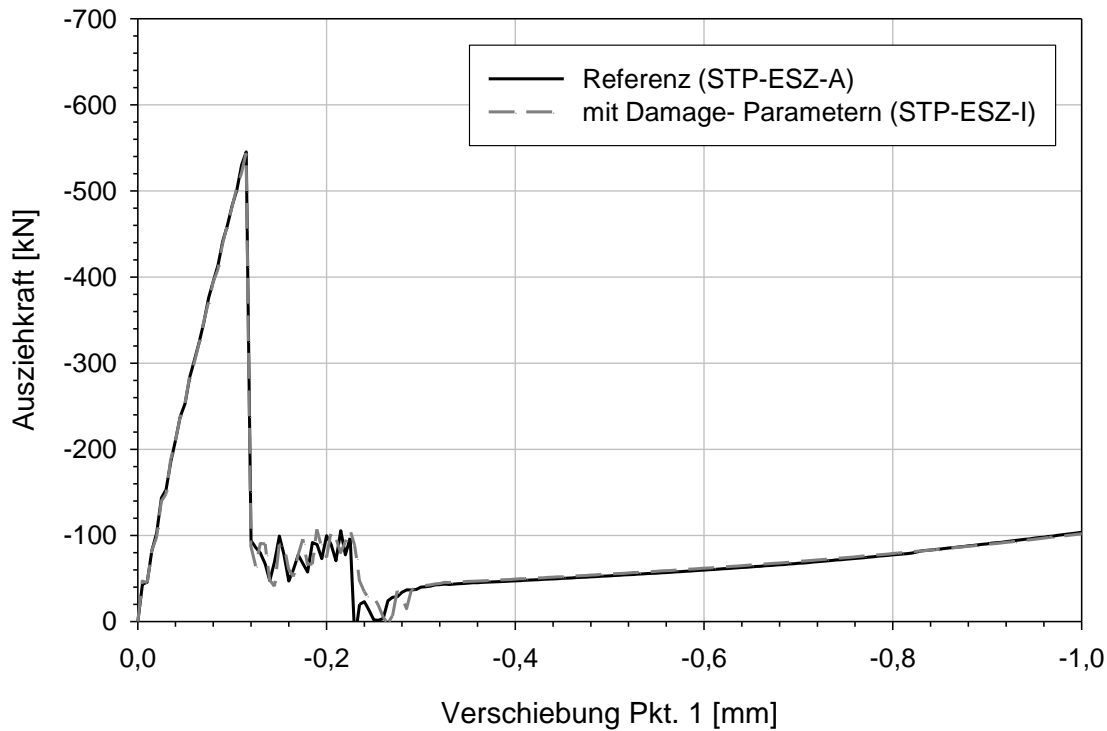


Abb. 89 Ausziehkraft H – mit und ohne Schädigungsparametern

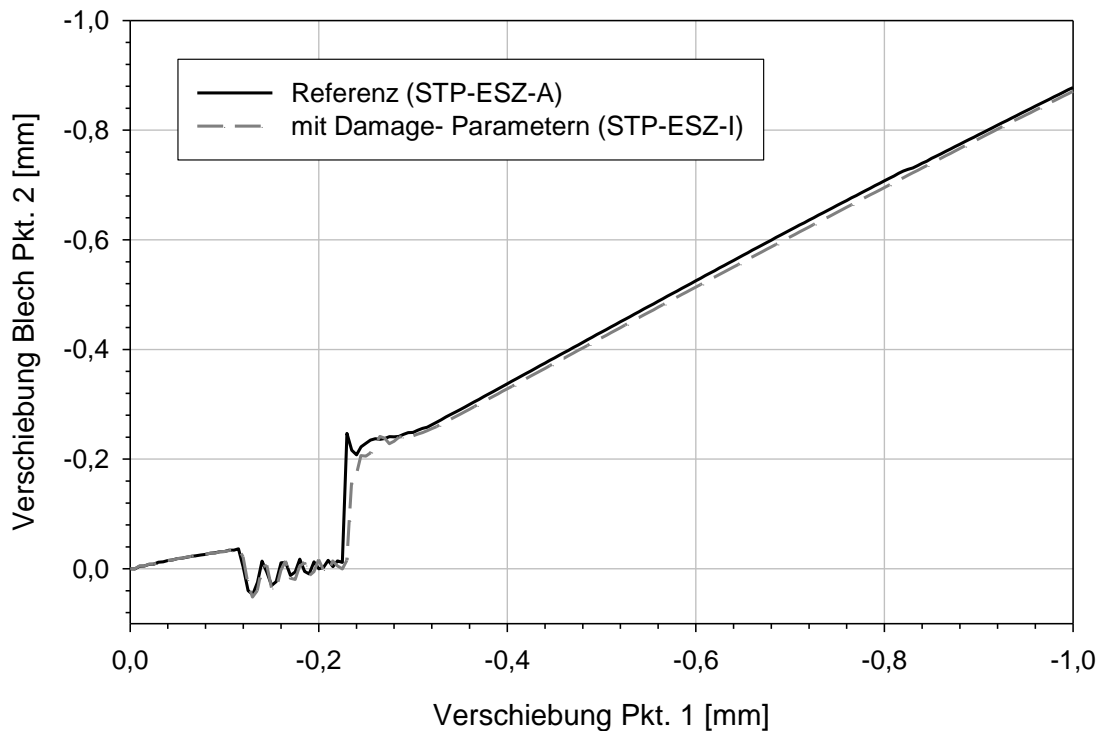
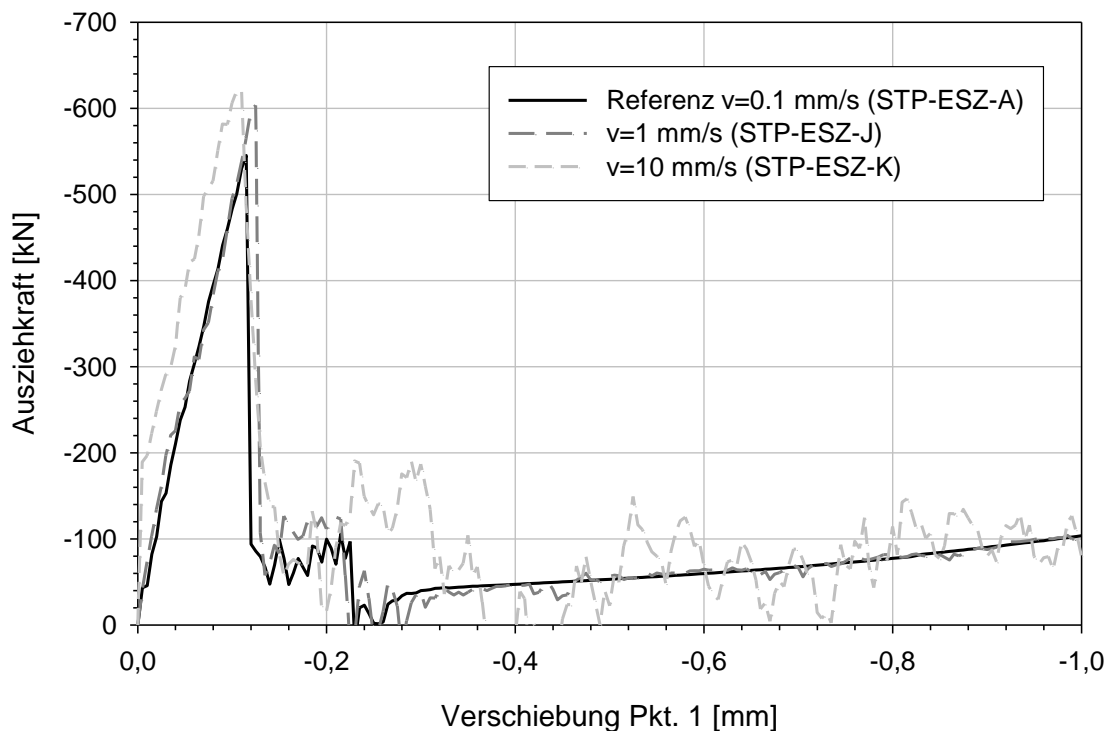


Abb. 90 Verschiebungen mit und ohne Schädigungsparameter

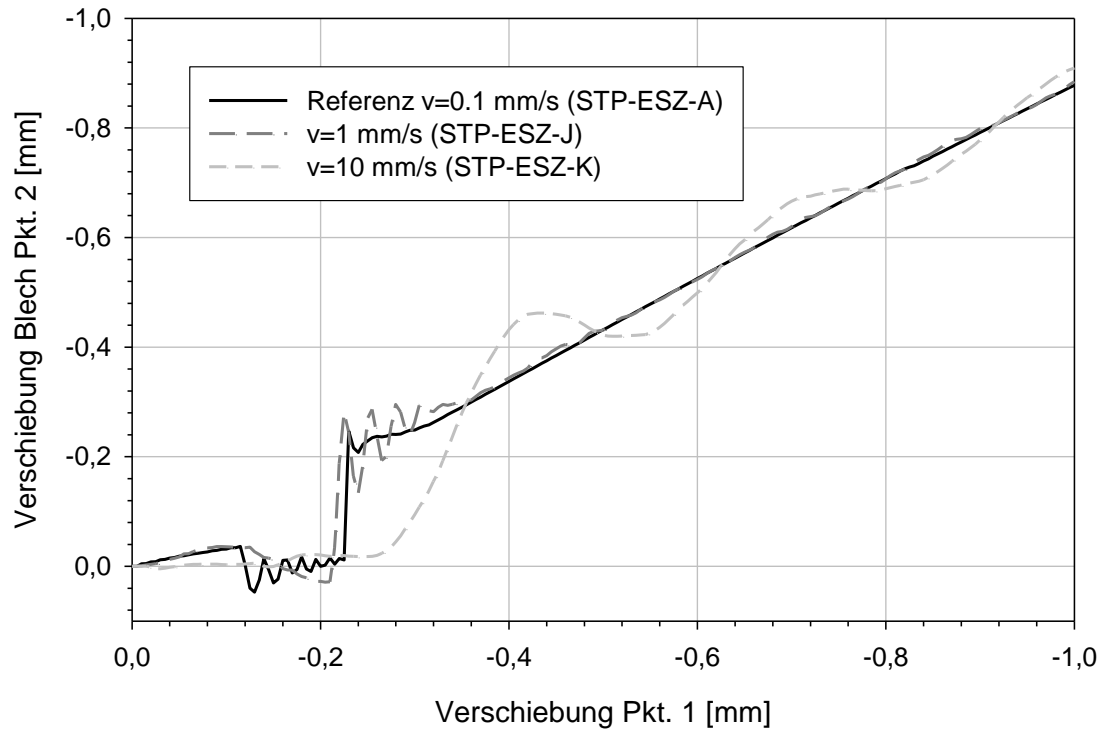
#### 7.4.8 Variation der Belastungsgeschwindigkeit (STP-ESZ-J/K)

Da es sich um eine dynamische Berechnung handelt, spielt die Belastungsgeschwindigkeit eine Rolle mit der die Referenzverschiebung von 1 mm aufgebracht wird. Beim Referenzfall wird die Verschiebung von 1 mm in 10 sec kontinuierlich aufgebracht (somit  $v = 0,1$  mm/s). Untersucht werden im Vergleich die 10- und 100- fache Belastungsgeschwindigkeit des Referenzfalls. Es zeigt sich, dass bei höherer Belastungsgeschwindigkeit die Ausziehkräfte

höher werden, wie die Abb. 91 zeigt. Bei 100-facher Belastungsgeschwindigkeit des Referenzfalles ( $v = 10 \text{ mm/s}$ ) ist darüber hinaus auch die Anfangssteifigkeit höher (steilerer Kurvenanstieg, s. Abb. 91). Dies ist plausibel, da das Material bei größerer Belastungsgeschwindigkeit aufgrund der Trägheit größeren Widerstand bietet. Das Nachbruchverhalten bei großer Belastungsgeschwindigkeit ist stark von dynamischen Effekten geprägt, wie die ausgeprägten Änderungen der Ausziehungskraft in Abb. 91 belegen. Dies zeigt sich ebenfalls in der Abb. 92, anhand der Verschiebungen am oberen Flachblechrand (Punkt 2). Bei  $v = 10 \text{ mm/s}$  zeigt sich auch, dass die Verschiebung bei der Traglast in diesem Punkt 2 Null ist. D.h. es gibt keine Verformung am oberen Ende der Flachblechsteife.



**Abb. 91** Ausziehungskraft H bei unterschiedlichen Belastungsgeschwindigkeiten

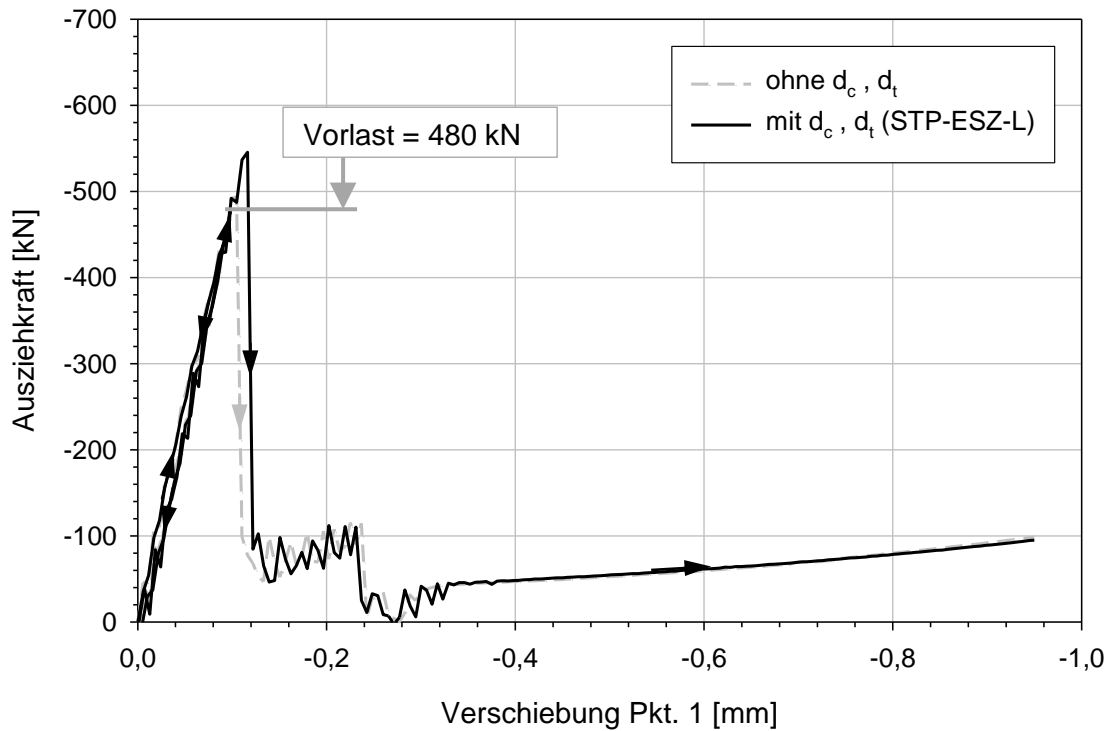


**Abb. 92** Verschiebungen bei unterschiedlichen Belastungsgeschwindigkeiten

### 7.4.9 Vorgeschaltete Be- und Entlastung mit Schädigungsparametern (STP-ESZ-L)

Hier wird der Einfluss, den die Schädigungsparameter bei einer Be- und Entlastung und einer nachfolgenden Wiederbelastung haben, untersucht. Die Schädigungsparameter sind ident wie im Kapitel 7.4.7 erläutert.

Zuerst erfolgt eine Belastung bis nahe der Traglast des Referenzfalles ( $H = 480 \text{ kN}$ ) mit anschließender vollständiger Entlastung. Die Wiederbelastung erfolgt dann, wie bisher, bis zum Überschreiten der maximalen Ausziehkraft. Es zeigt sich aus dem Ergebnis in Abb. 93, dass die Schädigungsparameter in diesem Fall auch bei vorgeschalteter Be- und Entlastung kaum einen Einfluss auf das Gesamttragverhalten haben.



**Abb. 93** Ausziehkräfte  $H$  mit Schädigungsparametern und vorgeschalteter Be- und Entlastung

### 7.4.10 Ergebnisvergleich der bisher durchgeführten Untersuchungen

Die Tabelle 12 zeigt die maximalen Ausziehkräfte der bisher dargestellten Fälle mit ebenem Spannungszustand, bezogen auf den Referenzfall. Ebenfalls dargestellt ist die zugehörige Verschiebung, die bei der maximalen Ausziehkraft in x- Richtung im Punkt 1 auftritt. Große Abweichungen vom Referenzfall entstehen bei einer sehr kleinen Zugfestigkeit des Betons, einem sehr groben Netz und bei einer zu hohen Belastungsgeschwindigkeit. Die anderen untersuchten Parameter haben kaum einen Einfluss auf die Berechnung der Maximallast.

Fall	max. Ausziehkraft [kN]	% vom Referenzfall	zugeh. Verschiebung $u_x$ im Pkt. 1 [mm]	% vom Referenzfall
Referenzfall (STP-ESZ-A)	-545.3	100.0	-0.115	100.0
grobes Netz (STP-ESZ-B)	-525.6	96.4	-0.130	113.0
sehr grobes Netz (STP-ESZ-C)	-479.7	88.0	-0.110	95.7
$f_{ct} = 0.1 \text{ N/mm}^2$ (STP-ESZ-D)	-359.7	66.0	-0.160	139.1
$f_{ct} = 1.0 \text{ N/mm}^2$ (STP-ESZ-E)	-526.2	96.5	-0.150	130.4
$f_{ct} = 2.0 \text{ N/mm}^2$ (STP-ESZ-F)	-544.1	99.8	-0.115	100.0
$f_{ct} = 4.0 \text{ N/mm}^2$ (STP-ESZ-G)	-549.4	100.7	-0.115	100.0
kl. Bruchenergie (STP-ESZ-H)	-537.0	98.5	-0.115	100.0
zusätzliche Schädigungsparam. (STP-ESZ-I)	-544.2	99.8	-0.115	100.0
$v = 1.0 \text{ mm/s}$ (STP-ESZ-J)	-603.4	110.7	-0.125	108.7
$v = 10.0 \text{ mm/s}$ (STP-ESZ-K)	-620.8	113.9	-0.105	91.3

**Tabelle 12** Ausziehkräfte H und die dazugehörigen Verschiebungen im Vergleich zum Referenzfall für den ebenen Spannungszustand

Der Referenzfall mit geringer Belastungsgeschwindigkeit ( $v = 0.1 \text{ N/mm}^2$ ), ohne Schädigungsparameter und ausreichender Netzauflösung liefert die vertrauenerweckendsten Ergebnisse und wurde für die weiteren Untersuchungen herangezogen.



#### 7.4.11 Ausführung einer schlanken Steife - $b_{st}/h_{st} = 4/50$ mm

Die Frage die sich nach den bisherigen Parametervariationen noch stellt ist, ob eine schlankere Steife (ebener Spannungszustand) größere Gesamtverschiebungen und damit eine höhere Duktilität aufweist, als die bisher untersuchte Steife mit einem Seitenverhältnis von 10/50 mm. Die Abb. 94 zeigt den Vergleich der beiden errechneten Last-Verschiebekurven. Erkennbar ist, dass die schlankere Steife eine deutlich geringere Traglast bewirkt und dass die zugehörige Verschiebung sogar kleiner ist. Aus den Verschiebungen in der Abb. 95 erkennt man, dass die Verschiebung im Punkt 2 immer sehr gering bleibt, währenddessen die Verschiebung im Punkt 1 ansteigt.

Die Abb. 96 zeigt die Kontaktpressungen an der starren unteren Platte und an der Flachblechsteife nahe der Traglast (LST 1). Es zeigt sich, dass durch die Nachgiebigkeit der schlanken Steife die Länge  $y$ , an der die Pressungen auftreten, geringer ist als bei der Steife des Referenzfalles. Die Länge der dreiecksförmigen Pressungsverteilung an der Unterseite der Flachblechsteife beträgt nun weniger als 10 mm. Zusätzlich treten am oberen Ende der Flachblechsteife (ab  $x = 40$  mm) sehr geringe Pressungen auf. Die Abb. 97 zeigt die Pressungsverteilung bei LST 2. Wie beim Referenzfall findet nun eine gewisse Umlagerung der Pressungsverteilung statt, die jedoch deutlich geringer ausfällt (vgl. Abb. 97 mit Abb. 69). Die Pressungen bleiben auf eine Höhe von  $y = 10$  mm an der Flachblechsteife beschränkt. Die Abb. 99 zeigt die Verschiebungen in  $x$ -Richtung der Flachblechsteife in Blechmitte. Es zeigt sich, dass am oberen Ende ( $y = 50$  mm) praktisch eine horizontale Tangente vorliegt, d. h. die Steife ist im Beton eingespannt. Man würde durch die Krümmungsänderung der Steife in Abb. 99 eine große Pressung auf der Oberseite der Steife erwarten. Durch die geringe Biegesteifigkeit der Flachblechsteife fällt diese Pressung jedoch sehr gering aus und ist aus Abb. 96 und Abb. 97 kaum ersichtlich. Die deutliche Krümmungsänderung der Verformungsfigur weist ebenfalls auf die deutlich geringere Biegesteifigkeit der Flachblechsteife gegenüber dem Referenzfall hin (vgl. Abb. 99 mit Abb. 71), wodurch sich auch die deutlich kürzere Höhe der dreiecksförmigen Pressungsverteilung nahe der Traglast ergibt. Es folgt daraus, dass je steifer die Flachblechsteife ist, desto größer ist die dreiecksförmige Pressungsverteilung und damit die Traglast. Die erreichbare Gesamtverformung bzw. Duktilität ist offenbar nicht von der Biegesteifigkeit der Steife abhängig.

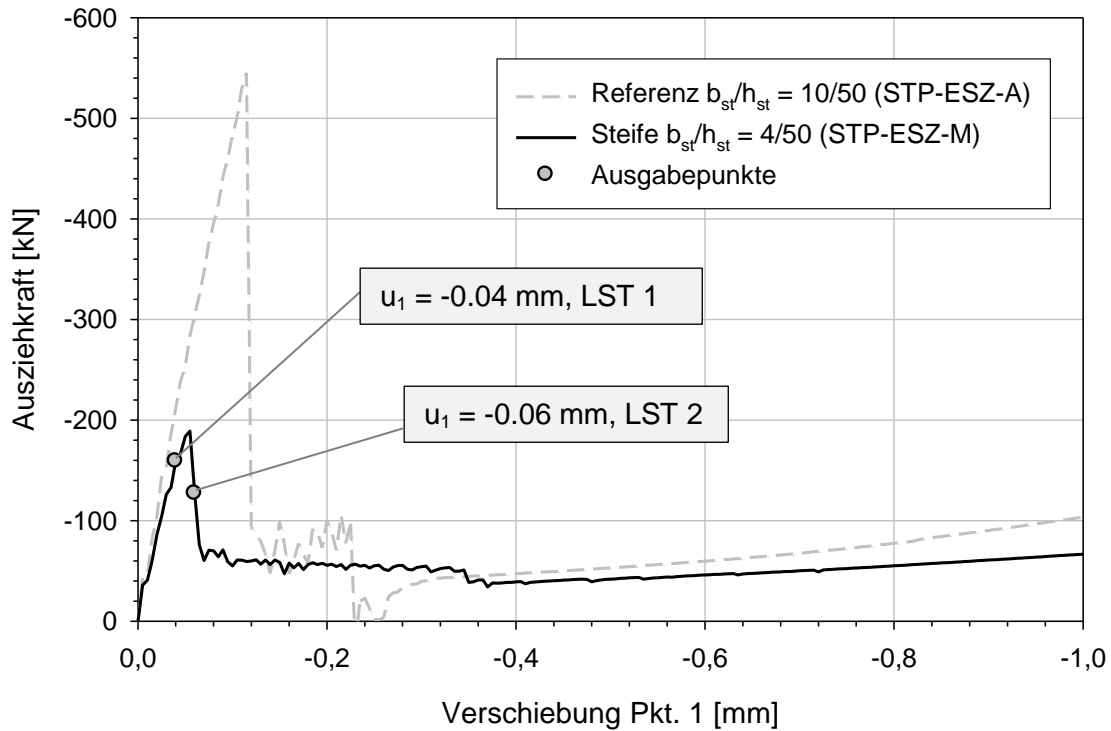


Abb. 94 Ausziehkraft H bei unterschiedlichen Flachblechsteifen

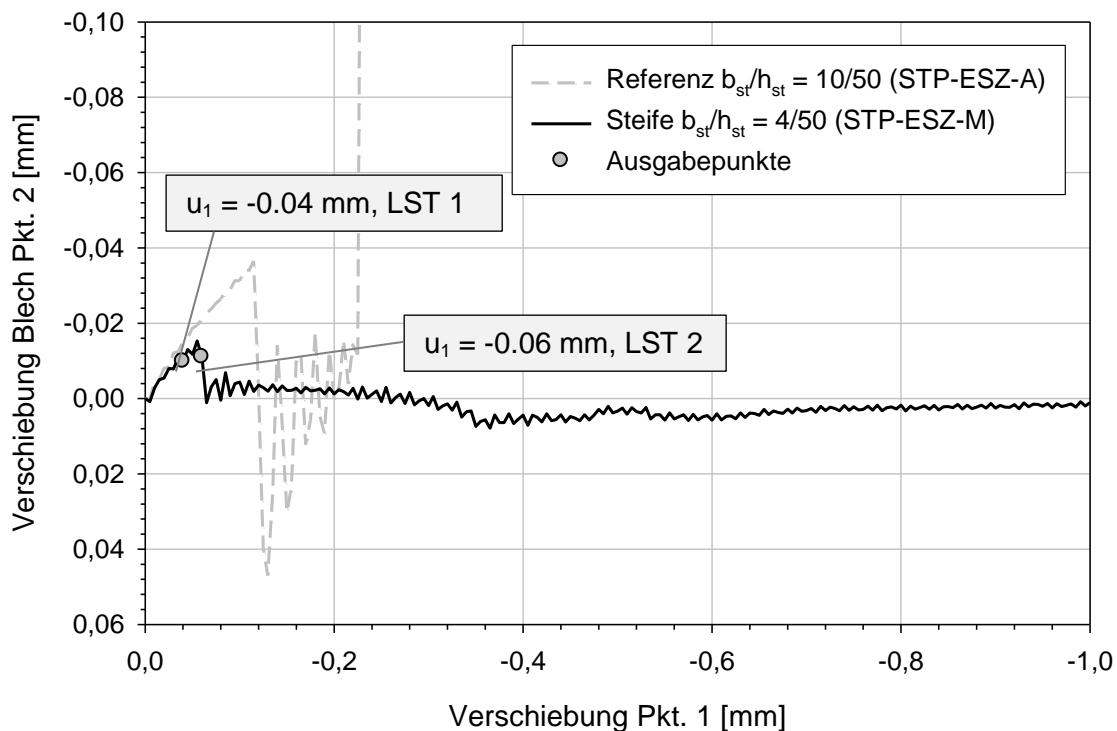
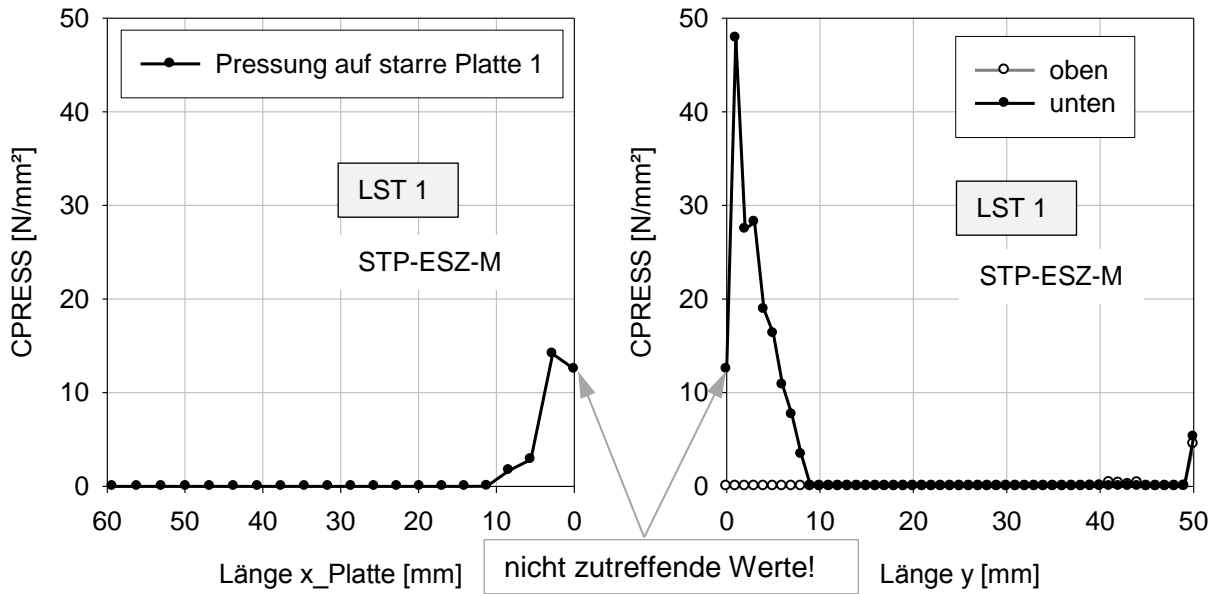
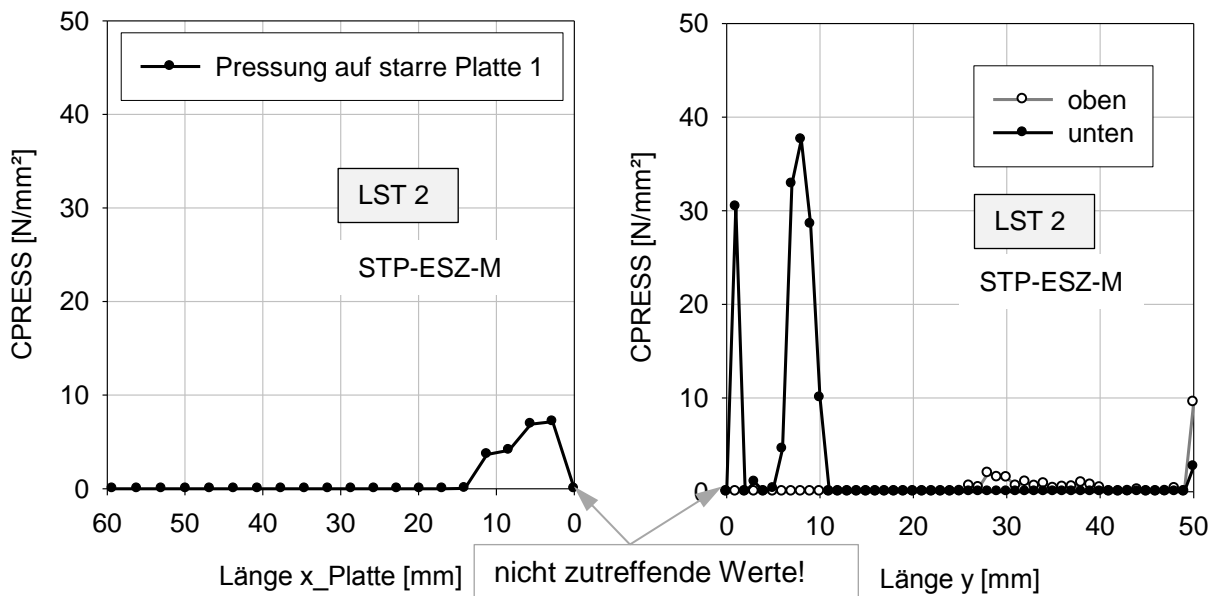


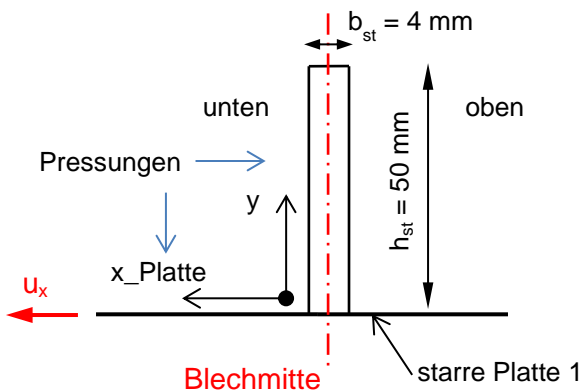
Abb. 95 Verschiebung im Punkt 2, am oberen Ende des Bleches, in Abhängigkeit der aufgetragenen Verschiebung im Punkt 1



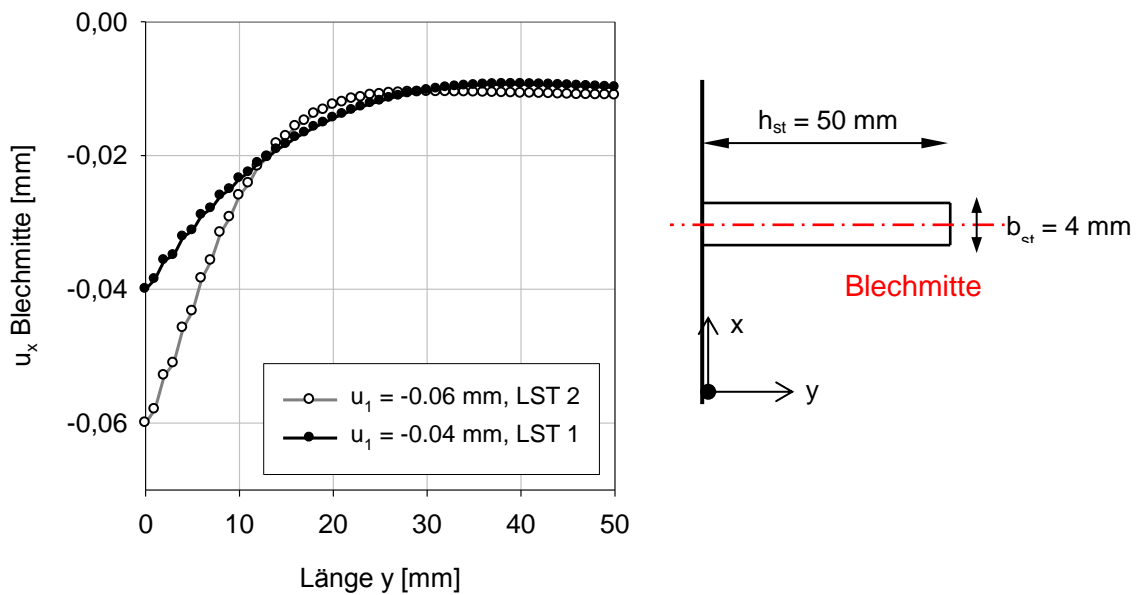
**Abb. 96** Kontaktpressungen bei Laststufe LST 1 (links Pressung auf starre Platte 1; rechts Pressung auf Flachblechsteife)



**Abb. 97** Kontaktpressungen bei Laststufe LST 2 (links Pressung auf starre Platte 1; rechts Pressung auf Flachblechsteife)

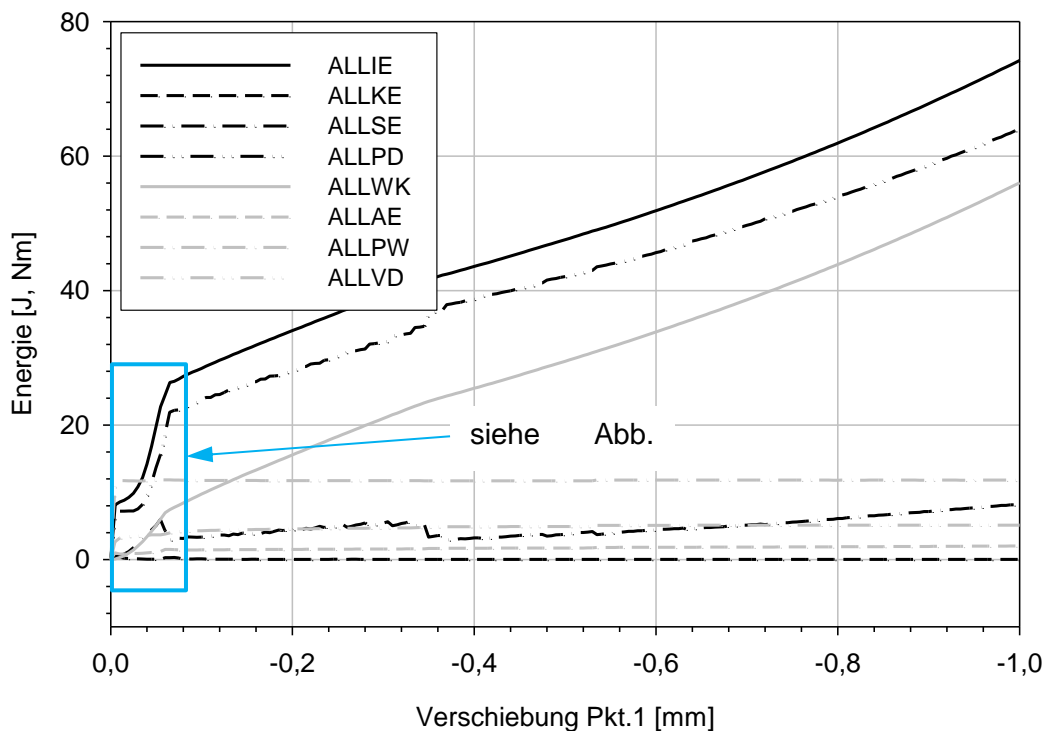


**Abb. 98** Skizze der Steife mit Definition der Richtungen (für Abb. 96 und Abb. 97)



**Abb. 99** Horizontale Verschiebungen der Flachsteife

Die Energiebilanzen der Abb. 100 und Abb. 101, in gleicher Art dargestellt wie für den Referenzfall (Abb. 72), weisen keine besonderen Merkmale auf. Gegenüber dem Referenzfall bleiben die dynamischen Effekte deutlich geringer. Die Abb. 102 zeigt das Verhältnis der kinetischen Energie zur Formänderungsenergie, das gegenüber dem Referenzfall (Abb. 74) deutlich kleiner ( $<0,05$ ) ist. Das zeigt, dass die Berechnung statisch vertrauenswürdige Berechnungsergebnisse liefert.



**Abb. 100** Energiebilanz der Berechnung (der eingerahmte Bereich ist in der Abb. 101 größer dargestellt)

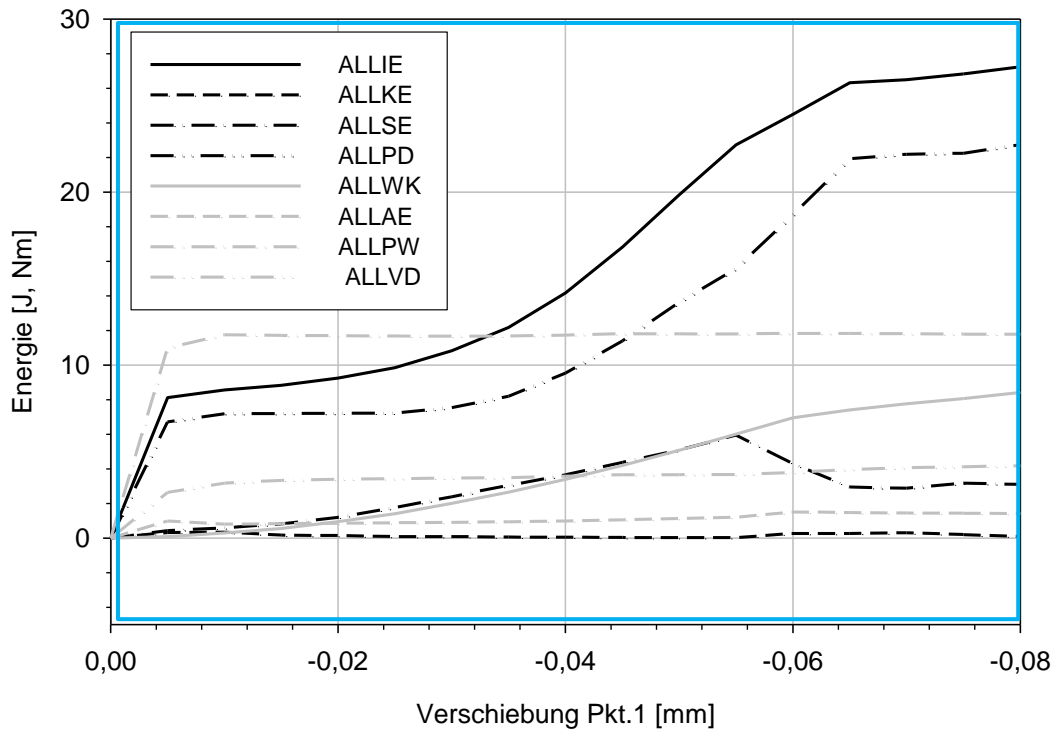


Abb. 101 Energiebilanz der Berechnung für den ansteigenden Ast der Ausziehkraft

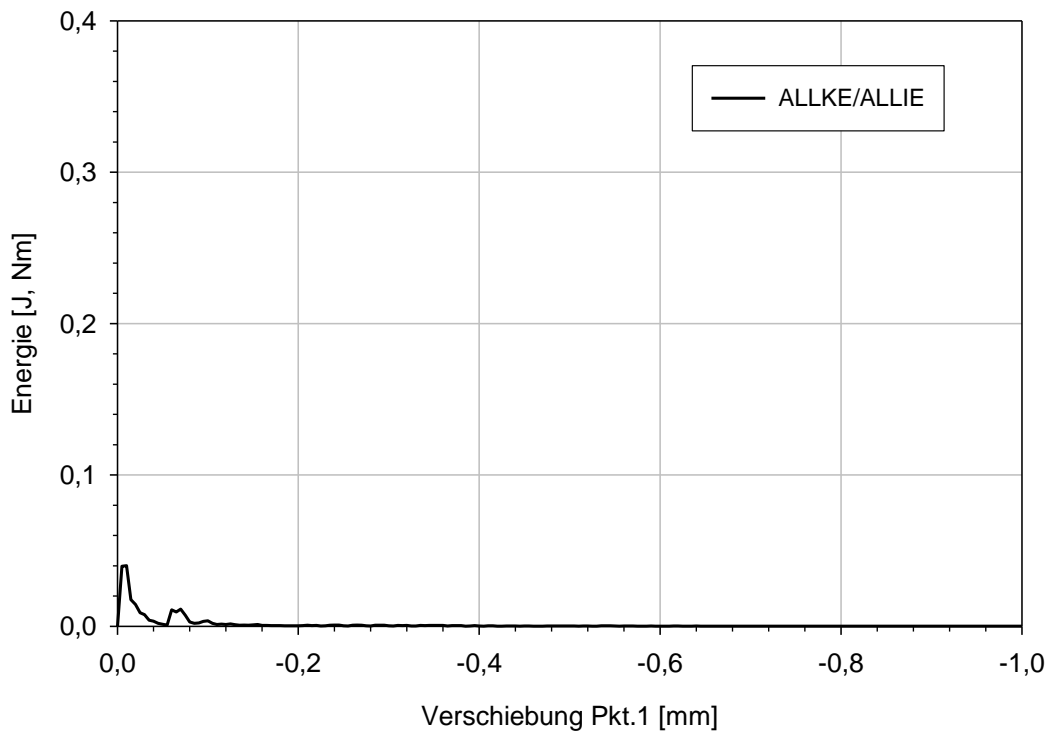


Abb. 102 Verhältnis der kinetischen Energie ALLKE zur Formänderungsenergie ALLIE

## 7.5 Ergebnisse für die Fälle mit ebenem Verzerrungszustand

### 7.5.1 FE- Modell

Es liegt derselbe Modellkörper vor, wie für die Untersuchung des ebenen Spannungszustandes (Geometrie und FE-Netz s. Abb. 64 und Abb. 65).

Die Abb. 103 fasst nochmals die Anlageverhältnisse und Bezeichnungen zusammen. Für die FE- Berechnungen werden nun jedoch „Plain Strain“- Elemente verwendet. D.h. die Dehnungen in die 3. Richtung (z-Richtung) sind Null. Die Spannungen in die 3. Richtung sind jedoch von Null verschieden, infolge der Wirkung der Querkontraktion. Die Elemente haben die Bezeichnung CPE4R. (C... Kontinuumselement, PE... „Plain Strain“, 4... Anzahl der Knoten, R... „Reduced Integration“). Für eine dynamische Berechnung mit dem Programm ABAQUS/Explicit können nur diese Elemente verwendet werden. Die Elemente haben in die dritte Richtung (z-Richtung) eine Dicke von „1“ m.

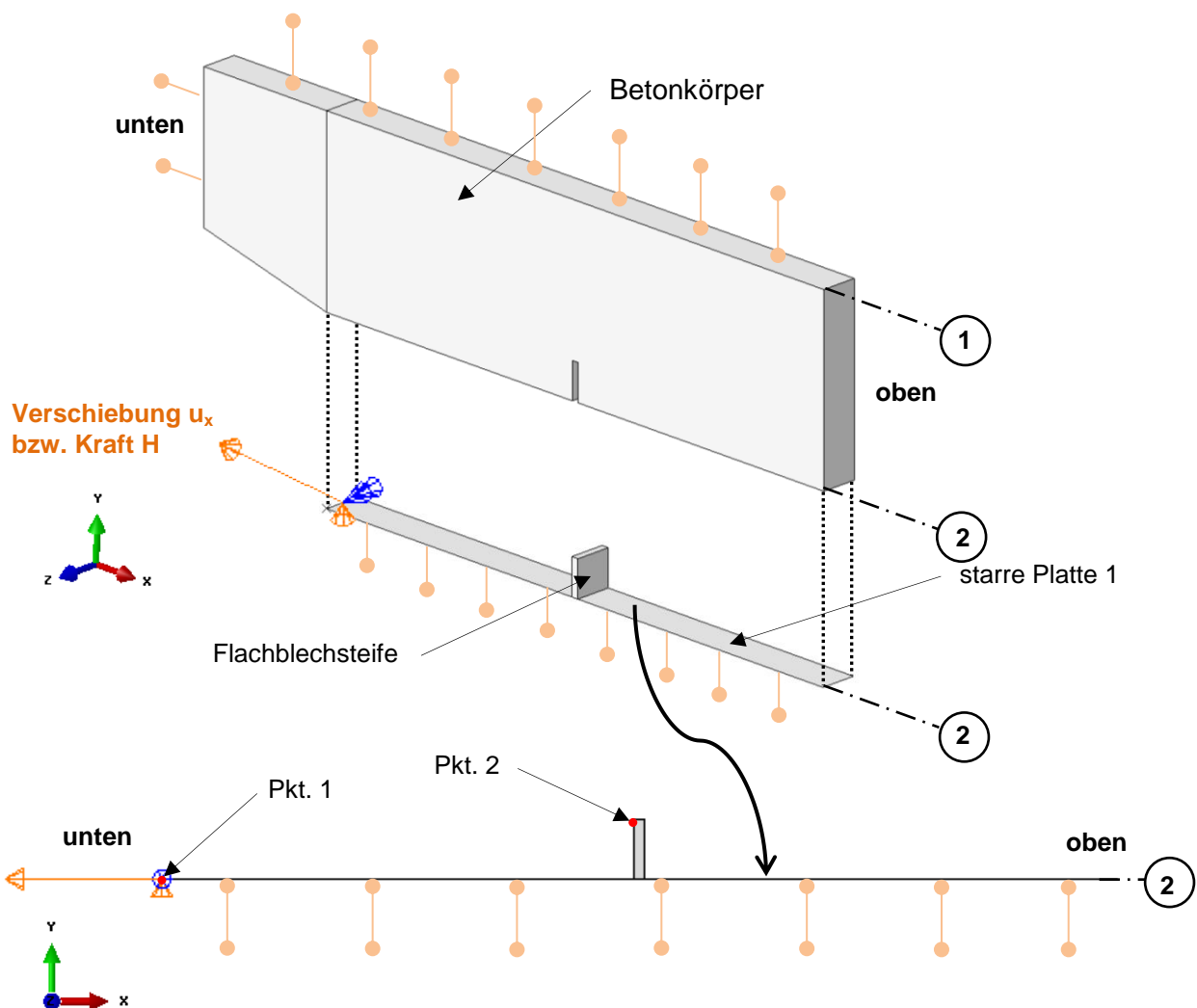


Abb. 103 Explosionszeichnung - Ebenes Modell des Ausziehversuches

### 7.5.2 Ergebnisse für den ebenen Verzerrungszustand

Die Ergebnisdarstellung erfolgt nachfolgend wie für die Fälle mit ebenem Spannungszustand in Abschnitt 7.4.2.

Es zeigt sich aus dem Ergebnisvergleich in Abb. 104, dass durch den ebenen Verzerrungszustand die Traglast ungefähr dem dreifachen des ebenen Spannungszustandes entspricht. Die erreichte Gesamtverschiebung bei der Traglast ist sogar etwa sechsmal größer.

Die Ergebnisse des ebenen Spannungszustandes und des ebenen Verzerrungszustandes können auch als unterstes und oberstes Limit für das reale Tragverhalten der Schubringe gesehen werden. Die Tragfähigkeit eines Volumenkörpermodells wird, wie später noch gezeigt, zwischen diesen beiden Grenzfällen liegen.

Es sind die Pressungen und Verschiebungen nachfolgend für zwei unterschiedliche Laststufen ausgegeben. Die erste Laststufe (LST 1) soll das Ende des elastischen Zustandes wiedergeben. Die zweite Laststufe (LST 2) entspricht nun jedoch der Maximallast. Dies bedeutet, dass nun die Laststufe 2 beim Vergleich (mit den Ergebnisse des „ESZ“) der Laststufe 1 des ebenen Spannungszustandes entspricht.

Zu erkennen ist, dass beide Kurven in Abb. 104 zu Beginn die gleiche Steigung und damit dieselbe Anfangssteifigkeit aufweisen. Dies zeigt ebenfalls die Abb. 105. Der Punkt 2 verschiebt sich relativ zum Punkt 1 nur sehr wenig, da die Traglast noch nicht erreicht ist. Die Pressungsverteilungen in Abb. 106 und Abb. 107 zeigen sehr hohe Pressungen auf den Beton mit Maximalwerten von etwa 200 N/mm<sup>2</sup>. Diese sind nur dadurch möglich, dass sich ein günstiger dreiaxialer Druckspannungszustand einstellt (in z-Richtung stellen sich günstig wirkende Druckspannungen von  $\sigma_z = -120$  N/mm<sup>2</sup> am Fuß der Flachblechsteife ein). Am dreiecksförmigen Verlauf der Pressungsverteilung des ebenen Spannungszustandes hat sich wenig verändert, außer dass die Spannungswerte höher sind. Es zeigt sich, dass sich die Länge der dreiecksförmigen Pressungsverteilung von 25 mm beim ebenen Spannungszustand auf 17 mm beim ebenen Verzerrungszustand reduziert.

Die Verschiebungen der Flachblechsteife sind für die Laststufe 1 und 2 in der Abb. 109 dargestellt. Bei Laststufe 1 liegt eine ähnliche Pressungsverteilung an der Flachsteife vor wie beim ebenen Spannungszustand (vgl. Abb. 71) – die Schubverformungen der Flachsteife bedingen die fehlende horizontale Tangente am Fußpunkt ( $y = 0$ ). Bei Laststufe 2 nahe der Traglast weist der Knick der Verformungsfigur auf die Fließgelenkbildung am Fuße der Flachsteife hin. Dadurch ergibt sich auch die deutliche Zunahme der Gesamtverformung. Die plastischen Dehnungen in der Flachsteife sind in der Abb. 116 dargestellt.

Die Energiebilanz der Berechnung ist in der Abb. 110 ausgegeben. Es zeigen sich keine besonderen Merkmale, außer dass der Abbruch der Berechnung unmittelbar nach dem Traglastmaximum deutlich an den sprunghaften Änderungen der Energien zu erkennen ist. Der „Nachbruchbereich“ konnte daher nicht abgebildet werden und der schlagartige Lastabfall in der Berechnung ist fraglich. Das Verhältnis der kinetischen Energie zur Formänderungsenergie bleibt ebenfalls im akzeptablen Bereich bis zum Erreichen der Traglast (Abb. 111). Das Verhältnis ist zu Beginn etwas höher als 0.1, da die Formänderungsenergie noch sehr gering ist und die Verschiebung „ruckartig“ in kleinen Stufen aufgebracht wird. Dies ist aber für die Berechnung nicht weiter von Bedeutung.

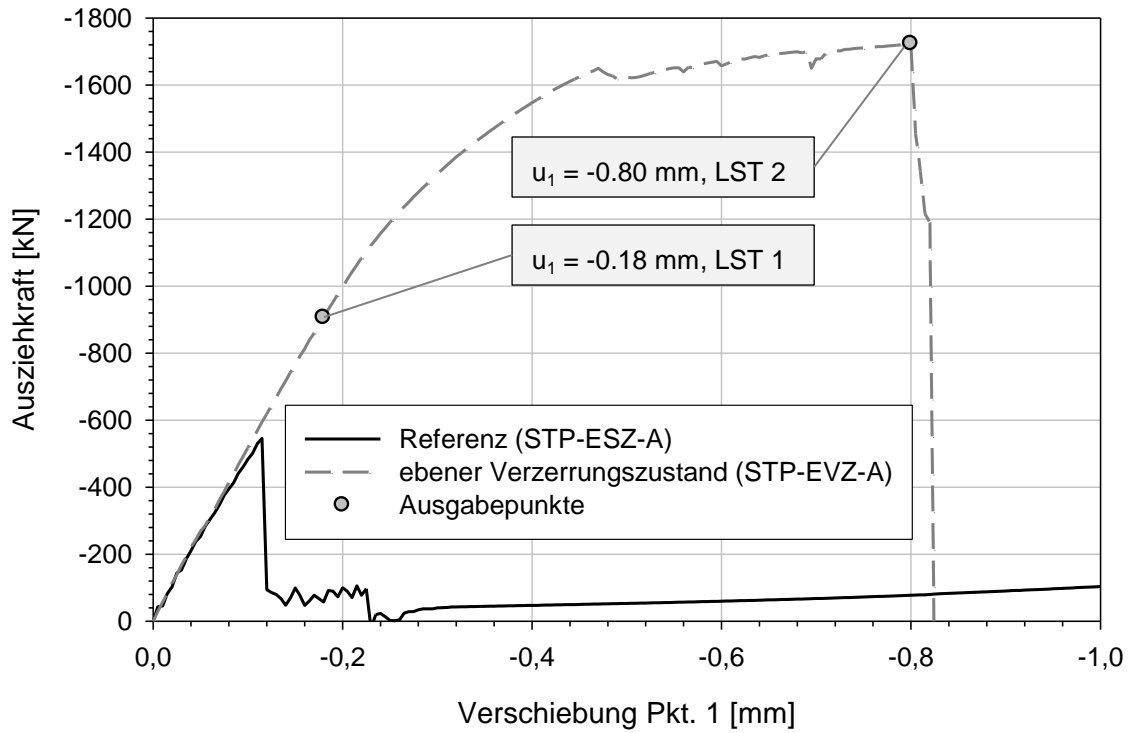


Abb. 104 Ausziehungskraft H im Punkt 1 in Abhängigkeit der aufgetragenen Verschiebung

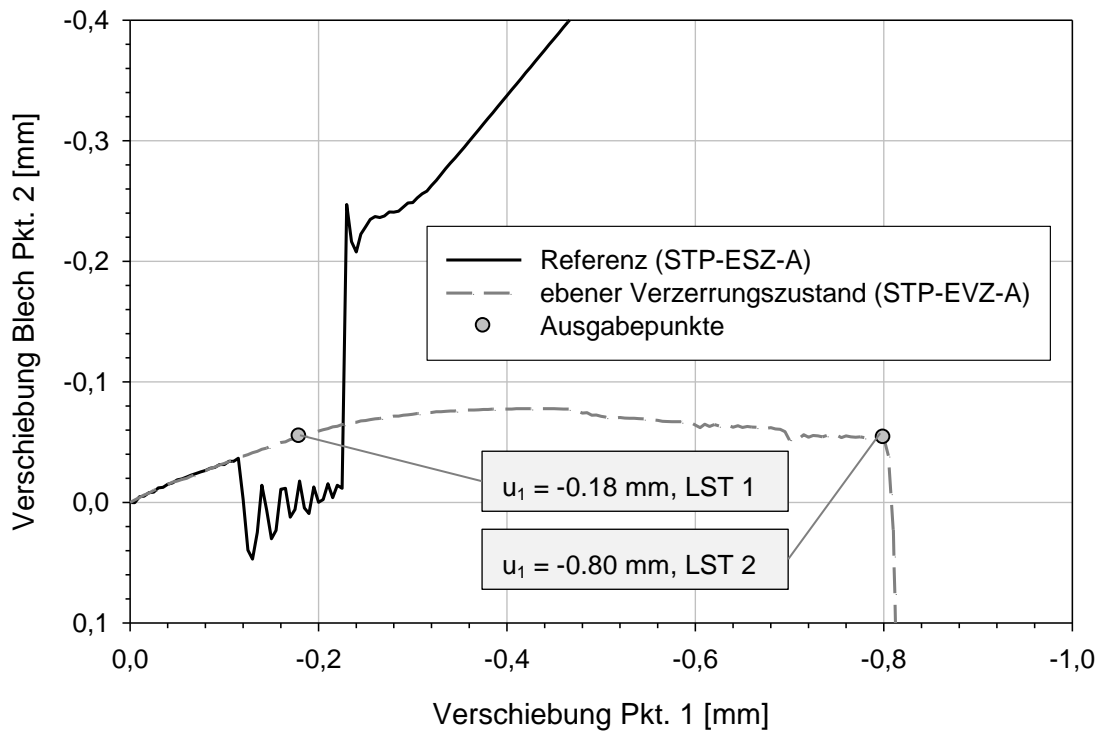
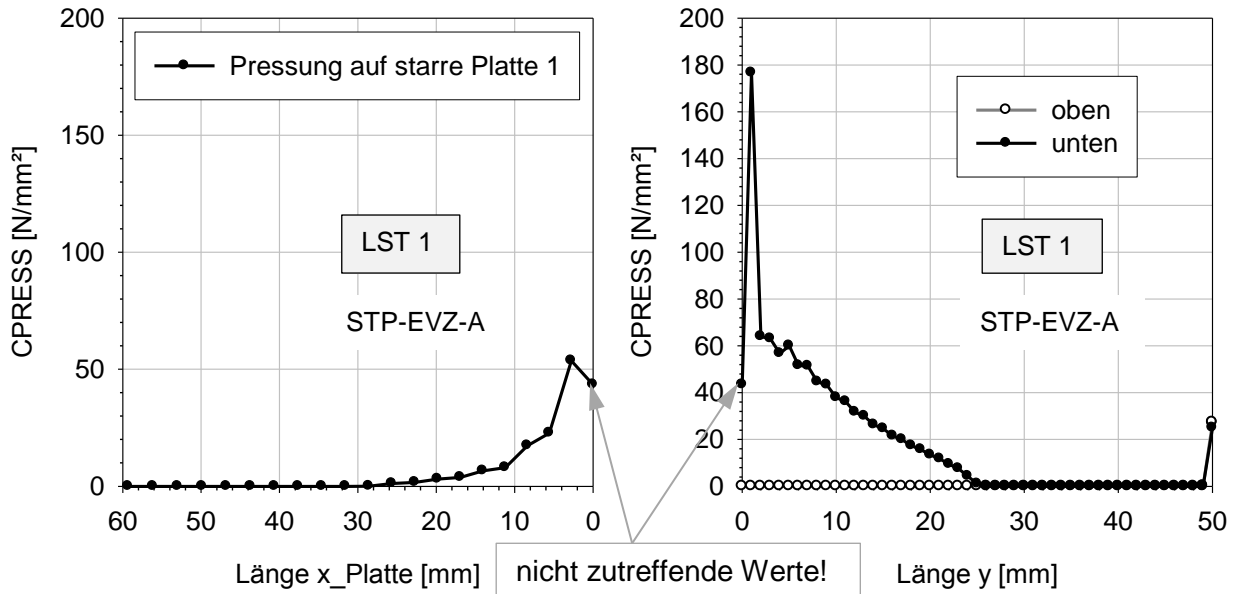
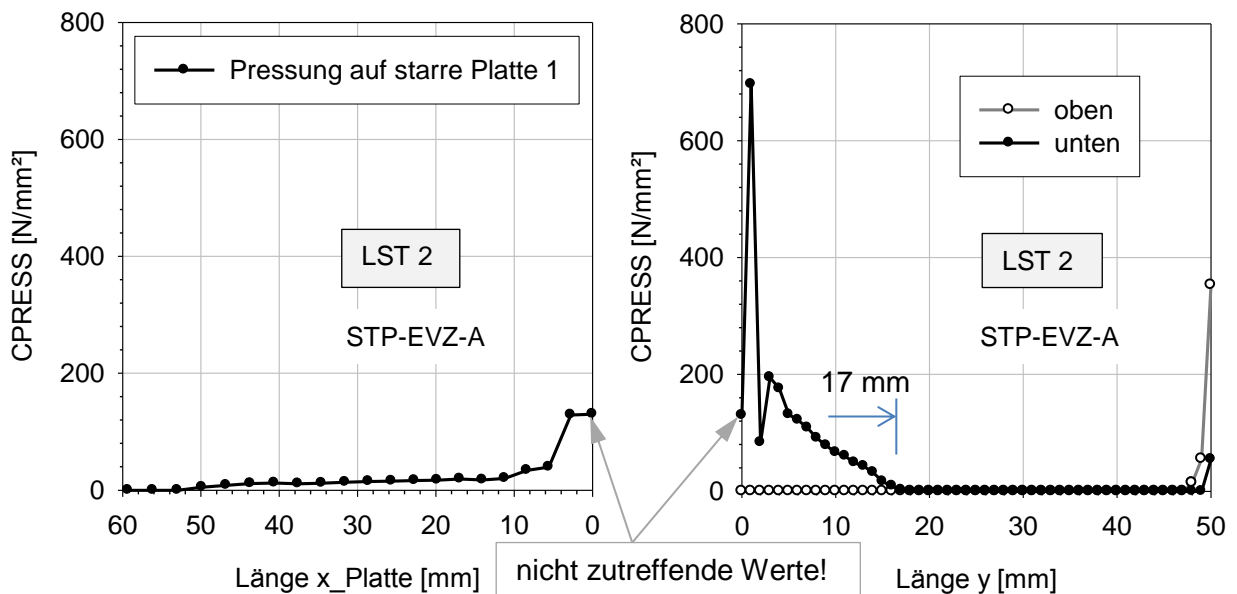


Abb. 105 Verschiebung im Punkt 2, am oberen Ende des Bleches in Abhängigkeit der aufgetragenen Verschiebung im Punkt 1

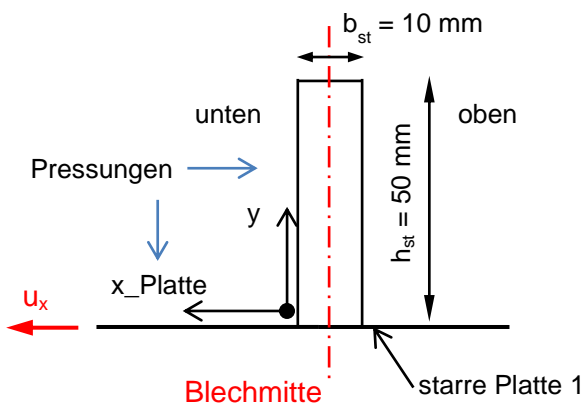




**Abb. 106** Kontaktpressungen bei Laststufe LST 1 (links Pressung auf starre Platte 1; rechts Pressung auf Flachblechsteife)



**Abb. 107** Kontaktpressungen bei Laststufe LST 2 – Traglast (links Pressung auf starre Platte 1; rechts Pressung auf Flachblechsteife)



**Abb. 108** Skizze der Steife mit Definition der Richtungen (für Abb. 106 und Abb. 107)

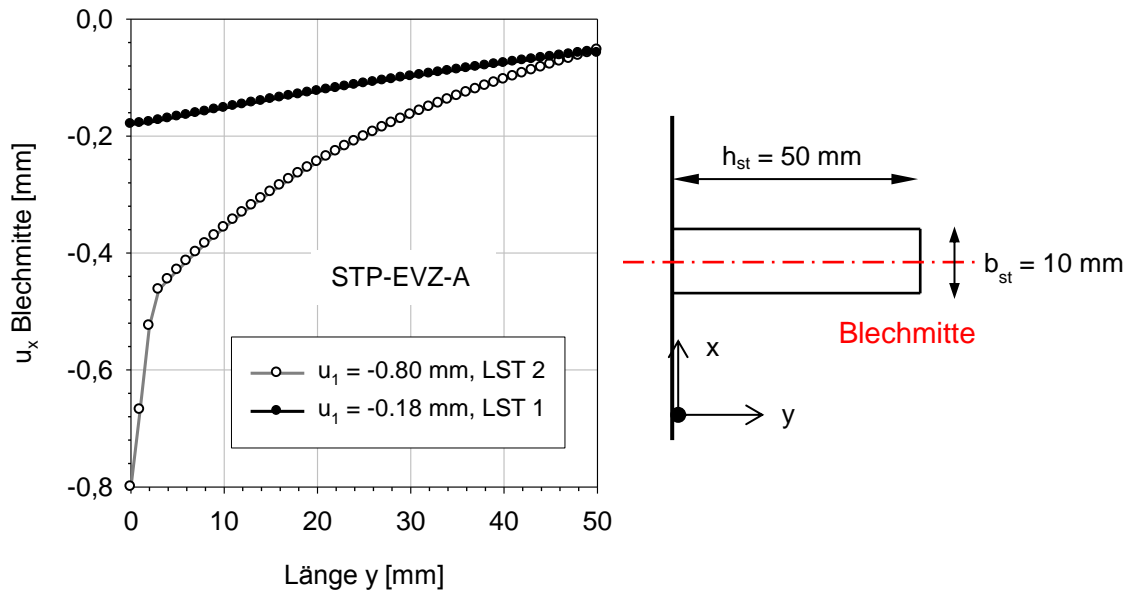


Abb. 109 Horizontale Verschiebungen der Flachblechsteife

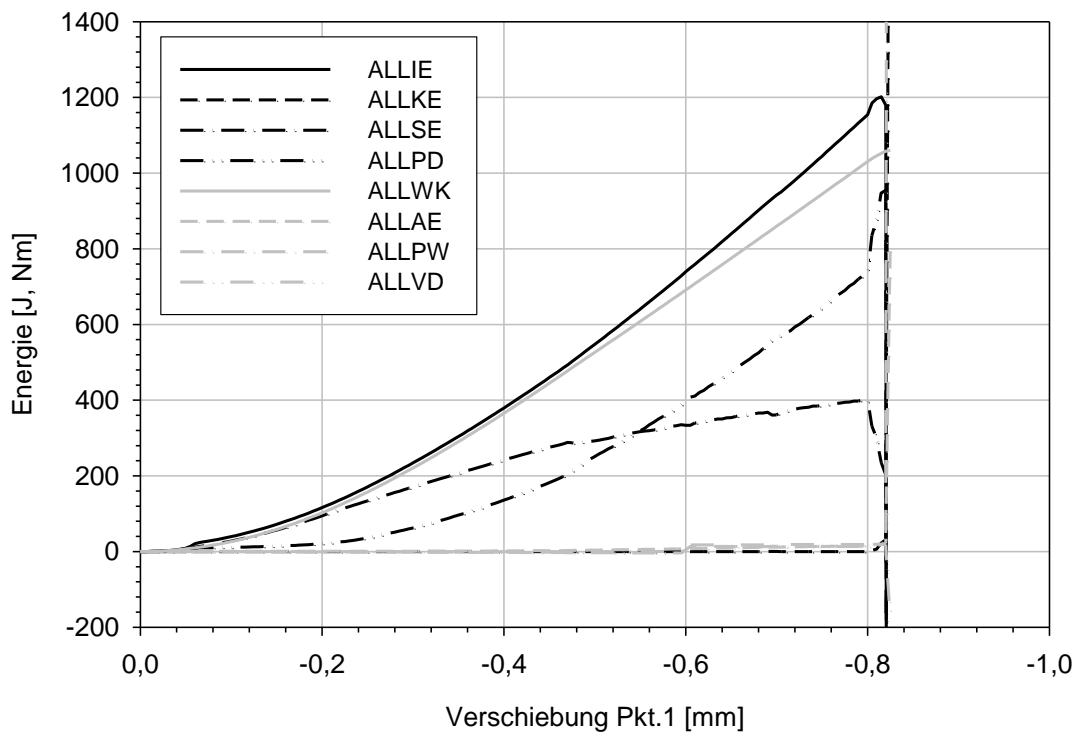
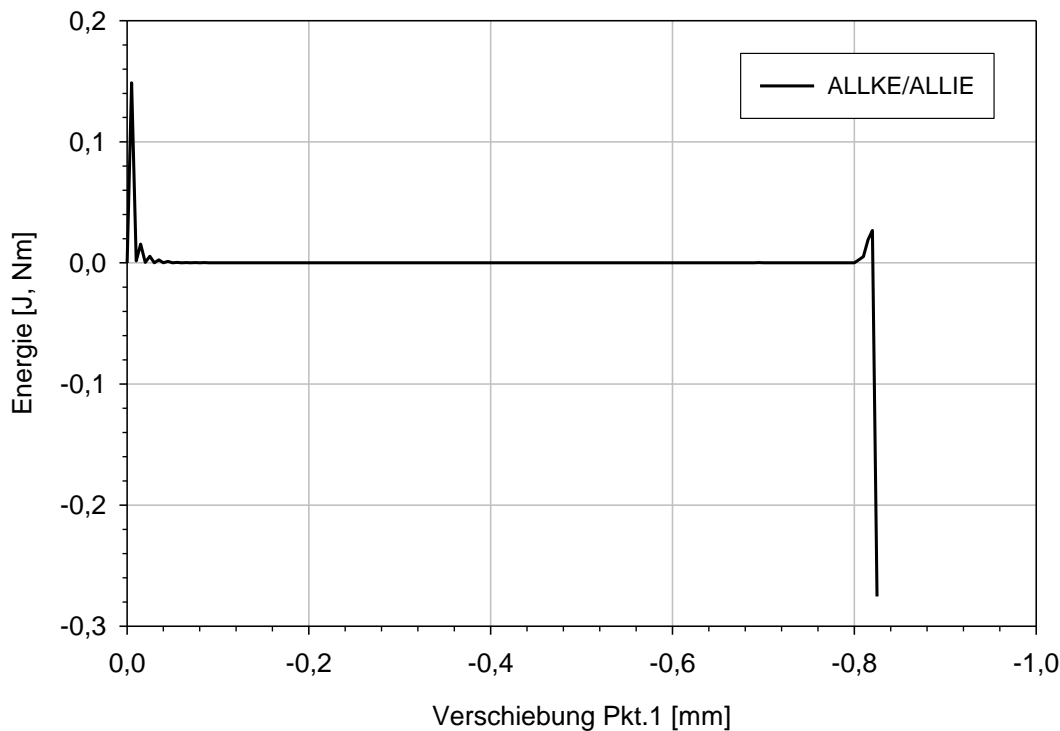


Abb. 110 Energiebilanz der Berechnung



**Abb. 111** Verhältnis der kinetischen Energie zur Formänderungsenergie (ALLKE/ALLIE)

In der Tabelle 13 sind die quantitativen Unterschiede zwischen ebenem Dehnungs- und ebenem Spannungszustand für die Traglast und Gesamtverformung zusammengestellt.

Fall	max. Ausziehkraft	% vom	zugeh. Verschiebung	% vom
	[kN]	Referenzfall	$u_x$ im Pkt. 1 [mm]	Referenzfall
Referenzfall ebener Spannungszustand	-545.3	100.0	-0.115	100.0
ebener Dehnungszustand	-1722.7	315.9	-0.800	695.7

**Tabelle 13** Vergleich der Ausziehkkräfte und Verschiebungen mit dem ebenen Spannungszustand

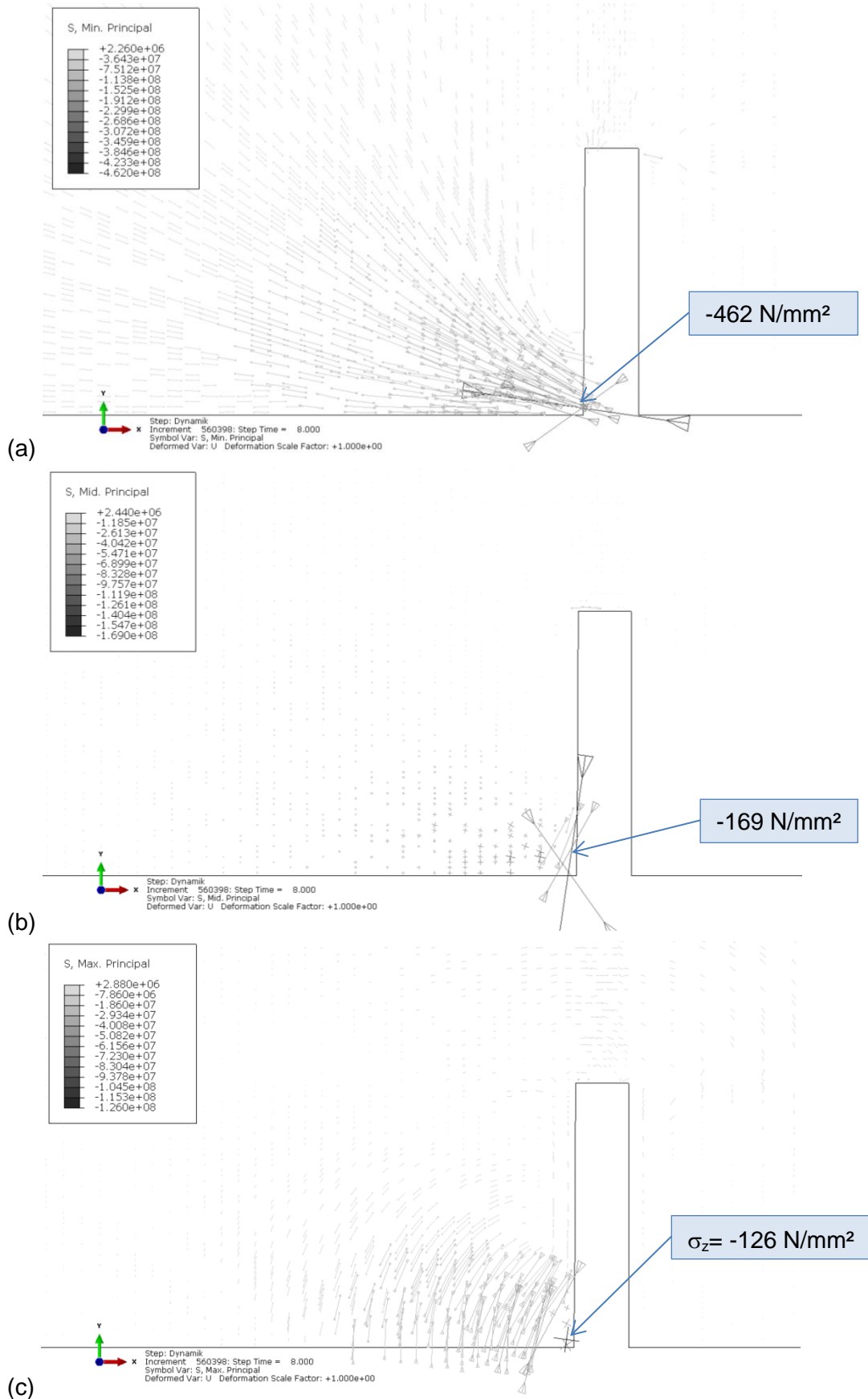
Die Abb. 112 zeigt die Richtung und Größe der Hauptspannungen im Beton, im Bereich der Flachsteife.

Aus Abb. 112 (a) ist ersichtlich, dass sich, wie die Pressungsverteilungen auch zeigen, die minimalen Hauptdruckspannungen in den Eckbereich des Betons vor der Flachsteife konzentrieren. Abb. 112 (b) und (c) zeigen, dass sich im Eckbereich ein günstiger dreiaxialer Druckspannungszustand einstellt. Dadurch werden die hohen Pressungen im Beton möglich, die deutlich über der einachsigen Druckfestigkeit von 33 N/mm<sup>2</sup> liegen.

Die Abb. 113 zeigt die dazugehörigen Dehnungen. Stauchungen treten dort auf, wo die größten Druckspannungen entstehen. Zugdehnungen entstehen oberhalb der Flachsteife im Beton. Dort würden Risse im Beton entstehen, die etwa senkrecht zur ausgewiesenen Hauptdehnungsrichtung verlaufen würden.

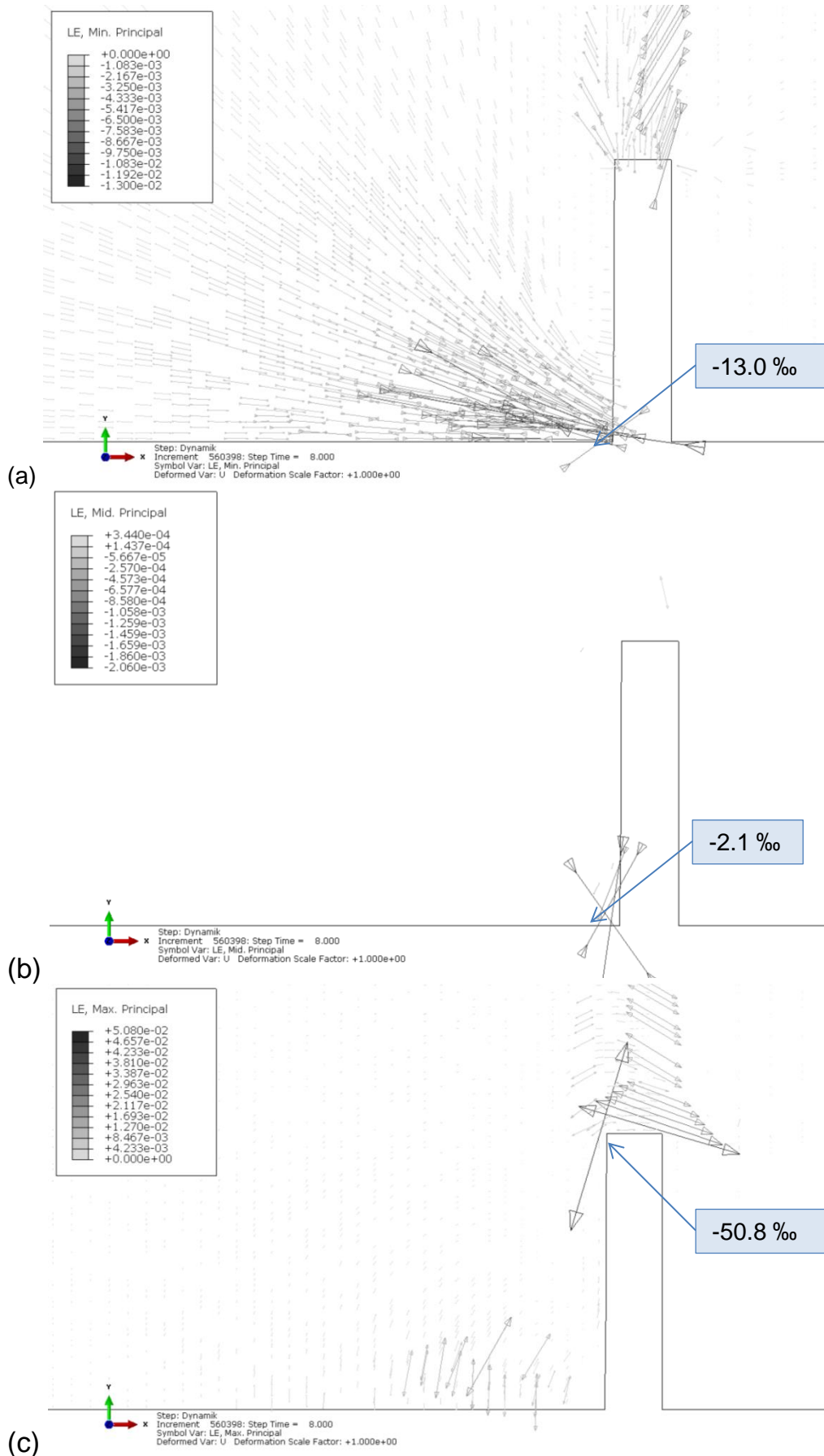
Die Abb. 114 zeigt die maximalen plastischen Hauptdehnungen bei der Laststufe 2. Diese zeigen die Risse im Beton an. Abb. 115 stellt die maximalen plastischen Dehnungen im Bruchzustand dar. Es zeigt sich, dass der Betonkörper von der Flachblechsteife bis zur Oberseite des Betonkörpers „durchreißt“.

## 7 Numerische Modellierung und Parameterstudie am vereinfachten ebenen Modell einer Flachblechsteife mittels FE-Programm ABAQUS



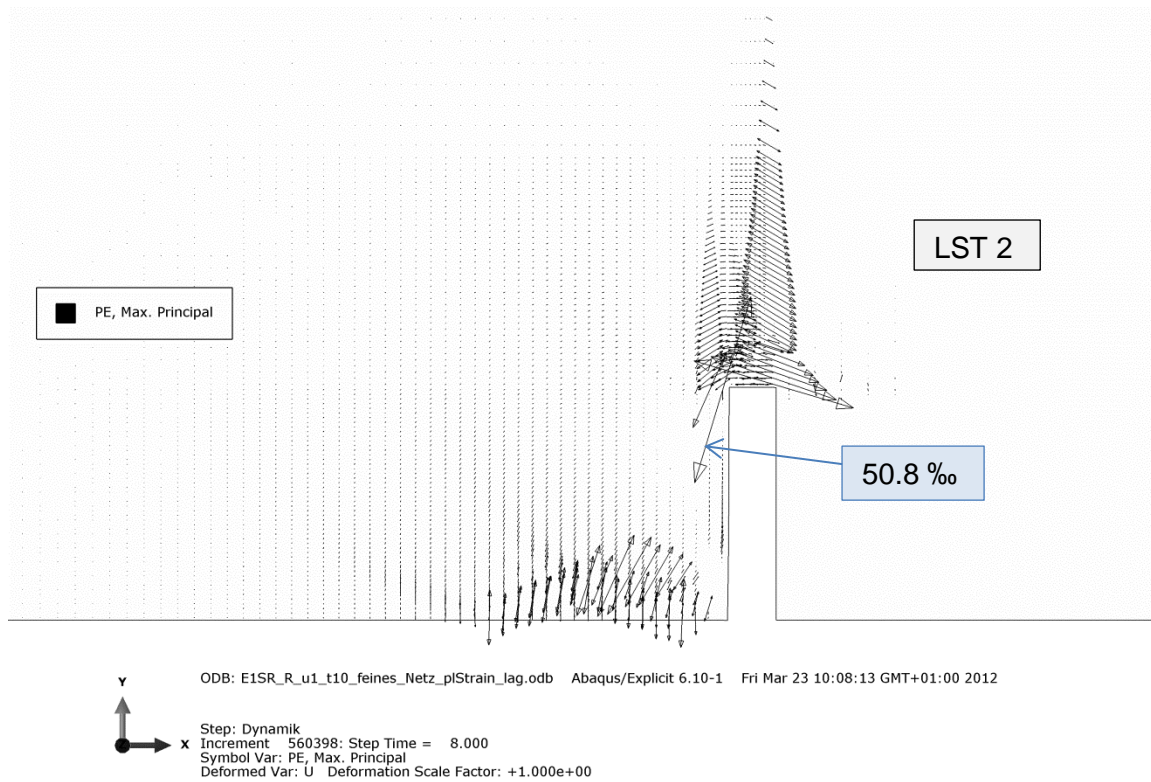
**Abb. 112** FE- Bilder der Hauptspannungstensoren bei LST2 – Traglast, Skala in [N/m<sup>2</sup>], ( $1 \text{ N/m}^2 \equiv 10^{-6} \text{ N/mm}^2$ ); minimale (a), maximale (c) und mittlere (b) Hauptspannungskomponente

## 7 Numerische Modellierung und Parameterstudie am vereinfachten ebenen Modell einer Flachblechsteife mittels FE-Programm ABAQUS

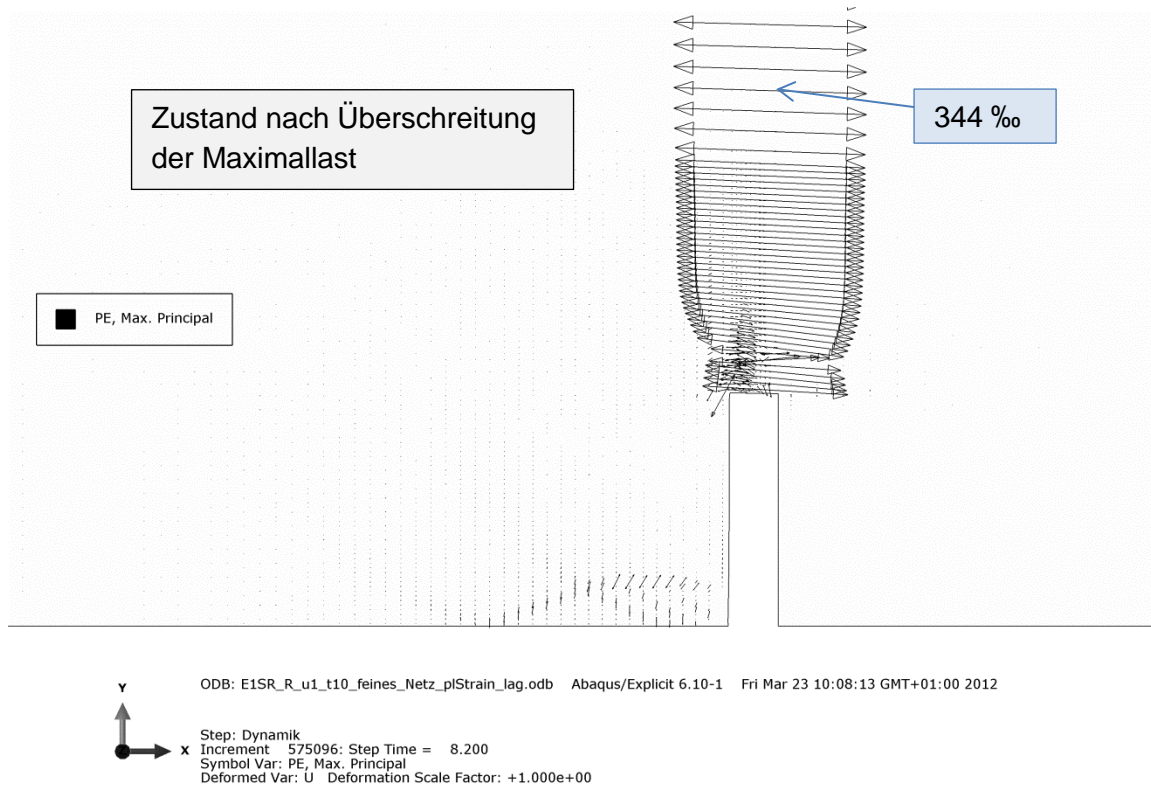


**Abb. 113** FE- Bilder der logarithmischen Hauptdehnungen bei LST 2 – Traglast, Skala in [-];

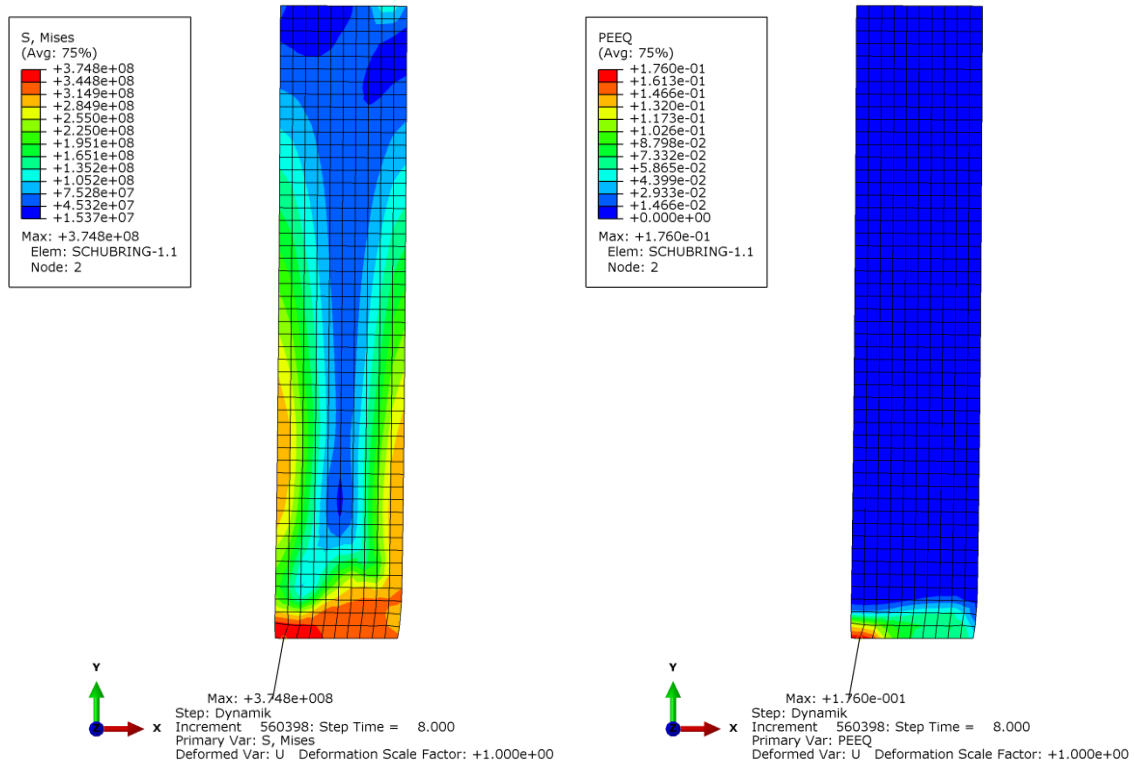
## 7 Numerische Modellierung und Parameterstudie am vereinfachten ebenen Modell einer Flachblechsteife mittels FE-Programm ABAQUS



**Abb. 114** Maximale plastische Hauptdehnung  $\varepsilon_{\max,pl,1,2,3}$  bei Verschiebung im Punkt 1  $u_x = 0.80$  mm



**Abb. 115** Maximale plastische Hauptdehnung  $\varepsilon_{\max,pl,1,2,3}$  bei Verschiebung im Punkt 1 von  $u_x = 0.82$  mm



**Abb. 116** Beanspruchungen in der Flachsteife – nahe der Traglast (LST 2); Links: Mises-Vergleichsspannung in [N/m<sup>2</sup>]; Rechts: äquivalente plastische Dehnungen

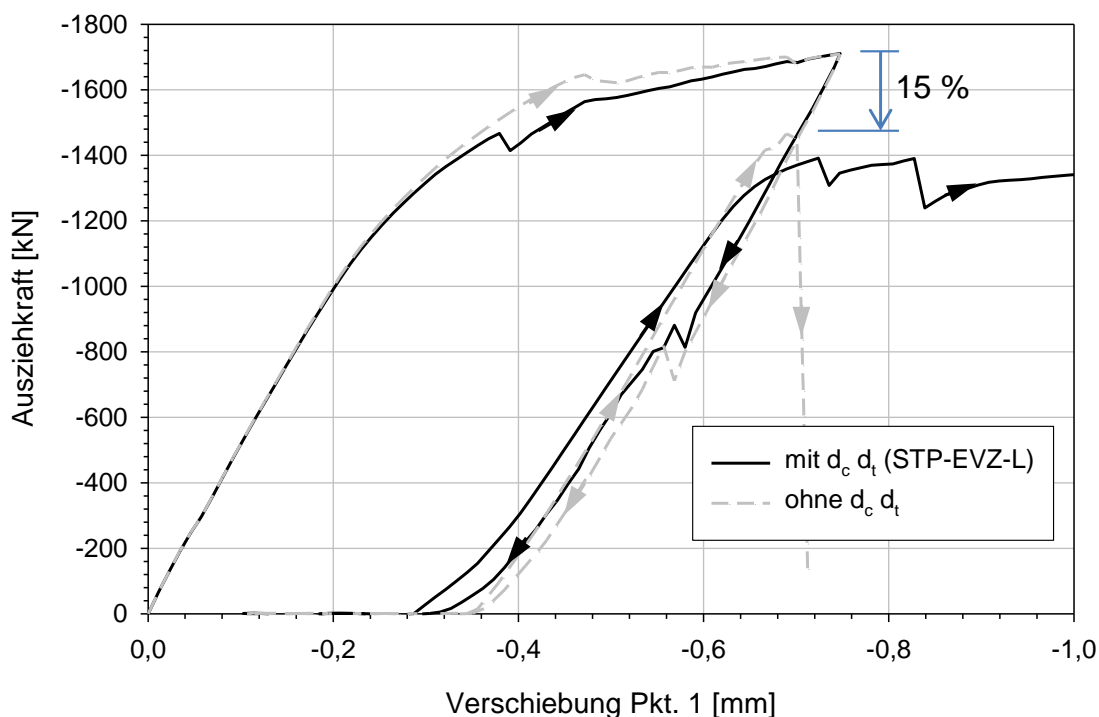
Die Abb. 116 zeigt die Beanspruchungen und Verformungen der Flachsteife nahe der Traglast (LST 2).

Die Mises- Vergleichsspannung zeigt, dass am Fuße der Flachblechsteife infolge der hohen Biegespannungen und Schubspannungen, Plastizierungen auftreten. Damit bildet sich teilweise eine Art Fließgelenk, das zu der deutlichen Zunahme der Verformungen der Flachsteife führt (vgl. Abb. 109).

### 7.5.3 Vorgeschaltete Be- und Entlastung mit und ohne Schädigungsparameter

Auch für den Fall des ebenen Dehnungszustandes erfolgte eine Berechnung mit vorgeschalteter Be- und Entlastung. Wie die Abb. 117 zeigt, entspricht die Erstbelastung annähernd der Traglast des ebenen Dehnungszustandes mit monotoner Laststeigerung.

Es zeigt sich, dass die Maximallast bei neuerlicher Wiederbelastung – mit und ohne Schädigungsparameter – etwa die gleiche Größe erreicht. Diese Traglast ist nun etwa 15 % geringer als bei monotoner Laststeigerung. Die Schädigungsparameter sind im Kapitel 7.4.7 erläutert. Mit Schädigungsparametern weist der Wiederanstieg der Last eine geringere Neigung als die Berechnung ohne Schädigungsparameter auf. Dies kommt aus der Verringerung des E-Moduls bei der Berechnung mit Schädigungsparametern. Mit Berücksichtigung der Schädigungsparameter lässt sich nun jedoch der „Nachbruchbereich“ (für Verschiebungen  $>0,7$  mm in Punkt 1) numerisch abbilden (vgl. Abb. 117).



**Abb. 117** Ausziehkräfte H mit und ohne Schädigungsparameter für Be-, Ent- und Wiederbelastung



### 7.5.4 Ausführung einer schlanken Steife - $b_{st}/h_{st} = 4/50$

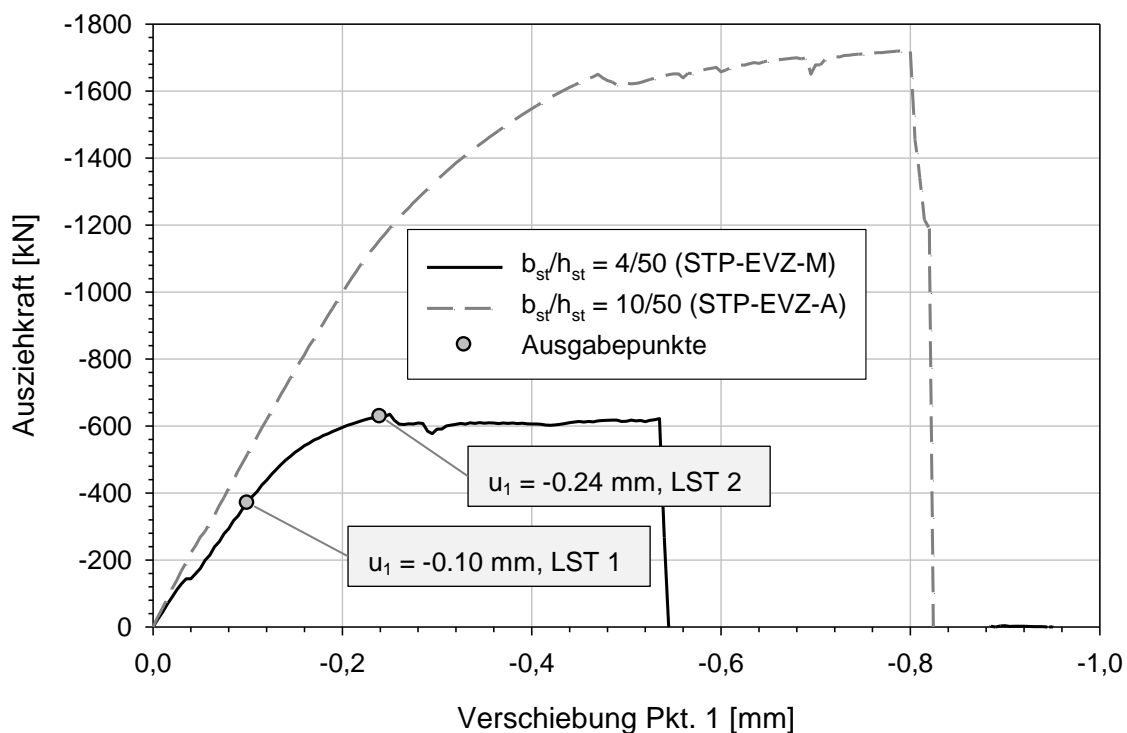
Wie für den ebenen Spannungszustand, erfolgte auch beim ebenen Dehnungszustand eine neuerliche Berechnung mit einer deutlich schlankeren Flachsteife  $b_{st}/h_{st} = 4/50$ , gegenüber dem ebenen Dehnungszustand mit einer Steife  $b_{st}/h_{st} = 10/50$ .

Die Ergebnisse sind wieder vergleichend dargestellt. Es zeigt sich ein sehr ähnliches Bild wie für den ebenen Spannungszustand. Die schlanke Flachsteife bewirkt eine deutliche Reduktion der Traglast von etwa 60 %, gegenüber dem Referenzfall, wie Abb. 118 zeigt. Auch das Verformungsvermögen ist bei der schlankeren Flachsteife geringer (etwa -30 %). Die ergänzenden Abb. 120 und Abb. 121 belegen, dass die kinetische Energie hinreichend gering bleibt.

Die Abb. 122 und Abb. 123 zeigen wieder die Kontaktpressungen an der maßgebenden Stelle der unteren Platte sowie entlang der Flachblechsteife – für noch elastisches Verhalten (LST 1) sowie nahe der Traglast – LST 2. Es zeigt sich wieder die deutlich verkürzte Länge der Druckpressungen an der Flachsteife, mit  $y \cong 8$  mm. Dies entspricht nahezu dem Pressungsverlauf bei ebenem Spannungszustand (Abb. 96) – einzig die Betondruckspannungen sind nun deutlich höher ( $\sigma_c \approx 200$  N/mm<sup>2</sup>), bedingt durch den günstigen allseitigen Druckspannungszustand.

Auch das Verformungsbild der Flachsteife in Abb. 125 ist unmittelbar vergleichbar zum ebenen Spannungszustand (Abb. 99). Einzig durch das ausgeprägte Plastizieren am Fuß der Flachsteife sind die erreichbaren Maximalverformungen nun mit  $u_x = 0,24$  mm deutlich höher, als beim ebenen Spannungszustand mit  $u_x = 0,04$  (LST 1).

Das Plastizieren in der Flachsteife führt auch dazu, dass trotz der stark gekrümmten Verformungsfigur der Flachsteife – in Abb. 125 – sich im oberen Teil der Flachsteife keine nennenswerte Betonpressung (weder ober- noch unterseitig) aufbaut.



**Abb. 118** Ausziehungskraft H im Punkt 1 in Abhängigkeit der aufgebrachtten Verschiebung

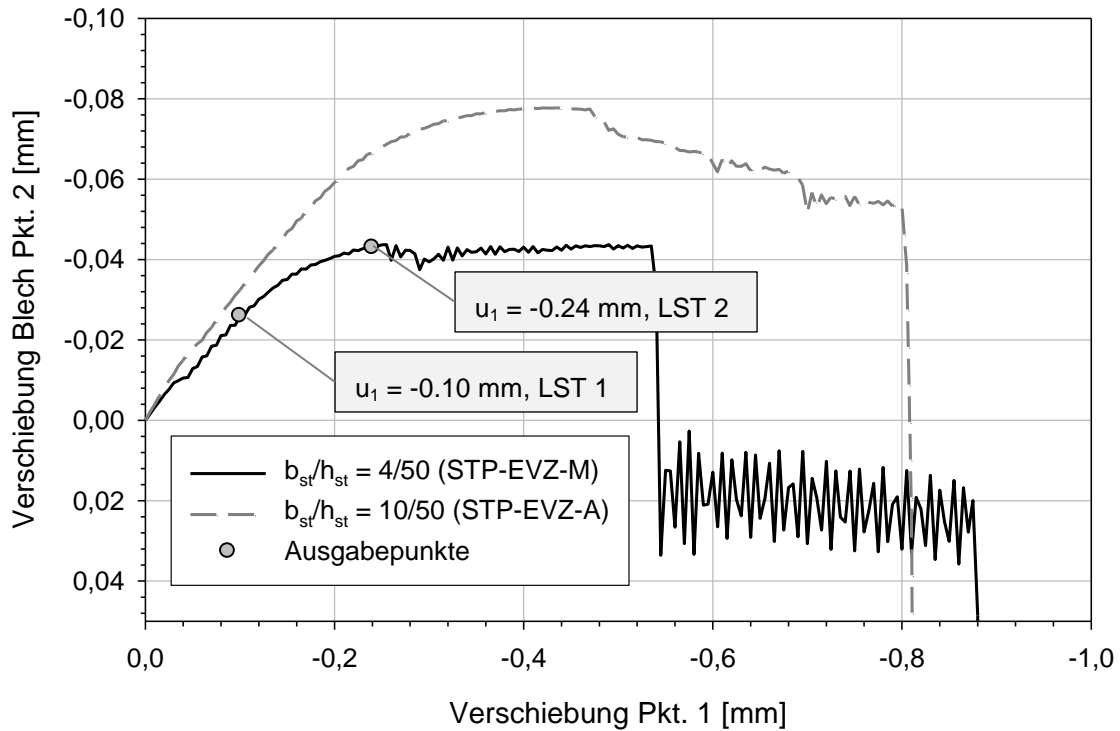


Abb. 119 Verschiebung im Punkt 2, am oberen Ende des Bleches in Abhängigkeit der aufgebrachtten Verschiebung im Punkt 1

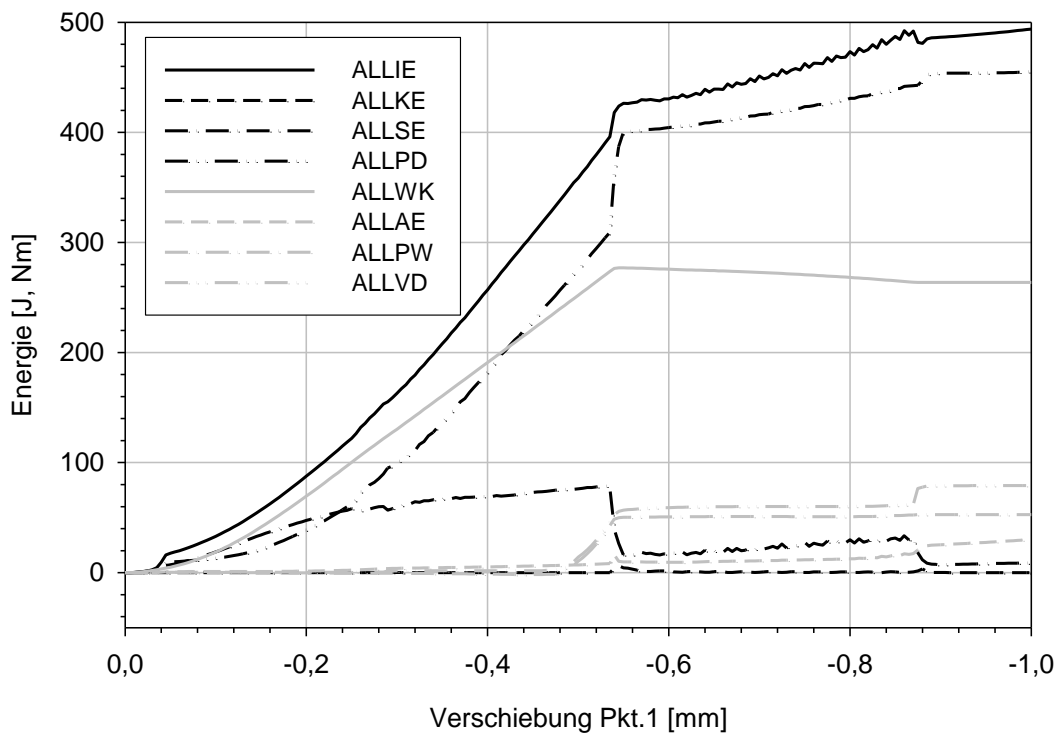
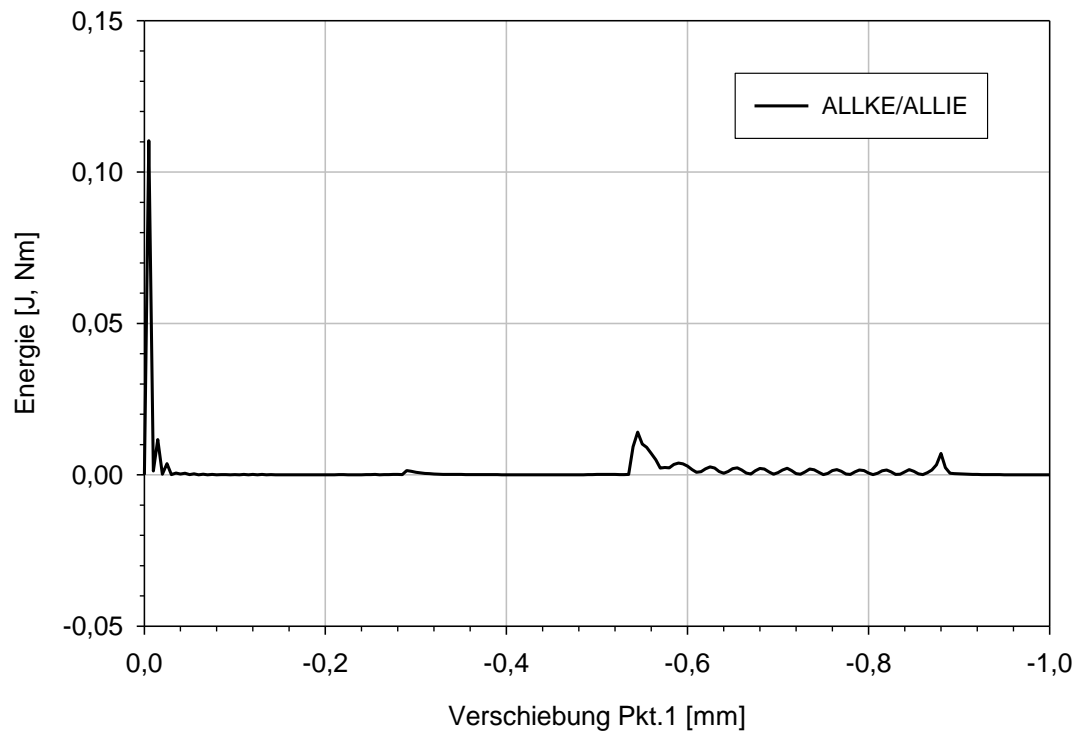
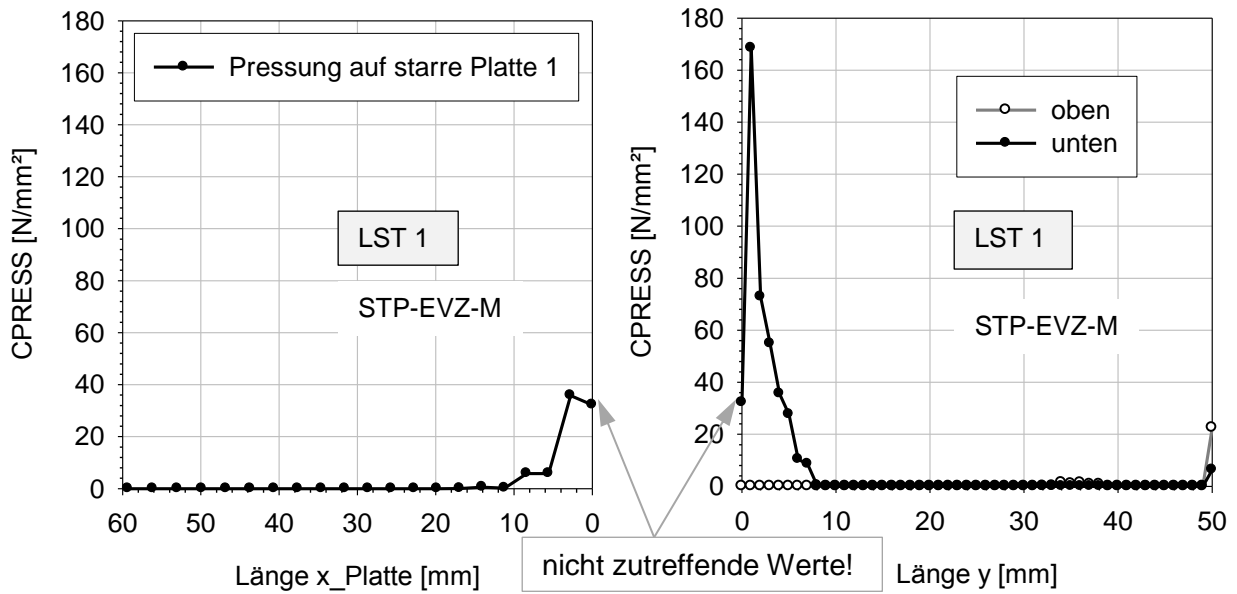


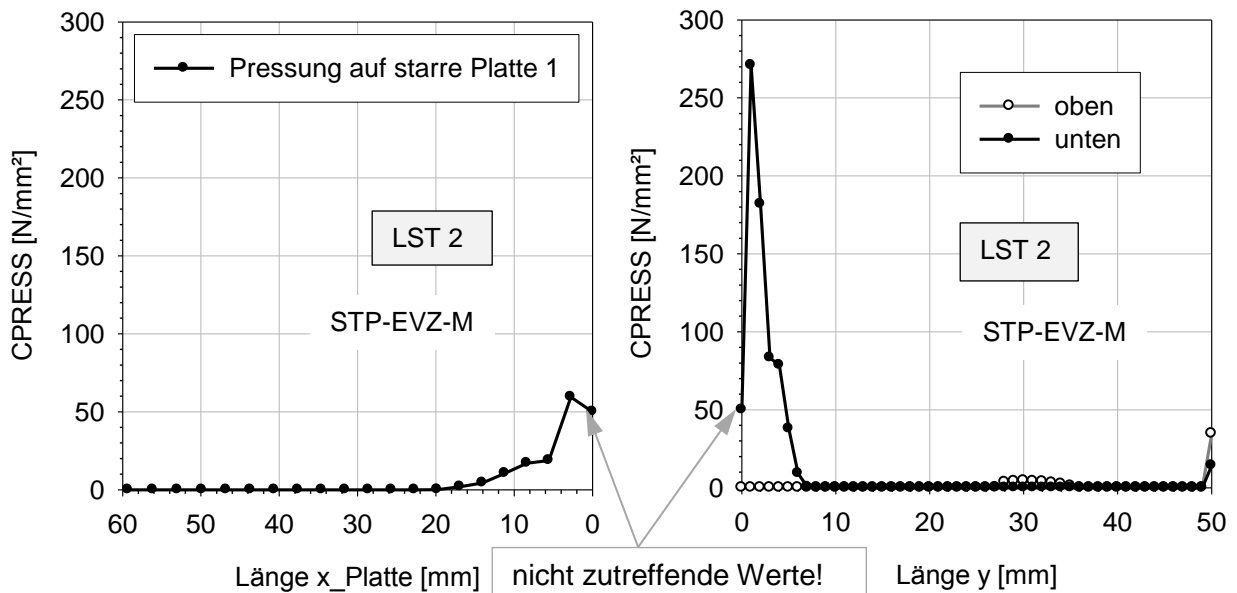
Abb. 120 Energiebilanz der Berechnung



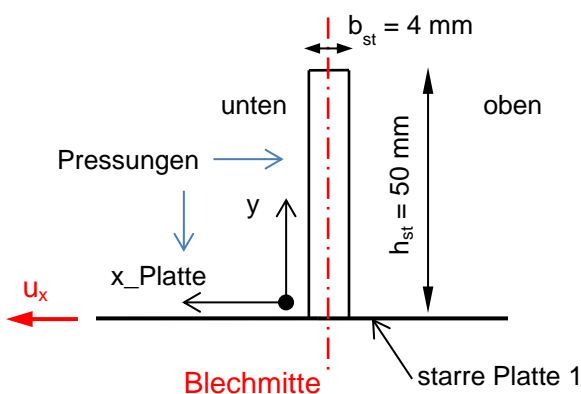
**Abb. 121** Verhältnis der kinetischen Energie zur Formänderungsenergie (ALLKE/ALLIE)



**Abb. 122** Kontaktpressungen bei Laststufe LST 1 (links Pressung auf starre Platte 1; rechts Pressung auf Flachblechsteife)



**Abb. 123** Kontaktpressungen bei Laststufe LST 2 – Traglast (links Pressung auf starre Platte 1; rechts Pressung auf Flachblechsteife)



**Abb. 124** Skizze der Steife mit Definition der Richtungen (für Abb. 122 und Abb. 123)

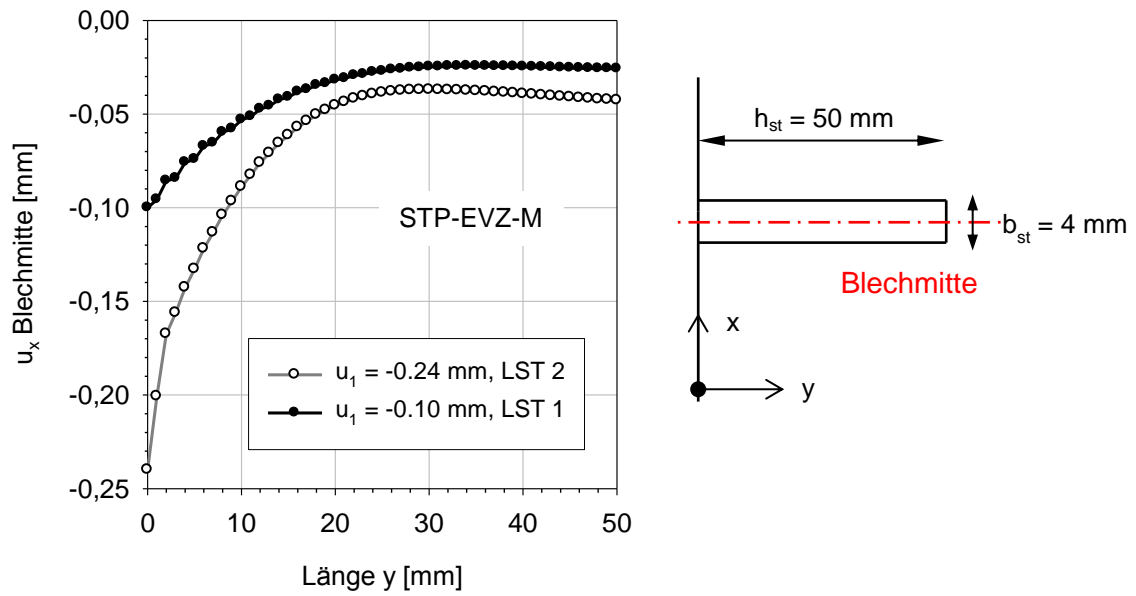


Abb. 125 Horizontale Verschiebungen der Flachsteife

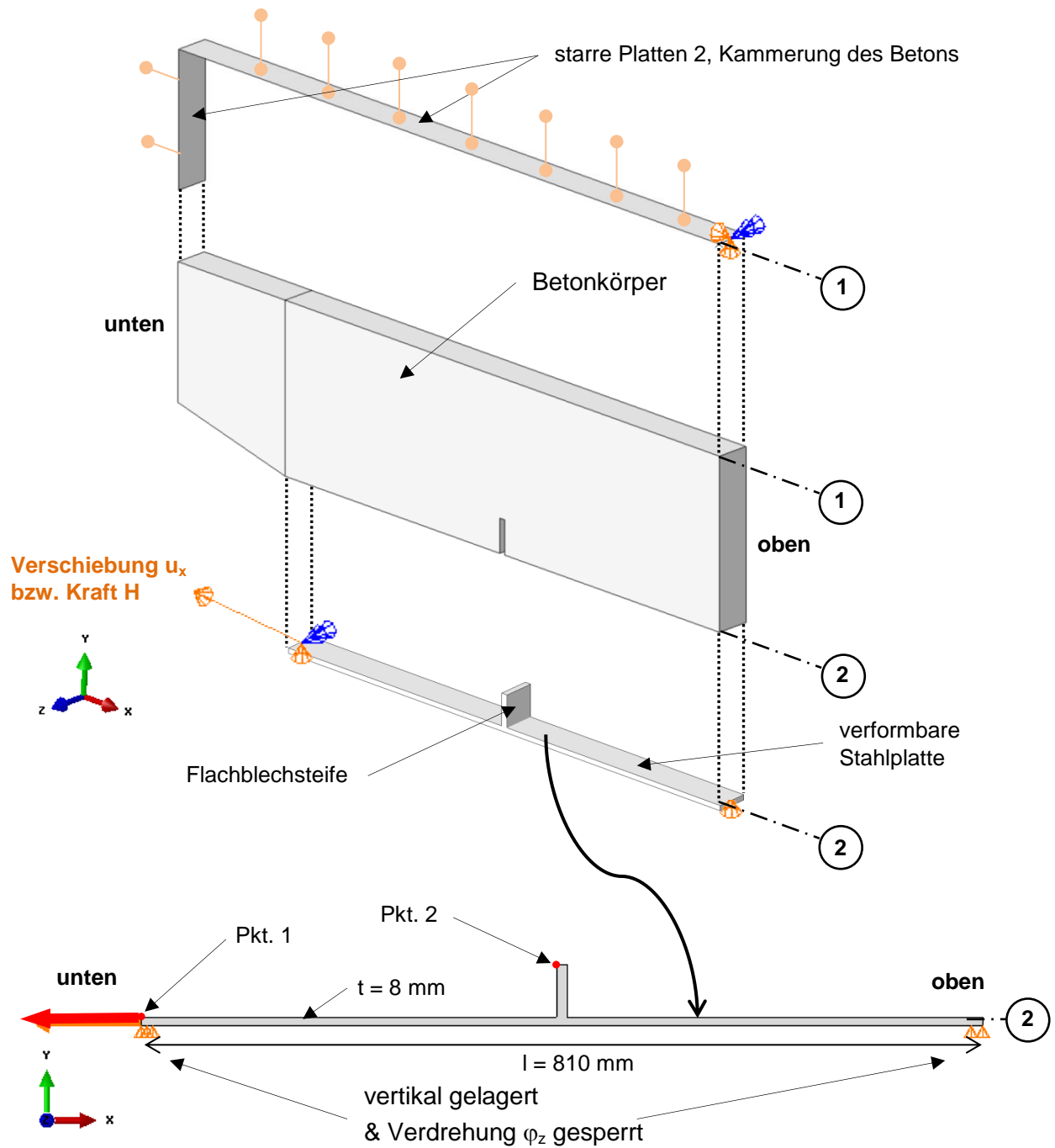
## **7.6 Ergebnisse für verformbare Grundplatte bei ebenem Spannungszustand**

### **7.6.1 Vorbemerkungen**

Die bisherigen Ergebnisse zeigten, dass sich durch die starre untere Platte ein günstiger vertikaler Druckspannungszustand im Eckbereich der Flachsteife einstellt. Dies führte dazu, dass insbesondere beim ebenen Dehnungszustand, die Betondruckspannungen an der Flachsteife deutlich über der einachsigen Betondruckfestigkeit lagen. Dies hatte auch unmittelbare Auswirkungen auf die Traglast, da die Integration der Druckspannungen auf der Flachsteife die Traglast  $H$  liefert. Um die Auswirkungen einer vertikal verformbaren Platte – vergleichbar der Rohrwandung beim Schubring – zu analysieren, werden nachfolgend ergänzende Berechnungen durchgeführt.

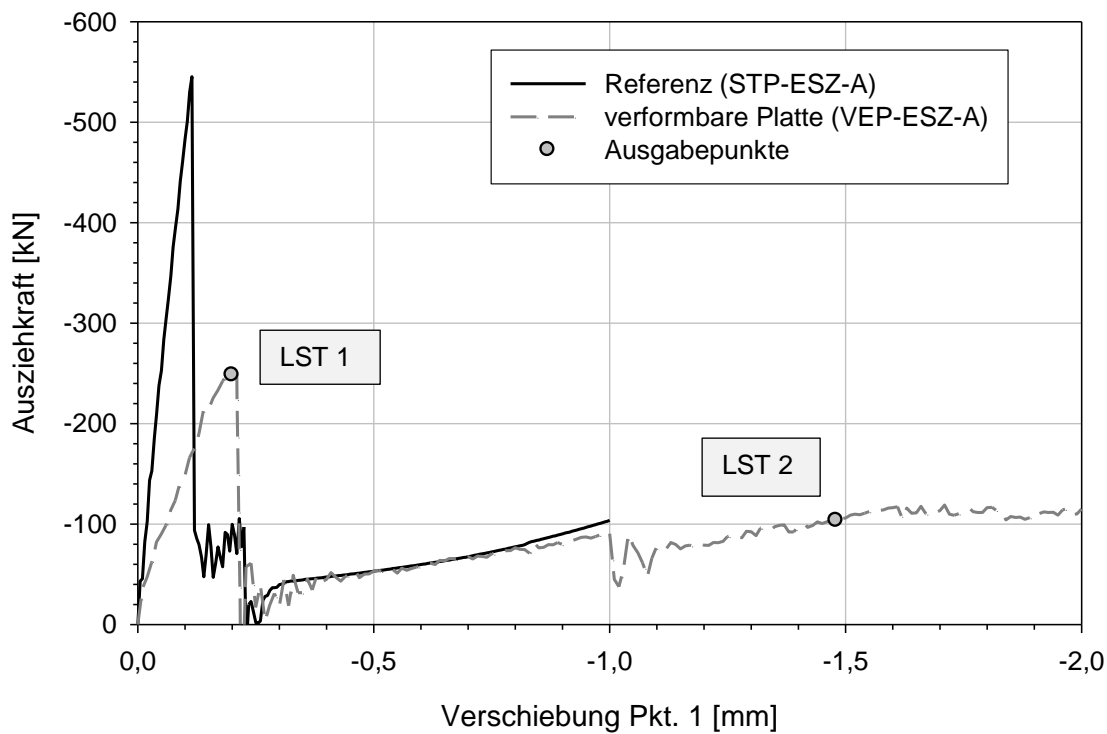
### **7.6.2 FE-Modell**

Das FE-Modell entspricht grundsätzlich jenem mit starrer Platte (vgl. Abb. 64, Abb. 65) für den Referenzfall. Einzig die untere Platte ist nun nur außenseitig im Abstand  $l = 810$  mm gestützt und weist eine Dicke von  $t = 8$  mm auf, wie Abb. 126 zeigt.

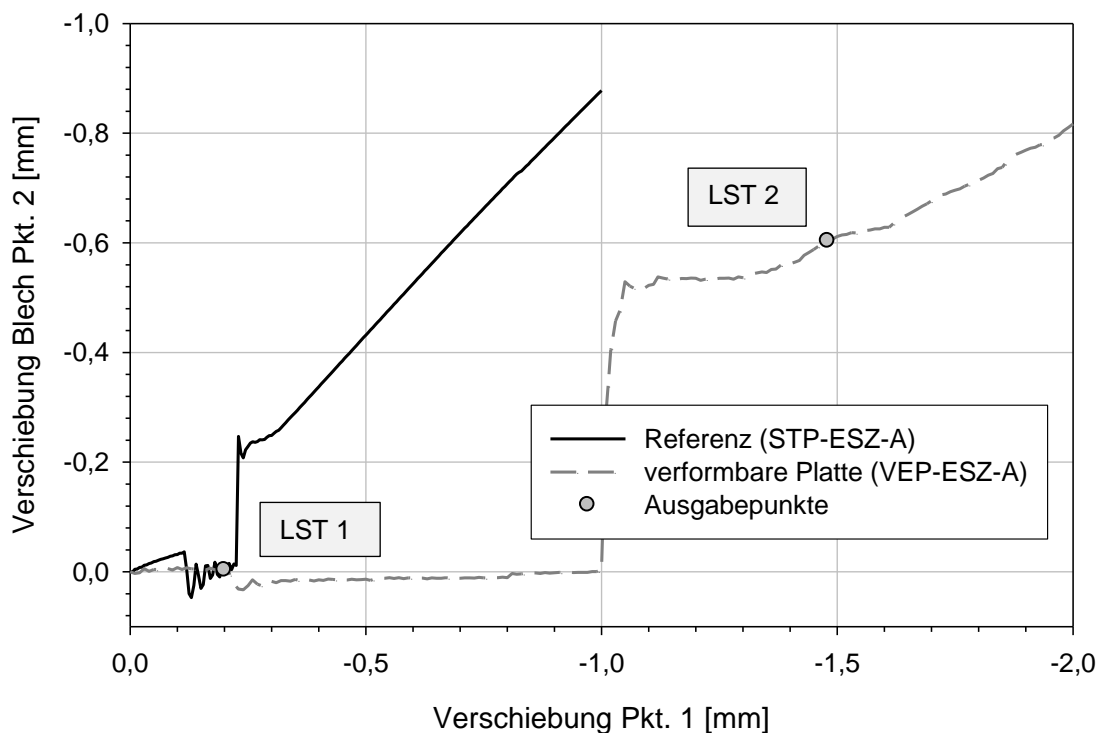


**Abb. 126** Explosionszeichnung - Ebenes Modell des Ausziehversuches mit verformbarer Platte im ESZ

### 7.6.3 Ergebnisse – Vergleich starre und verformbare Platte



**Abb. 127** Ausziehkraft H im Punkt 1 in Abhängigkeit der aufgebrachtten Verschiebung



**Abb. 128** Verschiebung im Punkt 2, am oberen Ende des Bleches in Abhängigkeit der aufgebrachtten Verschiebung im Punkt 1

Die Abb. 127 zeigt den Vergleich der resultierenden Ausziehlast H in Abhängigkeit der Gesamtverformung  $u_x$ . Es wurde 2 mm Verschiebung, anstatt 1 mm Verschiebung bei der Berechnung mit der starren Platte aufgebracht, da die verformbare Platte sich unter der Belastung dehnt und die aufgebrachtte Verschiebung im Pkt. 1 nicht mehr die gleiche Verschiebung an der Flachblechsteife darstellt, d.h. es gibt einen Verschiebungsanteil durch



die Dehnung der Stahlplatte. Um sicherzustellen, dass auch für diesen Fall die Maximallast erreicht wird, wurde die erhöhte Verschiebung von 2 mm aufgebracht. Der alleinige elastische Verschiebungsanteil der Stahlplatte  $\Delta l$  ist beim Erreichen der Maximallast (250 kN) etwa:

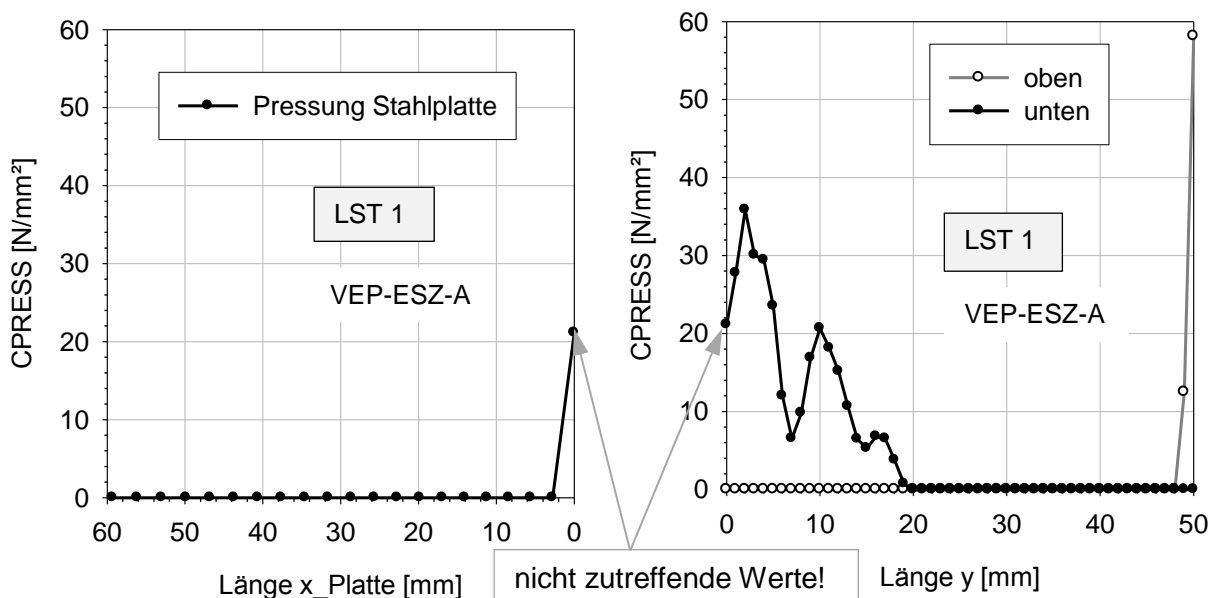
$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} = \frac{250000 * 810/2}{210000 * 8 * 1000} = 0.060 \text{ mm}$$

Dies zeigt, dass der reine Verschiebungsanteil aus der elastischen Dehnung der Stahlplatte  $\Delta l$  gering bleibt.

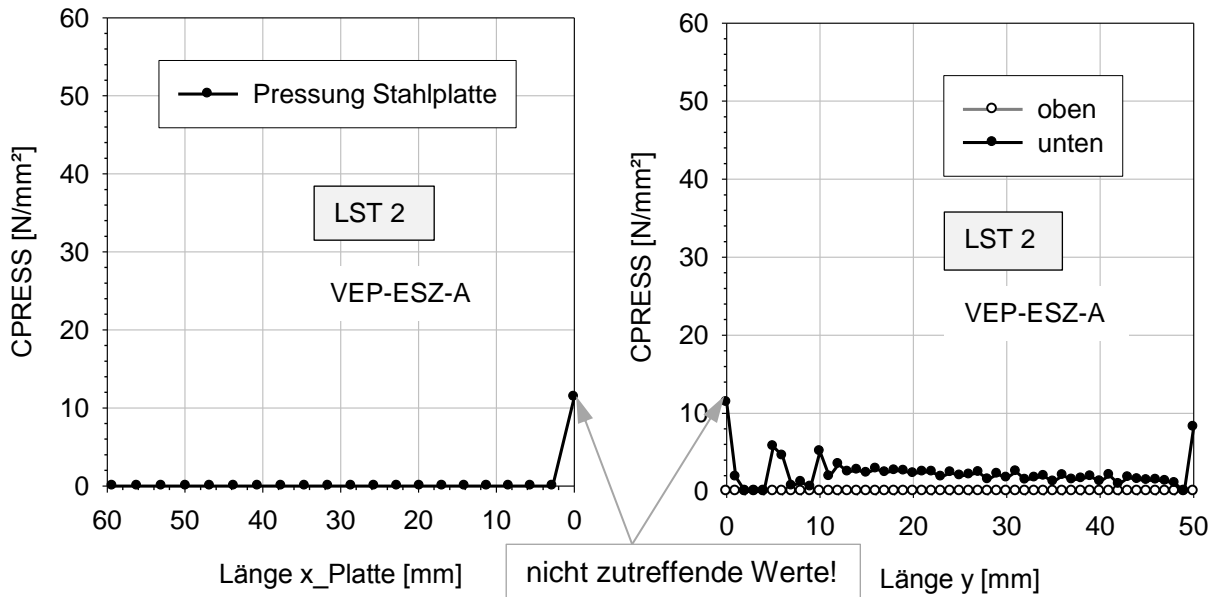
Durch die verformbare untere Platte reduziert sich die Traglast deutlich um etwa 55 %, bei deutlich erhöhter Gesamtverformung, wie auch die Abb. 128 zeigt.

Der Hauptgrund für den deutlichen Abfall der Traglast, liegt in den deutlich geringeren Betondruckspannungen an der Flachsteife – dargestellt in Abb. 129 – die nun durchwegs unter der einachsigen Druckfestigkeit von  $f_{cm} = 33 \text{ N/mm}^2$  bleiben (ausgenommen die lokale Spannungsspitze bei  $x = 2 \text{ mm}$ ). Der Grund ist die nahezu vollständig fehlende günstige vertikale Betondruckspannung in diesem Bereich, wie Abb. 129 links zeigt. Damit ist die „Spannungsfläche“ an der Flachsteife nach Abb. 129 rechts – in etwa ident zur Traglast – deutlich kleiner als bei starrer Platte (Abb. 68 rechts).

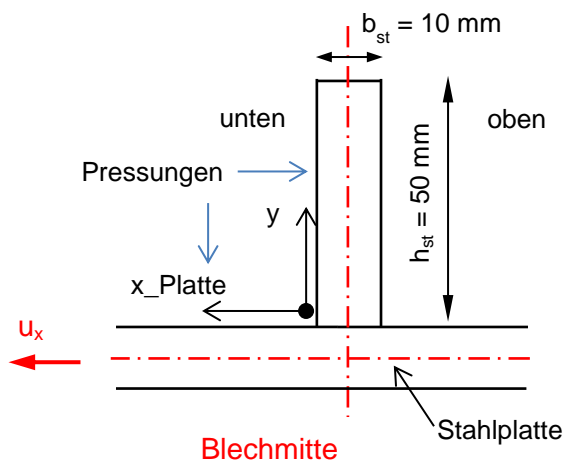
Die Verformungsfigur der Flachsteife in Abb. 132 zeigt bei der Traglast (LST 1) noch ein ähnliches Bild wie bei starrer Platte (Abb. 71). Nach Überschreiten des Traglastmaximums (LST 2), sind die Verformungen der Flachsteife deutlich größer mit annähernd geradem Verlauf (Abb. 132). Die deutliche Verdrehung der Flachsteife resultiert aus den deutlichen Verformungen der unteren Platte, dargestellt in Abb. 137. Im Vergleich zur starren Platte erhält man vordergründig den Eindruck eines vollkommenen unterschiedlichen Verhaltens, da die ausgewiesenen Verformungen bei verformbarer Platte etwa 10-fach so groß sind. Dies liegt jedoch nur daran, dass für den Fall der starren Platte die Ergebnisdarstellung für die unmittelbare „Nachbruchlast“ bei kleiner Verformung  $u_1$  erfolgte (vgl. Abb. 66).



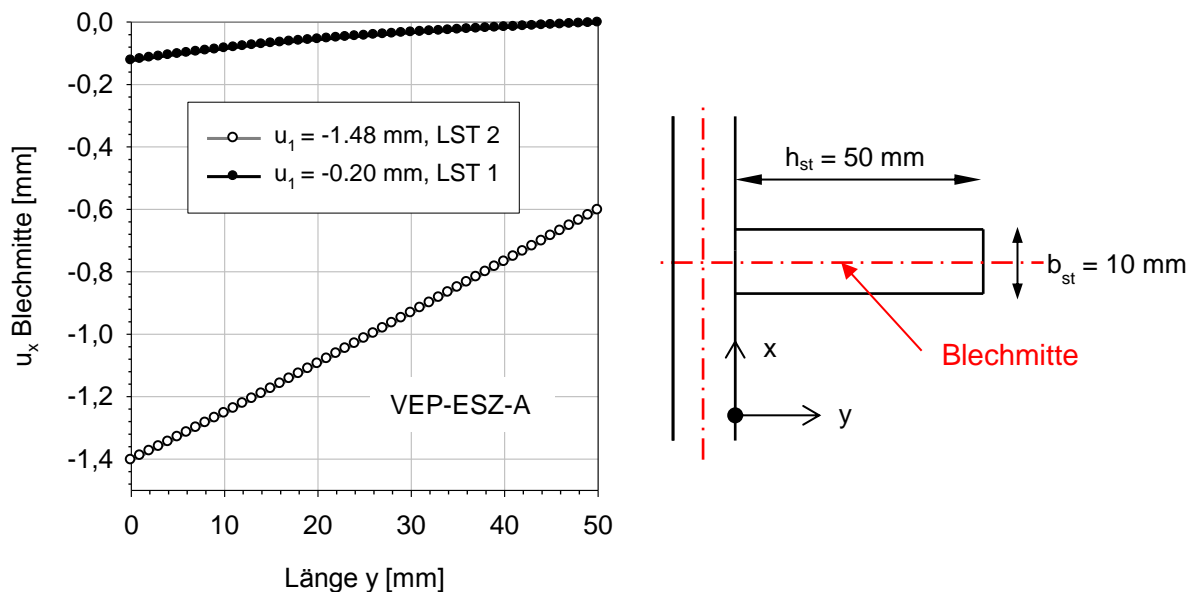
**Abb. 129** Kontaktpressungen bei Laststufe LST 1 (links Pressung auf Platte 1; rechts Pressung auf Flachblechsteife)



**Abb. 130** Kontaktpressungen bei Laststufe LST 2 (links Pressung auf Platte; rechts Pressung auf die Flachblechsteife)

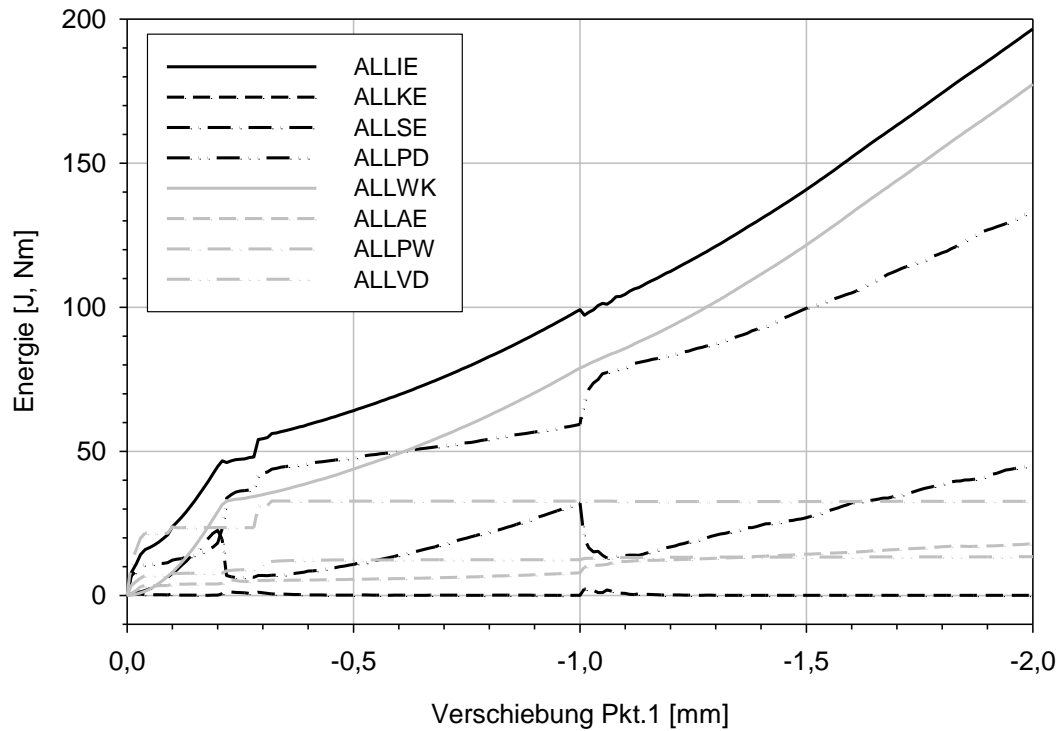


**Abb. 131** Skizze der Steife mit Definition der Richtungen (für Abb. 129 und Abb. 130)

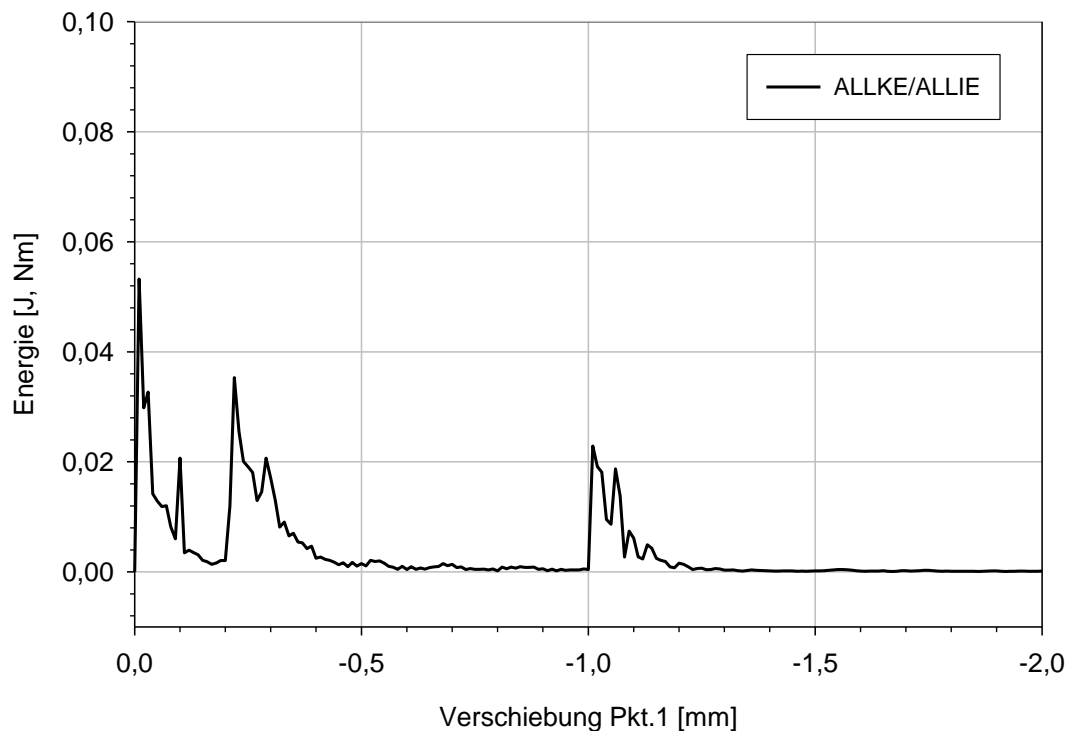


**Abb. 132** Horizontale Verschiebungen der Flachsteife

Die Abb. 133 zeigt wieder die Energieanteile in Abhängigkeit der aufgebrachtten Verschiebung  $u_1$ . Wie Abb. 134 zeigt, ist nun der kinetische Energieanteil deutlich geringer als für die Fälle mit starrer unterer Platte.



**Abb. 133** Energiebilanz der Berechnung



**Abb. 134** Verhältnis der kinetischen Energie zur Formänderungsenergie (ALLKE/ALLIE)

Die Abb. 135 und Abb. 136 zeigen wieder die Hauptdehnungen im Betonteil an der Flachblechsteife. Grundsätzlich sind die Hauptdehnungen ähnlich orientiert, wie bei starrer unterer Platte. Die maximalen Zugdehnungen in Höhe der Oberkante der Flachblechsteife sind jedoch nahe der Traglast etwa fünfmal größer als bei starrer unterer Platte (vgl. Abb.

77), bedingt durch die nun auftretenden vertikalen Verformungen in dieser. Wie die Abb. 137 zeigt, findet ein Abheben der unteren Platte vom Betonkörper statt (bei LST 1 etwa 0.5 mm). Damit stellt die örtliche vertikale Betonpressung für  $x = 0$  in Abb. 129 und Abb. 130 (linkes Teilbild) einen unzutreffenden Wert dar, bedingt durch eine unzutreffende programminterne Interpolation der Ergebnisse.

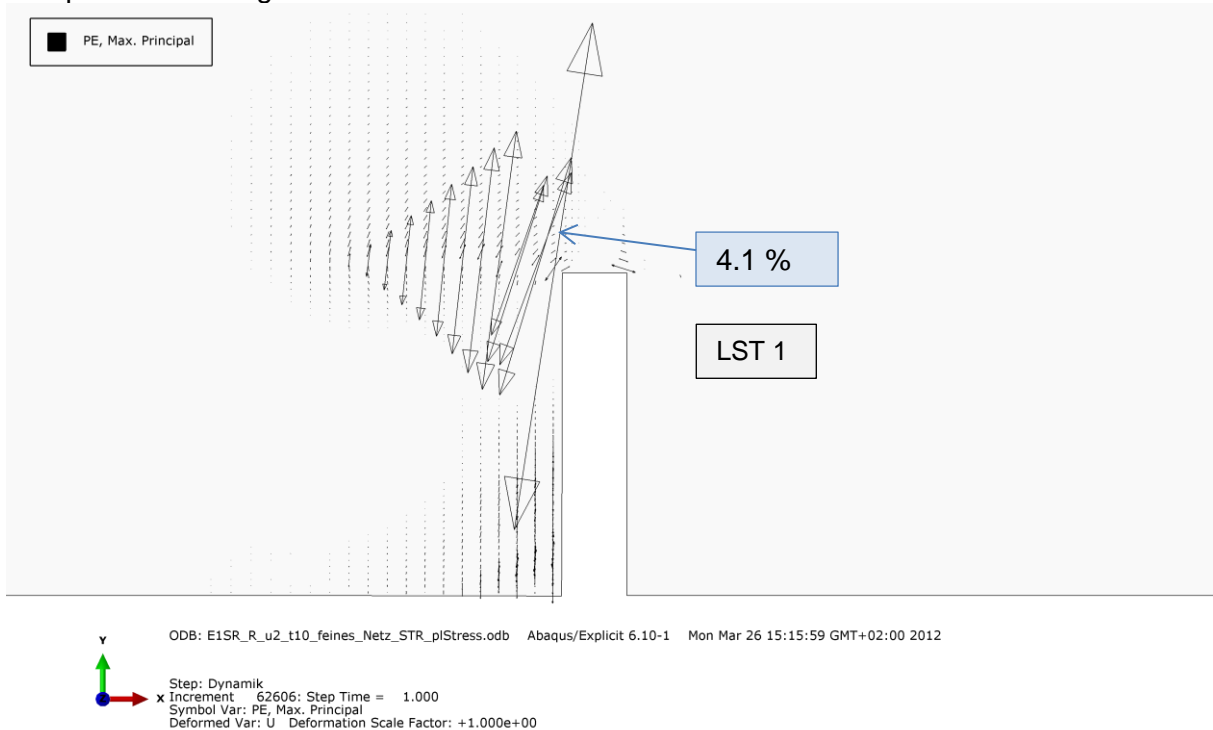


Abb. 135 Maximale plastische Hauptdehnung  $\epsilon_{max,pl}$  bei LST 1

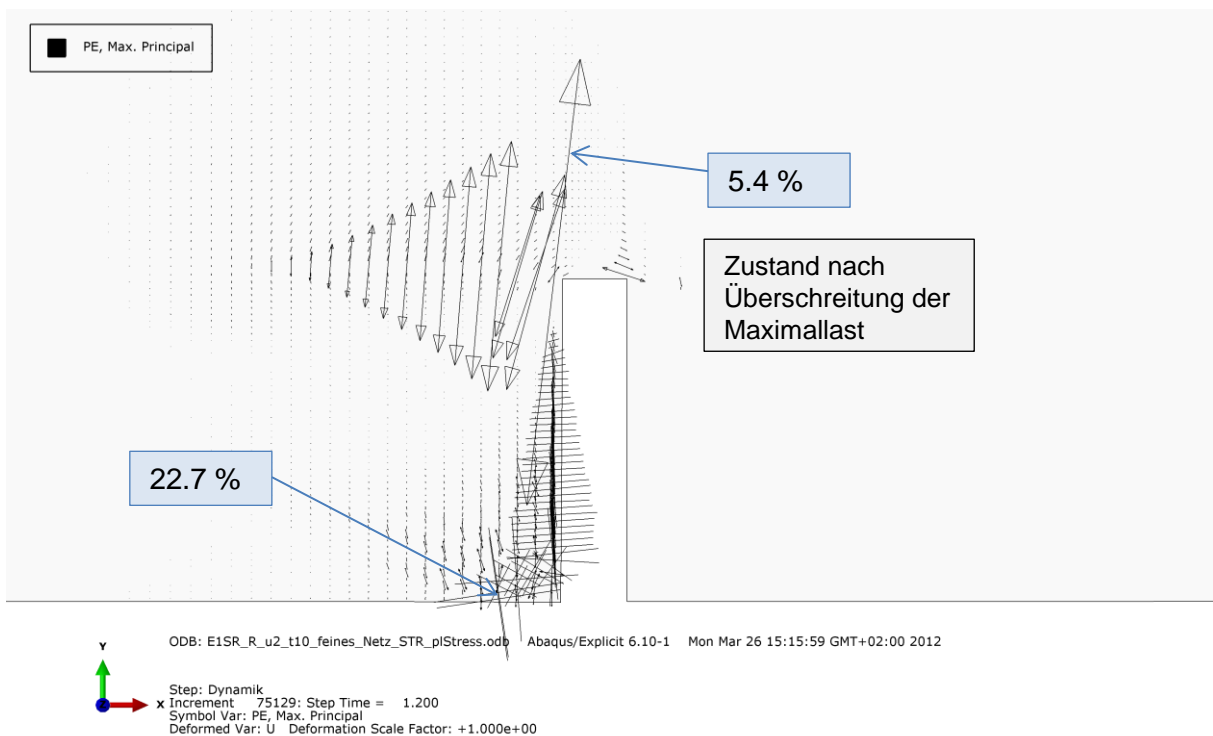
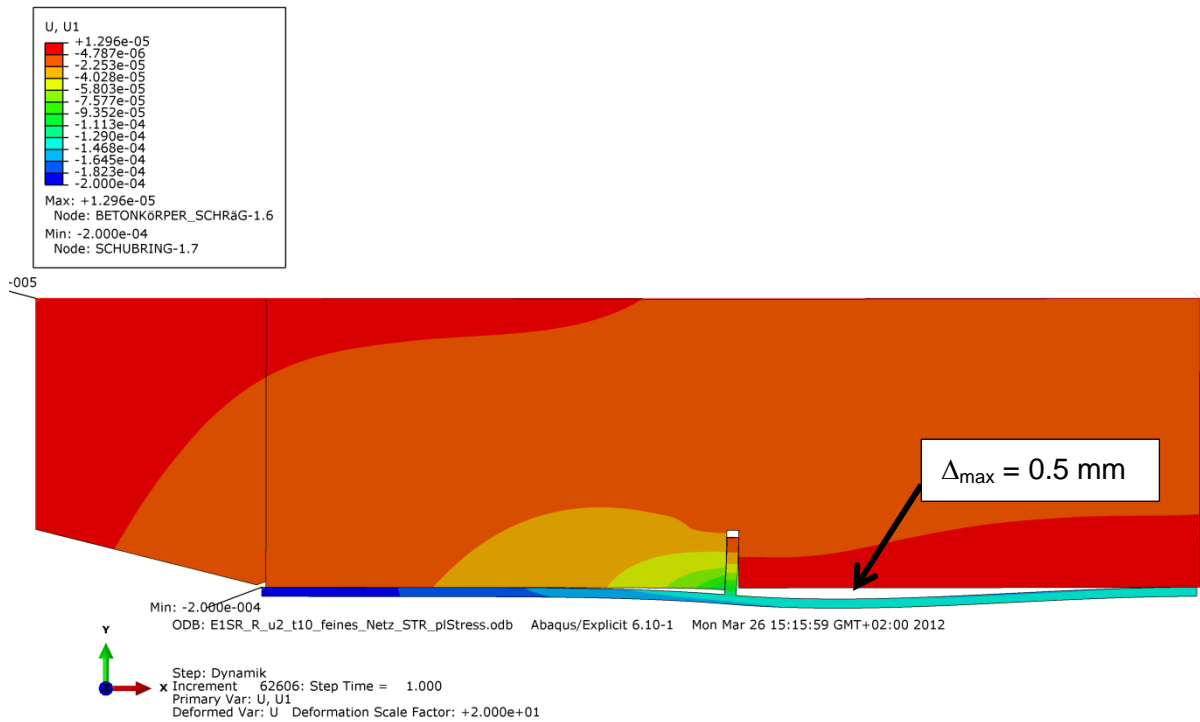


Abb. 136 Maximale plastische Hauptdehnung  $\epsilon_{max,pl}$  sowie Dehnungen  $\epsilon_z$  ( $x$ -Symbole) bei LST 2

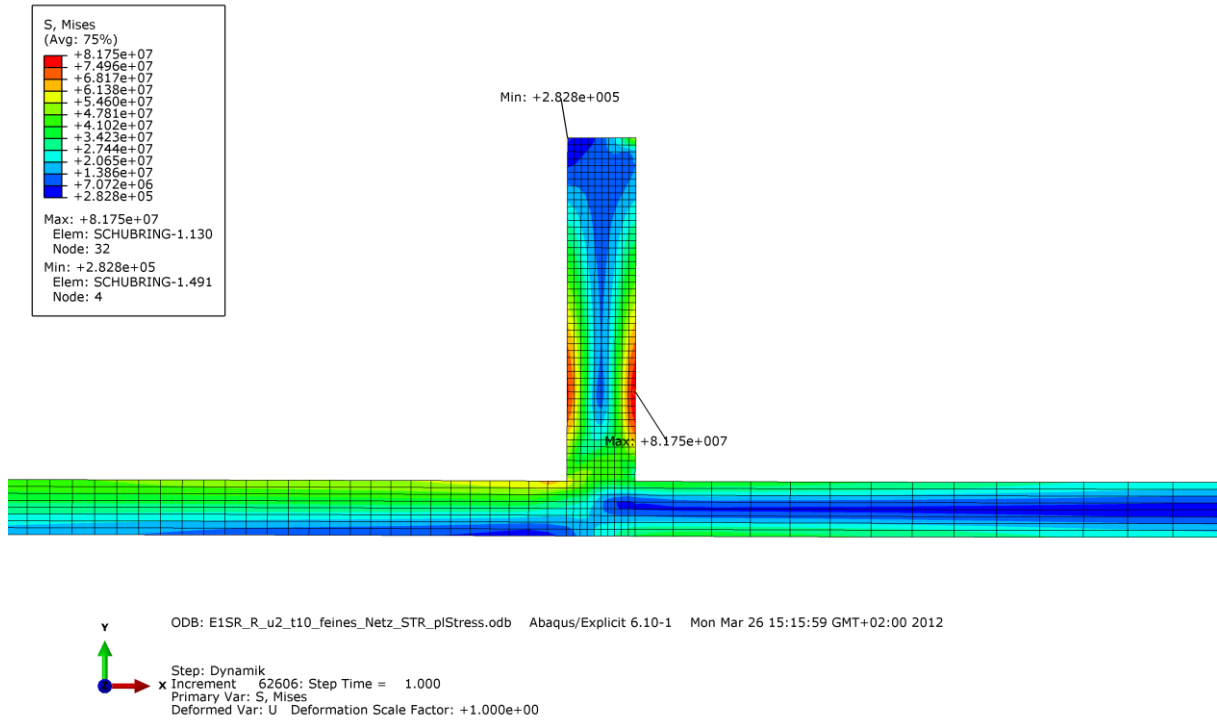


**Abb. 137** Verformte Figur bei LST 1 (Legende: Verschiebungen in x-Richtung); 20-fach überhöht

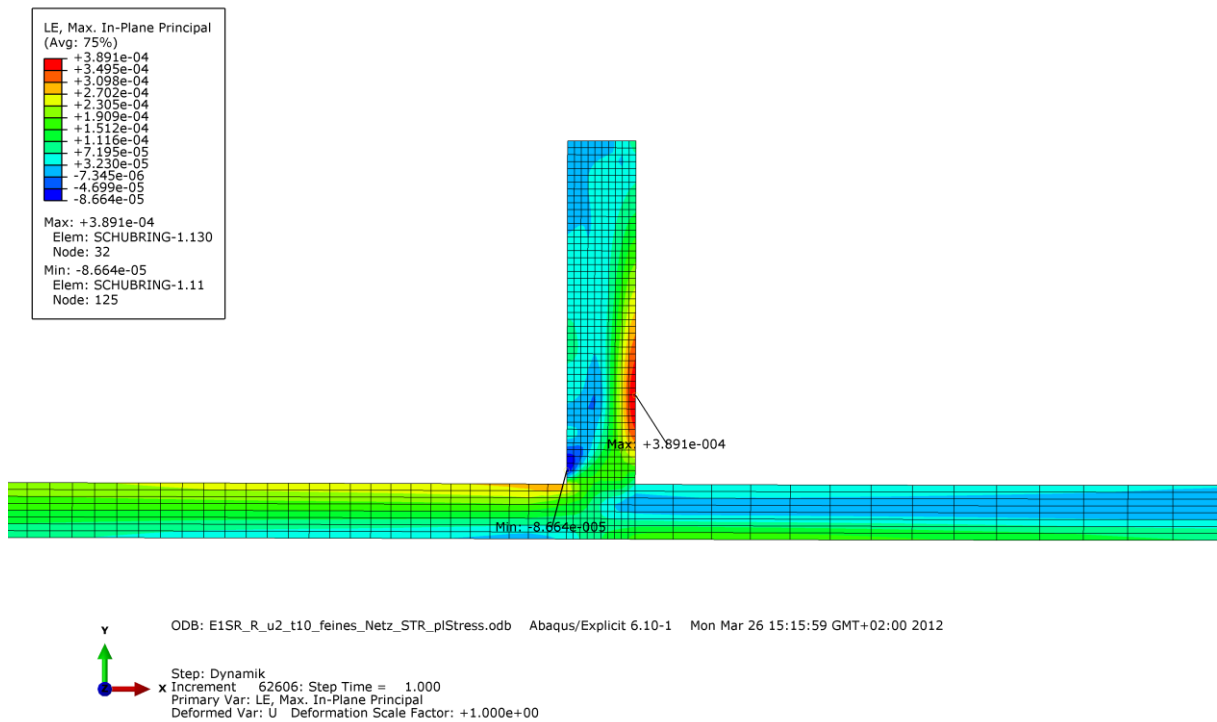
Die Abb. 138 zeigt die Beanspruchungen (Vergleichsspannung  $\sigma_v$ ) und die Abb. 139 die Dehnungen (Hauptdehnungen) in der Flachsteife und unteren Platte nahe der Traglast (LST 1). Die maximalen Spannungen bleiben mit  $\sigma_{\max} = 81.8 \text{ N/mm}^2$  deutlich unter der Fließgrenze, sodass also keinerlei Plastizierungen auftreten.

$\Delta_{\max}$  ist die maximale Verschiebung der Stahlplatte in y-Richtung.

## 7 Numerische Modellierung und Parameterstudie am vereinfachten ebenen Modell einer Flachblechsteife mittels FE-Programm ABAQUS



**Abb. 138** Mises-Vergleichsspannung in Platte und Flachblechsteife bei LST 1 [N/m<sup>2</sup>]

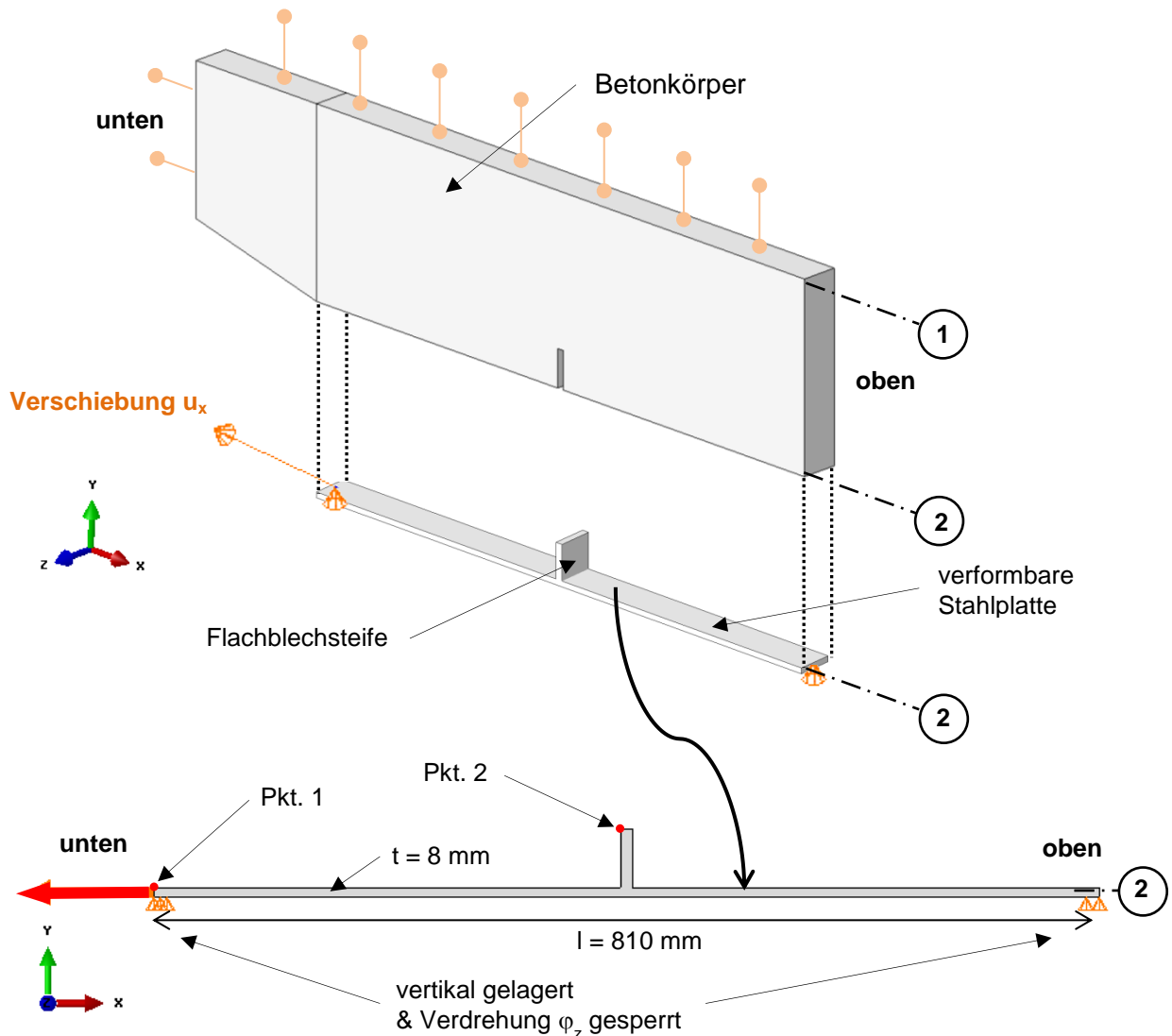


**Abb. 139** Logarithmische Dehnungen bei LST 1 (es treten keine plastischen Dehnungen auf)

## 7.7 Verformbare Platte - Ebener Verzerrungszustand

### 7.7.1 FE- Modell

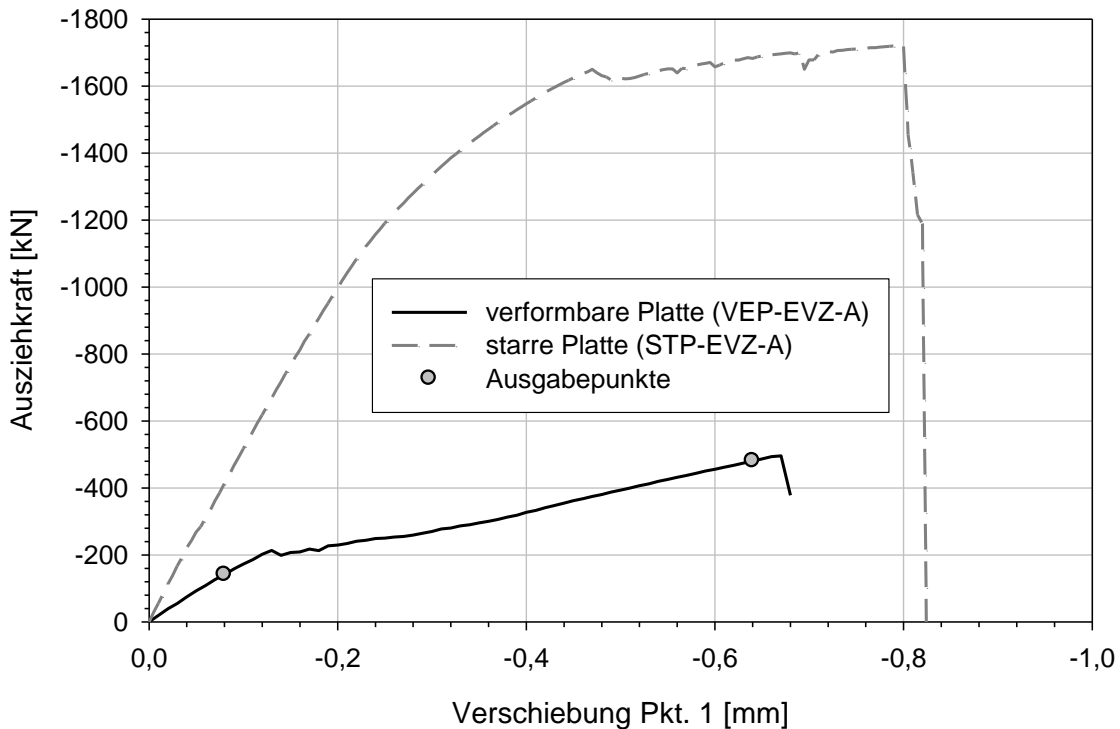
Ergänzend wird nachfolgend auch die Berechnung des Dehnungs- bzw. Verzerrungszustands für die verformbare untere Platte dargestellt. Die Abb. 140 zeigt wieder das Gesamtmodell im Überblick mit den gewählten Bezeichnungen.



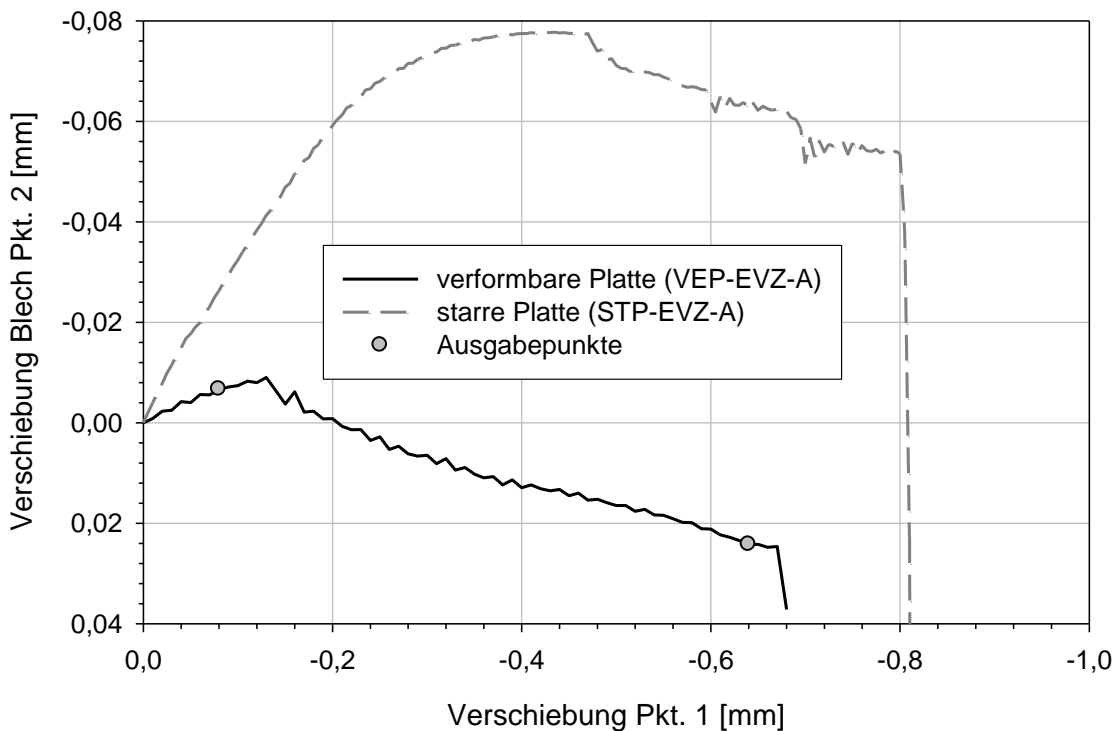
**Abb. 140** Explosionszeichnung - Ebenes Modell des Ausziehversuches mit verformbarer Platte im EVZ

### 7.7.2 Ergebnisse

Das grundsätzliche Tragverhalten – im Vergleich mit der starren unteren Platte – zeigt Abb. 141 und Abb. 142 wieder in Form der Ausziehkraft  $H$ , in Abhängigkeit der Horizontalverschiebung  $u_1$  bzw. dem Zusammenhang zwischen  $u_1$  und  $u_2$ .



**Abb. 141** Ausziehkraft  $H$  im Punkt 1 in Abhängigkeit der aufgetragenen Verschiebung



**Abb. 142** Verschiebung im Punkt 2, am oberen Ende des Bleches in Abhängigkeit der aufgetragenen Verschiebung im Punkt 1

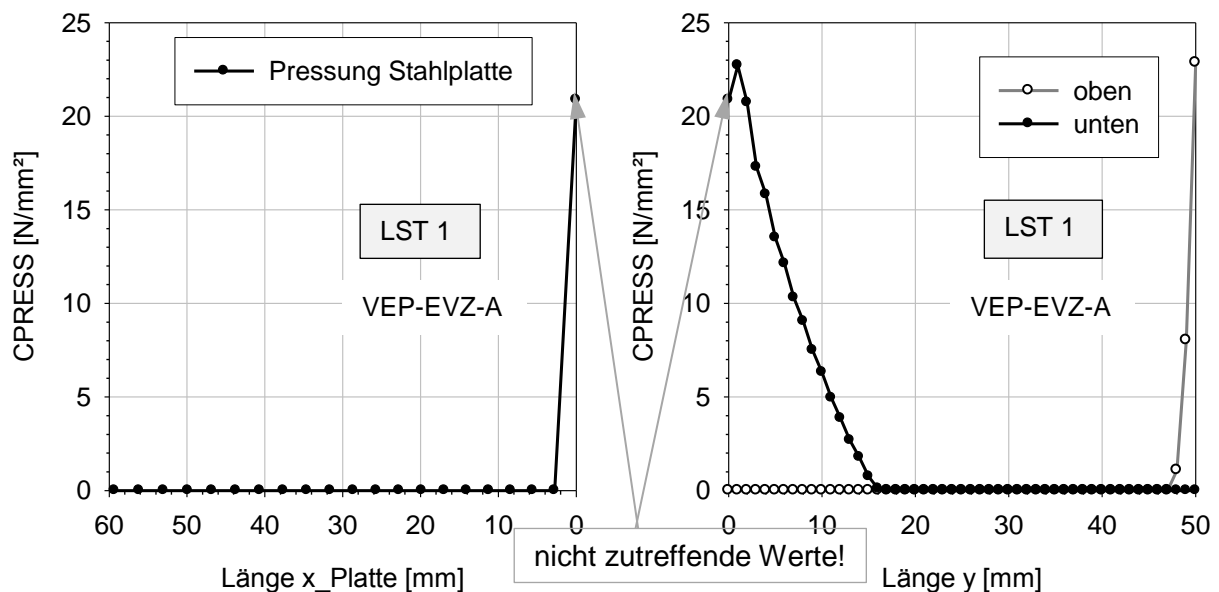


Verglichen mit dem ebenen Spannungszustand, kommt es nun zu einer deutlichen Traglastreduktion, infolge der verformbaren unteren Platte (etwa -70 %).

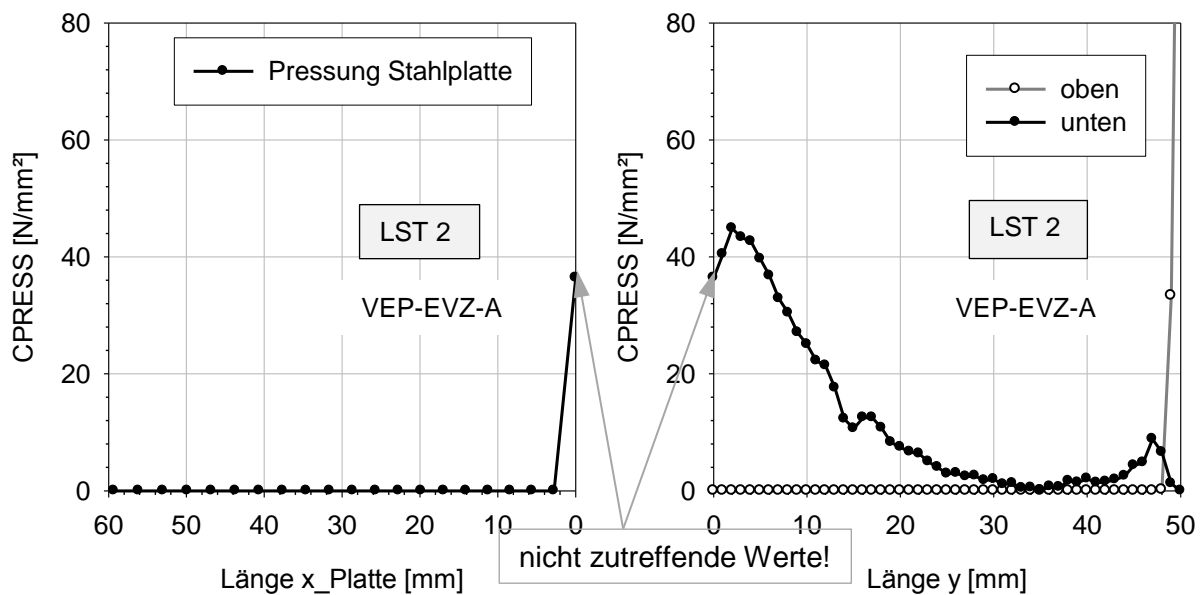
Der Hauptgrund dafür ist, dass nun die günstige vertikale Stützwirkung für den Beton im hochbeanspruchten Bereich vor der Flachblechsteife nahezu vollständig entfällt, wie die Abb. 143 und Abb. 144 (linkes Teilbild) zeigt. Die Laststufe 1 stellt einen nahezu rein elastischen Zustand dar. Die Laststufe 2 (LST 2) beschreibt die Ergebnisse bei Traglast.

Durch die fehlende vertikale Stützwirkung, erreichen die horizontalen Betonpressungen an der Flachblechsteife mit  $\sigma \approx 44 \text{ N/mm}^2$  nun Werte die geringfügig über der einachsigen Druckfestigkeit liegen.

Die annähernd dreiecksförmige Druckbelastung reicht in etwa bis zur halben Steifenhöhe (~26 mm in Abb. 144).

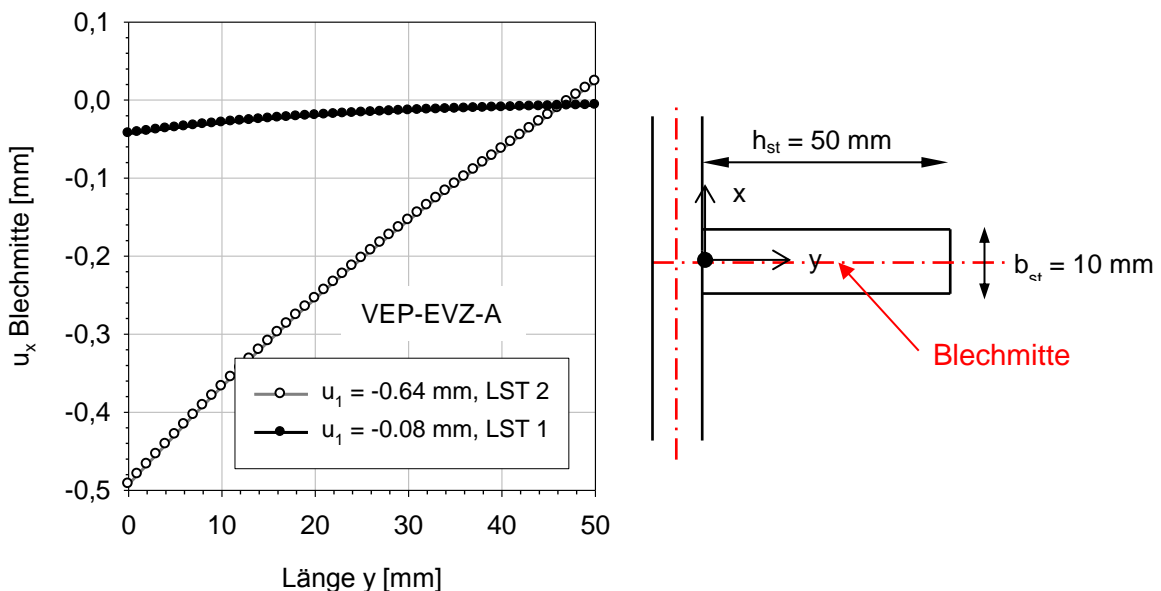


**Abb. 143** Kontaktpressungen bei Laststufe LST 1 (links Pressung auf Platte 1; rechts Pressung auf Flachblechsteife)



**Abb. 144** Kontaktpressungen bei Laststufe LST 2 (links Pressung auf Platte; rechts Pressung auf die Flachblechsteife)

Abb. 145 zeigt die Verformungsfigur der Flachblechsteife bei verformbarer unterer Platte. Im Gegensatz zur Verformungsfigur bei starrer Platte (vgl. Abb. 109), bildet sich bei LST 2, wegen der geringeren Traglast, kein Fließgelenk am Anschluss zur Steife. Die Schrägstellung der Flachblechsteife ist durch die Biegeverformung der unteren Stahlplatte bedingt (vgl. Abb. 149).



**Abb. 145** Horizontale Verschiebungen der Flachsteife

Abb. 146 und Abb. 147 zeigen wieder ergänzend die Energieanteile im Zuge der dynamischen Berechnung. Der Anteil der kinetischen Energie ist ähnlich wie bei der Berechnung mit starrer unterer Platte. Das Verhältnis der kinetischen Energie zur Formänderungsenergie in Abb. 147 ist zwar zu Beginn der Berechnung etwas über 0.1, nimmt aber mit zunehmender Verschiebung im Pkt. 1 rasch ab. Dadurch kann die Berechnung als quasi statisch angesehen werden.

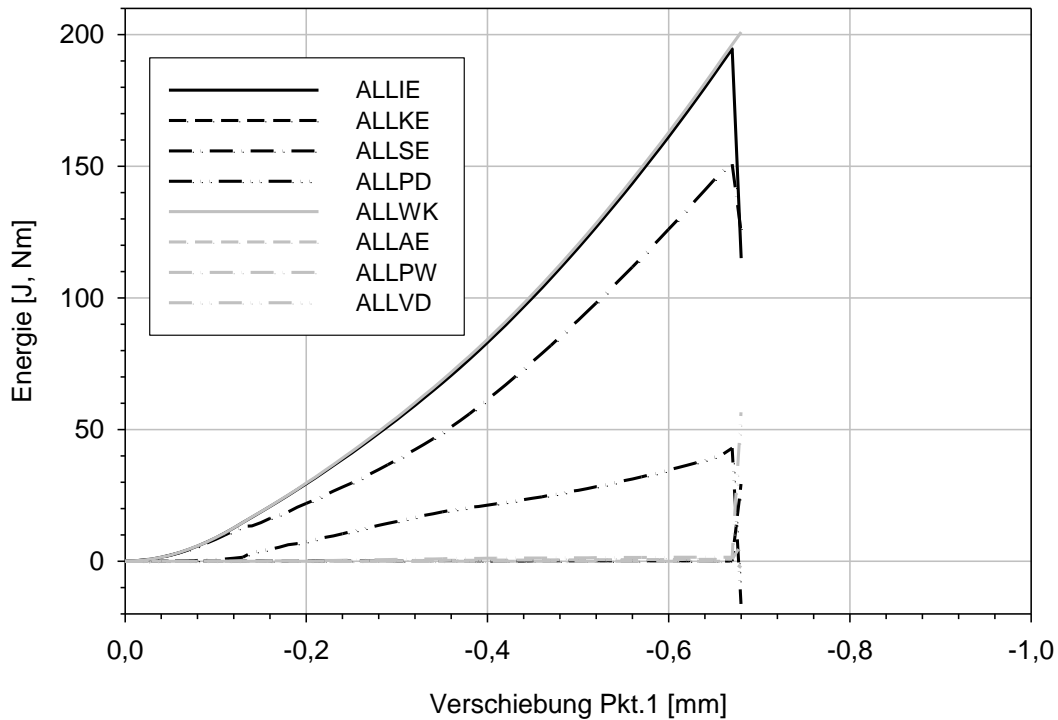


Abb. 146 Energiebilanz der Berechnung

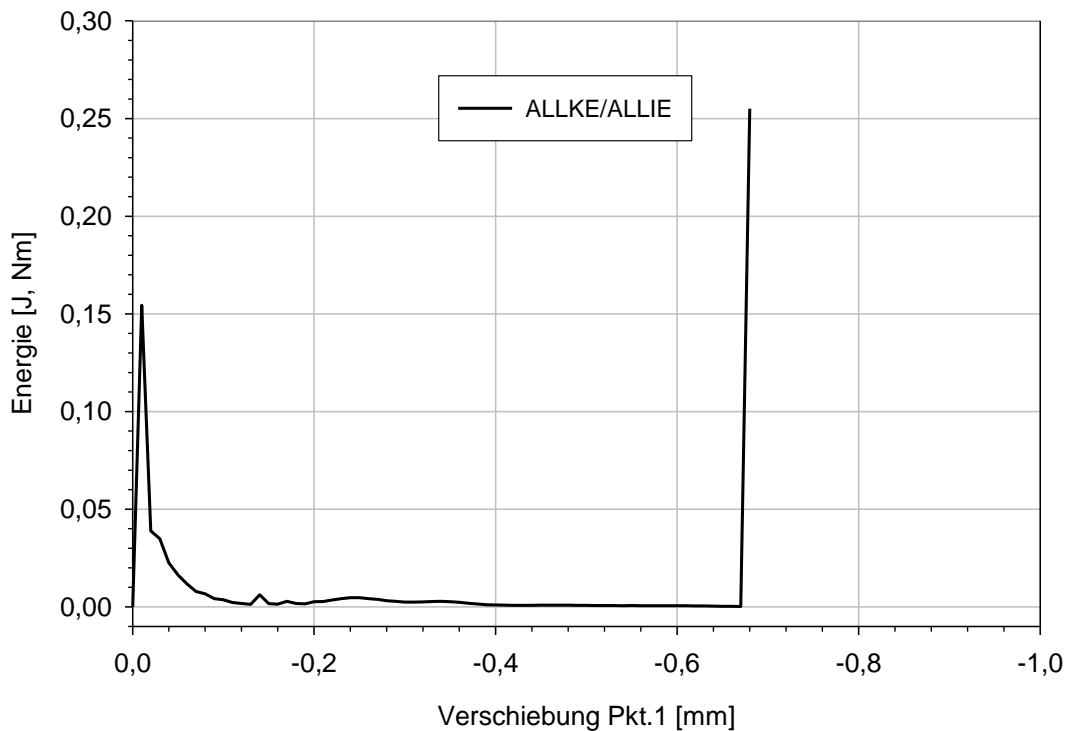
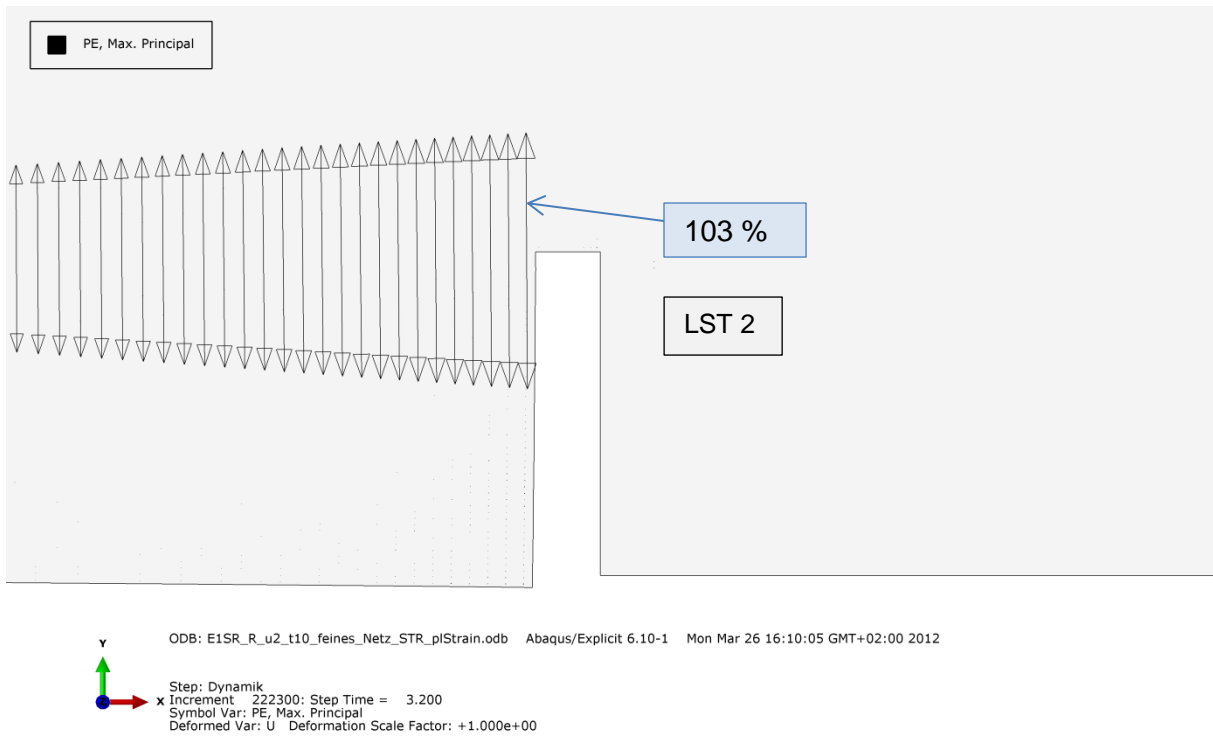


Abb. 147 Verhältnis der kinetischen Energie zur Formänderungsenergie (ALLKE/ALLIE)

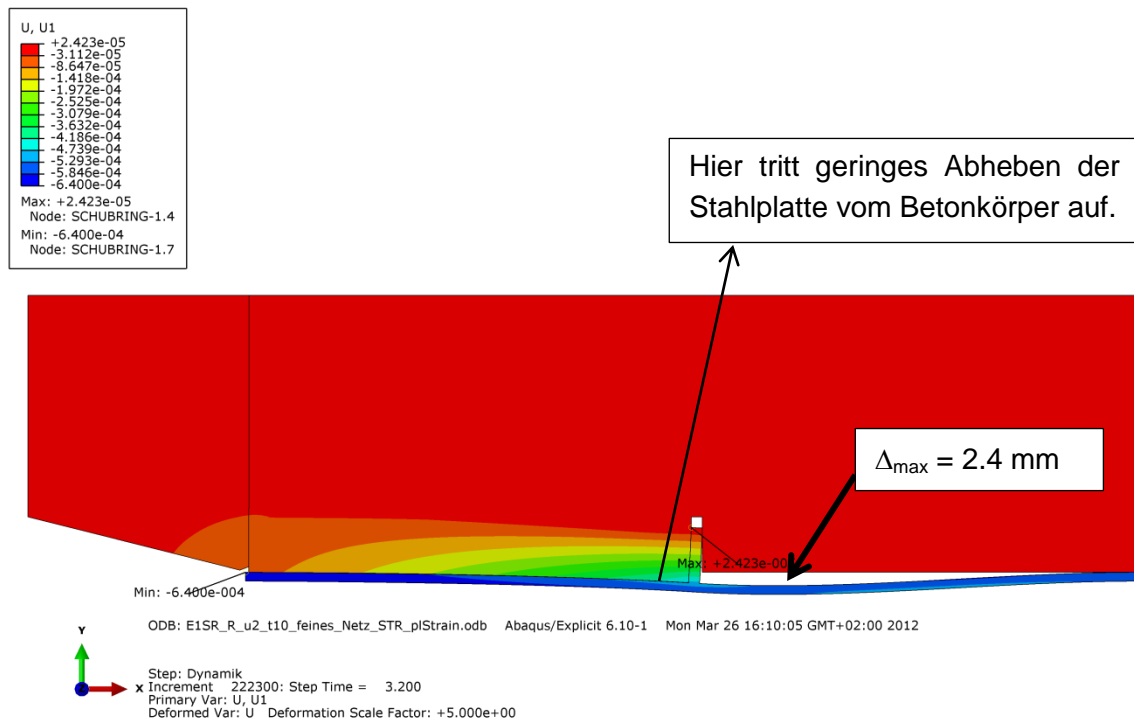
Die in Abb. 148 dargestellten Hauptdehnungen zeigen nun gegenüber der starren unteren Platte deutlich erhöhte vertikale Zugdehnungen mit Maximalwerten nahe dem oberen Rand der Flachblechsteife.

Der Grund hierfür sind die sich nun frei einstellenden vertikalen Verformungen der unteren Platte nach unten (dargestellt in Abb. 149, max. Vertikalverformung bei LST 2 etwa 2.4 mm). Dies führt zu großen vertikalen Zugdehnungen und einem nachfolgenden Aufreißen des Betons im oberen Bereich der Flachsteife.

## 7 Numerische Modellierung und Parameterstudie am vereinfachten ebenen Modell einer Flachblechsteife mittels FE-Programm ABAQUS



**Abb. 148** Maximale plastische Hauptdehnung  $\varepsilon_{1,pl}$  bei LST 2

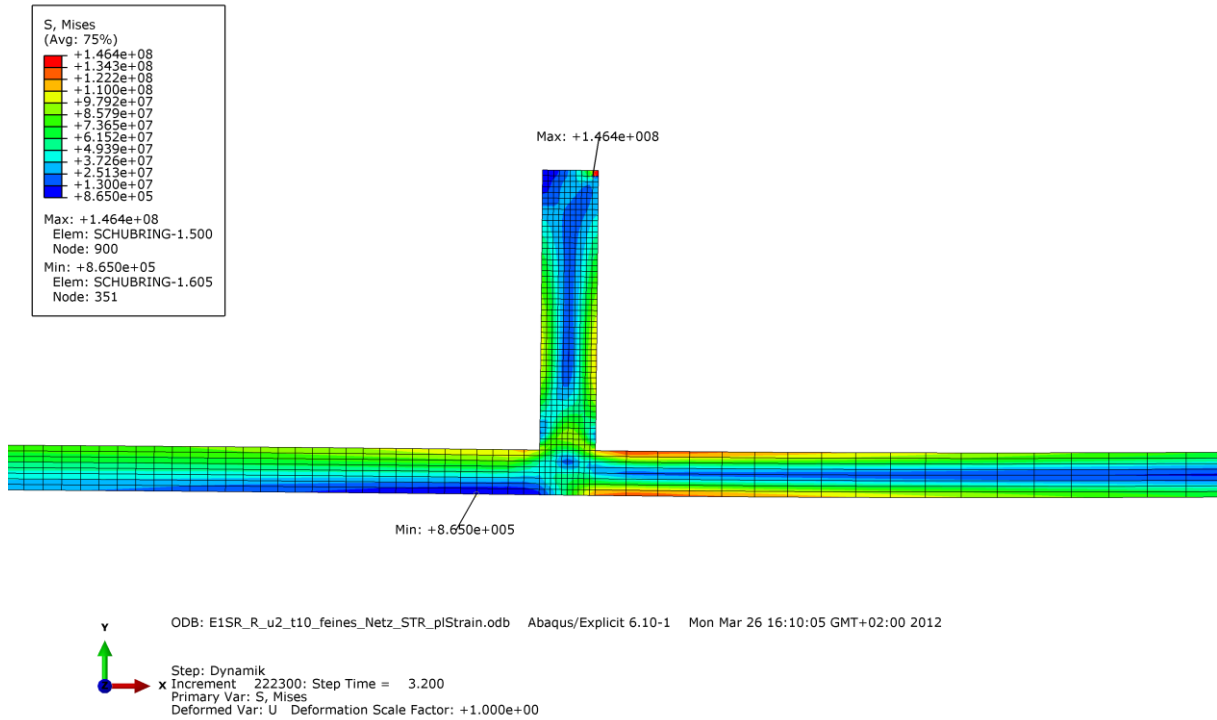


**Abb. 149** Verformte Figur bei LST 2 (Legende: Verschiebungen in x-Richtung); 5-fach überhöht

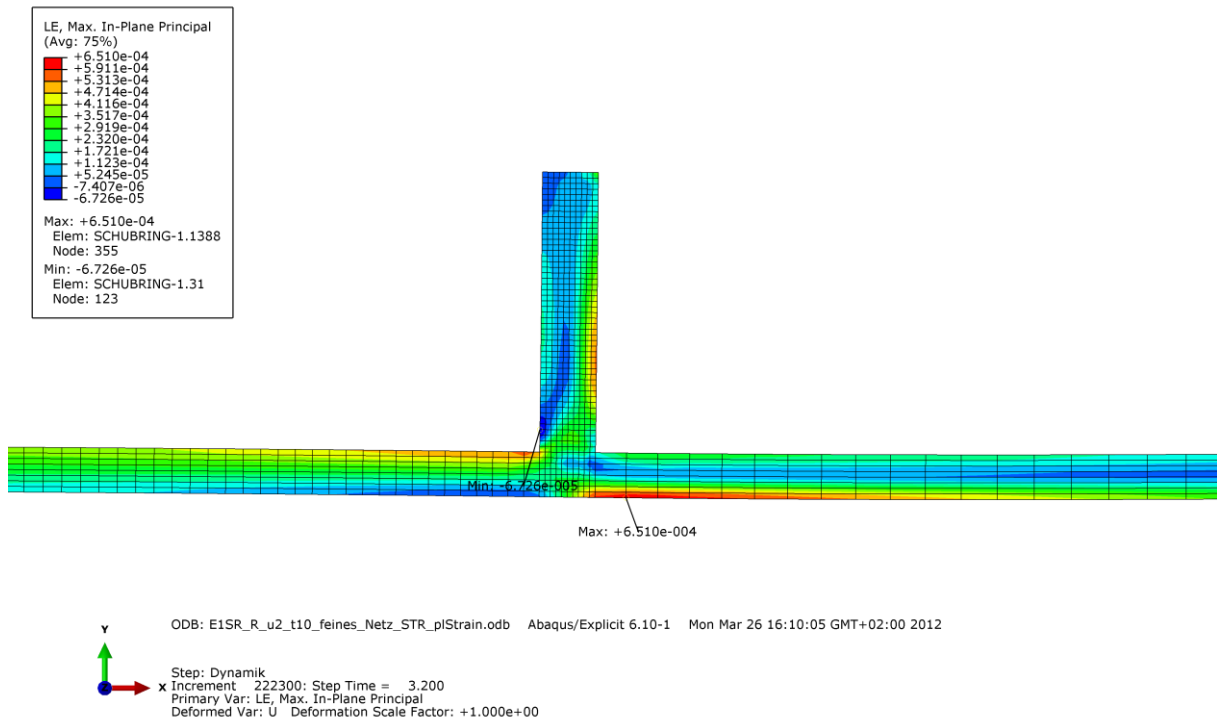
Die Beanspruchung in der Flachblechsteife und der unteren Lagerplatte nahe der Traglast zeigen die Abb. 150 und Abb. 151. Auch bei verformbarer unterer Platte liegt ein durchgehend elastisches Tragverhalten vor, bedingt durch die deutlich geringere Traglast, gegenüber starrer unterer Platte.

$\Delta_{\max}$  ist die maximale Verformung in y-Richtung.

## 7 Numerische Modellierung und Parameterstudie am vereinfachten ebenen Modell einer Flachblechsteife mittels FE-Programm ABAQUS



**Abb. 150** Mises-Vergleichsspannung in unterer Platte und Flachblechsteife bei LST 2 [N/m<sup>2</sup>]

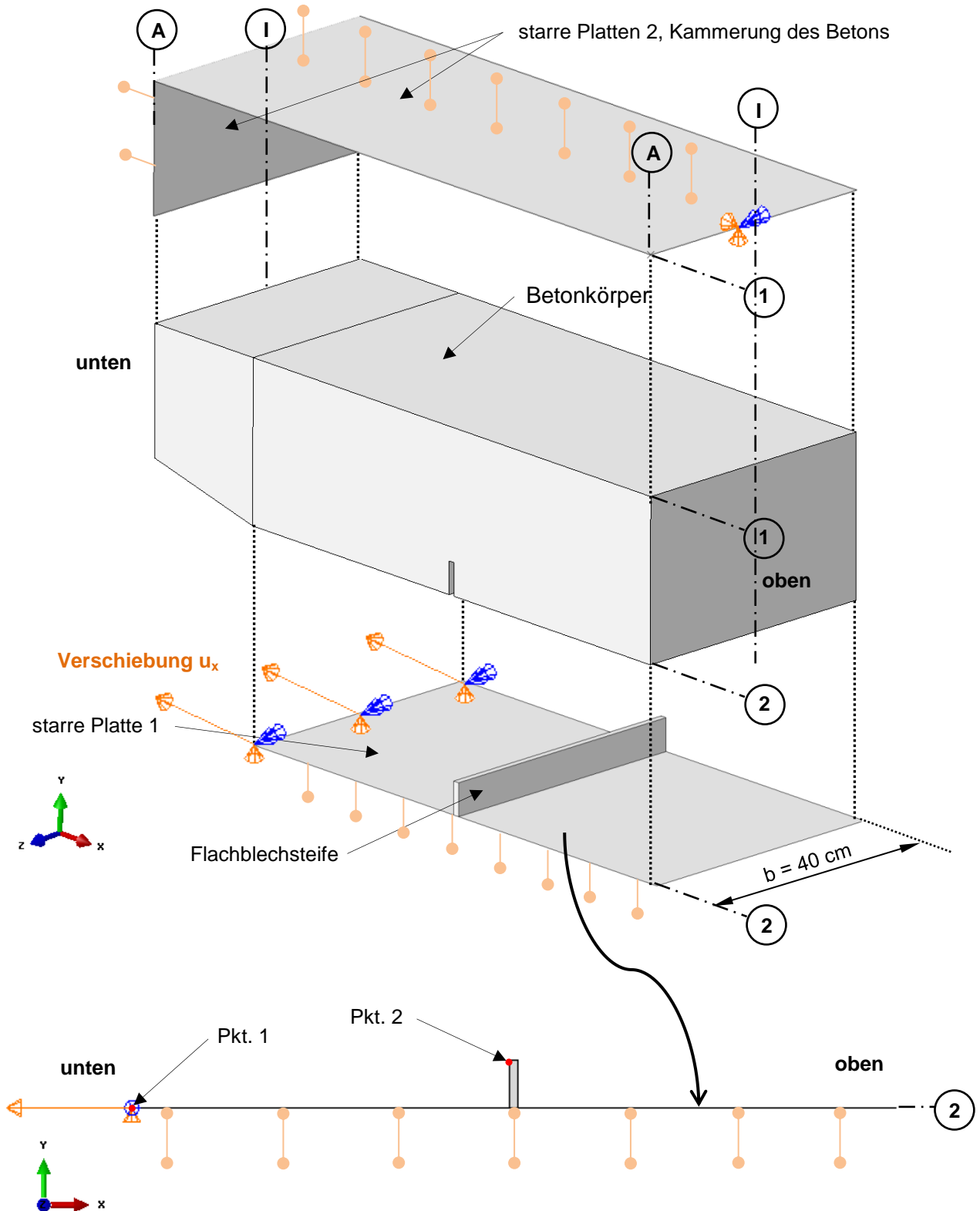


**Abb. 151** Logarithmische Dehnungen bei LST 2 (es treten keine plastischen Dehnungen auf)

## 7.8 Räumliches 3D-Modell – starre Platte

Die bisher untersuchten Fälle des ebenen Spannungs- bzw. ebenen Dehnungszustandes stellen idealisierte Grenzfälle dar. Daher wird nachfolgend das untersuchte ebene Modell – mit unveränderten Abmessungen des Referenzfalles in Abb. 64 – als räumliches 3D-Modell abgebildet. Um die Zahl der Freiheitsgrade und damit die Anzahl der Unbekannten zu reduzieren, wird jedoch hier eine Breite von  $b = 0,4$  m gewählt. Für den Ergebnisvergleich mit den bisherigen Berechnungen erfolgt jedoch hinsichtlich der resultierenden Ausziehlast  $H$  eine Umrechnung auf  $b = 1,0$  m (2,5 fache Werte aus dem 3D-Modell).

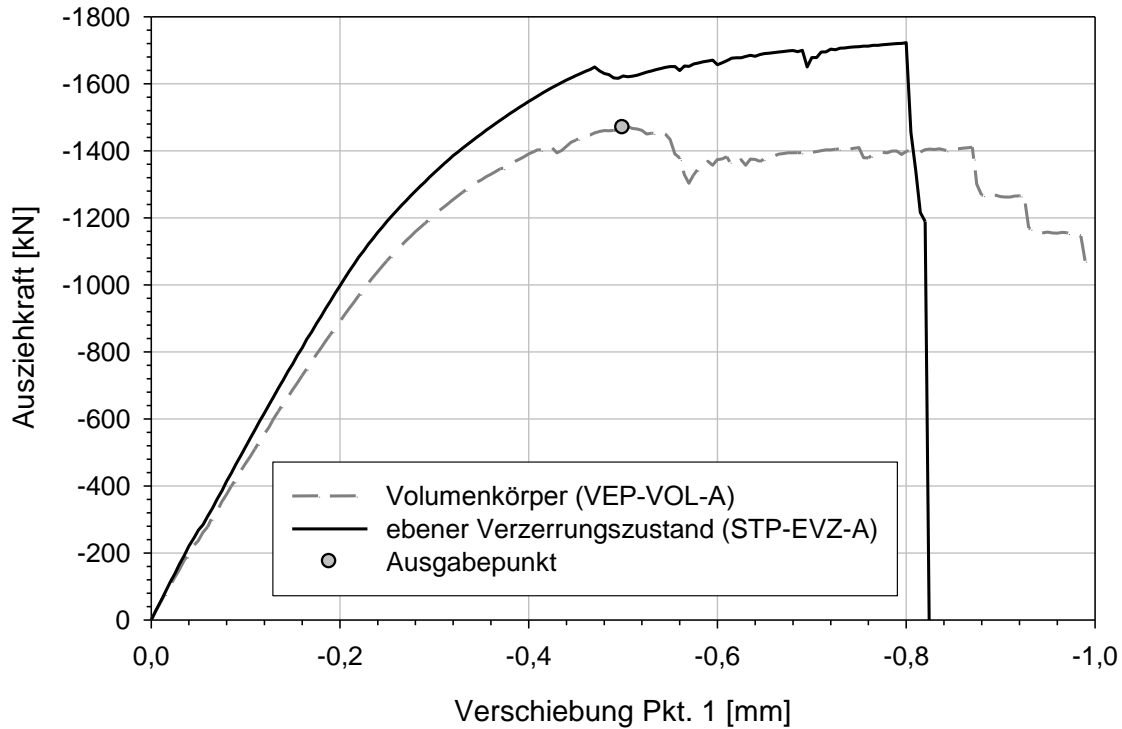
Das räumliche 3D-Modell sollte zwischen den Grenzfällen des ebenen Spannungszustandes und des ebenen Dehnungszustandes liegen. Bei einer Schnittführung durch die Achsen A-A (Schnitt A, vgl. Abb. 152) sollten sich Ergebnisse vergleichbar zum ebenen Spannungszustand einstellen, wogegen bei mittiger Schnittführung durch die Achsen I-I (Schnitt I) sich schon Ergebnisse ähnlich zum ebenen Dehnungszustand zeigen sollten.



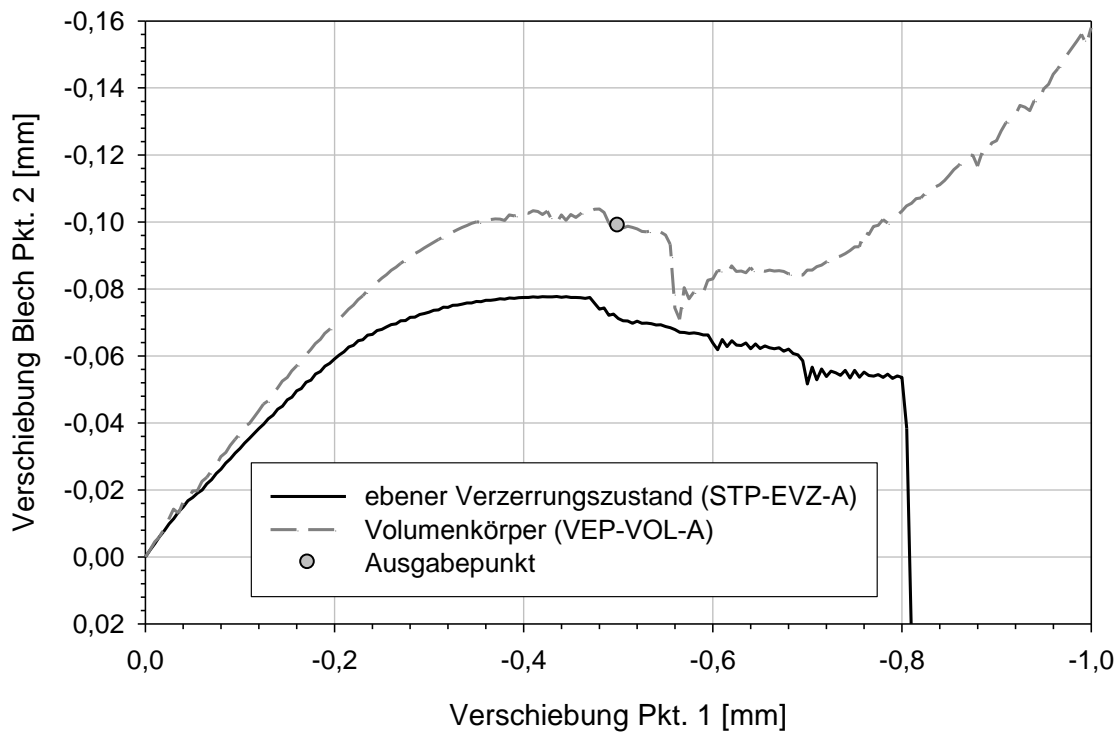
**Abb. 152** Volumenmodell des Ausziehversuches mit starrer unterer Platte

Die Gesamtergebnisse in Form der resultierenden Ausziehungskraft  $H$  und der zugehörigen Verschiebung  $u_1$  bzw.  $u_2$  zeigen die Abb. 153 und Abb. 154. Mit eingetragen sind die Ergebnisse des ebenen Verzerrungszustandes, die – wie zu erwarten – größere Traglasten liefern, jedoch nur in geringfügigem Ausmaß. Dies bedeutet, dass bei starrer unterer Platte

bereits bei einer geringen „Tiefe“ des Modells von  $b = 0,40$  m – trotz fehlender Druckspannungen  $\sigma_z$  an den Außenseiten (Achse A) – sich bereits eine dem ebenen Verzerrungszustand ähnliche günstige Tragwirkung einstellt.



**Abb. 153** Ausziehungskraft H im Punkt 1 in Abhängigkeit der aufgetragenen Verschiebung

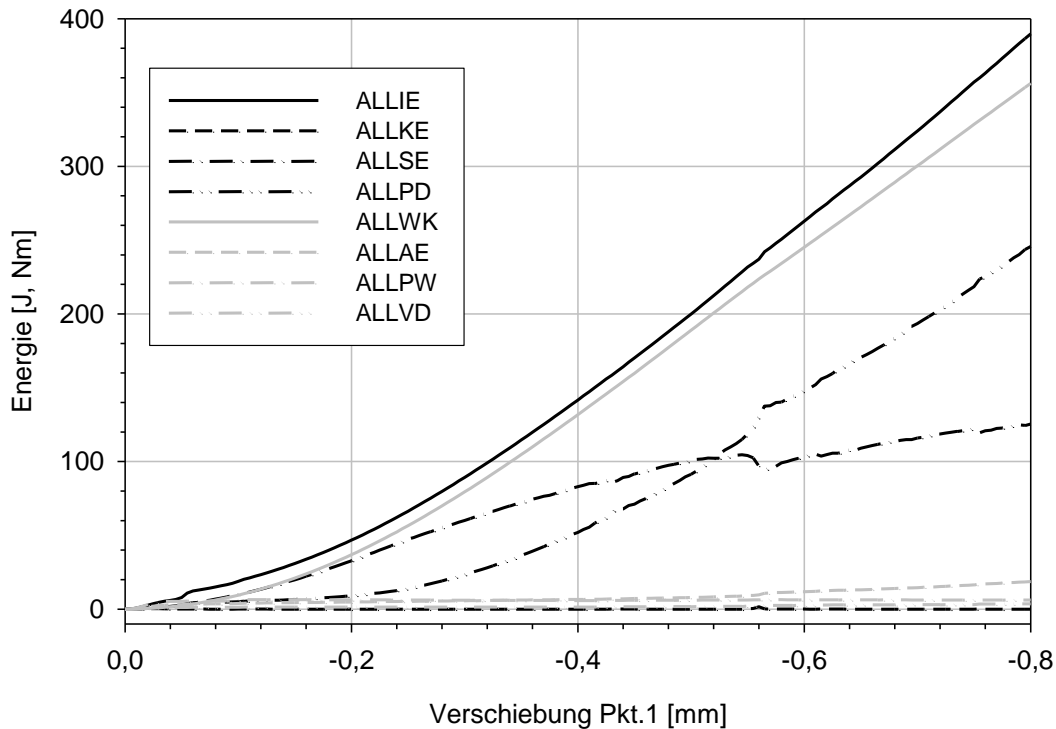


**Abb. 154** Verschiebung im Punkt 2, am oberen Ende des Bleches, in Abhängigkeit der aufgetragenen Verschiebung im Punkt 1

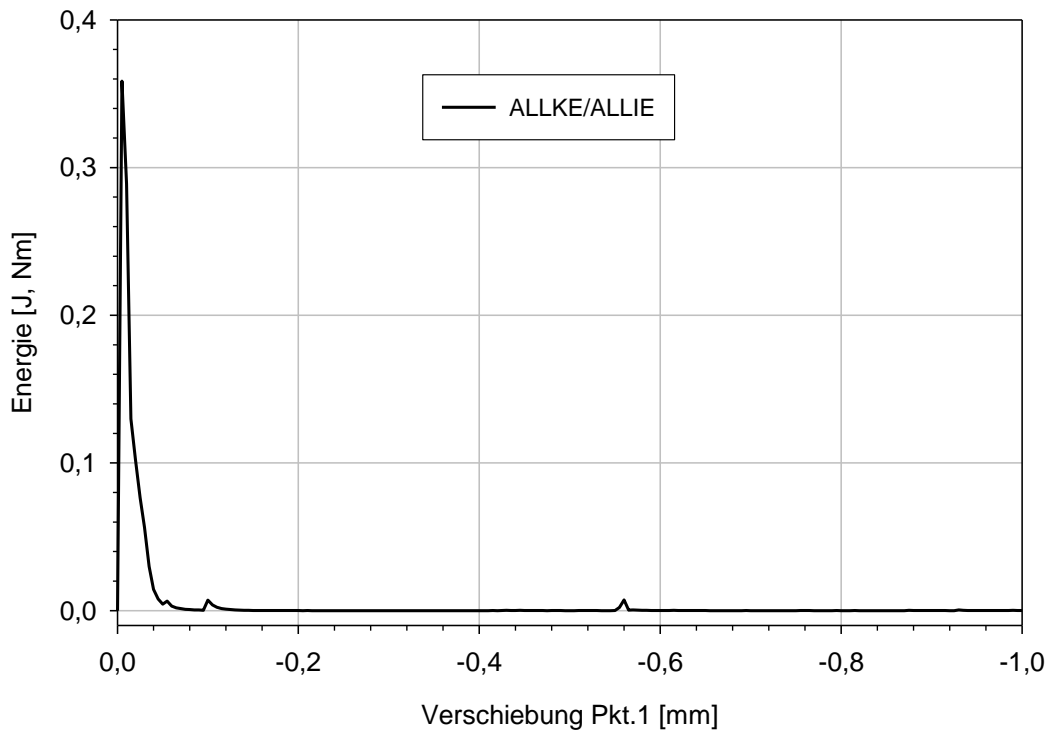
In Abb. 155 sind wieder ergänzend die Energieanteile dargestellt, die keine Besonderheiten gegenüber den ebenen Modellen zeigen. Das Verhältnis der kinetischen Energie zur



Formänderungsenergie in der Abb. 156 liegt zwar zu Beginn der Berechnung über 0,1 nimmt aber mit zunehmender Verschiebung des Punktes 1 rasch ab. Dadurch können die Effekte der kinetischen Energie vernachlässigt werden und die Berechnung als „quasi statisch“ angesehen werden.



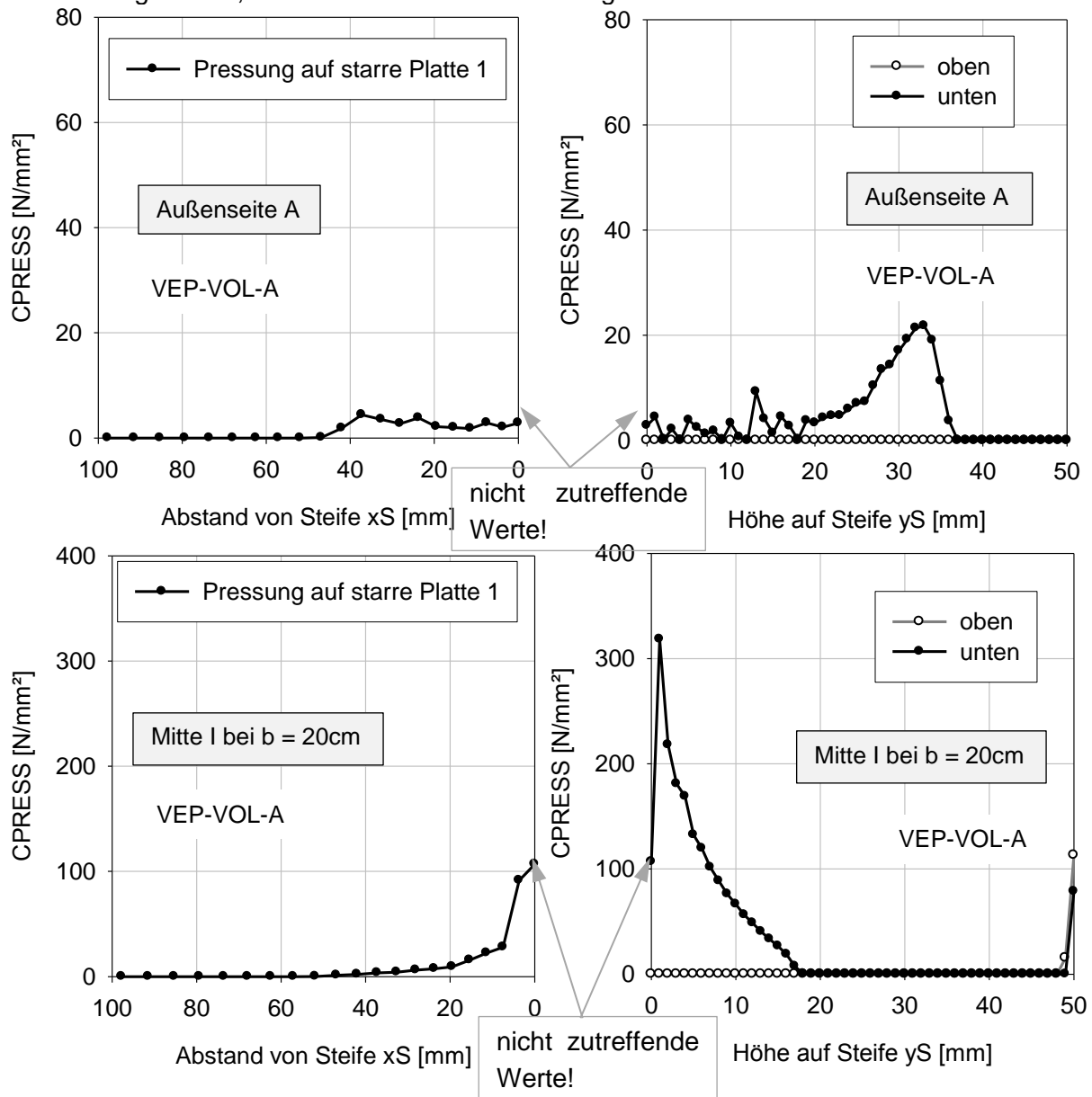
**Abb. 155** Energiebilanz der Berechnung

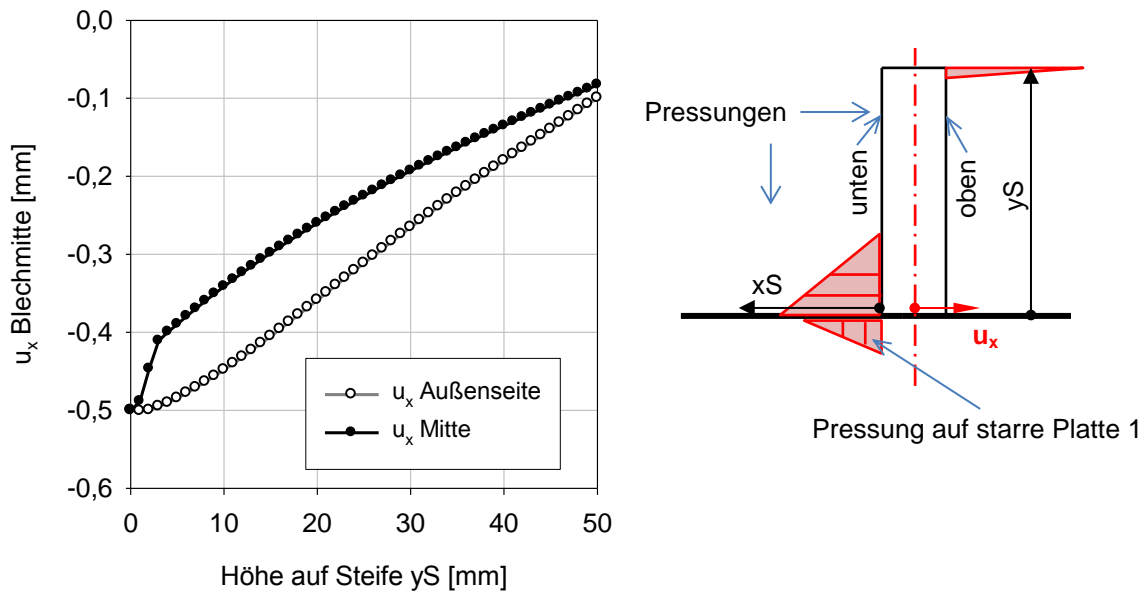


**Abb. 156** Verhältnis der kinetischen Energie zur Formänderungsenergie (ALLKE/ALLIE)

Interessant sind die in Abb. 157 dargestellten Pressungsverläufe im Schnitt durch die Achsen I-I des Modells (Schnitt I) bzw. am Außenrand (Schnitt A). In der Mitte (Schnitt I) liegen ähnlich hohe Pressungen wie im Falle des ebenen Dehnungszustandes vor, wogegen

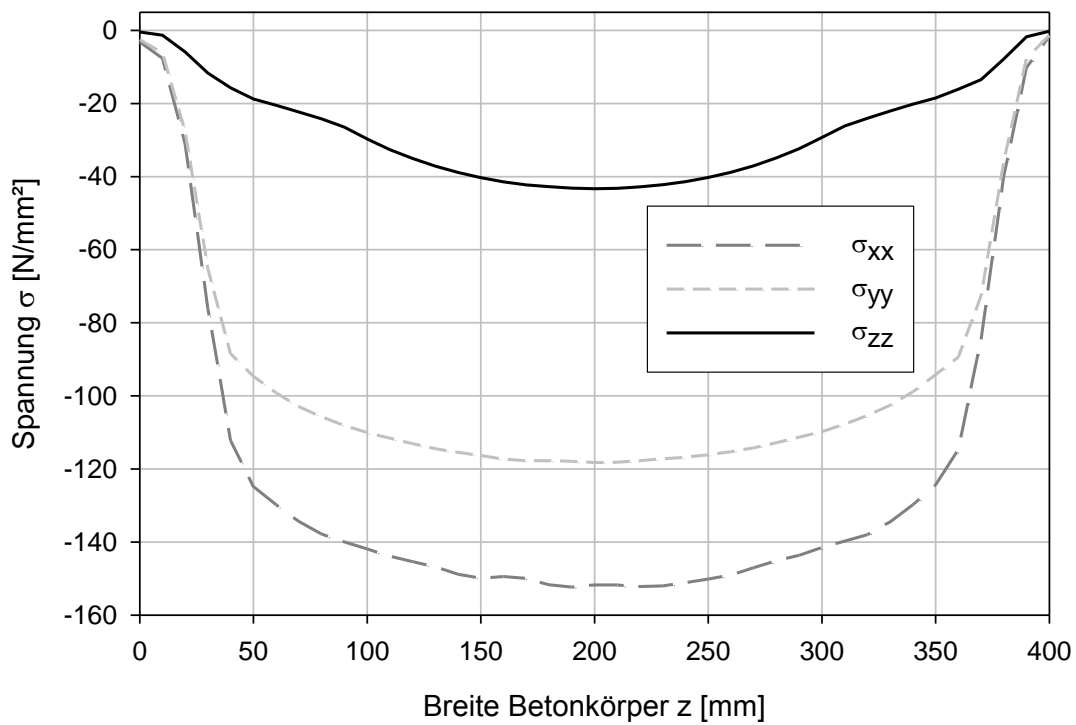
außenseitig deutlich kleinere Pressungen – mit geänderter Verteilung (Maximum an der Flachblechsteife bei  $y = 32 \text{ mm}$ ) – feststellbar sind. Dies wird bedingt durch die sich einstellende Biegeverformung der Flachblechsteife, die nur an der unteren Lagerplatte innen und außen gleich ist, wie die Abb. 157 ebenfalls zeigt.

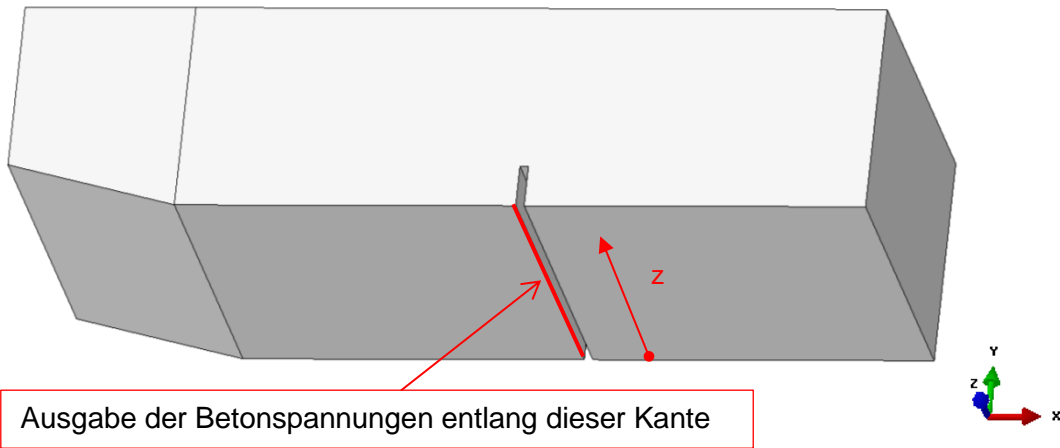




**Abb. 157** Kontaktpressungen an der Außenseite und in der Mitte; Horizontale Verschiebungen der Flachsteife

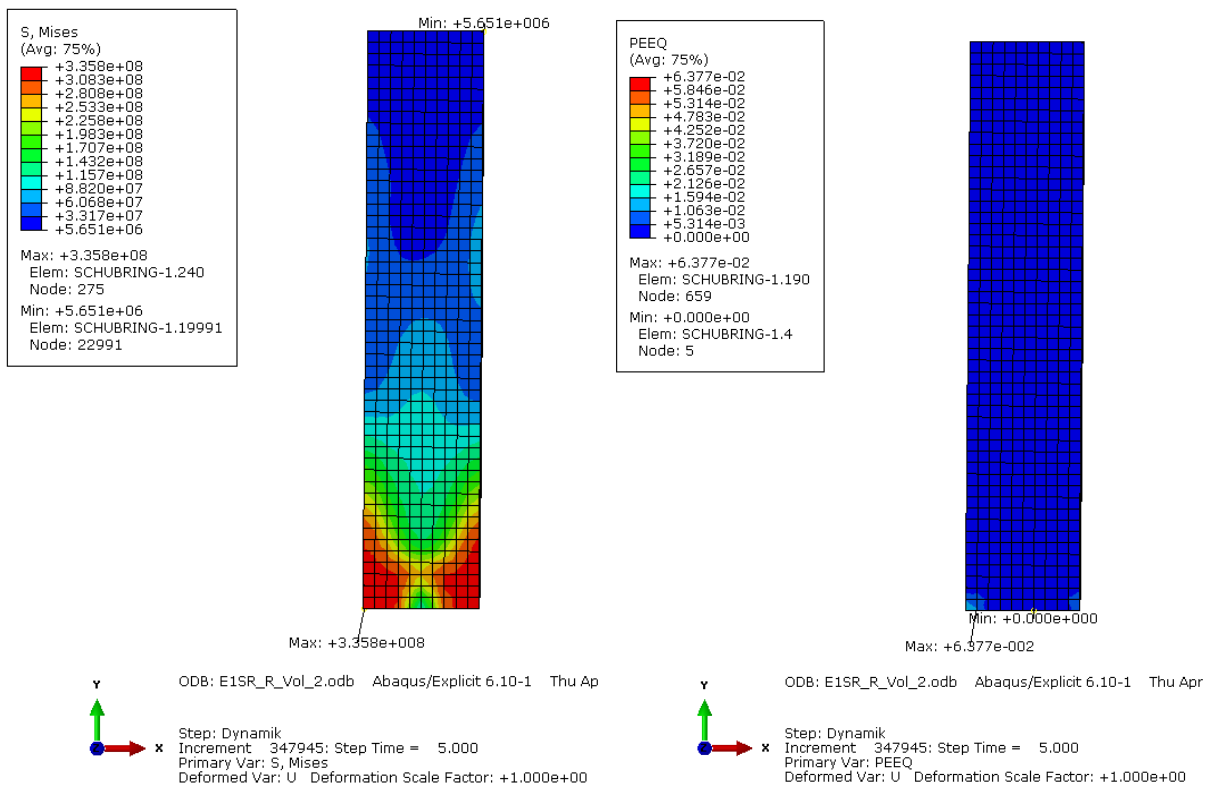
Aus Abb. 158 ist sehr gut erkennbar, wie die Druckspannungen im Beton an der Unterseite der Flachblechsteife nach innen rasch zunehmen.



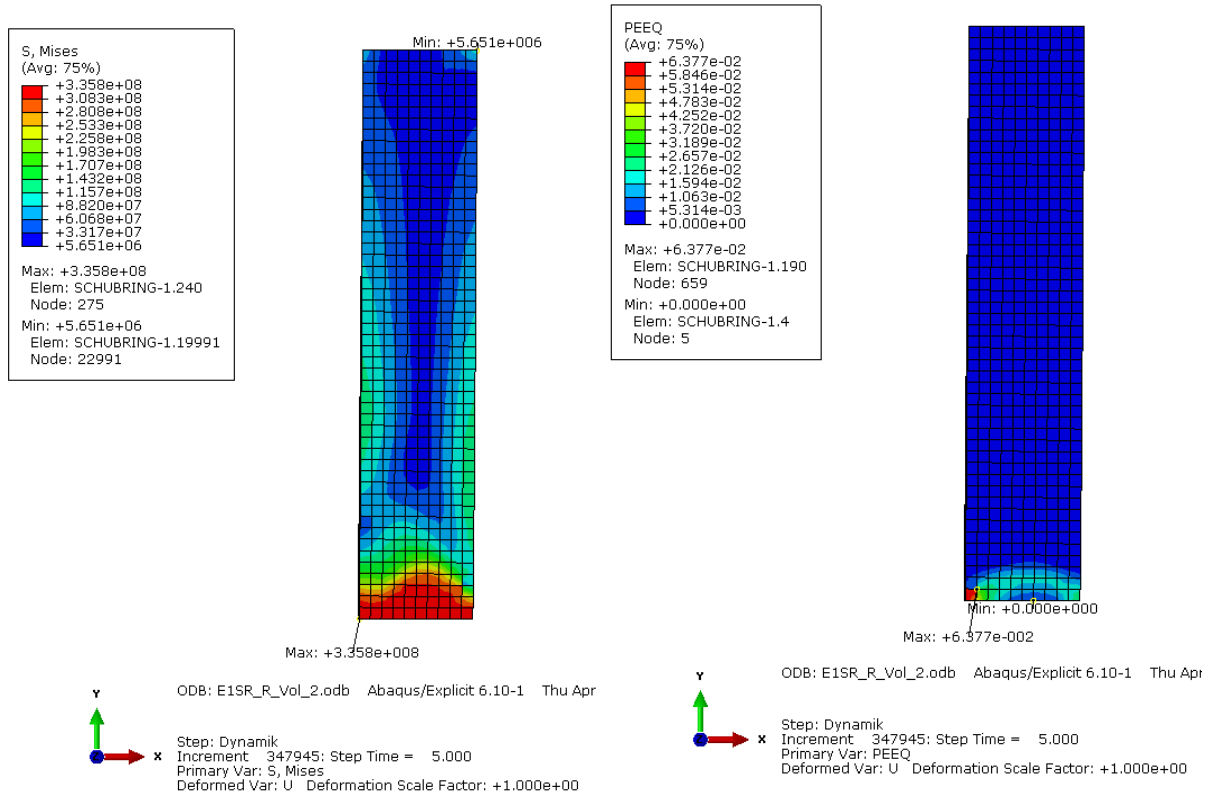


**Abb. 158** Spannungsverlauf im Beton über die Breite des Betonkörpers

Die Beanspruchung der Flachblechsteife selbst zeigt die Abb. 159 am Außenrand und die Abb. 160 im Inneren des Betonkörpers. Innenliegend kommt es zu deutlich ausgeprägteren Plastizierungen an der Unterseite der Flachblechsteife im Anschluss zur Platte – dadurch entsteht auch der Knick in der Biegelinie der Flachblechsteife (vgl. Abb. 157).



**Abb. 159** Mises-Vergleichsspannung (links) und die dazu äquivalenten Dehnungen in der Flachblechsteife - an der Außenseite (Schnitt A) [N/m<sup>2</sup>]

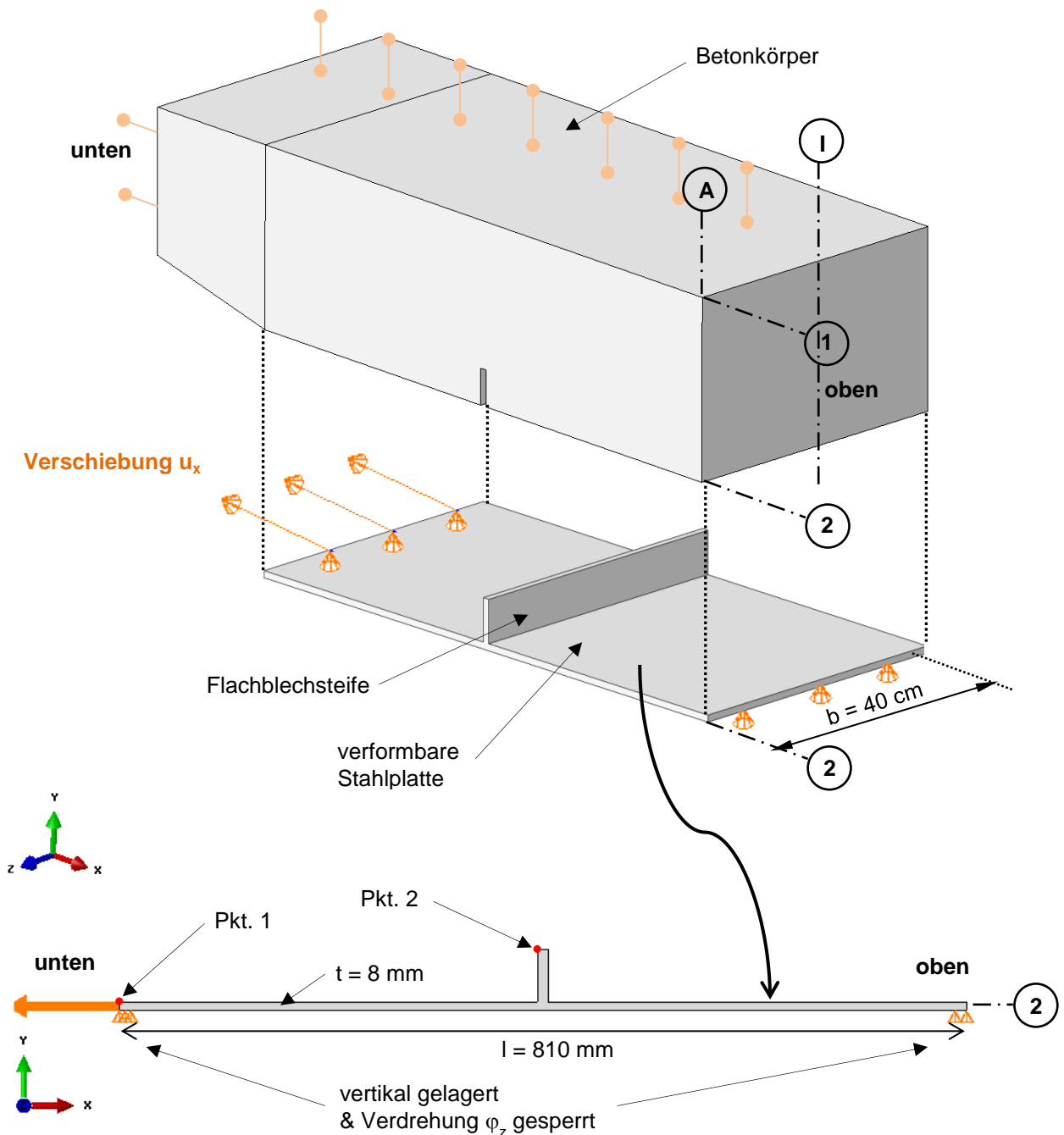


**Abb. 160** Mises-Vergleichsspannung und die dazu äquivalenten Dehnungen in der Flachblechsteife - in der Mitte des Betonkörpers (Schnitt I)

## 7.9 Räumliches 3D-Modell – verformbare Platte

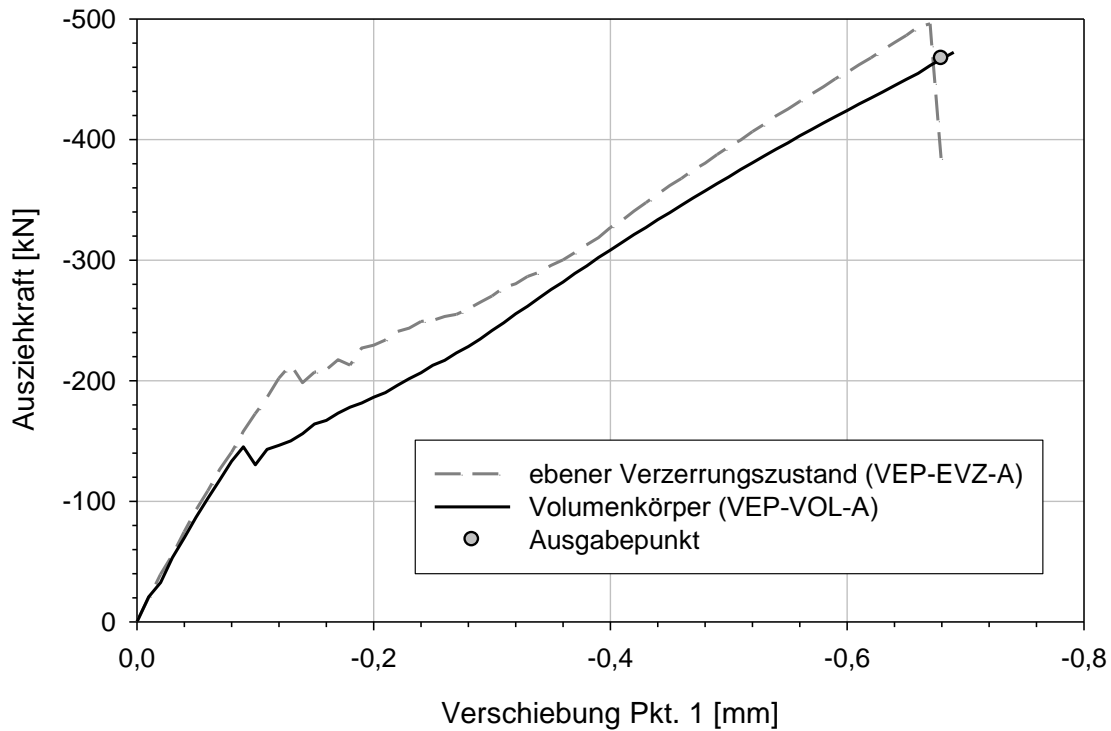
Der letzte untersuchte Fall beschäftigt sich mit der Frage, ob der sich am räumlichen 3D-Modell – trotz fehlender Druckspannung an den Außenflächen – nahezu vollständig einstellende ebene Dehnungszustand auch bei verformbarer unterer Platte noch aufrechterhalten wird.

Es erfolgt dabei sinnvollerweise der Vergleich mit der verformbaren unteren Platte bei vorausgesetztem ebenem Dehnungszustand.

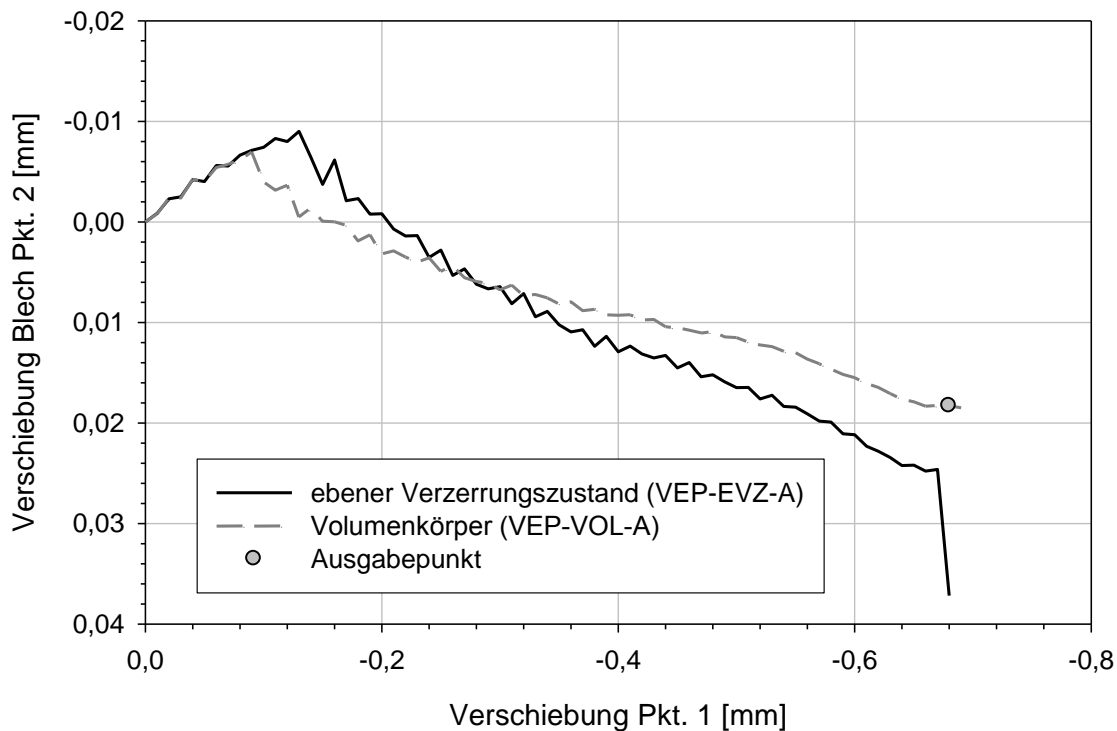


**Abb. 161** Explosionszeichnung - Volumenmodell des Ausziehversuches mit nachgiebiger unterer Platte

Die globalen Ergebnisse, in Form der Ausziehkraft  $H$  und der Verschiebungen  $u_1$  und  $u_2$ , zeigen die Abb. 162 und Abb. 163. Gegenüber der starren Platte, sind die Ergebnisse nun noch näher am ebenen Verzerrungszustand.

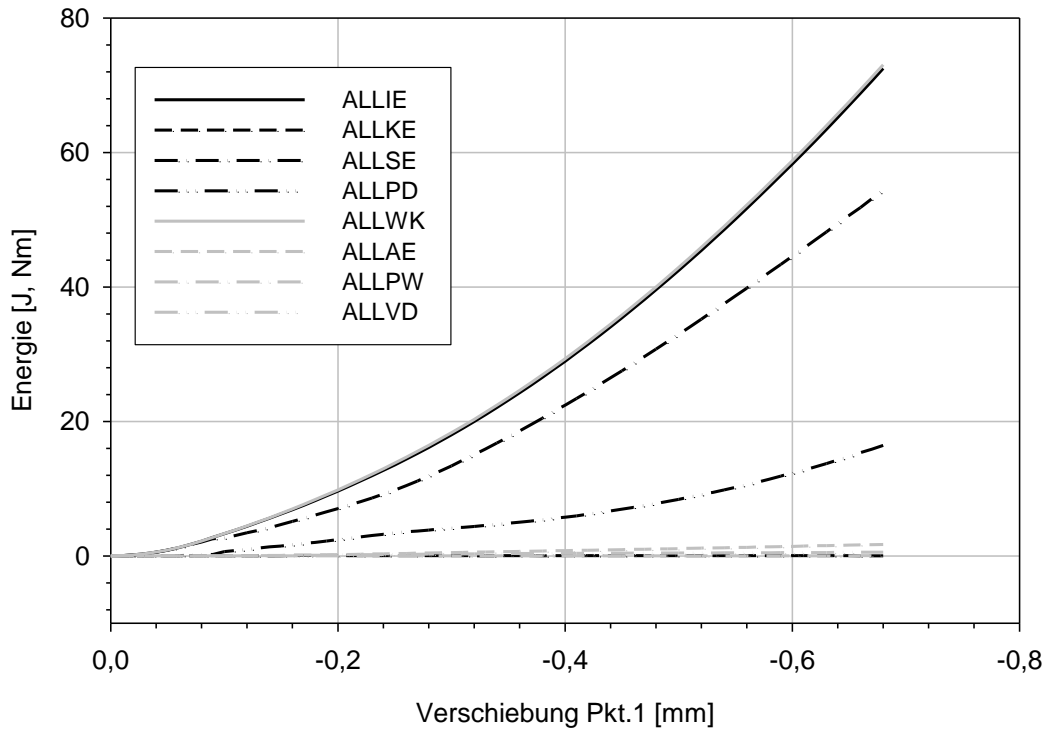


**Abb. 162** Ausziehungskraft H im Punkt 1 in Abhängigkeit der aufgetragenen Verschiebung

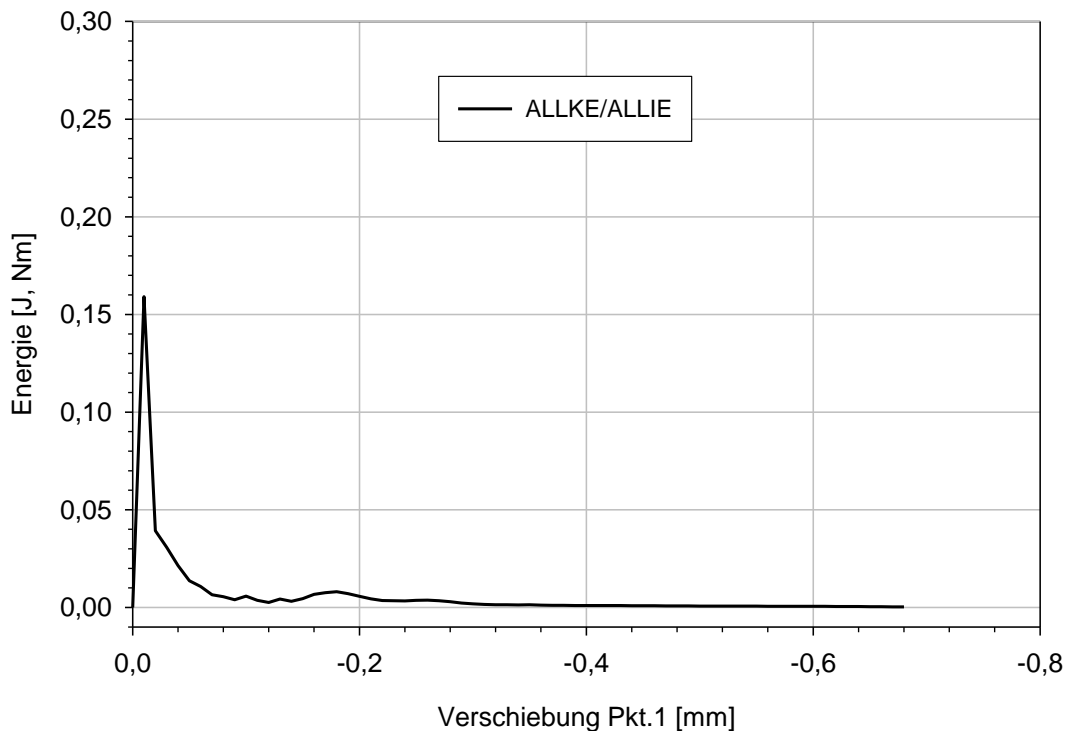


**Abb. 163** Verschiebung im Punkt 2, am oberen Ende des Bleches in Abhängigkeit der aufgetragenen Verschiebung im Punkt 1

Die Energieanteile zeigen bei der räumlichen dynamischen Berechnung keine Besonderheiten, wie die Abb. 164 und Abb. 165 zeigen. Das Verhältnis der kinetischen Energie zur Formänderungsenergie in Abb. 165 ist nur zu Beginn der Berechnung größer als 0,1 und nimmt mit zunehmender Verschiebung im Punkt 1 rasch ab. Daher sind die dynamischen Effekte vernachlässigbar klein.



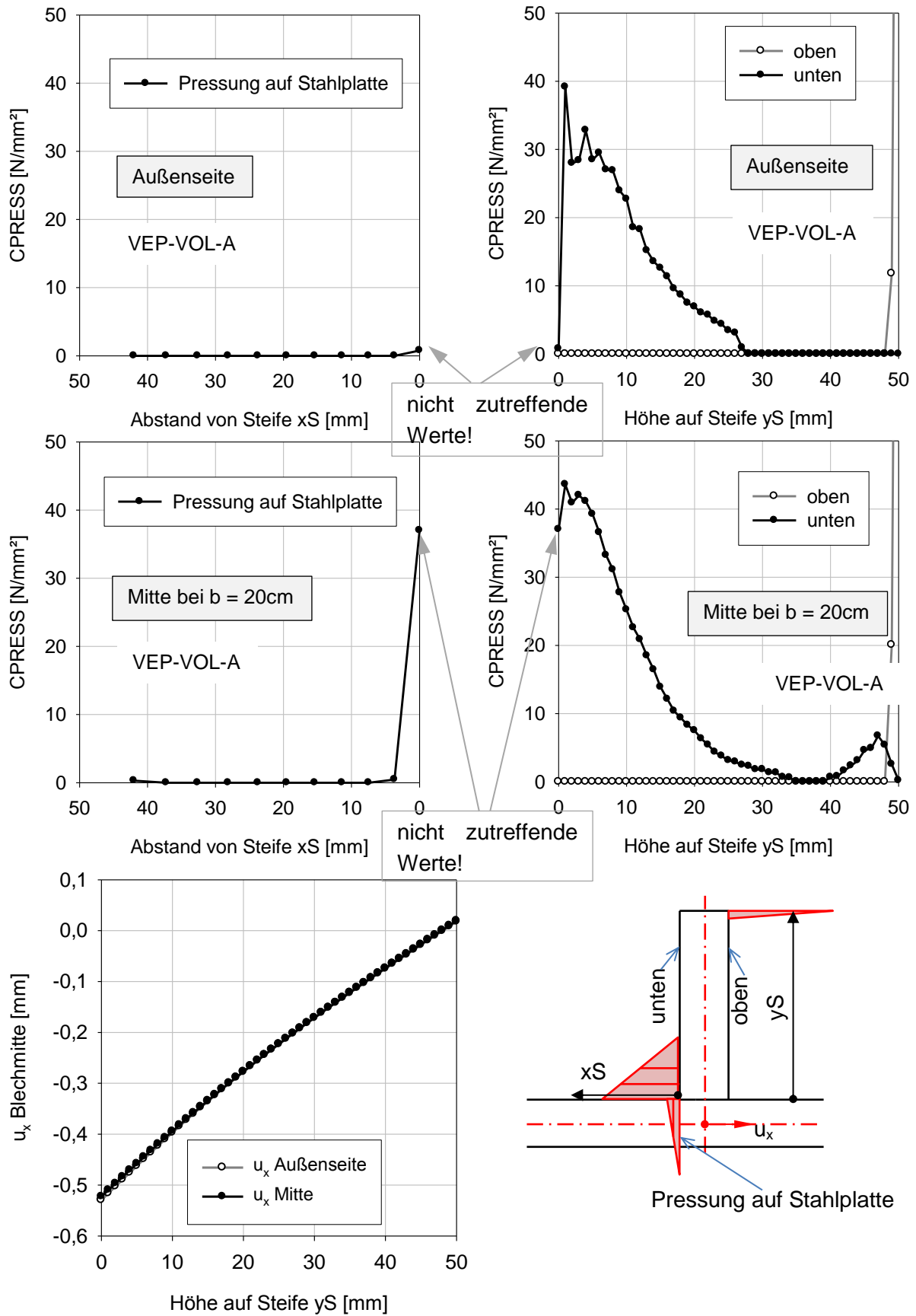
**Abb. 164** Energiebilanz der Berechnung



**Abb. 165** Verhältnis der kinetischen Energie zur Formänderungsenergie (ALLKE/ALLIE)

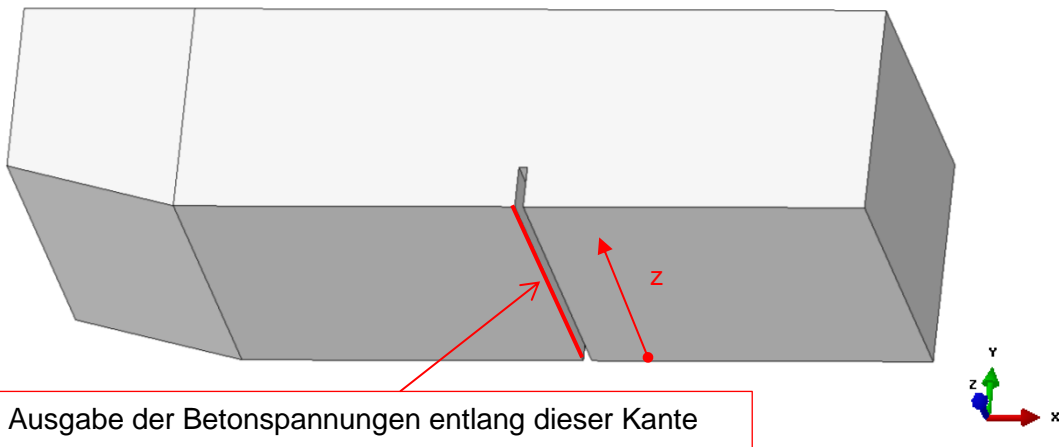
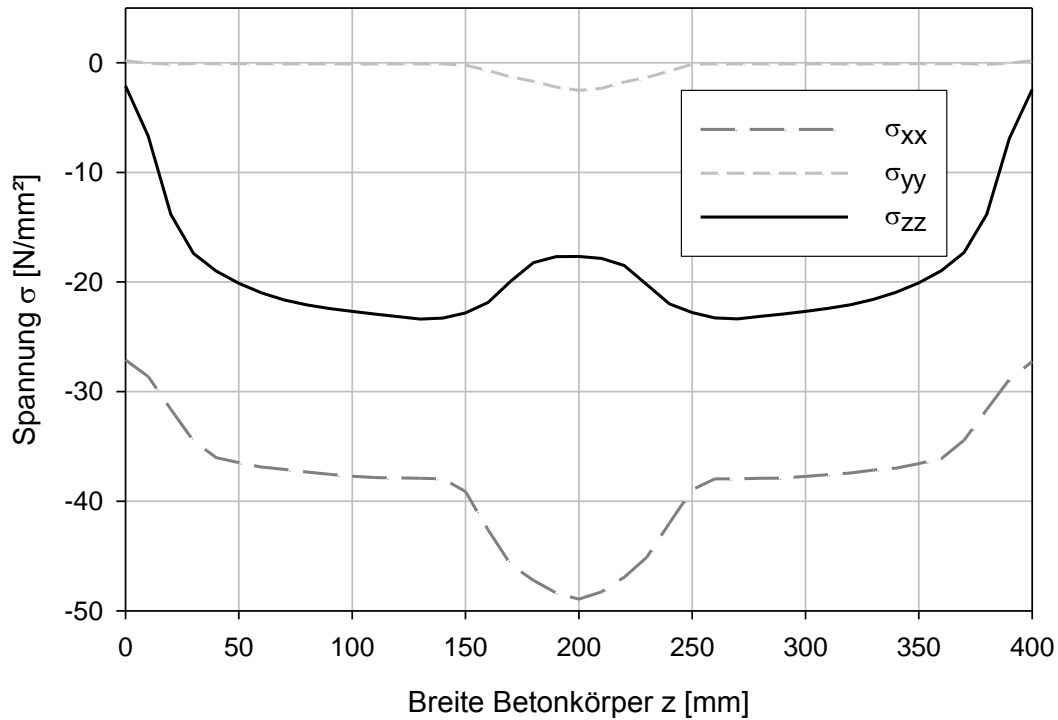
Die Pressungsverteilungen in Abb. 166 zeigen, dass infolge der Verformbarkeit der unteren Platte die Pressungsverteilung innen und außen an der Flachblechsteife annähernd ident ist. Wegen der fehlenden Stützwirkung des Betons in vertikaler Richtung, liegen jedoch die Betonspannungen mit  $\sigma_{\max} \sim 43 \text{ N/mm}^2$  nur geringfügig über der einachsigen Druckfestigkeit – wie auch schon bei ebenem Verzerrungszustand und verformbarer Platte festgestellt.





**Abb. 166** Kontaktpressungen an der Außenseite und in der Mitte; Horizontale Verschiebungen der Flachsteife

Die Abb. 167 verdeutlicht die gleichmäßigere Spannungsverteilung über die „Tiefe“ des Betonkörpers.

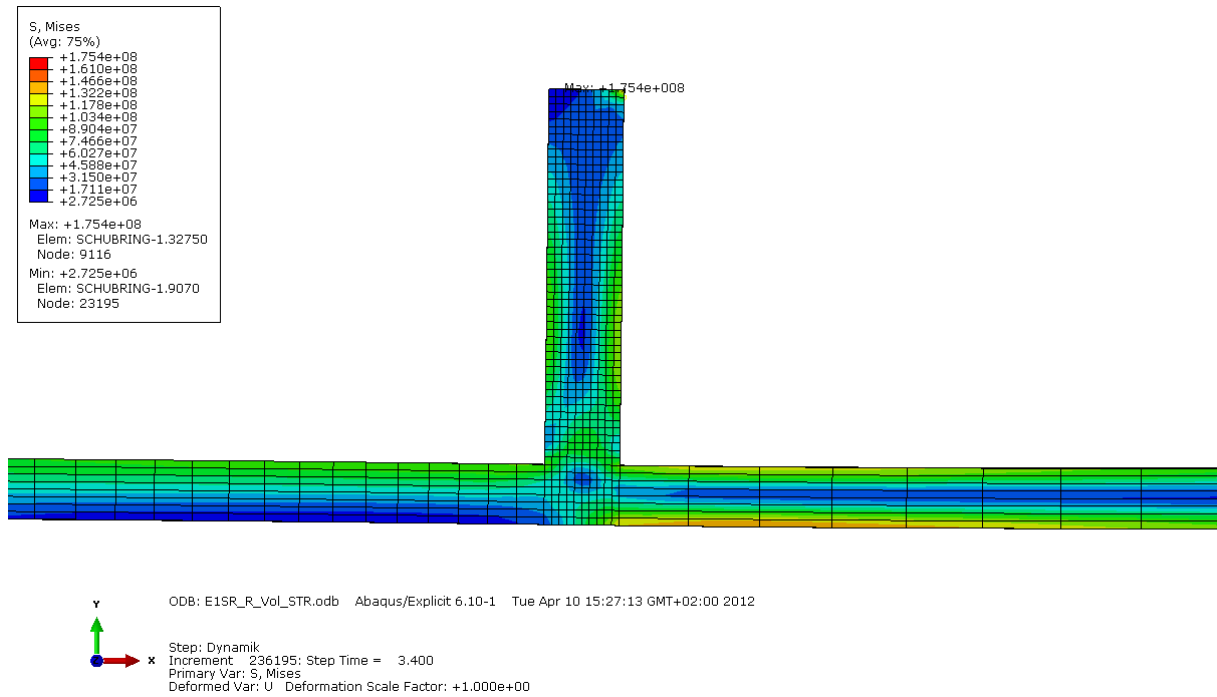


**Abb. 167** Spannungsverlauf im Beton über die Breite des Betonkörpers

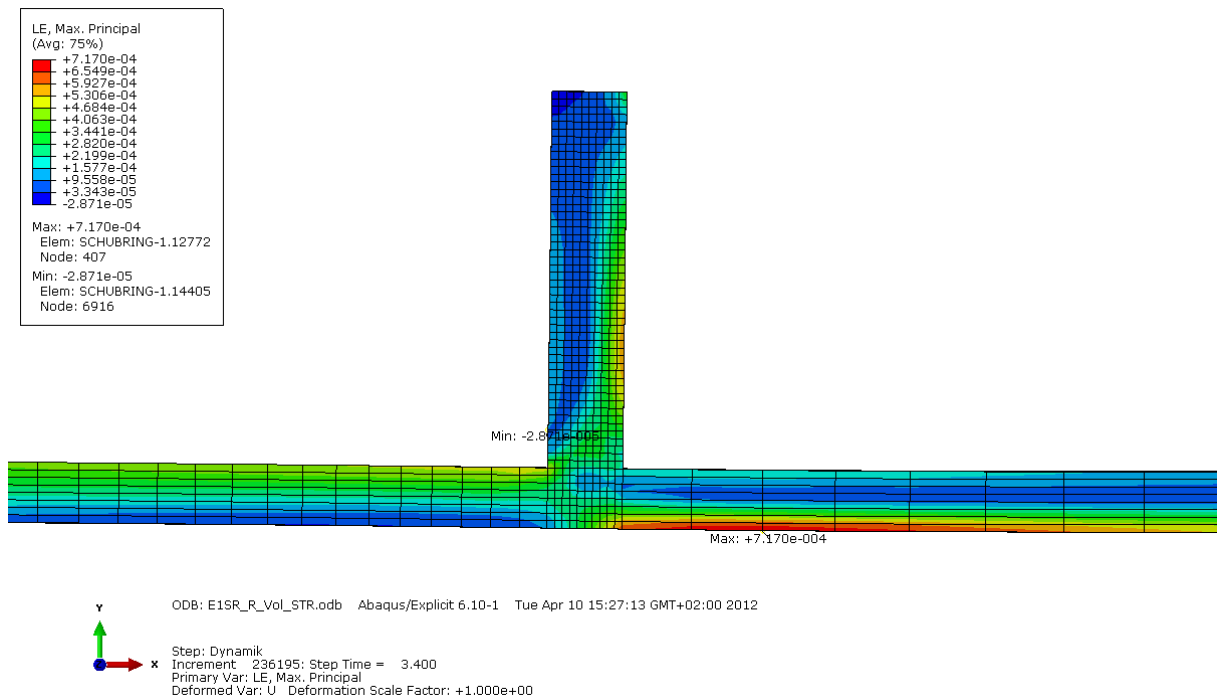
Die Abb. 168 und Abb. 169 (außen) sowie die Abb. 170 und Abb. 171 (innenseitig), zeigen die Beanspruchungen in Flachblechsteife und der unteren Platte.

Die Vergleichsspannungen bleiben durchgehend im elastischen Bereich ( $\sigma_{v,max} = 175$  N/mm<sup>2</sup>).

## 7 Numerische Modellierung und Parameterstudie am vereinfachten ebenen Modell einer Flachblechsteife mittels FE-Programm ABAQUS

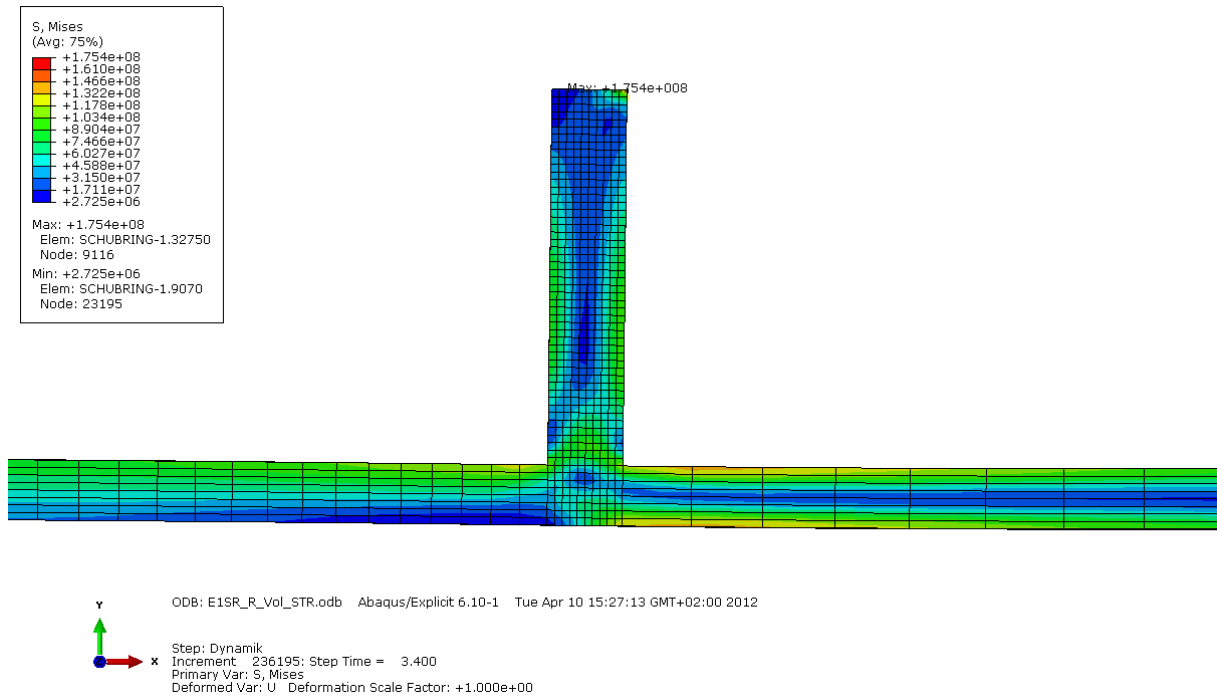


**Abb. 168** Mises- Vergleichsspannung [N/m<sup>2</sup>] in unterer Platte und Flachblechsteife - an der Außenseite (Schnitt A) des Betonkörpers

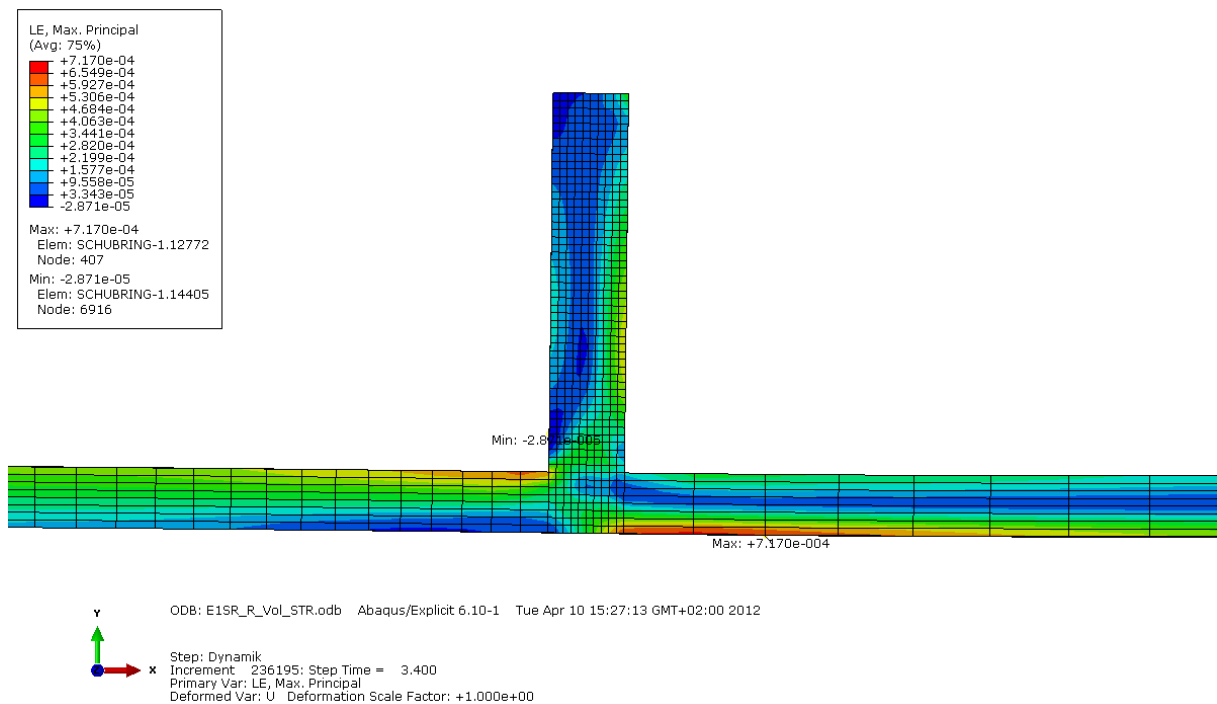


**Abb. 169** Logarithmische Dehnungen an der Außenseite (Schnitt A; es treten keine plastische Dehnungen auf)

## 7 Numerische Modellierung und Parameterstudie am vereinfachten ebenen Modell einer Flachblechsteife mittels FE-Programm ABAQUS



**Abb. 170** Mises- Vergleichsspannung [N/m<sup>2</sup>] in unterer Platte und Flachblechsteife - an der Innenseite (Schnitt I) des Betonkörpers



**Abb. 171** Logarithmische Dehnungen an der Innenseite des Betonkörpers (Schnitt I; es treten keine plastischen Dehnungen auf)

## 7.10 Vergleich der Ergebnisse – Traglasten und Verformungen

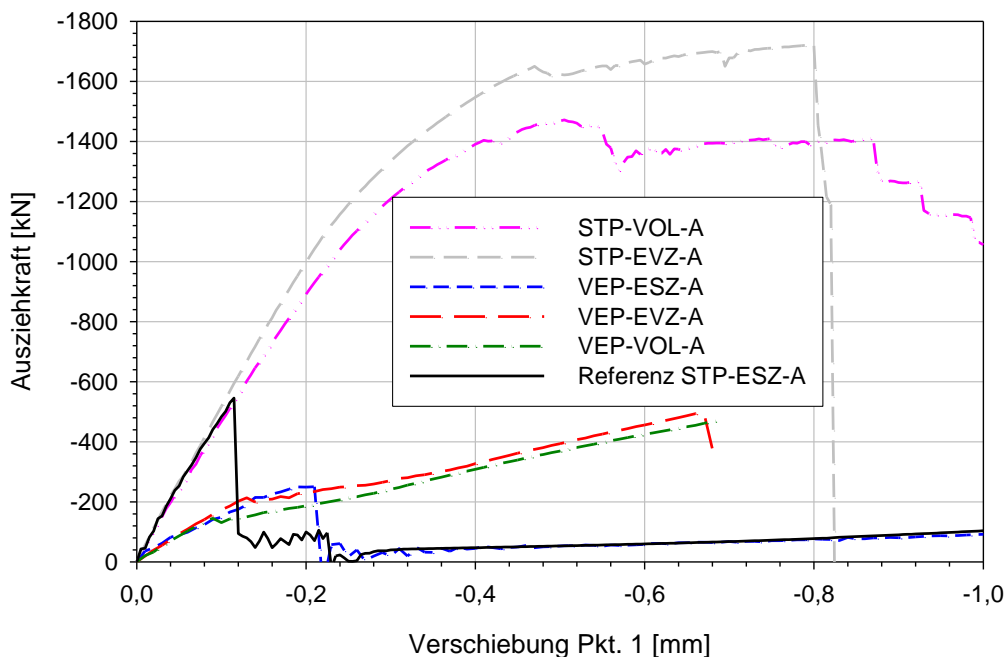
Für den nachfolgenden Vergleich der numerisch ermittelten Traglasten bzw. des globalen Tragverhaltens werden nur jene Fälle herangezogen, die von denselben grundlegenden Annahmen zu Material und Modellierung ausgehen (d.h. gleiches Material; FE-Netz mit hoher Auflösung, sowohl bei der ebenen, als auch bei der räumlichen Berechnung; gleiche Belastungsgeschwindigkeit; dies entspricht jenen Fällen in Tabelle 9 in Abschnitt 7.2, die mit dem Buchstaben A gekennzeichnet sind).

Das Gesamttragverhalten kann am besten wieder anhand des in Abb. 172 dargestellten Zusammenhanges zwischen Ausziehungskraft  $H$  und zugehöriger Horizontalverschiebung  $u_1$  dargestellt werden.

Im Grenzfall der starren unteren Platte („STP“ in Abb. 172) ergibt sich ein deutlich anderes Verhalten wie bei einer nachgiebigen, verformbaren unteren Platte („VEP“), die auch dem realen Verhalten der Verankerungsringe (Flachblechsteife außenseitig am Stahlrohr) besser entspricht. Die drei Verläufe mit der verformbaren Stahlplatte („VEP“) weisen eine deutlich geringere Steifigkeit, sowie eine deutlich geringere Traglast auf im Vergleich zu den Berechnungen mit starrer unterer Platte („STP“).

Bei starrer unterer Platte ergibt sich ein deutlich stärkerer Kraftanstieg bei gleicher Verformung und damit eine deutlich größere Steifigkeit. Auch die Traglast (maximal erreichte Ausziehungskraft  $H$ ) ist deutlich höher, da der Beton zusätzlich eine vertikale Stützwirkung durch die starre untere Platte erfährt und sich somit ein günstiger mehrachsiger Druckspannungszustand im Beton einstellen kann.

Insbesondere für den ebenen Verzerrungs- bzw. Dehnungszustand („EVZ“) sind damit deutlich größere Traglasten verbunden, da nun ein dreiachsiger Druckspannungszustand vorliegt, gegenüber dem ebenen Spannungszustand („ESZ“). Der Referenzfall hat zwar auch eine starre untere Platte, aber durch den ebenen Spannungszustand fehlt die Stützwirkung aus der Ebene, sodass die Traglasten nun deutlich geringer ausfallen (etwa  $H = 545$  kN anstatt 1723 kN für den ebenen Verzerrungszustand).



**Abb. 172** Tragverhalten der numerischen Berechnungen im Vergleich; Ausziehungskraft  $H$  bezogen auf 1.0 m Breite

Außer diesem großen Einfluss der Stützwirkung aus der Ebene (bei ebenem Verzerrungs- gegenüber ebenem Spannungszustand), hat damit auch die Nachgiebigkeit der unteren Platte einen großen Einfluss auf die Steifigkeit und die Tragfähigkeit.

Darüber hinaus ist erkennbar, dass sich die Berechnungsergebnisse der Volumenkörper sehr gut mit dem ebenen Verzerrungszustand („EVZ“) annähern lassen - insbesondere im Fall der verformbaren unteren Platte (Traglast nur etwa 5 % geringer).

Ergänzend zeigt Tabelle 14 den Vergleich der erreichten Traglasten für die einzelnen Fälle nach Abb. 172.

Untere Platte	Spannungszustand	Kurzbez.	Ausziehungskraft, Traglast [kN]
starr	EVZ	STP-EVZ-A	-1722.7
	Volumenmodell	STP-VOL-A	-1471.9
	ESZ	STP-ESZ-A	-545.3
nachgiebig	EVZ	VEP-EVZ-A	-495.9
	Volumenmodell	VEP-VOL-A	-472.4
	ESZ	VEP-ESZ-A	-250.0

**Tabelle 14** Vergleich der erreichten Traglasten nach Abb. 172

### 7.11 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

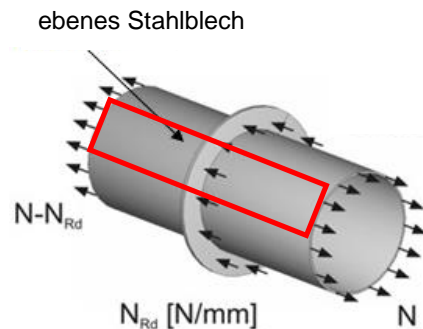
Zusammenfassend zeigt sich aus den umfangreichen Untersuchungen am ebenen und räumlichen Modell – als Näherung für das reale räumliche Tragverhalten am Verankerungsring –, dass die Wiedergabe der zutreffenden Stützwirkung des Stahlrohres (dies entspricht der unteren Platte im ebenen Modell), sowie die allseitige Stützung des Betons sehr bedeutsam sind. Bei den Fällen des ebenen Spannungszustandes werden wie erwartet deutlich geringere Traglasten, als beim ebenen Dehnungszustand, erreicht. Das reale Verhalten eines Verankerungsringes mit zylindrischem Betonkörper wird eher dem ebenen Dehnungszustand entsprechen, da der Beton in radialer Richtung durch das Gebirge gestützt ist.

Hinsichtlich des möglichen Verformungsvermögens (in Abb. 172 maximal etwa 1 mm) sowie der „Resttraglast“ – nach Überschreiten der Traglast bei bereits großen Verschiebungen - liefert das numerische Modell zu konservative Ergebnisse. Diesbezüglich kann erst die Auswertung der geplanten Versuche in dem nächsten Kapitel verbesserte Antworten liefern.

## 8 Versuche an den „ebenen“ Prüfkörpern und numerische FEM-Simulation

### 8.1 Allgemeines

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über das Laborprogramm und die numerische Simulation der „ebenen“ Prüfkörper. Der Prüfkörper wurde als „ebener“ Prüfkörper bezeichnet, da er aus einem ebenen Stahlblech besteht, welches als idealisierter Ausschnitt eines Rohres ( $R=\infty$ ) angesehen werden kann (vgl. Abb. 173). Es wurden auch Großversuche an zylindrischen Rohren mit umlaufenden Schubringen durchgeführt. Diese sind im Kapitel 9 beschrieben.



**Abb. 173** Ebenes Stahlblech als idealisierter Ausschnitt eines Rohres

Zielsetzung der Untersuchungen ist die Ermittlung der Tragfähigkeit und des Verformungsverhaltens der Flachblechsteifen (nachfolgend als Verankerungs- bzw. Schubring bezeichnet, da der Prüfkörper einen als eben idealisierten Ausschnitt eines Rohres darstellt) für die einzelnen Prüfkörper. Die ebenen Prüfkörper wurden ausgeführt, um das komplexe Tragverhalten der Verankerungsringe am zylindrischen Rohr zu vereinfachen und um das grundsätzliche Trag- und Verformungsverhalten der Schubringe zu erfassen, bei Variation der wesentlichen Parameter.

Den grundsätzlichen Versuchsaufbau zeigt Abb. 174. Die ebenen Prüfkörper bestehen aus einer unteren Stahlplatte mit einer aufgeschweißten Flachblechsteife (Schubring) und einem bewehrten oder unbewehrten Betonkörper im Schubringbereich. Die Stahloberflächen der Stahlplatte und der Flachblechsteife wurden sandgestrahlt und vor Aufbringung des Frischbetons eingeölt, um ein „Kleben“ des Betons an den Stahloberflächen zu verhindern. Die Betonkörper der ebenen Prüfkörper weisen eine Länge von 1200 mm, eine Höhe von 480 mm und eine Breite von 400 mm auf (Abb. 174).

Die Tests wurden so durchgeführt, dass ein unteres Stahlblech, an welches der Schubring aufgeschweißt wurde, aus einem Betonkörper „herausgezogen“ wurde (Abb. 174). Der Prüfkörper wurde vertikal mit Hilfe von zwei Rollenauflagern unter dem Stahlblech gelagert (Abb. 174). Der Betonkörper wurde an der Oberseite mit einem zusätzlichen Auflager von einer Breite von 50 mm gegen Abheben gesichert (Abb. 174). Weiters stützt sich der Betonkörper in horizontaler Richtung gegen ein Auflager mit einer Höhe von 100 mm ab (Abb. 174). Die horizontale Abstützkraft entspricht der Ausziehungskraft im unteren Stahlblech. Es liegt eine – an praktische Verhältnisse angepasste – zusätzliche Exzentrizität der Belastung  $A$  von  $e = 240$  mm vor (vgl. Abb. 174). Damit erfährt das untenliegende Blech, das der Rohrwandung entspricht und beidseits des Schubringes vertikal gestützt ist, zusätzliche vertikale Verformungen.

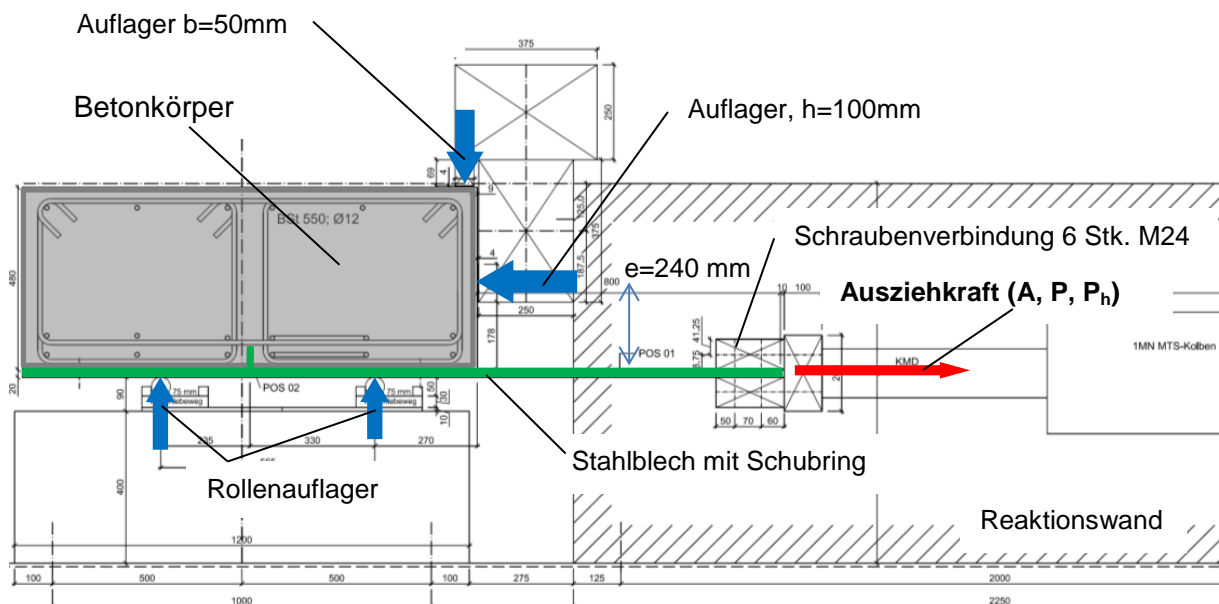
In der Abb. 174 sind die Auflagerreaktionen mit den blauen Pfeilen gekennzeichnet. Die vertikale Auflagerkraft des Betonkörpers wurde mittels Hilfskonstruktionen in die

Reaktionswände (in der Abb. 174 schraffiert dargestellt) eingeleitet. Die Ausziehkraft wurde mit einem horizontal eingebauten Hydraulikzylinder mit einer maximalen Tragfähigkeit von 1 MN, aufgebracht. In das untere Stahlblech wird die Zugkraft mit Hilfe von 6 Stk. M24 Schrauben in das Stahlblech eingeleitet.

Dieser Versuchsaufbau ist damit ähnlich zum untersuchten FE-Elementarmodell in Abschnitt 7 mit nachgiebiger unterer Platte. Die „Tiefe“ der Versuchskörper (Länge des Schubringes) betrug einheitlich  $b = 400$  mm.

Nachfolgend wird auf das grundsätzliche Tragverhalten und die erreichten Traglasten im Versuch sowie auf die zugehörigen FE-Ergebnisse näher eingegangen.

Anm.: Die **Ausziehkraft** wird in den folgenden Abschnitten mit den Kürzeln **A**, **P** oder **P<sub>n</sub>** bezeichnet.



**Abb. 174** Ebene Prüfkörper in Versuch – Überblick



## 8.2 Variierte Parameter in den Versuchen

Die wesentlichen Parameter, die innerhalb der einzelnen Versuche variiert wurden, waren:

- Schlankheit des Schubringes (Flachblech im Versuch)  $h/t = 10; 5; 2.5$
- Dicke des unteren Bleches (entspricht dem Stahlrohr)  $t = 10; 20 \text{ mm}$
- Lage bzw. Umfang der Betonbewehrung
  - Keine Bügelbewehrung unmittelbar vor und hinter dem Schubring (innerhalb der Höhe des Schubringes) – Kurzbezeichnung „unbewehrt“
  - Zusätzliche Bügelbewehrung (auch liegende horizontale Bügel) in diesem Bereich – Kurzbezeichnung „bewehrt“

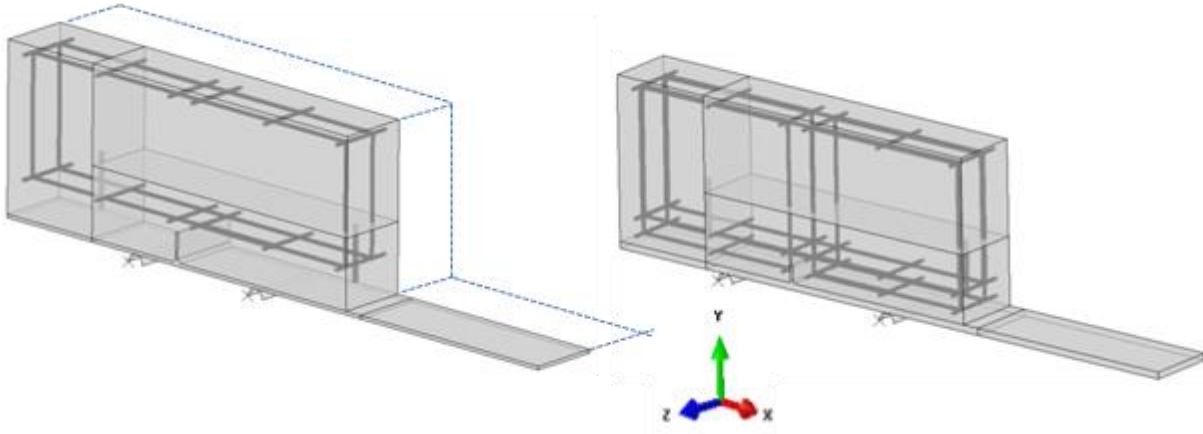
Den Unterschied der Bewehrung zeigt Abb. 175 anhand des halben Prüfkörpers. In der FE-Berechnung wurde eine Hälfte des Prüfkörpers modelliert, da die Geometrie, sowie die Belastung um die  $xy$ -Ebene in Abb. 175 symmetrisch sind.

Angepasst an die einzelnen Blechdicken wurden unterschiedliche Materialfestigkeiten verwendet. Beim dünnsten Blech  $t = 8 \text{ mm}$ , in S 460, wurden erhebliche Überfestigkeiten festgestellt ( $R_{eH} = 557$  bzw.  $578 \text{ N/mm}^2$ ). In der numerischen Berechnung wurden daher nicht Nennwerte, sondern Ist-Werte verwendet. Die Betongüte entsprach der üblichen Ausführungspraxis – C 25/30, wobei hier jedoch erhebliche Überfestigkeiten feststellbar waren. So lag der Mittelwert der Würfeldrucktests bei  $55$  bzw.  $49 \text{ N/mm}^2$ , anstatt des geforderten Mindestwertes von  $30 \text{ N/mm}^2$ .

Um auch einen Hinweis über die Streuung der Höhe der Traglast zu erhalten, wurden für jede Geometrie zwei baugleiche bewehrte Prüfkörper hergestellt (4 unterschiedliche Paare). Einen Überblick über die Parameter aller 12 Versuche zeigt die Tabelle 15.

Kurzb.	Ringsteife $h_r/t_r$ ; Material	Rohrblech $t$ ; Material	$h_r/t_r$	Bewehrung	Beton	Anm.
12	50/10 S 460	20 S 355	5,0	„bewehrt“	C 25/30	baugleich
13				„unbewehrt“		
14						
15	50/20 S 355	20 S 355	2,5	„bewehrt“		baugleich
16				„unbewehrt“		
17						
30	80/8 S 460	20 S 355	10	„bewehrt“		baugleich
31				„unbewehrt“		
32						
33	80/8 S 460	10 S 460		„bewehrt“		baugleich
34				„unbewehrt“		
35						

**Tabelle 15** Variation innerhalb der ebenen Versuche; Maße in mm



**Abb. 175** Unterscheidung der Bewehrungsführung zwischen „unbewehrten“ (links) und „bewehrten“ (rechts) Versuchskörpern

### 8.3 Messinstrumentierung bei den ebenen Prüfkörpern

An den ebenen Prüfkörpern erfolgten eine Vielzahl an Messungen, zur Verifizierung folgender Größen im Versuch bzw. in der begleitenden FE-Berechnung:

- Vertikalverformungen der unteren Platte
- Horizontalverformungen der unteren Platte
- Horizontalverformungen des Schubringes über dessen Höhe (gemessen an beiden außenseitigen Stirnflächen)
- Dehnungen (Spannungen) im unteren Blech
- Dehnungen (Spannungen) im Beton, an der lastzugewandten Seite vor dem Schubring

Nachfolgend sind diesbezüglich Details nochmals angegeben (Lage und Art aller einzelnen Messkanäle).

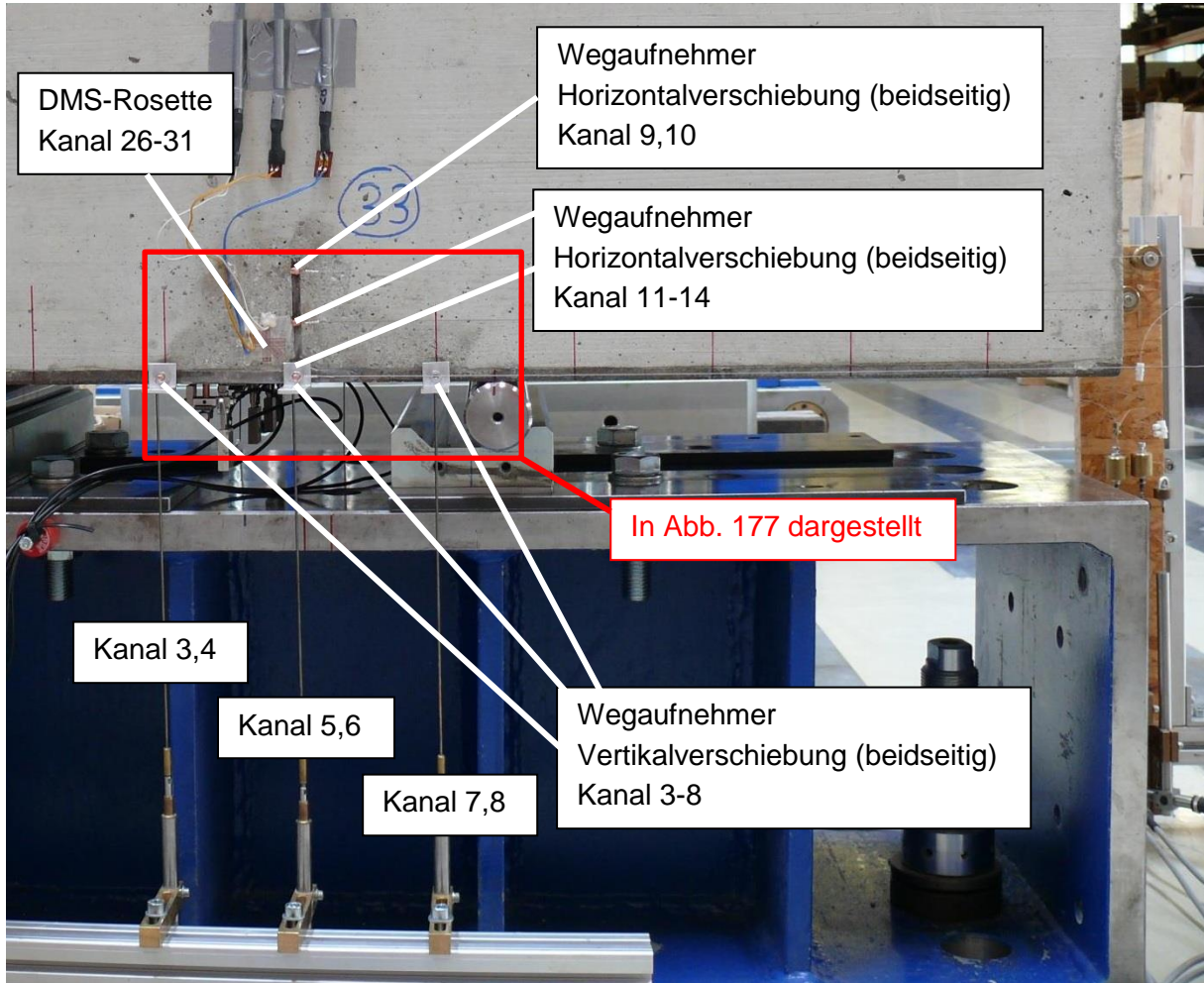
Um die Verformungen und Dehnungen der Prüfkörper möglichst exakt aufnehmen zu können, kamen mehrere Messtechniken zum Einsatz. Einerseits wurden Dehnmessstreifen/Dehnmessrosetten, andererseits Dehnungsaufnehmer, sowie Wegaufnehmer eingesetzt. Die Dehnmessstreifen wurden auf beiden Seiten der Prüfkörper direkt auf den Beton, im Bereich des Schubringes, aufgeklebt. Es handelt sich dabei um eine Dehnmessstreifenrosette, die Dehnungen in horizontaler, vertikaler und diagonaler Richtung messen kann (Abb. 177, Abb. 179, insgesamt 6 Kanäle – 26-31). Vier Dehnungsaufnehmer, verteilt über die Breite (s. Abb. 179), wurden an der Unterseite der Stahlplatte angebracht (Abb. 178). Drei Wegaufnehmer wurden jeweils außenseitig beidseitig am Schubring bzw. am unteren Stahlblech befestigt, um die horizontale Verschiebung zu messen (Kanäle 9-14, Abb. 176, Abb. 177). 3 Wegaufnehmer, jeweils an beiden Außenseiten, maßen die vertikale Verschiebung des Stahlbleches (Abb. 176, Kanäle 3-8). Aufgezeichnet wurden ebenfalls der Kolbenweg (Kanal 2) und die Kraft der Zylinderpresse (Kanal 1). Mit dieser Messinstrumentierung ist es möglich, das Trag- und Verformungsverhalten der Schubringe mit ausreichender Genauigkeit zu dokumentieren.

Nachfolgend sind die einzelnen Messkanäle nochmals zusammengefasst.

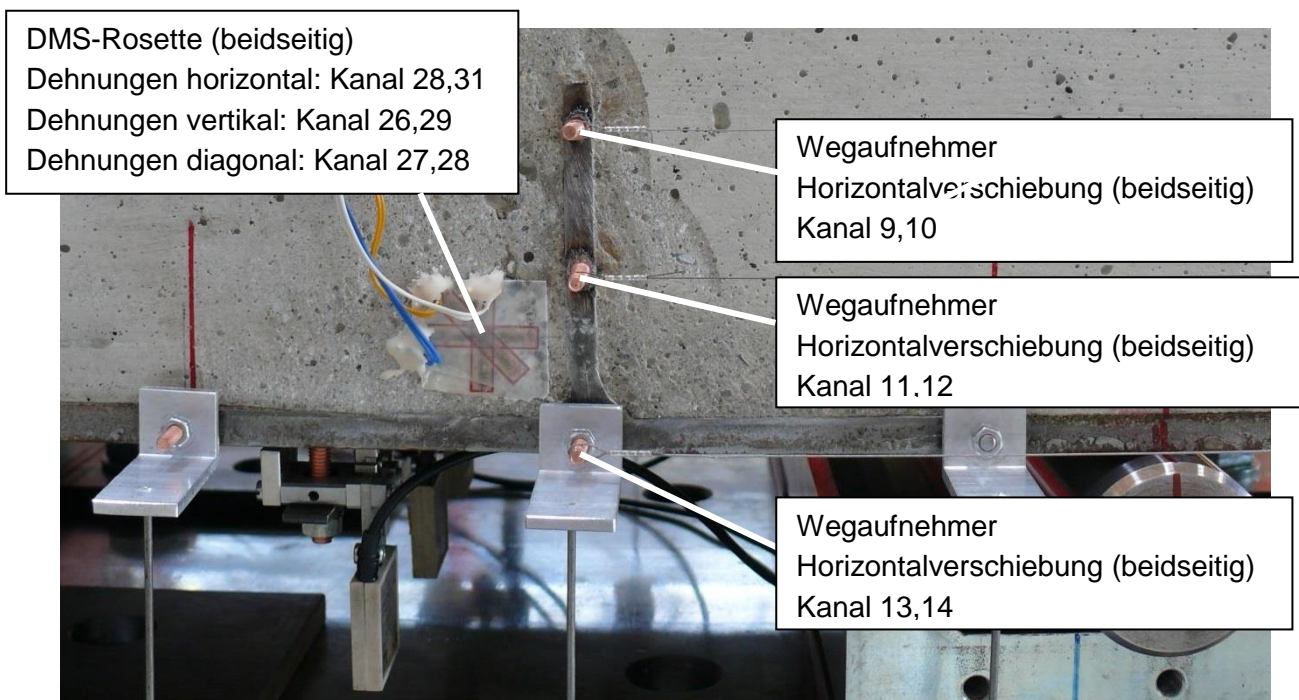
Ebene Prüfkörper – Messkanäle im Überblick:

- Kolbenkraft: Kanal 1
- Kolbenweg: Kanal 2
- Wegaufnehmer für vertikale Verschiebung, beidseitig (Stahlblech an der Last zugewandten Seite): Kanal 3 und 4 (Kurzbezeichnung: WA3, WA4)  
→max. Weg 20 mm
- Wegaufnehmer für vertikale Verschiebung, beidseitig (Stahlblech mittig unter Ringsteife): Kanal 5 und 6 (Kurzbezeichnung: WA5, WA6)  
→max. Weg 20 mm
- Wegaufnehmer für vertikale Verschiebung, beidseitig (Stahlblech an der Last abgewandten Seite): Kanal 7 und 8 (Kurzbezeichnung: WA7, WA8)  
→max. Weg 20 mm
- Wegaufnehmer für horizontale Verschiebung, beidseitig (Schubring – oben): Kanal 9 und 10 (Kurzbezeichnung: WA9, WA10)  
→max. Weg 50 mm
- Wegaufnehmer für horizontale Verschiebung, beidseitig (Schubring – Mitte): Kanal 11 und 12 (Kurzbezeichnung: WA11, WA12)  
→max. Weg 200 mm
- Wegaufnehmer für horizontale Verschiebung, beidseitig (unteres Stahlblech – Mitte): Kanal 13 und 14 (Kurzbezeichnung: WA13, WA14)  
→max. Weg 200 mm
- Dehnungsaufnehmer unteres Stahlblech,  $e = 70$  mm von Ringsteife (linke Seite): Kanal 15 (Kurzbezeichnung: DA15)  
→Messbasis = 25 mm
- Dehnungsaufnehmer unteres Stahlblech,  $e = 70$  mm von Ringsteife (Mitte): Kanal 16 (Kurzbezeichnung: DA16)  
→Messbasis = 25 mm
- Dehnungsaufnehmer unteres Stahlblech,  $e = 70$  mm von Ringsteife (rechte Seite – Mitte): Kanal 17 (Kurzbezeichnung: DA17)  
→Messbasis = 25 mm
- Dehnungsaufnehmer unteres Stahlblech,  $e = 70$  mm von Ringsteife (rechte Seite): Kanal 18 (Kurzbezeichnung: DA18)  
→Messbasis = 25 mm
- Dehnmessrosette – Beton außen, vertikale Dehnungen, beidseitig: Kanal 26 und 29 (Kurzbezeichnung: DMS26, DMS29)
- Dehnmessrosette – Beton außen, diagonale Dehnungen, beidseitig: Kanal 27 und 30 (Kurzbezeichnung: DMS27, DMS30)
- Dehnmessrosette – Beton außen, horizontale Dehnungen, beidseitig,: Kanal 28 und 31 (Kurzbezeichnung: DMS28, DMS31)

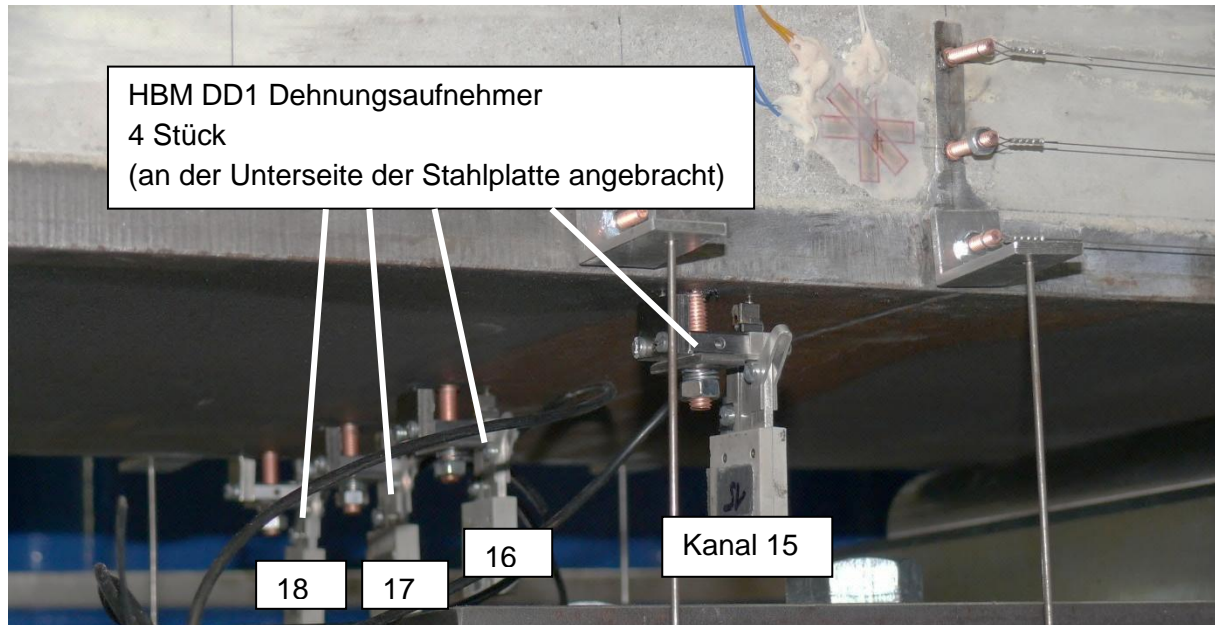
Die einzelnen Kanäle sind in Abb. 179 zusammenfassend in einem Lageplan eingetragen.



**Abb. 176** Messeinrichtung, Beispiel Prüfkörper 33



**Abb. 177** Messeinrichtung im Bereich des Schubringes, Beispiel Prüfkörper 33



**Abb. 178** Dehnungsaufnehmer an der Unterseite des Stahlbleches, Beispiel Prüfkörper Nr. 12

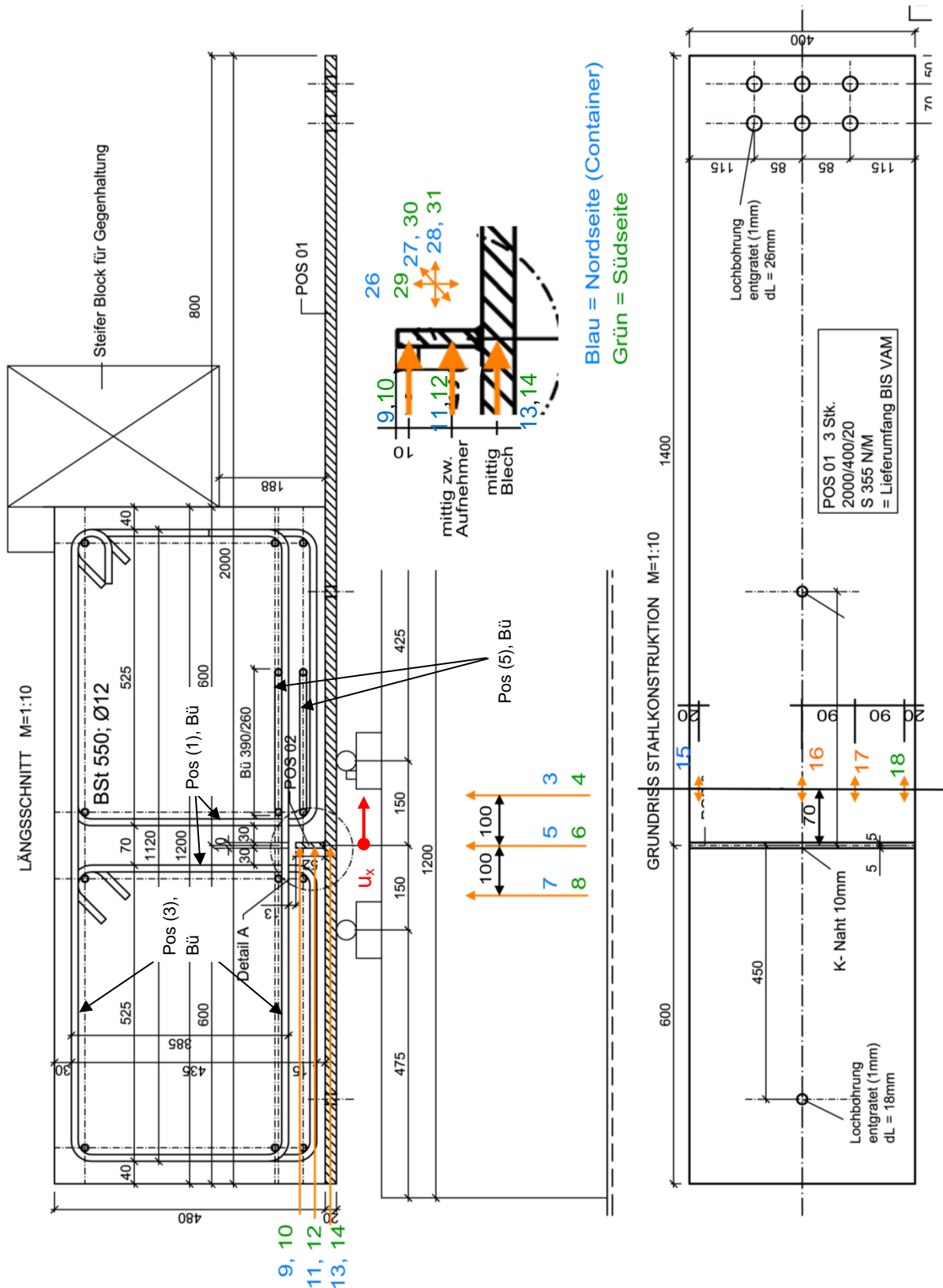


Abb. 179 Lageplan aller Messstellen bzw. Kanäle – ebener Prüfkörper; Die Kanalnummern sind am Beginn dieses Abschnittes erläutert

## 8.4 Besonderheiten bei der FE-Simulation

Beim FE-Modell für die einzelnen ebenen Prüfkörper handelt es sich um ein 3D-Volumenmodell mit sogenannten C3D8R Elementen aus der Elementbibliothek ABAQUS. Die Kurzbezeichnung dieser Volumenelemente, mit linearen Ansatzfunktionen, bedeutet folgendes:

C... Continuumelement  
3D... Volumenelement  
8... Acht Knoten  
R... Reduced Integration

Die kleinste Netzteilung erfolgte im Bereich des Schubringes. Hier weisen die Stahl- bzw. Betonelemente Abmessungen von 1,25/1,25/10 mm auf. Das gesamte FE-Modell weist etwa 250.000 Elemente auf. Die Rechenzeit für einen Prüfkörper betrug etwa 12 Stunden.

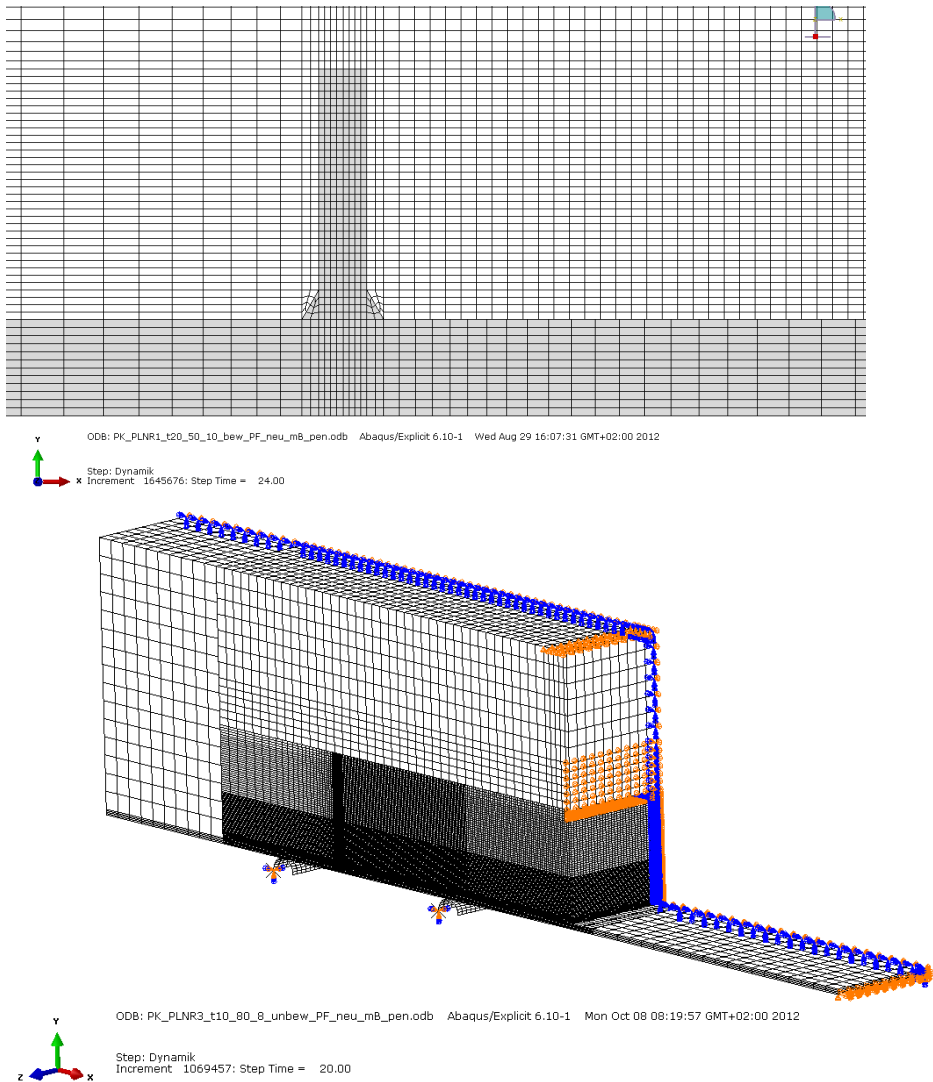
Es wurde die Symmetrie des Prüfkörpers in der vertikalen x-y-Ebene ausgenutzt und somit nur der halbe Prüfkörper modelliert (Breite  $b^* = 200$  statt  $b = 400$  mm), wie Abb. 180 zeigt. Die Randbedingungen entsprachen jenen im Versuch, außer die Lage der vertikalen Rollenaufleger, die im FE-Modell fix angeordnet waren. Dieser Einfluss ist bei den relativ geringen Verschiebungen im Bereich des Lastmaximums gering und kann vernachlässigt werden.

Der Kontakt zwischen dem unteren Stahlblech und dem Beton erfolgte über eigene Kontaktformulierungen. Es handelt sich dabei um einen „harten“ Kontakt, d.h. es ist kein Eindringen der Elemente untereinander möglich. Der Reibungsbeiwert  $\mu$  zwischen Beton und Stahl wurde mit 0.445 angesetzt. Dieser vergleichsweise sehr große Wert wurde vor Ort experimentell ermittelt (Grenzgleitwinkel der nach dem Test noch am unteren Stahlblech aufliegenden „Betonschollen“).

Die zutreffende Wiedergabe des alleine über Reibung übertragenen Anteiles der Gesamttraglast der ebenen Prüfkörper ist sehr wichtig, um die Schubringtragfähigkeit nicht zu überschätzen. Der Anteil an der Gesamttragfähigkeit, der über Reibung übertragen wird, wurde für den Versuch, wie auch für die FE-Berechnung, über die vertikalen Auflagerkräfte in gleicher Art und Weise ermittelt. Details dazu sind im Abschnitt 8.5.3 zu finden.

Als fiktive Belastungsgeschwindigkeit der dynamischen FE-Berechnungen wurde  $v = 0,33$  mm/s gewählt, wobei die Berechnung – wie im Versuch – verformungsgesteuert erfolgte.

Anm.: Mit dem FEM-Programmpaket ABAQUS sind die großen plastischen Dehnungen im Beton, die vor allem durch Risse im Beton entstehen, und das komplexe nichtlineare Tragverhalten mit großen Verformungen im Traglastbereich im Zuge einer rein statischen Berechnung nicht abbildbar. Durch die gewählte geringe Belastungsgeschwindigkeit treten jedoch keine dynamischen Effekte auf.



**Abb. 180** FE-Modell der ebenen Versuchskörper; Gesamtübersicht und Schubringausschnitt

- Zutreffendes Materialmodell für Stahl

Die vorliegenden Arbeitslinien zu den einzelnen Blechen der Versuchskörper wurden in der FE-Berechnung in der in Abb. 181 dargestellten Form idealisiert. Dies bedeutet, dass auch die Verfestigung des Materials mit erfasst wurde, bis zu maximalen Dehnungen von etwa 12-18%. Diese Dehnungen entsprechen den Gleichmaßdehnungen aus den Stahlzugversuchen.

Bei dem Materialmodell von Stahl kommt die von Mises-Fließfläche mit assoziiertem plastischem Fließen zum Tragen. Sie ist unabhängig vom hydrostatischen Druckanteil des Spannungstensors und hat die Form eines Zylinders im Hauptspannungsraum. Diese kann mit isotroper Verfestigung verwendet werden. Die Fließfläche ist definiert durch die Spannungs-Dehnungslinie für eine einachsige Zug- oder Druckbelastung.

Die Spannungs-Dehnungsbeziehung wird mit den Größen der Cauchy-Spannungen („true“ stress) und den logarithmischen Dehnungen  $\varepsilon_{ln}$  (oder  $\varepsilon\text{-true}$ ) definiert. Dies ist vor allem dann notwendig, wenn große Verzerrungen auftreten. Eine einfache Umrechnung der nominellen Spannungen und Dehnungen erfolgt folgendermaßen:

$$\sigma_{true} = \sigma_{nom} * (1 + \varepsilon_{nom})$$



$$\varepsilon_{ln}^{pl} = \ln(1 + \varepsilon_{nom}) - \frac{\sigma_{true}}{E}$$

Die Spannungs-Dehnungslinie ist mit den nominellen Spannungen bzw. Dehnungen definiert und wird anschließend in die Cauchy-Spannungen und logarithmischen Dehnungen umgerechnet.

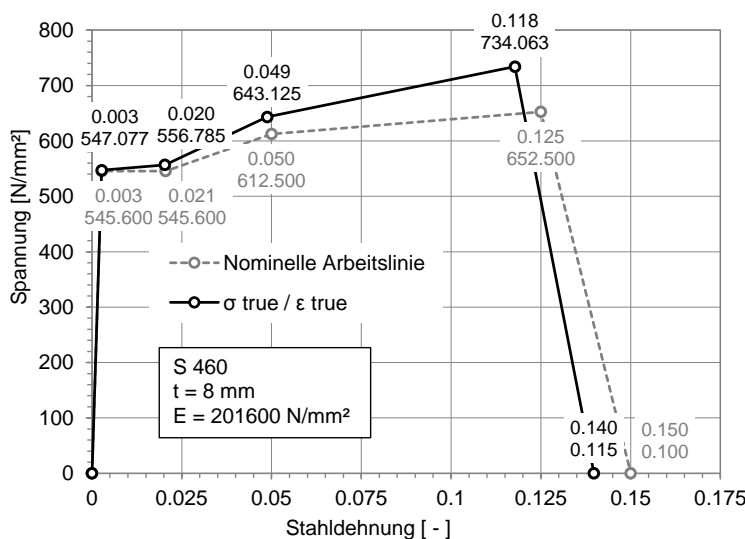
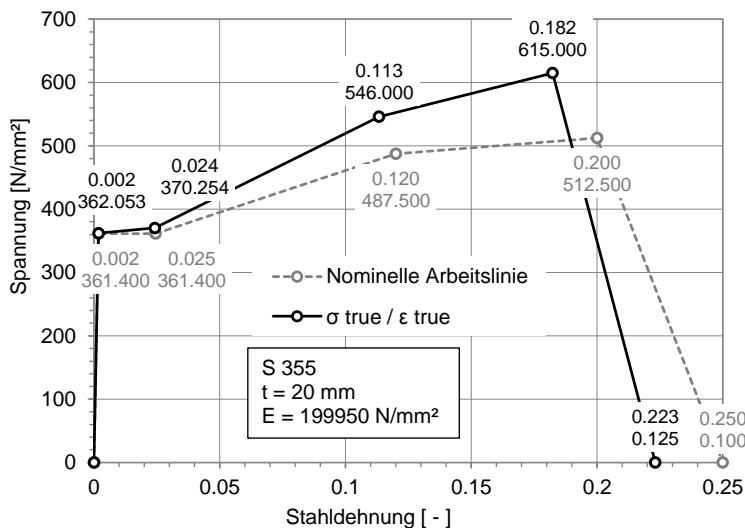
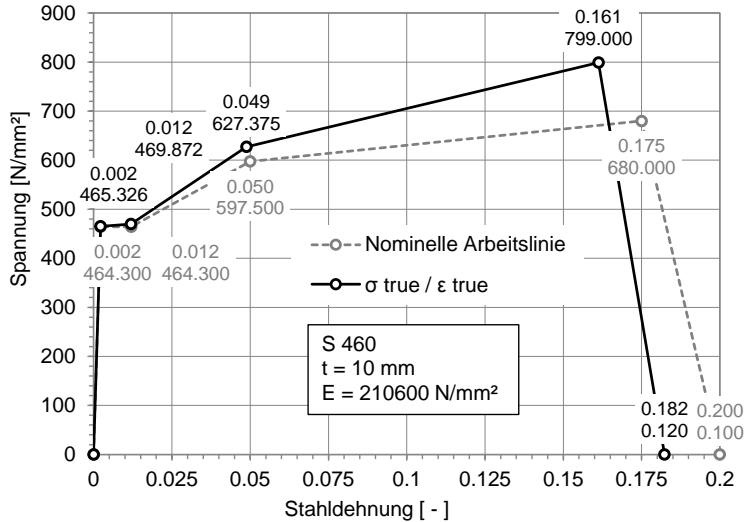


Abb. 181 Arbeitslinien für Stahl in der FE-Berechnung

- Zutreffendes Materialmodell für Beton

Für die Ermittlung der Spannungs- Dehnungslinie des Betons wurden im Labor für Tunnelbau ergänzende Zylinderdrucktests mit der Ermittlung des Post-Failure-Verhaltens – nach Überschreitung der Traglast bzw. der maximalen Druckfestigkeit – durchgeführt. Die aus den Ergebnissen der Tests ermittelte Spannungs- Dehnungsbeziehung für die verschiedenen Betonlieferungen ist in der Abb. 182 dargestellt. Diese Kurven wurden für die numerische Berechnung herangezogen. Es hat sich durch die Würfeldruck- und auch Zylindertests gezeigt, dass die Betonlieferung A höhere Festigkeiten als die Betonlieferung B aufweist. Dies wurde bei der numerischen Berechnung mitberücksichtigt, d.h. die ebenen Prüfkörper mit der Nummer 12-17 wurden mit der Spannungs- Dehnungsbeziehung der Betonlieferung A und jene mit der Nummer 30-35 mit der  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung der Betonlieferung B berechnet.

Als Betonmodell wurde das „Concrete-Damaged-Plasticity (CDP)“ Modell verwendet, welches im Kapitel 6 mit seinen Vor- und Nachteilen sowie den notwendigen Parametern für die Anwendung ausführlich erläutert wurde. Für die Erweiterung der Arbeitslinien in ein Kontinuums-Materialmodell sei auf den Abschnitt 6.2.3, sowie auf die Literaturstelle [12] verwiesen.

Die Zugfestigkeit des Betons wurde ebenfalls im Labor für Tunnelbau an der TU Graz ermittelt. Nachfolgend sind in der Tabelle 16 die Ergebnisse dargestellt. Die Bruchenergie wurde nach dem MC90-Code [10] bestimmt:

Prüfkörper	Betonlieferung	Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	Bruchenergie [Nm/m <sup>2</sup> ]
12-17	A	3.2	65
30-35	B	3.0	65

**Tabelle 16** Eigenschaften des Betons unter Zugbelastung (Basis für FE-Modell)

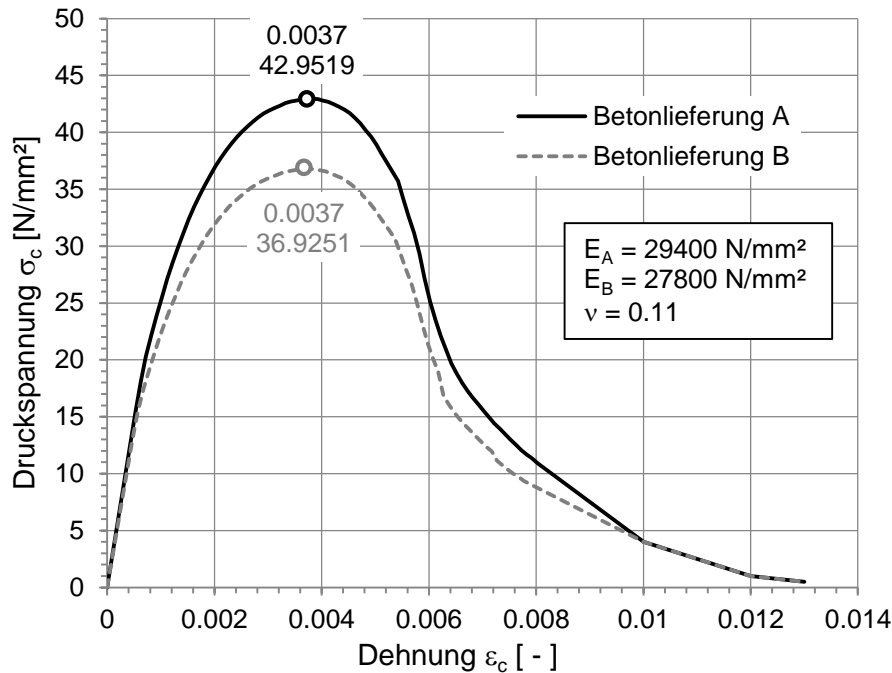
Weitere Parameter, die für die Definition des CDP-Modells notwendig sind, wurden folgendermaßen festgelegt (Erläuterung im Kapitel 6):

Dilatationswinkel $\psi$	Eccentricity $\varepsilon$	Verhältnis der biaxialen Druckfestigkeit zur einaxialen Druckfestigkeit	$K_c^*$
36.41°	0.1	1.16	0.667

**Tabelle 17** Weitere Parameter für das CDP-Modell (Basis für FE-Modell)

\*Im Kapitel 6 wurde ein optimaler Wert für  $K_c$  von 0.725 ermittelt. Dies geschah jedoch zeitlich nach der numerischen Berechnung der ebenen Prüfkörper und konnte nicht mehr berücksichtigt werden.

Da jedoch die maximalen Betondruckspannungen der ebenen Prüfkörper nicht größer als dem 2.5-fachen der einachsigen Betondruckfestigkeit sind, spielt der  $K_c$ -Wert eine untergeordnete Rolle (vgl. Abschnitt 6.4).



**Abb. 182** Spannungs- Dehnungsbeziehung für Beton unter einachsiger Druckbelastung bei der FE-Analyse

### 8.5 Darstellung der Ergebnisse anhand des Prüfkörpers 12 ( $h_r/t_r = 50/10$ )

Aufgrund der umfassenden Dokumentation der Versuchsergebnisse werden hier nur die Versuchsergebnisse des Prüfkörpers 12 ausführlich angeführt. Für die anderen Prüfkörper erfolgte die Auswertung der Versuche analog zum Prüfkörper 12 und die wichtigsten Ergebnisse (Last-Verformungsverhalten der Flachblechsteife) der anderen Prüfkörpern werden in Abschnitt 8.6 zusammengefasst.

Der Versuchsablauf der ebenen Schubringtests erfolgte in drei Schritten. Im 1. Schritt wurde der Prüfkörper bis zu einer festgelegten Oberlast  $P_o$ , bei der sich der Beton noch weitgehend linear elastisch verhält, belastet und anschließend bis zur Unterlast  $P_u$  entlastet, um aus dieser Entlastung auf die Anfangssteifigkeit schließen zu können. Anschließend wurden zyklische Belastungen im elastischen Bereich zwischen der Oberlast  $P_o$  und der Unterlast  $P_u$  durchgeführt, um die Adhäsion in der Kontaktfuge zwischen Betonkörper und Stahlplatte („Kleben“ des Betons auf der Stahlplatte) abzubauen. Im dritten Schritt wurde der Prüfkörper bis zum Traglastmaximum und darüber hinaus belastet, um einerseits die nichtlineare Schubringtragfähigkeit und andererseits das Nachbruchverhalten abzubilden.

Detaillierte Beschreibung des Versuchsablaufs:

- a) Erstbelastung bis  $P_o$  (Oberlast für dynamische Lastwechsel) mit 3 kN/s → Anschließend die Last 10 Sekunden (s) halten → Bis  $P_u$  (Unterlast für dynamische Lastwechsel) entlasten → Diese Last 10 s halten;
- b) Zyklische Lastwechsel zwischen  $P_o$  und  $P_u$ ; Es wurden 500 Lastzyklen mit einer Frequenz von 1Hz durchgeführt. → Anschließend 20 s Pause;
- c) Belastung bis zum Traglastmaximum und darüber hinaus: Dieser Schritt wurde weggesteuert (konstanter Wegvorschub) durchgeführt; Belastungsgeschwindigkeit: 0.8 mm/min (Einzig bei Prüfkörper (Prk) 12 betrug sie 1.2 mm/min)

Die Ergebnisdarstellungen in diesem Kapitel für die Prüfkörper 12,13 und 14 beinhalten nun für die einzelnen Schritte der Labortests:

a) Erstbelastung - Elastischer Bereich

- Last-Verschiebekurven und Last-Dehnungskurven (Test und numerische Berechnung)
- Ergebnistabellen

**b) Zyklische Belastungen**

- Last-Verschiebekurven und Last-Dehnungskurven als Einhüllende zwischen Ober- und Unterlast(Test)
- Ergebnistabellen

**c) Traglast und Nachbruchverhalten**

- Last-Verschiebekurven und Last-Dehnungskurven (Test und numerische Berechnung)
- Ermittlung der Reibungskraft zwischen Stahlplatte und Betonkörper (Test und numerische Berechnung)
- Ergebnistabellen
- Spannungsverteilungen am Schubring (numerische Berechnung)
- Ermittlung der Schubringsteifigkeit
- Fotodokumentation der ebenen Prüfkörper
- Riss-, Spannungs- und Dehnungsbilder der numerischen Berechnung

In diesem Kapitel werden für den bewehrten Prüfkörper 12 (Prk 12) die Ergebnisse aller drei vorher geschilderten Schritte ausgegeben. Die numerische Berechnung (FEA Finite-Element-Analysis) ist in den Diagrammen mit roten Linien dargestellt. Für jeden Wegaufnehmer (WA), Dehnungsaufnehmer (DA) und Dehnmessstreifen (DMS) wurden zugehörig die Ergebnisse der numerischen Berechnung ausgegeben. Aufgrund der Symmetriebedingung der numerischen Berechnung sind die Werte auf der linken und rechten Seite des Prüfkörpers ident, daher wird nur ein Wert für z.B. WA13 und WA14 ausgegeben. Die Anordnung der Messpunkte ist im Kapitel 8.3 erläutert, sowie neben den Diagrammen in diesem Kapitel skizziert.

### **8.5.1 Erstbelastung – elastischer Bereich $P_0=90\text{ kN}$ , $P_u = 30\text{ kN}$**

In den nachfolgenden Diagrammen sind die Messergebnisse der Erstbelastung für die einzelnen Messpunkte im elastischen Bereich dargestellt.

Aus den Messergebnissen zeigt sich, dass einige Wegaufnehmer keine Verschiebungswerte bei ansteigender Last geliefert haben. Dies könnten einerseits Messfehler sein (eher unwahrscheinlich), oder andererseits fehlende Verschiebungen sein, bedingt durch eine Schrägstellung des Schubringes, da in Abb. 184 alle Wegaufnehmer auf der linken Seite des Prüfkörpers Verschiebungen aufweisen und die auf der rechten Seite keine bzw. nur sehr geringe Verschiebungen aufweisen. Dies erklärt die unterschiedlichen Messergebnisse von WA13 und WA14 in Abb. 184.

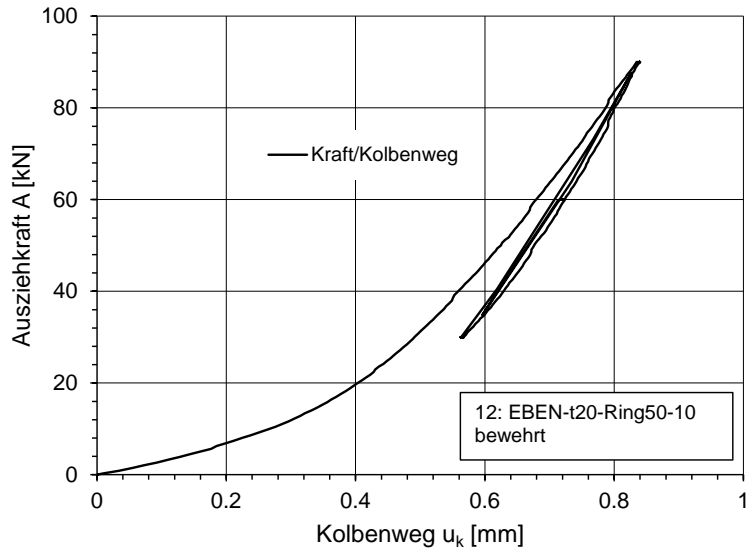


Abb. 183 Last-Kolbenwegdiagramm

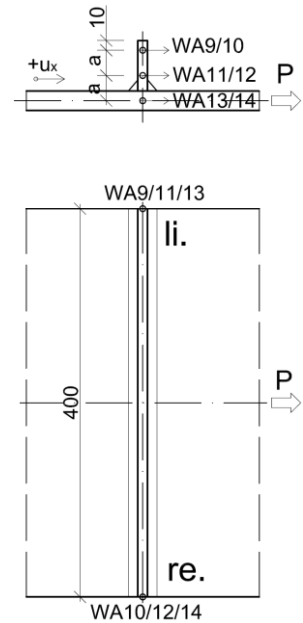
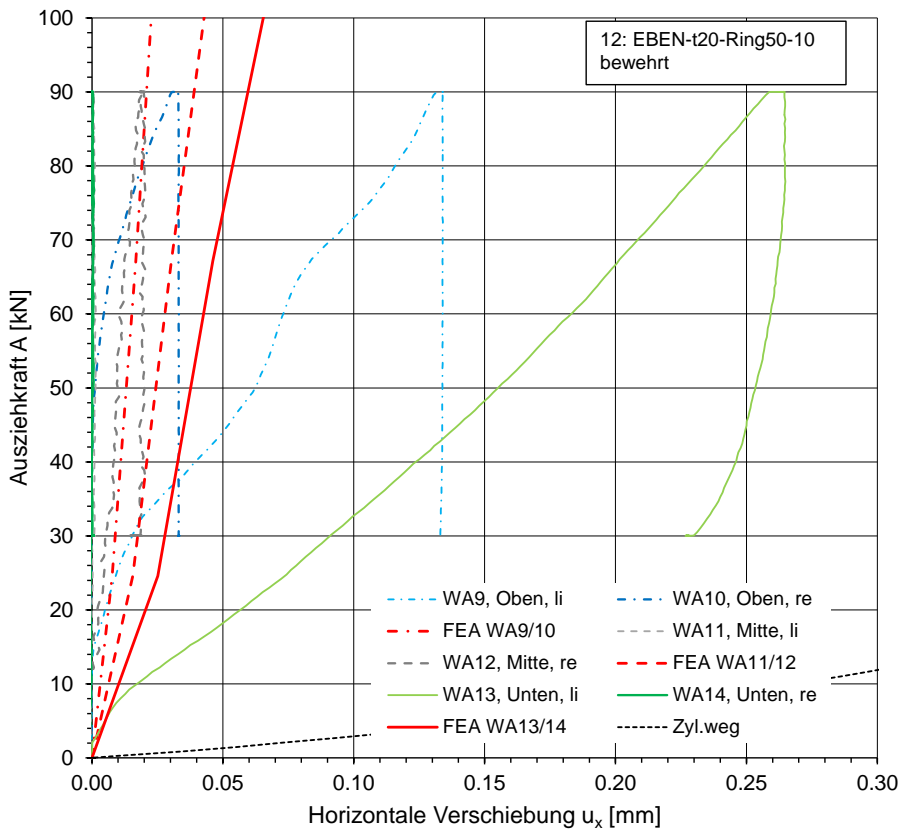
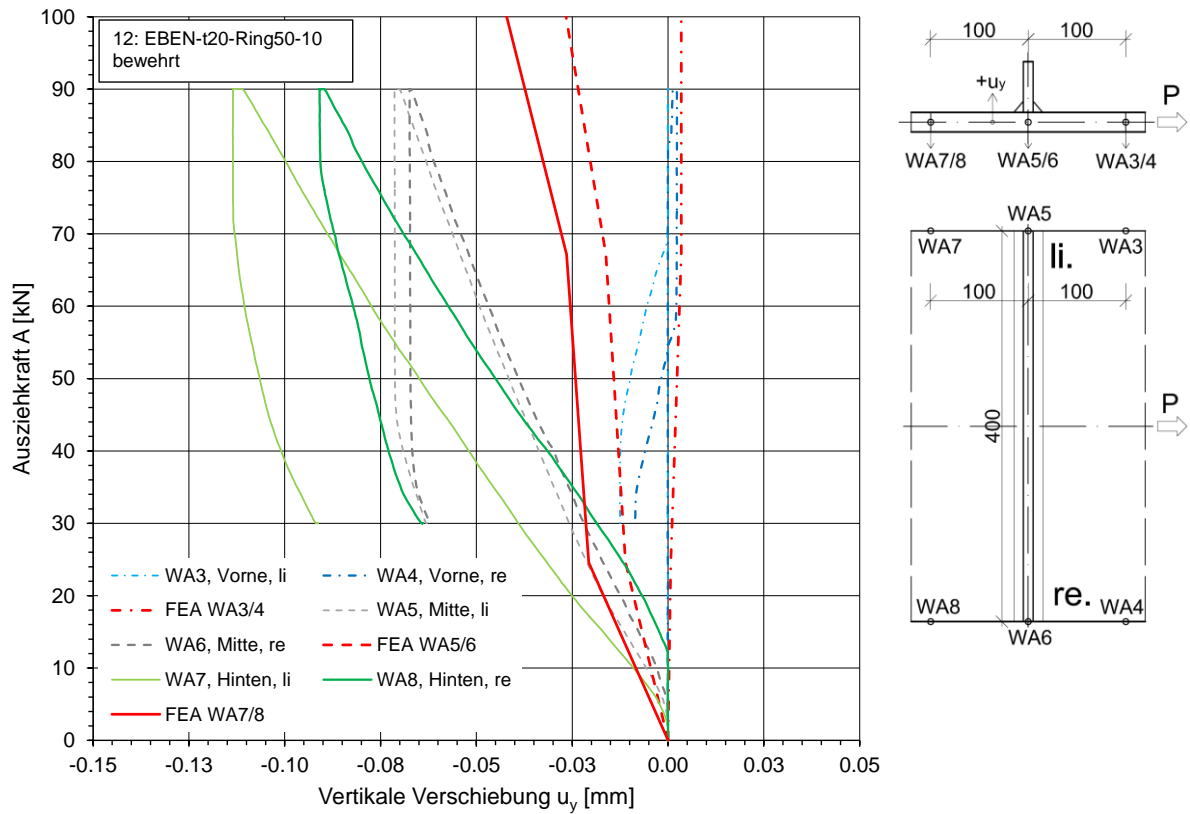
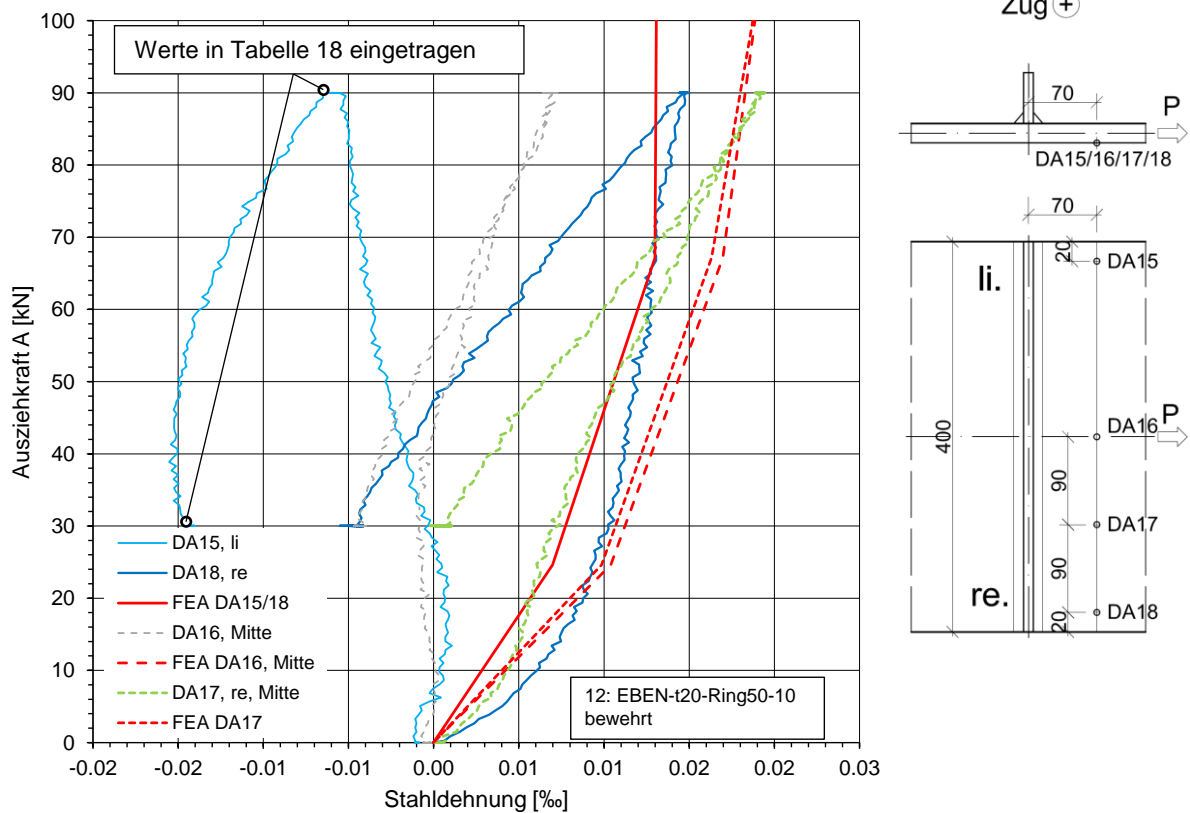


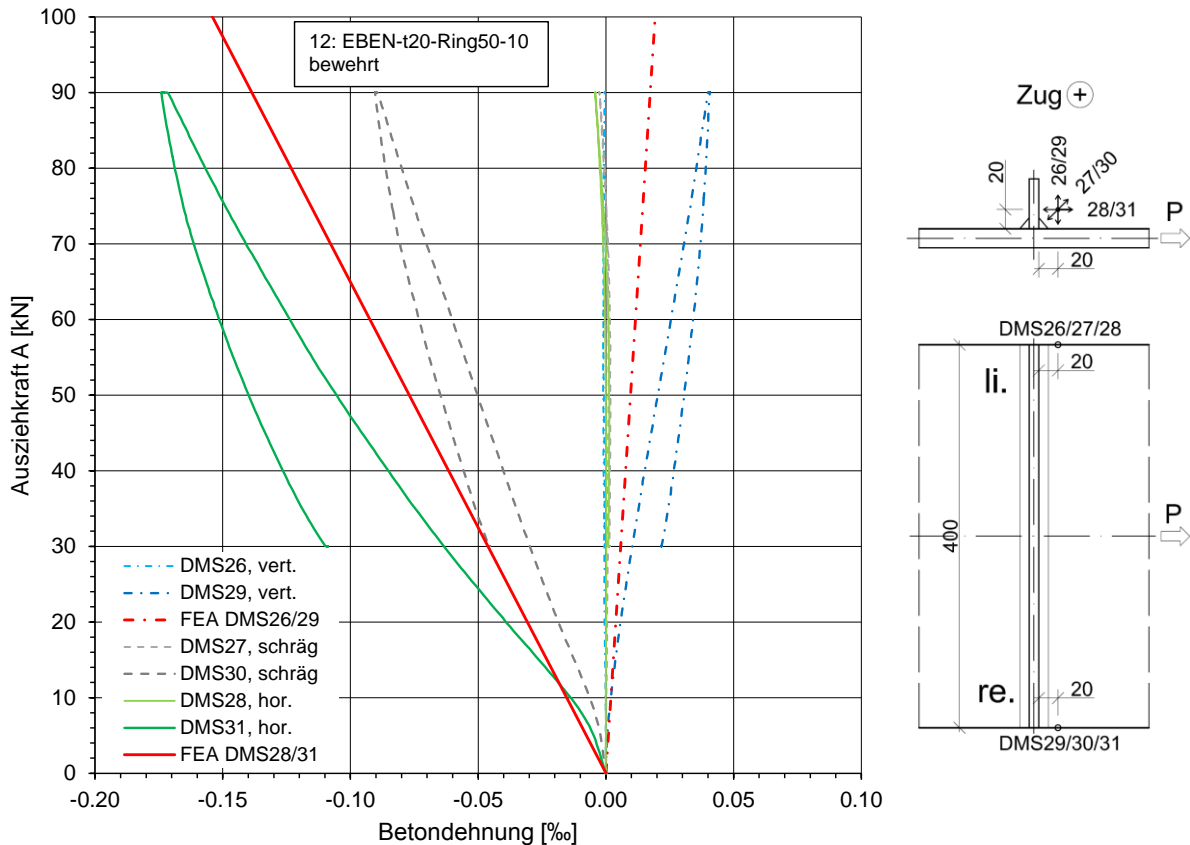
Abb. 184 Last-Verschiebungsdiagramm für horizontale Verschiebungen  $u_x$  am Schubring (rot: numerische Berechnung)



**Abb. 185** Last-Verschiebungsdiagramm für vertikale Verschiebungen  $u_y$  (rot: numerische Berechnung)



**Abb. 186** Last-Dehnungsdiagramm für Stahldehnungen an der Unterseite der Stahlplatte (rot: numerische Berechnung)



**Abb. 187** Last-Dehnungsdiagramm für Betondehnungen (rot: numerische Berechnung)

#### Darstellung der wichtigsten Ergebnisse der Messungen in Tabellenform:

Für eine bessere Vergleichbarkeit aller Messdaten untereinander sowie mit den anderen Prüfkörpern wurden die Einzelwerte von Kolbenweg, Verschiebungs- und Dehnungswerten in Tabelle 18 zusammengestellt. In der Spalte  $P_o$  sind die dazugehörigen Werte bei Oberlast und in der Spalte  $P_u$  sind diese für die Unterlast am Ende der Erstbelastung aufgelistet.

In Abb. 186 ist beispielhaft für alle Werte in der Tabelle 18 anhand des Dehnungsaufnehmers DA15,li graphisch dargestellt, welche Werte in die Tabelle eingetragen wurden. Es wurde bei  $P_o$  der Wert herausgelesen, nachdem die Last  $P_o$  10 Sekunden gehalten wurde. Der zweite Wert wurde an der Stelle herausgelesen, an der die Entlastung die Größe  $P_u$  erreicht.

Diese Vorgehensweise erlaubt es, den Verformungsmodul direkt aus den Tabellendaten rückzurechnen.

	$P_o = 90\text{kN}$	$P_u = 30\text{kN}$	Differenz
	[mm]	[mm]	[mm]
<b>Kolbenweg</b>	0.830	0.578	0.252

	$P_o = 90\text{kN}$	$P_u = 30\text{kN}$	Differenz
	[mm]	[mm]	[mm]
<b>Verschiebungen</b>			
WA13, Unten, li	0.262	0.232	0.03
WA14, Unten, re	-	-	-
WA5, Mitte, li	-0.0692	-0.0644	-0.0048
WA6, Mitte, re	-0.0667	-0.0625	-0.0042

	$P_o = 90\text{kN}$	$P_u = 30\text{kN}$	Differenz
	[‰]	[‰]	[‰]
<b>Stahldehnung</b>			
DA15, li	-0.00598	-0.0147	0.00872
DA18, re	0.0148	-0.00416	0.01896
DA16, Mitte	0.00686	-0.00453	0.01139
DA17, re, Mitte	0.0190	0.00100	0.018

	$P_o = 90\text{kN}$	$P_u = 30\text{kN}$	Differenz
	[‰]	[‰]	[‰]
<b>Betondehnung</b>			
DMS26, vert.	-	-	-
DMS29, vert.	0.0395	0.0224	0.0171
DMS27, schräg	-	-	-
DMS30, schräg	-0.0883	-0.0489	-0.0394
DMS28, hor.	-	-	-
DMS31, hor.	-0.171	-0.112	-0.059

**Tabelle 18** Zusammenfassung der wichtigsten Messergebnisse bei  $P_o$  und  $P_u$



### 8.5.2 Zyklische Belastung $P_o = 90 \text{ kN}$ , $P_u = 30 \text{ kN}$ , 500 Lastwechsel mit 1 Hz

Die nachfolgenden Diagramme zeigen die Ergebnisse der Einhüllenden der zyklischen Belastung mit 500 Lastwechseln. Dargestellt sind für die entsprechenden Messkanäle die maximalen und minimalen Werte pro Lastwechsel. Auf der Abszisse sind die Anzahl der Lastwechsel und auf der Ordinate die Messwerte aufgetragen.

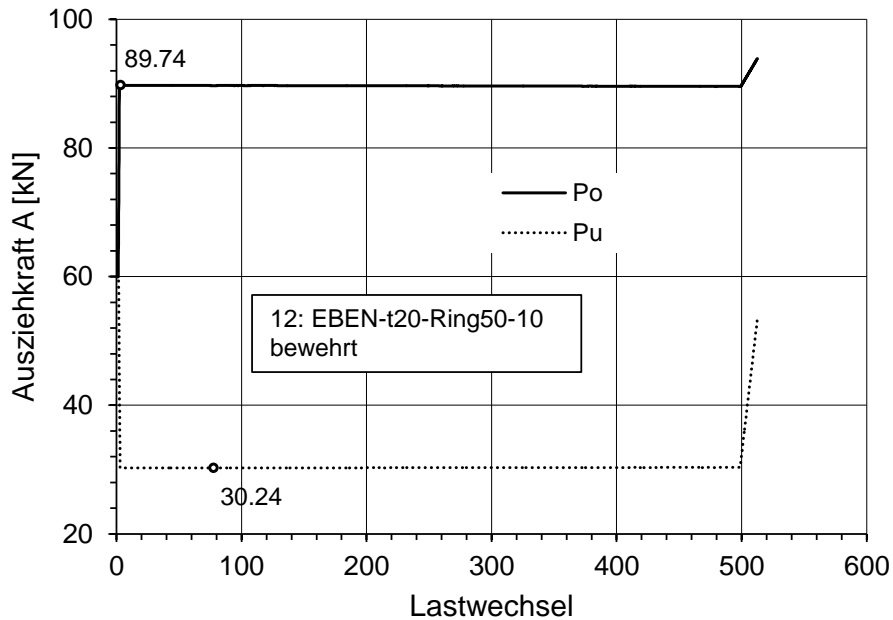


Abb. 188 Oberlast  $P_o$  und Unterlast  $P_u$  der zyklischen Belastung

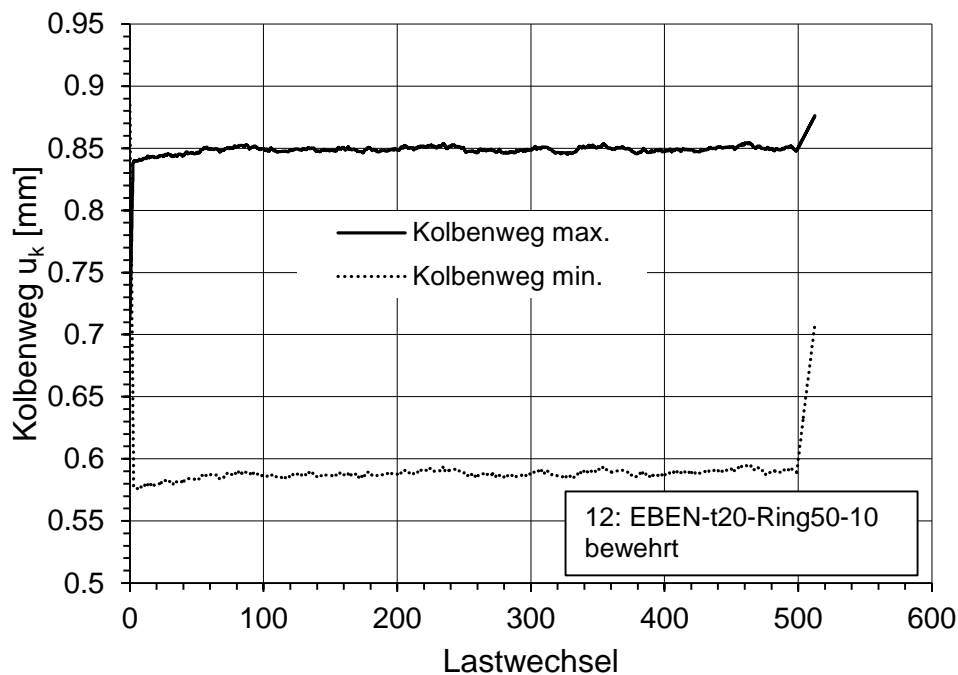


Abb. 189 Maximaler und minimaler Kolbenweg pro Lastwechsel

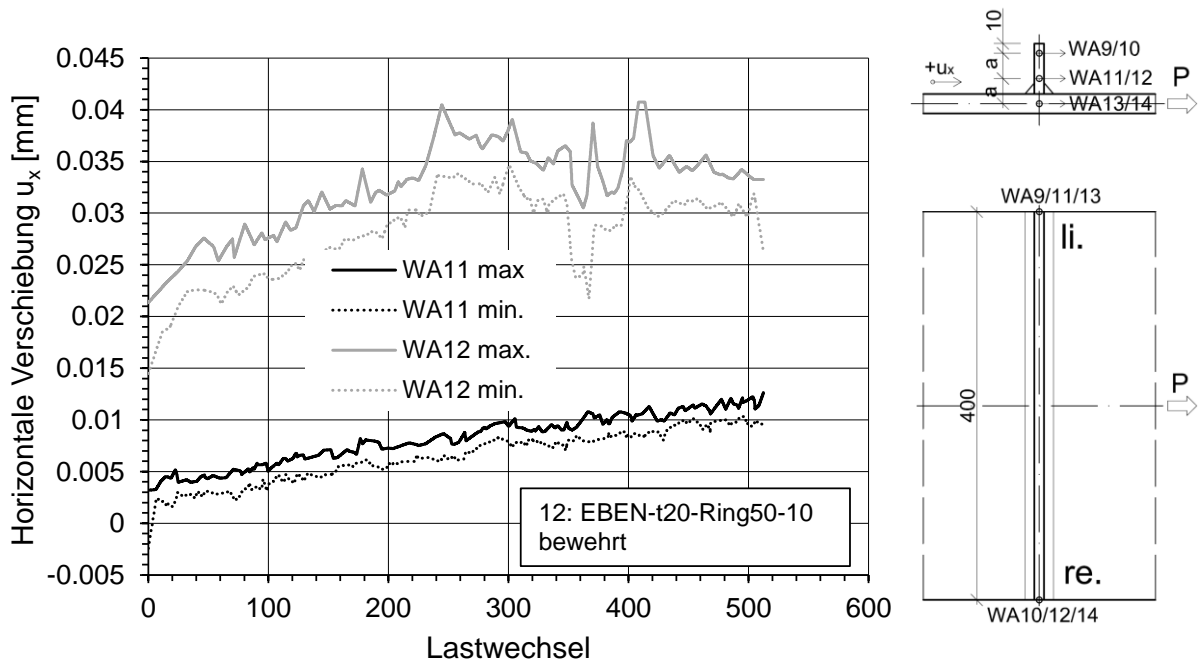


Abb. 190 Maximale und minimale horizontale Verschiebung  $u_x$  pro Lastwechsel

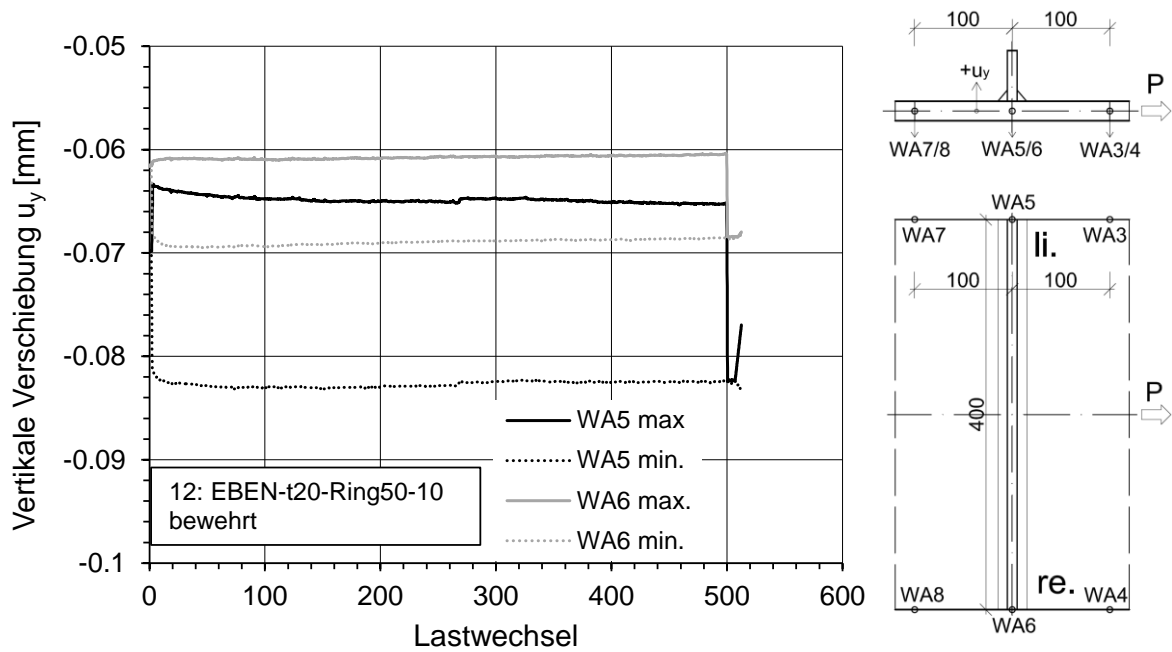


Abb. 191 Maximale und minimale vertikale Verschiebung  $u_y$  pro Lastwechsel

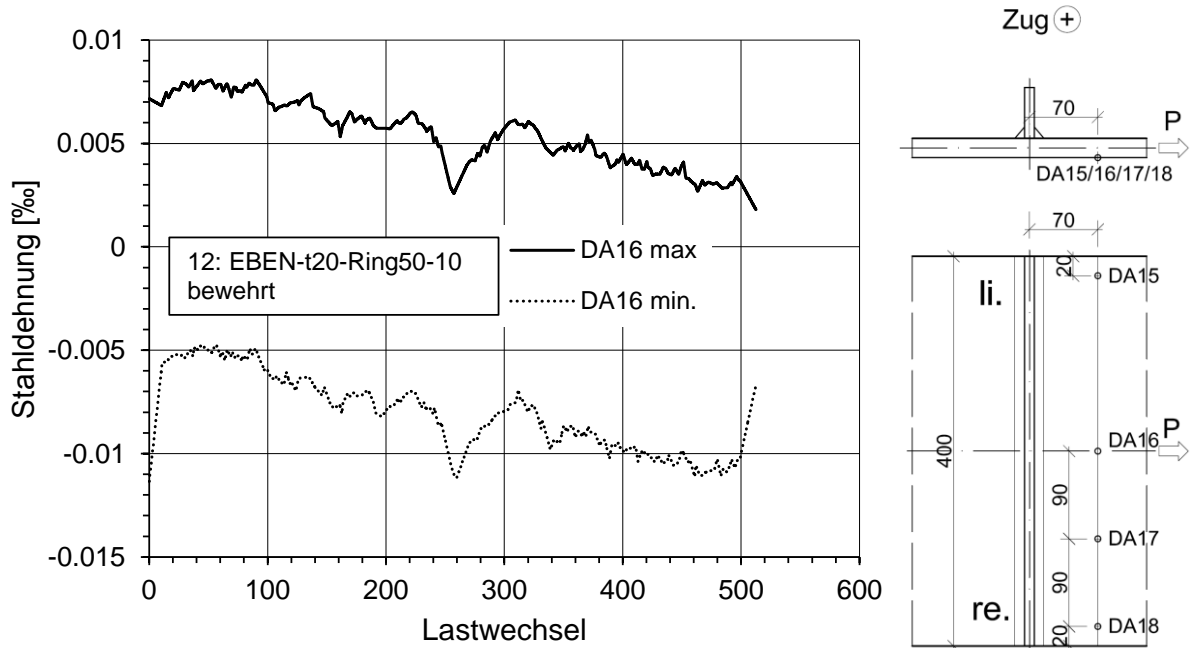


Abb. 192 Maximale und minimale Stahldehnung pro Lastwechsel

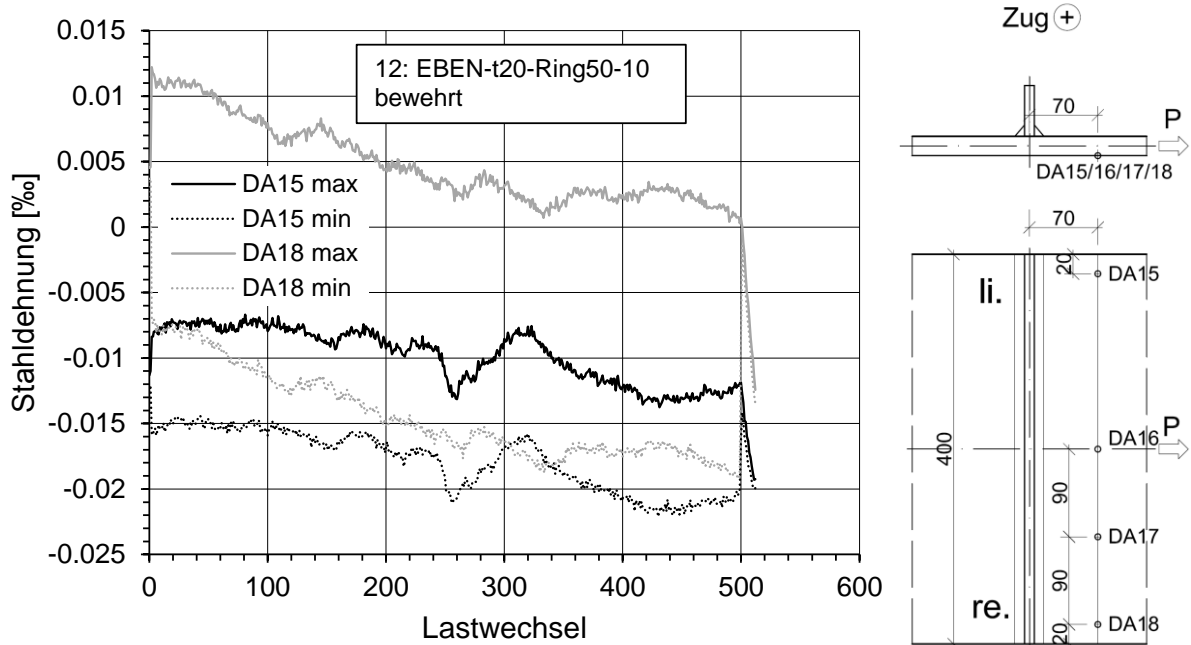


Abb. 193 Maximale und minimale Stahldehnung pro Lastwechsel

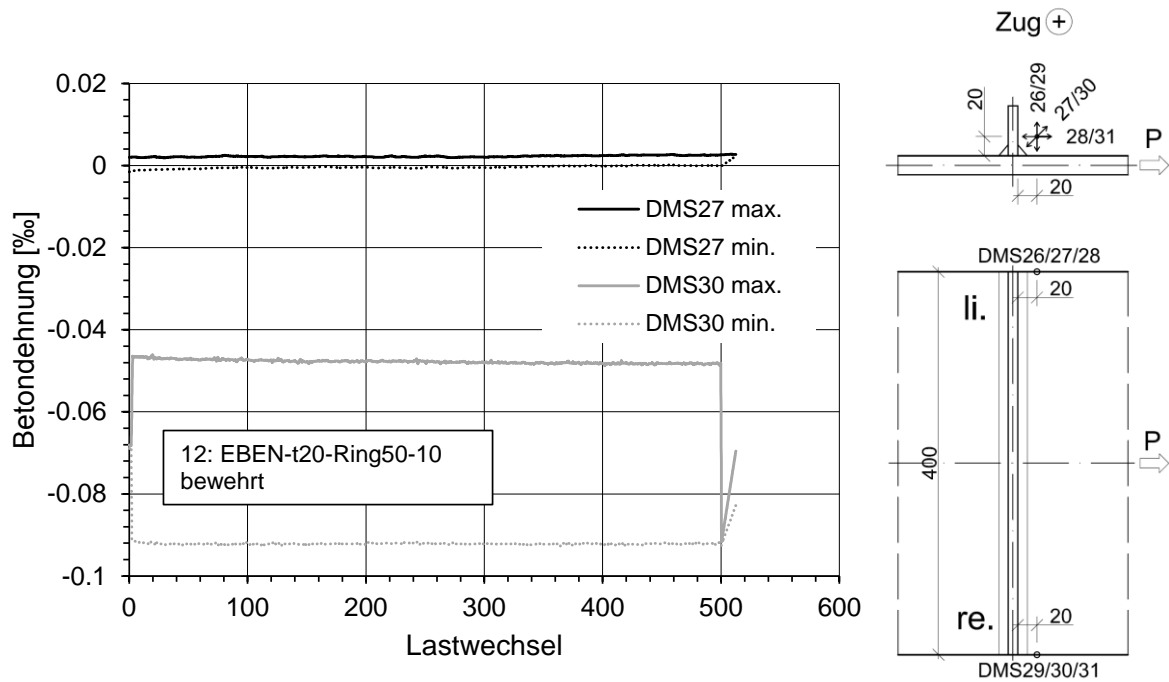


Abb. 194 Maximale und minimale Betondehnung pro Lastwechsel

	Kolbenweg [mm]	
	min	max
LW 1	0.583	0.835
LW 500	0.592	0.854
Differenz	-0.009	-0.019

	Horizontale Verschiebung [mm]			
	WA11 min	WA11 max	WA12 min	WA12 max
LW 1	0.0015	0.00319	0.01528	0.0214
LW 500	0.00941	0.121	0.0312	0.0334
Differenz	-0.00791	-0.11781	-0.01592	-0.012

	Vertikale Verschiebung [mm]			
	WA5 min	WA5 max	WA6 min	WA6 max
LW 1	-0.0806	-0.0625	-0.0673	-0.0620
LW 500	-0.0825	-0.0644	-0.0686	-0.0605
Differenz	0.0019	0.0019	0.0013	-0.0015

	Betondehnung [‰]			
	DMS27 min	DMS27 max	DMS30 min	DMS30 max
LW 1	-0.00156	0.002	-0.0896	-0.0484
LW 500	0.00042	0.00035	-0.0912	-0.0482
Differenz	-0.00198	0.00165	0.0016	-0.0002

	Stahldehnung [‰]					
	DA16 min	DA16 max	DA15 min	DA15 max	DA18 min	DA18 max
LW 1	-0.00616	0.00711	-0.01585	-0.00835	-0.00693	0.01171
LW 500	-0.00978	0.00284	-0.01985	-0.01185	-0.01903	0.00068
Differenz	0.00362	0.00427	0.004	0.0035	0.0121	0.01103

Tabelle 19 Zusammenfassung der Messergebnisse der zyklischen Belastung (LW...Lastwechsel)

Die Tabelle 19 zeigt eine Zusammenfassung der Messwerte vor (LW1...Lastwechsel 1) und nach der zyklischen Belastung (LW500...Lastwechsel 500). Die Differenz dieser ist ebenfalls in der Tabelle aufgelistet.

Die Maximalwerte entsprechen der in festgelegten Oberlast  $P_o$ , die Minimalwerte sind zugehörig zur Laststufe  $P_u$ .

Es zeigt sich, dass der Unterschied vor und nach der zyklischen Belastung beim Kolbenweg, den vertikalen Verschiebungen und den Betondehnungen sehr gering ist. Die Stahldehnungen an der Unterseite der Stahlplatte und die horizontalen Verschiebungen weisen hier größere Differenzen auf.

Als Ergebnis wird ein „ausgeglichener Zustand“ als Basis für die Traglastbestimmung vorgefunden, da Adhäsionseffekte und andere Einflüsse von Schlupf und Auflagertoleranz sind gering.

### 8.5.3 Traglast und Nachbruchverhalten (Post-failure Verhalten)

Der letzte Abschnitt des Labortests bestand darin, die Traglast und das Nachbruchverhalten zu ermitteln, d.h. inwiefern ein sprödes oder duktiler Bruchverhalten vorliegt und ob sich eine Resttragfähigkeit ausbildet. Aus diesem Grund wurden im letzten Schritt sehr große Verschiebungen mit einem maximalen Verschiebeweg ca. 40 mm am Schubring aufgebracht, obwohl dies praktisch nur zum Teil von Interesse ist. Anschließend wurde der Prüfkörper entlastet. Die nachfolgenden Diagramme zeigen alle Messwerte in Abhängigkeit von der Ausziehkraft (Anm.: Die Ausziehkraft wird mit A,  $P_h$  oder P bezeichnet).

Anmerkung: Die Kraft, die in den Diagrammen dargestellt ist, startet bei  $P_u=30$  kN, da der Labortest gleich nach der zyklischen Belastung fortgesetzt und der Prüfkörper nicht komplett entlastet wurde. Die gemessenen Verschiebungen und Dehnungen wurden für die einfachere Darstellung zu Beginn dieses 3.Schrittes auf null zurückgesetzt. Dasselbe gilt für die numerische Berechnung.

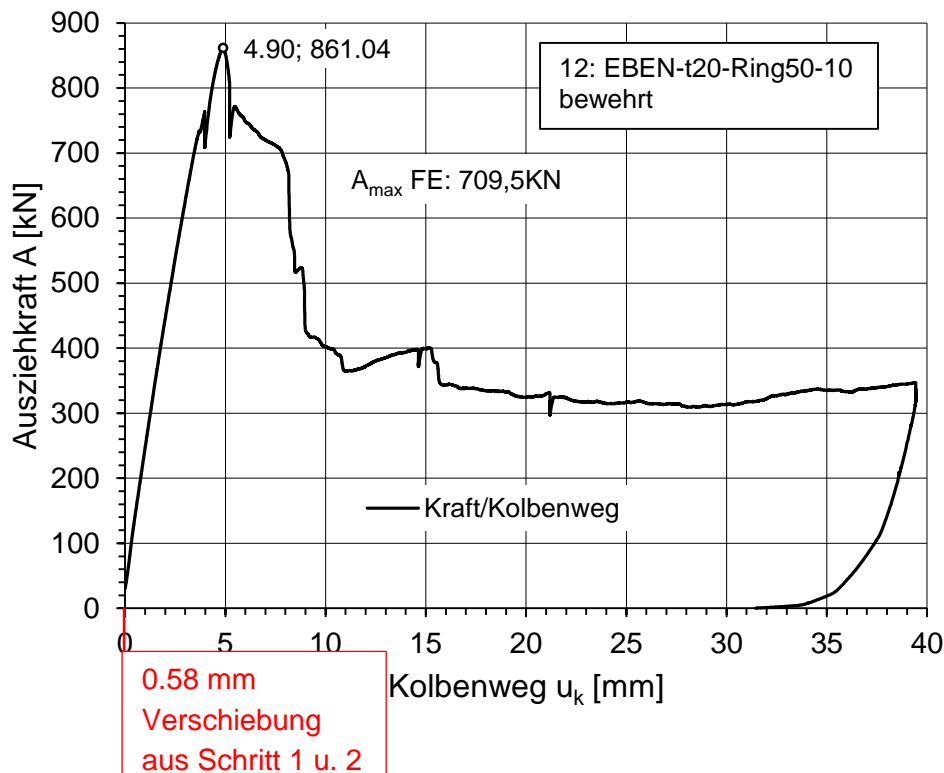
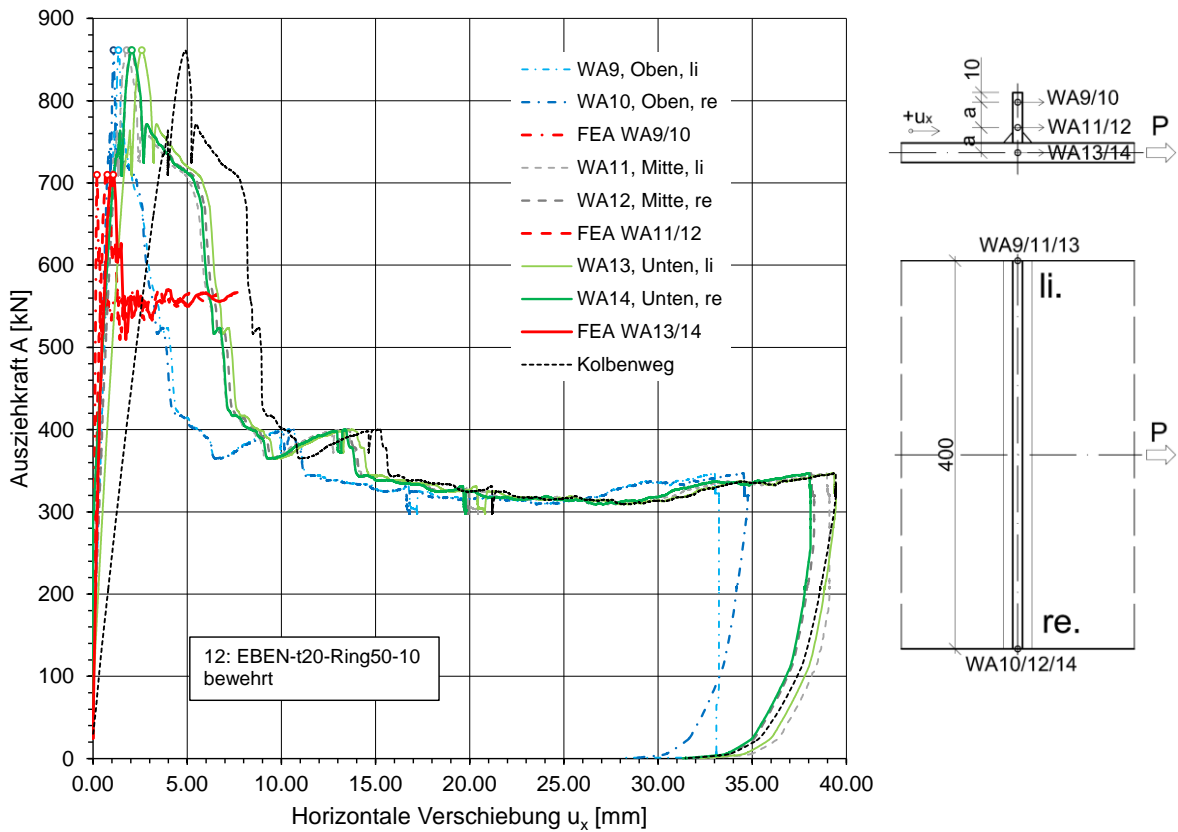
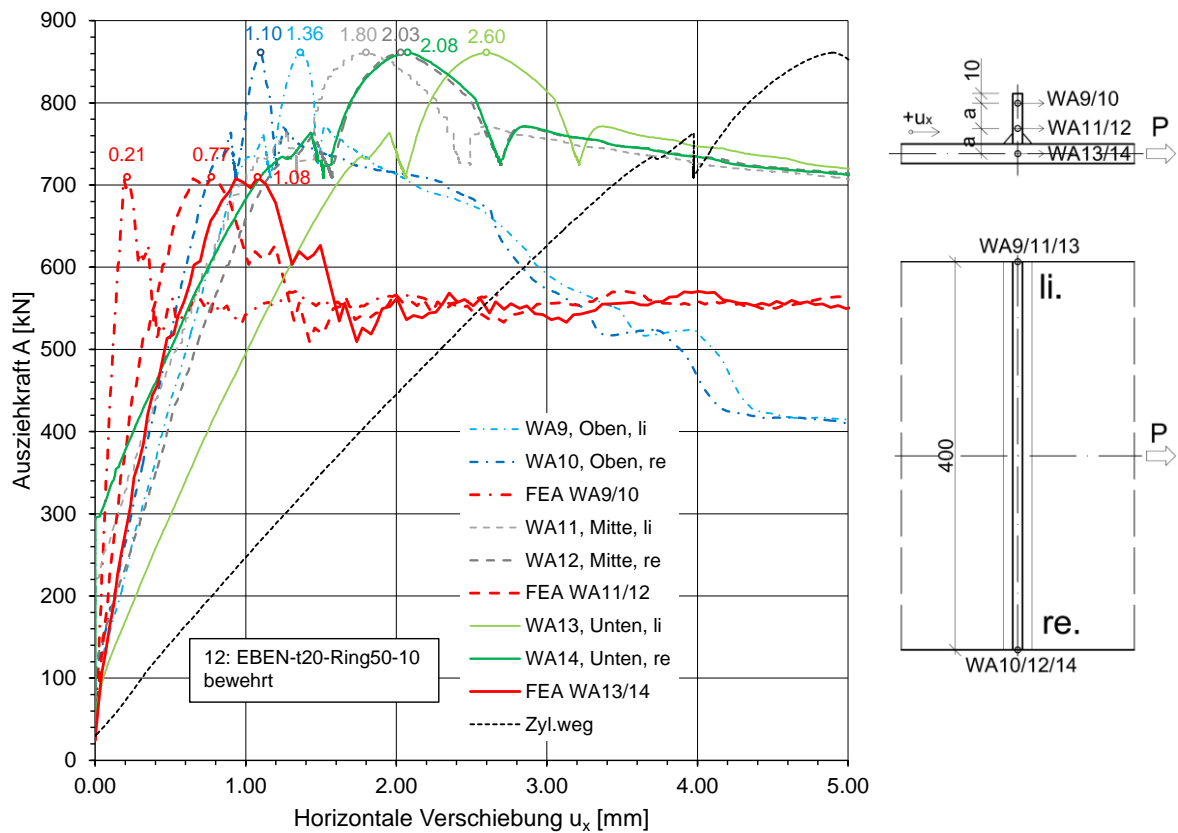


Abb. 195 Last-Kolbenwegdiagramm



**Abb. 196** Last-Verschiebungsdiagramm für horizontale Verschiebungen  $u_x$  am Schubring (rot: numerische Berechnung)



**Abb. 197** Last-Verschiebungsdiagramm für horizontale Verschiebungen  $u_x$  am Schubring (rot: numerische Berechnung) Größere Darstellung der vorherigen Abbildung

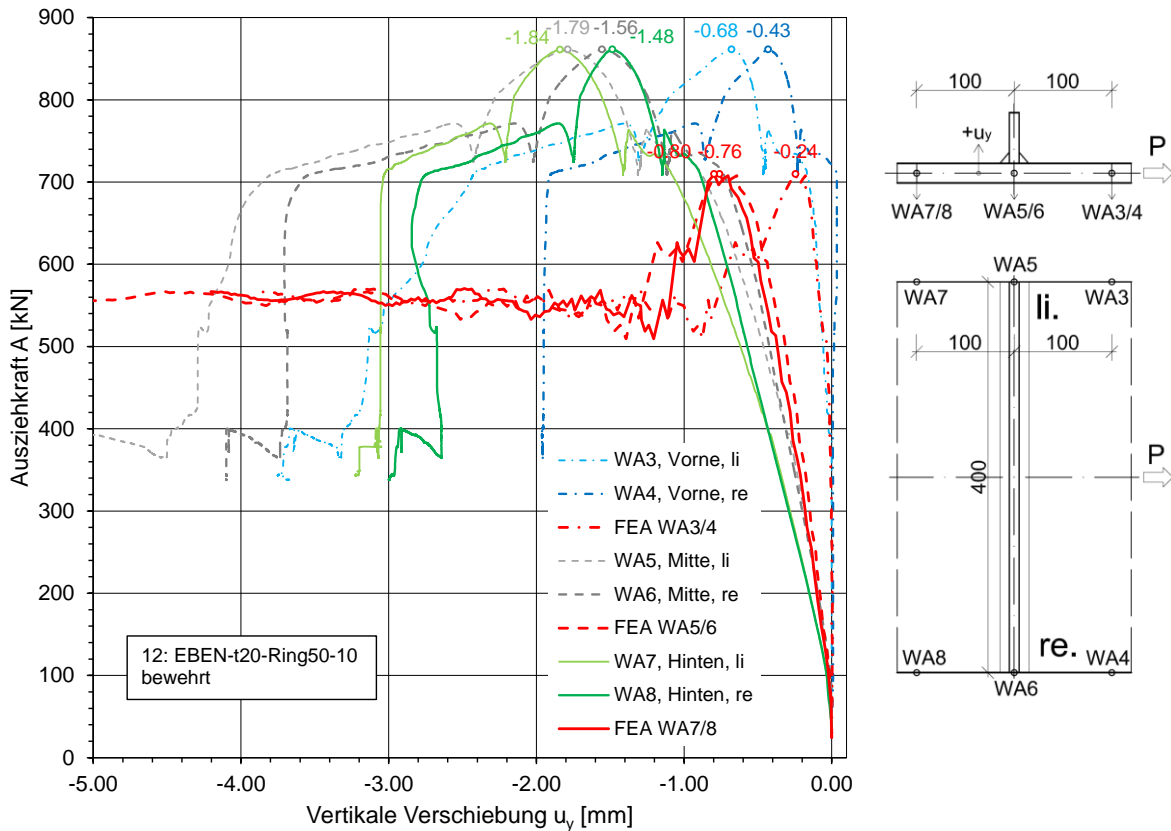


Abb. 198 Last-Verschiebungsdiagramm für vertikale Verschiebungen  $u_y$  (rot: numerische Berechnung)

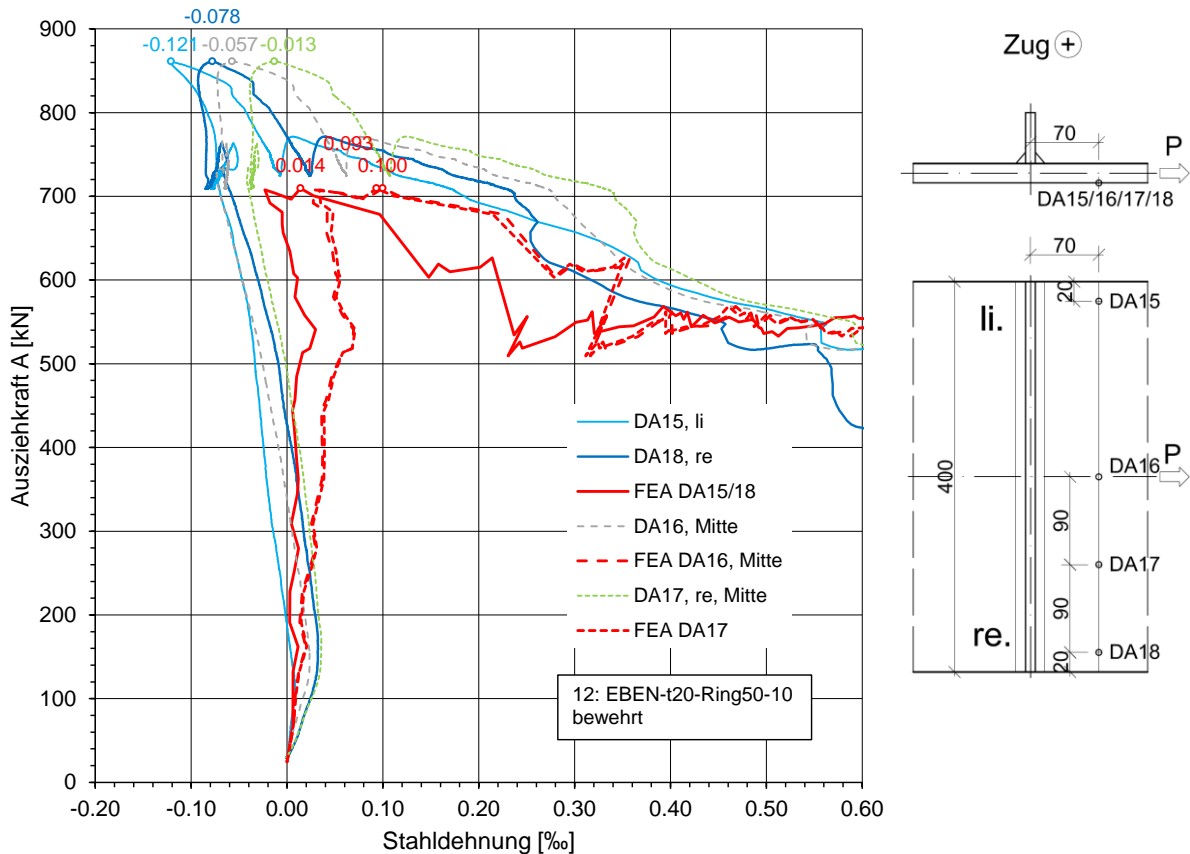


Abb. 199 Last-Dehnungsdiagramm für Stahldehnungen an der Unterseite der Stahlplatte (rot: numerische Berechnung)

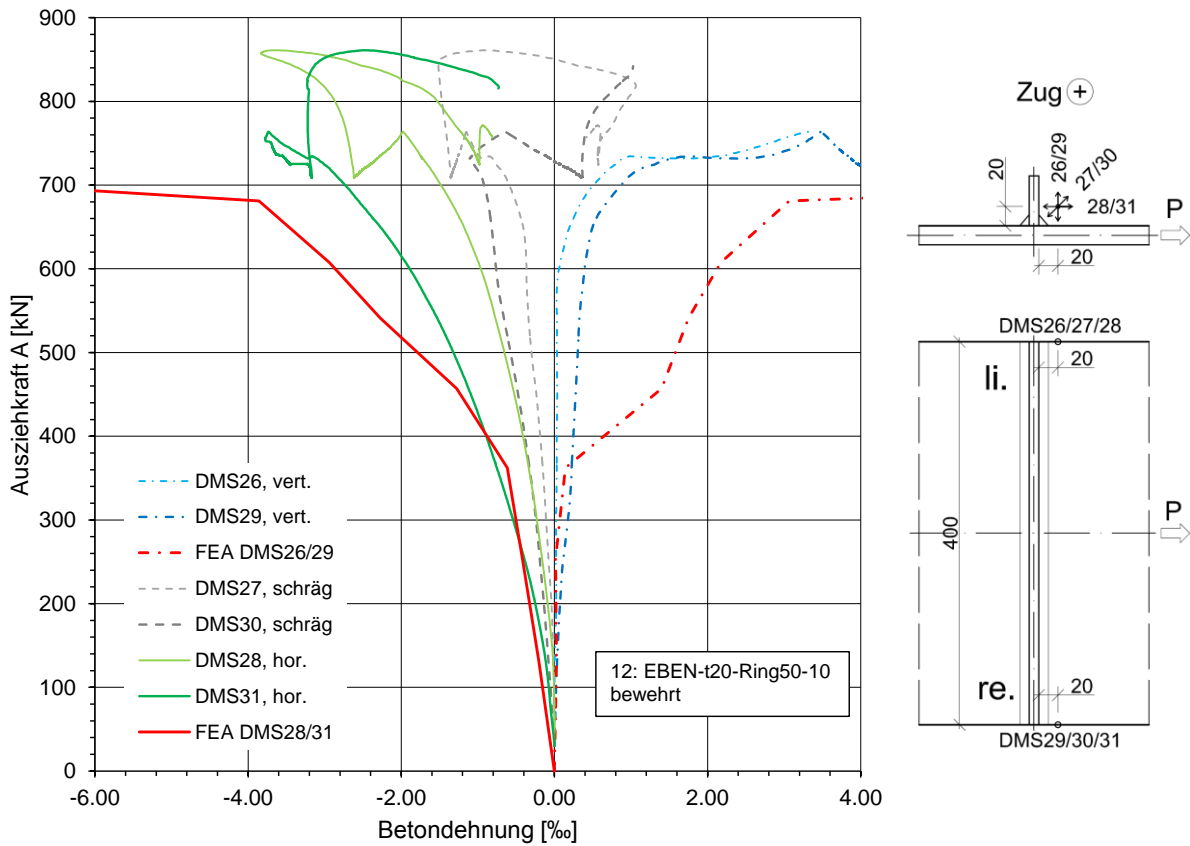


Abb. 200 Last-Dehnungsdiagramm für Betondehnungen (rot: numerische Berechnung)

Die einzelnen Messwerte bei Lastmaximum sind in Tabelle 20 zur leichteren Vergleichbarkeit zusammengefasst. Die Dehnmessstreifen (DMS) zur Messung der Betondehnung konnten bei Lastmaximum, aufgrund der Risse im Beton, keine relevanten Ergebnisse liefern, daher wurden die Betondehnungen in der Tabelle 20 bei ca. der Hälfte der Traglast ausgelesen.

		max.P <sub>h</sub>	WA9	WA10	WA11	WA12	WA13	WA14
u <sub>x</sub> bei P <sub>h,max</sub> [mm]	Labortest	861.0	1.36	1.10	1.80	2.03	2.60	2.08
	FEA	709.5	0.21		0.77		1.08	

		max.P <sub>h</sub>	WA3	WA4	WA5	WA6	WA7	WA8
u <sub>y</sub> bei P <sub>h,max</sub> [mm]	Labortest	861.0	-0.68	-0.43	-1.79	-1.56	-1.84	-1.48
	FEA	709.5	-0.24		-0.76		-0.80	

		max.P <sub>h</sub>	DA15	DA18	DA16	DA17
Stahldehnung bei P <sub>h,max</sub> [‰]	Labortest	861.0	-0.121	-0.078	-0.057	-0.013
	FEA	709.5	0.014		0.093	0.100

		~0.5*max.P <sub>h</sub>	DMS26	DMS29	DMS27	DMS30	DMS28	DMS31
Betondehnung bei ~0.5*P <sub>h,max</sub> [‰]	Labortest	430.7	0.0333	0.265	-0.215	-0.438	-0.477	-1.01
	FEA	362.2	0.144			-0.615		

Tabelle 20 Messwerte und Ergebnisse der FEA bei Lastmaximum (P<sub>h,max</sub>)

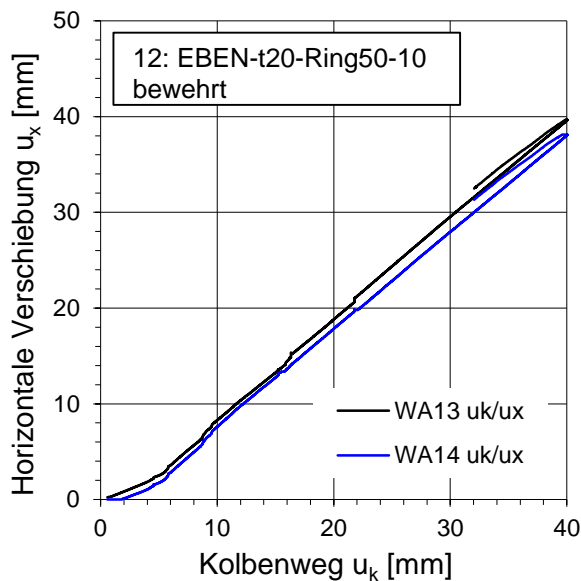


### Zusammenhang zwischen Kolbenweg und Verschiebungen am Schubring

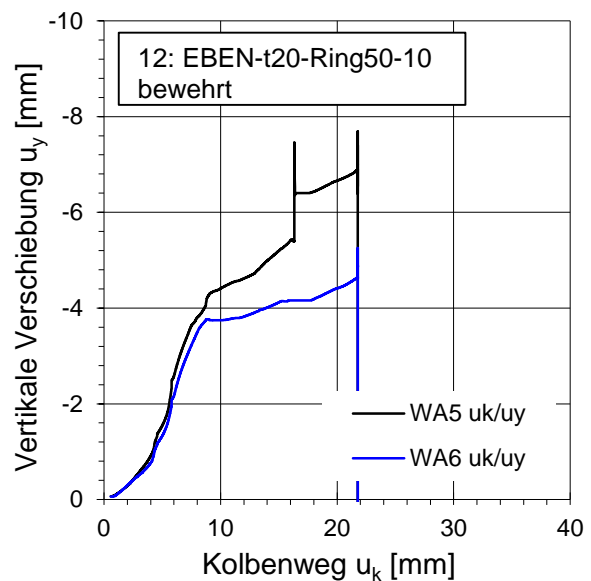
Die nächsten beiden Abbildungen zeigen den Zusammenhang zwischen dem Kolbenweg  $u_k$  und den horizontalen- bzw. vertikalen Verschiebungen ( $u_x$  bzw.  $u_y$ ) aus den Labortests am Schubring.

Zu Beginn zeigt sich, dass der Kolbenweg im Verhältnis zur horizontalen Verschiebung größere Verschiebungen aufweist. Nach dem Erreichen der Traglast (bei ca.  $u_k=5\text{mm}$ ) ist das Verhältnis etwa gleich groß (vgl. Abb. 201).

Die vertikale Verschiebung ist zu Beginn, im Vergleich zum Kolbenweg  $u_k$  ebenfalls gering und steigt mit weiterem Wegvorschub stark an. Ab einem Kolbenweg von ca. 9 mm wachsen die vertikalen Verschiebungen jedoch kaum mehr an (vgl. Abb. 202). Dies zeugt von einer Plastizierung des Schubringes.

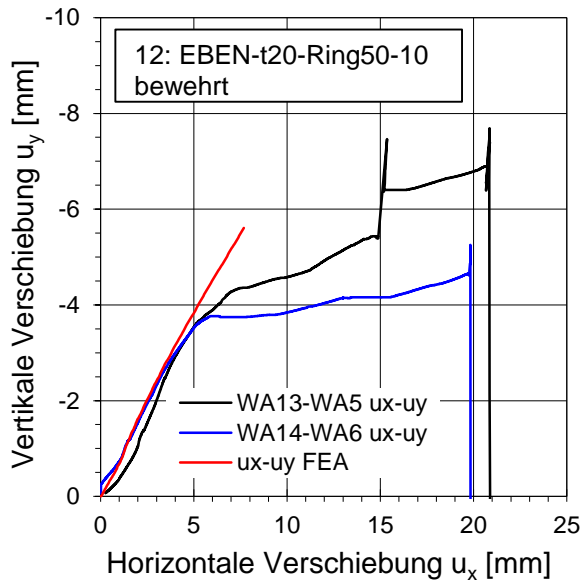


**Abb. 201** Horizontale Verschiebungen am Schubring im Vergleich zum Kolbenweg

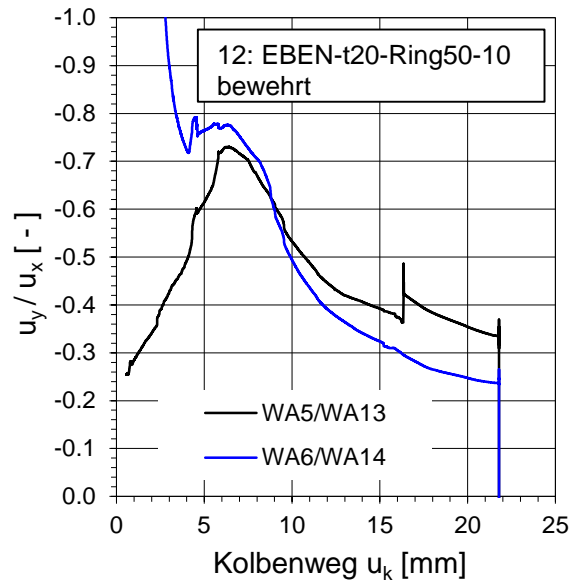


**Abb. 202** Vertikale Verschiebungen am Schubring im Vergleich zum Kolbenweg

Ergänzende Diagramme zum Zusammenhang zwischen horizontalen und vertikalen Verschiebungen am Schubring:



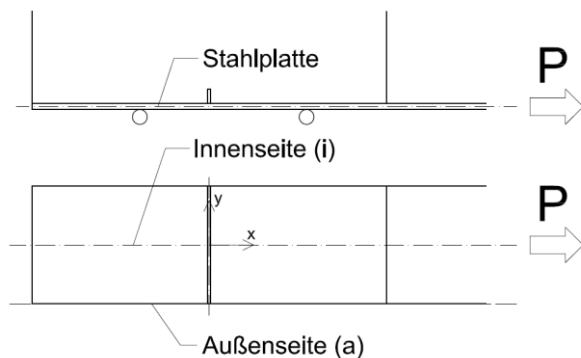
**Abb. 203** Vergleich horizontale zu vertikale Verschiebungen am Schubring



**Abb. 204** Verhältnis von vertikalen zu horizontalen Verschiebungen

### Schnittkräfte und Spannungen in der Stahlplatte

In diesem Abschnitt werden die Schnittkräfte und Spannungen aus der numerischen Berechnung (FEA) in der Stahlplatte dargestellt. Da das FE-Modell aus Volumenelementen besteht, müssen die Schnittkräfte aus den Spannungen zurückgerechnet werden. Da die Normalkraft, sowie das Moment nicht konstant über den Stahlplattenquerschnitt verteilt ist, wurde die Normalkraft und das Moment pro Millimeter Plattenbreite an zwei Schnitten durch die Stahlplatte ausgegeben. Einerseits an der Außenseite (a) und andererseits in der Symmetrieebene (Innenseite i) des FE-Modells (Abb. 205).



**Abb. 205** Skizze der Stahlplatte

Die Schnittkräfte und Spannungen wurden auf einem Lastniveau in der Höhe von  $0.5 \cdot P_{h,max}$  ausgegeben. Dadurch ist gewährleistet, dass die Stahlplatte elastisches Verhalten aufweist und keine großen Verformungen auftreten, andernfalls wäre die Rückrechnung der Schnittkräfte mittels Spannungen ungenau. Die Schnittgrößen sind pro Millimeter Plattenbreite angegeben (Abb. 208 und Abb. 206).

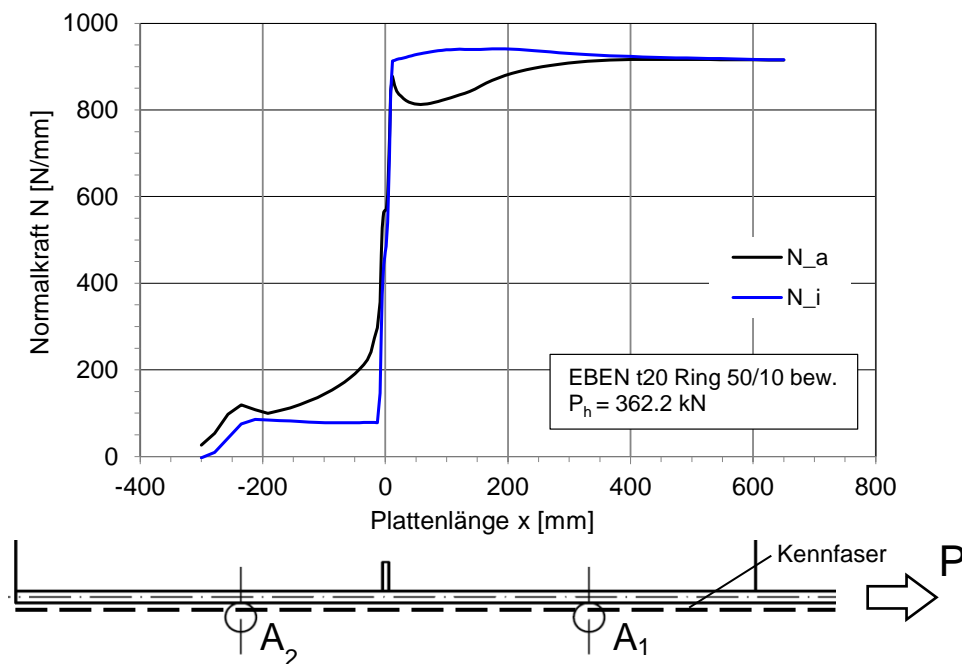
Die Spannungen in Abb. 209 sind an der Oberseite ( $\sigma_{x,o}$ ), in der Mitte ( $\sigma_{x,m}$ ) und an der Unterseite ( $\sigma_{x,u}$ ) der Stahlplatte angegeben.

Die x-Koordinate, welche in Plattenlängsrichtung verläuft, wurde so gewählt, dass sich  $x=0\text{mm}$  in der Achse des Schubringes befindet.

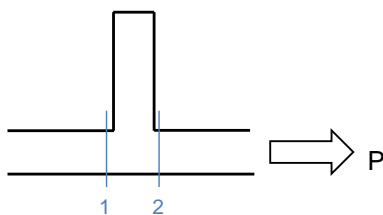
Die Normalkräfte nach Abb. 206 zeigen durch den Sprung bei  $x=0$ , wie groß der Anteil der Normalkraft ist, der durch den Schubring in den Beton eingeleitet wird. Der restliche Anteil wird im Bereich des hinteren Auflagers durch die Reibung zwischen Stahlplatte und Beton in den Beton eingeleitet.

Die Momente aus Abb. 208 zeigen an der Außenseite (a) und der Innenseite (i) einen nahezu identen Verlauf in der Stahlplatte. Aus der Abb. 208 ist ersichtlich, dass durch den Schubring eine konzentrierte Momentenbelastung in die Stahlplatte eingeleitet wird. Im Schnitt 2 (vgl. Abb. 207) der Platte beträgt das Moment etwa ein Drittel der Momentenbelastung, im Schnitt 1 (vgl. Abb. 207) zwei Drittel. Das Auflager  $A_2$  wirkt im Zusammenhang mit dem Betonkörper wie eine Einspannung der Stahlplatte.

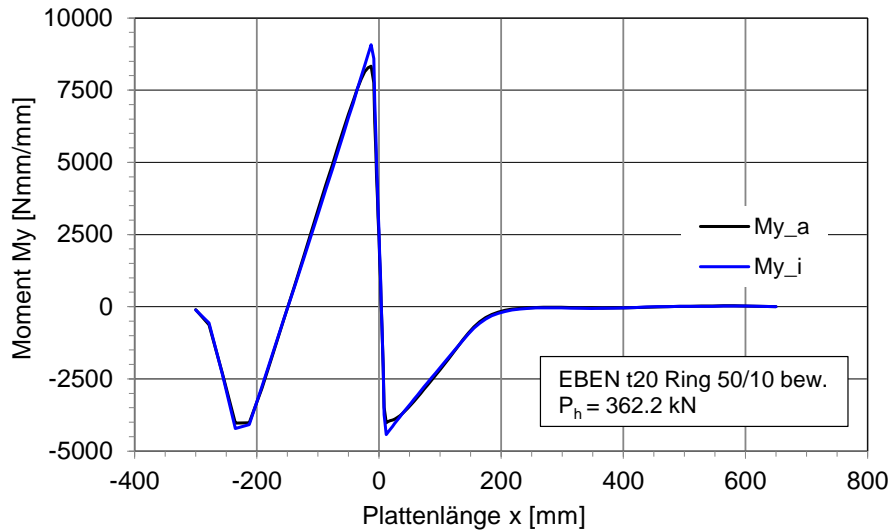
Das Zusammenwirken aus Normalkrafts- und Biegebeanspruchung führt auch zu den auf den ersten Blick ungewöhnlichen Dehnungsverlauf der Dehnungsaufnehmer an der Plattenunterseite (vgl. Abb. 199, DA 15-17). Bis zur Traglast sind die resultierenden Dehnungen praktisch Null – entsprechend der resultierenden Spannung an der Blechunterseite ( $\sigma_{x,u,i}$ ). Darüber hinaus lagern sich die Biegemomente an der Platte deutlich um und es ergeben sich zusätzliche große Biegespannungen infolge vertikaler Durchbiegung der Platte (vgl. Tabelle 24 – Bild 24) Daher rührt die deutliche Zunahme der Dehnungen in Abb. 199.



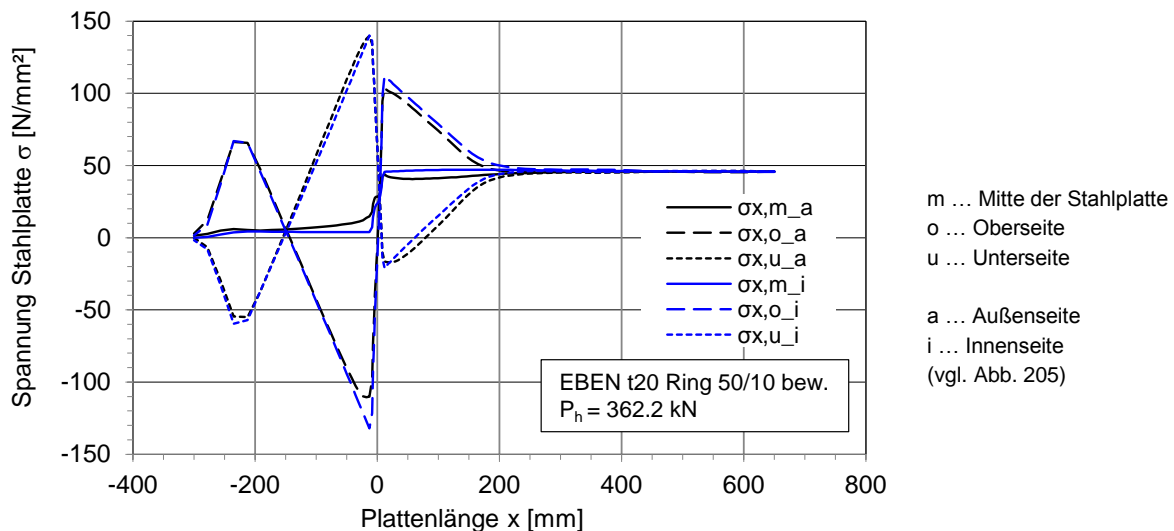
**Abb. 206** Normalkraft  $N$  in der Stahlplatte aus FEA



**Abb. 207** Schnitt 1 und Schnitt 2 an der Stahlplatte



**Abb. 208** Moment  $M_y$  in der Stahlplatte aus FEA



**Abb. 209** Längsspannungen  $\sigma_x$  in der Stahlplatte aus FEA

### Ermittlung der Reibungskräfte anhand der numerischen Berechnung

Um Aufschluss darüber zu bekommen, wie groß die alleinige Traglast des Schubringes ist, muss die Reibungskraft, die in der Fuge zwischen der Stahlplatte und dem Betonkörper wirkt, von der beim Hydraulikzylinder gemessenen Kraft abgezogen werden.

Es hat sich gezeigt, dass der Reibungskoeffizient zwischen der Stahlplatte und dem Betonkörper relativ groß ist und diese Reibungskraft somit nicht vernachlässigt werden darf. Die im Labor ermittelten Reibungskoeffizienten variieren zwischen  $\mu \sim 0.445-0.60$ . Für die numerische Berechnung wurde jedoch immer der untere Grenzwert der gemessenen Reibungskoeffizienten  $\mu = 0.445$  angesetzt.

Die Reibungskraft, die in dieser Fuge wirkt, ist ebenso abhängig von der Vertikalkraft, die von den Rollenauflagern übernommen wird. Die vordere Rollenauflegerkraft wird mit  $A_1$  bezeichnet, die hintere mit  $A_2$  (vgl. Abb. 211). Da die Auflagerkraft der Rollen im Labortest nicht gemessen werden konnte, wird hier vorerst die Situation in der numerischen Berechnung untersucht, um Aufschluss darüber zu erhalten, in welcher Größe sich die Reibungskräfte im Labor einstellen. Die direkte Messung der Auflagerkräfte im Labor wäre zu aufwendig gewesen. In Abb. 211 und Abb. 212 ist die Auflagersituation der ebenen Prüfkörper dargestellt. Weitere Erläuterungen zu diesen Abbildungen folgen später. Aus

Gleichgewichtsbedingungen ergeben sich folgende Zusammenhänge (mit der Vernachlässigung des Eigengewichts des Prüfkörpers):

$$A_1 + A_2 = B_1$$

$$A_{tot} = A_1 + A_2$$

$$H = P_h$$

Die Reibungskraft  $R$  kann aus den beiden Auflagerkräften ermittelt werden:

$$R = (A_1 + A_2) * \mu$$

Die Auflagerkräfte und die Reibungskraft der numerischen Berechnung sind in der Abb. 210 dargestellt. Zur Kontrolle wurde die Auflagerkraft  $B_1$  ausgegeben und es stellt sich heraus, dass sie nahezu gleich groß ist, wie die Summe  $A_1 + A_2$ . Die kleine Differenz der beiden Auflagerkräfte ist durch das Eigengewicht des Betonkörpers bedingt, welches in der numerischen Berechnung mitberücksichtigt wurde (Eigengewicht der Stahlplatte wurde vernachlässigt):

$$G_{Beton} = \gamma_B * l * b * h = 23 * 1.2 * 0.4 * 0.48 = 5.3 \text{ kN}$$

Für die Labortests sind  $A_1$  und  $A_2$  und somit  $A_{tot}$  unbekannt, deshalb muss ein formelmäßiger Zusammenhang zwischen der Ausziehkraft  $P_h$  und der Summe beiden Auflagerkräften  $A_{tot}$  hergestellt werden, um die Reibungskraft zu ermitteln. Dies erfolgt näherungsweise durch den Winkel  $\alpha^*$ :

$$A_{tot} = P_h * \tan \alpha^*$$

Es hat sich sowohl in den Labortests, als auch in der numerischen Berechnung gezeigt, dass zu Beginn der Laststeigerung das vordere Auflager  $A_1$  nicht aktiviert wird, d.h. der Prüfkörper hebt im Bereich der vorderen Rolle geringfügig ab. Dieser Zustand wird als Ausgangszustand bezeichnet und ist in der Abb. 211 dargestellt. In diesem Ausgangszustand wird der Winkel, der das Verhältnis der vertikalen zu den horizontalen Kräften angibt, als Winkel  $\alpha$  bezeichnet. Der Winkel  $\alpha$  kann wie folgt geometrisch ermittelt werden:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{A_2}{P_h}\right) = \arctan\left(\frac{h_{y,0}}{a+b}\right) = \arctan\left(\frac{238}{801}\right) = 16.55^\circ$$

Durch eine weitere Steigerung der Verschiebung des Schubringes entstehen Umlagerungen durch erste Risse im Beton. Dadurch erhält das vordere Rollenauflager ebenso eine Last. Dies hat zur Folge, dass nicht mehr der Winkel  $\alpha$  für den Ausgangszustand zum Tragen kommt, sondern der Winkel  $\alpha^*$  (vgl. Abb. 211 und Abb. 212):

$$\alpha^* = \arctan\left(\frac{A_1 + A_2}{P_h}\right) = \arctan\left(\frac{A_{tot}}{P_h}\right)$$

Der Winkel  $\alpha^*$  gibt, geometrisch gesehen, die Lage der Auflagerresultierenden  $A_{tot}$  an, die zu Beginn der Laststeigerung im Auflager  $A_2$  war und bei weiterem Wegvorschub in Richtung Auflager  $A_1$  wandert. Dies zeigt die Abb. 213 durch den Anstieg von  $\alpha^*$  mit ansteigender Verschiebung am Ende der Stahlplatte.

Es hat sich mit Hilfe der Auflagerpressungsverteilung in der numerischen Berechnung gezeigt, dass sich bei weiterem Anstieg des Winkels  $\alpha^*$  die resultierende Auflagerkraft  $H$  nicht mehr in der Mitte des Auflagers (in der Auflagerachse) befindet, sondern sich nach

oben verschiebt, um das Momenten-Gleichgewicht weiter zu erfüllen, d.h. im Auflagerbereich entsteht in der numerischen Berechnung ein zusätzliches Moment durch eine linear veränderliche Auflagerpressungsverteilung. Der Abstand der resultierenden Auflagerkraft  $H$  zur Mitte der Stahlplatte beträgt nicht mehr  $h_{y,0}=238$  mm, wie im Ausgangszustand, sondern wird mit Hilfe von  $h_y$  ausgedrückt (Abb. 212). Mit Summe der Momente um das Auflager  $H$  errechnet sich  $h_y$  zu:

$$h_y = \frac{A_2 * (a + b) + A_1 * b}{P_h}$$

Mit  $h_y$  und  $\alpha^*$  kann nun die Lage der Auflagerresultierenden  $A_{tot}$  bestimmt werden. Die Lage von  $A_{tot}$  wird mit Hilfe von  $\xi$  (Abb. 212) dargestellt. Bei  $\xi=1$  ist die Lage der Auflagerresultierenden  $A_{tot}$  gleich wie die Lage der Auflagerkraft  $A_2$ , d.h.  $A_1=0$ . Bei  $\xi=0$  ist die Lage der Auflagerresultierenden  $A_{tot}$  gleich wie die Lage von  $A_1$ , d.h.  $A_2=0$ . Zur Bestimmung von  $\xi$  sind folgende Definitionen nötig (vgl. Abb. 212):

$$\bar{x} = \frac{h_y}{\tan\alpha^*}$$

$$x = \bar{x} - b$$

$$\xi = \frac{\bar{x} - b}{a} = \frac{x}{a}$$

$\xi$  ist in Abb. 214 in Abhängigkeit von der Verschiebung dargestellt. Es zeigt sich, dass zu Beginn  $\xi=1$  ist und somit  $A_1=0$  ist. Bei größeren Verschiebungen wandert  $A_{tot}$  immer weiter hin zum Auflager  $A_1$ .

Als Ergebnis dieser Untersuchung wird als erster Ansatz der Verlauf von  $\alpha^*$  aus der FEA auch für die Ermittlung der Reibungskräfte der Labortests herangezogen, denn mit Hilfe von  $\alpha^*$  kann aus der Ausziehungskraft  $P_h$  die Reibungskraft  $R$  wie folgt berechnet werden:

$$R = A_{tot} * \mu = P_h * \tan\alpha^* * \mu$$

Für die Ergebnisse der FE-Analysen gilt dabei immer  $\mu=0.445$ , wogegen bei den Versuchen selbst der gemessene Wert  $\mu$  verwendet wird.

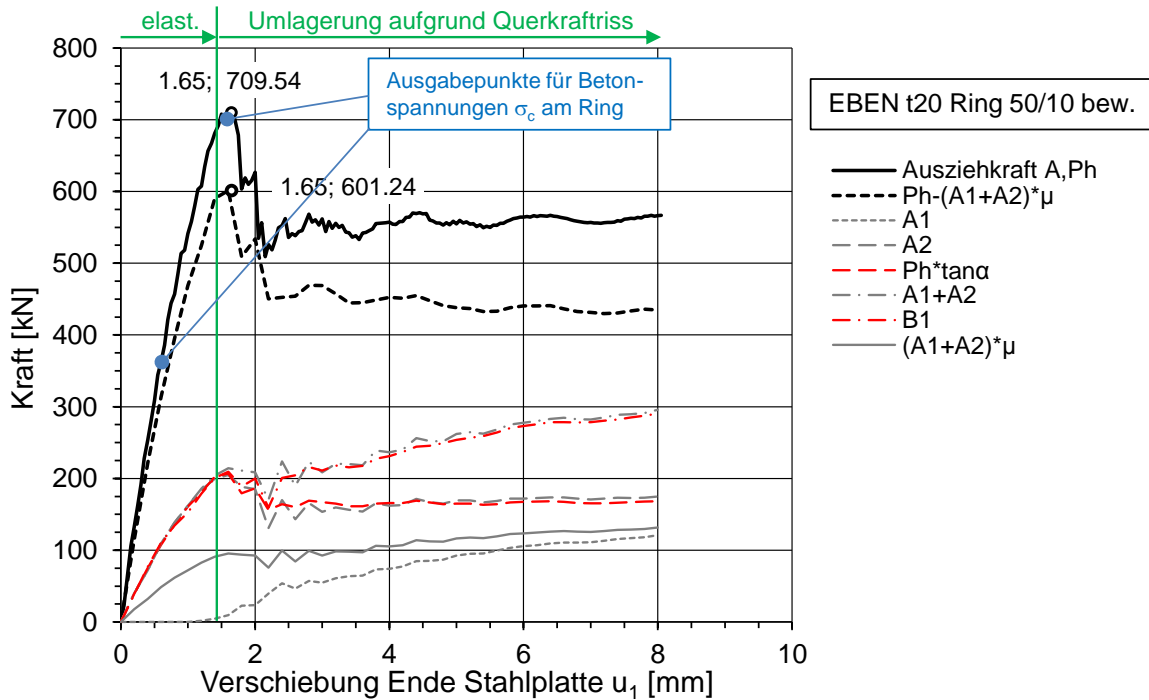


Abb. 210 Ausziehkraft, vertikale Auflagerkräfte und Reibkräfte der FEA

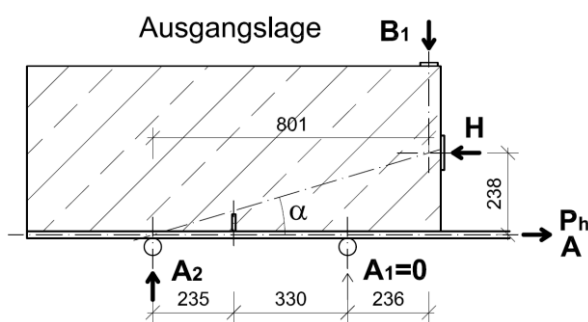


Abb. 211 Auflagersituation bei  $t_{bl}=20\text{mm}$

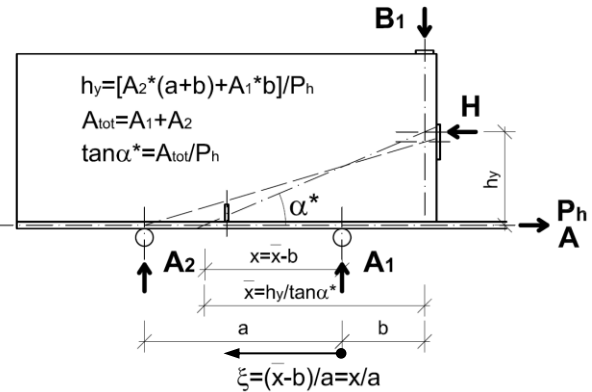


Abb. 212 Definition von  $\xi$

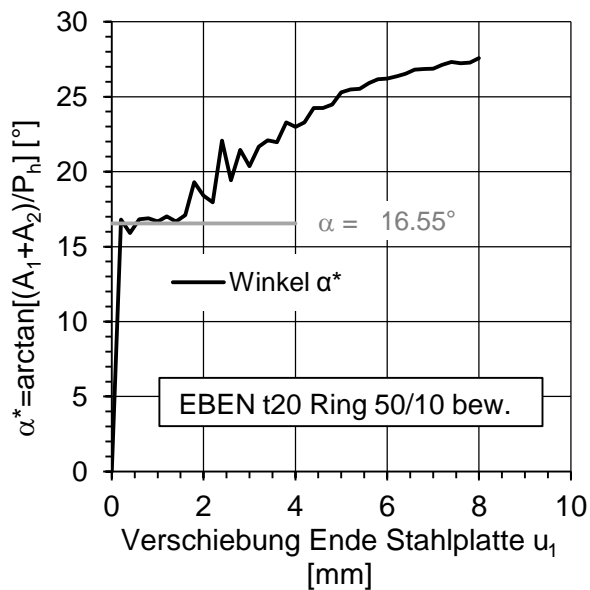


Abb. 213 Winkel  $\alpha^*$  in Abhängigkeit von  $u_1$

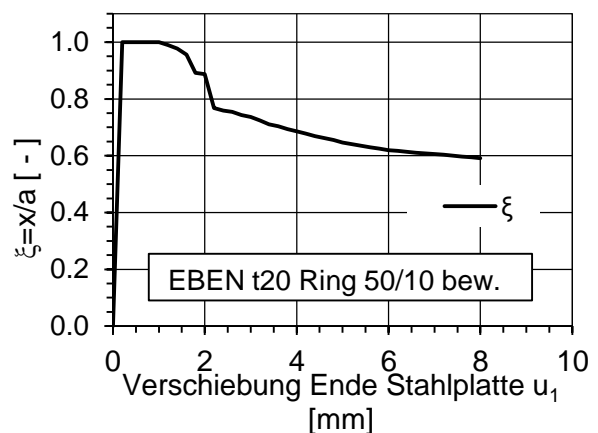


Abb. 214 Lage der Auflagerresultierenden  $A_{tot}$

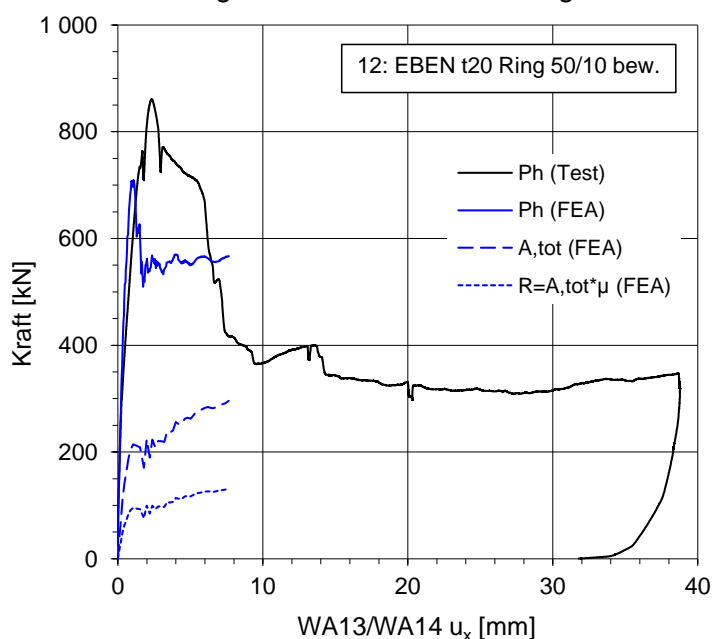
### Rückrechnung der Reibungskräfte aus den Labortests

In den Labortests konnte keine Reibungskraft in der Kontaktfuge zwischen Stahlplatte und Betonkörper gemessen werden, daher mussten die Reibungskräfte näherungsweise rückgerechnet werden. Die Ermittlung der Reibungskräfte der Labortests erfolgte in mehreren aufeinanderfolgenden Schritten:

- Vergleich der numerischen Berechnung mit den Labortests anhand der Wegaufnehmer WA13 und WA14, die die horizontale Verschiebung unter dem Schubring an der Stahlplatte gemessen haben.
- „Streckung“ der numerischen Berechnung, sodass die Kurven der Messung bestmöglich mit der FE-Berechnung übereinstimmen.
- Ermittlung der Reibungskraft  $R_{\text{mod}}$  mit der ebenfalls gestreckten Funktion von  $\alpha^*$ . Daraus errechnet sich die Reibungskraft der Labortests zu:  $R_{\text{mod}} = P_{h,\text{Test}} * \tan\alpha^* * \mu$ . Dabei wird immer der Messwert  $\mu$  des jeweiligen Versuchs verwendet.
- Begrenzung der rückgerechneten Reibungskraft  $R_{\text{mod}}$  aus der numerischen Berechnung durch eine in den Labortests maximal auftretbare Reibkraft  $R_{\text{max,B}}$ . Diese wird als  $R_{\text{max}}$  bezeichnet.
- Subtrahieren der ermittelten Haftreibungskraft  $R_{\text{max}}$  von der Ausziehkraft  $P_h$
- Ergebnis ist eine rückgerechnete Traglast der Schubringe, ohne Reibungseffekte

Eine genaue Erläuterung der einzelnen Schritte erfolgt in den folgenden Abschnitten.

Die Abb. 215 zeigt einen Vergleich der numerischen Berechnung (FEA) mit den Labortests. Auf der Abszisse ist der Mittelwert der Verschiebung  $u_x$  der beiden Wegaufnehmer WA13 und WA14 (Diese messen die horizontale Verschiebung unter dem Schubring) aufgetragen. Es zeigt sich, dass die Ergebnisse der numerischen Berechnung unter der Traglast des Labortests liegen und dass das duktilere Nachbruchverhalten aufgrund der komplexen Tragwirkung nicht vollständig in der FE-Berechnung abgebildet werden kann. In der Abb. 215 ist ebenfalls die vertikale Auflagerkraft  $A_{\text{tot}}$  und die zugehörige Reibungskraft  $R$  der numerischen Berechnung dargestellt. Insgesamt zeigt sich jedoch eine brauchbare Übereinstimmung zwischen FE-Berechnung und Labortest.



**Abb. 215** Vergleich der numerischen Berechnung (FEA) mit den Labortests anhand der Verschiebung  $u_x$  bei WA13 bzw. WA14



In der Abb. 216 ist ein ausgewählter Ausschnitt der Abb. 215 dargestellt und um weitere Verläufe ergänzt. Dort zeigt sich auch, dass die numerische Berechnung eine etwas größere Steifigkeit als der Labortests aufweist. Dies ist bei den meisten Vergleichsrechnungen der Fall, da der Schubring im Labortest eine gewisse Verschiebung benötigt, um satt anzuliegen, aber vor allem die vertikalen und horizontalen Auflager aufgrund kleiner Toleranzen (0.5 bis 1 mm) eine gewisse Nachgiebigkeit haben.

Der nächste Schritt in der Ermittlung der Reibungskräfte der Labortests ist, die numerische Berechnung des Last-Verformungsverlaufes (Ausziehungskraft  $P_h$  gegenüber  $u_x$ ) so zu strecken, dass sie möglichst gut mit den Labortests übereinstimmt. Dabei wurde die Streckung so durchgeführt, dass die Werte der Verformung  $u_x$  mit einem konstanten Faktor multipliziert wurden. Dies ist in der Abb. 216 mit der blauen gepunkteten Linie mit Bezeichnung  $P_{h,gestr.}$  dargestellt. Zugehörig dazu ist die gestreckte Reibungskraft  $R_{gestr.}$  dargestellt. Ebenso wurde der Verlauf des Winkels  $\alpha^*$  gestreckt. Den Tangens des gestreckten Winkels  $\alpha^*$  zeigt die Abb. 217. Dieser Verlauf wurde in zwei, bei anderen Prüfkörpern auch in drei Abschnitte, geteilt. Im ersten Abschnitt ist der Tangens  $\tan \alpha^*$  konstant ( $\tan(16.55^\circ)$ , vgl. Abb. 213). Im zweiten Abschnitt wurde der Tangens  $\tan \alpha^*$  mit der Funktion aus der Abb. 218 angenähert. Daraus wurde die Reibungskraft  $R_{mod}$  (Abb. 216) berechnet:

$$R_{mod} = P_{h,Test} * \tan \alpha^* * \mu$$

Für den Prüfkörper Prk 12 wurde ein Reibungskoeffizient in der Fuge Stahlplatte-Betonkörper zu  $\mu=0.445$  gemessen, welcher zur Bestimmung von  $R_{mod}$  eingesetzt wurde (ident wie in der FE-Berechnung). Hervorzuheben ist, dass durch diese Vorgehensweise auch bei unterschiedlichen Reibbeiwerten  $\mu$  von Berechnung und Test, diese ohne Einfluss sind für die korrekte Wiedergabe der Traglasten ohne Reibung.

Nun hat sich gezeigt, dass durch die konstruktive Ausbildung des vertikalen Auflagers an der Oberseite des Prüfkörpers die Vertikalkraft ein Limit hat. Dieses Limit hat folgenden Hintergrund:

Die vertikale Auflagerkraft  $B_1$  (vgl. Abb. 211) muss über eine Kontaktfuge von der Hilfskonstruktion in die Reaktionswand eingeleitet werden (Abb. 219). Die maximal übertragbare Kraft in der vertikalen Kontaktfuge, welche in der Abb. 219 dargestellt ist (Fuge zwischen Reaktionswand und Hilfskonstruktion), bestimmen die beiden Vorspannkkräfte der Spannstangenverbindung ( $F_v$  in der Abb. 219) mit der Reaktionswand und der Reibungskoeffizient  $\mu_k$  der vertikalen Kontaktfuge. Für den Prüfkörper Prk 12 (Anm.: Es wurde keine Bewegung in der Kontaktfuge festgestellt) errechnet sich die max. vertikale Auflagerkraft  $B_1$  zu:

$$B_{1,max} = 2 * F_v * \mu_k$$

Vorgespannt wurde mit einer Kraft von 500 kN. Es gibt jedoch einen Vorspannkraftverlust, der allerdings nicht berücksichtigt wurde, um auf der konservativen Seite zu bleiben. Eine niedrige Reibungskraft wirkt sich begünstigend auf das Tragverhalten der Schubringe aus. Der Reibungskoeffizient  $\mu_k$  für Stahl auf Stahl beträgt 0.2. (Anm.: Bei Prk 14 wurde eine Bewegung in der vertikalen Kontaktfuge beobachtet, daher wurde für die nachfolgenden Prüfkörper ein Blatt Papier in der vertikalen Kontaktfuge zwischengelegt, um den Reibungskoeffizienten  $\mu_k$  von 0.2 auf ca. 0.33 zu erhöhen.) Daraus folgt für Prüfkörper Prk 12:

$$B_{1,max} = 2 * F_v * \mu_k = 2 * 500 * 0.2 = 200 \text{ kN}$$

Daraus errechnet sich die maximale horizontale Reibungskraft  $R_{max,B}$  zu:

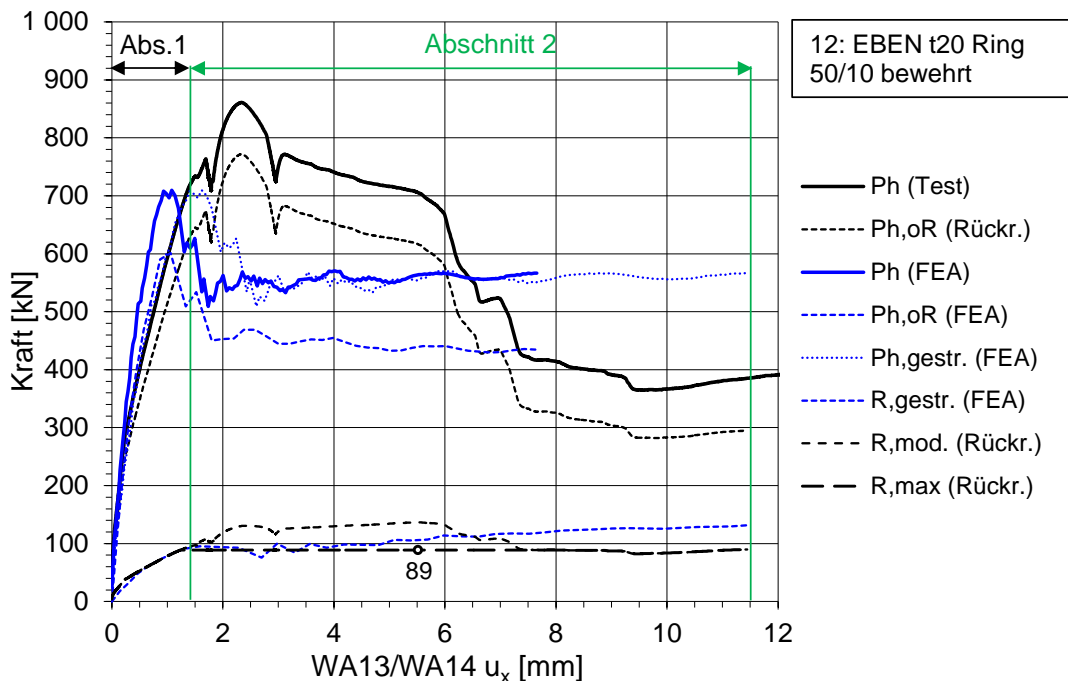
$$R_{max,B} = B_{1,max} * \mu = 200 * 0.445 = 89 \text{ kN}$$

In Abb. 216 wurde aus dieser Erkenntnis die Reibungskraft  $R_{mod}$  durch die maximale Reibungskraft  $R_{max,B}$  begrenzt. Liegt die Reibungskraft  $R_{mod}$  unter  $R_{max,B}$ , dann wurde die Reibungskraft  $R_{mod}$  herangezogen:

$$R_{max} = \min \begin{cases} R_{mod} \\ R_{max,B} \end{cases}$$

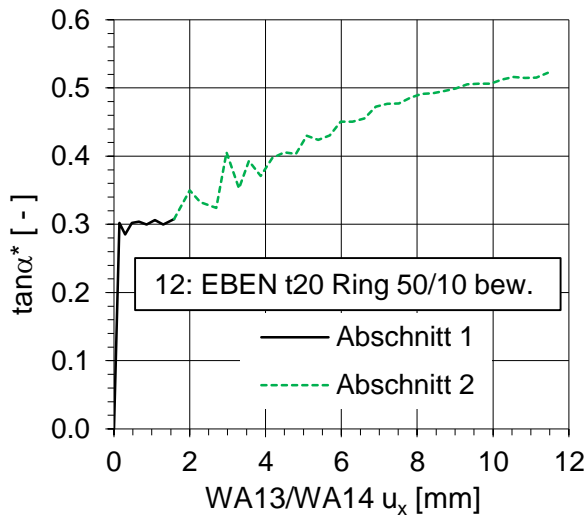
Diese horizontale Reibungskraft  $R_{max}$  wurde dann von der Ausziehkraft  $P_h$  der Labortests subtrahiert und stellt als Endergebnis die Kraft  $P_{h,oR}$  (Rückr.) ohne Reibungseinfluss dar:

$$P_{h,oR,(Rückr.)} = P_h - R_{max}$$

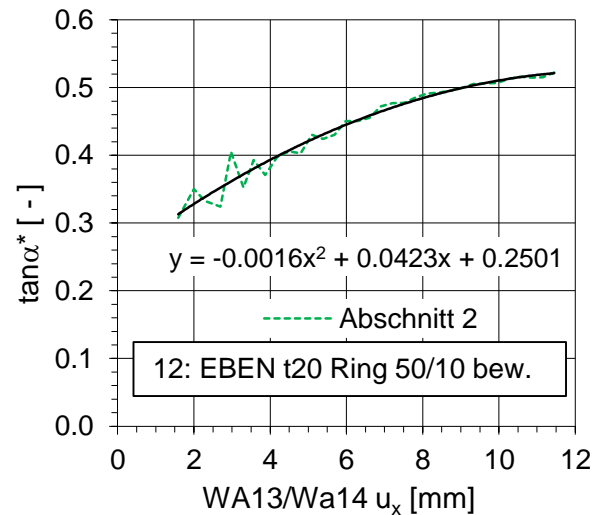


- Ph (Test) ... Ausziehkraft des Labortests
- Ph,oR (Rückr.) ... rückgerechnete Ausziehkraft des Labortests ohne Reibungsanteil
- Ph (FEA) ... Ausziehkraft der FE-Berechnung
- Ph,oR (FEA) ... Ausziehkraft der FE-Berechnung ohne Reibungsanteil
- Ph,gestr. (FEA) ... gestreckter Verlauf der Ausziehkraft der FE-Berechnung
- R,gestr. (FEA) ... gestreckter Verlauf der Reibungskraft der numerischen Berechnung
- R,mod. (Rückr.) ... Rückrechnete Reibungskraft des Labortests mit  $R_{mod} = P_{h,Test} * \tan\alpha * \mu$
- R,max. (Rückr.) ... Rückgerechnete maximale Reibungskraft des Labortests

**Abb. 216** Vergleich der Reibungskräfte und Ausziehkkräfte zwischen der FEA und den Labortests



**Abb. 217** „Gestreckter Verlauf“ von  $\tan \alpha^*$



**Abb. 218** Funktion für die Annäherung von Abschnitt 2

Dieses Ergebnis ist in Abb. 220 und in der Tabelle 21 eingearbeitet und mit der numerischen Berechnung verglichen. Die Abb. 220 zeigt, dass die numerische Berechnung (FEA) eine etwas höhere Steifigkeit, als jene des Labortests, aufweist. Dies kann einerseits durch Anfangsschiefstellungen des Schubringes, Anfangsnachgiebigkeiten bei den Auflagern aufgrund Toleranzen von Betonkörper und Stahlblech und andererseits durch das etwas zu steife Betonmodell (CDP Concrete Damaged Plasticity Modell) bei mehrachsigen Druckzuständen in der numerischen Berechnung bedingt sein. Die Traglast der numerischen Berechnung ist geringer, als die des Labortests (82 %), liegt aber noch in dem für Beton üblichen Streubereich. Es zeigt sich jedoch, dass der erste Abfall der Last-Verschiebekurve des Labortests mit der numerischen Berechnung gut übereinstimmt. Die Ausziehungskraft der numerischen Berechnung steigt bei weiterem Wegvorschub nicht wieder an, sondern fällt bis zu einer konstanten Resttragfähigkeit von 550 kN ab. Die Ausziehungskraft des Labortests fällt hingegen bei ca. 6 mm horizontaler Verschiebung des Schubringes bis zu einer Resttragfähigkeit von 300 - 400 kN ab.

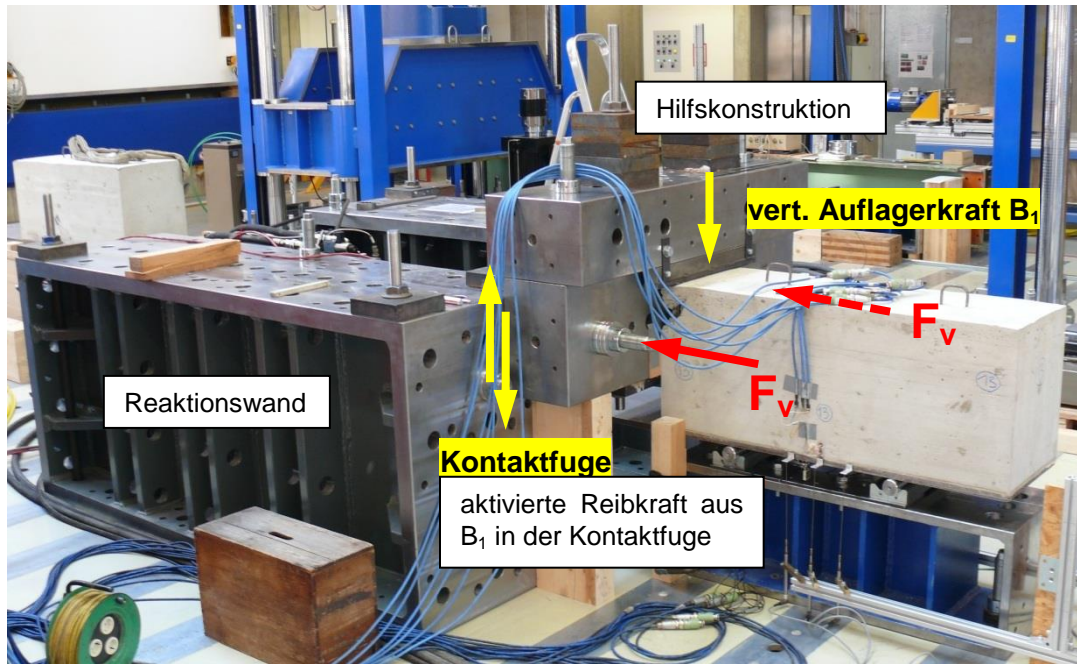


Abb. 219 Prüfkongfiguration

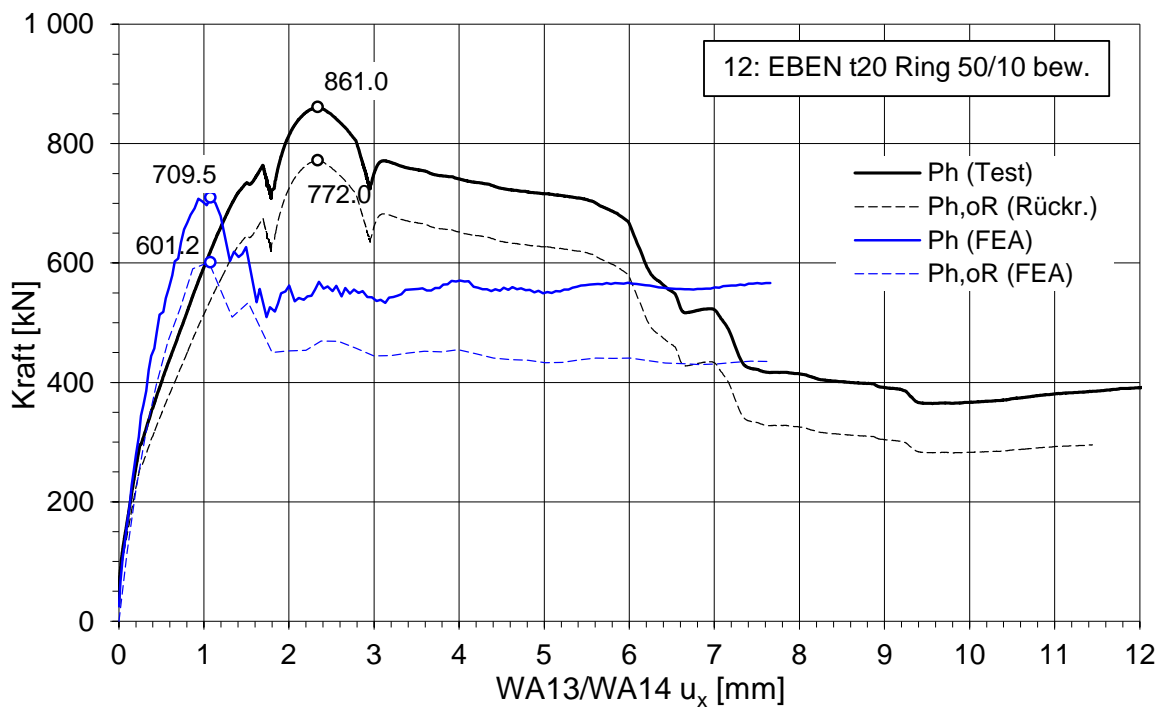


Abb. 220 Ergebnisdiagramm der Labortests und der numerischen Berechnung mit und ohne Reibungseffekt

	max. Kraft $P_{h,max}$ [kN]	max. Kraft am Schubring (ohne Reibungskraft) $P_{h,oR,max}$ [kN]	Reibungskraft- anteil in %
<b>Labortest 12</b>	861.0	772.0	10.3
<b>FEA 12-13</b>	709.5	601.2	15.3
<b>Labortest/FEA</b>	121.4 %	128.4 %	

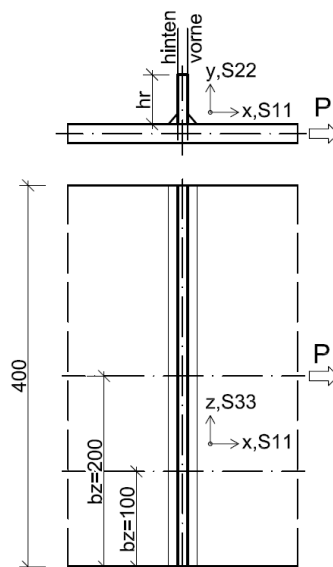
**Tabelle 21** Zusammenfassung der Schubringtragfähigkeiten mit und ohne Reibungseinfluss

### Pressungsverteilung am Schubring

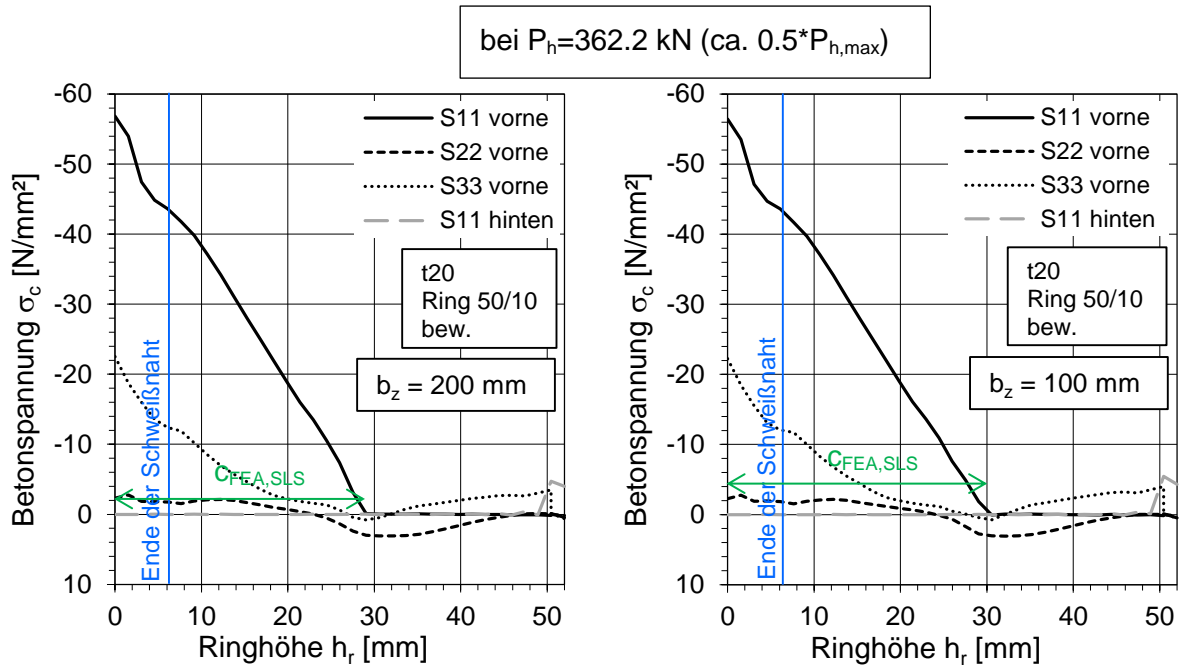
Die Pressungsverteilung über die Höhe des Schubringes  $h_r$  kann am besten durch die Betonspannungen  $S11$  ( $\sigma_c$  in x-Richtung) direkt beim Schubring ausgegeben werden. Es sind ebenfalls die Spannungen  $S22$  ( $\sigma_c$  in y-Richtung) und  $S33$  ( $\sigma_c$  in z-Richtung) dargestellt, um die Mehrachsigkeit des Spannungszustandes darzustellen.

Bei welchem Lastniveau die Spannungen ausgegeben wurden, ist in der Abb. 210 eingetragen. Dies ist in etwa beim Lastmaximum (bei:  $P_h=696.7$  kN; Abb. 224 und Abb. 225) und bei der Hälfte der Traglast ( $0.5 \cdot P_{h,max}$ ; Abb. 222 und Abb. 223). Die Betonspannungen wurden in der Mitte des Betonkörpers bei  $b_z = 200$  mm und bei  $b_z = 100$  mm ausgelesen (Abb. 221).

Der Abfall der Spannungen bei  $h_r \sim 15$  mm (Abb. 224 und Abb. 225) entsteht in der numerischen Berechnung aufgrund eines Schubrisses unter der Längsbewehrung. Dieser Riss entsteht nur bei den bewehrten Prüfkörpern und ist auch im Labortest zu erkennen (Bild 7 und 8 in der Tabelle 24).

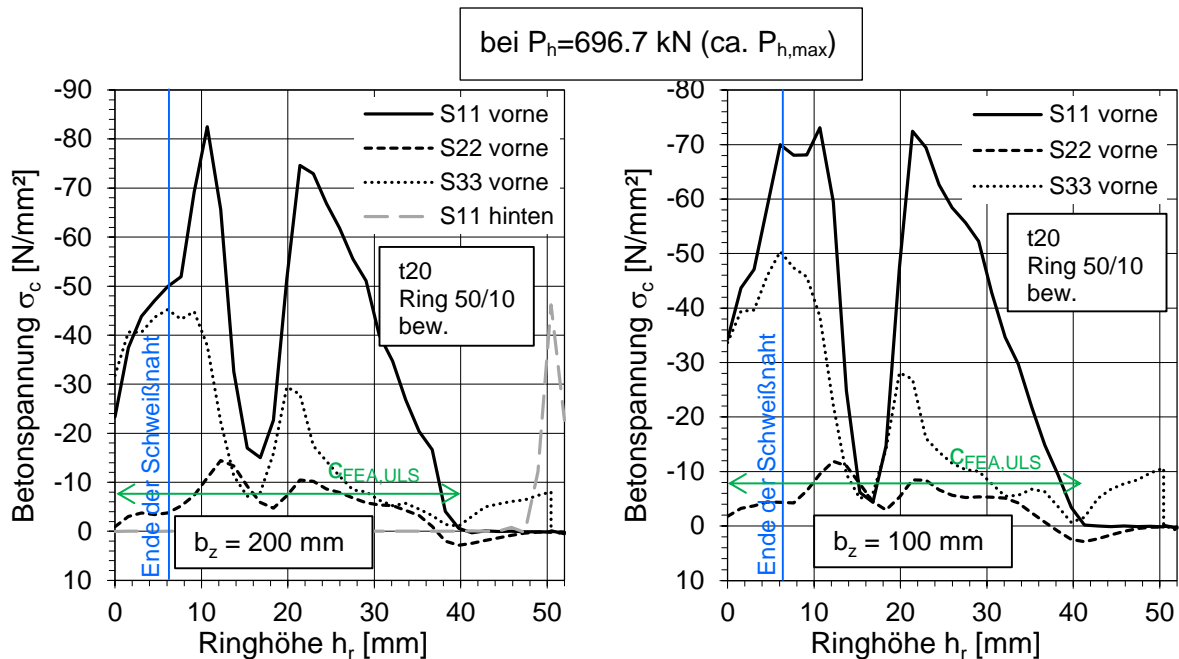


**Abb. 221** Koordinatensystem und Richtung der Spannungen



**Abb. 222** Betonspannung bei  $b_z=200\text{mm}$  aus FEA

**Abb. 223** Betonspannung bei  $b_z=100\text{mm}$  aus FEA



**Abb. 224** Betonspannung bei  $b_z=200\text{mm}$  aus FEA

**Abb. 225** Betonspannung bei  $b_z=100\text{mm}$  aus FEA

### Pressungsverteilung in der Kontaktfuge Stahlplatte - Betonkörper

Analog zu den Betonspannungen am Schubring, werden hier die Betonspannungen an der Kontaktfuge zur Stahlplatte ausgegeben. In Abb. 221 sind die Richtungen der Spannungen definiert. Die Abb. 226 zeigt den Startpunkt der Plattenlänge  $x$  (Abszisse der Abb. 227 - Abb. 230) am Ende der Schweißnaht.

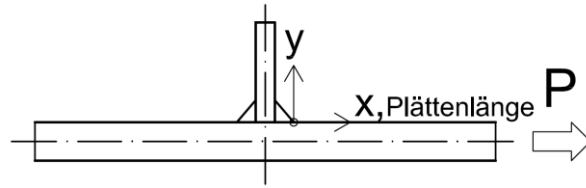


Abb. 226 Plattenlänge x

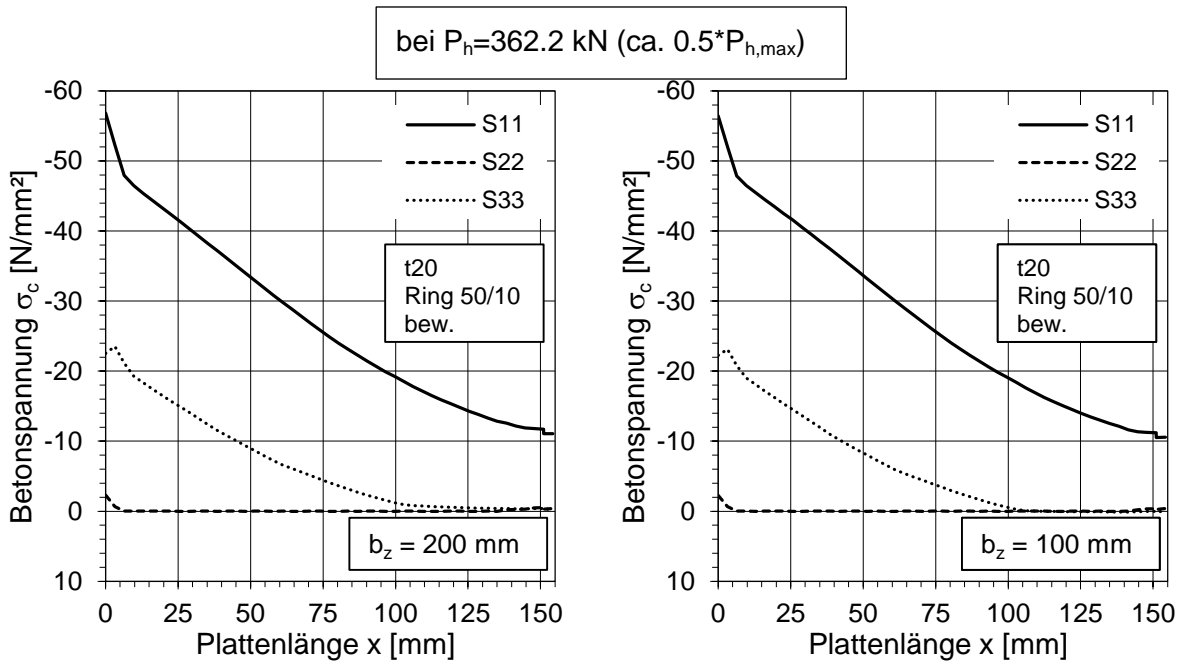


Abb. 227 Betonspannung bei  $b_z = 200 \text{ mm}$  aus FEA      Abb. 228 Betonspannung bei  $b_z = 100 \text{ mm}$  aus FEA

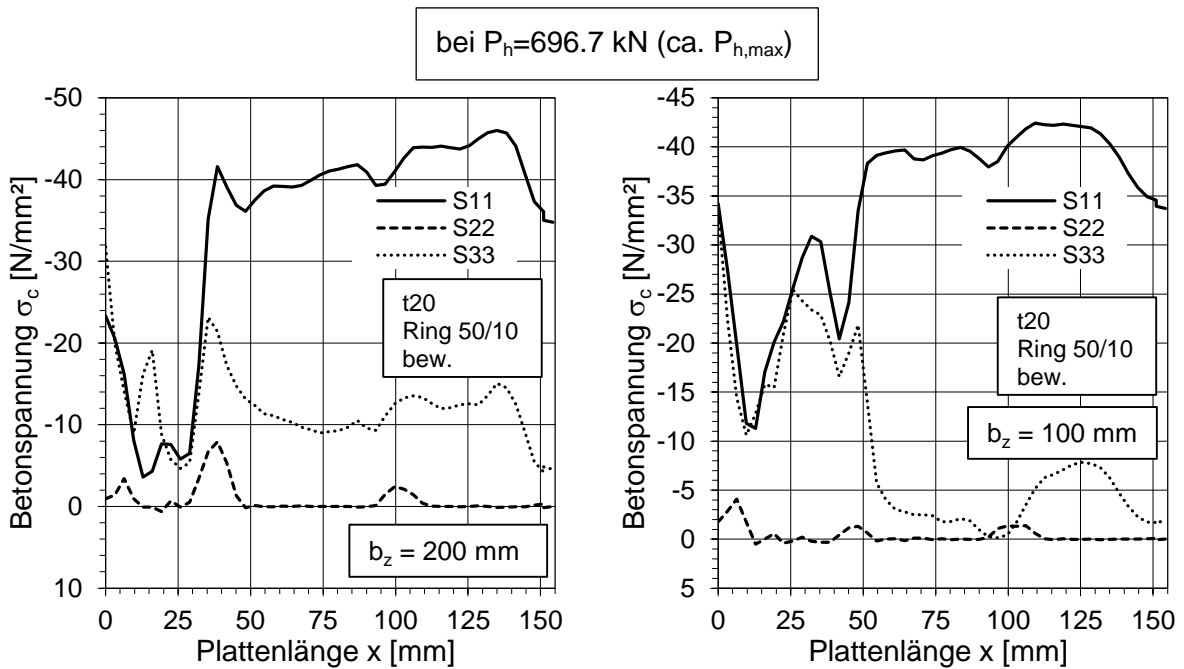


Abb. 229 Betonspannung bei  $b_z = 200 \text{ mm}$  aus FEA      Abb. 230 Betonspannung bei  $b_z = 100 \text{ mm}$  aus FEA

### **Ermittlung der Schubringsteifigkeit**

Die Schubringsteifigkeit wurde bei zwei unterschiedlichen Lastniveaus ermittelt. Einerseits wurde die Anfangssteifigkeit vor Erstrissbildung zwischen Oberlast  $P_o$  und Unterlast  $P_u$  und andererseits die Schubringsteifigkeit bis 80 % der Traglast ( $P_{h,max}$ ) – als Sekantensteifigkeit – ermittelt. Dies wurde sowohl für die numerische Berechnung, als auch für die Labortests durchgeführt.

Die Abb. 231 zeigt das Kraft-Verformungsverhalten der ersten zwei Stufen (Erstbelastung WA13\_1 und zyklische Belastungen WA13\_2) des Labortests, anhand des Wegaufnehmers (WA) 13. Für die Ermittlung der Anfangssteifigkeit des Labortests wurde für den Prüfkörper 12 nur der WA13 herangezogen, da der WA14 keine Messwerte zu Beginn des Tests lieferte (Abb. 184 und Abb. 197).

In Abb. 232 ist der Zusammenhang zwischen der Ausziehungskraft und der Verschiebung und die daraus ablesbare Schubringsteifigkeit bis 80 % der Traglast, für den Mittelwert aus WA13 und WA14, dargestellt. Es wurden die Anfangs- und die Schubringsteifigkeit, mit und ohne Reibungseffekten, bestimmt.

Die Ergebnisse sind in der Tabelle 22 und Tabelle 23 aufgelistet. In der ersten Ergebnisspalte „Federsteifigkeit“ sind die Steifigkeiten auf den gesamten Prüfkörper mit einer Breite von 400 mm bezogen. In der zweiten Spalte „Federsteifigkeit“ sind die Steifigkeiten pro Millimeter Breite des Prüfkörpers angegeben. In der Spalte „Bettung“ wird die Federsteifigkeit durch die Kontaktlänge (Gibt die Länge der Pressungsverteilung am Schubring an; vgl. Abb. 222 bis Abb. 225) dividiert. Für die Ermittlung der Bettung der Anfangssteifigkeit wird die Kontaktlänge auf dem Lastniveau  $0.5 \cdot P_{h,max}$  herausgelesen ( $C_{FEA,SLS}$  aus Abb. 222 und Abb. 223). Für die Bettung bei 80% der Schubringtraglast wird die Kontaktlänge bei  $P_{h,max}$  ermittelt ( $C_{FEA,ULS}$  aus Abb. 224 und Abb. 225).

Es zeigt sich, dass die Anfangssteifigkeiten der numerischen Berechnung mit den Labortests relativ gut übereinstimmen, jedoch bei der Schubringsteifigkeit für 80 % der Traglast große Abweichungen auftreten. Der Grund hierfür ist im Kapitel „Ermittlung der Reibungskräfte der Labortests“ erläutert.



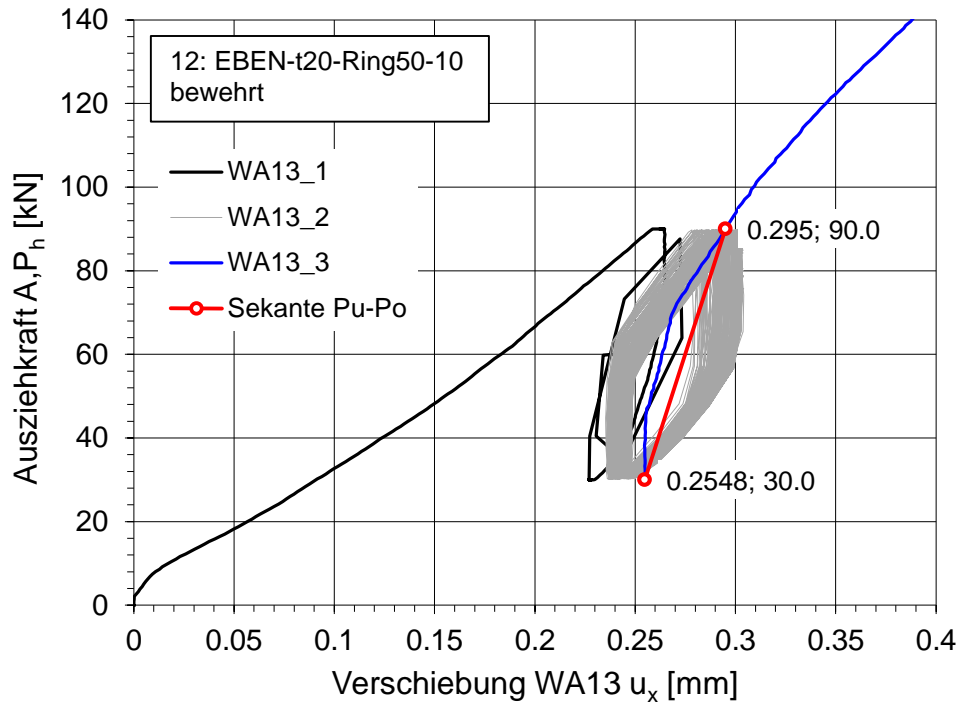


Abb. 231 Anfangssteifigkeit der Labortests zwischen  $P_o$  und  $P_u$

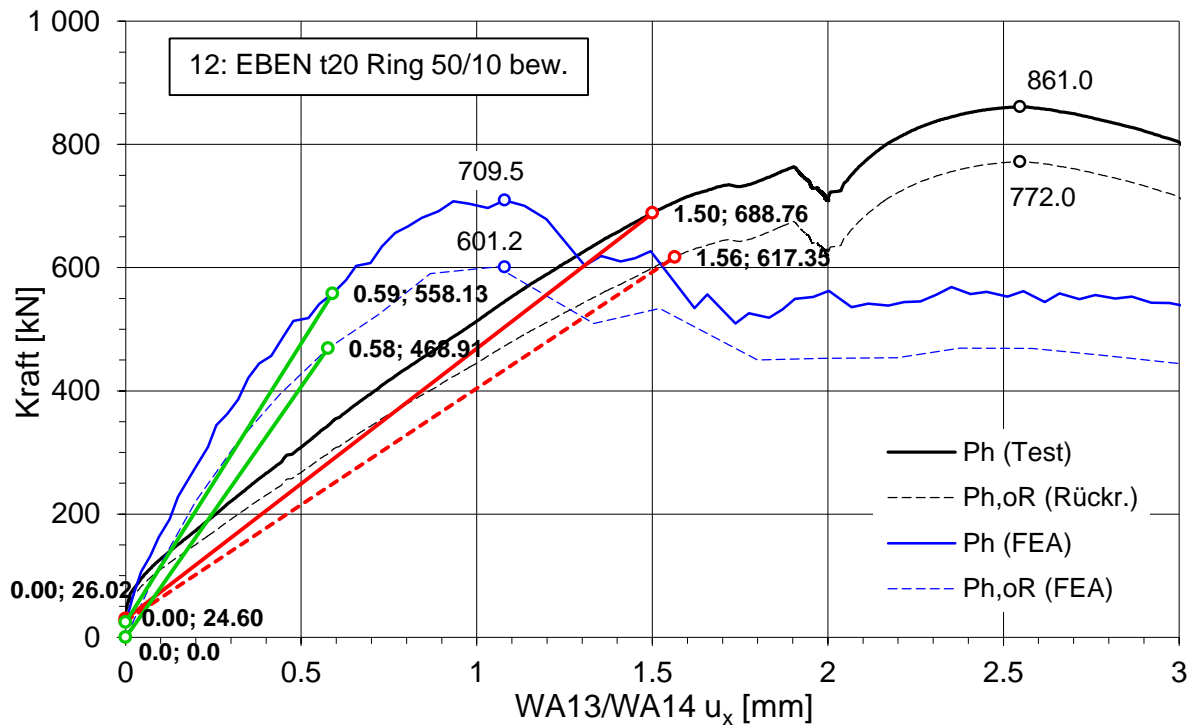


Abb. 232 Schubringsteifigkeit bis 80 % der Traglast  $P_{h,max}$

	Anfangssteifigkeit				Federsteifigkeit		Bettung	Kontaktlänge
	$P_o$	$P_u$	$u_{x,o}$	$u_{x,u}$	$S_{ini,Prk}$	$S_{ini}$	$C_{ini, Ring}$	$c_{FEA, SLS}$
	[kN]	[kN]	[mm]	[mm]	[kN/mm]	[N/mm/mm]	[N/mm <sup>3</sup> ]	[mm]
Labortest	90.0	30.0	0.2950	0.2548	1492.9	3732.3	126.5	29.5
FEA	106.0	24.6	0.0690	0.0251	1855.2	4638.1	157.2	

	Schubringsteifigkeit bis 80% von $P_{h,max}$				Federsteifigkeit		Bettung	Kontaktlänge
	$P_o$	$P_u$	$u_{x,o}$	$u_{x,u}$	$S_{Prk}$	$S$	$C_{Ring}$	$c_{FEA, ULS}$
	[kN]	[kN]	[mm]	[mm]	[kN/mm]	[N/mm/mm]	[N/mm <sup>3</sup> ]	[mm]
Labortest	688.8	30.0	1.5004	0.0000	439.1	1097.7	27.1	40.5
FEA	558.1	24.6	0.5894	0.0000	905.3	2263.2	55.9	

**Tabelle 22** Schubringsteifigkeit für Prüfkörper Prk 12

	Anfangssteifigkeit ohne Reibungseinfluss				Federsteifigkeit		Bettung	Kontaktlänge
	$P_o$	$P_u$	$u_{x,o}$	$u_{x,u}$	$S_{ini,Prk,oR}$	$S_{ini,oR}$	$C_{ini, Ring, oR}$	$c_{FEA, SLS}$
	[kN]	[kN]	[mm]	[mm]	[kN/mm]	[N/mm/mm]	[N/mm <sup>3</sup> ]	[mm]
Labortest	90.6	26.0	0.0583	0.0000	1107.8	2769.6	93.9	29.5
FEA	114.3	0.0	0.0952	0.0000	1201.1	3002.8	101.8	

	Schubringsteifigkeit bis 80% $P_{h,max}$ o. Reibungseinfl.				Federsteifigkeit		Bettung	Kontaktlänge
	$P_o$	$P_u$	$u_{x,o}$	$u_{x,u}$	$S_{Prk,oR}$	$S_{oR}$	$C_{Ring,oR}$	$c_{FEA, ULS}$
	[kN]	[kN]	[mm]	[mm]	[kN/mm]	[N/mm/mm]	[N/mm <sup>3</sup> ]	[mm]
Labortest	617.4	26.0	1.5644	0.0000	378.0	945.0	23.3	40.5
FEA	468.9	0.0	0.5762	0.0000	813.8	2034.4	50.2	

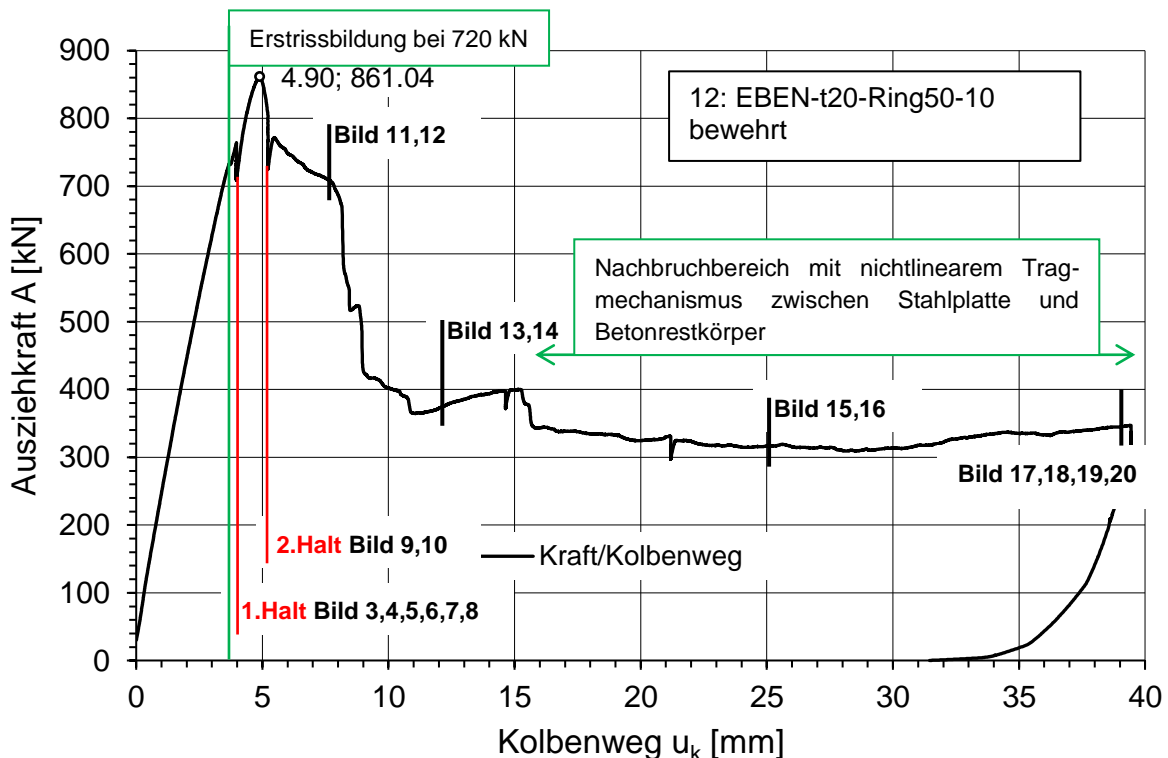
**Tabelle 23** Rückrechnung Schubringsteifigkeit für Prüfkörper Prk 12 ohne Reibungseinfluss

**Fotodokumentation (Tabelle 24):**

Während den Labortests wurden Fotos aufgenommen, um den Ausgangszustand, sowie den Rissfortschritt im Beton und die unterschiedlichen Traglastzustände dokumentieren zu können. In Abb. 233 ist eingetragen bei welchem Kolbenweg  $u_k$  die Fotos aufgenommen wurden. Die Messung wurde kurz angehalten, sobald die Last-Verschiebekurve etwas Auffälliges (Knick oder Abfall) aufwies. Dies ist ebenfalls in Abb. 233 eingetragen. Bei den Stopps hat sich gezeigt, dass die Last etwas abfällt. Der Grund hierfür ist einerseits der dynamische Anteil der Last und andererseits das Kriechen des Prüfkörpers.

Die Bilder 1 und 2 zeigen den Prüfkörper im Ausgangszustand vor der Aufbringung der Last. Die Bilder 3-20 dokumentieren die Verformung des Schubringes, die Risse im Beton, bzw. die Abplatzungen des Betons mit zunehmendem Kolbenweg  $u_k$ . Die Fotos zeigen den Prüfkörper von der rechten (Ansicht rechts) und von der linken (Ansicht links) Seite bei gleichem Kolbenweg. Die Bilder dokumentieren, dass die Verformungen, Rissbilder und Betonabplatzungen auf beiden Seiten sehr ähnlich aussehen. Dies zeugt von einem homogenen Prüfkörper und einer gleichmäßigen Lasteinleitung des Prüfkörpers. Bild 17 und 18 zeigen weitere Risse des Betonkörpers im Bereich des horizontalen Auflagers bei großen Verformungen. Durch die große Biegung der Stahlplatte entsteht im Eckbereich des Betonkörpers ein großer Anpressdruck und durch den zusätzlichen Vorschub der Stahlplatte entstehen diese Risse im Betonkörper.

Bild 21 zeigt die Stahlplatte mit dem durch den Schubring abgesicherten Betonkeil. Bild 22 zeigt die Untersicht des am Ende des Tests abgehobenen Betonrestkörpers. Gut zu erkennen sind die Schleifspuren des Schubringes am Beton und die Bewehrungseisen. Bild 23 zeigt die Untersicht des abgesicherten Betonkeils und die plastische Verformung des Schubringes. Die horizontalen Risslinien im Betonkeil bestätigen ebenso eine gleichmäßige Lasteinleitung über die gesamte Prüfkörperbreite.



**Abb. 233** Last-Verschiebungsdiagramm für den Kolbenweg  $u_k$

**Tabelle 24** Fotodokumentation für Prüfkörper 12

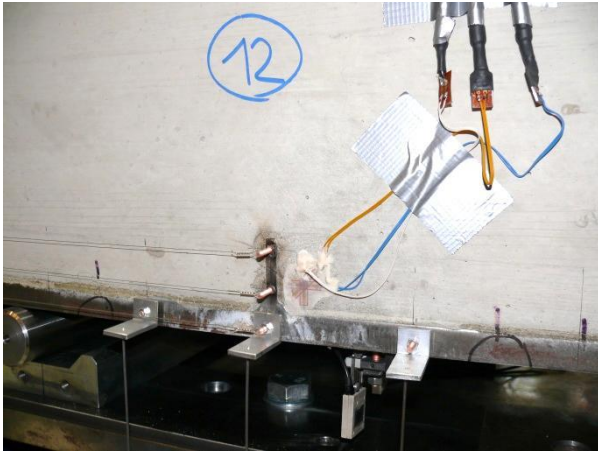


Bild 1 (Ansicht rechts)  $u_k=0\text{mm}$

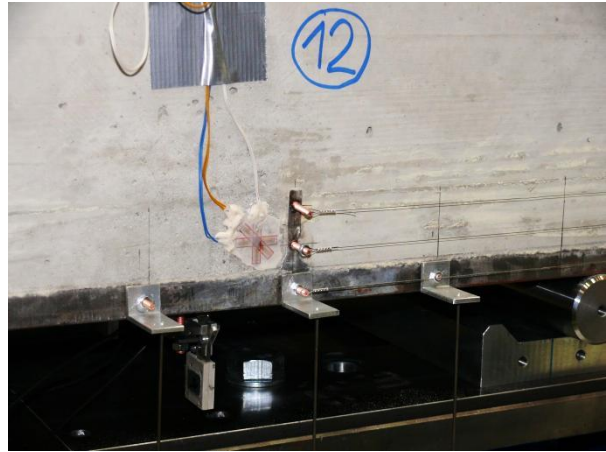


Bild 2 (Ansicht links)  $u_k=0\text{mm}$

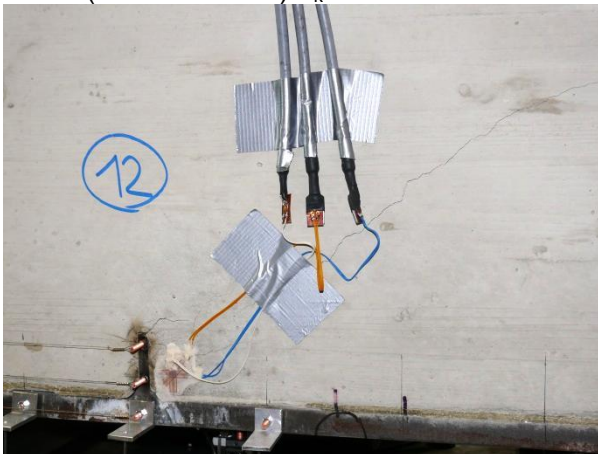


Bild 3 (Ansicht rechts)  $u_k=4\text{mm}$



Bild 4 (Ansicht links)  $u_k=4\text{mm}$



Bild 5 (Ansicht rechts)  $u_k=4\text{mm}$

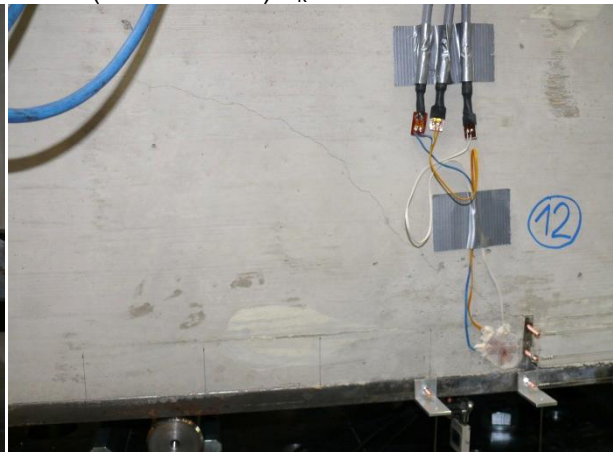


Bild 6 (Ansicht links)  $u_k=4\text{mm}$

Tabelle 24 - Fortsetzung



Bild 7 (Ansicht rechts)  $u_k=4\text{mm}$



Bild 8 (Ansicht rechts)  $u_k=4\text{mm}$



Bild 9 (Ansicht rechts)  $u_k=5\text{mm}$

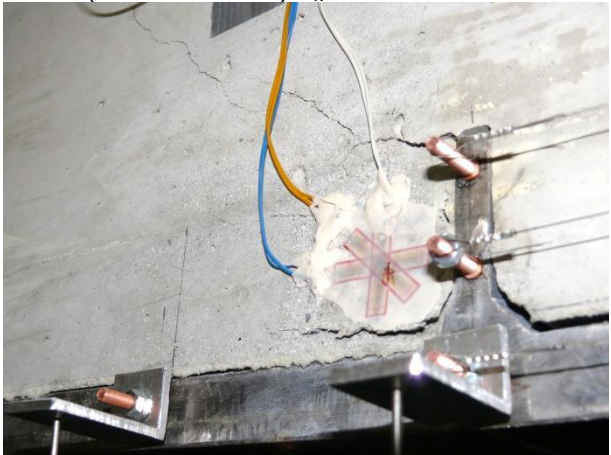


Bild 10 (Ansicht links)  $u_k=5\text{mm}$

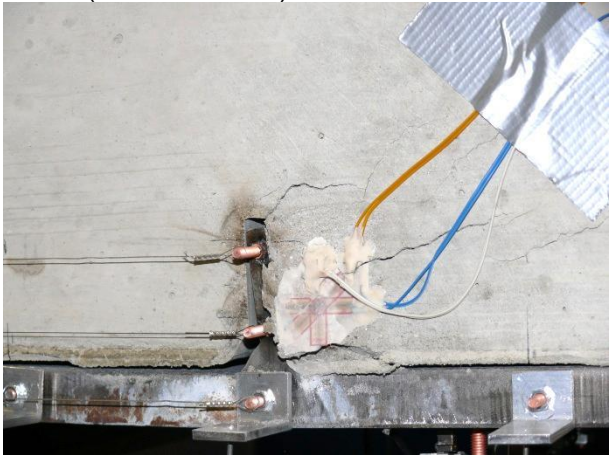


Bild 11 (Ansicht rechts)  $u_k=8\text{mm}$

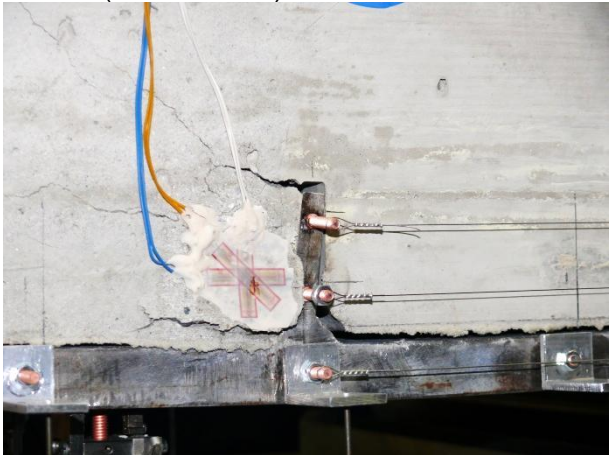


Bild 12 (Ansicht links)  $u_k=8\text{mm}$

Tabelle 24 - Fortsetzung

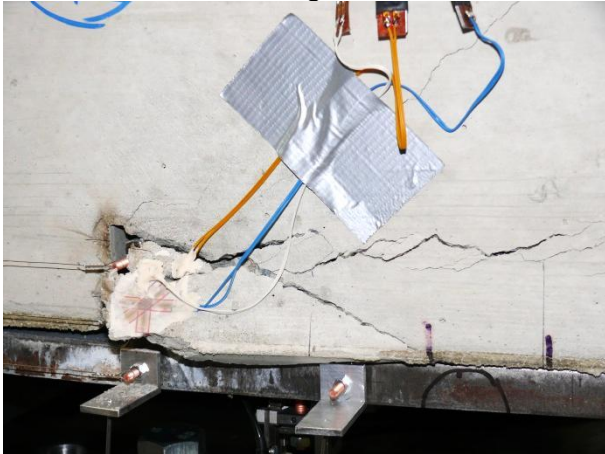


Bild 13 (Ansicht rechts)  $u_k=12\text{mm}$

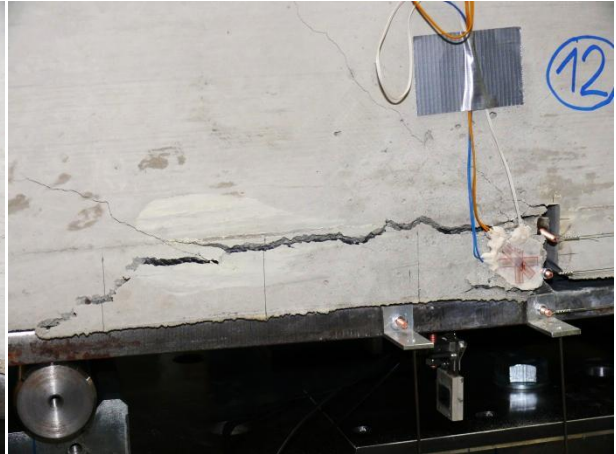


Bild 14 (Ansicht links)  $u_k=12\text{mm}$



Bild 15 (Ansicht rechts)  $u_k=25\text{mm}$

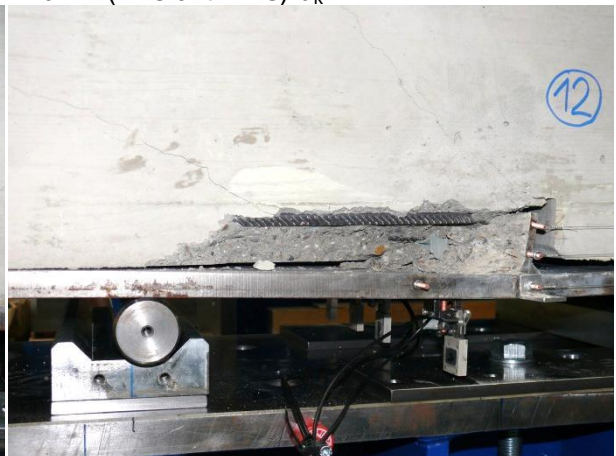


Bild 16 (Ansicht links)  $u_k=25\text{mm}$

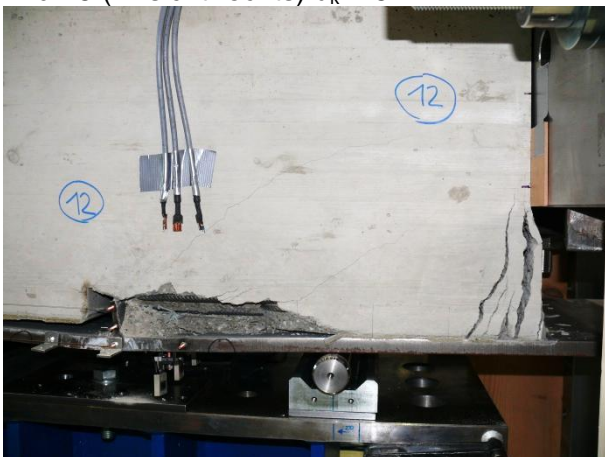


Bild 17 (Ansicht rechts)  $u_k=38\text{mm}$



Bild 18 (Ansicht links)  $u_k=38\text{mm}$

Tabelle 24 - Fortsetzung



Bild 19 (Ansicht links)  $u_k=38\text{mm}$



Bild 20 (Ansicht links)  $u_k=38\text{mm}$



Bild 21 zerstörter Betonkeil



Bild 22 Betonrestfläche



Bild 23 Untersicht zerstörter Betonkeil – Darstellung der Risslinien

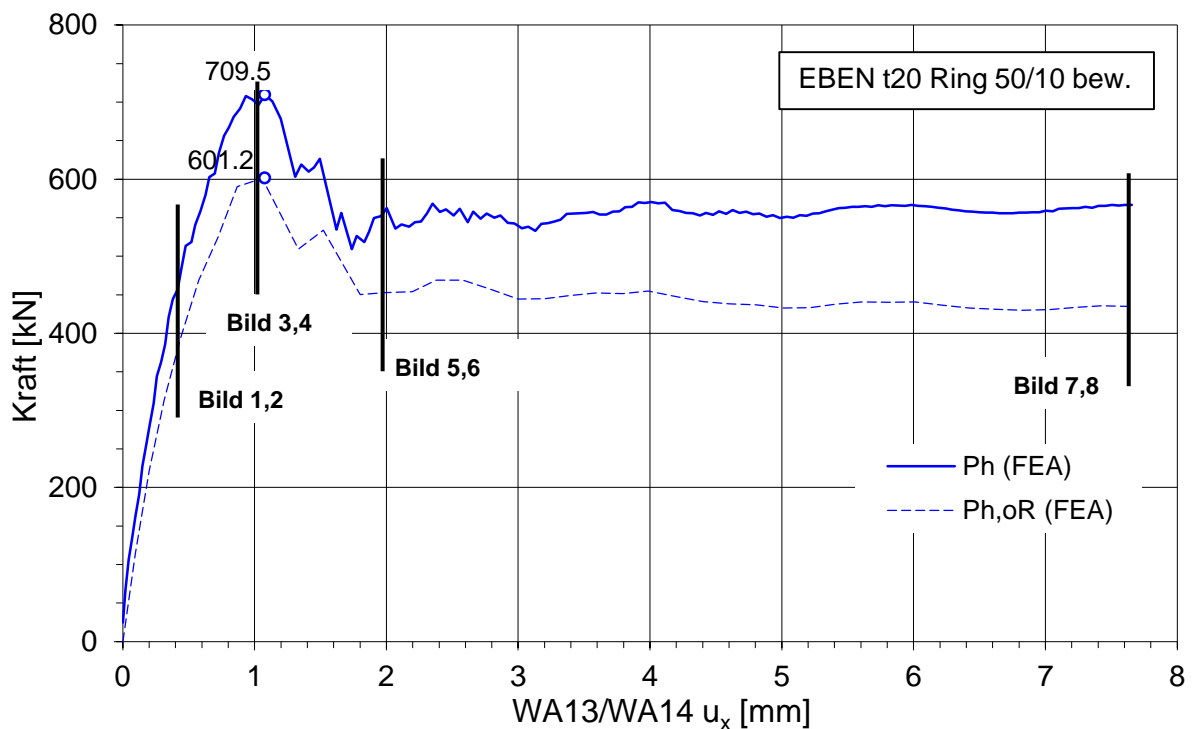


Bild 24 Übersicht der verformten Stahlplatten aus den Labortests

### Rissbilder in der FE- Berechnung

Die Risse im Beton können in der numerischen Berechnung mit Hilfe der maximalen plastischen Hauptdehnungen ( $PE_{\max,principal}$ ), gezeigt werden (vgl. Kapitel 7.4.3). Diese sind in der nachfolgenden Tabelle 25 anhand der Bilder 1\* bis 8\* bei unterschiedlichen Lastniveaus (siehe Abb. 234) dargestellt. Die Rissbilder der numerischen Berechnung sind gut mit denen des Labortests vergleichbar: Die Erstrissbildung am Schubring ist ident zu den Labortests (Tabelle 25: Bild 1\* und 2\*). Der zweite Riss entsteht, wie beim Labortest, unter der Längsbewehrung (Tabelle 25: Bild 3\* und 4\*). Es wird ebenfalls quasi das Abplatzen des Betons (Tabelle 25: Bild 5\* und 6\*) und das Abscheren des Betonkeils (Tabelle 25: Bild 7\* und 8\*) in der numerischen Berechnung abgebildet.

Anmerkung zur Tabelle 25: Ab einer maximalen plastischen Hauptdehnung von 10% wird diese schwarz dargestellt.



**Abb. 234** Last-Verschiebediagramm

Diese Auswertung wurde für alle Prüfkörper durchgeführt. Dies wird jedoch nicht in dieser Arbeit angeführt, da alle Prüfkörper ein ähnliches Trag- und Verformungsverhalten aufweisen. Die wichtigsten Ergebnisse aus allen Labortests und numerischen Berechnungen sind jedoch im nächsten Kapitel 8.6 zusammenfassend dargestellt.



**Tabelle 25** Darstellung der Rissbilder aus der numerischen Berechnung (mit Hilfe der maximalen plastischen Hauptdehnungen  $PE_{max,principal}$  im Beton) – Prüfkörper Prk 12

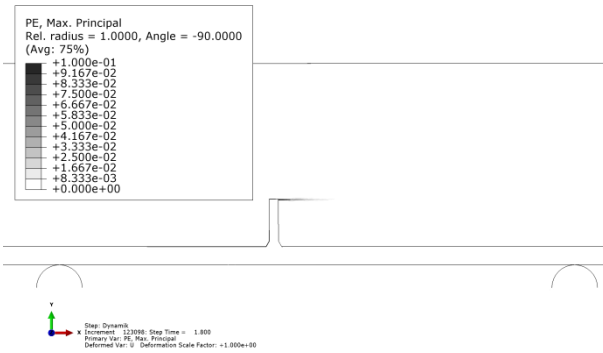


Bild 1\* (Ansicht rechts) - elastisches Niveau

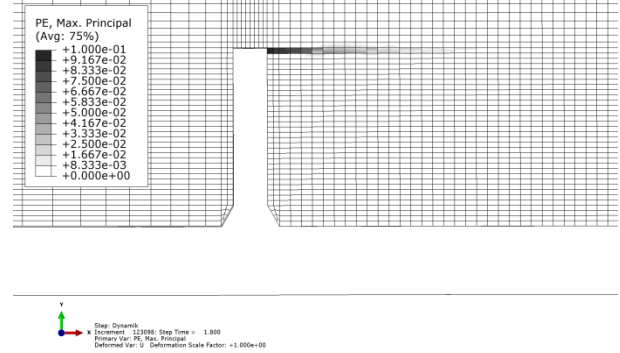


Bild 2\* (Ansicht rechts) - elastisches Niveau

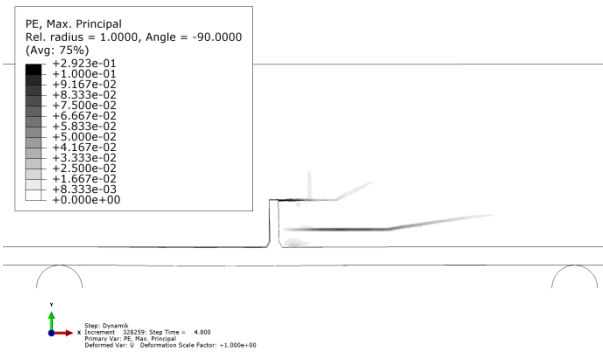


Bild 3\* (Ansicht rechts) - Traglastmaximum

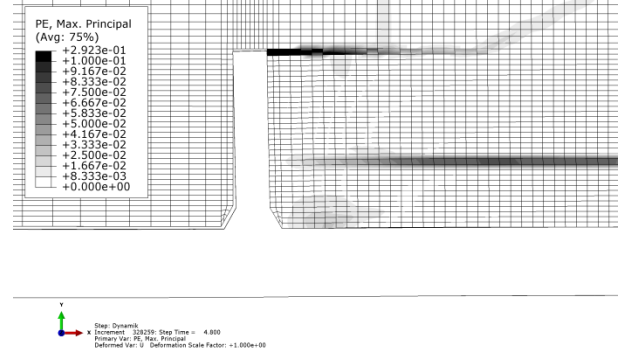


Bild 4\* (Ansicht rechts) - Traglastmaximum

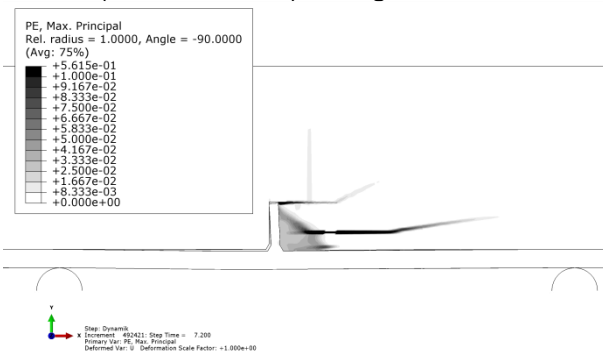


Bild 5\* (Ansicht rechts) - Nachbruchbereich

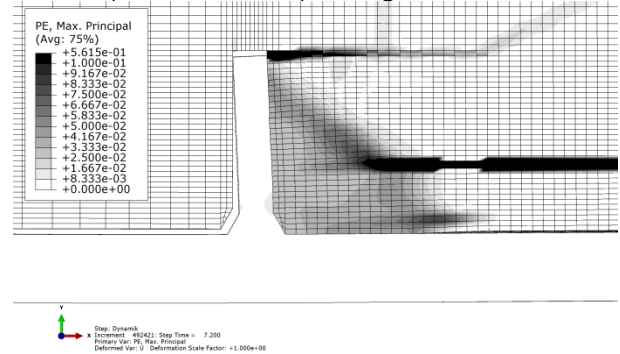


Bild 6\* (Ansicht rechts) - Nachbruchbereich

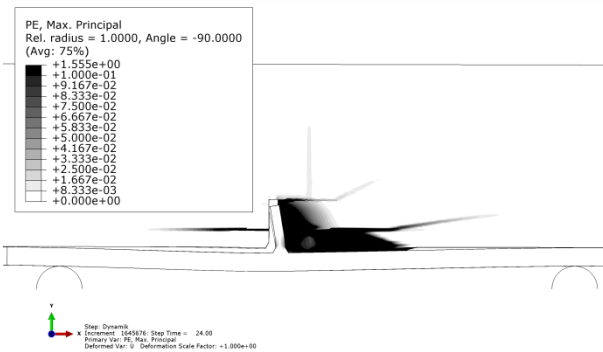


Bild 7\* (Ansicht rechts) - Nachbruchbereich

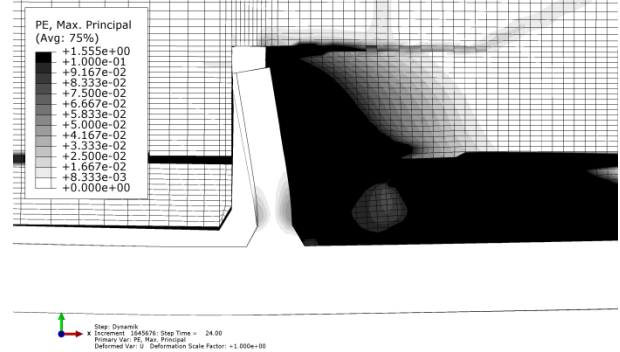


Bild 8\* (Ansicht rechts) - Nachbruchbereich

## 8.6 Zusammenfassung der Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die wesentlichen Ergebnisse aller numerischer Berechnungen und aller Labortests mit den ebenen Prüfkörpern verglichen. Die Ergebnisse werden anhand des Verlaufes zwischen der horizontalen Verschiebung am Schubring und der Ausziehungskraft dargestellt. In den Diagrammen zeigt die rechte Ordinate die Kraft pro Millimeter Breite (N/mm) des Prüfkörpers. Die horizontale Verschiebung am Schubring wird mittels der Wegaufnehmer 13 und 14 (vgl. Abb. 179) in den Labortests gemessen. In den Diagrammen ist der Mittelwert der Verschiebungen von Wegaufnehmer 13 und 14 auf der Abszisse aufgetragen.

### 8.6.1 Schubring $h_r/t_r=50/10$ mm, Dicke der Stahlplatte $t=20$ mm

Abb. 235 zeigt die Messergebnisse der Labortests mit einer Ringabmessung von 50 mm auf 10 mm. Die bewehrten Prüfkörper 12 und 13 sind in schwarz dargestellt. Der unbewehrte Prüfkörper 14 ist mit der blauen Linie gekennzeichnet.

Es zeigt sich bis zum Erreichen der Traglast ein nahezu identes Last- Verformungsverhalten der herstellungsgleichen bewehrten Prüfkörper. Die Abweichung der Traglasten der bewehrten Prüfkörper beträgt ca. 3.5%. Im Nachbruchverhalten (Post- Failure Verhalten) unterscheiden sich die bewehrten Prüfkörper jedoch deutlicher.

Der unbewehrte Prüfkörper in Abb. 235 weist zwar deutlich früher den ersten Abfall der Last-Verschiebekurve auf, dieser ist bei der Erstrissbildung auf einem Lastniveau von rund 390 kN. Darüber hinaus ergibt sich jedoch eine höhere Traglast als für die bewehrten Prüfkörper.

Abb. 236 zeigt dieselben Ergebnisse der Abb. 235, jedoch ohne Reibungsanteil.

Abb. 237 zeigt zum Vergleich die FE-Ergebnisse – mit und ohne Reibungseinfluss.

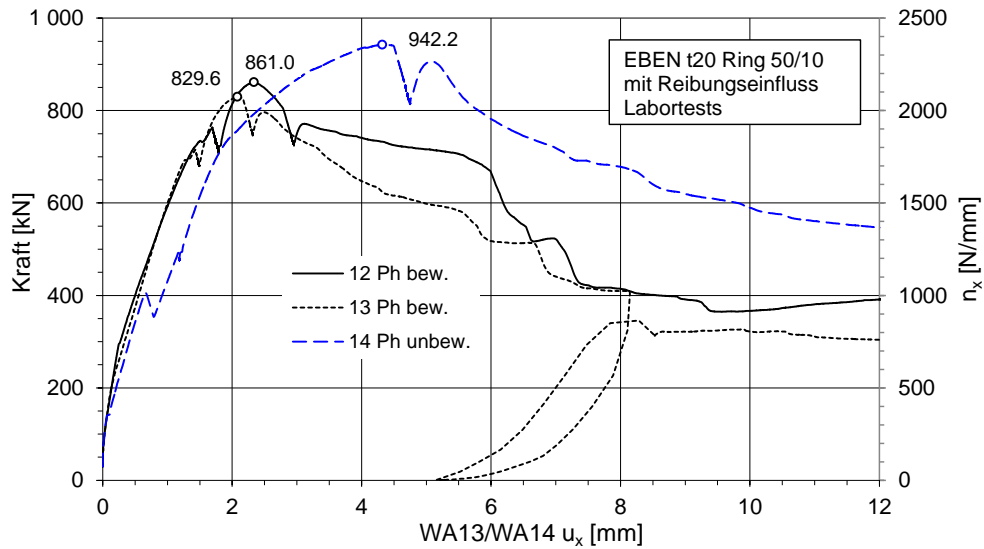


Abb. 235 Messergebnisse Ring 50/10, mit Reibungseinfluss zwischen Stahlplatte und Betonkörper

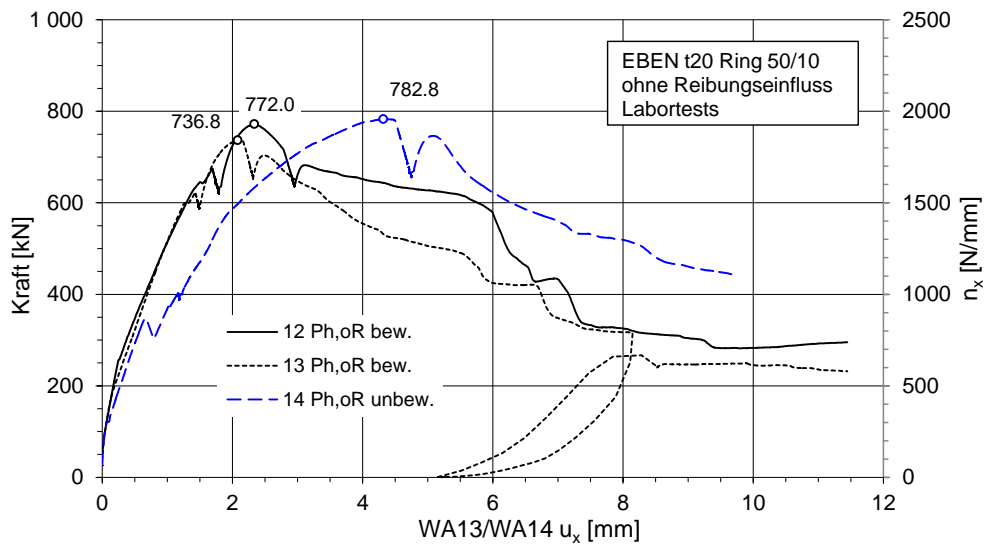


Abb. 236 Messergebnisse Ring 50/10, ohne Reibungseinfluss zwischen Stahlplatte und Betonkörper

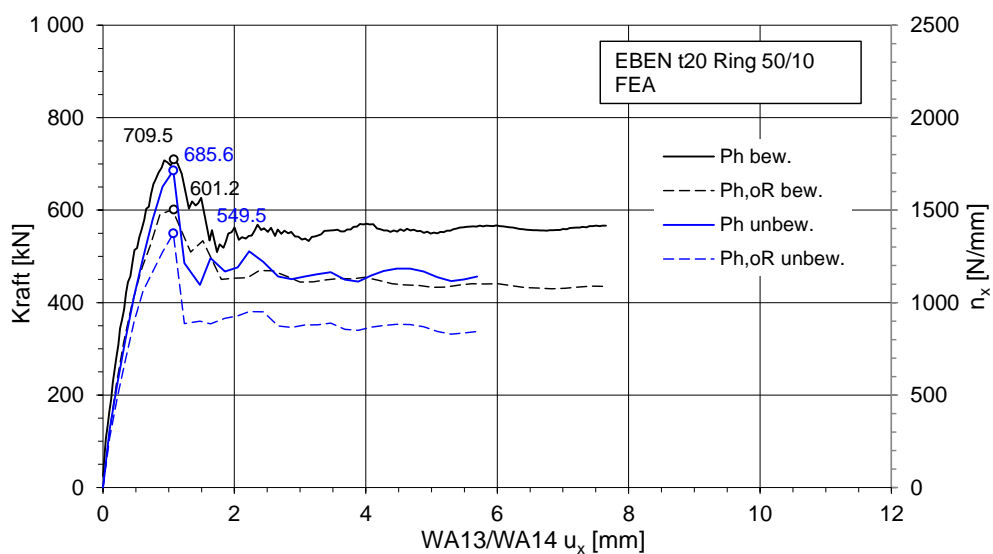


Abb. 237 Ergebnisse der FEA: Ring 50/10, mit und ohne Reibungseinfluss

### 8.6.2 Schubring $h_r/t_r=50/20$ mm, Dicke der Stahlplatte $t=20$ mm

Die Abb. 238 und Abb. 239 zeigen die Messergebnisse der Labortests für den Schubring  $h_r/t_r = 50/20$ . Die Abb. 240 zeigt zum Vergleich die FE-Ergebnisse mit und ohne Reibungseinfluss. Die Ergebnisse sind gleich, wie in Abschnitt 8.6.1 dargestellt.

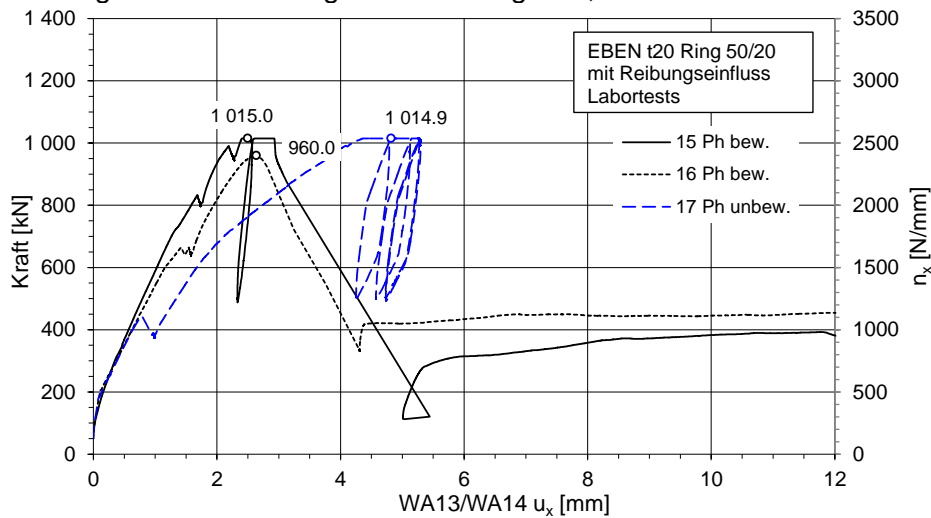


Abb. 238 Messergebnisse Ring 50/10, mit Reibungseinfluss zwischen Stahlplatte und Betonkörper

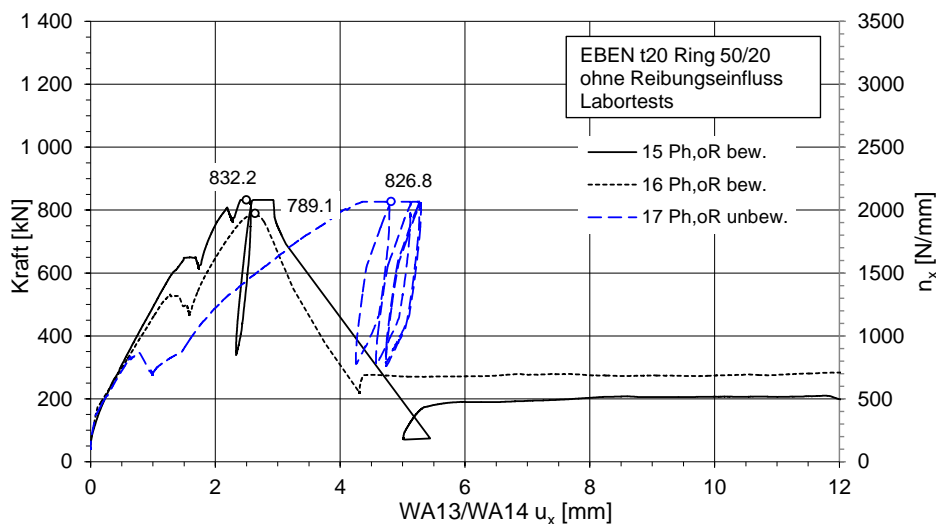


Abb. 239 Messergebnisse Ring 50/10, ohne Reibungseinfluss zwischen Stahlplatte und Betonkörper

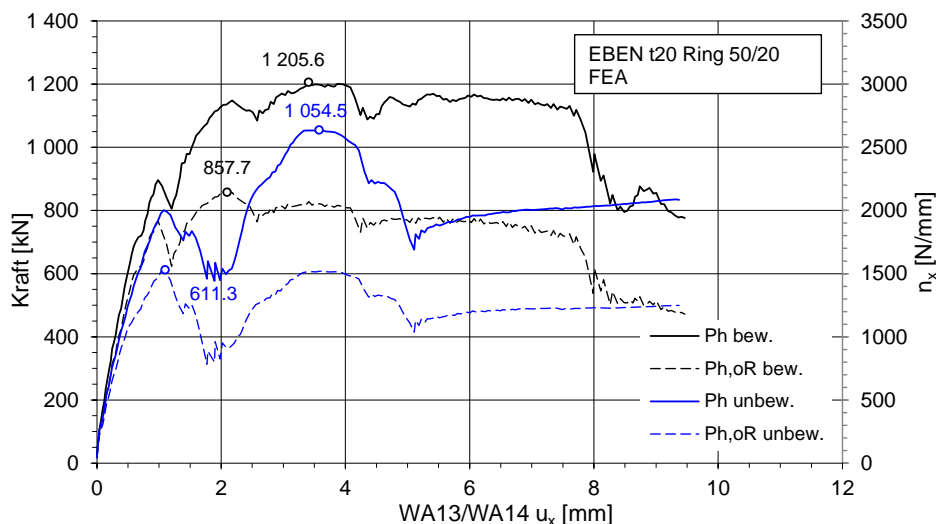


Abb. 240 Ergebnisse der FEA: Ring 50/20, mit und ohne Reibungseinfluss

### 8.6.3 Schubring $h_r/t_r=80/8$ mm, Dicke der Stahlplatte $t=20$ mm

Die Abb. 241 und Abb. 242 zeigen die Messergebnisse der Labortests für den Schubring  $h_r/t_r = 80/8$ . Die Abb. 243 zeigt zum Vergleich die FE-Ergebnisse mit und ohne Reibungseinfluss. Die Ergebnisse sind gleich, wie in Abschnitt 8.6.1 dargestellt.

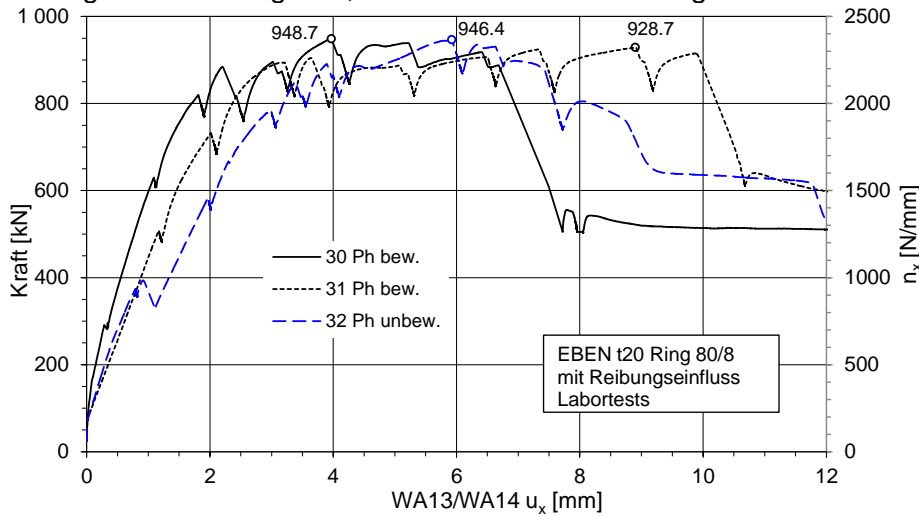


Abb. 241 Messergebnisse Ring 80/8  $t=20$  mm, mit Reibungseinfluss

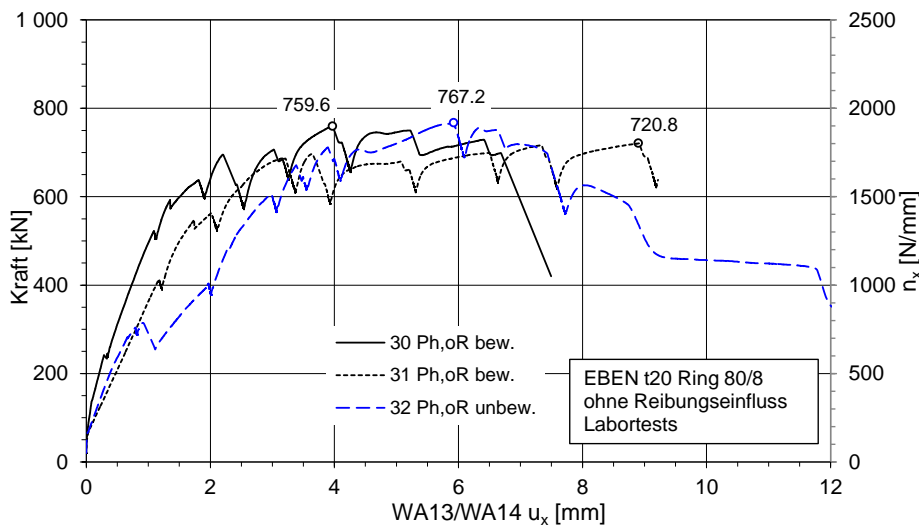


Abb. 242 Messergebnisse Ring 80/8  $t=20$  mm, ohne Reibungseinfluss

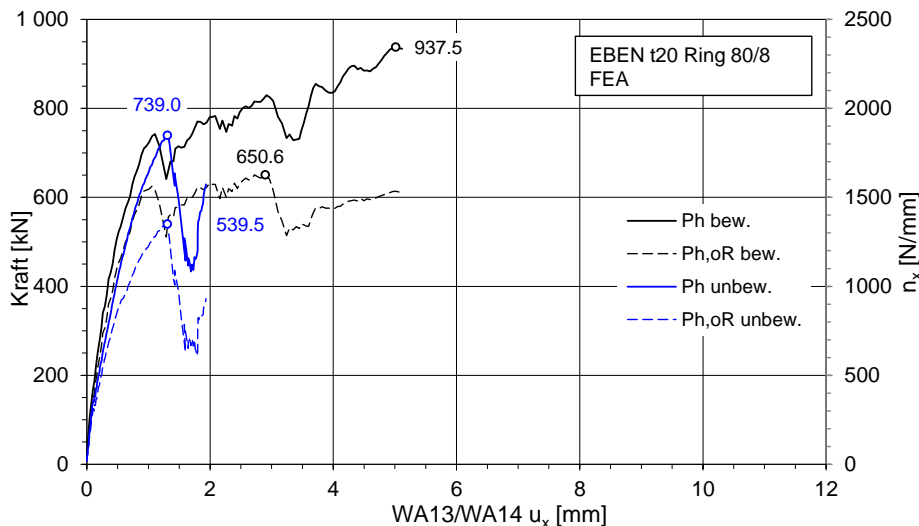


Abb. 243 Ergebnisse der FEA: Ring 80/8  $t=20$  mm, mit und ohne Reibungseinfluss

### 8.6.4 Schubring $h_r/t_r=80/8$ mm , Dicke der Stahlplatte $t=10$ mm

Die Abb. 244 und Abb. 245 zeigen die Messergebnisse der Labortests für den Schubring  $h_r/t_r = 80/8$ . Die Abb. 246 zeigt zum Vergleich die FE-Ergebnisse mit und ohne Reibungseinfluss. Die Ergebnisse sind gleich, wie in Abschnitt 8.6.1 dargestellt.

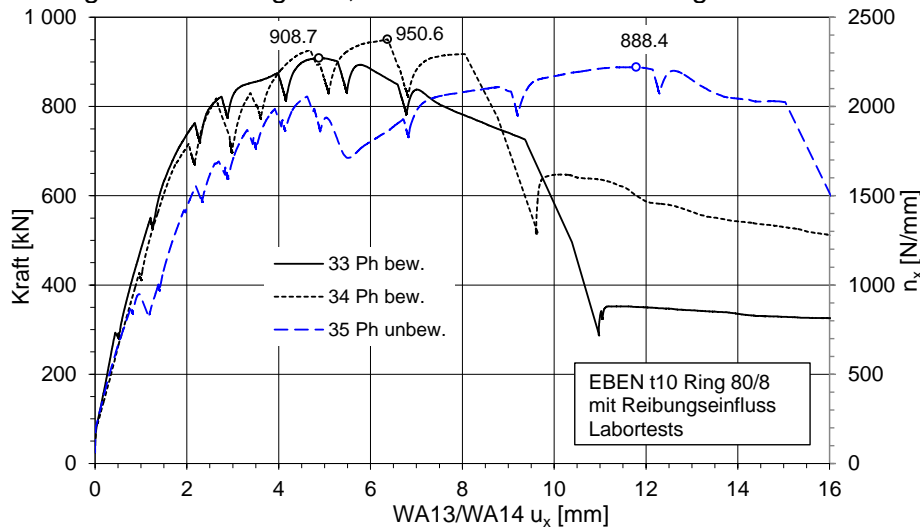


Abb. 244 Messergebnisse Ring 80/8 t=10 mm, mit Reibungseinfluss

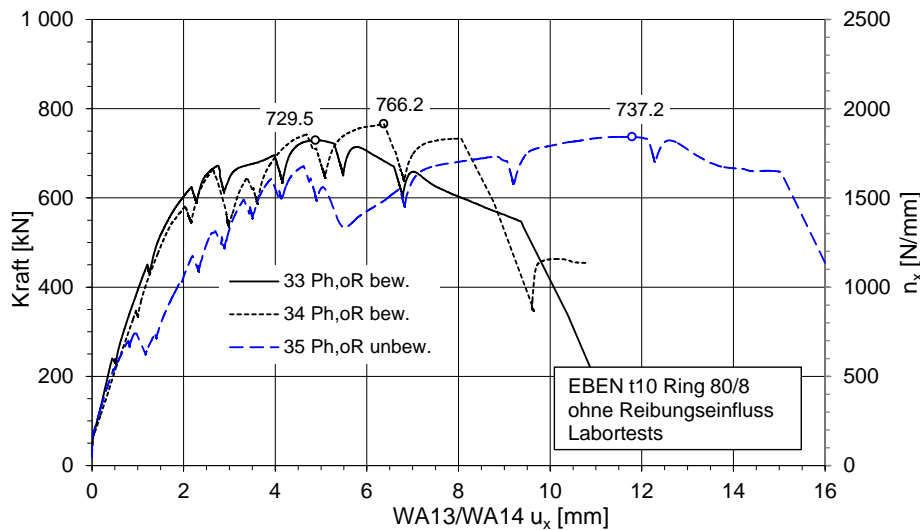


Abb. 245 Messergebnisse Ring 80/8 t=10 mm, ohne Reibungseinfluss

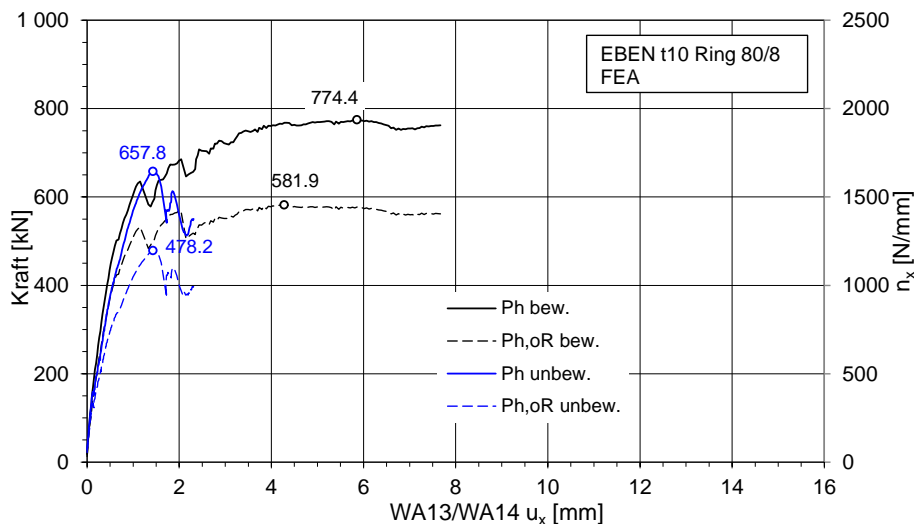


Abb. 246 Ergebnisse der FEA: Ring 80/8 t=10 mm, mit und ohne Reibungseinfluss

### 8.6.5 Ergebniszusammenstellung

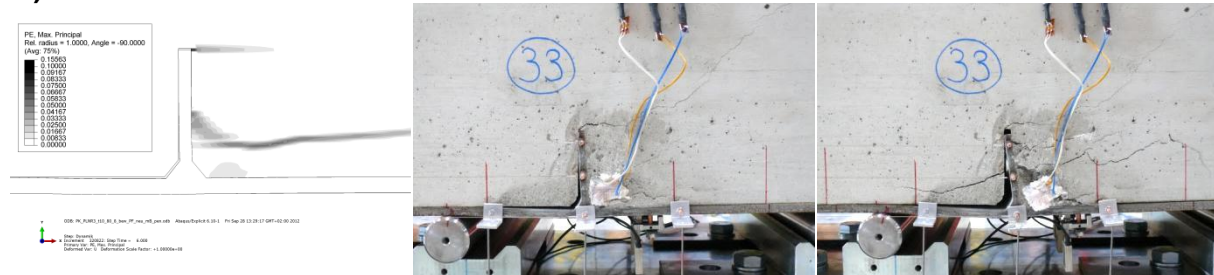
Trotz der großen Unterschiede in der Schlankeit der in den Versuchen untersuchten Schubringe ( $h_r/t_r = 2,5; 5,0; 10$ ), zeigte sich in den ebenen Versuchen ein ähnliches Versagensbild. Dabei lag jedoch eine deutliche Differenzierung, hinsichtlich der zwei untersuchten unterschiedlichen Bewehrungsführungen vor.

Bei den „unbewehrten“ Versuchskörpern, die im Betonbereich beidseits des Schubringes keine Bügelbewehrung aufweisen, stellte sich nahe der Traglast immer ein markanter Betonriss an der lastzugewandten Seite ein. Dieser nahm immer seinen Ausgang an der Schubringoberkante, wo er vorerst horizontal verlief und dann schräg nach oben in Richtung der Krafteinleitung am Betonkörper führte. Exemplarisch zeigt die Abb. 247 b.) die Rissentwicklung für den Prüfkörper 35 mit dem Schubring 80/8 mm. Im linken Teilbild sind die entsprechenden Ergebnisse der FE-Berechnung dargestellt. Diese zeigen qualitativ einen sehr ähnlichen Rissverlauf.

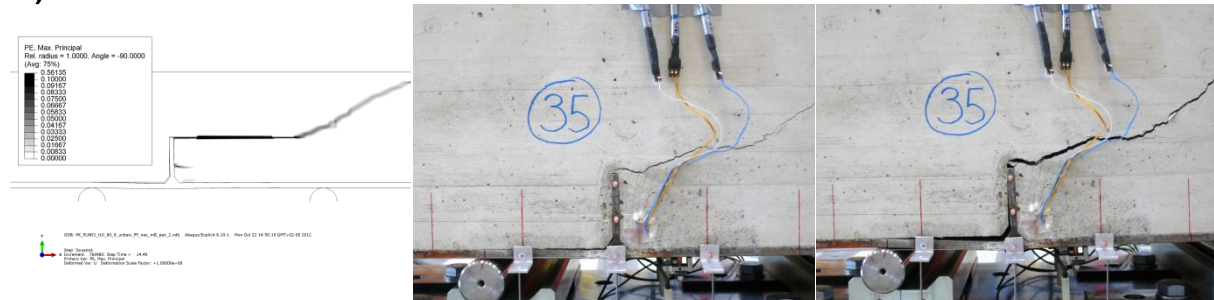
Bei den „bewehrten“ Versuchskörpern, die zusätzliche vertikale und horizontale Bügel beidseits des Schubringes aufweisen, stellt die „Bügelebene“ an der lastzugewandten Seite eine zusätzliche Störzone dar. In den Versuchen stellte sich nun außer dem markanten erwähnten Riss mit Ausgangspunkt von der Oberkante des Schubringes ein zusätzlicher markanter – annähernd horizontaler Riss - an der lastzugewandten Seite ein. Dieser entspricht in seiner Höhenlage in etwa der „Bügelebene“. Die Abb. 247 a.) zeigt beispielhaft den Prüfkörper 33, der ebenfalls einen Schubring 80/8 mm aufweist. Am Schubring nimmt der letztgenannte Riss in etwa in der Höhe der halben Ringhöhe seinen Ausgang. Auch in der FE-Simulation stellte sich das zusätzliche Schubversagen im Betonbereich, in der Horizontalebene der Bügel an der lastzugewandten Seite, ein, wie das linke Teilbild zeigt.

Anzumerken ist, dass die Wiedergabe des Schubversagens des Betons in der Bügelebene bei der FE-Berechnung nur näherungsweise abgebildet wird, da die Bewehrungsstäbe selbst nur als einzelne Stabelemente im sehr feinen Elementnetz des umgebenden Betons modelliert sind.

a.)



b.)



**Abb. 247** Darstellung der Versagensformen bei den ebenen Versuchen im Vergleich zur FE-Analyse anhand des Schubringes 80/8 mm; a.) „bewehrter Versuchskörper 33, b.) im Schubringbereich „unbewehrter“ Versuchskörper 35.

Die Last- Verformungs Verläufe aller ebenen Versuche sind nochmals in Abb. 249 und Abb. 248 zusammengefasst, wobei das obere Teilbild alle bewehrten Prüfkörper und das untere Teilbild alle im Schubringbereich unbewehrten Prüfkörper zeigt.

In den FE-Berechnungen werden nach dem Verlassen des elastischen Bereiches die Gesamtverformungen grundsätzlich unterschätzt. Dies ist damit begründbar, dass die markanten Risse im Versuch, mit vergleichsweise großer Rissbreite, im Kontinuumsmodell nicht abgebildet werden. Die Tabelle 27 zeigt die Verformungen der Tests und jenen der numerischen Berechnungen im Vergleich.

In Abb. 249 ist das Last- Verformungsverhalten überblicksmäßig für vier unterschiedliche Prüfkörper (für Schubring 80/8 liegen zwei unterschiedliche Rohrblechdicken vor:  $t = 20$  bzw.  $t = 10$  mm), im Falle der „unbewehrten“ Ausführung (keine Bügelbewehrung im Bereich des Schubringes), gegenübergestellt.

Auffällig ist das günstige, sehr große Verformungsvermögen, auch bei gedrungenem Schubdübel (50/20). Bei Erreichen der Traglast liegen Horizontalverschiebungen  $u_x > 4$  mm vor. Insbesondere die schlanken Schubdübel 80/8 weisen darüber hinaus noch großes plastisches Verformungsvermögen auf, ohne nennenswerten Abfall der Traglast (für den Schubdübel 50/20 wurde das reale Verformungsvermögen für  $u_x > 5$  mm nicht weiter untersucht).

Vergleicht man die Steifigkeit der einzelnen Schubringe, auf Basis der Sekantensteifigkeit ( $C_{ges}$  in Abb. 249 eingetragen für Schubring 50/10 bei  $u_x = 2$  mm), so ist der Einfluss der Schlankheit der Schubringe unerwartet klein. Für den schlanken Schubring 50/10 liegt bis zu einem hohen Lastniveau ( $N \sim 900$  kN) sogar eine höhere Steifigkeit vor als für den Schubring 50/20. Es liegen bei den Versuchen – auch bei den baugleichen Prüfkörpern – hohe Steifigkeitsstreuungen vor. Im Falle der „bewehrten“ Prüfkörper sind diese etwas höher, als im Falle ohne Bewehrung im Schubringbereich.

Der Unterschied der Tragfähigkeiten im Falle der unterschiedlichen Bewehrungsführung ist jedoch gering, wie die Tabelle 26 zeigt.





Prk	Bewehrung	Horizontale Verschiebungen			Vertikale Verschiebungen		
		$u_x$ bei $P_h$ WA13 [mm]	$u_x$ bei $P_h$ WA14 [mm]	$u_x$ bei $P_h$ FEA WA13/14 [mm]	$u_y$ bei $P_h$ WA5 [mm]	$u_y$ bei $P_h$ WA6 [mm]	$u_y$ bei $P_h$ FEA WA5/6 [mm]
12	bew.	2.60	2.08	1.08	-1.79	-1.56	-0.76
13	bew.	2.22	1.95		-1.27	-1.32	
14	unbew.	4.28	4.36	1.07	-5.00	-4.79	-1.03
15	bew.	2.49	2.13	3.41	-1.59	-1.60	-1.66
16	bew.	2.56	2.72		-1.70	-1.81	
17	unbew.	4.88	4.75	3.58	-4.21	-4.30	-1.67
30	bew.	3.89	4.05	5.02	-2.37	-2.15	-2.92
31	bew.	9.09	8.72		-4.77	-4.90	
32	unbew.	5.92	5.93	1.31	-5.23	-5.17	-1.30
33	bew.	4.94	4.81	5.86	-1.57	-1.58	-2.41
34	bew.	6.41	6.34		-3.65	-3.30	
35	unbew.	11.91	11.68	1.43	-9.03	-9.00	-1.50

**Tabelle 27** Vergleich der horizontalen und vertikalen Verschiebungen am Schubring bei Traglast (Verformungswege infolge Erstbelastung und zyklischer Folgebewehrung nicht enthalten)

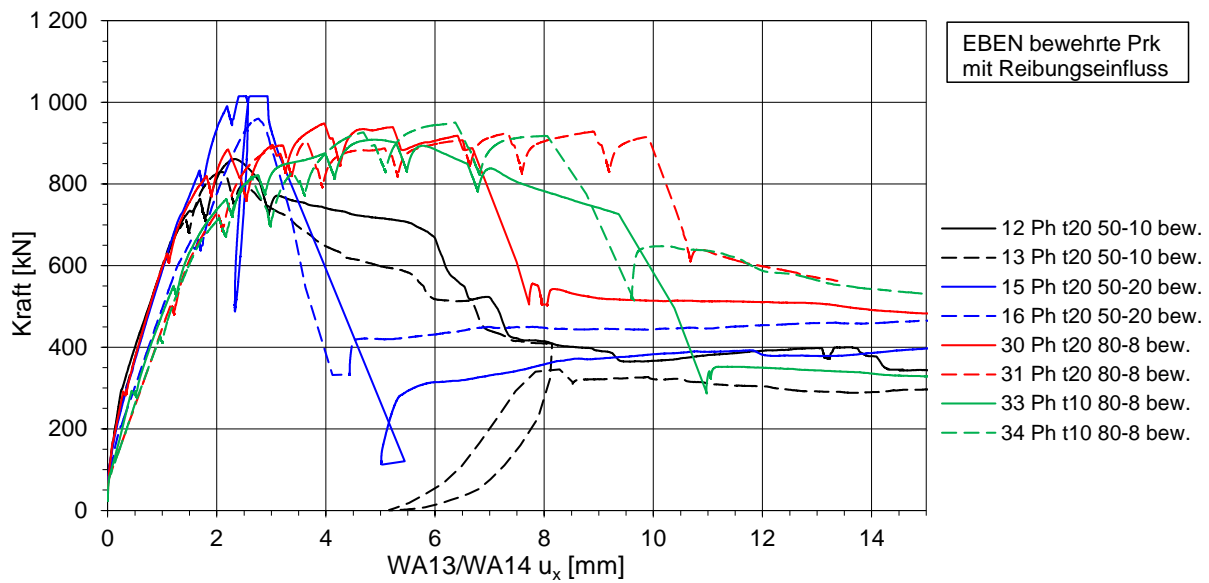


Abb. 248 Bewehrte Prüfkörper der Labortests im Vergleich

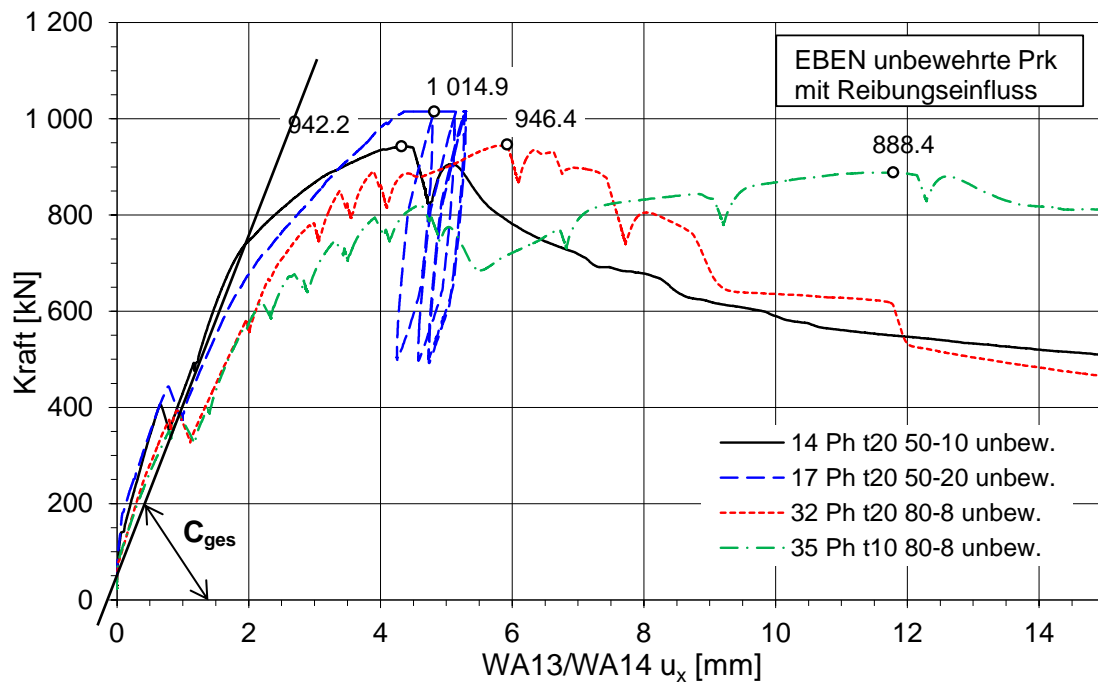


Abb. 249 Unbewehrte Prüfkörper der Labortests im Vergleich

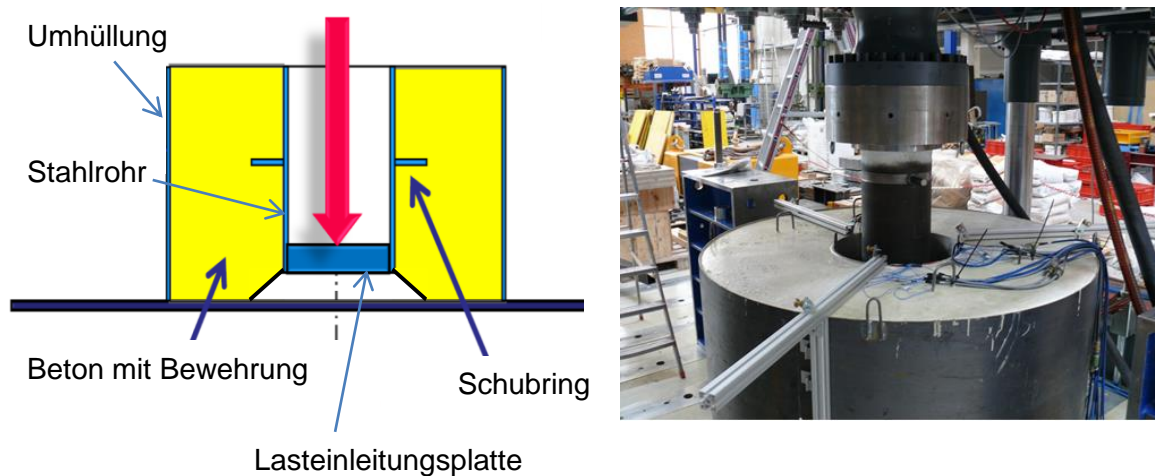
Diese Ergebnisse geben schon wichtige Hinweise auf das Trag- sowie Verformungsverhalten der Schubrinne. Dennoch ist es notwendig Tests und numerische Berechnungen an zylindrischen Prüfkörpern durchzuführen, um den Effekt der Tragwirkung in Umfangsrichtung richtig zu erfassen. Dies wird im nächsten Kapitel 9 gezeigt.

## 9 Großversuche an zylindrischen Rohrprüfkörpern

### 9.1 Allgemeines

Insgesamt wurden zwei Großversuche an zylindrischen Rohren mit umlaufenden Schubringen durchgeführt. Die Abb. 250 zeigt einen der beiden - von den äußeren Abmessungen her - sehr ähnlichen Prüfkörpern im Labor. Im oberen Teilbild ist das Messprinzip im Versuch schematisch dargestellt. Das Rohr hat am unteren Ende eine sehr dicke Fußplatte, auf welche der Druckstempel nach unten drückt. Der umgebende zylindrische Betonkörper liegt an der Unterseite satt auf, sodass das Rohr quasi durch den Beton nach unten „durchgedrückt“ wird. Im Rohr liegen damit unterhalb des Druckringes konstante Membranspannungen (Zug) in Rohrlängsrichtung vor.

Wie bei den ebenen Versuchen bedingt diese Prüfkongfiguration eine zusätzliche exzentrische Lastwirkung im Druckringbereich.



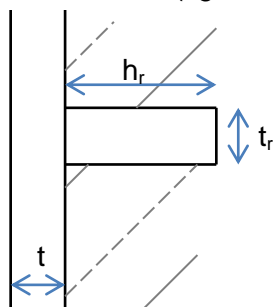
**Abb. 250** Anlageverhältnisse der beiden Rohrversuche

### 9.2 Variierte Parameter in den Versuchen

Die wesentlichen variierten Parameter bei den Rohrversuchen waren:

- Schlankheit des Schubringes

$h_r/t_r = 10; 0.75$  (vgl. Abb. 251)



**Abb. 251** Abmessungen des Schubringes und Rohres

Anm.: Es war beim zweiten Versuch ursprünglich eine Schlankheit  $h_r/t_r = 2,0$  angestrebt. Die Ergebnisse aus den ebenen Versuchen zeigten jedoch unerwartet hohe Tragfähigkeiten der Schubringe, sodass die ungewöhnliche kurze Schubringlänge  $h_r = 15$  mm (Istwert = 17 mm) ausgeführt wurde. Hinsichtlich des Verformungsvermögens liegt damit ein unterer Grenzwert vor.

- Dicke des Rohres

$t = 10; 20 \text{ mm}$  (vgl. Abb. 251)

Der Rohraußendurchmesser beträgt einheitlich 520 mm.

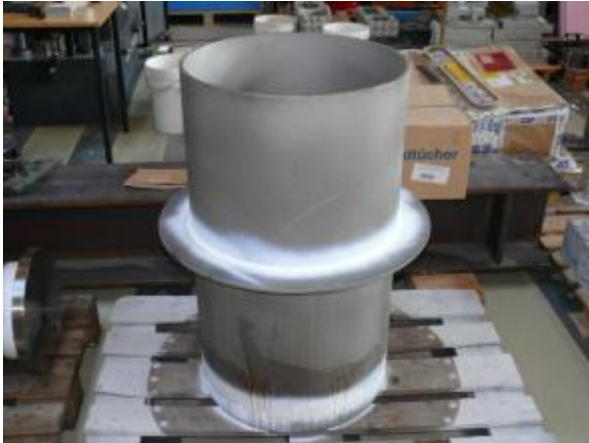
Die wesentlichen Parameter der beiden Rohrversuche zeigt Tabelle 28. Hinsichtlich der Ringabmessung ist in der Kurzbezeichnung bereits die Istabmessung aufgenommen. Mitunter wird dafür an einzelnen Stellen in dieser Arbeit noch die Nennabmessung der Ringe angeführt (80/8 bzw. 15/20).

Kurzbez.	Ringsteife Material	$h_r/t_r$ ; $h_r/t_r$	Rohr Material	$t$ ; Beton
Rohr-t 10-Ring 82/8	82/8 S 460	10.3	10 S 460	C 20/25
Rohr-t 20-Ring 17/20	17/20 S 355	0.85	20 S 355	C 20/25

**Tabelle 28** Variation innerhalb der beiden Rohrversuche (Maße in mm).

### 9.3 Herstellung der Prüfkörper

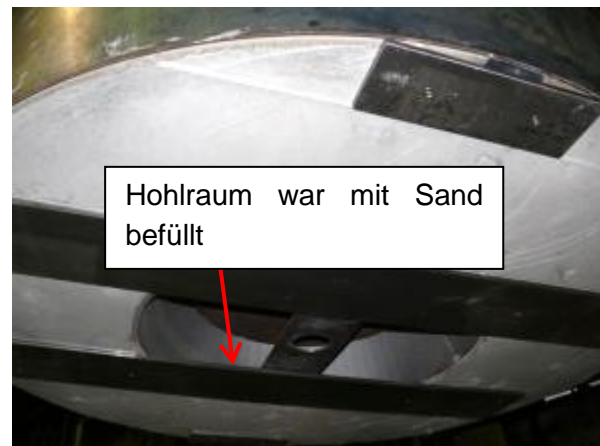
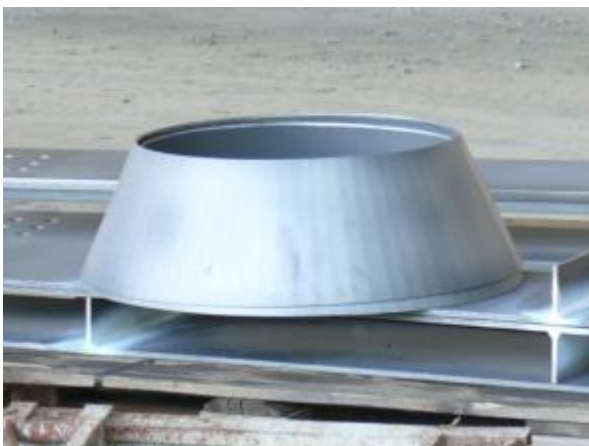
Nachfolgend wird die Herstellung der Rohr-Prüfkörper anhand einer Fotoserie dargestellt. Die Abb. 252 und Abb. 253 zeigen die Anlieferung der Rohre mit den aufgeschweißten Schubringen. Die Oberfläche der Rohre sowie Schubringe wurde sandgestrahlt. Das Rohr hat am unteren Ende eine aufgeschweißte Lasteinleitungsplatte auf die der Lasteinleitungsstempel in Abb. 253 (re) gestellt wird. Dies ist notwendig, um die Last unten im Rohr einzuleiten. Somit ist gewährleistet, dass das Rohr unter Zugbelastung steht und kein Ausbeulen des Rohres möglich ist. Die Abb. 254 zeigt das konische Abschaltblech an der Unterseite des Prüfkörpers. Dieses wurde beim Versuchsaufbau mit Sand gefüllt. Das Stahlrohr mit den Schubringen wurde im Anschluss daran auf dem Sand eingerichtet. Das konische Abschaltblech dient ebenso als verlorene Schalung. In der Abb. 255 ist die Außenschalung des Rohr-Prüfkörpers dargestellt. Nachdem das Rohr und die Außenschalung eingerichtet wurden, wurde der Bewehrungskorb in Abb. 256 eingehoben. Die Abb. 257 zeigt den betonierbereiten Prüfkörper. Das Rohr wurde während des Betoniervorganges gegen Verrutschen gesichert (Abb. 257). Diese Halterung wurde nach dem Betonieren entfernt. Die Abb. 258 und Abb. 259 stellen das Einbringen des Betons mittels Kübel und einer extra angefertigten Rutsche dar. In Abb. 260 (li) wurde der Betonkörper mit einer Plane abgedeckt, um zu schnelles Austrocknen zu verhindern. Die Abb. 260 (re) zeigt die erhärtete Betonoberfläche. Der oben erwähnte Sand musste nach dem Betonieren wieder ausgelassen werden, um das Rohr mit dem Schubring nach unten drücken zu können. Dies geschieht durch eine Öffnung im Boden, wie in Abb. 261 dargestellt ist. Die Abb. 262 (li) zeigt das Rohr für die Entleerung des Sandes. Die Abb. 262 (re) stellt den unter der Prüfmaschine eingebauten Rohr-Prüfkörper dar.



**Abb. 252** Anlieferung der Rohre mit aufgeschweißten Schubringen; (li) Rohr  $t=10$  mm, Schubring 82/8; (re) Rohr  $t=20$  mm, Schubring 17/20



**Abb. 253** (li) Innenansicht Rohr  $t=10$  mm mit Lasteinleitungsplatte; (re) Lasteinleitungsstempel



**Abb. 254** Abschaltbleche; (li) Konisches Blech; (re) Untersicht Rohr-Prüfkörper mit konischem Abschaltblech



**Abb. 255** (li) Abschaltblech an der Außenseite der Prüfkörper; (re) Schweißnaht des Abschaltbleches



**Abb. 256** (li) zusammengesetzter Bewehrungskorb für Rohr  $t=20$  mm; (re) Eingebauter Bewehrungskorb, Rohr  $t=20$  mm



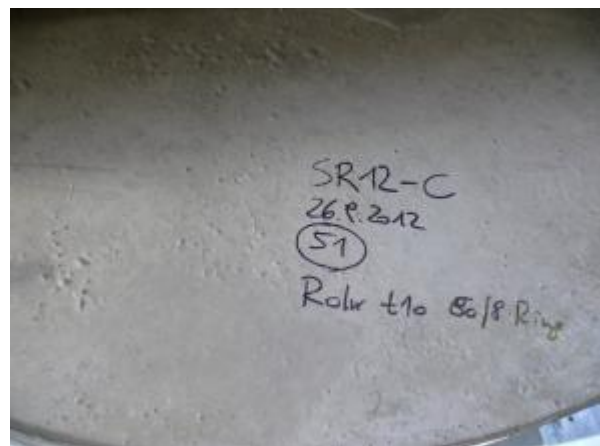
**Abb. 257** (li) Betonierfertiger Rohr-Prüfkörper, Rohr  $t=10$  mm; (re) Halterung gegen Verrutschen des Rohres, Rohr  $t=10$  mm



**Abb. 258** (li) Einbringen des Betons mittels Kübel und Rutsche, Rohr  $t=10$  mm; (re) Verdichten des Betons mittels Rüttler, Rohr  $t=10$  mm



**Abb. 259** (li) Eingebrachter Beton, Rohr  $t=10$  mm; (re) fertig betonierter Rohr-Prüfkörper, Rohr  $t=10$  mm



**Abb. 260** (li) Abgedeckter Prüfkörper, um zu schnelle Austrocknung zu vermeiden, Rohr  $t=10$  mm; (re) Erhärtete Betonoberfläche des Rohr-Prüfkörpers, Rohr  $t=10$  mm





**Abb. 261** (li) Untersicht des Aufspannfeldes; (re) Sand zum Einrichten des Rohrprüfkörpers



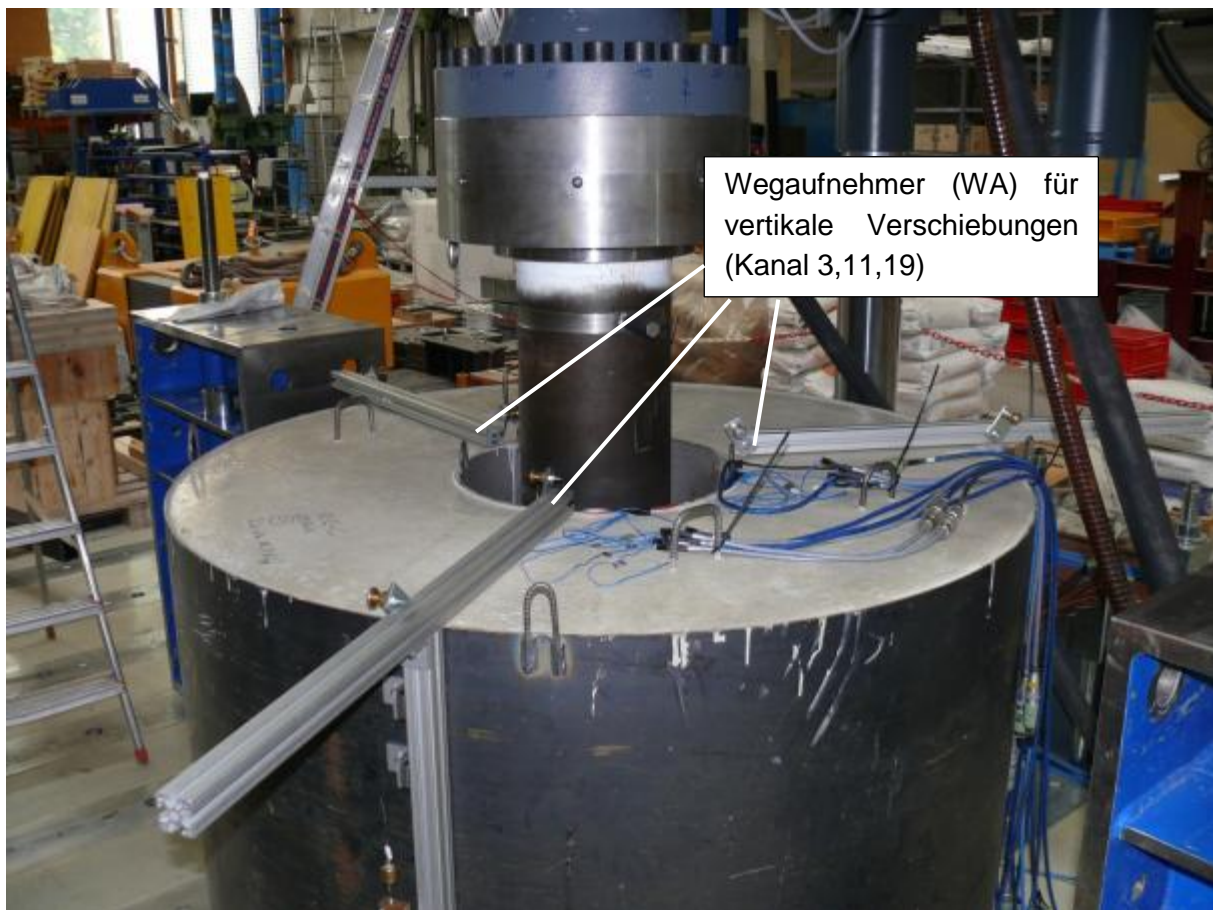
**Abb. 262** (li) Rohr für Entleerung des Sandes unter dem Aufspannfeld; (re) Unter der Prüfmaschine eingerichteter Rohr-Prüfkörper, Rohr  $t=10$  mm

#### 9.4 Messinstrumentierung bei den Rohrversuchen

Um die Verformungen und Dehnungen der Prüfkörper möglichst exakt aufnehmen zu können, kamen mehrere Messtechniken zum Einsatz: Einerseits wurden Wegaufnehmer, andererseits Dehnmessrosetten sowie Dehnmessstreifen eingesetzt.

Die Abb. 270 und Abb. 271 zeigen eine Übersicht über die verwendeten Messkanäle und die Bezeichnung der Messwertgeber. Jede Dehnung und jeder Verschiebeweg wurde an drei Stellen um den Umfang gemessen, um mehrere Redundanzen zu haben. Folglich sind alle  $120^\circ$  um den Umfang des Rohres Messungen durchgeführt worden. Gemessen wurden einerseits die Verschiebungen an der Oberseite des Stahlrohres (Kanal 3, 11, 19) und andererseits unten an der Außenschalung (Kanal 4, 12, 20). Die Dehnungen am Stahlrohr wurden oberhalb in Querrichtung (Kanal 5, 13, 21), unterhalb in Längs- und Querrichtung (Kanal 7, 15, 23, 8, 16, 24) und direkt auf der Höhe des Schubringes (Kanal 6, 14, 22) in Querrichtung gemessen. Die Abb. 263 zeigt die Wegaufnehmer, welche die vertikale Verschiebung am oberen Ende des Stahlrohres messen. Diese Verschiebungen wurden mittels Seilextensometern, wie in Abb. 264 dargestellt, gemessen. Das Seil wurde vom Messpunkt über zwei Umlenkrollen zum Extensometer geführt. Die Abb. 265 zeigt die Wegaufnehmer zur Messung der Verschiebungen an der Außenschalung. Die Abb. 266 stellt die Messeinrichtung zur Messung der Dehnungen dar. Die Dehnmessrosette unten am Stahlrohr (Kanal 9, 17, 25, 10, 18, 26) dient zur Rückrechnung der Längs- und

Umfangsspannungen im Rohr. Die restlichen Dehnmessstreifen dienen zur Erfassung der Dehnungen im Schubringbereich, die vor allem durch Biegung des Rohres geprägt sind. In Abb. 270 und Abb. 271 sind zwei unterschiedliche Kanalpläne abgebildet, da beim Test im LKI und anschließend im Werk der Fa. Böhler (da die Maximallast der Prüfmaschine für die Traglast der Schubringe im Labor nicht ausgereicht hat) eine etwas andere Messkonfiguration verwendet wurde. Die Abb. 268 zeigt das Einrichten des Lasteinleitungsstempels und die Installation der Messeinrichtung im Werk der Firma Böhler. Alle Dehnmessstreifen wurden beibehalten. Es wurden jedoch andere Wegaufnehmer als im LKI zur Messung der Verschiebung am oberen Ende des Stahlrohrs installiert. Diese sind in der Abb. 267 dargestellt. Es handelt sich dabei nicht um Seilextensometer, wie sie im LKI eingesetzt wurden, da die Montage dieser auf den Prüfkörpern zu viel Zeit in Anspruch genommen hätte. Zusätzlich wurde ein Wegaufnehmer (Seilextensometer Kanal 28; Abb. 269) angebracht, um die großen Vertikalverschiebungen erfassen zu können, da die installierten Extensometer in Abb. 267 nur Verschiebungen bis maximal 20 mm messen können. Einzelheiten zu den applizierten Weggebern und Dehnmessstreifen sind in der Tabelle der Kanalpläne in der Abb. 270 und Abb. 271 angegeben. Die Positionierung der Messstellen ist in der Abb. 272 dargestellt.



**Abb. 263** Vertikale Wegaufnehmer an der Oberseite des Stahlrohrs (Kanal 3,11,19)



**Abb. 264** Details zu den vertikalen Wegaufnehmern – Messung mittels Seilextensometer



**Abb. 265** Messung der vertikalen Verschiebung an der Außenschalung (Kanal 4,12,20)

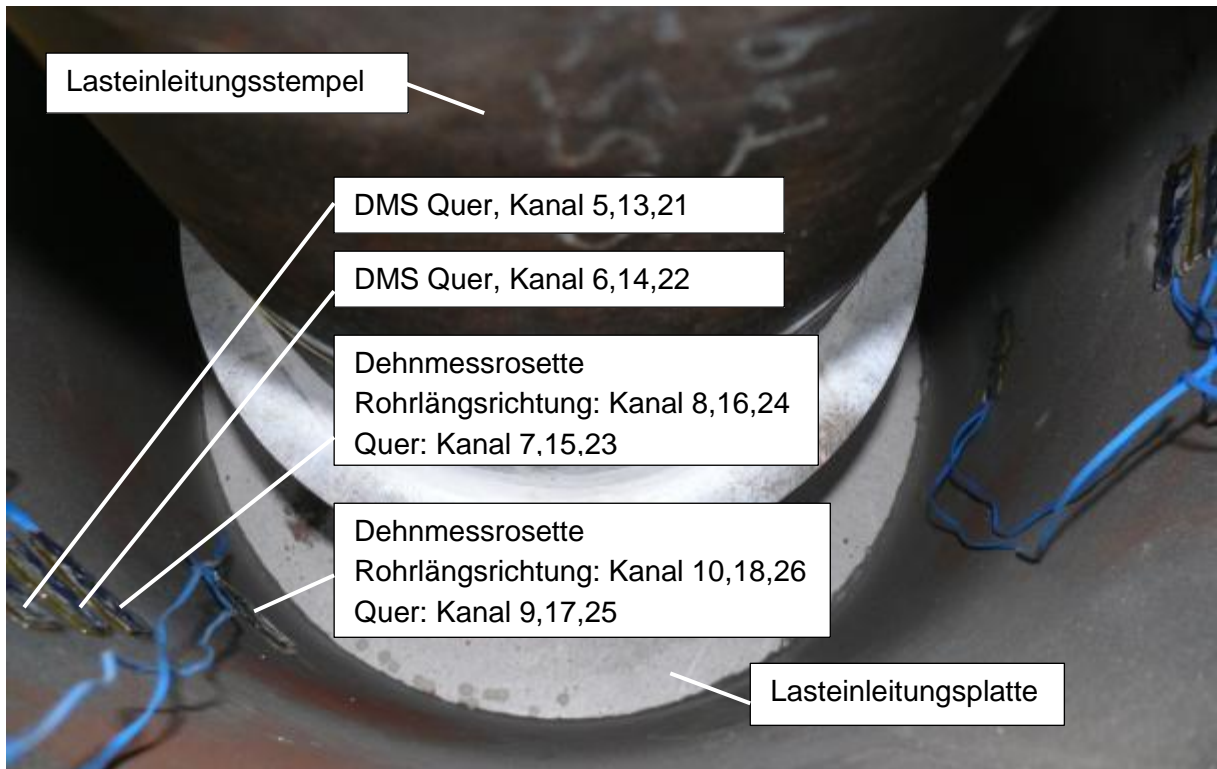


Abb. 266 Dehnmessstreifen (DMS) an der Innenseite des Stahlrohrs

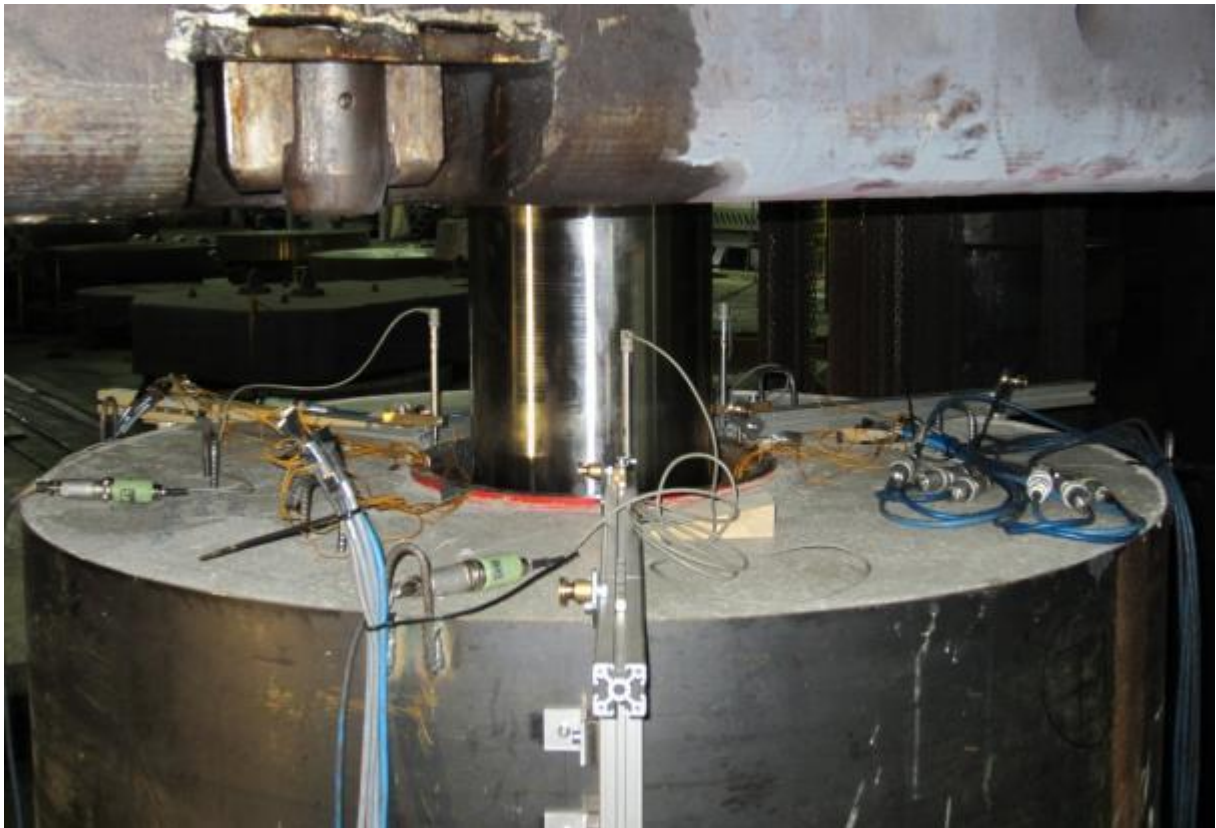


Abb. 267 Wegaufnehmer (Kanal 3,11,19) für den Test im Werk der Fa. Böhler



**Abb. 268** Einrichten des Lasteinleitungsstempels und Installation der Messeinrichtung im Werk der Fa. Böhler

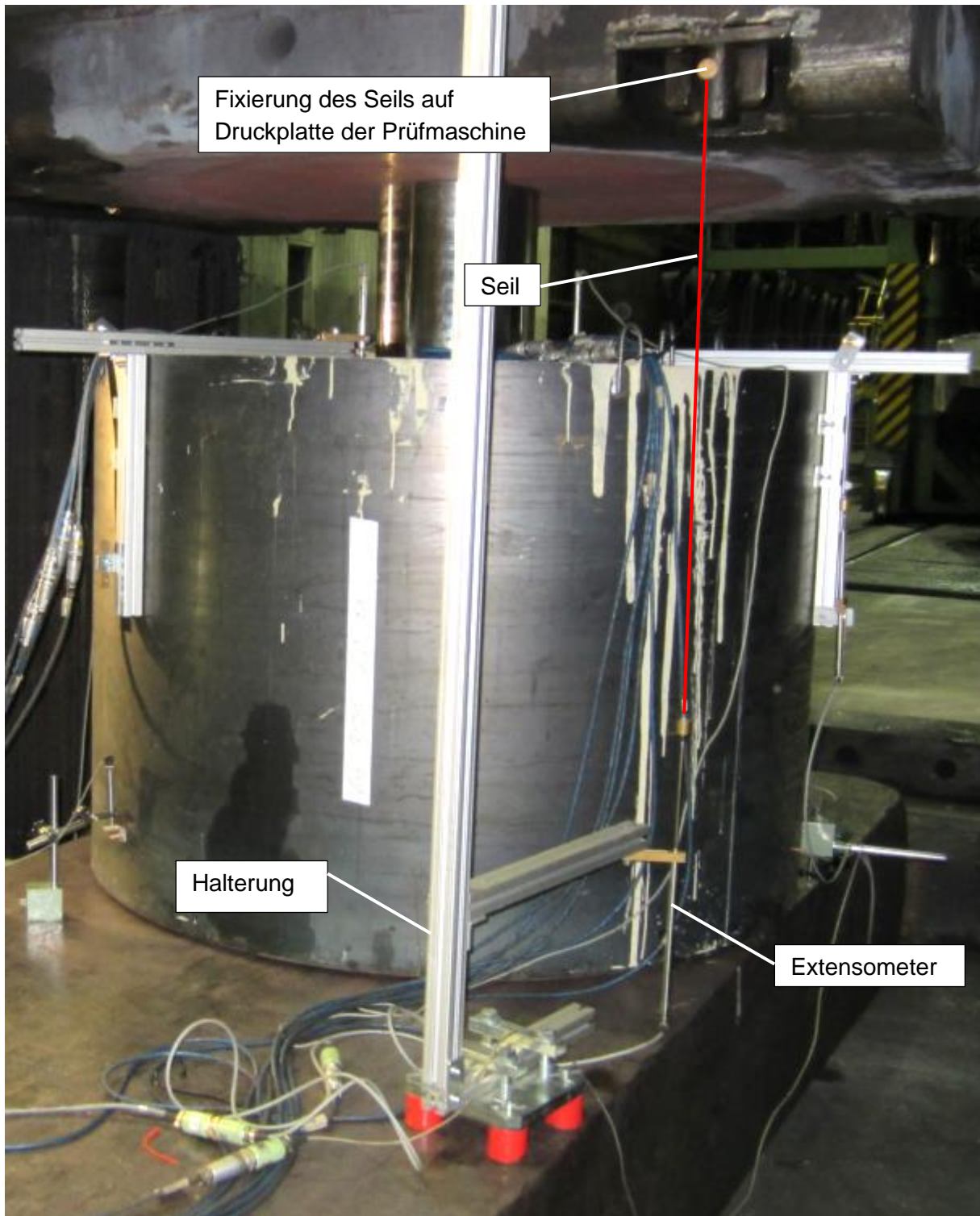
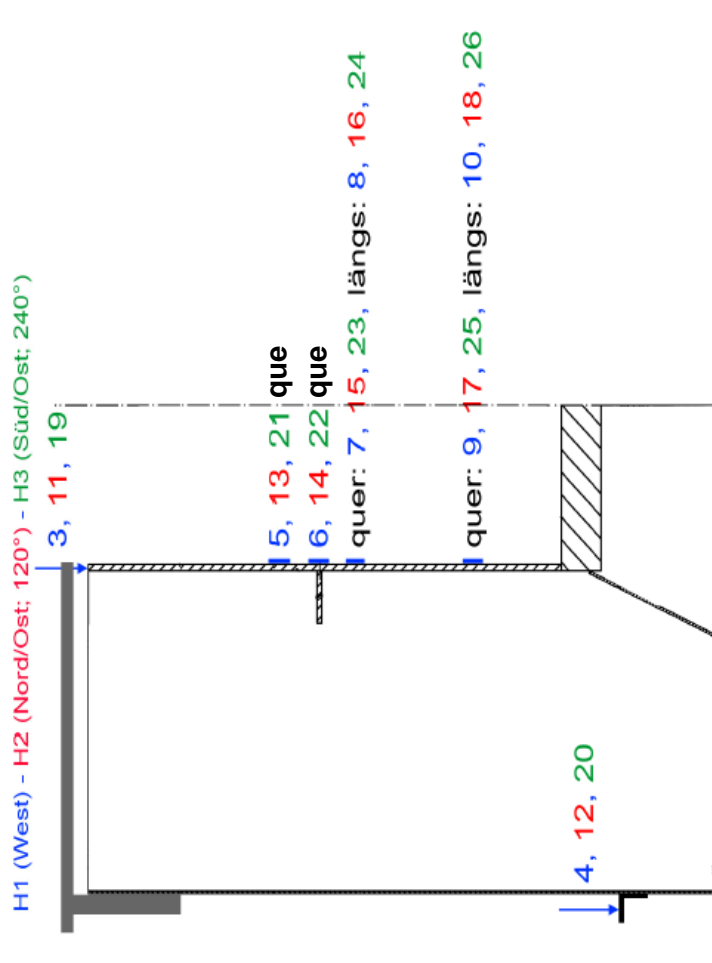


Abb. 269 Zusätzlicher Wegaufnehmer (Kanal 28) im Werk der Fa. Böhler

Labor für konstruktiven Ingenieurbau  
Technische Universität Graz

Kanal	Position	Ue [V]	Ua [mV/V]
1 Kraft			4000kN
2 Weg			270mm
3 WA 200		2,5	80
4 W5TK		2,5	80
5 DMS 1-1	quer	2,5	2,5
6 DMS 1-2	quer	2,5	2,5
7 DMS 1-3	quer	2,5	2,5
8 DMS 1-4	längs	2,5	2,5
9 DMS 1-5	quer	2,5	2,5
10 DMS 1-6	längs	2,5	2,5
11 WA 200		2,5	80
12 W5TK		2,5	80
13 DMS 2-1	quer	2,5	2,5
14 DMS 2-2	quer	2,5	2,5
15 DMS 2-3	quer	2,5	2,5
16 DMS 2-4	längs	2,5	2,5
17 DMS 2-5	quer	2,5	2,5
18 DMS 2-6	längs	2,5	2,5
19 WA 200		2,5	80
20 W5TK		2,5	80
21 DMS 3-1	quer	2,5	2,5
22 DMS 3-2	quer	2,5	2,5
23 DMS 3-3	quer	2,5	2,5
24 DMS 3-4	längs	2,5	2,5
25 DMS 3-5	quer	2,5	2,5
26 DMS 3-6	längs	2,5	2,5
27 Temp		0,625	40



Messrate: statisch: 5Hz, dynamisch: 20Hz

Berechnungen: Messzeit, Zeit, Hüllkurven für dynamische Messung, Verschiebung der Bodenplatte durch Berücksichtigung der PG- Verformung  
PG- Verformung: Linearisierung nach Vorversuch

Schubring 12: zylindrische Versuche

Abb. 270 Schnitt durch den Prüfkörper - Kanalplan der einzelnen Messgeber im LKI der TU-Graz

Labor für konstruktiven Ingenieurbau  
Technische Universität Graz



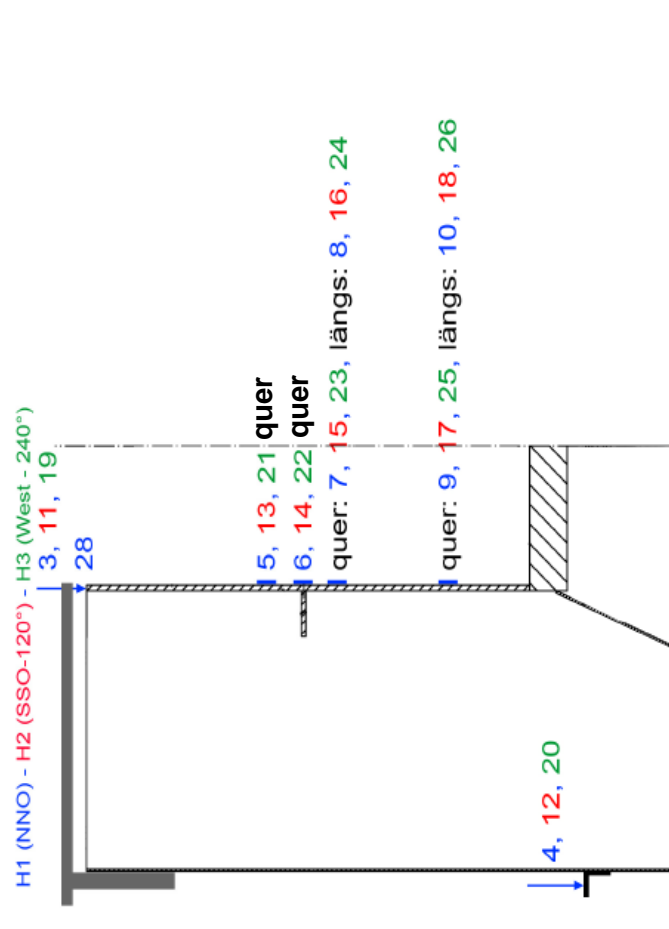
10-2012

Kanal	Position	Ue [V]	Ua [mV/V]
1	Weg_Masch	2,5	80
2	frei		200mm
3	WA SR 10	2,5	80
4	WA SC 5	2,5	80
5	DMS 1-1 quer	2,5	20
6	DMS 1-2 quer	2,5	20
7	DMS 1-3 quer	2,5	20
8	DMS 1-4 längs	2,5	20
9	DMS 1-5 quer	2,5	20
10	DMS 1-6 längs	2,5	20
11	WA SR 10	2,5	80
12	WA SC 5	2,5	80
13	DMS 2-1 quer	2,5	20
14	DMS 2-2 quer	2,5	20
15	DMS 2-3 quer	2,5	20
16	DMS 2-4 längs	2,5	20
17	DMS 2-5 quer	2,5	20
18	DMS 2-6 längs	2,5	20
19	WA SR 10	2,5	80
20	WA SC 5	2,5	80
21	DMS 3-1 quer	2,5	20
22	DMS 3-2 quer	2,5	20
23	DMS 3-3 quer	2,5	20
24	DMS 3-4 längs	2,5	20
25	DMS 3-5 quer	2,5	20
26	DMS 3-6 längs	2,5	20
27	Temp	0,625	40
28	WA 200_3	2,5	80

Messrate: statisch: 5Hz

Berechnungen: Messzeit, Zeit

Kanal 28 (WA 200\_3) ist am selben Arm montiert wie Kanal 3 (WA SR 10) - Horizont 1



Schubring 12: zylindrische Versuche bei Böhler in Kapfenberg

Abb. 271 Schnitt durch den Prüfkörper - Kanalplan der einzelnen Messgeber im Werk der Fa. Böhler



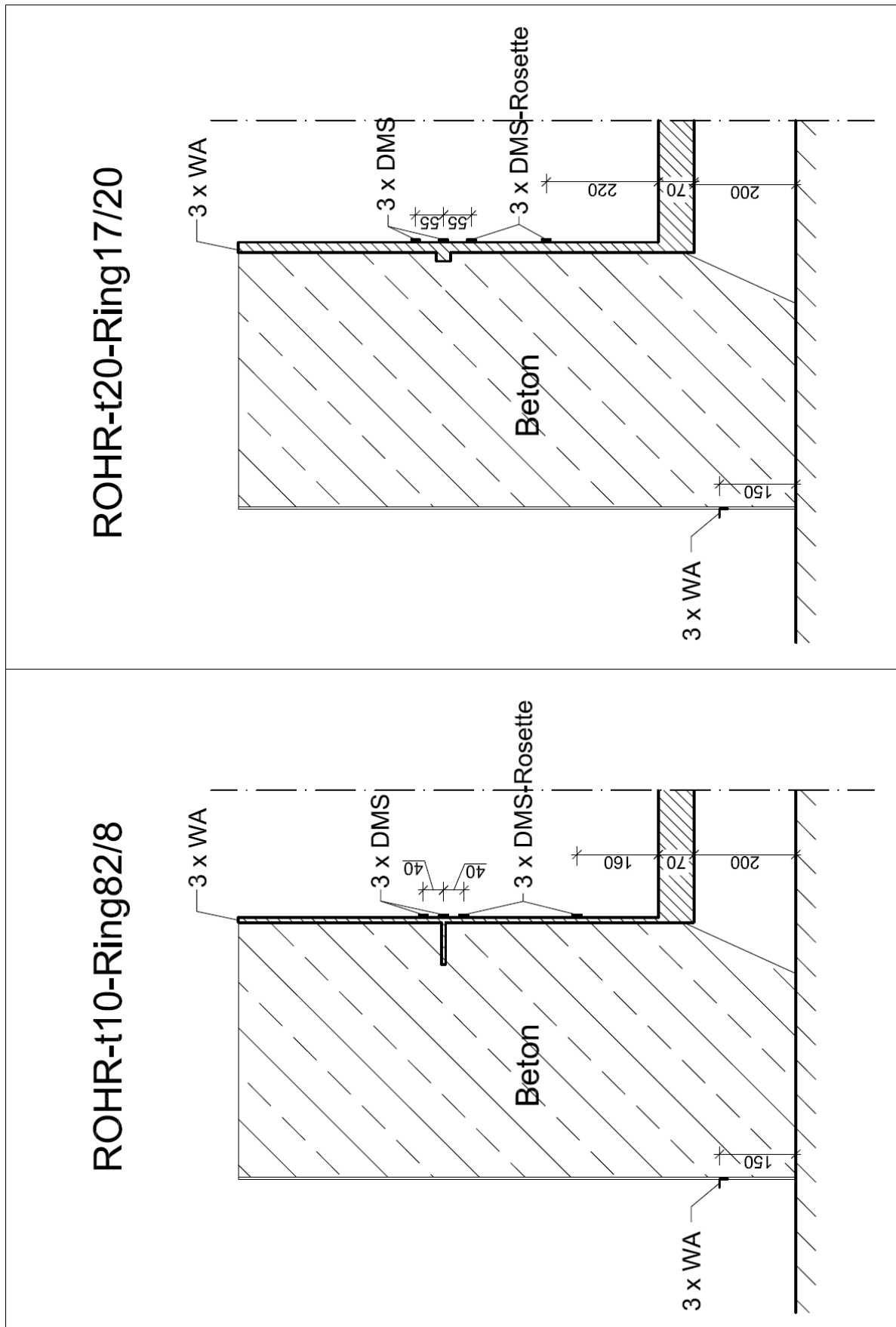


Abb. 272 Schnitt durch den Prüfkörper - Positionierung der Dehnmessstreifen am Stahlrohr für beide Rohrversuche

## 9.5 Besonderheiten bei der FEM-Simulation

Begleitend zu den Labortests der Rohrprüfkörper wurden die 2 Prüfkörper (ROHR-t10-Ring82/8; ROHR-t20-Ring17/20) im FE-Programm ABAQUS modelliert und die Tests numerisch simuliert. Die Randbedingungen und die Geometrie des FE-Modells wurden möglichst gut an die Prüfkonfiguration der Rohrtests angelehnt. Dies bezieht sich insbesondere auf die Geometrie der Schweißnaht zwischen Stahlblech und Ringsteife, wodurch bei der Ausführung der Rohrprüfkörper die Sollhöhe des Schubringes statt 80 mm auf die Isthöhe von 82 mm bzw. statt 15 mm auf 17 mm vergrößert wurde. Ebenso wurde darauf geachtet, dass die im FE-Programm verwendeten Materialmodelle für Stahl und Beton dem realen Verhalten entsprechen. Aus diesem Grund wurden die durch die ausführlichen Tests ermittelten Arbeitslinien und Materialparameter für Beton (vgl. Abb. 273) und Stahl (vgl. Abb. 181) in die FE-Berechnung eingearbeitet.

Eine FE-Berechnung begleitend zu jedem Test ist notwendig, um Aufschluss über nicht unmittelbar gemessene Daten zu erhalten (z.B. Betonpressung auf dem Schubring). Darüber hinaus um zu verifizieren, ob mit der numerischen Berechnung akzeptable Ergebnisse hinsichtlich Trag- und Verformungsvermögen erzielt werden können, sodass eine spätere Parameterstudie mit unterschiedlichen Schubringgeometrien, ohne weitere aufwendige Labortests, möglich ist. Durch die Vorstudien im Kapitel 6 wurde allerdings bereits festgestellt, dass es insbesondere bei großen plastischen Dehnungen nahe der Traglast zu Abweichungen im Verhalten des Betons zwischen Test und numerischer Berechnung kommen kann. Vor allem dann, wenn der Beton große dreiachsige Druckspannungen erfährt.

- Zutreffendes Materialmodell für Stahl

Für die Rohrversuche wurden die gleichen Bleche verwendet wie für die ebenen Versuche, sodass auch hier die Arbeitslinien nach Abb. 181 als Basis dienten.

- Zutreffendes Materialmodell für Beton

Es wurde sinngemäß gleich vorgegangen wie bei den FE-Simulationen zu den ebenen Versuchen, auf Basis des Betonmodells „Concrete-Damaged-Plasticity (CDP)“ (vgl. Abschnitt 8.4)

Für die Eigenschaften des Betons, aufbauend auf den Versuchsergebnissen im Labor für Tunnelbau an der TU Graz, ergaben sich die in Tabelle 29 und Tabelle 30 angegebenen Werte. Die Spannungs- Dehnungsbeziehung für Beton im Zuge der FE-Analyse zeigt Abb. 273.

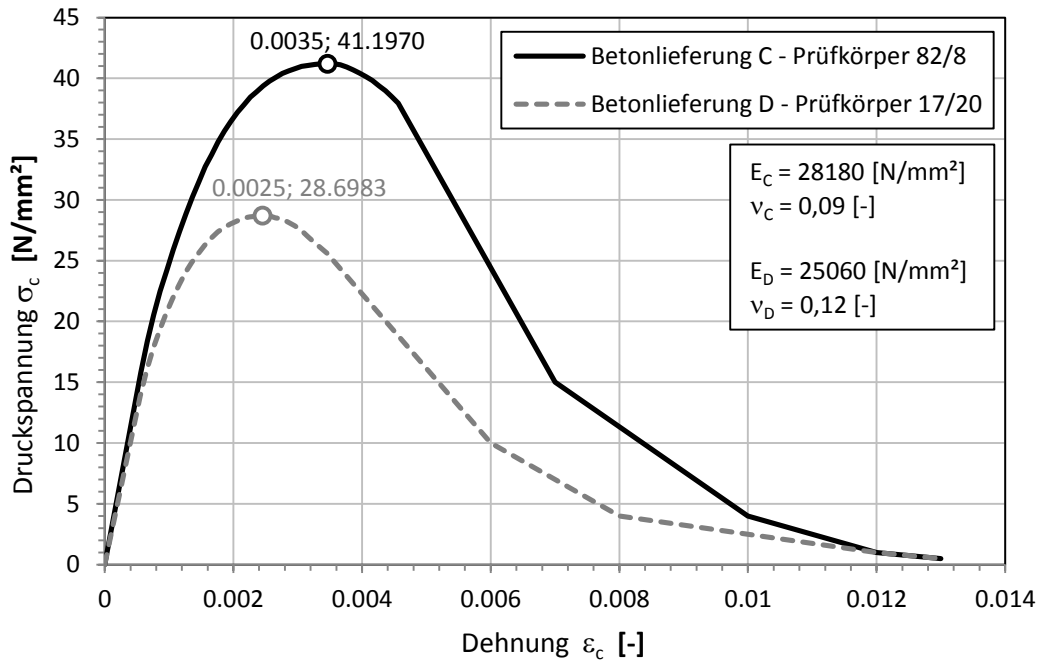
Rohrprüfkörper; Ring	Betonlieferung	Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	Bruchenergie [Nm/m <sup>2</sup> ]
82/8	C	3.2	70
17/20	D	2.9	65

**Tabelle 29** Eigenschaften des Betons unter Zugbelastung (Basis für FE-Modell)

Weitere Parameter, die für die Definition des CDP-Modells notwendig sind, wurden folgendermaßen festgelegt (Erläuterung im 6.2.3):

Dilatationswinkel $\psi$	Eccentricity $\varepsilon$	Verhältnis der biaxialen Druckfestigkeit zur einaxialen Druckfestigkeit	$K_c$
36.41°	0.1	1.16	0.725

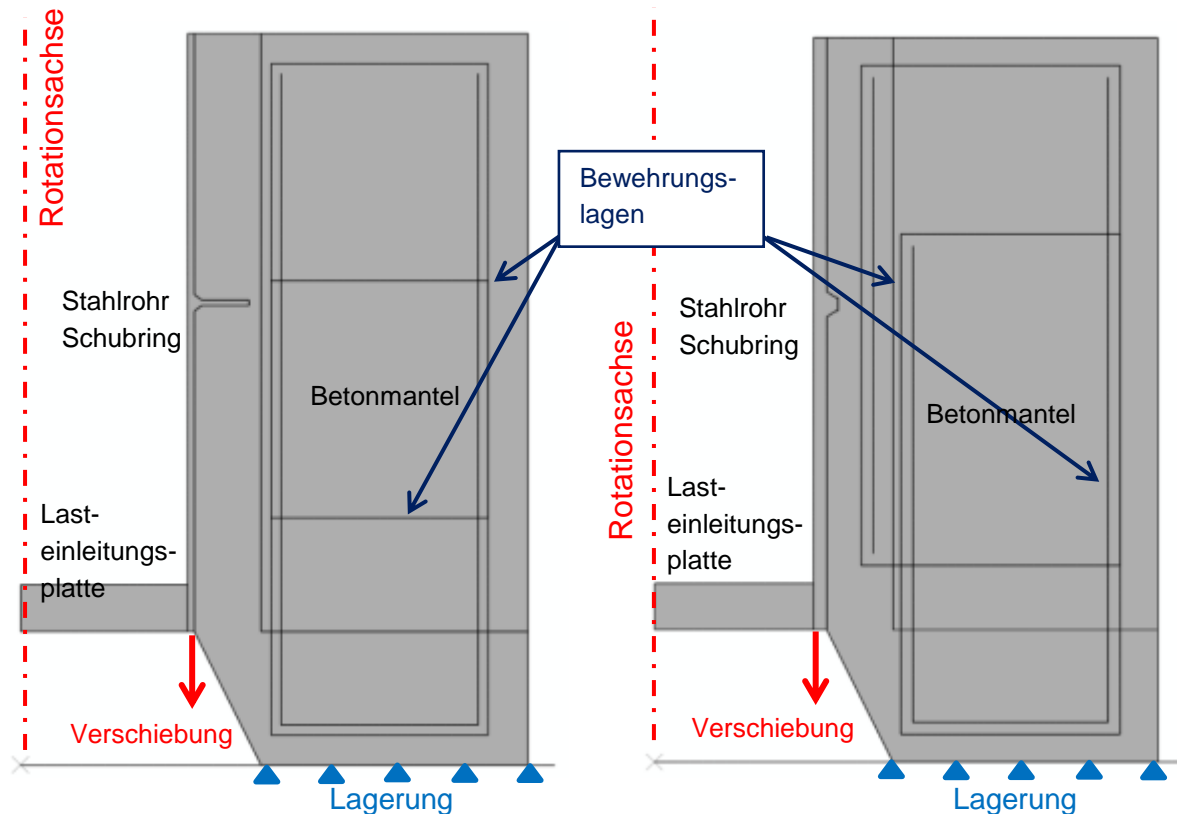
**Tabelle 30** Weitere Parameter für das CDP-Modell (Basis für FE-Modell)



**Abb. 273** Spannungs- Dehnungsbeziehung für Beton unter einachsiger Druckbelastung bei der FE-Analyse

## 9.6 FE-Modell für die Rohrprüfkörper

Bei der FE-Modellierung der Rohrprüfkörper wurde die axialsymmetrische Form der Prüfkörpergeometrie ausgenutzt. Das gesamte Modell wird aus axialsymmetrischen Elementen mit der Bezeichnung CAX4R aus der ABAQUS-Elementbibliothek aufgebaut. Genauer gesagt, handelt es sich um ein axialsymmetrisches Kontinuumselement mit 4 Knoten, bilinearen Ansatzfunktionen, reduzierter Integration und „hourglass control“. Die Verwendung dieser Elemente ermöglicht die zweidimensionale Modellierung der Prüfkörper mit Hilfe eines Radialschnitts durch die Rohrachse. Die axialsymmetrischen Elemente simulieren bei der Berechnung unter axialsymmetrischen Randbedingungen eine Rotation des Schnittes um die Rohrmittelachse und somit den dreidimensionalen Prüfkörper. Durch die stark reduzierte Elementanzahl gegenüber einer kompletten Modellierung in 3D fallen die Rechenzeiten bei nahezu gleicher Ergebnisqualität (Voraussetzung sind axialsymmetrische Prüfparameter) deutlich geringer aus. Bis auf die unterschiedliche Rohr-/Schubring- und Bewehrungsgeometrie, erfolgte die Modellierung der beiden Rohrprüfkörper in gleicher Weise.



**Abb. 274** FE-Eingabegeometrie Prüfkörper 82/8    **Abb. 275** FE-Eingabegeometrie Prüfkörper 17/20

Abb. 274 und Abb. 275 zeigten die zweidimensionale geometrische Modellierung der Prüfkörper, welche einem Radialschnitt des dreidimensionalen Prüfkörpers entspricht. Die Hauptelemente sind dabei einerseits das Stahlrohr mit dem aufgeschweißten Schubring und der Lasteinleitungsplatte, andererseits der massive Betonmantel. Der Kontakt zwischen den Stahlbauteilen und dem Beton erfolgte über eigene Kontaktformulierungen. Es handelt sich dabei um einen „harten“ Kontakt, d.h. es ist kein Eindringen der Elemente untereinander möglich. Die Berechnungen wurden jeweils mit und ohne Reibungswirkung in den Kontaktflächen durchgeführt. Der Reibungsbeiwert  $\mu$  zwischen Beton und Stahl wurde dabei mit 0.4 angesetzt. Die Last wurde nicht wie beim Versuch im Bereich des Laststempels aufgebracht, sondern wie in Abb. 274 und Abb. 275 gezeigt, direkt als Verschiebung am unteren Rohrende eingeleitet. Um das gleiche Verhalten wie bei einer Lasteinleitung durch den Laststempel zu erzielen, setzt dies ein sehr steifes Verhalten der Lasteinleitungsplatte voraus, wie es bei den ausgeführten Prüfkörpern der Fall ist. Die Belastungsgeschwindigkeit bei den Berechnungen betrug  $v=0,5$  mm/s (82/8) bzw.  $v=0,67$  mm/s (17/20). Wie in der Versuchsanordnung wurde auch das, den Betonmantel umhüllende dünne Stahlblech ( $t=4$ mm, „verlorene Schalung“) mitmodelliert. Es interagiert mit dem Betonmantel mittels der schon erwähnten Kontaktinteraktion. Die Lagerung des modellierten Prüfkörpers erfolgt in gleicher Weise über eine „harte“ Kontaktinteraktion des Betonmantels mit einer gelagerten starren Bezugsoberfläche. Die Reibung mit Reibungszahl  $\mu=0,4$  wurde sowohl bei der Interaktion des Hüllrohres mit dem Betonmantel, als auch bei der Lagerung des Betonmantels auf der starren Oberfläche (horizontale Lagerfläche), unabhängig von der Berechnungsmethode mit/ohne Reibungseffekt zwischen Stahlrohr und Betonmantel,

angesetzt. Die Lagerung des Betonkörpers ist in Abb. 274 und Abb. 275 durch die blauen Dreiecke symbolhaft dargestellt.

Durch die gewählte radialsymmetrische Modellierung der Prüfkörper ist es nicht möglich die Bewehrung exakt über Biegestäbe zu implementieren. Tatsächlich wird sie vereinfacht als eingebettete Schale verschmiert realisiert. Dies ist in ABAQUS mittels der Option „\*Rebar Layer“ möglich, die Bewehrungseisen und Lagen in jeder Richtung und Anordnung definieren lässt und sie verschmiert ins Modell einbettet. Im Programmpaket ABAQUS muss die im Betonkörper eingebettete „Bewehrungsschale“ nicht zwingend an den Knoten der Trägerelemente (Betonkörper) anschließen (es folgt eine interne Interpolation zwischen benachbarten Knoten). Die im FE-Modell eingearbeitete Bewehrung laut Prüfkörperplänen ist in Abb. 274 und Abb. 275 ersichtlich.

Ein Prüfkörper wurde mit ungefähr 13500 Elementen modelliert. Die Rechenzeit für einen Prüfkörper betrug ca. 4-8 Stunden, wobei die Berechnung ohne Reibung zwischen Stahlrohr und Schubring längere Rechenzeiten zur Lösung benötigte. Eine Übersicht der Netzteilung der numerischen Modelle ist in Abb. 276 bzw. Abb. 277 dargestellt. Die verfeinerte Auflösung der Elemente im komplexen Schubringbereich der Prüfkörper ist in Abb. 278 und Abb. 279 am verformten System ersichtlich. Die Berechnung des Prüfkörpers 82/8 ( $t_{\text{Rohr}}=10\text{mm}$ ) erfolgte mit einer Elementanzahl von 6 Elementen über die Schubringdicke und 8 Elementen über die Rohrwanddicke. Beim Prüfkörper 17/20 ( $t_{\text{Rohr}}=20\text{mm}$ ) wurden 8 Elemente über die Schubringdicke und 10 Elemente über die Rohrwanddicke verteilt angeordnet. Das kleinste rechteckige Element im Schubringbereich hat eine Abmessung von 1.0 x 2.0 mm (Prüfkörper 17/20) bzw. 1.3 x 2.4 mm (Prüfkörper 82/8).

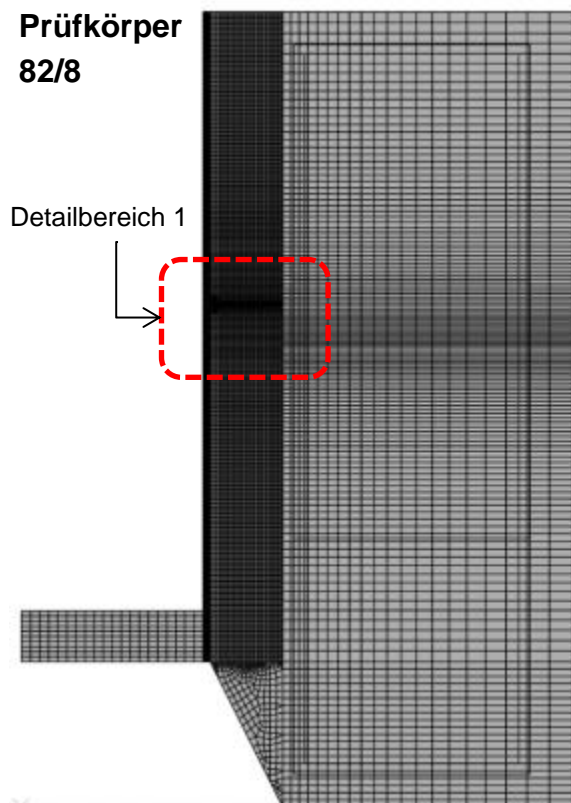


Abb. 276 Netzteilung Prüfkörper 82/8

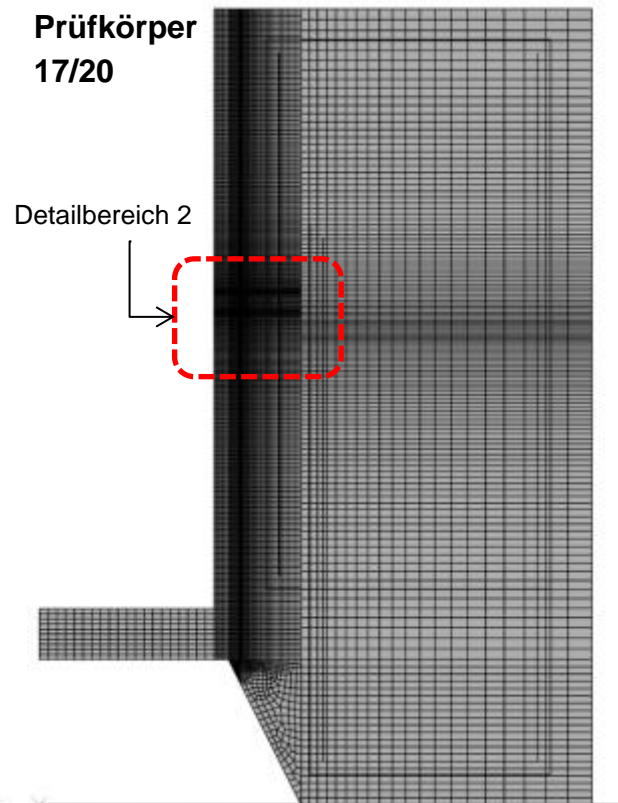


Abb. 277 Netzteilung Prüfkörper 17/20

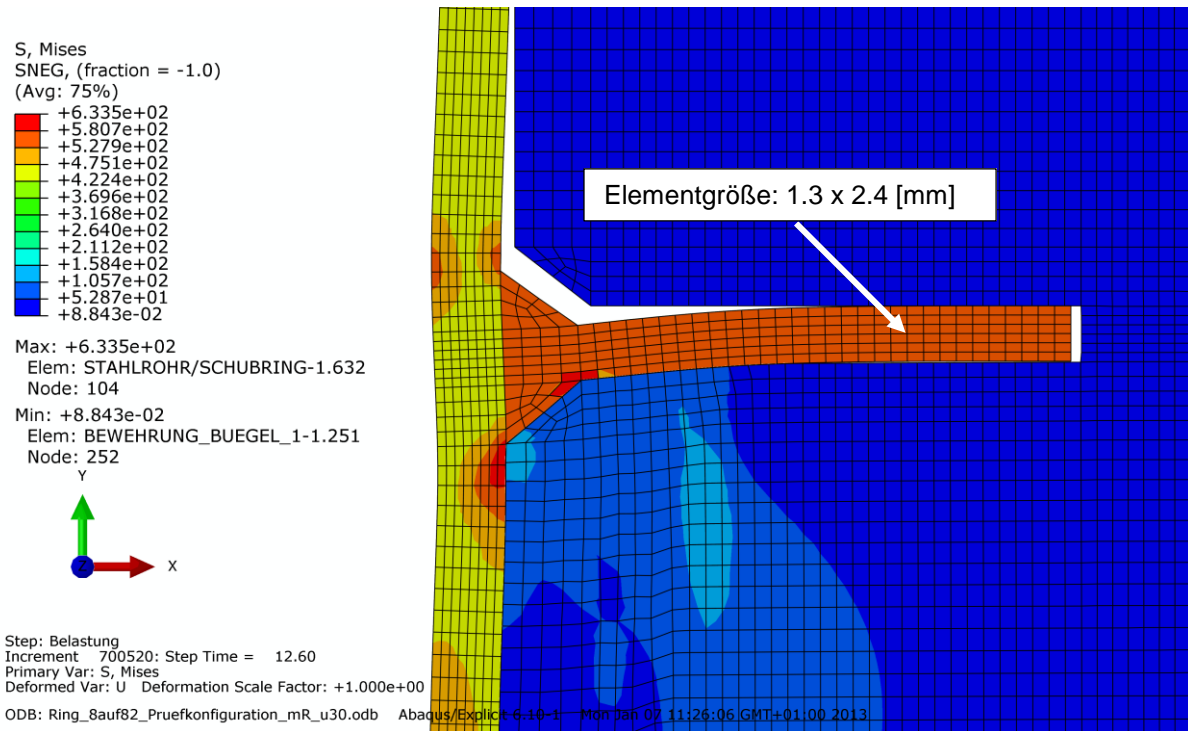


Abb. 278 Detailbereich 1, Prüfkörper 82/8, Netzteilung im Schubringbereich, verformte Figur

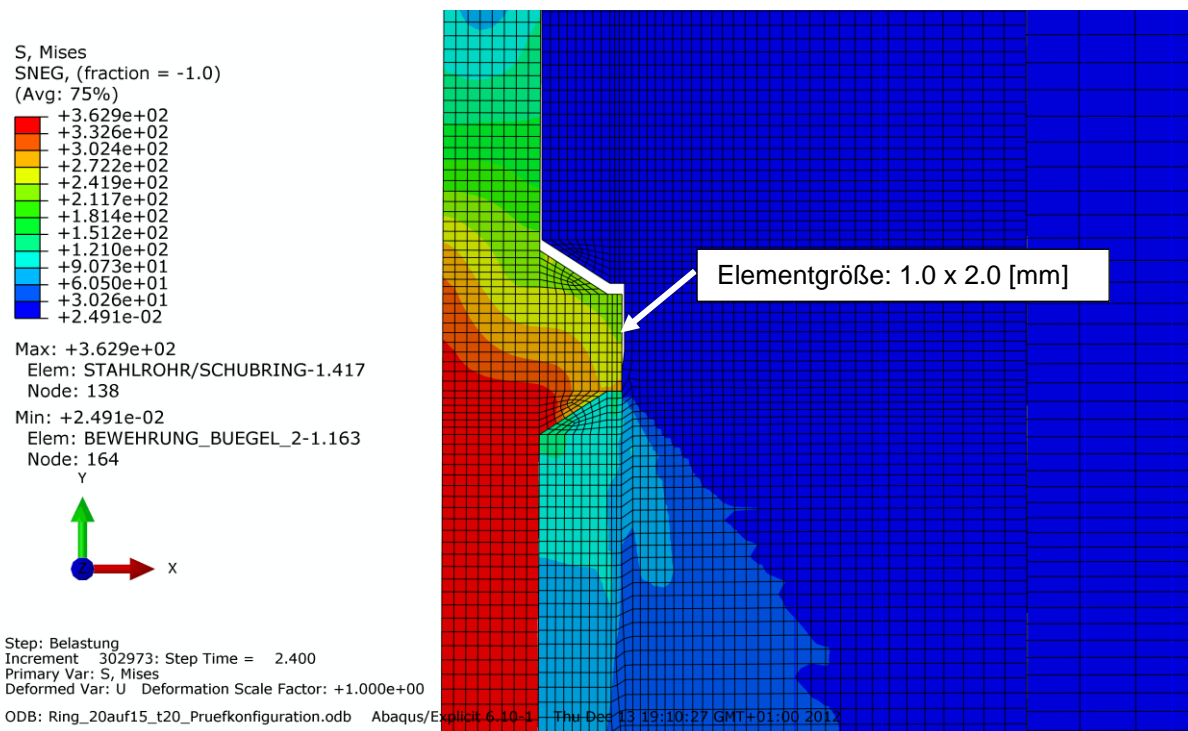
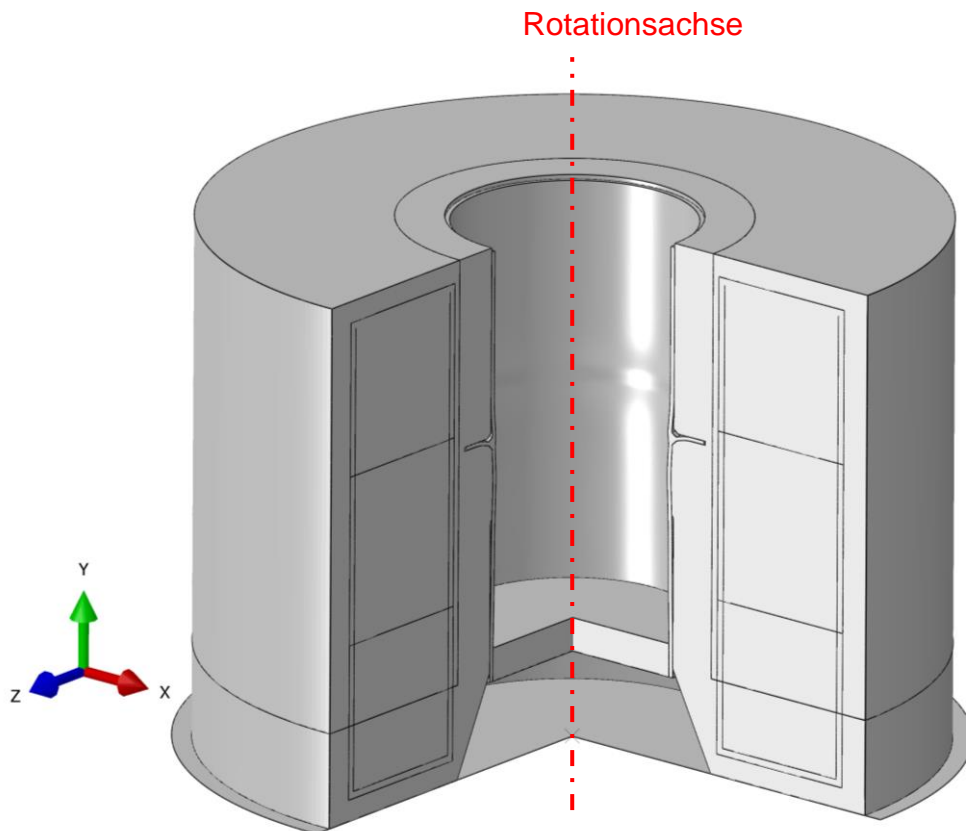


Abb. 279 Detailbereich 2, Prüfkörper 17/20, Netzteilung im Schubringbereich, verformte Figur

Abb. 280 zeigt den durch einen Darstellungseffekt in 3D gerenderten Prüfkörper 82/8 der FE-Simulation im verformten Zustand. Zur besseren Erkennung des Querschnittes wurde ein 90°-Segment herausgeschnitten.



**Abb. 280** Dreidimensional dargestellter Prüfkörper 82/8 der numerischen Simulation

## 9.7 Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Labortests, sowie der numerischen Berechnung der zylindrischen Prüfkörper dargestellt.

Zuerst wird ein umfangreicher Vergleich zwischen Labortest und numerischer Berechnung anhand des Prüfkörpers mit den Schubringabmessungen 82/8 mm gezeigt. Anschließend erfolgt ein zusammenfassender Vergleich beider Prüfkörper.

### 9.7.1 Ergebnisauswertung für Schubring 82/8

Dieses Kapitel beinhaltet die Ergebnisauswertung des Traglastversuches mit der Prüfmaschine der Fa. Böhler.

Mit der Prüfmaschine im Werk der Fa. Böhler konnte erst die hohe Traglast ermittelt werden (vgl. Abb. 281).



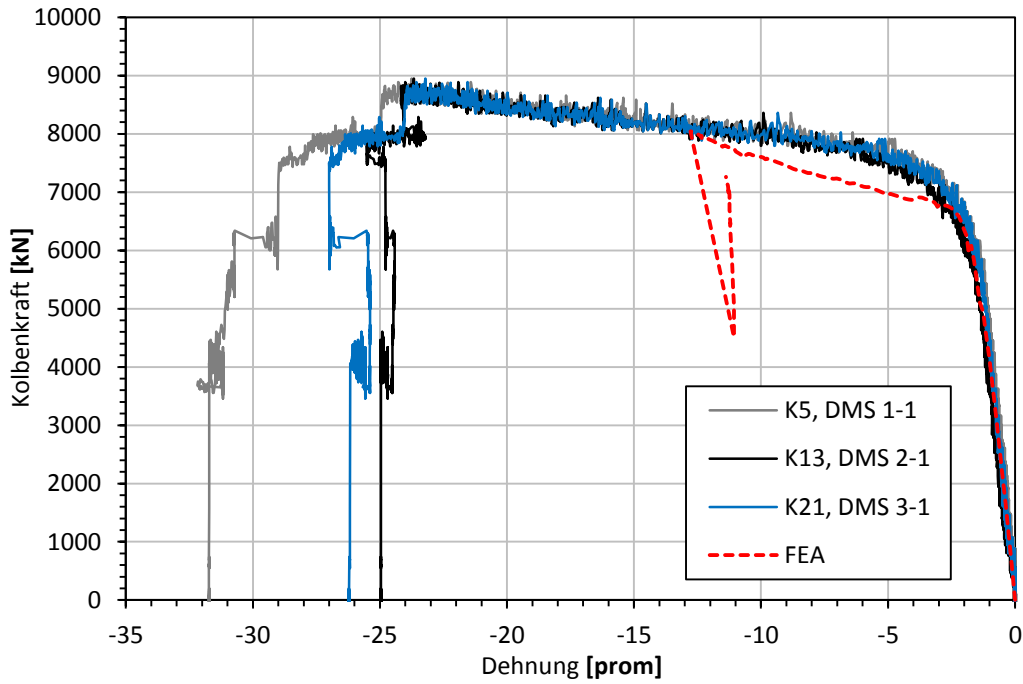
**Abb. 281** Prüfgerüst mit Rohr-Prüfkörper im Werk der Fa. Böhler in Kapfenberg; Maximallast 52 MN

Die Messergebnisse der Rohr-Prüfkörper weisen Kurven mit gezacktem Verlauf aus. Dies ist auf die Größe der Prüfmaschine und die wenig sensible Steuerung zurückzuführen, da die Maschine im Regelfall zum Schmieden von hochfesten Stählen eingesetzt wird. In diesem Einsatzbereich werden sehr hohe Lasten (größer als 40 MN) benötigt.

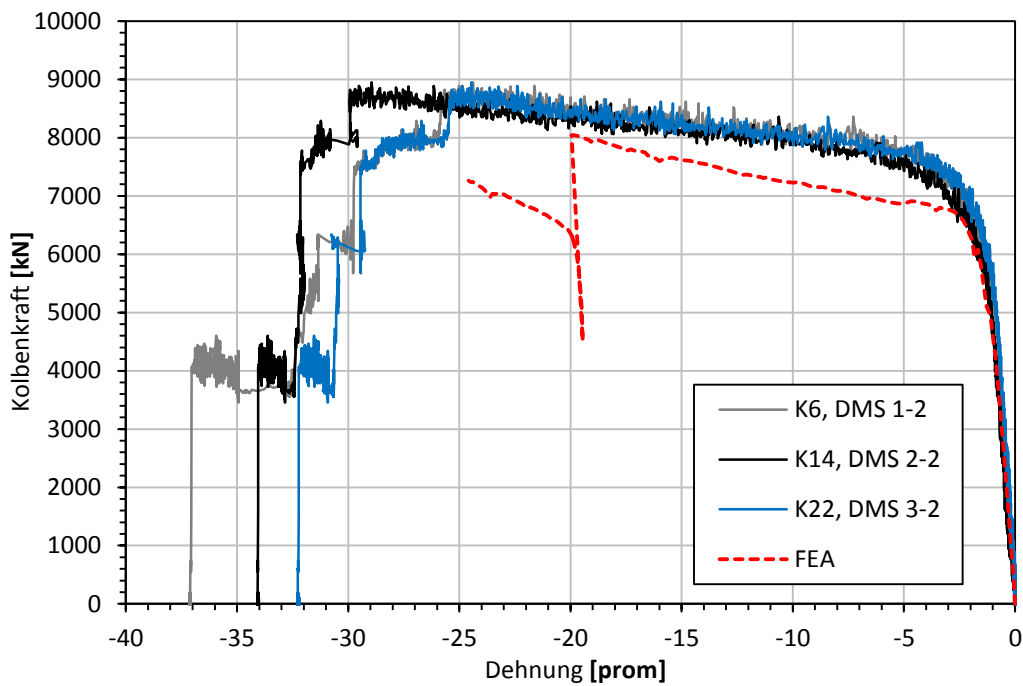
Alle Ergebnisse der Messwertgeber sind in Diagrammform aufgetragen. Zusätzlich sind die den entsprechenden Messgebern zugehörigen FE-Ergebnisse als rot-strichlierte Linien vergleichend eingetragen. Die Bezeichnungen der Diagrammlegende beinhalten sowohl den verwendeten Messkanal als auch die Bezeichnung der entsprechenden Messwertgeber. Eine genaue Übersicht über die Position aller installierten Messwertgeber ist Kapitel 9.4 zu entnehmen (Lage und Bezeichnung siehe Abb. 271).

Abb. 282 bis Abb. 287 zeigen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den gemessenen und rechnerisch ermittelten Dehnungen. Lediglich Abb. 288 ist eine größere Abweichung zwischen den gemessenen und errechneten Verschiebungen an der Außenseite des Umhüllungsrohres zu erkennen. Diese Verschiebungen sind jedoch relativ klein und unbedeutend für das Gesamttragverhalten.

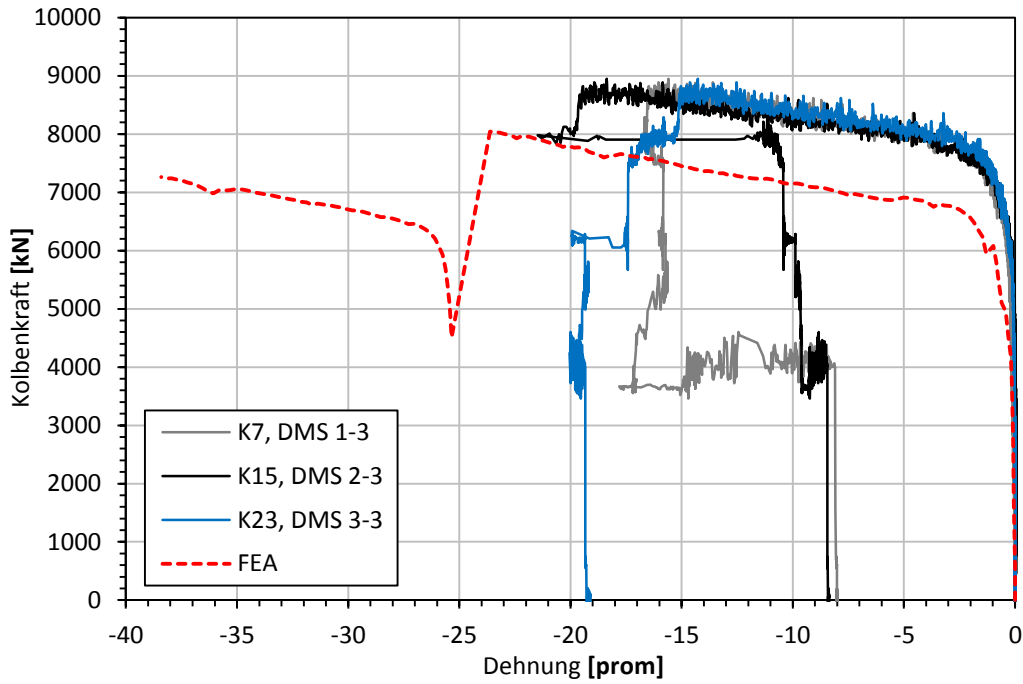




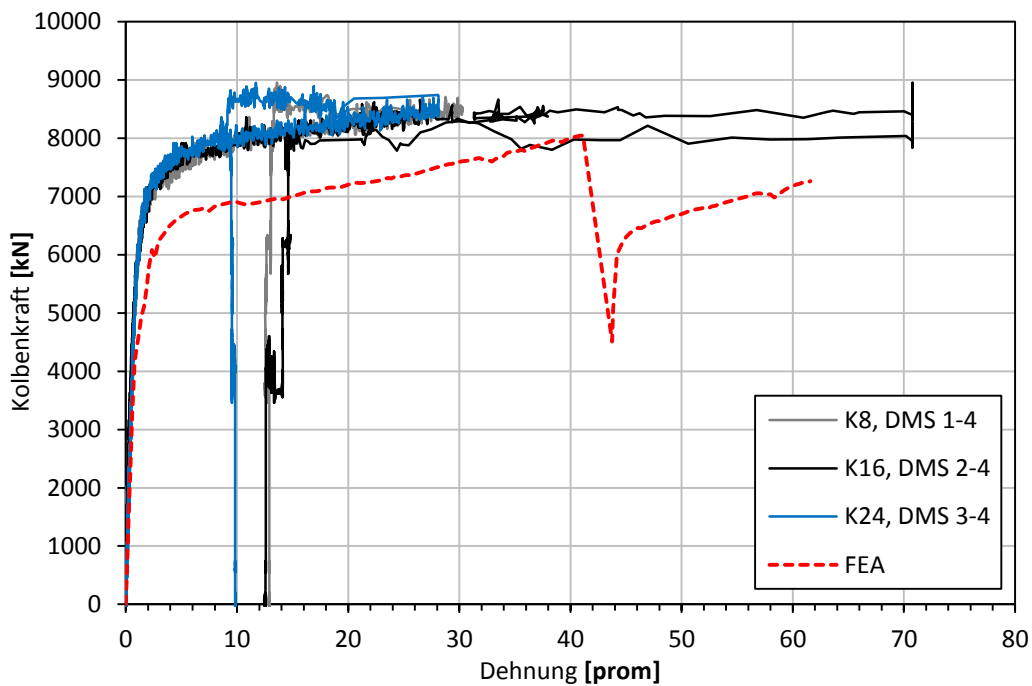
**Abb. 282** Kolbenkraft-/Dehnungsdiagramm für die Umfangsdehnungen im Rohr oberhalb des Schubringes, Test-Böhler und FEA (82/8, Dehnung in Promille)



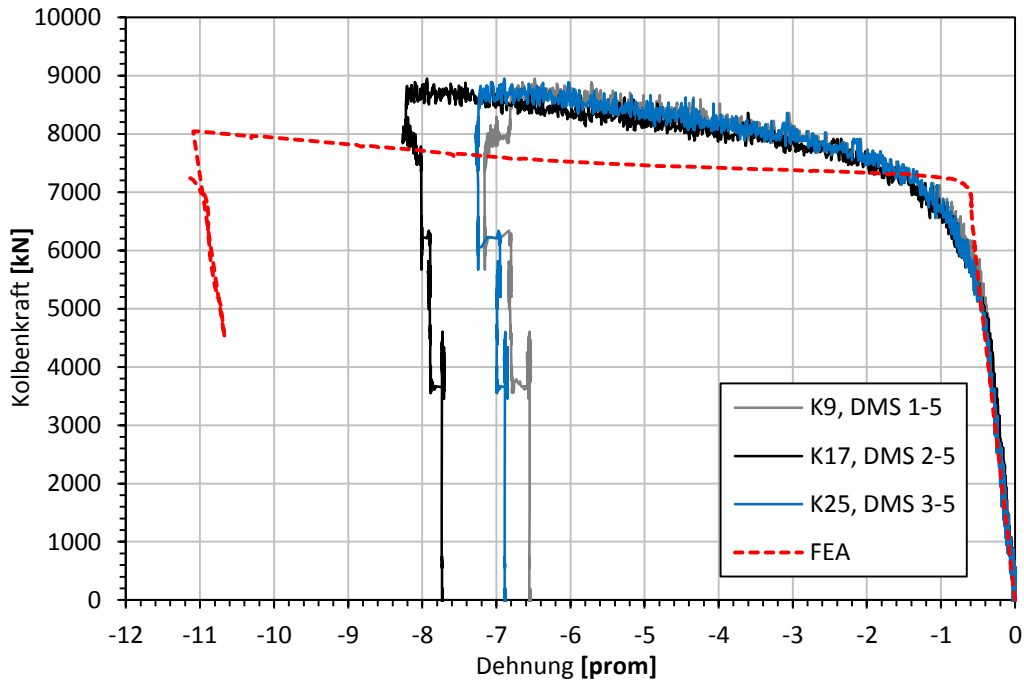
**Abb. 283** Kolbenkraft-/Dehnungsdiagramm für die Umfangsdehnungen im Rohr im Schubringbereich, Test-Böhler und FEA (82/8, Dehnung in Promille)



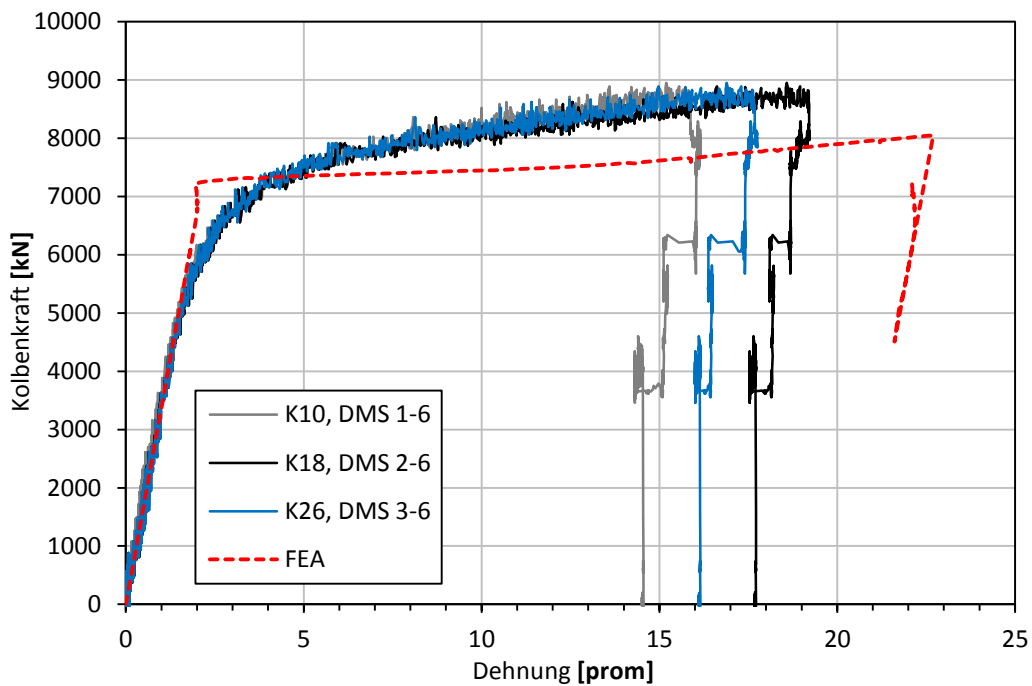
**Abb. 284** Kolbenkraft-/Dehnungsdiagramm für die Umfangsdehnungen im Rohr unterhalb des Schubringes, Test-Böhler und FEA (82/8, Dehnung in Promille)



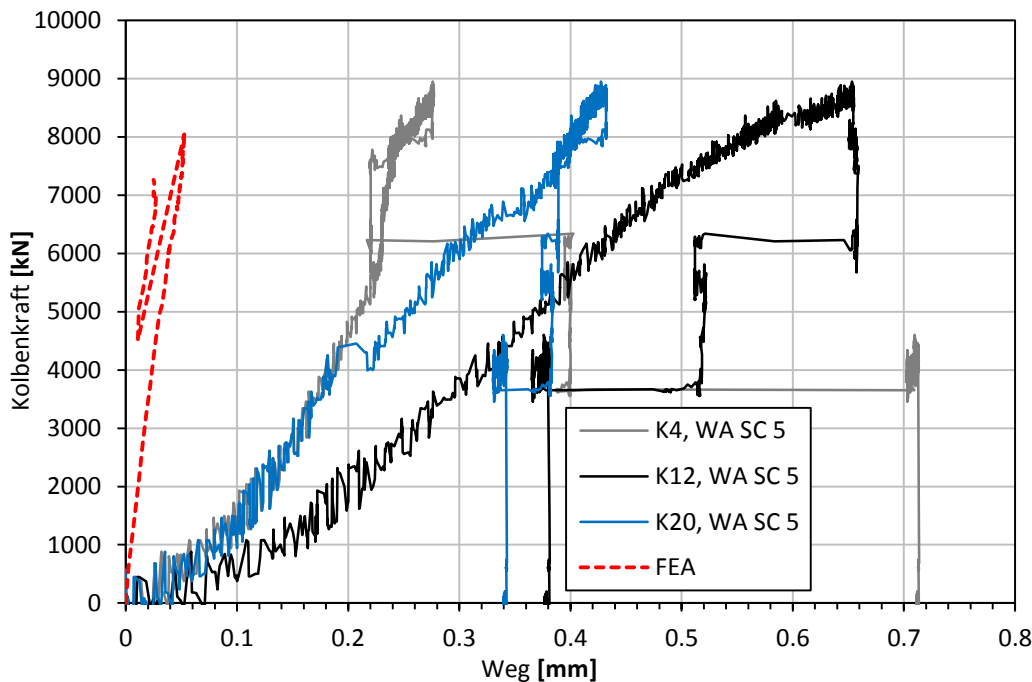
**Abb. 285** Kolbenkraft-/Dehnungsdiagramm für die Längsdehnungen im Rohr unterhalb des Schubringes, Test-Böhler und FEA (82/8, Dehnung in Promille)



**Abb. 286** Kolbenkraft-/Dehnungsdiagramm für die Umfangsdehnungen im unteren Bereich des Rohrs, Test-Böhler und FEA (82/8, Dehnung in Promille)



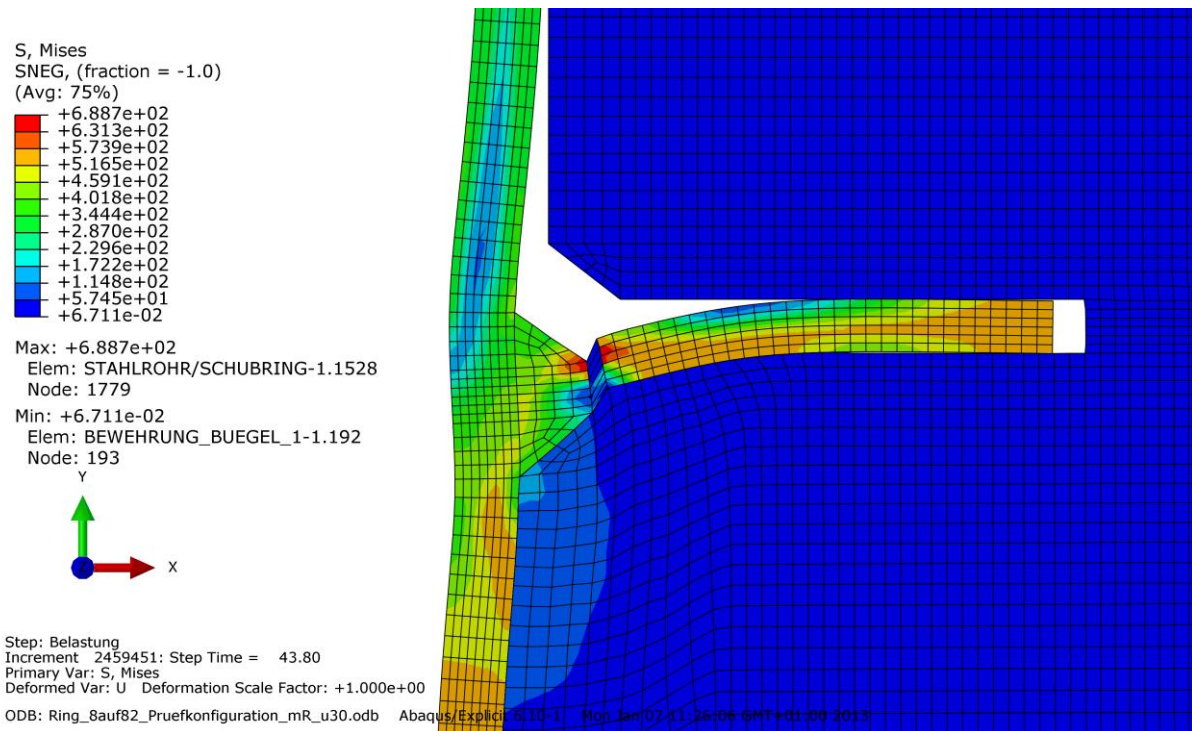
**Abb. 287** Kolbenkraft-/Dehnungsdiagramm für die Längsdehnungen im unteren Bereich des Rohrs, Test-Böhler und FEA (82/8, Dehnung in Promille)



**Abb. 288** Kolbenkraft-/Verschiebungsdiagramm für Verschiebungen an der Außenseite des Umhüllungsrohres, Test-Böhler und FEA (82/8)

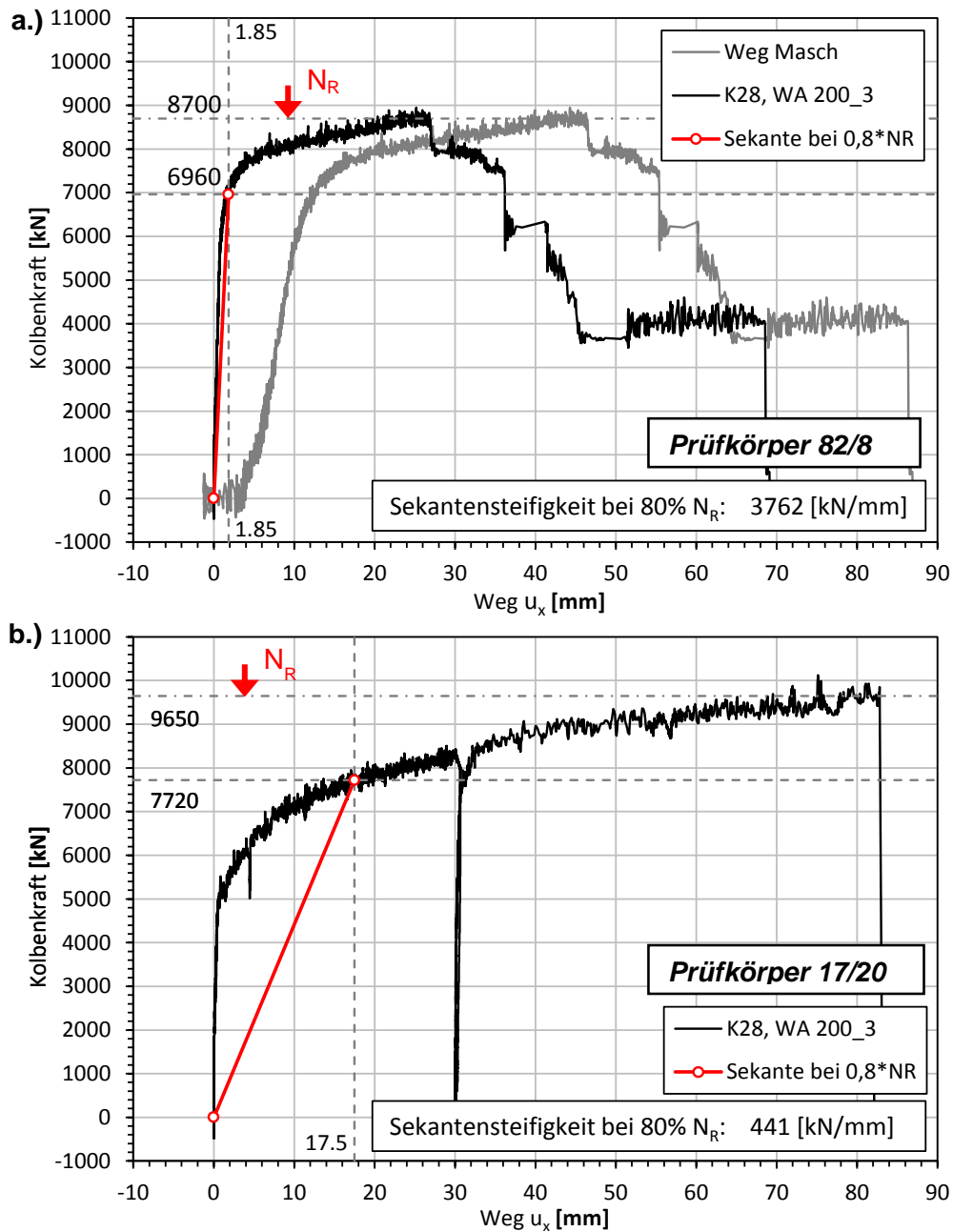
### 9.7.2 Zusammenfassung der Ergebnisse beider Rohrversuche

Das Last-Verformungsverhalten der beiden Rohrversuche zeigt Abb. 290. Im oberen Teilbild ist die Belastung ergänzend auch über der Gesamtverformung  $u_K$  des Laststempels dargestellt („Weg Masch“). Die anfänglichen Verformungen rühren aus dem „Einspielen“ der Prüfmaschine und lokalen Verformungen im Lasteinleitungsbereich – sie sind ohne Bedeutung. Die in der Abb. 290 dargestellten Messkurven für die einzelnen Wegaufnehmer (WA) entsprechen den gesuchten Verschiebungen  $u_x$  in Rohrlängsrichtung am Anschlusspunkt von Stahlrohr und Schubring (in Rohrwandmitte). Bedingt durch die Stahldehnungen im Rohr, sind die Verformungen des Laststempels deutlich höher, siehe Abb. 290a. Das Last-Verformungsverhalten vom Versuchskörper 17/20 wird in Abb. 290b dargestellt. Trotz der ausgeprägten Schlankheitsunterschiede der einzelnen Schubringe (82/8 bzw. 17/20), wird in beiden Fällen ein äußerst günstiges Verformungsverhalten erreicht. Im Falle des Rohrprüfkörpers 82/8 wird die Traglast durch ein Abscheren des Schubringes (im Schubringquerschnitt direkt nach der Schweißnaht, vgl. begleitende FE-Berechnung in Abb. 289) limitiert, während beim Rohrprüfkörper 17/20 ein Betonversagen den Grenzzustand der Tragfähigkeit beschreibt (vgl. Abb. 292).

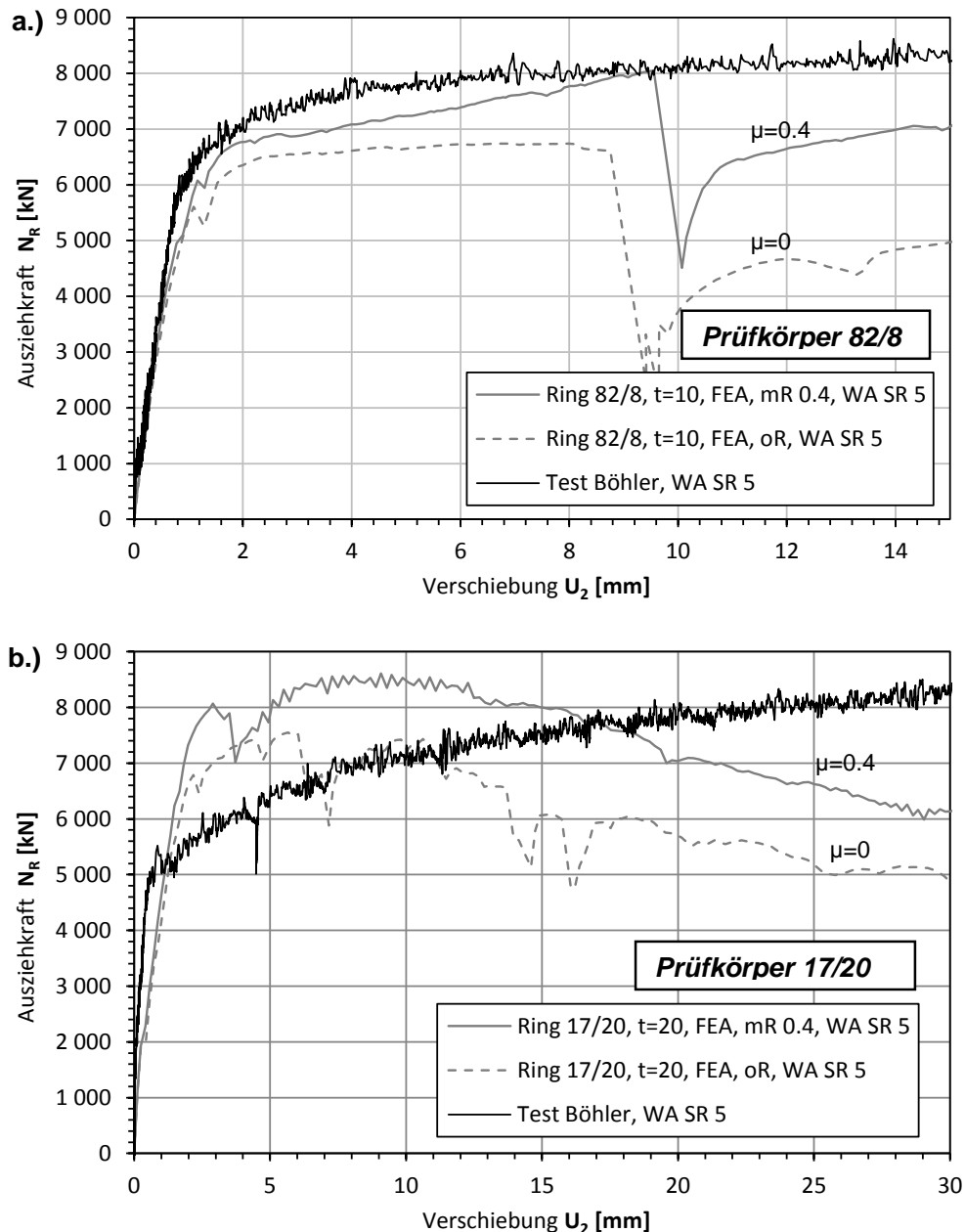


**Abb. 289** FEA, Abscheren des Schubringes 82/8 nach Erreichen des Traglastmaximums

Die Traglasten werden erst jenseits von Verschiebewegen  $u_x > 20$  mm erreicht. Anzumerken ist, dass auf der lastzugewandten Seite des Schubringes im Beton ein sehr günstiger allseitiger Druckspannungszustand erreicht wird, der das große Verformungsvermögen günstig beeinflusst. Erst bei sehr großen Verformungen  $u_x > 25$  mm erfolgt ein Traglastabfall auf eine „Nachbruchlast“ von etwa 50% (Schubring 82/8: Versuchslast 4000 statt 8900 kN). Die beiden Last- Verformungskurven verlaufen – trotz deutlich unterschiedlicher Schlankheiten der Schubringe - ähnlich. Anzumerken ist, dass im Falle des schlanken Ringes 82/8 am dünnwandigen Rohr auch annähernd die Querschnittstragfähigkeit (infolge der Zugnormalkraft) erreicht ist, wie aus den großen Dehnungen (Fließen) der begleitenden FE-Berechnungen ersichtlich ist (vgl. Abb. 291 a). Zu den Last- Verschiebekurven ist zusätzlich die Sekantensteifigkeit bei einem Lastniveau von 80% der Traglast als rote Linie eingetragen.



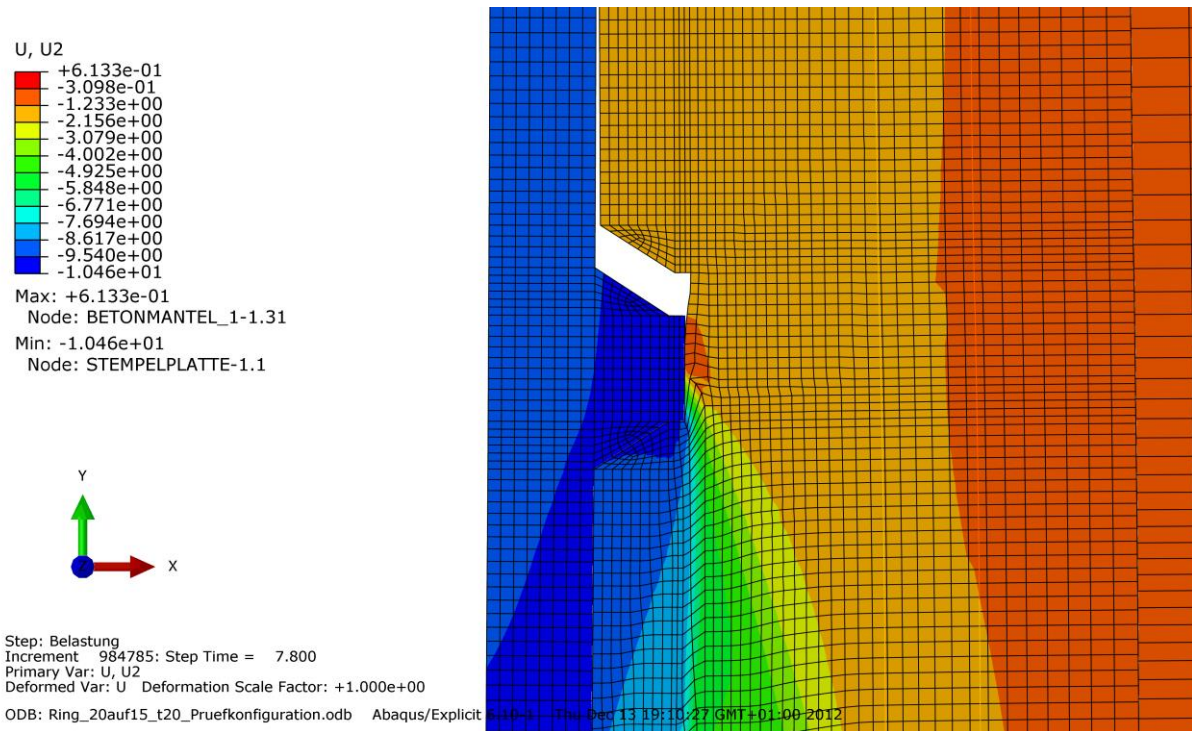
**Abb. 290** Last-Verformungsverhalten der beiden Rohrversuche; Gesamtbelastung in Abhängigkeit vom Verschiebeweg am Rohr beim Schubring: a.) Schubring 82/8, b.) Schubring 17/20.



**Abb. 291** Last-Verformungsverhalten in der FE-Analyse, im Vergleich zum Rohrversuch, a.) Schubring 82/8, b.) Schubring 17/20.

In Abb. 291 a und b sind auch die Ergebnisse der begleitenden numerischen Berechnung mit eingetragen, wobei sowohl der Fall ohne Reibung (oR) als auch der Fall mit Reibung (mR 0.4), unter Ansatz eines Reibungsbeiwertes  $\mu = 0,40$ , dargestellt ist. Man erkennt die sehr gute Übereinstimmung hinsichtlich der Traglasthöhe. Der Effekt der Reibung ist beim Schubring 82/8 ausgeprägter als beim Schubring 17/20. Die numerischen Berechnungen zeigen, insbesondere beim Schubring 82/8, einen signifikanten schlagartigen Lastabfall bei großen Verformungen ( $u_2 \sim 9$  mm), durch plötzliches Abscheren des Schubringes. Im Versuch stellt sich dieses Verhalten deutlich später und weniger abrupt ein (vgl. Abb. 290). Der Prüfkörper 17/20 zeigt ein anderes Verhalten. Während die Last- Verschiebekurve im Versuch eine stetige Lastzunahme bei extrem großen Verformungen ( $u_2 > 80$  mm) bis zum Versagen erfährt (vgl. Abb. 290), beschreibt die FE-Simulation ein Erreichen der Traglast bei

deutlich geringeren Verformungen ( $u_2 \sim 5\text{-}10\text{ mm}$ ) mit anschließender allmählicher Lastabnahme (vgl. Abb. 291). Der Grund dafür liegt im in der FE-Berechnung verwendeten Materialmodell CDP und der Modellierung als Kontinuumkörper unter großen Elementverzerrungen (vgl. Abb. 292) bei dieser gedungenen Schubringgeometrie. Diese Geometrie ist jedoch nicht praxisrelevant und dient eher einer Grenzwertbetrachtung. Hinsichtlich des Einflusses der Schlankheit der Schubringe auf die Steifigkeit bestätigen die Rohrversuche die Ergebnisse der ebenen Versuche; der Einfluss der Schubringsschlankheit ist – unerwartet - vernachlässigbar klein.



**Abb. 292** FEA, Schubringdetail für Rohrprüfkörper ROHR-t20-Ring17/20

Die gute Übereinstimmung der gemessenen Traglasten mit den numerischen Berechnungen der Rohrversuche im Vergleich zeigt Tabelle 31 (vgl. Abb. 291).

Schubring $h_r/t_r$	Rohr $d_a/t$	$N_{max}$ (Test)	$N_{max}$ (FEA)		Test/FEA	
			mit Reibung	ohne Reibung	mit Reibung	ohne Reibung
17/20	520/20	9600	8661	7547	1.11	1.27
82/8	520/10	8700	8043	6742	1.08	1.29

**Tabelle 31** Traglasten der Rohrversuche im Vergleich (Maße in mm;  $N_{max}$  in kN)

Der günstige Effekt, dass die Betonpressungen senkrecht zum Schubring deutlich größer als die einachsige Betondruckfestigkeiten sind, hängt mit dem vorliegenden lokalen sehr günstigen räumlichen Druckspannungszustand zusammen. Dadurch können diese hohen Traglasten der Labortests erreicht werden.

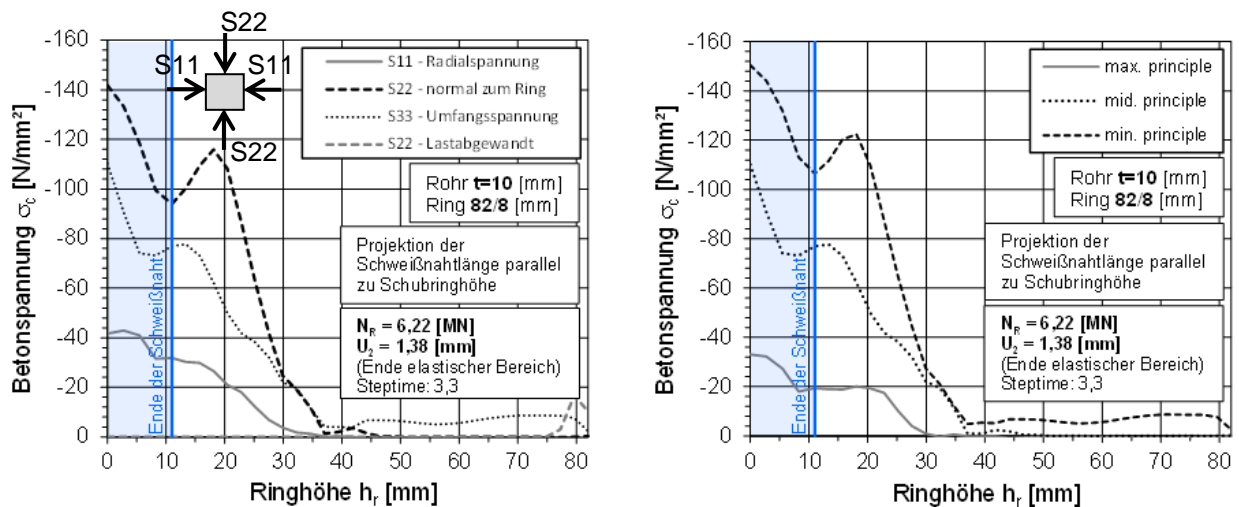
Insbesondere bei den beiden Rohrversuchen liegen sehr hohe Erhöhungsfaktoren gegenüber der einachsigen Druckfestigkeit vor. Deshalb wurde der mehrachsige Spannungszustand



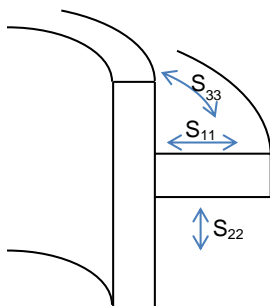
direkt am Schubring näher analysiert. Die Ergebnisse zeigt Abb. 293 für den schlanken Schubring 82/8 und die Abb. 295 für den Schubring 17/20. Der blau hinterlegte Bereich links stellt den Schweißnahtbereich zum Rohr dar.

Die Normalspannungen in Abb. 293 aus der FE-Berechnung sind am Ende des elastischen Bereiches dargestellt (bevor die Last-Verformungskurve eine Krümmung macht). Die linken Teilbilder zeigen die Normalspannungen: - in Krafrichtung senkrecht zum Schubring (S22); - in Radialrichtung (S11) sowie, - in Umfangsrichtung des Rohres (S33) (vgl. Abb. 294). Man erkennt die günstige Stützwirkung des Betons in Radial – und auch in Umfangsrichtung. Ergänzend sind auch die Normalspannungen im Beton in Krafrichtung, senkrecht zum Schubring, an der lastabgewandten Seite des Schubringes aufgetragen. Diese Spannungen treten nur an der schlanken Ringsteife am äußersten Rand in sehr geringer Größe auf. Dies bedeutet, dass dieser sehr schlanke Schubring praktisch keine Stützwirkung an der lastabgewandten Seite erfährt (im elastischen Bereich unter der Traglast).

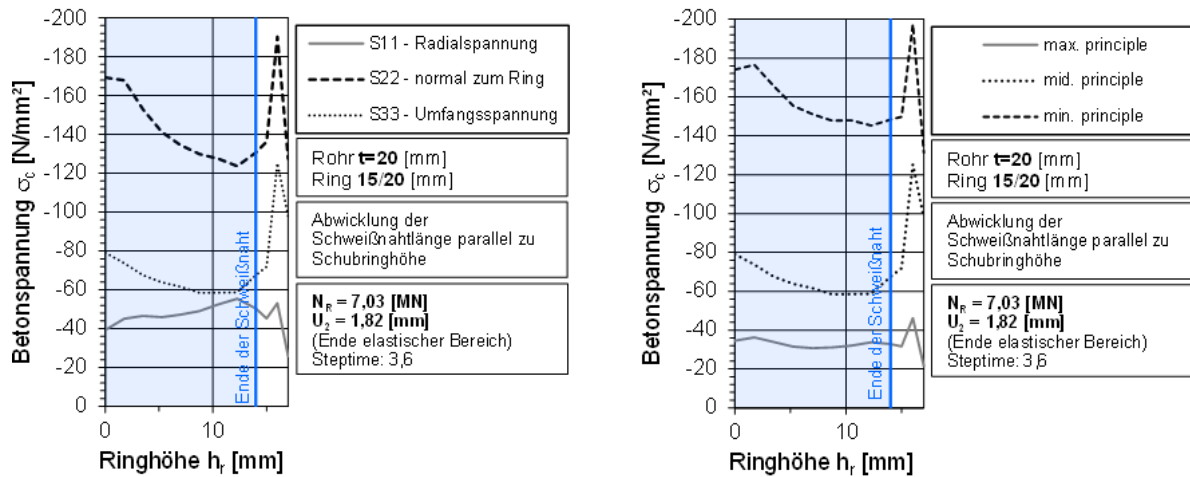
Die rechten Teilbilder zeigen im Vergleich dazu die errechneten Hauptnormalspannungen, die sehr ähnlich verlaufen. Infolge der guten Übereinstimmung letzterer mit den Betonnormalspannungen - orientiert an der Schubringfläche, kann die günstige erhöhte Betonpressung (S22 in Abb. 293, Abb. 295) alleine am Verhältnis der Betonspannungen S11/S22 bzw. S33/ S22 abgeschätzt werden. Dazu kann nun das Ottosen Bruchkriterium herangezogen werden. Daraus lassen sich auch die sehr hohen Erhöhungsfaktoren  $\sigma_{c1}/f_{c,test} \geq 3$  erklären, wobei jedoch die Verdopplung des Erhöhungsfaktors im Falle der Ringsteife 17/20 nicht ganz nachvollziehbar ist. Hier ist davon auszugehen, dass im Falle der schlanken Ringsteife die volle Grenztragfähigkeit des Betons noch nicht erreicht ist.



**Abb. 293** Analyse des mehrachsigen Spannungszustandes im Beton an der Ringsteife – Rohrversuch mit Ring 82/8 ( $f_{c,test} = 41 \text{ N/mm}^2$ )



**Abb. 294** Wirkungsrichtung der Spannungen



**Abb. 295** Analyse des mehrachsigen Spannungszustandes im Beton an der Ringsteife – Rohrversuch mit Ring 17/20 ( $f_{c,\text{test}} = 29 \text{ N/mm}^2$ )

## 9.8 Abschließende Zusammenfassung Schlussfolgerungen

Die Labortests an den Rohrprüfkörpern haben gezeigt, dass ein sehr günstiges Last-Verformungsverhalten von Schubringen vorliegt. Es kann eine sehr hohe Traglast bei einem günstigen duktilen Verhalten erreicht werden. Dabei spielt die Form des Schubringes nur eine untergeordnete Rolle. Der schlanke, sowie der gedrungene Schubring weisen ein ähnliches Last-Verformungsverhalten auf. Durch die numerische Nachrechnung der Labortests kann gezeigt werden, dass ein sehr günstiger allseitiger Druckspannungszustand im Beton vorliegen muss, um diese hohen Traglasten der Tests zu erreichen.

Durch den Nachweis, dass die Labortests an den Rohrprüfkörpern und die begleitenden numerischen Berechnungen hinsichtlich der Tragfähigkeit ausreichend genau übereinstimmen, kann als weitere Folge eine rein numerische Parameterstudie an praxisnahen Schubring- und Rohrabmessungen durchgeführt werden.

Diese Parameterstudie soll verifizieren, ob diese günstigen Druckspannungen im Beton im Schubringbereich auch bei Rohren mit großem Durchmesser möglich sind, da aufgrund der beschränkten Maximallast der Prüfgerüste die Rohrprüfkörper nur einen Durchmesser von ca. 500 mm aufweisen.

Ein weiterer wichtiger Parameter für die Bemessung solcher Schubringe ist die zutreffende Bestimmung der Pressungslänge des Betons am Schubring und die Höhe der elastischen bzw. maximalen Betondruckspannung. Dies kann ebenso erst dann erfolgen, wenn viele unterschiedliche praxisrelevante Schubring- und Rohrabmessungen untersucht werden. Außerdem soll die Steifigkeit der praxisrelevanten Schubringe bestimmt werden.

Dies wird im nächsten Kapitel dargestellt.

## 10 Tragverhalten von Verankerungsringen bei praktischen Anwendungsbeispielen – weiterführende numerische Untersuchungen

In diesem Kapitel werden nun rein numerische Forschungs- und Entwicklungsarbeiten gezeigt, da die durchgeführte Kalibrierung der numerischen Modelle bzw. Berechnungsalgorithmen, mit Hilfe der Versuche aus dem vorherigen Kapitel, als ausreichend abgesichert angesehen werden kann. Mit diesen aus den vorherigen Kapiteln gewonnenen Erkenntnissen werden nun praxisrelevante Abmessungen von Schubringen mit rechteckigem Querschnitt an Stahlpanzerungen numerisch untersucht.

Ziel ist es somit mit ergänzenden Untersuchungen für baupraktische Abmessungen die Grundlagen für ein Bemessungsmodell für rechteckförmige Verankerungsringe zu erarbeiten.

Erst durch diese Ergänzungen wird ein Bemessungsmodell für praktische Anwendungen verfügbar.

### 10.1 Untersuchte Systeme und Lastfälle

In diesem Kapitel werden die numerischen Berechnungen der Schubringe und Rohre mit baupraktischen Abmessungen dokumentiert.

Diese Ergebnisse dienen als Grundlage für ein Bemessungskonzept. Es handelt sich, wie bereits bei den Berechnungen im vorherigen Kapitel, um einen numerisch simulierten „Ausziehversuch“ des Stahlrohres mit einem Schubring aus dem umgebenden Betonmantel. Dabei wird eine konservative Gebirgsmitwirkung (radiale Bettung) mitberücksichtigt, d.h. es handelt sich um Schubringe in Druckschachtpanzerungen, die im Stollen verlegt werden. Die Abmessungen der Schubringe bzw. der Rohre der Fälle 1) und 2) in der unten stehenden Auflistung lehnen sich an jene in der Veröffentlichung von Ofner/Greiner [1] an, um die Ergebnisse vergleichbar machen zu können.

Untersucht wurden insgesamt drei Rohrgeometrien (Fall 1 bis 3) mit zwei bzw. drei verschiedenen Schubringen, sodass insgesamt sieben verschiedene Systeme untersucht werden.

Für die Abmessungen der Schubringe und Rohre gilt:

- Fall 1) Rohr  $d_i = 3800$  mm,  $t = 74$  mm
  - a) Schubring  $h_r/t_r = 185/62$  mm ( $h_r/t_r = 3$ )
  - b) Schubring  $h_r/t_r = 370/62$  mm ( $h_r/t_r = 6$ )
  
- Fall 2) Rohr  $d_i = 3800$  mm,  $t = 37$  mm
  - a) Schubring  $h_r/t_r = 185/62$  mm ( $h_r/t_r = 3$ )
  - b) Schubring  $h_r/t_r = 370/62$  mm ( $h_r/t_r = 6$ )
  
- Fall 3) Rohr  $d_i = 3100$  mm,  $t = 70$  mm
  - a) Schubring  $h_r/t_r = 100/50$  mm ( $h_r/t_r = 2$ )
  - b) Schubring  $h_r/t_r = 225/50$  mm ( $h_r/t_r = 4.5$ )
  - c) Schubring  $h_r/t_r = 350/50$  mm ( $h_r/t_r = 7$ )

Für alle Fälle gilt: Beton C25/30 und Stahlgüte S690 für Rohr und Schubring

Der Schwerpunkt der Berechnungen liegt vor allem auf der Ausgabe der Last-Verschiebekurve der Schubringe, der Pressungsverteilung am Schubring, sowie den Spannungen im Stahlrohr, als Grundlage für ein Bemessungsmodell.

Da das Stahlrohr in der Praxis nicht ausschließlich mit Kräften in Rohrlängsrichtung belastet wird, sondern diese meistens mit einer Innendruckbelastung gekoppelt sind, wird das Stahlrohr in einem zusätzlichen Lastfall (LF3, siehe unten) mit einem vorgeschalteten Innendruck belastet. D.h. im ersten Schritt wird ein bestimmter Innendruck auf das Rohr aufgebracht und anschließend im zweiten Schritt der Berechnung die Verschiebung  $u_2$  am unteren Rand des Stahlrohres gesteigert (vgl. Abb. 296). Ebenso wird das Stahlrohr in einem weiteren Lastfall (LF2) mit einer zusätzlichen Längskraft – zusätzlich zur Längskraft durch die aufgebrachte Verschiebung  $u_2$  – beansprucht, wenn die Längsspannungen aus der aufgebrachten Verschiebung kleiner als  $0.5 \cdot f_y$  (maximal auftretende Längsspannung aus dem Deckeldruck, da aufgrund der Kesselformel die Längsspannung immer 50% der Umfangsspannung beträgt:  $\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u$ ) sind. Dieser Lastfall (LF2) entspricht der Belastung eines Schubringes in einer Schubringgruppe (mehrere Schubringe hintereinander). Dort entsteht die „zusätzliche“ Längskraft im Rohr durch die nachfolgenden Schubringe.

Dadurch ergeben sich folgende Lastfälle:

- LF1: Ausschließlich Längskraftbeanspruchung im Rohr, infolge der aufgebrachten Verschiebung  $u_2$  (vgl. Abb. 296).
- LF2: Vorgeschaltete zusätzliche Längskraft im Rohr, wenn die Spannung infolge der Tragfähigkeit des Schubringes kleiner als  $\sigma_x = 0.5 \cdot f_y$  ist.
- LF3: Vorgeschalteter Innendruck mit resultierenden Umfangsspannungen von  $\sigma_u = 0.5 \cdot f_y$  – berechnet am freitragenden Rohr. In der Realität werden die Umfangsspannungen etwas geringer als  $0.5 \cdot f_y$  sein, da das Gebirge einen Innendruckanteil aufnimmt (Anm.: Der Faktor 0.5 ergibt sich aus den üblichen Sicherheitsfaktoren im Stahlwasserbau).

## 10.2 Abmessungen und Randbedingungen des FE-Modells

Die Abb. 296 zeigt die Abmessungen und die Randbedingungen des numerischen Modells. Der Rohrausschnitt mit dem mittig angeordneten Schubring ist 5.0 m lang. Das Rohr ist mit einem 1.5 m dicken unbewehrten Hinterfüllbeton in der Güte C25/30 ummantelt. Das Stahlrohr ist über Kontaktbedingungen mit dem Betonkörper – ohne Spalteinfluss – verknüpft. Dabei wird keine Reibung ( $\mu = 0$ ) zwischen dem Stahlrohr und dem Betonmantel, als konservative Annahme, angesetzt. Die Verschiebung des Betonkörpers ist an der Unter- bzw. Oberseite in die y- bzw. 2er-Richtung (Rohrlängsrichtung) gesperrt, wobei das obere Lager nur bei Druckbelastung aktiv ist (Kraftwirkung nach oben in Abb. 296). Die Gebirgsmitwirkung in radialer Richtung wird durch eine Bettung des Betonkörpers berücksichtigt. Hierbei wird ein konservativer Verformungsmodul des Gebirges von  $V_F = 2000 \text{ N/mm}^2$  (vgl. Kapitel 10.3.3) angenommen.

Als Belastung wird eine Verschiebung in die negative y- bzw. 2er-Richtung am unteren Rand des Stahlrohres aufgebracht (vgl. Abb. 296). Mit der aufgebrachten Verschiebung wird anschließend die Kraft am Rohrende „abgelesen“ (vgl. Abb. 296). Es handelt sich also um einen „Ausziehversuch“ des Rohres aus der Betonummantelung.

Die gesamte Modellierung erfolgt mit radialsymmetrischer Geometrie, um sehr großen Rechen- und Modellierungsaufwand zu vermeiden (Rechenzeit bei radialsymmetrischer Geometrie beträgt ca. 5 Stunden). Im FE-Softwarepaket ABAQUS stehen radialsymmetrische Elemente zur Verfügung, die es erlauben, eine radialsymmetrische Geometrie als quasi ebenes Modell zu vereinfachen (vgl. Abb. 297). Zum Einsatz kommen sogenannte CAX4R-Elemente. Diese sind axialsymmetrische Kontinuums-elemente mit einer linearen Ansatzfunktion und reduzierter Integration (2 Freiheitsgrade je Knoten,  $DOF = 1, 2$ ). Die Berechnung wird mit dem Programm ABAQUS/Explicit durchgeführt. Da es sich um eine dynamische Berechnungsmethode handelt, welche quasi-statisch ausgeführt wird, müssen die Energiebilanzen des Modells beobachtet werden. Empfehlungen dazu sind im ABAQUS-Manual [2] zu finden.

Die Berechnung wird als eine geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung (GMNA), ohne Imperfektionen durchgeführt.

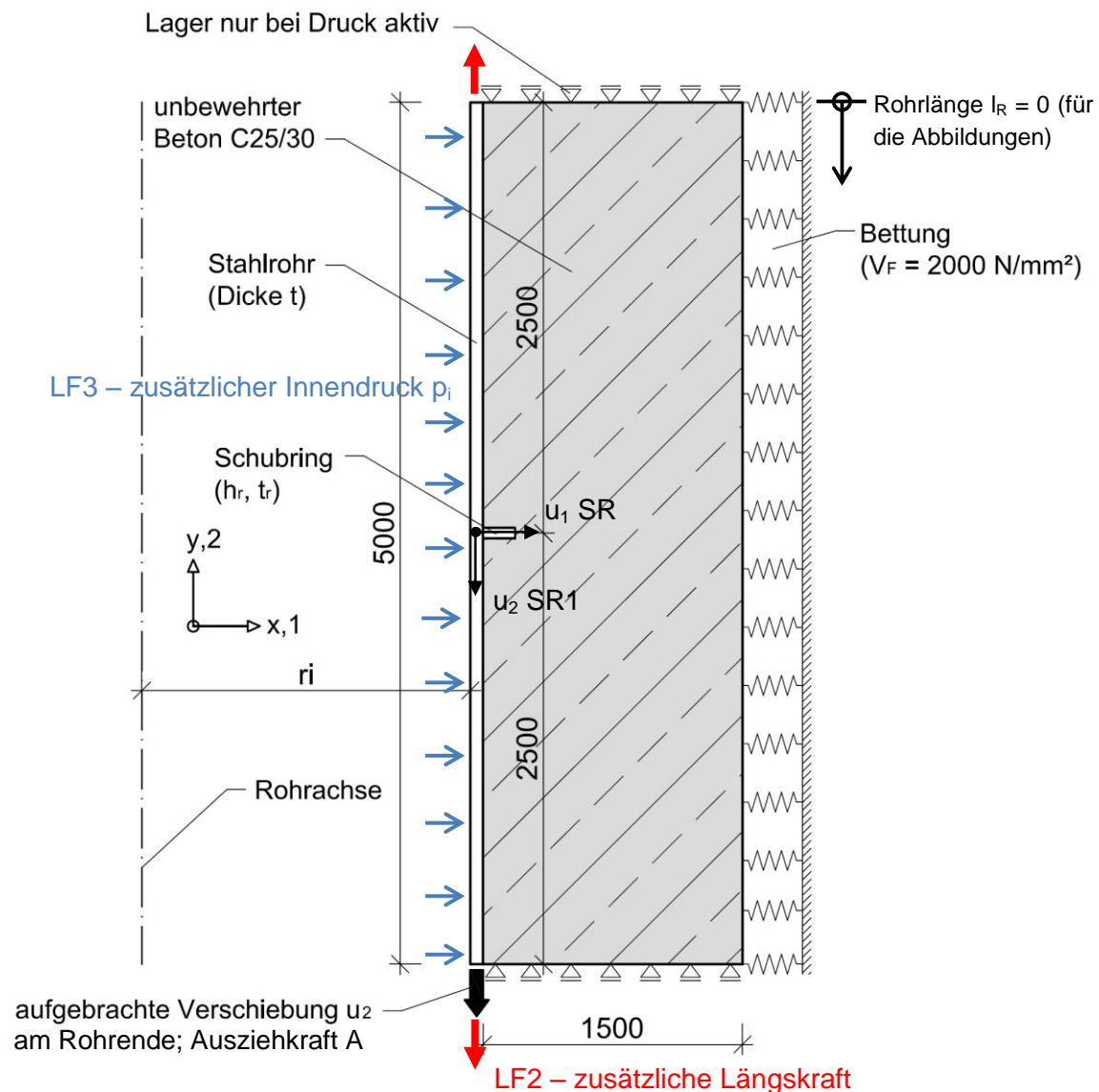
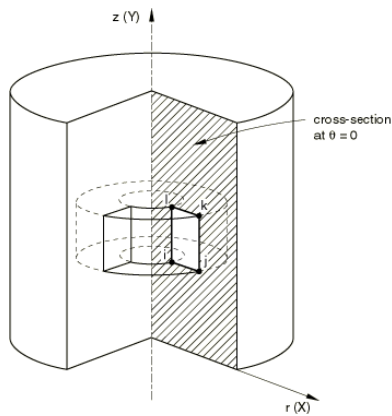
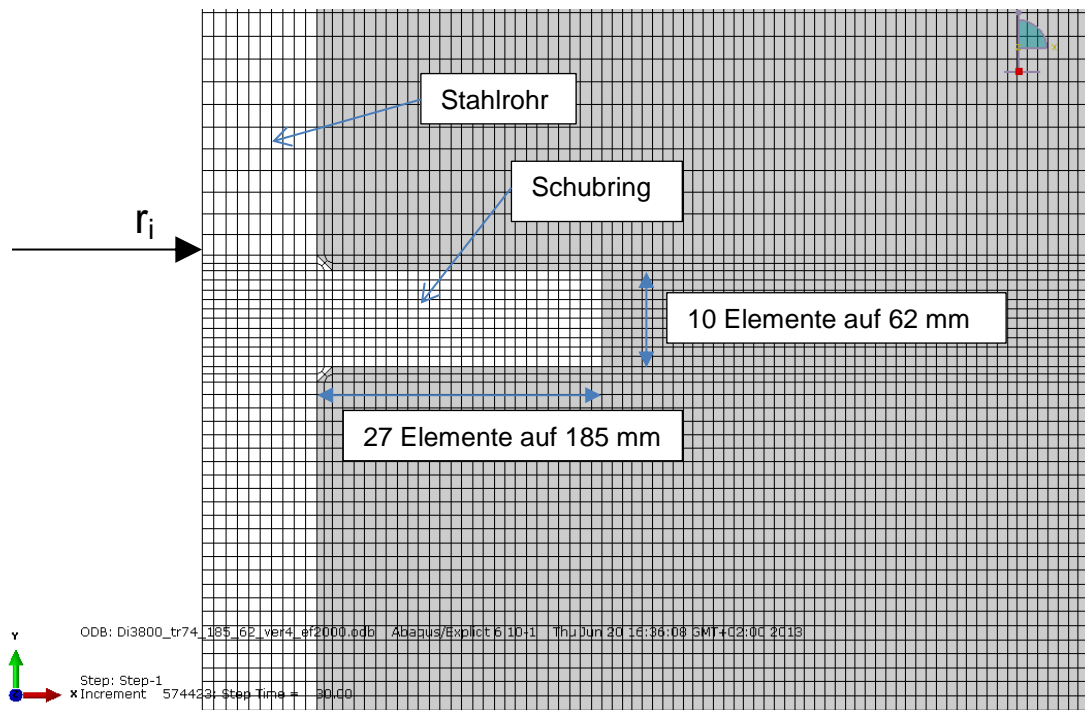


Abb. 296 Abmessungen und Randbedingungen des axialsymmetrischen FE-Modells



**Abb. 297** Darstellung eines axialsymmetrischen Elementes; Quelle: ABAQUS Manual

Die Abb. 298 zeigt die Auflösung des FE-Netzes im Schubringbereich. Es wurde darauf geachtet, Elemente mit einem möglichst quadratischen Seitenverhältnis zu verwenden.



**Abb. 298** Darstellung des FE-Netzes der numerischen Berechnung im Bereich des Schubringes (Beispiel für Schubring 185/62)

### 10.3 Materialmodelle

Es wurden intensive Forschungsarbeiten für das numerische Materialmodell von Beton (vgl. Kapitel 6) durchgeführt. Es hat sich herausgestellt, dass das am besten geeignete Betonmaterialmodell des Softwarepaketes ABAQUS für diese Anwendung das Modell CDP (Concrete Damaged Plasticity) ist. Dies ist ausführlich im Kapitel 6 dokumentiert. Die numerischen Berechnungen mit dem Betonmodell CDP wurden ebenfalls mit den Labortests im Kapitel 9 verglichen. Dabei hat sich eine gute Übereinstimmung zwischen den numerischen Berechnungen und den Labortests gezeigt. Dadurch ist es möglich nachfolgend rein numerische Studien mit denselben Materialmodellen durchzuführen.

### 10.3.1 Betonmodell

Zur Anwendung kommt das im Kapitel 6 beschriebene Betonmodell Concrete Damaged Plasticity (CDP). Als Beton kommt eine Betongüte C25/30, gemäß Eurocode 2 (EC2), zum Einsatz. Die für die Eingabe des Betonmodells erforderlichen Parameter sind im Kapitel 6 angegeben. Es werden die dort beschriebenen Werte verwendet (Verhältnis der biaxialen Druckfestigkeit zur einaxialen = 1.16,  $\psi = 36.41^\circ$ ,  $\varepsilon = 0.1$ ,  $K_c = 0.725$ , Bruchenergie  $G_F = 60 \text{ Nm/m}^2$ ). Die einaxiale Spannungs-Dehnungsbeziehung bei Druckbelastung wird an die verwendete Betongüte angepasst.

Bei allen Berechnungen wird ein normaler Stollenbeton mit einer Güte von C25/30 verwendet. Die Betonarbeitslinie wird ohne Berücksichtigung des Teilsicherheitsfaktors  $\gamma_c$  und mit der mittleren Betondruckfestigkeit eingegeben.

Daraus folgt für die mittlere Druckfestigkeit des Betons C25/30:

$$f_{cm} = 33.0 \text{ N/mm}^2$$

Die Parabelfunktion, welche für nichtlineare Berechnungen in EC2 [8], Kapitel 3.1.5 angegeben ist, um die Spannungs-Dehnungslinie des Betons bei einaxialer Druckbeanspruchung darzustellen, lautet:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}$$

Dabei ist:

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$$

$$k = 1.1 * E_{cm} * |\varepsilon_{c1}| / f_{cm}$$

$$\varepsilon_{c1} = 0.0021 \text{ für Beton C25/30}$$

Anm.: In der aktuell gültigen Version der Norm beträgt der Vorfaktor für den Beiwert  $k = 1.05$ . Es wurde jedoch irrtümlicher Weise nach einer älteren Version der Norm mit 1.1 gerechnet.

Die Gleichung gilt für:  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1}$  (vgl. Abb. 299)

Für den Post-Failure Bereich  $\varepsilon_c > \varepsilon_{c1}$  wird die Arbeitslinie nach MC90 (siehe Kapitel 6.5) herangezogen.

Abb. 299 zeigt diese Spannungs-Dehnungsbeziehungen für Beton C25/30.

Für die einaxiale Zugfestigkeit wird ebenfalls die mittlere Zugfestigkeit angesetzt:

$$f_{ctm} = 2.6 \text{ N/mm}^2$$

In Abb. 300 ist das Verhalten des Materialmodells bei einaxialer Zugbeanspruchung dargestellt. Das Material verhält sich bis zum Erreichen der Spannung  $f_{ctm}$  elastisch. Anschließend gibt es einen Abfall der Zugspannungen. Die Spannung wird dann null, wenn die vorgegebene Bruchenergie erreicht ist. Die Verschiebung  $u$  stellt in der Abbildung die Rissöffnung dar. Für die bezogene Bruchenergie wird der empfohlene Wert nach MC90 mit  $G=60 \text{ Nm/m}^2$  verwendet.

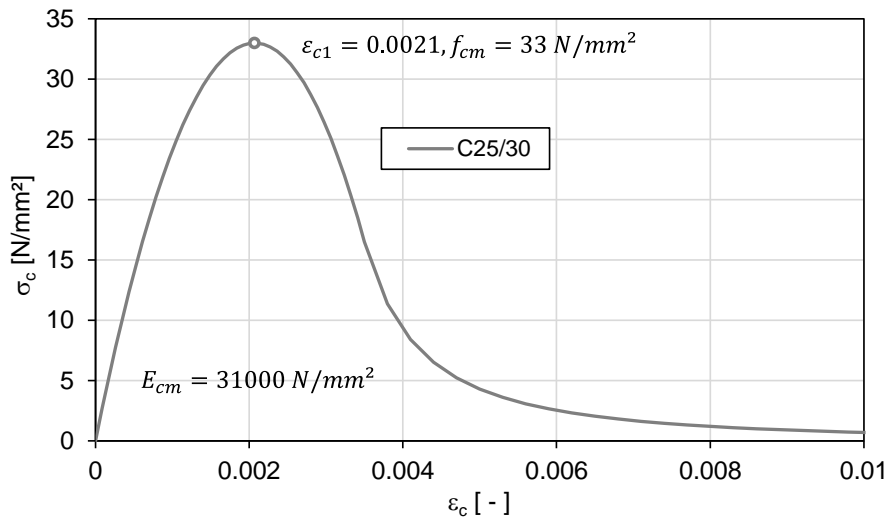


Abb. 299 Spannungs-Dehnungsbeziehung für den Beton C25/30

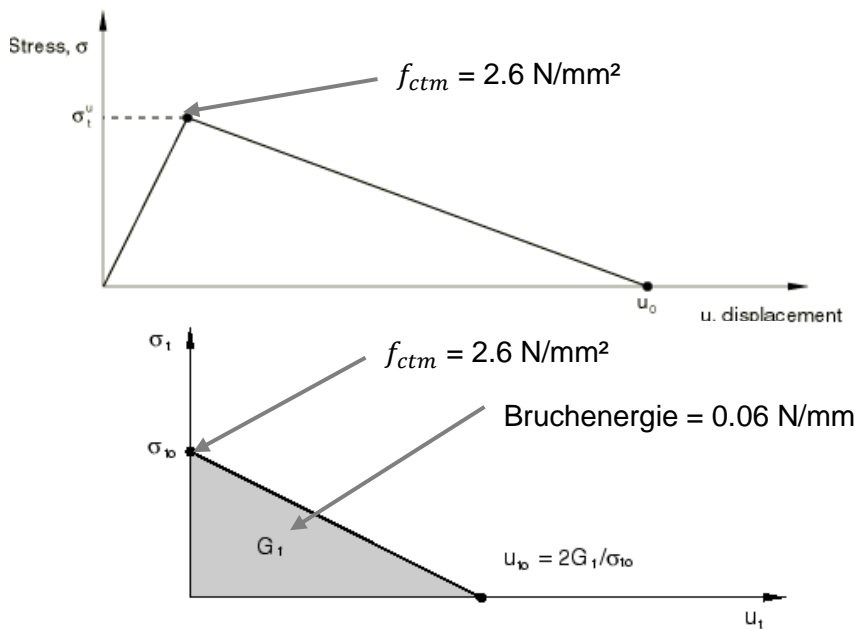


Abb. 300 Verhalten des Materialmodells bei einachsiger Zugbelastung

### 10.3.2 Stahl

Bei dem Materialmodell von Stahl kommt die von Mises-Fließfläche, mit assoziiertem plastischem Fließen, zum Tragen. Sie ist unabhängig vom hydrostatischen Druckanteil des Spannungstensors und hat die Form eines Zylinders im Hauptspannungsraum. Die Fließfläche kann mit isotroper Verfestigung verwendet werden. Diese ist definiert durch die Spannungs-Dehnungslinie für eine einachsige Zug- oder Druckbelastung.

Die Spannungs-Dehnungsbeziehung wird mit den Größen der Cauchy-Spannungen („true“ stress) und den logarithmischen Dehnungen  $\epsilon_{ln}$  (oder  $\epsilon$ -true) definiert. Dies ist vor allem dann notwendig, wenn große Verzerrungen auftreten. Eine einfache Umrechnung der nominellen Spannungen und Dehnungen erfolgt folgendermaßen:

$$\sigma_{true} = \sigma_{nom} * (1 + \epsilon_{nom})$$



$$\varepsilon_{ln}^{pl} = \ln(1 + \varepsilon_{nom}) - \frac{\sigma_{true}}{E}$$

Die Spannungs-Dehnungslinie ist mit den nominellen Spannungen bzw. Dehnungen definiert und wird anschließend in die Cauchy-Spannungen und logarithmischen Dehnungen umgerechnet.

Das Rohr und die Schubringe werden im Zuge der Berechnungen in der Stahlgüte S690 ausgeführt. Die Fließgrenze  $f_y$  wird für die Stahlgüte S690 mit  $650 \text{ N/mm}^2$  angenommen (garantierter Mindestwert für Dicken  $50 < t \leq 100 \text{ mm}$ ).

Die nominelle Arbeitslinie ist bilinear, ohne Verfestigung. Die nominellen Dehnungen sind auf 20 % beschränkt. Der Elastizitätsmodul beträgt  $210000 \text{ N/mm}^2$  und die Querdehnung  $\nu = 0.3$ . Die Stahlarbeitslinie wird, wie die Betonarbeitslinie, ebenfalls ohne Sicherheitsfaktoren eingegeben.

Daraus folgt für die Stahlgüte S690:

$$f_y = 650 \text{ N/mm}^2$$

Für die Cauchy-Spannung ergibt sich bei  $\varepsilon_{nom} = 0.2$ :

$$\sigma_{true,max} = f_y * (1 + \varepsilon_{nom}) = 650 * (1 + 0.2) = 780 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_{ln,zugeh.} = \ln(1 + \varepsilon_{nom}) = \ln(1 + 0.2) = 0.182$$

Die Arbeitslinie mit diesen Werten ist in der Abb. 301 dargestellt.

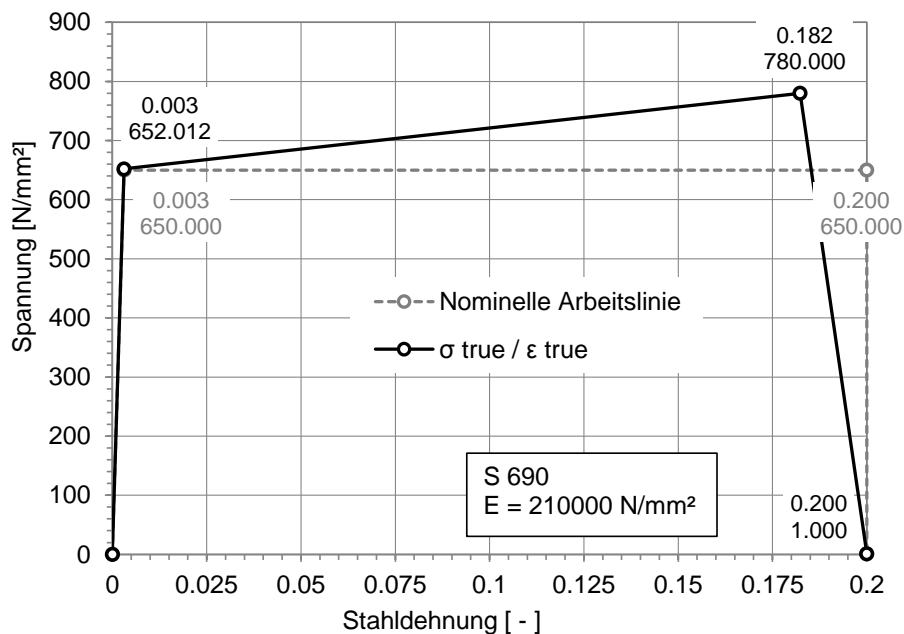


Abb. 301 Arbeitslinie für Stahl S690 in der FE-Berechnung

### 10.3.3 Gebirge

Zusätzlich wird das umliegende Gebirge für Schubringe in Druckschachtpanzerungen mitberücksichtigt. Somit besteht das System aus 3 Komponenten: Aus dem Stahlrohr mit Schubring, aus dem Betonmantel, sowie dem umgebenden Gebirge.

Die stützende Wirkung des Gebirges wird mit Hilfe einer radialsymmetrischen Bettung des Betonmantels in der numerischen Berechnung berücksichtigt, welche nur bei Druckspannungen wirksam ist.

Als Grundlage für die Berechnung der Federsteifigkeit der Bettung dient der Verformungsmodul des Gebirges  $V_F$ . Dieser wird, um die Tragfähigkeit der Schubringe nicht zu überschätzen, mit  $V_F = 2000 \text{ N/mm}^2$  als unterer Grenzwert angesetzt.

Mit Hilfe des Verformungsmoduls des Gebirges errechnet sich die gleichwertige Steifigkeit durch „Bettungsfedern“ am äußeren Umfang des Betonmantels mit dem Radius  $r_F$  für den Rohrdurchmesser  $d_i = 3800 \text{ mm}$  zu:

$$C_{F,3800} = \frac{V_F}{(1 + \nu_F) * r_F} = \frac{2000}{(1 + 0.2) * 3474} = 0.48 \text{ N/mm}^3$$

mit dem Radius  $r_F$ :

$$r_F = \frac{d_i}{2} + t + t_c = 1900 + 74 + 1500 = 3474 \text{ mm}$$

$t$  ... Dicke des Stahlrohres

$t_c$  ... Dicke des Betonmantels

Anm.: Die Federsteifigkeit wurde mit einer Stahlrohrdicke von  $t = 74 \text{ mm}$  berechnet. Diese wurde aber für die Rohrdicke  $t = 37 \text{ mm}$  ebenso angesetzt, da die Unterschiede in den Federsteifigkeiten vernachlässigbar klein sind.

Für das Rohr mit einem Innendurchmesser von  $d_i = 3100 \text{ mm}$  errechnet sich die Federsteifigkeit zu:

$$C_{F,3100} = \frac{V_F}{(1 + \nu_F) * r_F} = \frac{2000}{(1 + 0.2) * 3120} = 0.53 \text{ N/mm}^3$$

mit dem Radius  $r_F$ :

$$r_F = \frac{d_i}{2} + t + t_c = 1550 + 70 + 1500 = 3120 \text{ mm}$$

$t$  ... Dicke des Stahlrohres

$t_c$  ... Dicke des Betonmantels

## 10.4 Darstellung der Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der im Kapitel 10.1 beschriebenen Systeme und Lastfall, dargestellt. Dokumentiert sind die Ausziehkraft, die Spannungen im Rohr, die Kontaktspannungen am Schubring, die Kontaktspannungen am Rohr im Bereich des Schubringes, sowie die Kontaktspannungen zwischen Beton und Gebirge. Erläuterungen hierzu folgen noch.

### 10.4.1 Fall 1a: Rohr: $d_i = 3800$ mm, $t = 74$ mm, Schubring 185/62 mm

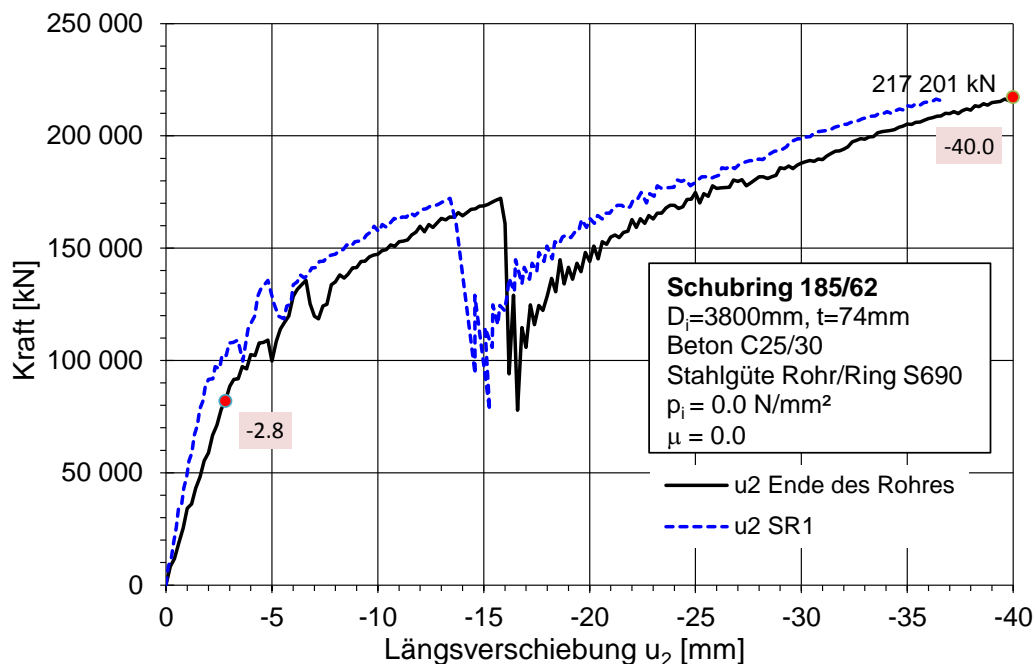
#### 10.4.1.1 Alleinige Schubringbelastung - LF1

Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden.

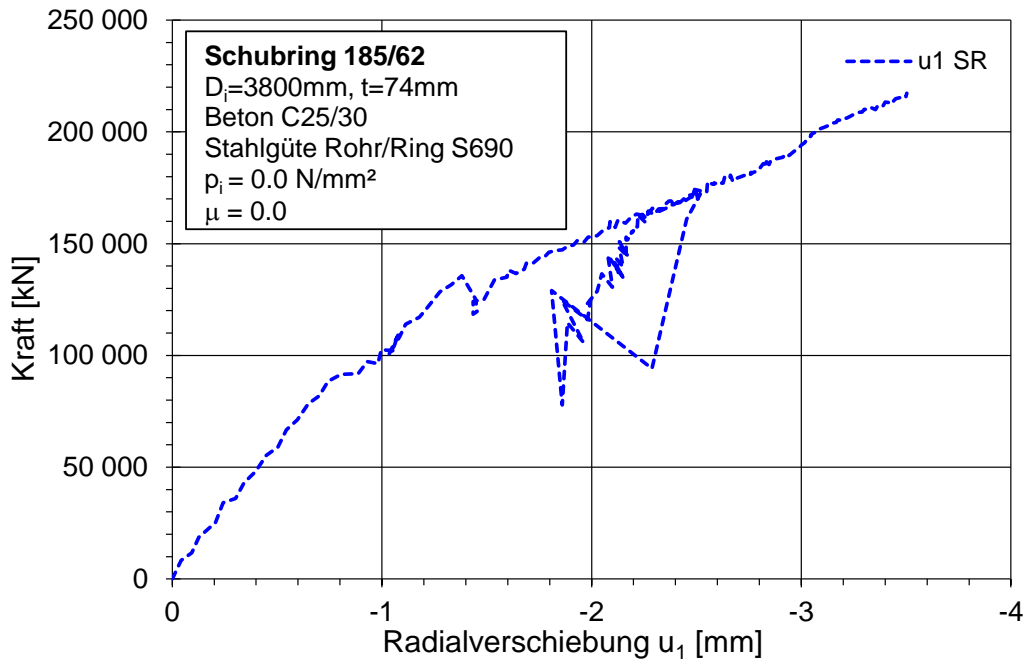
In Abb. 302 ist die Ausziehkraft  $A$  in Abhängigkeit der Verschiebung in Rohrlängsrichtung ( $u_2$ ) am Ende des Rohres und am Schubring dargestellt (vgl. Abb. 296). In der Abb. 302 sind jene Zustände markiert, für welche die Kontaktpressungen der Schubringe sowie die Spannungen im Stahlrohr ausgegeben sind. Dies ist einerseits am Ende des elastischen Bereichs ( $u_2 = -2.8$  mm), andererseits bei der maximalen Ausziehkraft ( $u_2 = -40.0$  mm).

Die Abb. 303 zeigt den Verlauf der radialen Verschiebungen am Schubring  $u_1$  SR (vgl. Abb. 296), in Abhängigkeit der Ausziehkraft. Die Verschiebungen haben ein negatives Vorzeichen, d.h. es sind Verschiebungen zur Rohrachse hin, sodass das Rohr radial gestaucht wird.

Hier wird nur der Fall 1 noch ausführlich dokumentiert. Bei den anderen Fällen werden ausschließlich die Last-Verschiebekurve, die Pressungen am Schubring und Rohr, sowie die Pressung auf das Gebirge ausgegeben.



**Abb. 302** Fall 1a, LF1: Ausziehkraft  $A$  in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

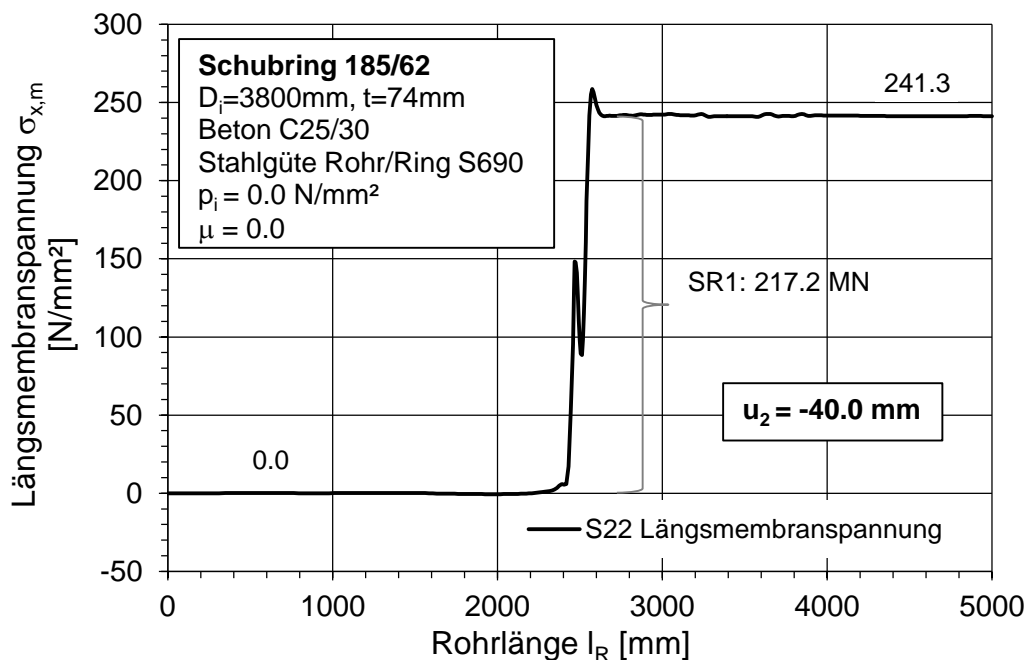


**Abb. 303** Fall 1a, LF1: Radialverschiebung  $u_1$  in Abhängigkeit der Ausziehkraft A

Die Abb. 304 zeigt die Längsmembranspannung im Rohr. Durch die Änderung der Längsmembranspannung beidseits des Schubringes lässt sich die resultierende Kraft bzw. die Gesamttragfähigkeit des Schubringes ermitteln: Dabei ist  $r_m$  der Radius bis zur Rohrachse ( $r_m = 0.5 \cdot (d_i + t) = 0.5 \cdot (3800 + 74) = 1937 \text{ mm}$ ).

$$A_{max} = N_R = \sigma_{x,m} \cdot t \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_m = 241.3 \cdot 74 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1937 \cdot 10^{-6} = 217 \text{ MN}$$

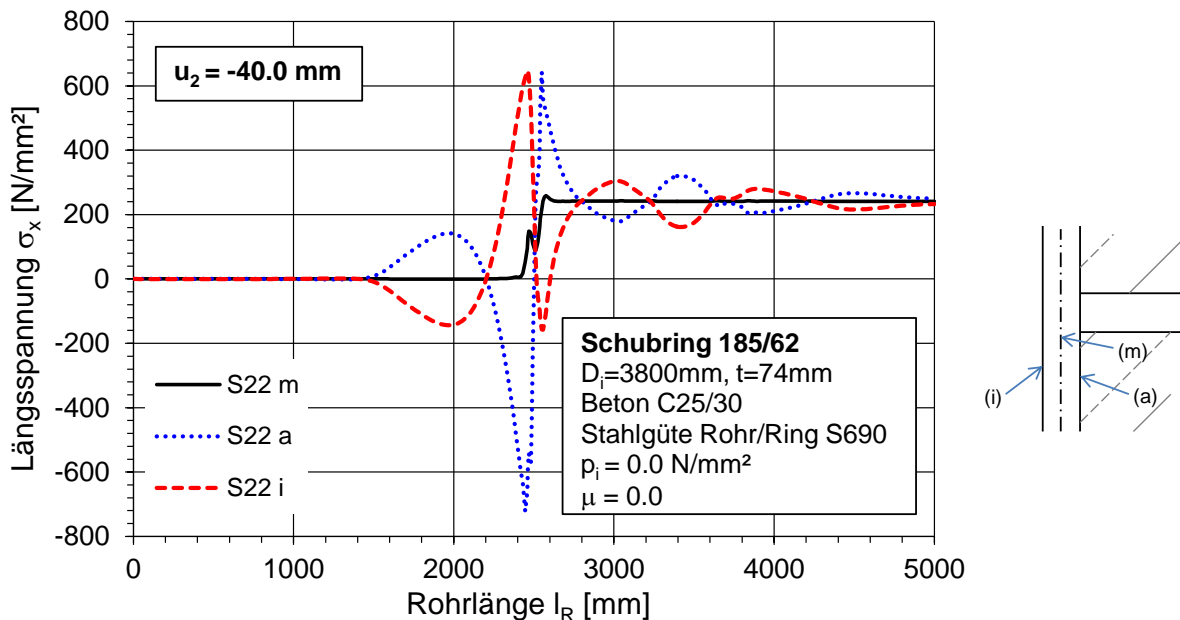
Dargestellt sind die Spannungen bei maximaler Traglast ( $u_2 = -40.0 \text{ mm}$ ). Hier ergeben sich auch bei den Membranspannungen ungewöhnliche lokale Spannungsspitzen im Schubringbereich, im Gegensatz zu geringeren Laststufen (vgl. Abb. 306).



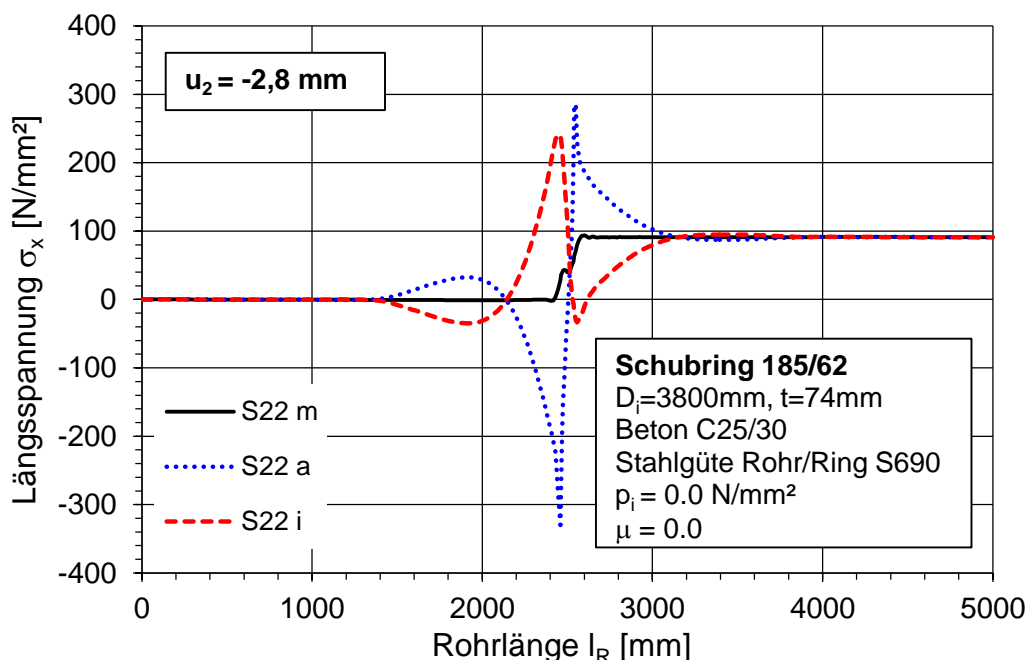
**Abb. 304** Fall 1a, LF1: Verlauf der Längsmembranspannung  $\sigma_{x,m}$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -40.0 \text{ mm}$

Ergänzend zu der Längsmembranspannung ( $m$ ) sind in der Abb. 305 und in der Abb. 306 die Gesamtspannungen (Membran- und Biegespannungen) im Rohr an der Außenseite ( $a$ ) und an der Innenseite ( $i$ ) bei  $u_2 = -40.0$  mm und bei  $u_2 = -2.8$  mm eingetragen.

Die maximalen Spannungsspitzen liegen direkt im Schubringbereich, daher ist die Biegespannung am Außenrand  $a$  deutlich höher.



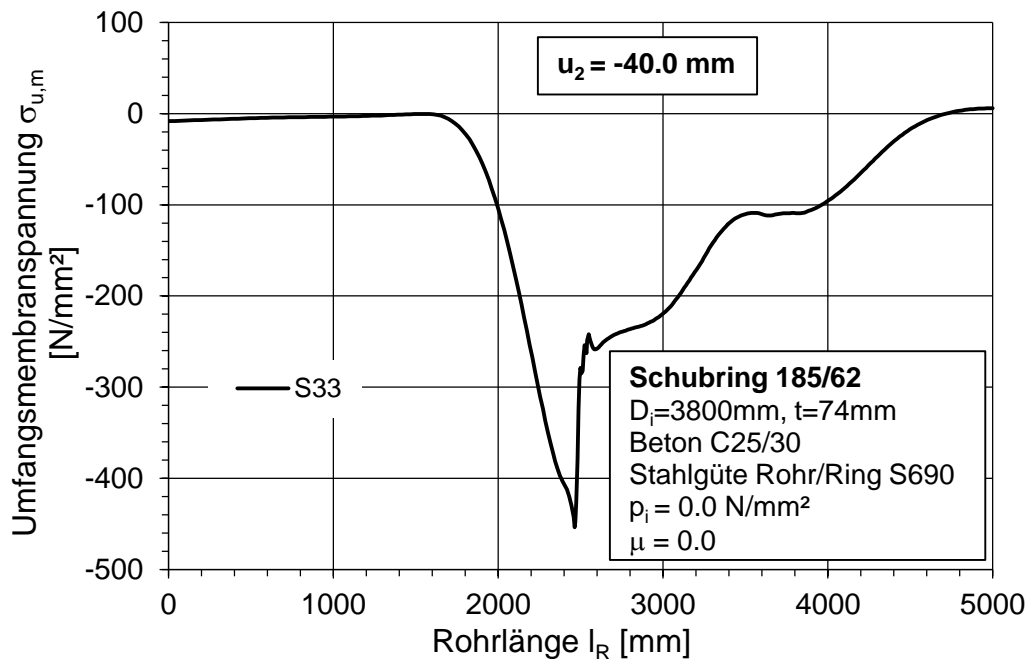
**Abb. 305** Fall 1a, LF1: Verlauf der Längsspannungen  $\sigma_x$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -40.0$  mm (m...mitte; a...außen; i...innen)



**Abb. 306** Fall 1a, LF1: Verlauf der Längsspannungen  $\sigma_x$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -2.8$  mm (m...mitte; a...außen; i...innen)

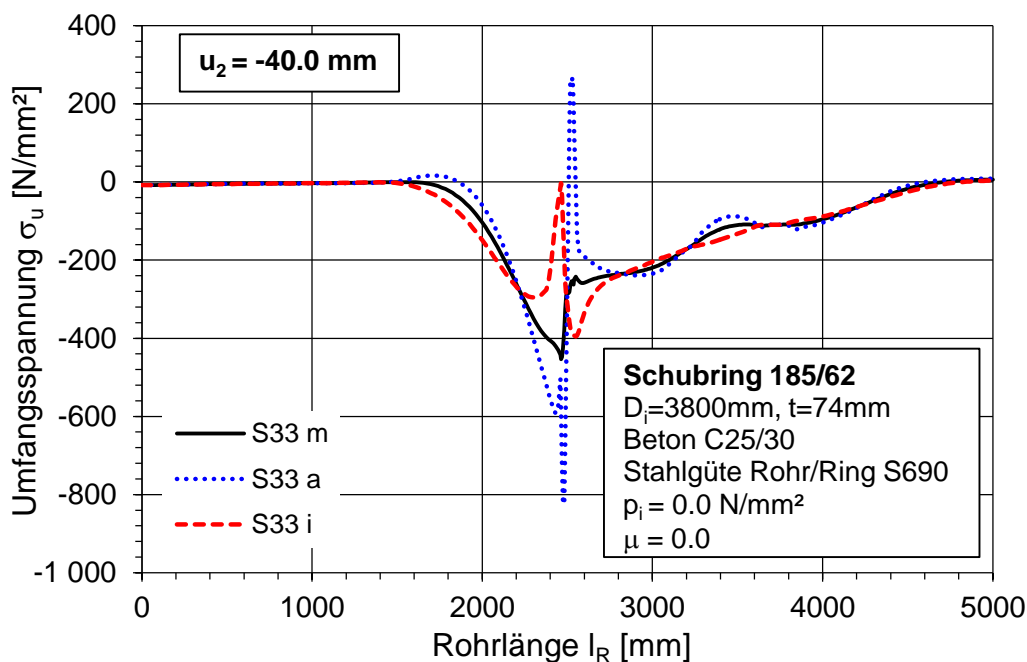
Die Abb. 307 zeigt den Verlauf der Umfangsmembranspannung im Rohr bei  $u_2 = -40.0$  mm. Es bilden sich große Umfangsdruckspannungen, vor allem im Bereich des Schubringes bei  $l_R = 2500$  mm, aus. Diese entstehen durch die Ausbildung schräger Druckstreben im Beton

(vgl. Abb. 453). Den horizontalen Kraftanteil dieser Druckstreben muss das Rohr der Druckschichtpanzerung aufnehmen, dadurch entstehen die gezeigten Umfangsdruckspannungen.

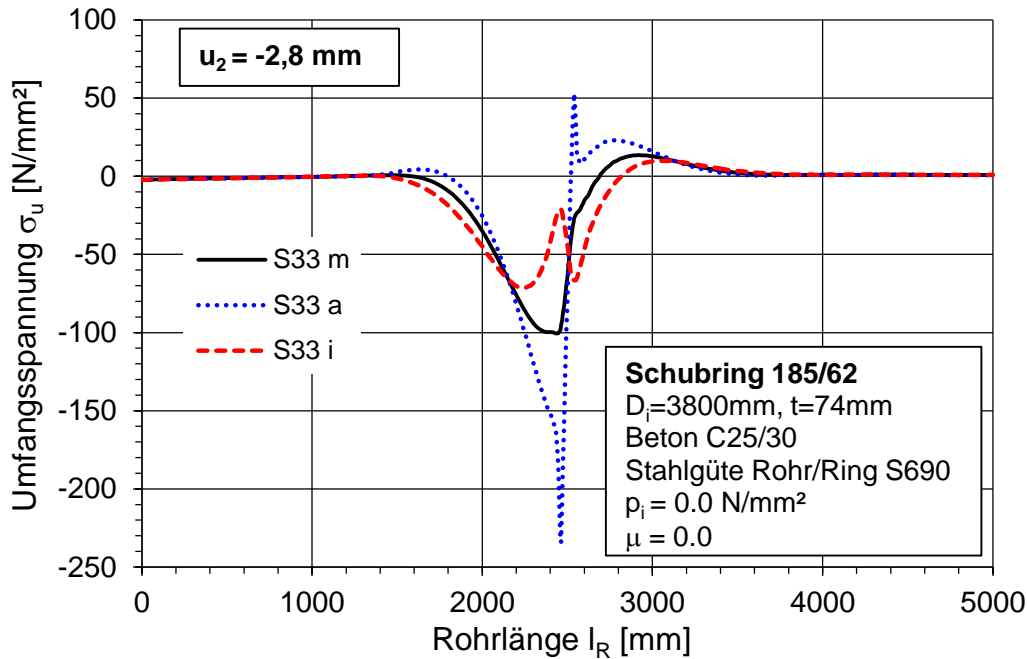


**Abb. 307** Fall 1a, LF1: Verlauf der Umfangsmembranspannung  $\sigma_{u,m}$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -40.0$  mm

Ergänzend zu der Umfangsmembranspannung (m) sind in der Abb. 308 und in der Abb. 309 die Gesamtspannungen in Rohr an der Außenseite (a) und an der Innenseite (i) bei  $u_2 = -40.0$  mm und bei  $u_2 = -2.8$  mm eingetragen. Die lokale Spannungsspitze in Abb. 308, mit Spannungen über der einachsigen Druckfestigkeit, rührt aus günstigen 3D-Effekten.

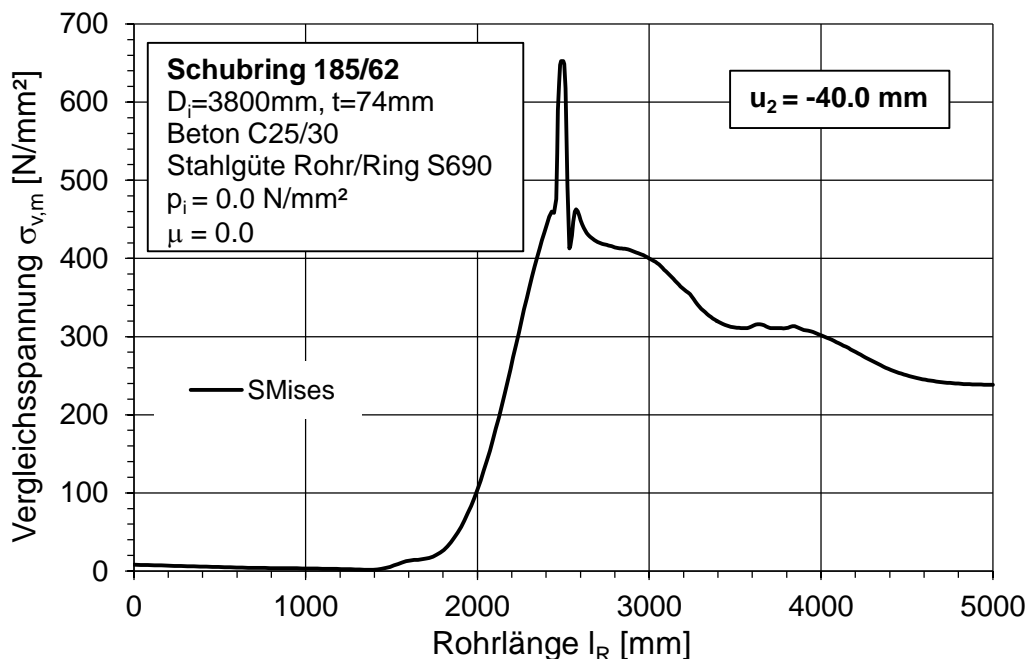


**Abb. 308** Fall 1a, LF1: Verlauf der Umfangsspannungen  $\sigma_u$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -40.0$  mm (m...mitte; a...außen; i...innen)

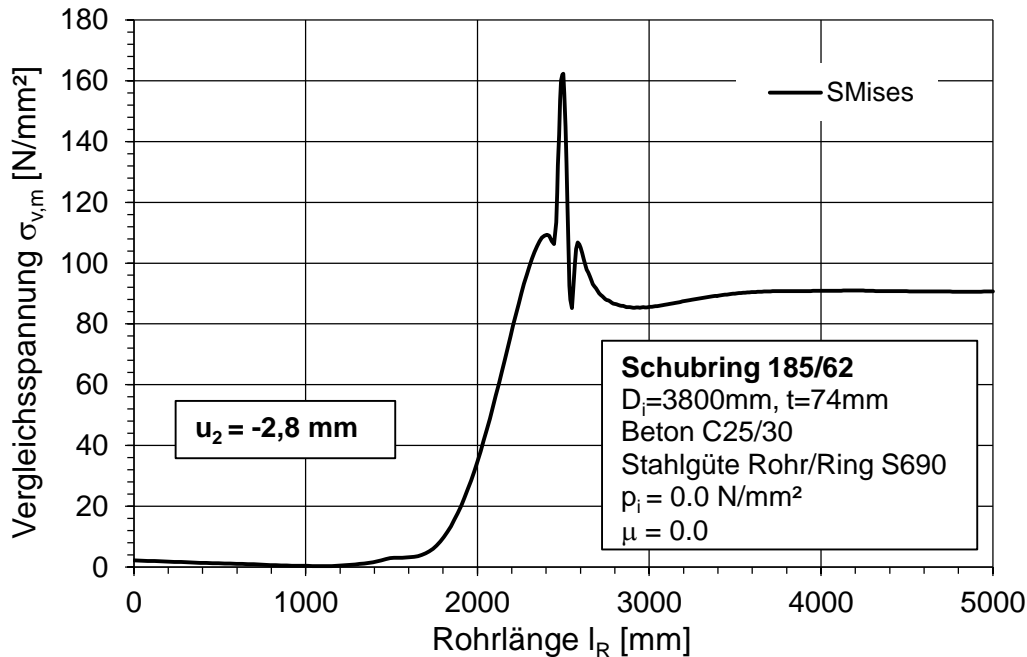


**Abb. 309** Fall 1a, LF1: Verlauf der Umfangsspannungen  $\sigma_u$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -2.8$  mm (m...mitte; a...außen; i...innen)

Abb. 310 und Abb. 311 zeigen die von Mises Vergleichsspannungen in der Mitte des Stahlrohres (Membranspannungsanteil) bei  $u_2 = -40.0$  mm und  $u_2 = -2.8$  mm. In der Abb. 310 erreicht die Vergleichsspannung bei  $u_2 = -40.0$  mm im Schubringbereich die Fließgrenze ( $f_y = 650$  N/mm<sup>2</sup>).



**Abb. 310** Fall 1a, LF1: Verlauf der von Mises Membranspannung  $\sigma_{v,m}$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -40.0$  mm

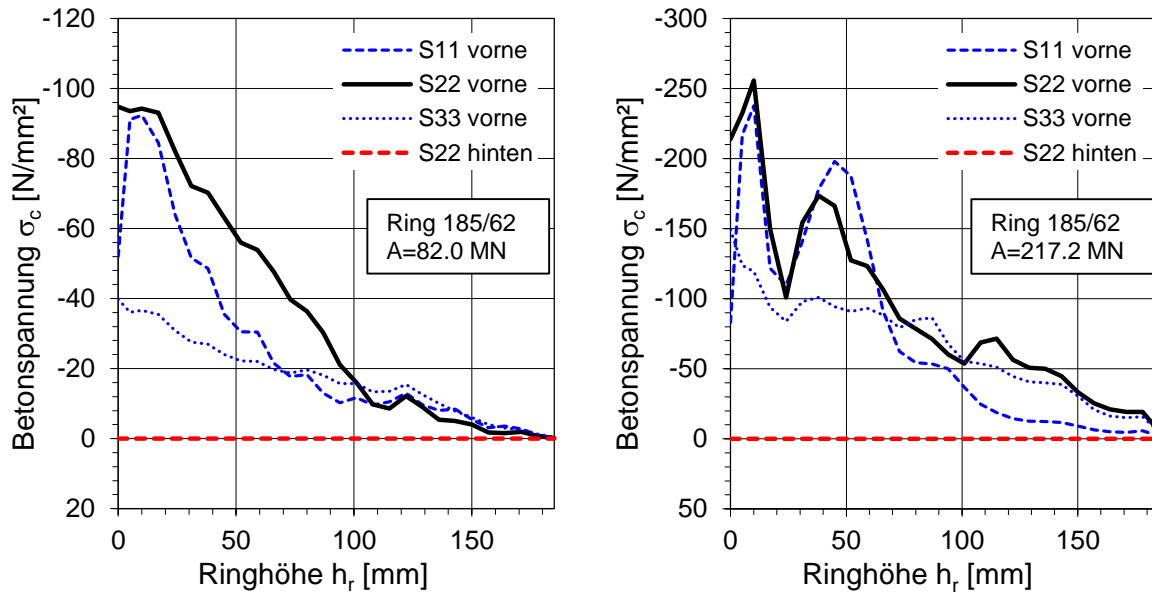


**Abb. 311** Fall 1a, LF1: Verlauf der von Mises Membranspannung  $\sigma_{v,m}$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -2.8$  mm

Abb. 312 zeigt ergänzend die Betonpressungen („vorne“ bedeutet dabei die Unterseite des Schubringes in Abb. 296) am Schubring (Spannungen S22). Im linken Teilbild sind die Pressungen bei einer Verschiebung am Ende des Rohres von  $u_2 = -2.8$  mm dargestellt. Es stellt sich die bekannte dreiecksförmige Pressungsverteilung am Schubring ein. Die einachsige Betondruckfestigkeit beträgt in diesem Beispiel  $33.0$  N/mm<sup>2</sup>, d.h. im Anschlussbereich des Schubringes an das Stahlrohr tritt mehr als die zweifache einachsige Druckfestigkeit des Betons auf. Bei einer Verschiebung von  $u_2 = -40.0$  mm ist die maximale Traglast erreicht und die Pressungsverteilungen zeigen einen anderen Verlauf, mit moderaten Umlagerungen zum äußeren Schubringrand hin (dargestellt im rechten Teilbild). Am Schubring erreicht die Betonpressung sogar die siebenfache einachsige Druckfestigkeit. Der Grund dafür ist der sehr günstige, allseitige Druckspannungszustand im Beton (S11 = Spannungen radial, S33 = Spannungen in Umfangsrichtung).

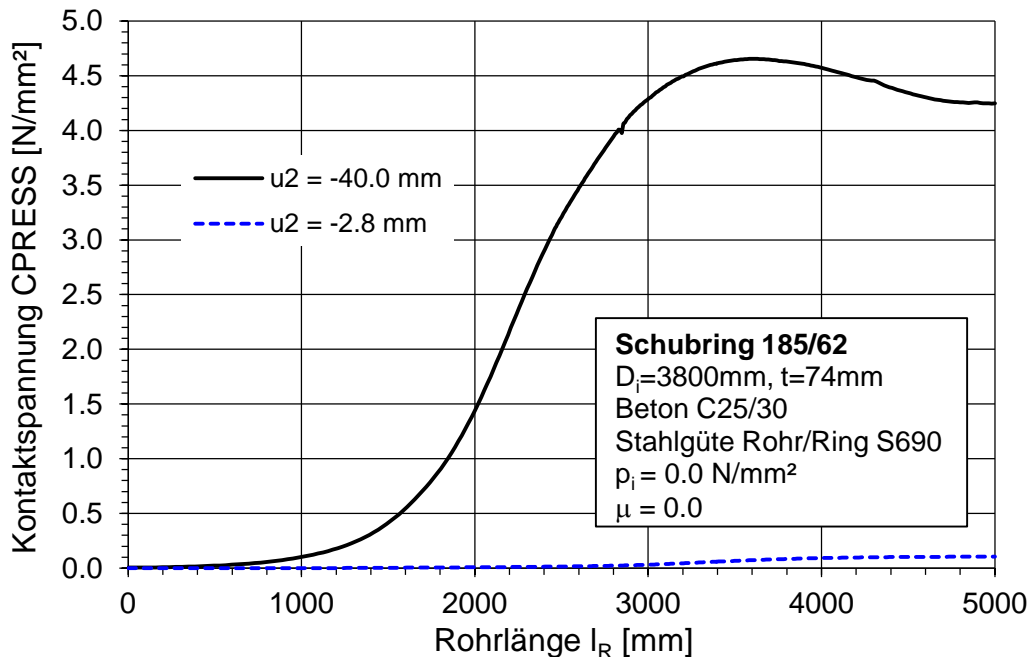
Bei dieser Schubringgeometrie tritt auch im Traglastzustand keine Kontaktspannung auf der lastabgewandten Seite des Schubringes auf (S22 hinten – Rot strichliert).





**Abb. 312** Fall 1a, LF1: Betonpressung an beiden Schubringen; links für  $u_2 = -2.8$  mm; rechts für  $u_2 = -40.0$  mm

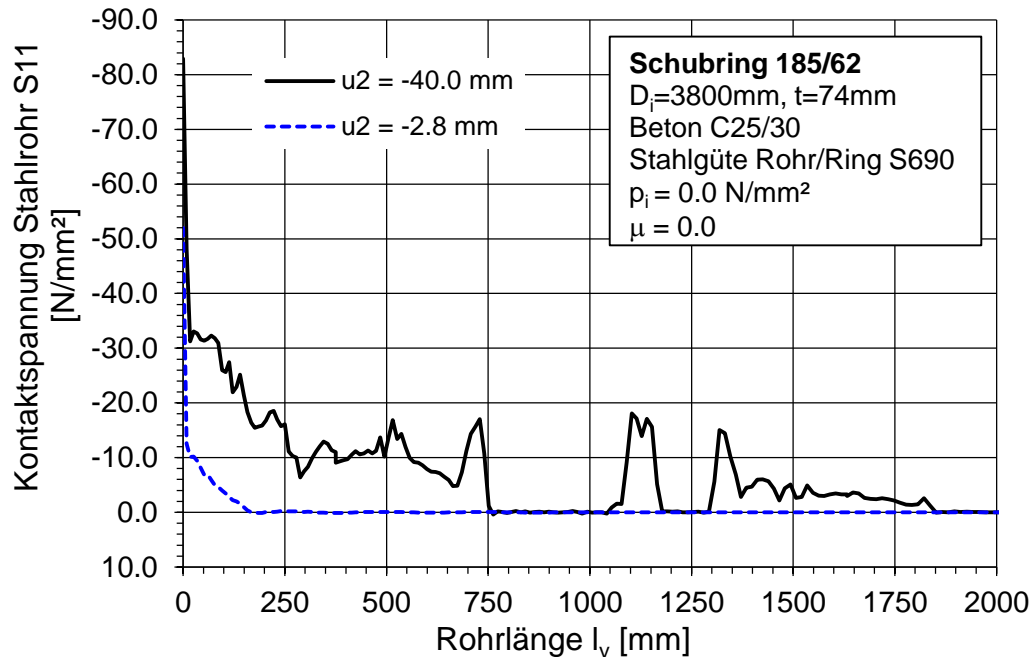
Abb. 313 zeigt die Kontaktspannung zwischen Beton und Gebirge bei zwei unterschiedlichen Verschiebungsstufen. Bei  $u_2 = -40.0$  mm ist die Kontaktspannung um ein Vielfaches höher als bei  $u_2 = -2.8$  mm.



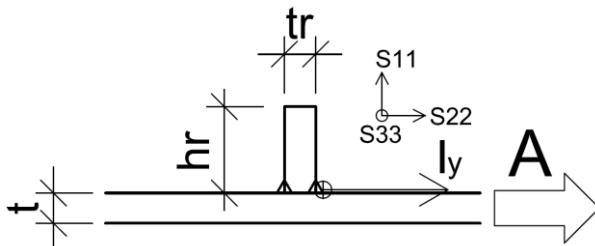
**Abb. 313** Fall 1a, LF1: Kontaktspannung CPRESS zwischen Beton und Gebirge

Die Abb. 314 zeigt die Kontaktspannungen zwischen dem Stahlrohr und dem Betonmantel im Schubringbereich an der lastzugewandten Seite. Bei einer geringen Verschiebung ( $u_2 = -2.8$  mm) treten Kontaktspannungen nur im Bereich des Schubringes auf. Bei weiterer Steigerung der Verschiebung treten über eine große Rohrlänge Spannungen in der Kontaktfuge auf. Dies verdeutlicht das lokale Versagensverhalten des Betons am Schubring, wo sich durch das keilähnliche, lokale Versagen eine hohe Abstützwirkung auf das Stahlrohr

einstellt. Dies ist von den Anlageverhältnissen – dem Verhältnis Rohrradialsteifigkeit zu Gebirgsmitwirkung bzw. der Umschnürungswirkung des Betons stark beeinflusst.

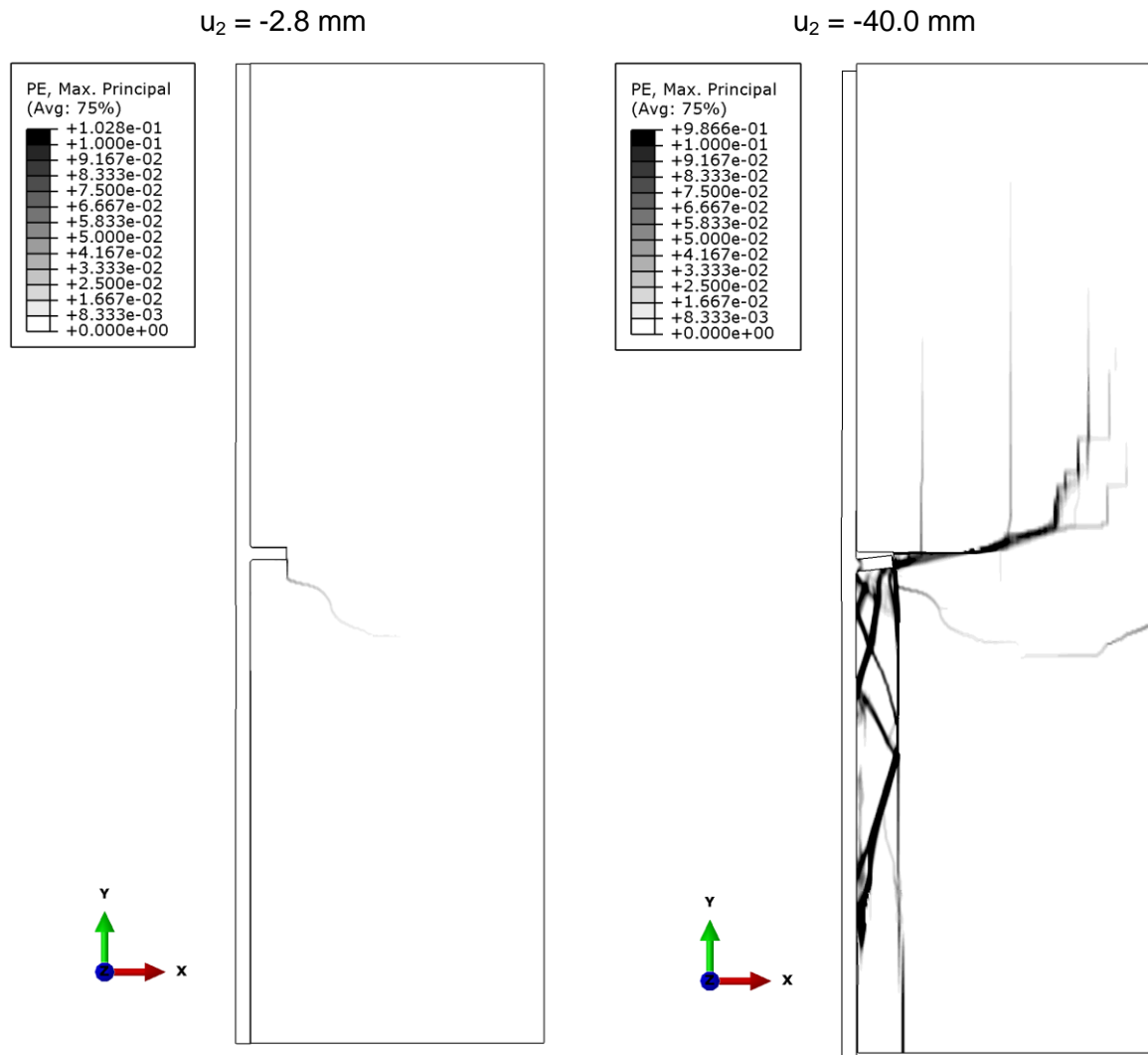


**Abb. 314** Fall 1a, LF1: Kontaktspannung zwischen Stahlrohr und Betonmantel (die Länge  $l_y$  startet am Ende des Schubringes – siehe Abb. 315)



**Abb. 315** Definition der Länge  $l_y$

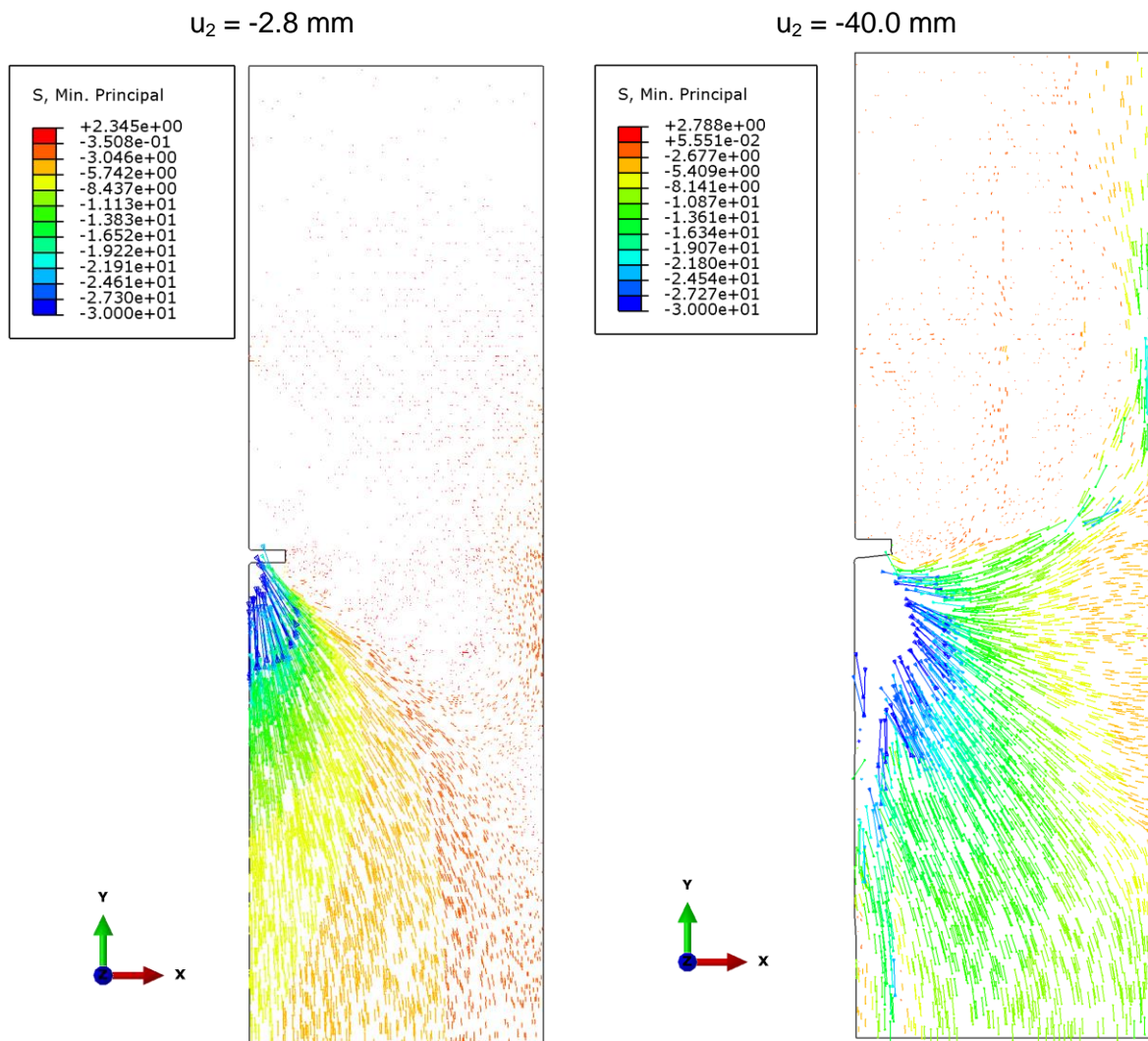
Da das Materialmodell CDP (Concrete Damaged Plasticity) auf der Theorie mit verschmierter Rissbildung basiert, gibt es keine Rissfortpflanzung in den Material-Integrationspunkten. Um die Risse tendenziell doch graphisch darzustellen, können diese Risse dennoch indirekt über die plastischen Dehnungen „sichtbar“ gemacht werden. An den Stellen, an denen die plastischen Dehnungen größer als null sind, kommt es zur Zugrissbildung. Die Rissebene steht dabei normal zur Richtung der maximalen plastischen Hauptdehnung [2]. Die maximalen plastischen Hauptdehnungen können in ABAQUS dargestellt werden und sind für den Betonkörper in Abb. 316 für die beiden Verschiebungsstufen ausgegeben. Dabei zeigen das linke Teilbild die beginnende Rissbildung und das rechte Teilbild die Risse beim Traglastniveau. Das lokale Versagen im Schubringbereich ist gekennzeichnet durch keilförmiges Abscheren des Betons (vgl. Erläuterungen zur Abb. 314). Dies bewirkt die Abfälle mit anschließenden Wiederanstiegen der Last-Verschiebekurve in der Abb. 302. Dieses Verhalten des Betons wurde in den Labortests ebenfalls beobachtet (vgl. Kapitel 8 und 9).



**Abb. 316** Fall 1a, LF1: Maximale plastische Hauptdehnungen – indirekte Darstellung der Risse (links: bei  $u_2 = -2.8 \text{ mm}$ ; rechts: bei  $u_2 = -40.0 \text{ mm}$ )

Die Abb. 317 zeigt die minimalen Hauptspannungen (Druckspannungen) im Betonkörper (Spannungen, die kleiner als  $-30 \text{ N/mm}^2$  sind, wurden ausgeblendet, um eine übersichtlichere Darstellung zu erhalten) bei unterschiedlichen Belastungsstufen. Das linke Teilbild zeigt die minimalen Hauptspannungen bei einer Verschiebung des Stahlrohres von  $-2.8 \text{ mm}$  am Ende des Rohres. Die Spannungen sind als Pfeilsymbole dargestellt und zeigen die Wirkungsrichtung an. Im linken Teilbild bilden sich die Hauptdruckspannungen wie „Druckzwiebeln“ aus.

Das rechte Teilbild zeigt bei Maximallast eine deutlich geänderte Verteilung der Druckspannung im Beton. Das Spannungsbild ist geprägt von Rissen und der Betonkörper stützt sich wesentlich mehr am Gebirge ab (Dies ist durch die horizontal gerichteten Hauptdruckspannungen erkennbar – vgl. Abb. 313 – Kontaktspannungen zwischen Beton und Gebirge). Auf Grund dessen entsteht auch die Abstützwirkung des Betons auf das Stahlrohr in Abb. 314.



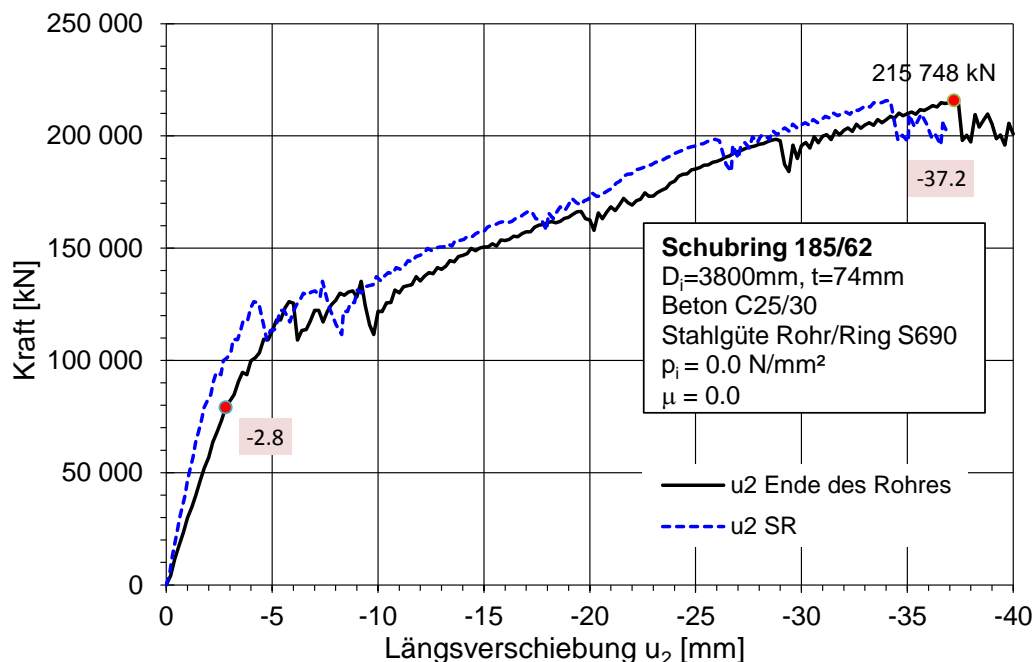
**Abb. 317** Fall 1a, LF1: Minimale Hauptspannungen [ $\text{N/mm}^2$ ] (links: bei  $u_2 = -2.8 \text{ mm}$ ; rechts: bei  $u_2 = -40.0 \text{ mm}$ ) Symboldarstellung

#### 10.4.1.2 Fall 1a: Zusätzlich Längsbeanspruchung im Rohr – LF2

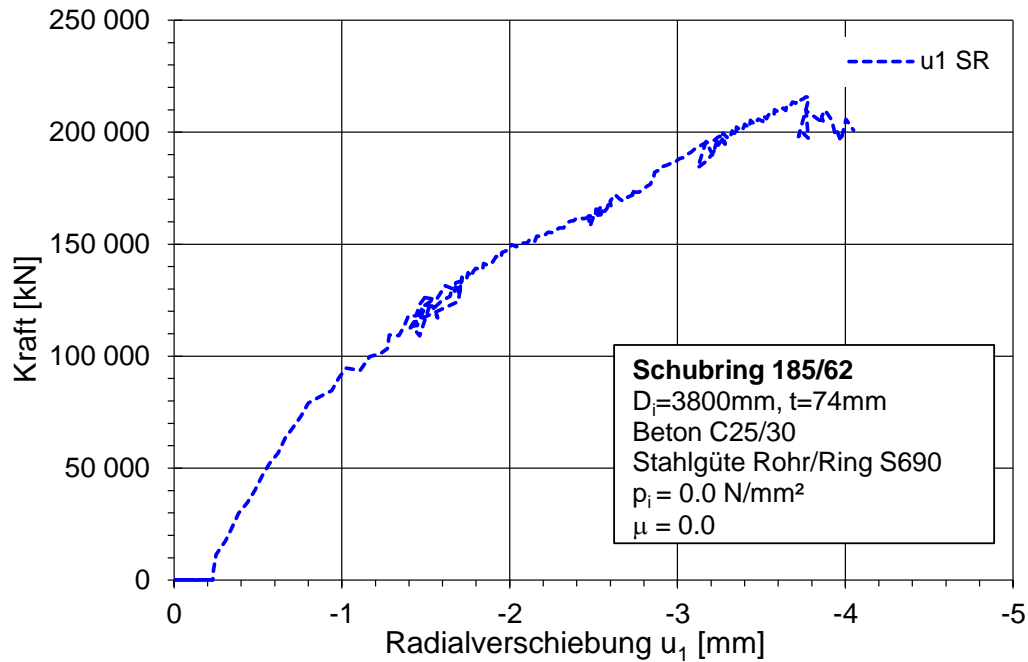
Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden. Bei diesem Lastfall 2 (LF2, vgl. Abb. 296) wird dem Stahlrohr zusätzlich eine vorgeschaltete Längsspannung aufgezwungen, so dass die Summe der Längsspannungen im Stahlrohr dann geringfügig größer als  $0.5 \cdot f_y$  ( $= 0.5 \cdot 650 = 325 \text{ N/mm}^2$ ) sind.

In Abb. 318 ist die Ausziehungskraft  $A$ , in Abhängigkeit der Verschiebung in Rohrlängsrichtung ( $u_2$ ) am Ende des Rohres und am Schubring, dargestellt. In der Abb. 318 sind jene Zustände markiert, für welche die Kontaktpressungen der Schubringe bzw. die Spannungen im Stahlrohr, ausgegeben sind. Dies ist einerseits am Ende des elastischen Bereichs ( $u_2 = -2.8 \text{ mm}$ ), andererseits bei der maximalen Ausziehungskraft ( $u_2 = -37.2 \text{ mm}$ ).

Abb. 319 zeigt den Verlauf der radialen Verschiebungen am Schubring in Abhängigkeit der Ausziehungskraft. Die Verschiebungen haben ein negatives Vorzeichen, d.h. es sind Verschiebungen zur Rohrachse hin, sodass das Rohr radial gestaucht wird.



**Abb. 318** Fall 1a, LF2: Ausziehungskraft  $A$  in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

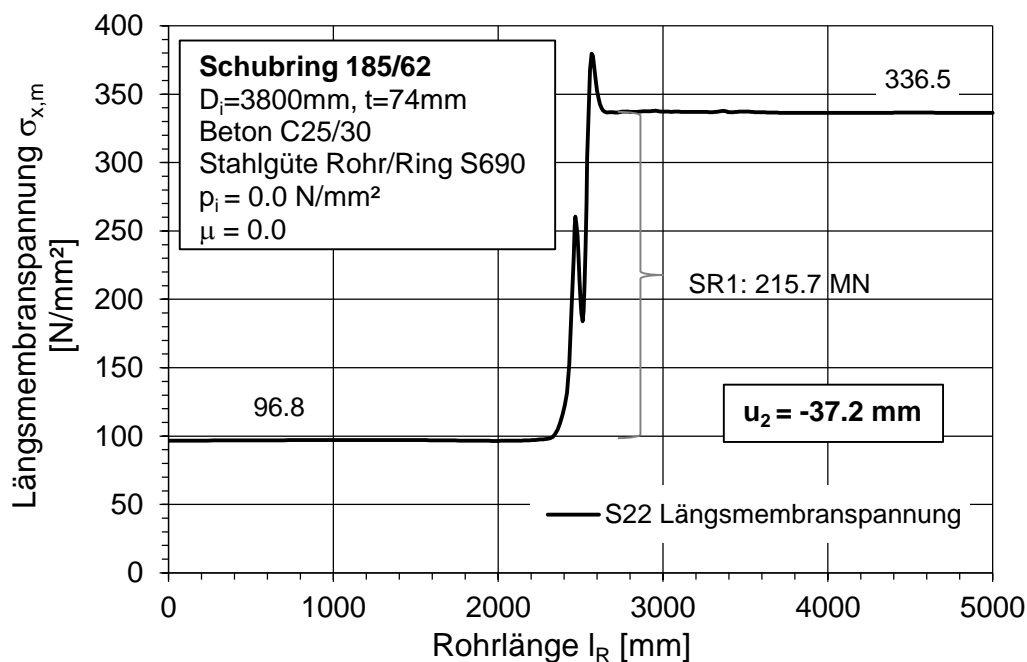


**Abb. 319** Fall 1a, LF2: Radialverschiebung  $u_1$  in Abhängigkeit der Ausziehkraft A

Die Abb. 320 zeigt die Längsmembranspannung im Rohr. Es wurde eine Längsspannung von  $\sigma_x = 96.8\text{ N/mm}^2$  vorgeschaltet. Die Längsspannung am Ende des Rohres ist geringfügig größer als  $0.5 \cdot f_y$  ( $336.5 > 325\text{ N/mm}^2$ ). Durch die Abnahme der Längsmembranspannung im Bereich des Schubringes lässt sich die Tragfähigkeit des Schubringes ermitteln:

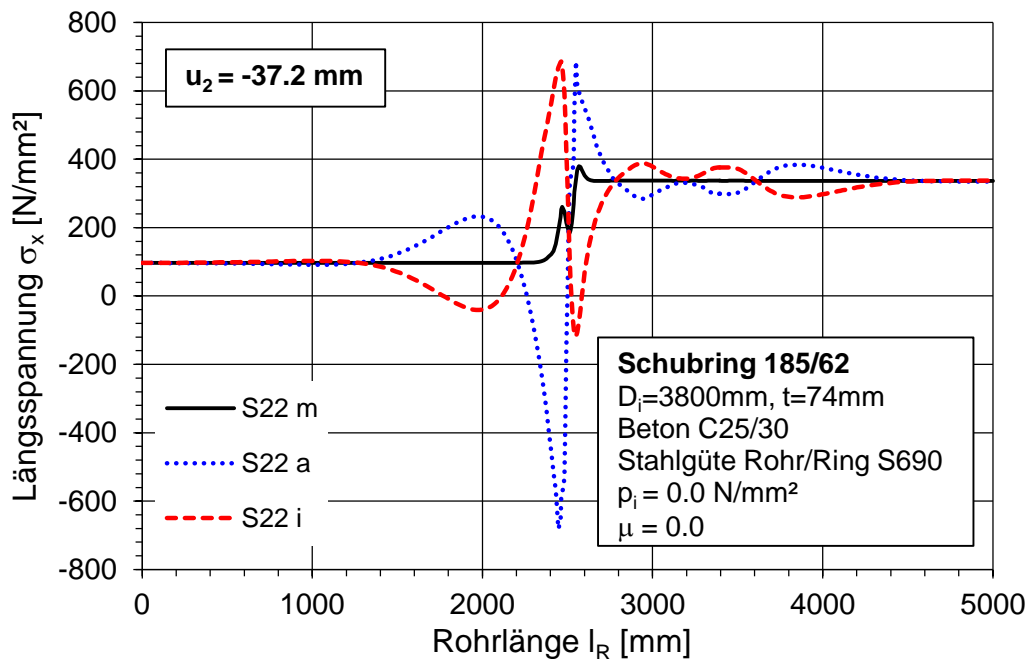
$$A_{max} = N_R = \Delta\sigma_{x,m} \cdot t \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_m = (336.5 - 96.8) \cdot 74 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1937 \cdot 10^{-6} = 216\text{ MN}$$

Dargestellt sind die Spannungen bei maximaler Traglast ( $u_2 = -37.2\text{ mm}$ ).

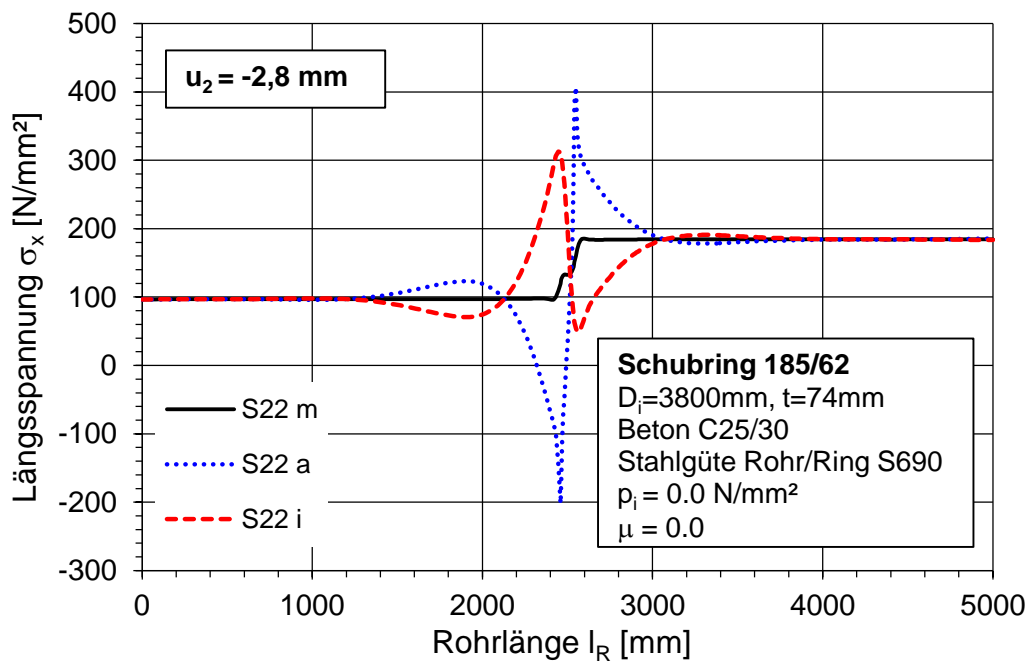


**Abb. 320** Fall 1a, LF2: Verlauf der Längsmembranspannung  $\sigma_{x,m}$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -37.2\text{ mm}$

Ergänzend zu der Längsmembranspannung ( $m$ ) sind in der Abb. 321 und in der Abb. 322 die Gesamtspannungen in Rohr an der Außenseite ( $a$ ) und an der Innenseite ( $i$ ) bei  $u_2 = -37.2$  mm und bei  $u_2 = -2.8$  mm eingetragen.

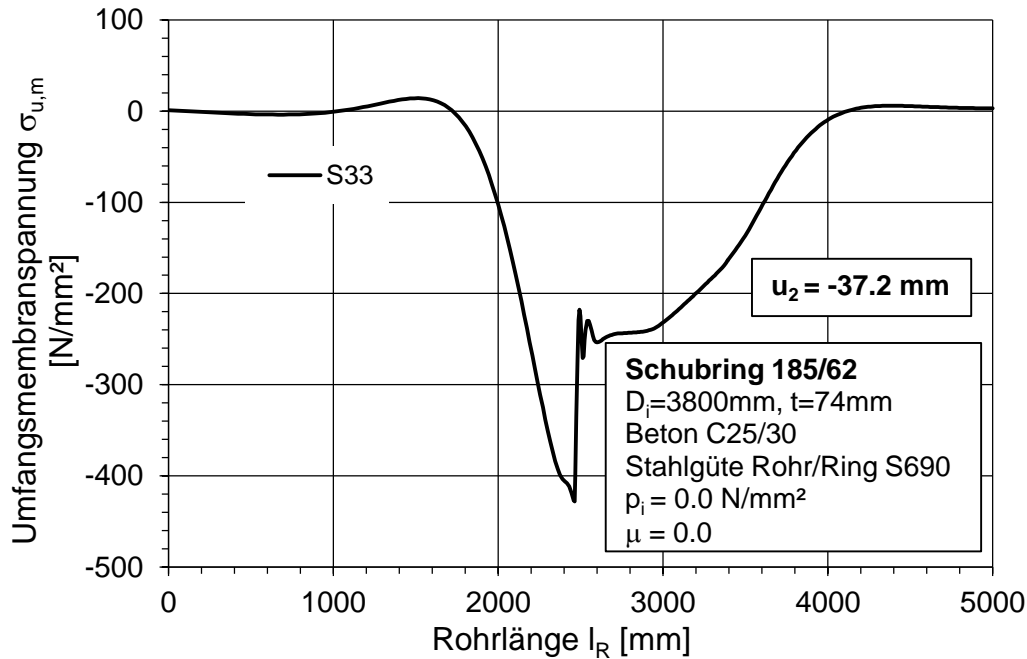


**Abb. 321** Fall 1a, LF2: Verlauf der Längsspannungen  $\sigma_x$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -37.2$  mm (m...mitte; a...außen; i...innen)



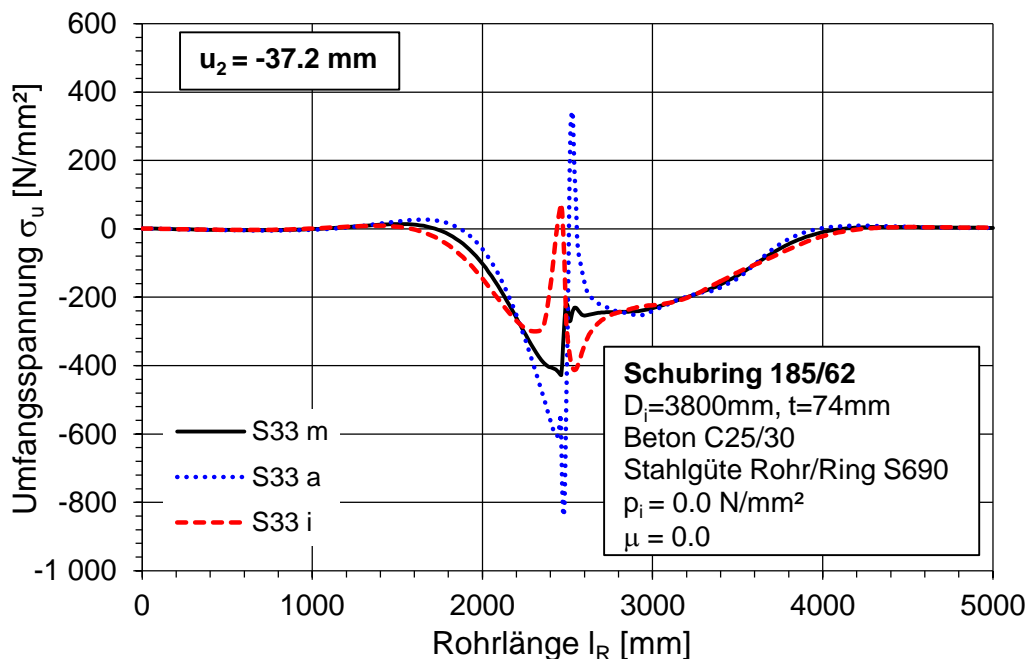
**Abb. 322** Fall 1a, LF2: Verlauf der Längsspannungen  $\sigma_x$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -2.8$  mm (m...mitte; a...außen; i...innen)

Die Abb. 323 zeigt den Verlauf der Umfangsmembranspannung im Rohr bei  $u_2 = -37.2$  mm. Weitere Erläuterungen, die für diese Abbildung ebenso zutreffend sind, sind in der Beschreibung zur Abb. 307 zu finden.



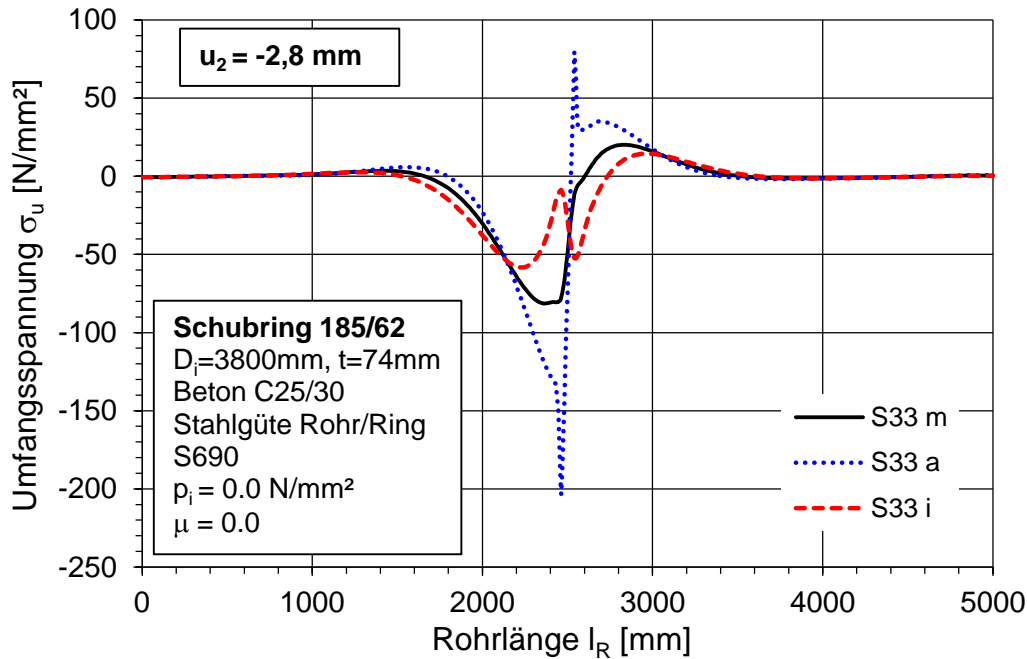
**Abb. 323** Fall 1a, LF2: Verlauf der Umfangsmembranspannung  $\sigma_{u,m}$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -40.0$  mm

Ergänzend zu der Umfangsmembranspannung (m) sind in der Abb. 324 und in der Abb. 325 die Gesamtspannungen in Rohr an der Außenseite (a) und an der Innenseite (i) bei  $u_2 = -37.2$  mm und bei  $u_2 = -2.8$  mm eingetragen.



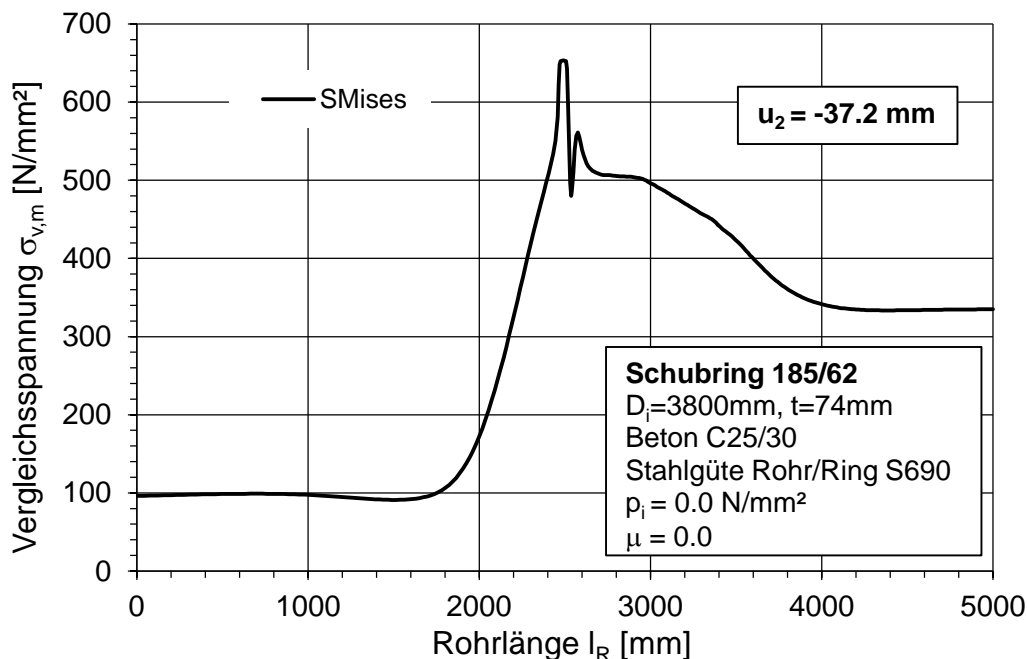
**Abb. 324** Fall 1a, LF2: Verlauf der Umfangsspannungen  $\sigma_u$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -37.2$  mm (m...mitte; a...außen; i...innen)



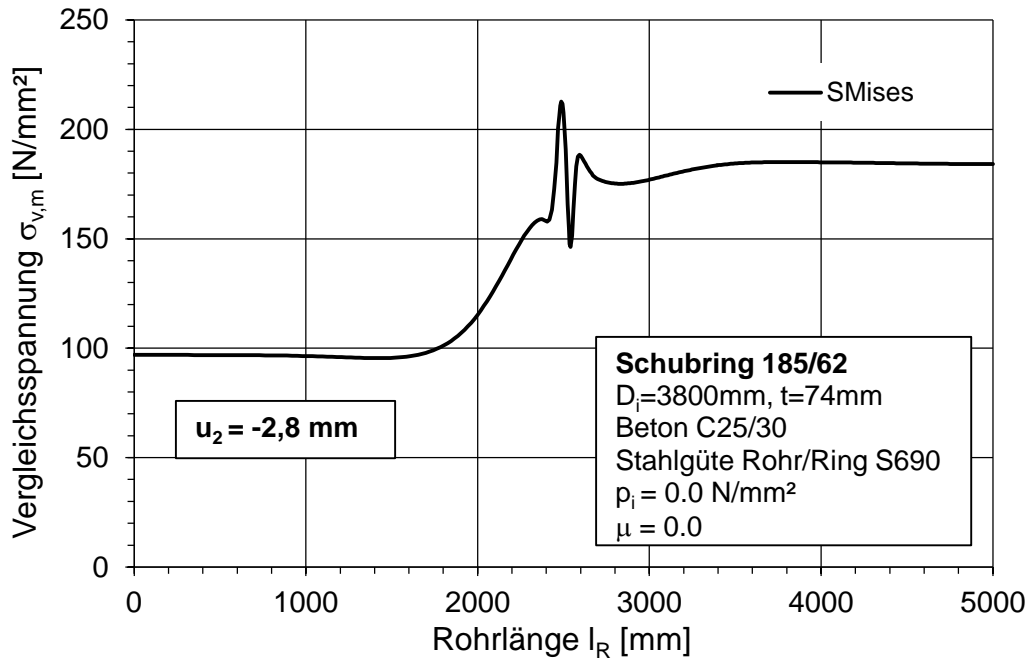


**Abb. 325** Fall 1a, LF2: Verlauf der Umfangsspannungen  $\sigma_u$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -2.8$  mm (m...mitte; a...außen; i...innen)

Die Abb. 326 und Abb. 327 zeigen die von-Mises-Vergleichsspannungen in der Mitte des Stahlrohres (Membranspannungsanteil) bei  $u_2 = -37.2$  mm und  $u_2 = -2.8$  mm. In der Abb. 326 erreicht die Vergleichsspannung bei  $u_2 = -37.2$  mm im Schubringbereich die Fließgrenze ( $f_y = 650$  N/mm<sup>2</sup>).

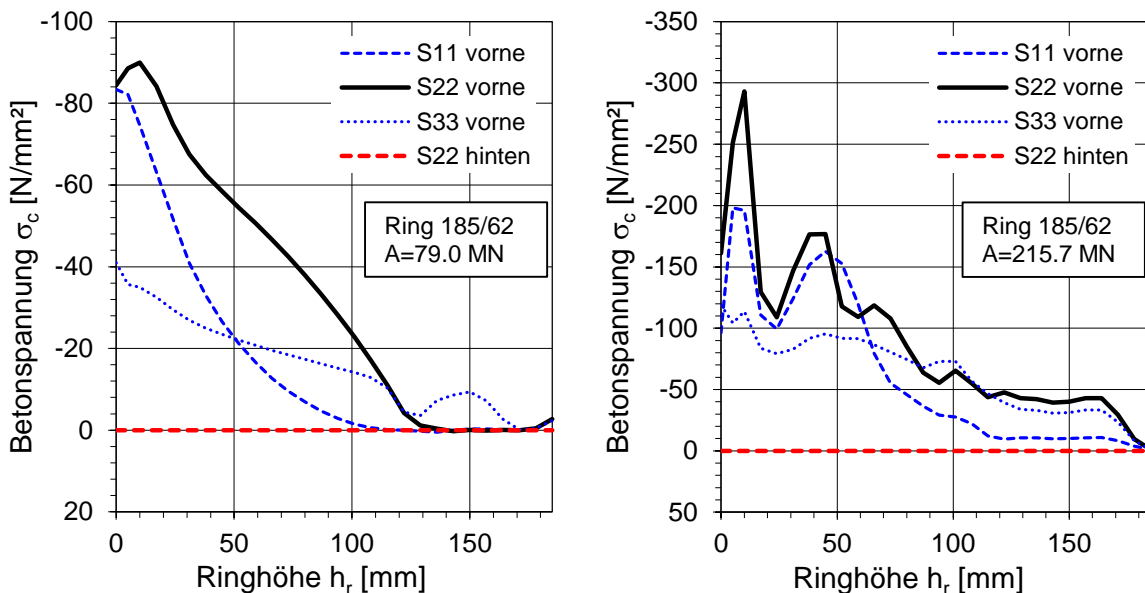


**Abb. 326** Fall 1a, LF2: Verlauf der von Mises Membranspannung  $\sigma_{v,m}$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -37.2$  mm



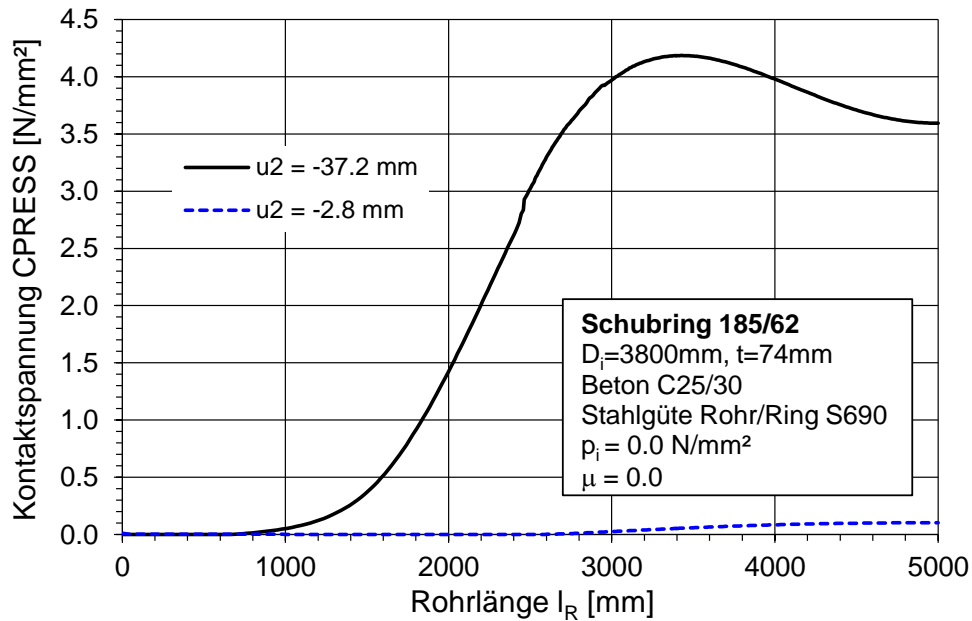
**Abb. 327** Fall 1a, LF2: Verlauf der von Mises Membranspannung  $\sigma_{v,m}$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -2.8$  mm

Die Abb. 328 zeigt ergänzend die Betonpressungen (Spannungen S22) am Schubring. Im linken Teilbild sind die Pressungen bei einer Verschiebung am Ende des Rohres von  $u_2 = -2.8$  mm, im rechten Teilbild bei  $u_2 = -37.2$  mm, dargestellt. Ergänzend sind auch die radialen Spannungen (S11) und Umfangsspannungen (S33) im Beton eingetragen. Weitere Erläuterungen, die für diese Abbildung ebenso zutreffend sind, sind in der Beschreibung der Abb. 312 zu finden.



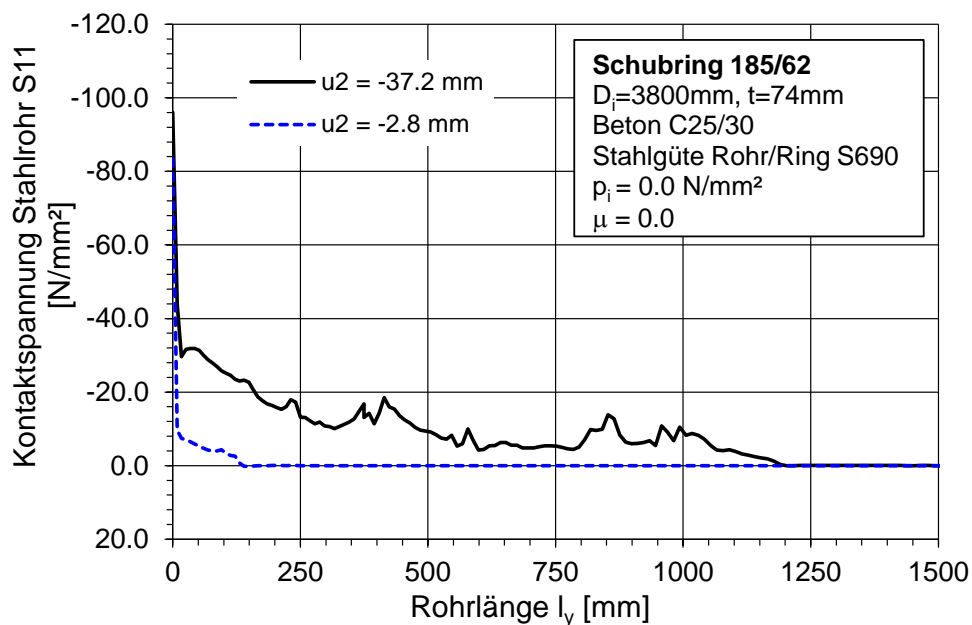
**Abb. 328** Fall 1a, LF2: Betonpressung an beiden Schubringen; links für  $u_2 = -2.8$  mm; rechts für  $u_2 = -37.2$  mm

Die Abb. 329 zeigt die Kontaktspannung zwischen Beton und Gebirge bei zwei unterschiedlichen Verschiebungsstufen. Bei  $u_2 = -37.2$  mm ist die Kontaktspannung um ein Vielfaches höher als bei  $u_2 = -2.8$  mm.



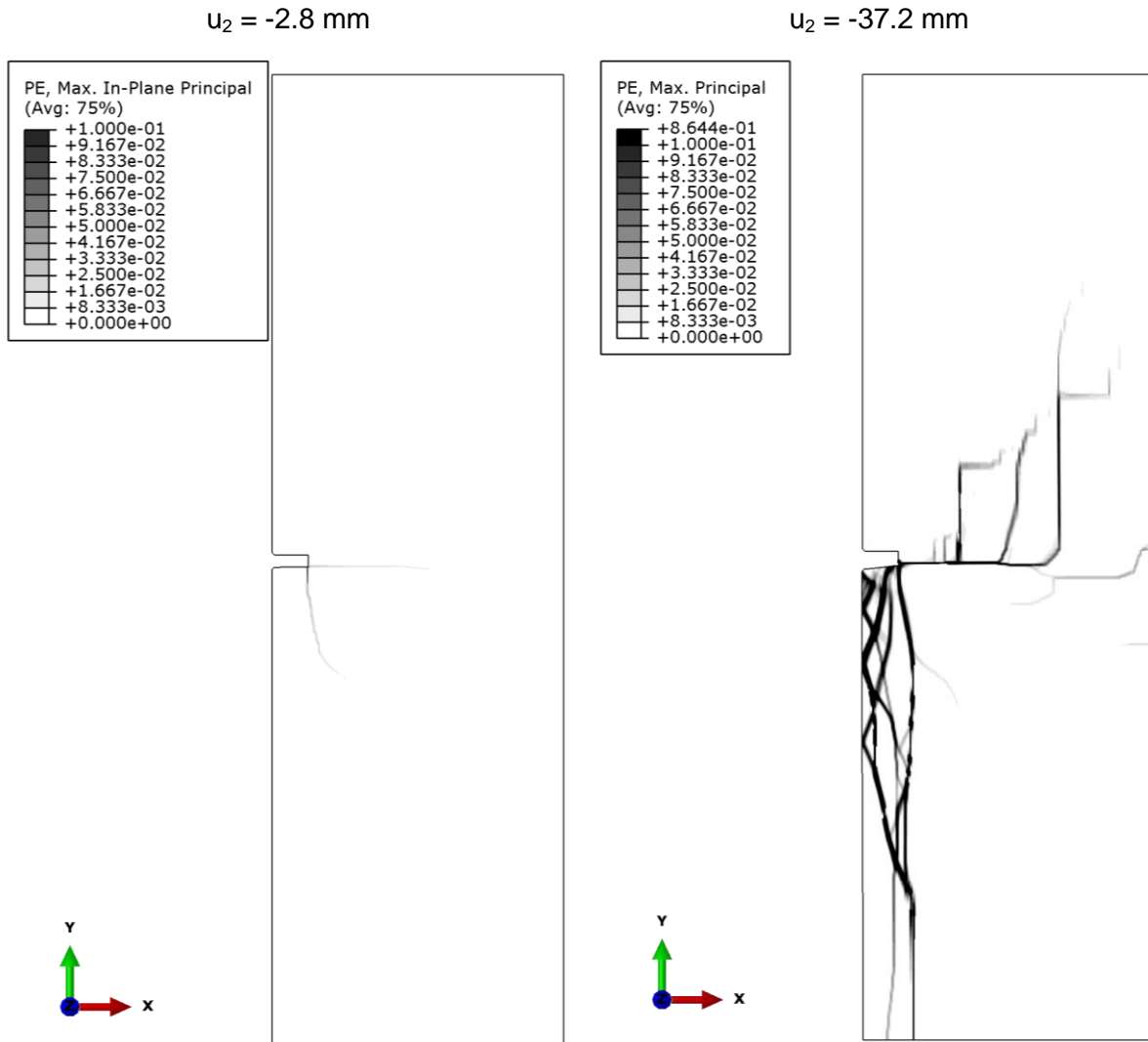
**Abb. 329** Fall 1a, LF2: Kontaktspannung CPRESS zwischen Beton und Gebirge

Die Abb. 330 zeigt die Kontaktspannungen zwischen dem Stahlrohr und dem Betonmantel im lastzugewandten Rohrteil. Weitere Erläuterungen, die für diese Abbildung ebenso zutreffend sind, sind in der Beschreibung zur Abb. 314 zu finden.



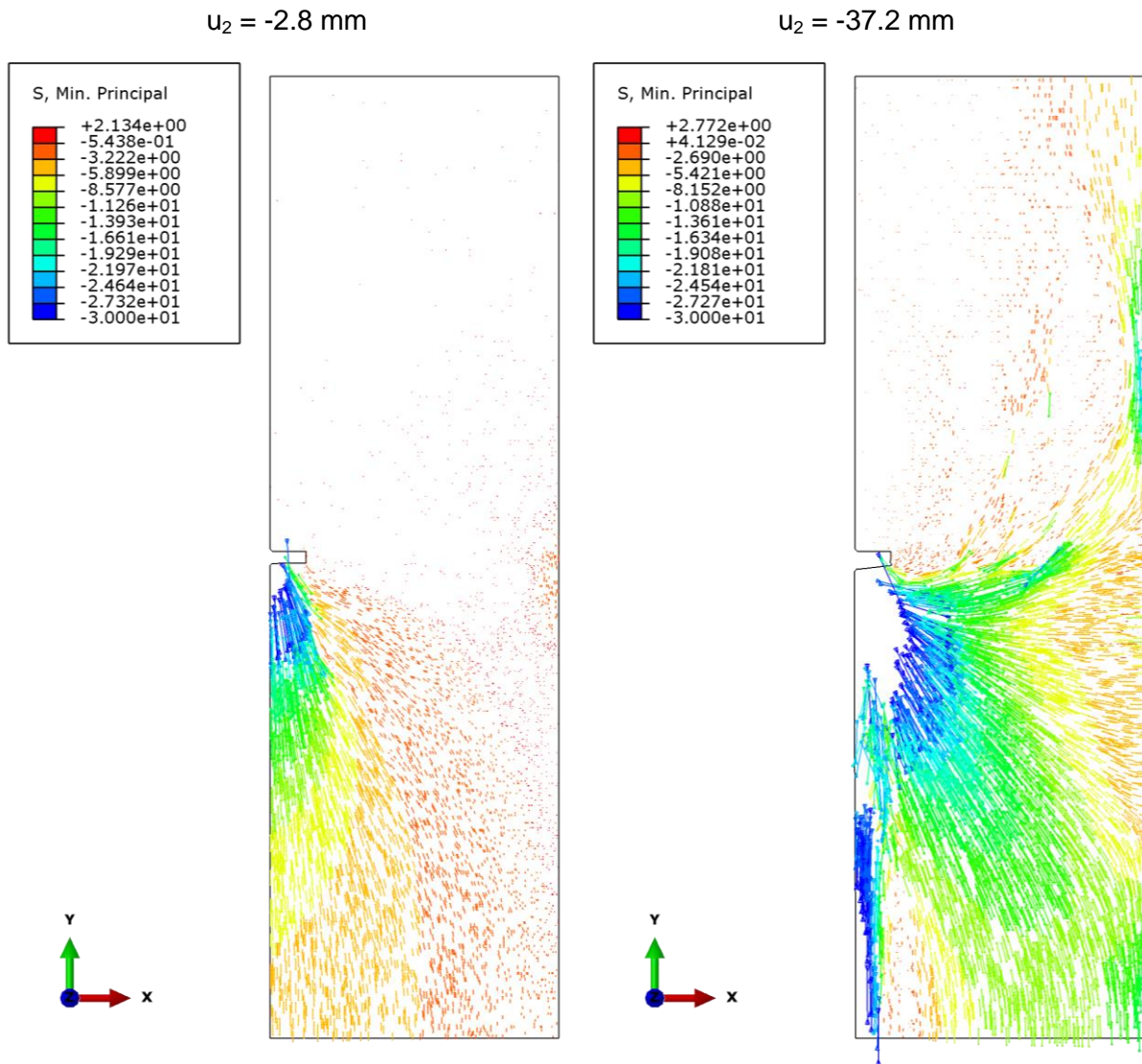
**Abb. 330** Fall 1a, LF2: Kontaktspannung zwischen Stahlrohr und Betonmantel (die Länge  $l_y$  startet am Ende des Schubringes – siehe Abb. 315)

Die maximalen plastischen Hauptdehnungen (indirekte Darstellung der Risse) sind für den Betonkörper in der Abb. 331 für die beiden Verschiebungsstufen ausgegeben. Weitere Erläuterungen, die für diese Abbildung ebenso zutreffend sind, sind in der Beschreibung der Abb. 316 zu finden.



**Abb. 331** Fall 1a, LF2: Maximale plastische Hauptdehnungen – Darstellung der Risse (links: bei  $u_2 = -2.8$  mm; rechts: bei  $u_2 = -37.2$  mm)

Die Abb. 332 zeigt die minimalen Hauptspannungen (Druckspannungen) im Betonkörper (Spannungen, die kleiner als  $-30 \text{ N/mm}^2$  sind, wurden ausgeblendet, um eine übersichtlichere Darstellung zu erhalten) bei unterschiedlichen Belastungsstufen. Weitere Erläuterungen, die für diese Abbildung ebenso zutreffend sind, sind in der Beschreibung der Abb. 317 zu finden.



**Abb. 332** Fall 1a, LF2: Minimale Hauptspannungen [ $\text{N/mm}^2$ ] (links: bei  $u_2 = -2.8 \text{ mm}$ ; rechts: bei  $u_2 = -37.2 \text{ mm}$ ) Symboldarstellung

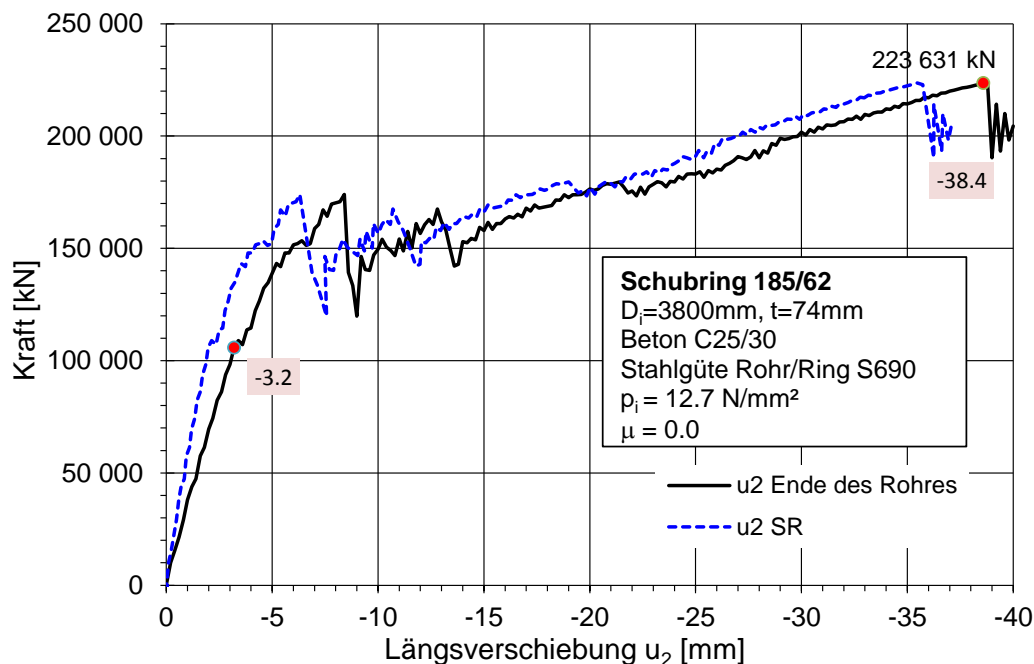
### 10.4.1.3 Fall 1a: Zusätzlicher Innendruck – LF3

Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden. Bei diesem Lastfall 3 (LF3) wird dem Stahlrohr zusätzlich eine vorgeschaltete Innendruckbelastung aufgezwungen. Der vorgeschaltete Innendruck, mit resultierenden Umfangsspannungen von  $\sigma_u = 0.5 \cdot f_y$  (Der übliche globale Sicherheitsfaktor im Stahlwasserbau beträgt 2.0, daher  $0.5 \cdot f_y$ ) – berechnet am freitragenden Rohr – hat folgende Größe:

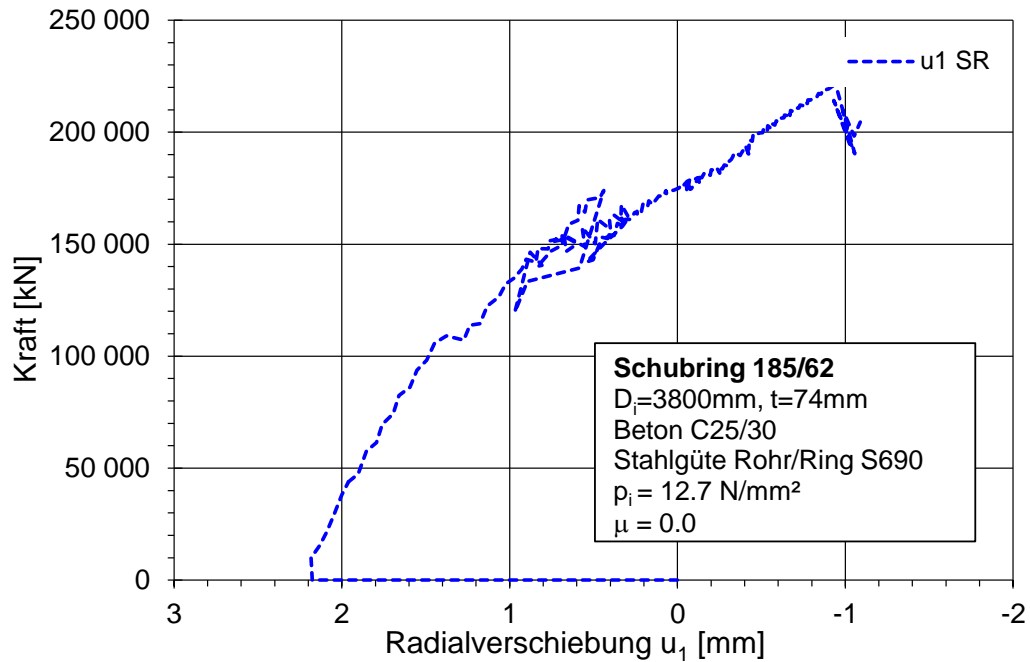
$$p_i = \frac{\sigma_u \cdot t}{r_i} = \frac{0.5 \cdot f_y \cdot t}{r_i} = \frac{0.5 \cdot 650 \cdot 74}{1900} = 12.7 \text{ N/mm}^2$$

Anzumerken ist, dass jedoch durch die Randbedingungen des FE-Modells (vgl. Abb. 296, untere Lagerung für Innendruck unwirksam) sich kein ebener Dehnungszustand einstellen kann und daher sich keine Längsmembranspannungen aufgrund des Innendrucks einstellen. In Abb. 333 ist die Ausziehkraft A, in Abhängigkeit der Verschiebung, in Rohrlängsrichtung ( $u_2$ ) am Ende des Rohres und am Schubring, dargestellt. In der Abb. 333 sind jene Zustände markiert, für welche die Kontaktpressungen der Schubringe bzw. die Spannungen im Stahlrohr ausgegeben sind. Dies ist einerseits am Ende des elastischen Bereichs ( $u_2 = -3.2$  mm), andererseits bei der maximalen Ausziehkraft ( $u_2 = -38.4$  mm).

Die Abb. 334 zeigt den Verlauf der radialen Verschiebungen am Schubring in Abhängigkeit der Ausziehkraft. Durch den vorgeschalteten Innendruck hat sich das Rohr im Schubringbereich vor Aufbringung der Ausziehkraft etwa 2.2 mm gedehnt.



**Abb. 333** Fall 1a, LF3: Ausziehkraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

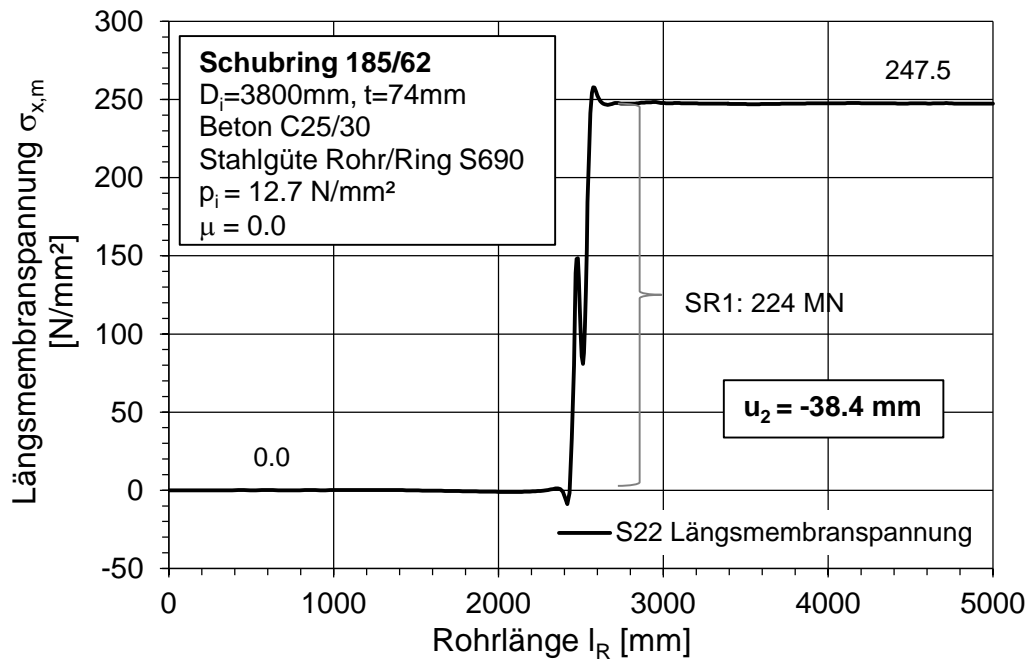


**Abb. 334** Fall 1a, LF3: Radialverschiebung  $u_1$  in Abhängigkeit der Ausziehkraft A

Die Abb. 335 zeigt die Längsmembranspannung im Rohr. Durch die Abnahme der Längsmembranspannung im Bereich des Schubringes lässt sich die abgesetzte Last durch den Schubring ermitteln:

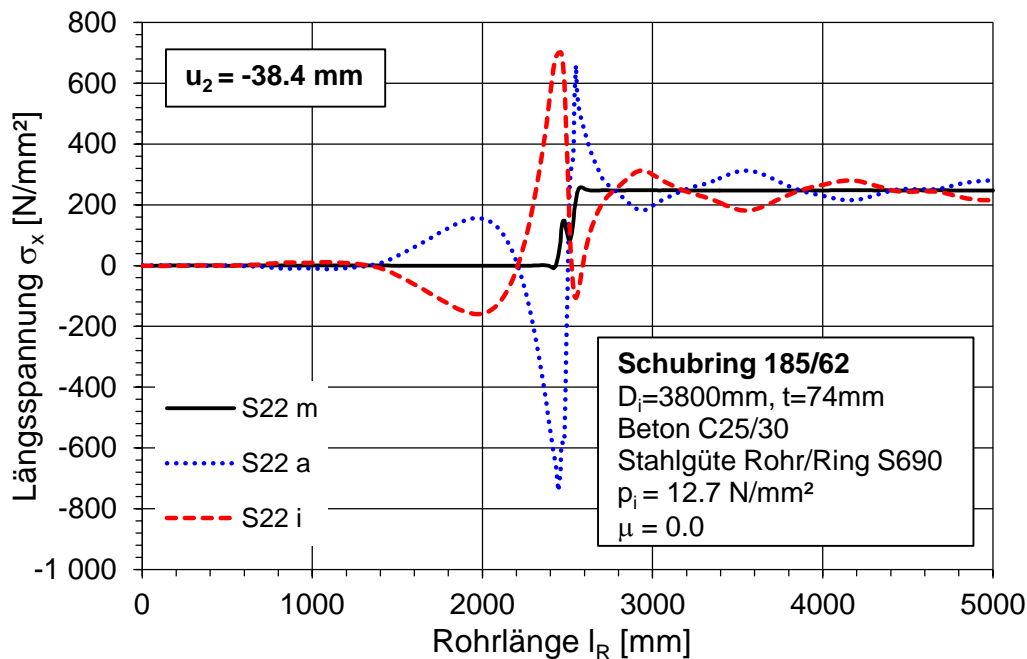
$$A_{max} = N_R = \sigma_{x,m} * t * 2 * \pi * r_m = 247.5 * 74 * 2 * \pi * 1937 * 10^{-6} = 224 \text{ MN}$$

Dargestellt sind die Spannungen bei maximaler Traglast ( $u_2 = -38.4 \text{ mm}$ ).

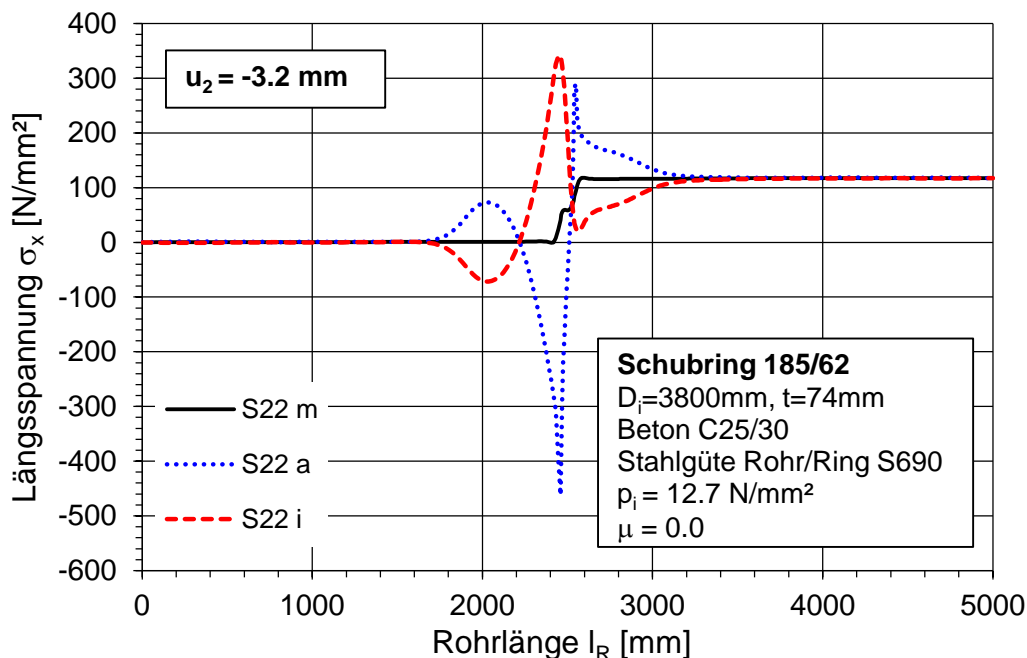


**Abb. 335** Fall 1a, LF3: Verlauf der Längsmembranspannung  $\sigma_{x,m}$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -38.4 \text{ mm}$

Ergänzend zu der Längsmembranspannung ( $m$ ) sind in der Abb. 336 und in der Abb. 337 die Gesamtspannungen in Rohr an der Außenseite ( $a$ ) und an der Innenseite ( $i$ ) bei  $u_2 = -38.4$  mm und bei  $u_2 = -3.2$  mm eingetragen.



**Abb. 336** Fall 1a, LF3: Verlauf der Längsspannungen  $\sigma_x$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -38.4$  mm (m...mitte; a...außen; i...innen)

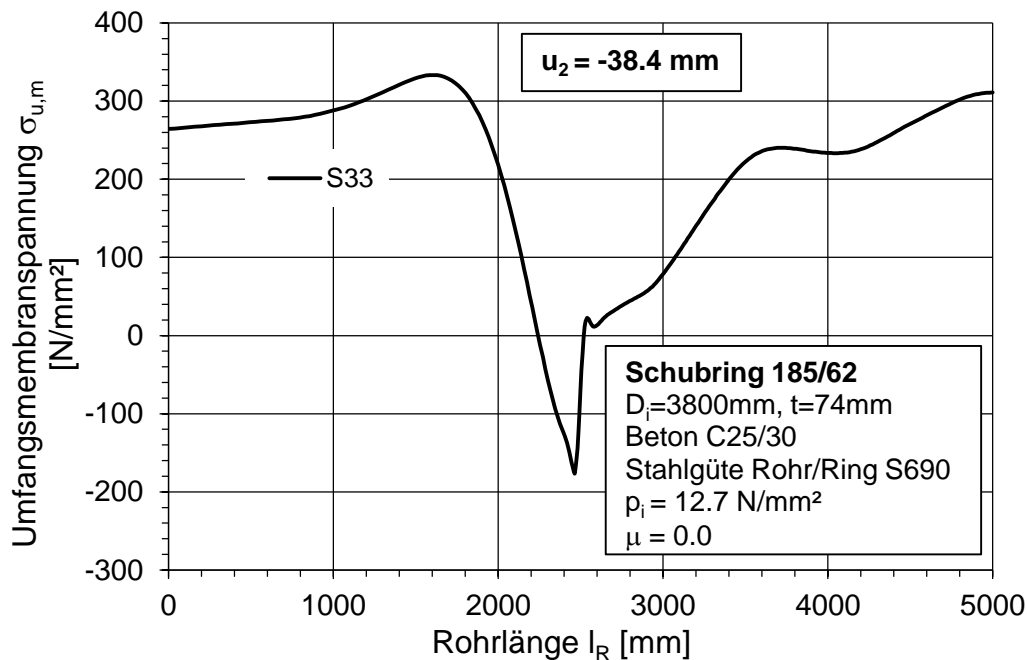


**Abb. 337** Fall 1a, LF3: Verlauf der Längsspannungen  $\sigma_x$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -3.2$  mm (m...mitte; a...außen; i...innen)

Die Abb. 338 zeigt den Verlauf der Umfangsmembranspannung im Rohr bei  $u_2 = -38.4$  mm. Weitere Erläuterungen, die für diese Abbildung ebenso zutreffend sind, sind in der Beschreibung der Abb. 307 zu finden. Der Unterschied zur Abb. 307 ist, dass die

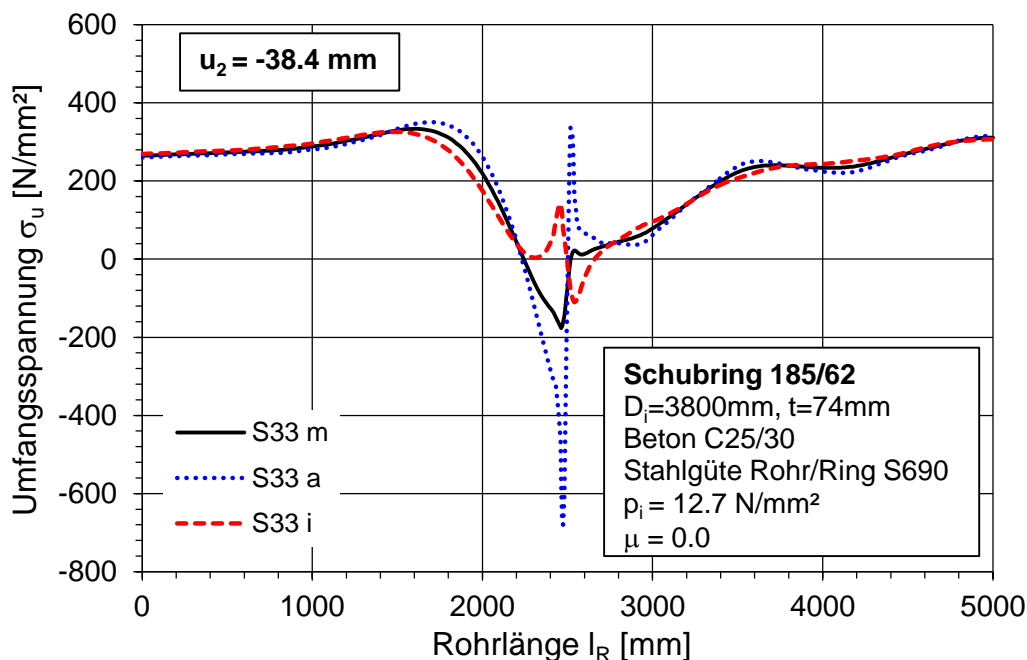


Umfangsmembranspannung durch den Innendruck bei  $l_R = 0$  und  $l_R = 5000$  mm zusätzlich zirka  $300 \text{ N/mm}^2$  beträgt. Der lokale Effekt im Schubringbereich ist vergleichbar mit Abb. 307.

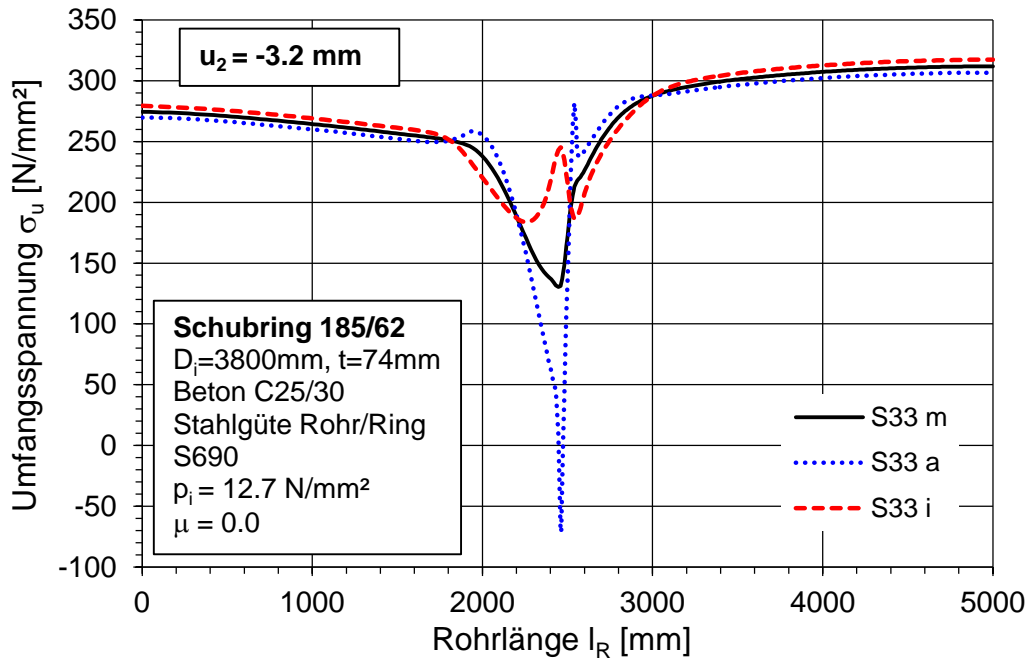


**Abb. 338** Fall 1a, LF3: Verlauf der Umfangsmembranspannung  $\sigma_{u,m}$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -38.4$  mm

Ergänzend zu der Umfangsmembranspannung ( $m$ ) sind in der Abb. 339 und in der Abb. 340 die Gesamtspannungen in Rohr an der Außenseite ( $a$ ) und an der Innenseite ( $i$ ) bei  $u_2 = -38.4$  mm und bei  $u_2 = -3.2$  mm eingetragen.

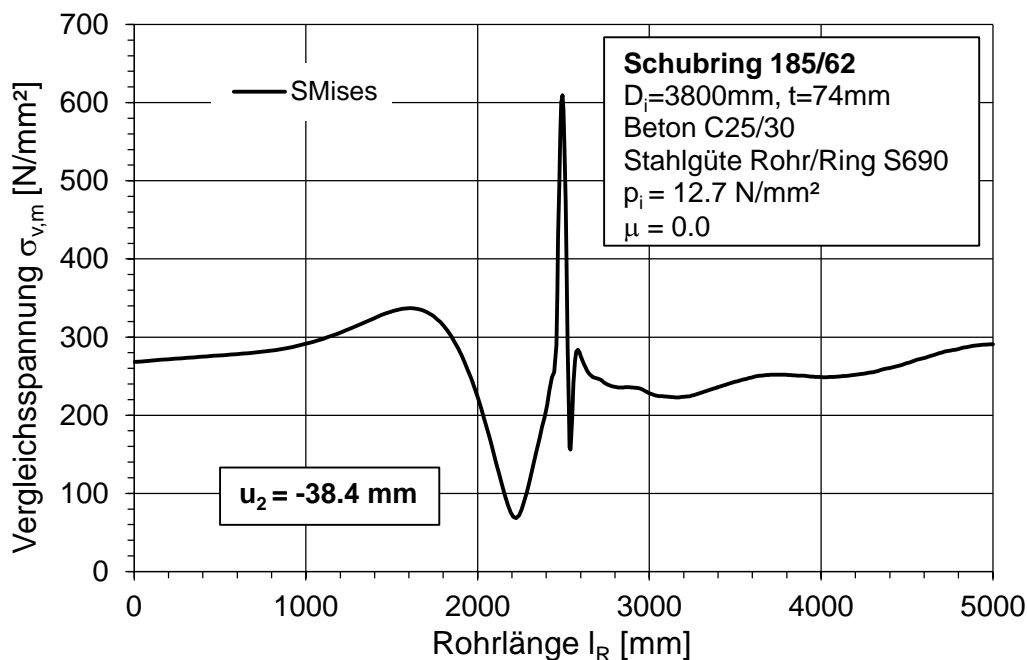


**Abb. 339** Fall 1a, LF3: Verlauf der Umfangsspannungen  $\sigma_u$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -38.4$  mm ( $m$ ...mitte;  $a$ ...außen;  $i$ ...innen)

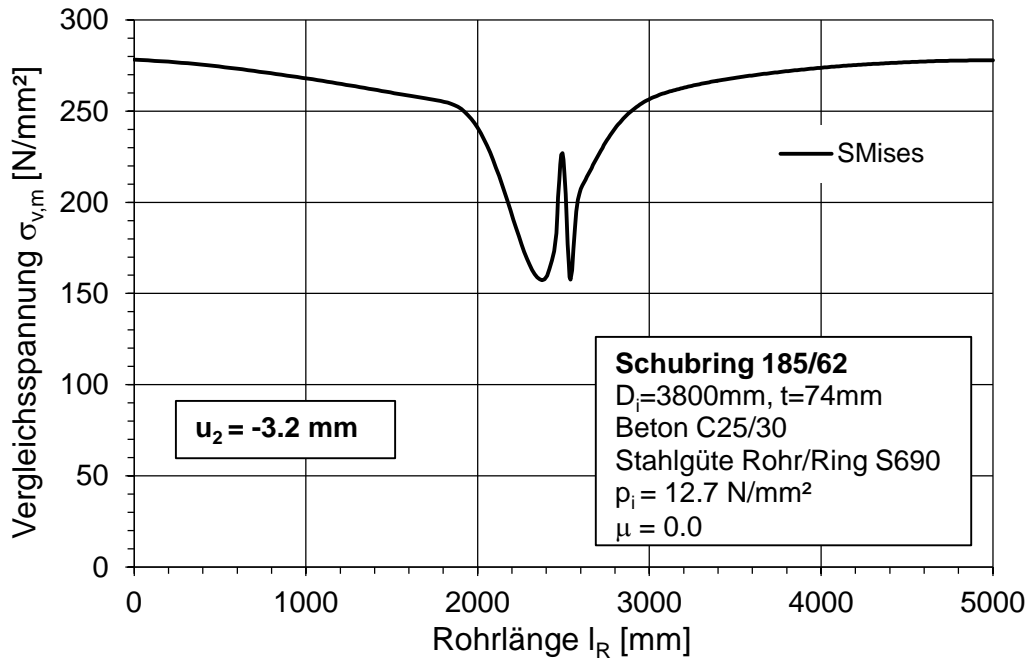


**Abb. 340** Fall 1a, LF3: Verlauf der Umfangsspannungen  $\sigma_u$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -3.2$  mm (m...mitte; a...außen; i...innen)

Die Abb. 341 und Abb. 342 zeigen die von-Mises-Vergleichsspannungen in der Mitte des Stahlrohres bei  $u_2 = -38.4$  mm und  $u_2 = -3.2$  mm. In der Abb. 341 erreicht die Vergleichsspannung bei  $u_2 = -38.4$  mm im Schubringbereich nicht die Fließgrenze ( $f_y = 650$  N/mm<sup>2</sup>), da der Innendruck einen günstigen Effekt auf die Vergleichsspannungen im Rohr hat (die hohen Umfangsdruckspannungen, die durch die Abstützung der Betondruckstreben auf das Stahlrohr entstehen, werden durch die Umfangszugspannungen aus dem Innendruck verringert).

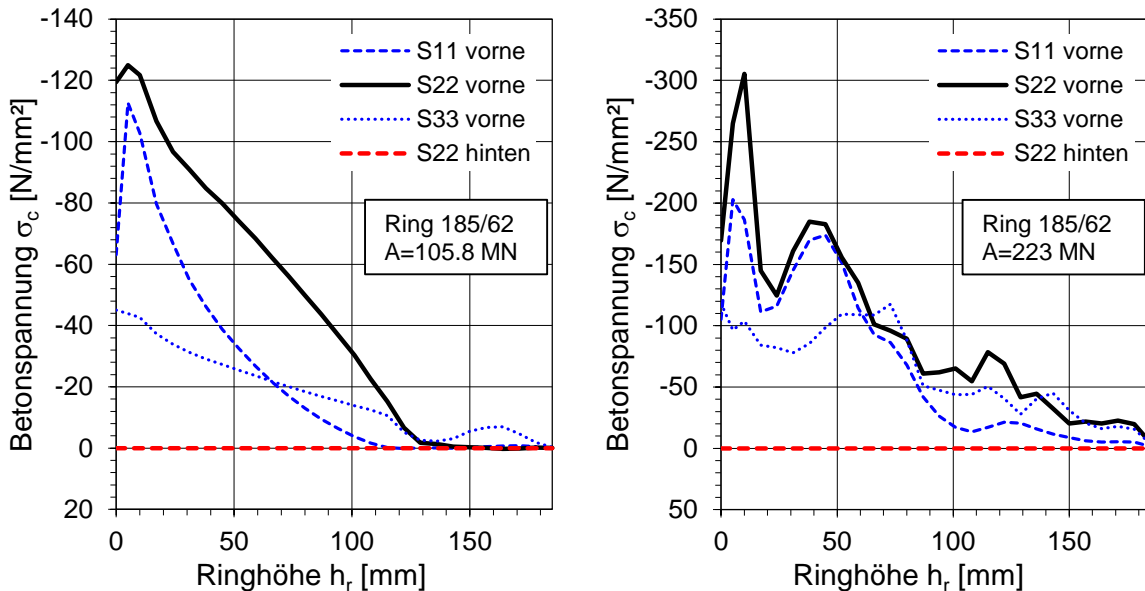


**Abb. 341** Fall 1a, LF3: Verlauf der von Mises Membranspannung  $\sigma_{v,m}$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -38.4$  mm



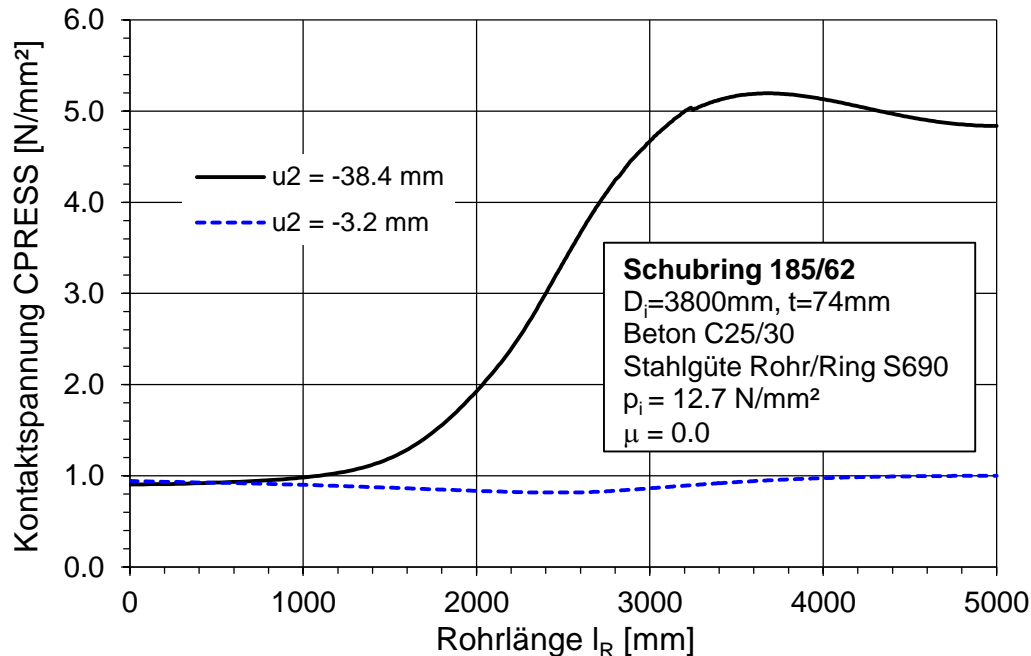
**Abb. 342** Fall 1a, LF3: Verlauf der von Mises Membranspannung  $\sigma_{v,m}$  im Stahlrohr bei  $u_2 = -3.2$  mm

Die Abb. 343 zeigt ergänzend die Betonpressungen (Spannung S22) am Schubring. Im linken Teilbild sind die Pressungen bei einer Verschiebung am Ende des Rohres von  $u_2 = -3.2$  mm, im rechten Teilbild bei  $u_2 = -38.4$  mm, dargestellt. Weitere Erläuterungen, die für diese Abbildung ebenso zutreffend sind, sind in der Beschreibung der Abb. 312 zu finden. (S11 = Spannung radial, S33 = Umfangsspannung).



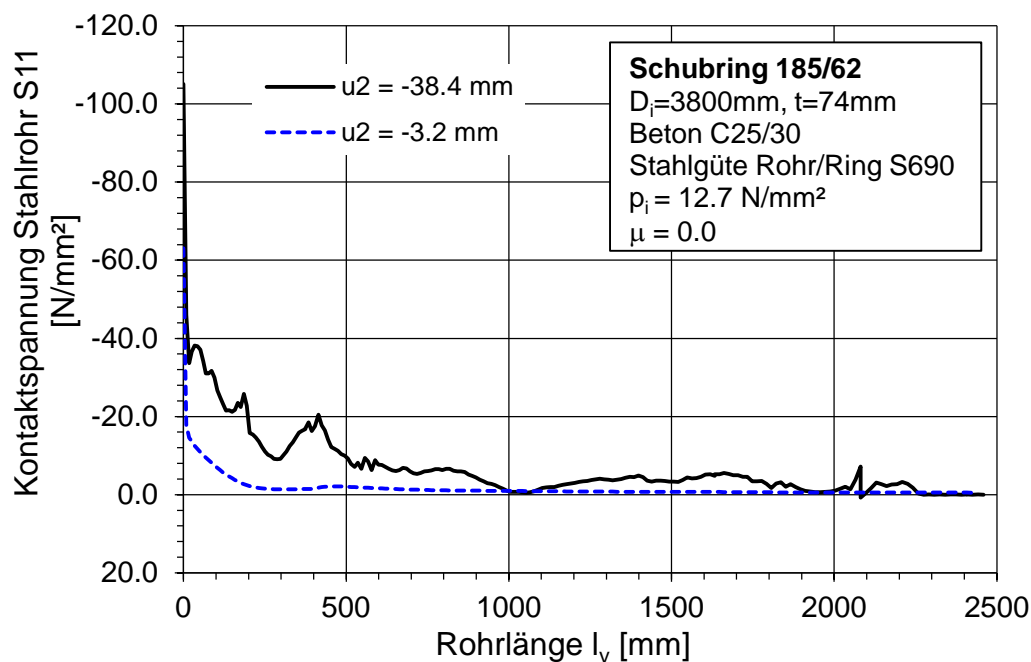
**Abb. 343** Fall 1a, LF3: Betonpressung an beiden Schubringen; links für  $u_2 = -3.2$  mm; rechts für  $u_2 = -38.4$  mm

Die Abb. 344 zeigt die Kontaktspannung zwischen Beton und Gebirge bei zwei unterschiedlichen Verschiebungsstufen. Bei  $u_2 = -38.4$  mm ist die Kontaktspannung um ein Vielfaches höher als bei  $u_2 = -3.2$  mm. Die konstante Pressung von ca. 1 N/mm<sup>2</sup> ergibt sich aus der Innendruckbelastung.



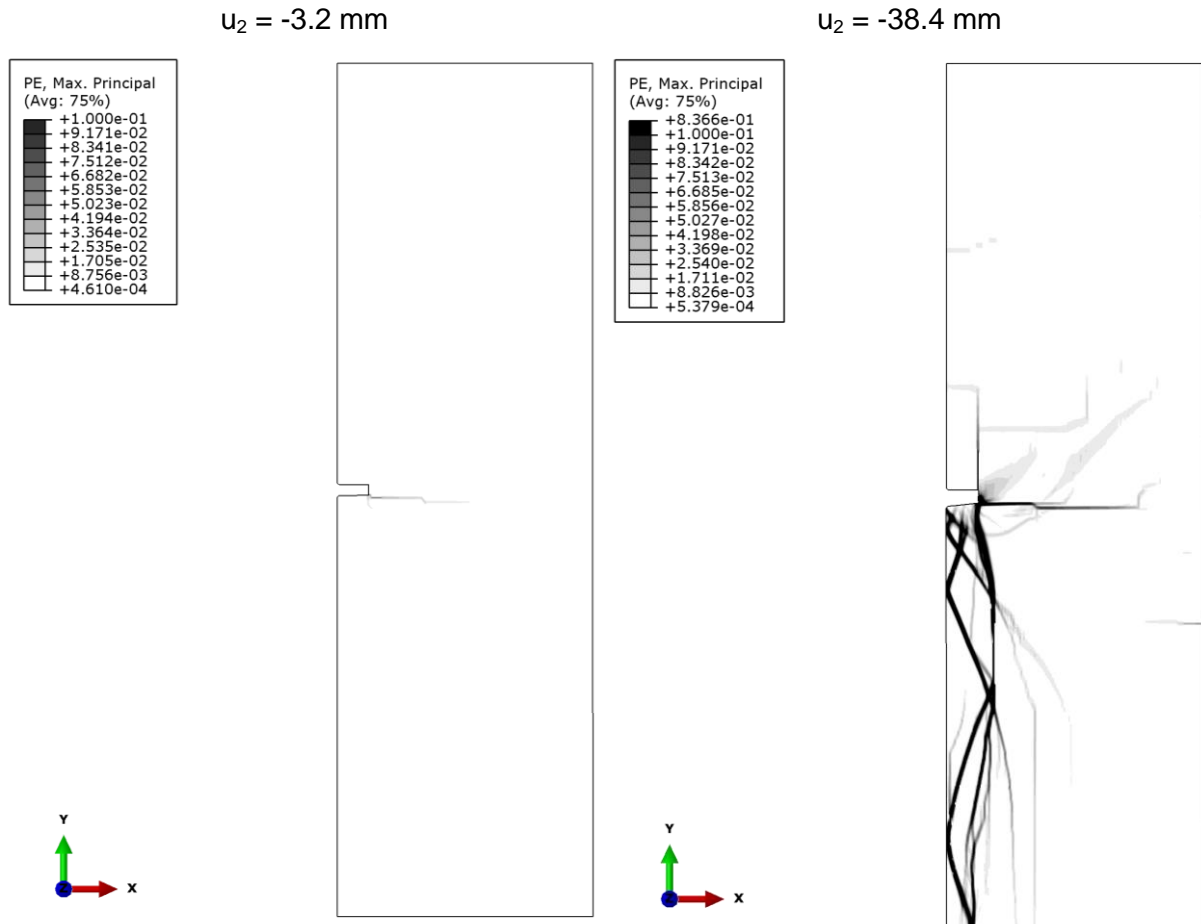
**Abb. 344** Fall 1a, LF3: Kontaktspannung CPRESS zwischen Beton und Gebirge

Die Abb. 345 zeigt die Kontaktspannungen zwischen dem Stahlrohr und dem Betonmantel an der lastzugewandten Seite des Schubringes. Weitere Erläuterungen, die für diese Abbildung ebenso zutreffend sind, sind in der Beschreibung zur Abb. 314 zu finden. Durch den Innendruck liegen durchgehend Kontaktspannungen (Druck) vor.



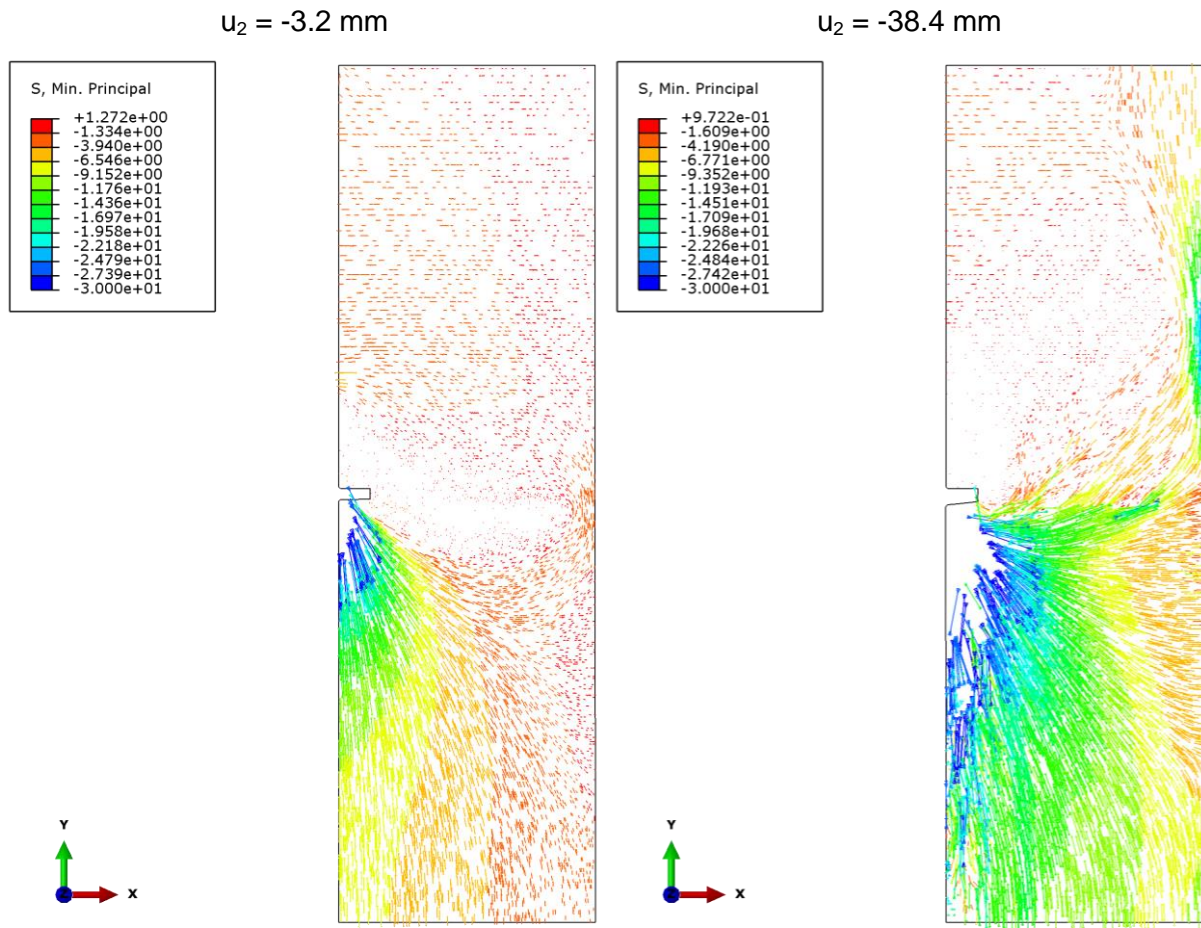
**Abb. 345** Fall 1a, LF3: Kontaktspannung zwischen Stahlrohr und Betonmantel (die Länge  $l_y$  startet am Ende des Schubringes – siehe Abb. 315)

Die maximalen plastischen Hauptdehnungen (indirekte Darstellung der Risse) sind für den Betonkörper in der Abb. 346 für die beiden Verschiebungsstufen ausgegeben. Weitere Erläuterungen, die für diese Abbildung ebenso zutreffend sind, sind in der Beschreibung zur Abb. 316 zu finden.



**Abb. 346** Fall 1a, LF3: Maximale plastische Hauptdehnungen – Darstellung der Risse (links: bei  $u_2 = -3.2 \text{ mm}$ ; rechts: bei  $u_2 = -38.4 \text{ mm}$ )

Die Abb. 347 zeigt die minimalen Hauptspannungen (Druckspannungen) im Betonkörper (Spannungen, die kleiner als  $-30 \text{ N/mm}^2$  sind, wurden ausgeblendet, um eine übersichtlichere Darstellung zu erhalten) bei unterschiedlichen Belastungsstufen. Weitere Erläuterungen, die für diese Abbildung ebenso zutreffend sind, sind in der Beschreibung zur Abb. 317 zu finden. Die horizontal gerichteten Hauptspannungen über dem Schubring entstehen durch die Innendruckbelastung.

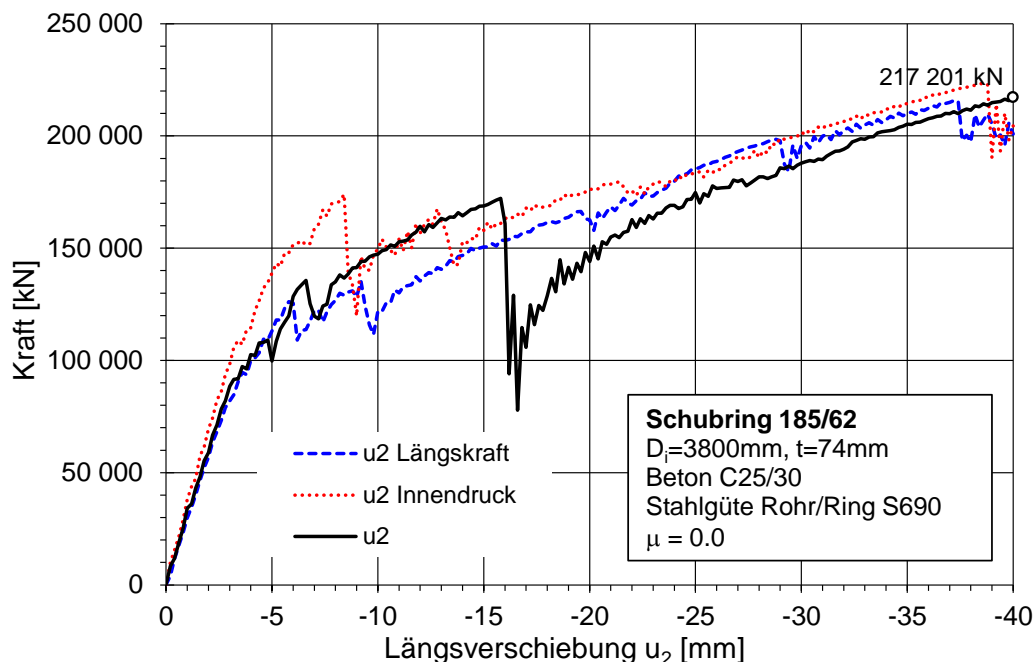


**Abb. 347** Fall 1a, LF3: Minimale Hauptspannungen [ $\text{N/mm}^2$ ] (links: bei  $u_2 = -3.2 \text{ mm}$ ; rechts: bei  $u_2 = -38.4 \text{ mm}$ ) Symboldarstellung

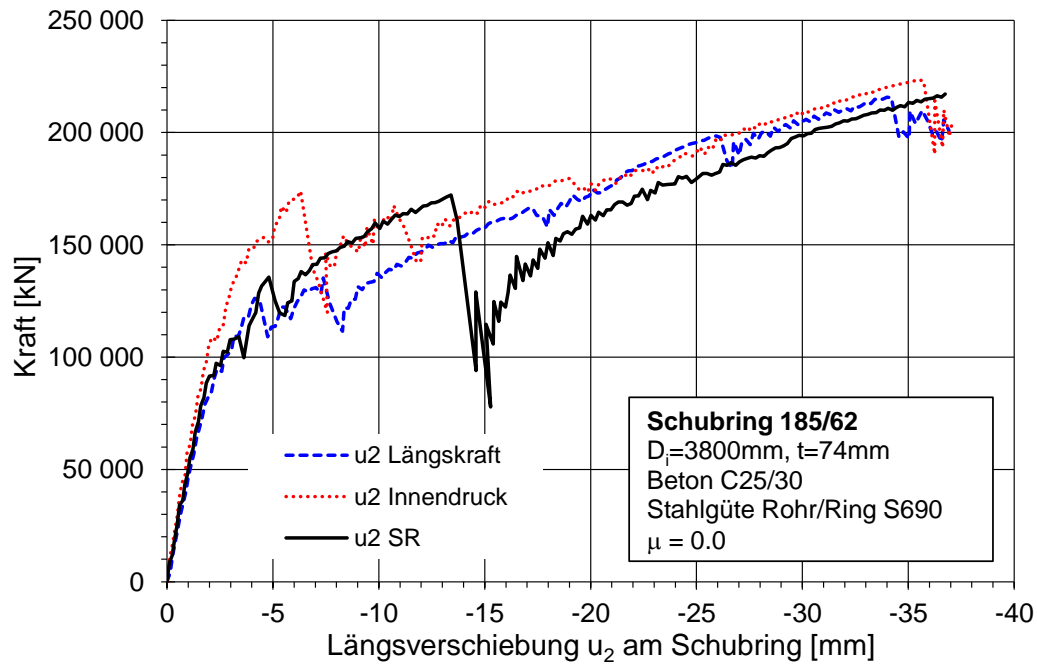
#### 10.4.1.4 Zusammenfassung der 3 Lastfälle für Fall 1a

Zum Vergleich sind die Last-Verschiebekurven aller 3 Lastfälle in den Abb. 348 und Abb. 349 zusammengefasst. Die Abb. 348 zeigt die Kurven in Abhängigkeit der Verschiebung  $u_2$  am Ende des Rohres, die Abb. 349 in Abhängigkeit der Verschiebung  $u_2$  am Schubring.

Der Vergleich macht deutlich, dass die zusätzlichen Einwirkungen, wie Längskraft und Innendruck, einen relativ geringen Einfluss auf die maximale Traglast des Schubringes haben. Die vorgeschaltete Innendruckbelastung wirkt sich zu Beginn sogar positiv auf das Tragverhalten aus (im Gegensatz zur Berechnung eines Festpunktes), da der Beton radial durch die Gebirgsmitwirkung gestützt ist und somit das Umfangszugversagen des Betonmantels verhindert wird. Auf die Spannungen im Stahlrohr hat die Innendruckbelastung ebenfalls positive Auswirkungen: Durch die Abstützung der schrägen Betondruckstreben auf das Stahlrohr entstehen Umfangsdruckspannungen, die teilweise durch die Umfangszugspannungen aus dem Innendruck kompensiert werden (vgl. Abb. 338 und Abb. 339). Dadurch stellt sich ein günstiger Spannungszustand im Rohr ein.



**Abb. 348** Fall 1a: Last-Verschiebekurven aller 3 Lastfälle; Längsverschiebung am Ende des Stahlrohres (schwarz – LF1, reine Längsbeanspruchung, blau – LF2 mit zusätzlicher Längsbeanspruchung, rot – LF3 mit zusätzlichen Innendruck)



**Abb. 349** Fall 1a: Last-Verschiebekurven aller 3 Lastfälle; Längsverschiebung am Schubring (schwarz – LF1, blau – LF2, rot – LF3, s. Abb. 348)

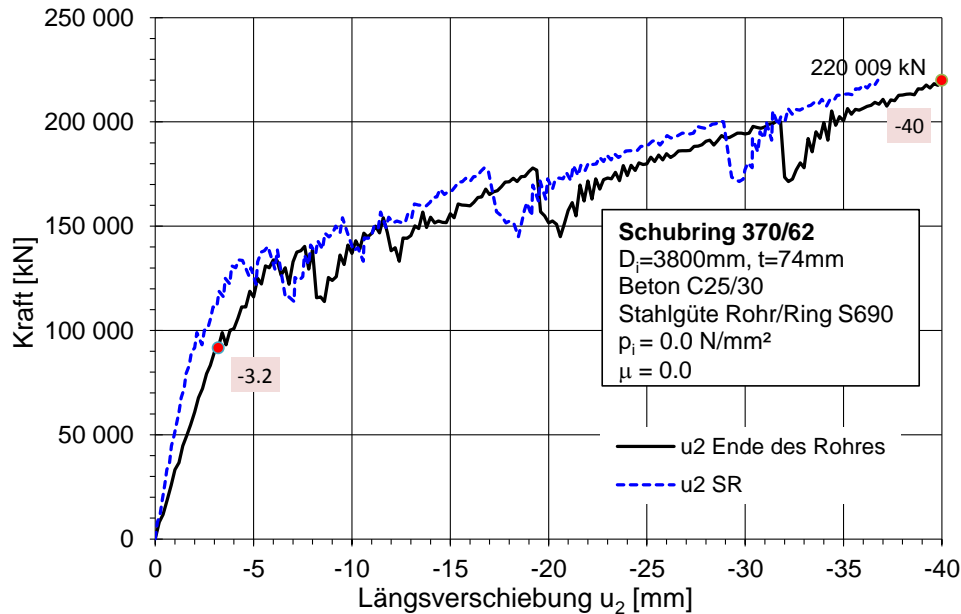


### 10.4.2 Fall 1b: Rohr: $d_i = 3800 \text{ mm}$ , $t = 74 \text{ mm}$ , Schubring 370/62 mm

#### 10.4.2.1 Alleinige Schubringbeanspruchung – LF1

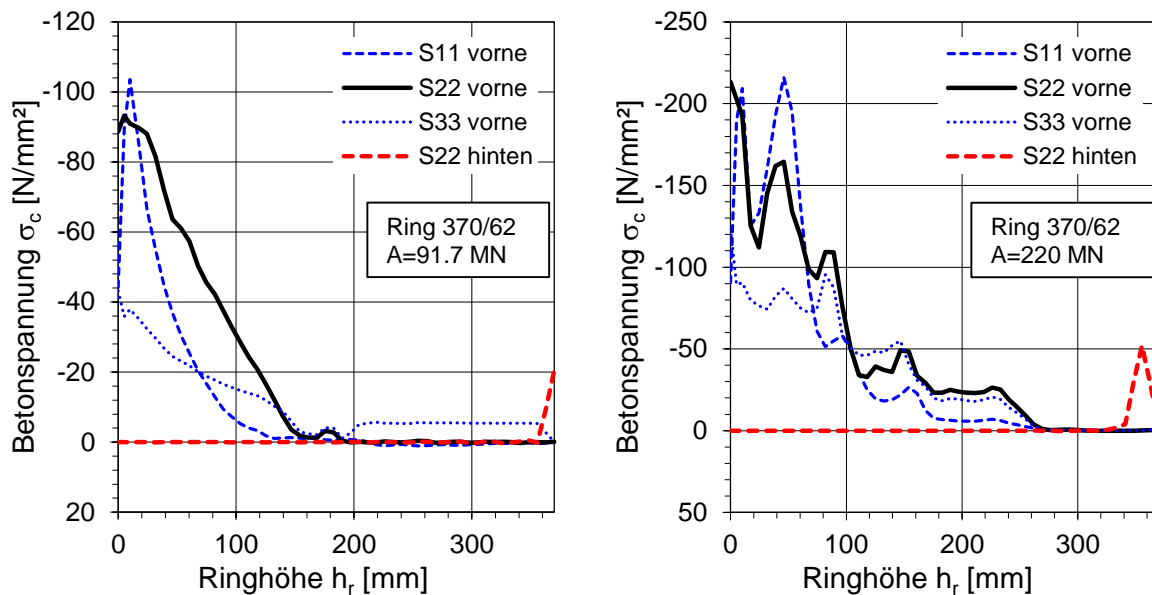
Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden.

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.1. Diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

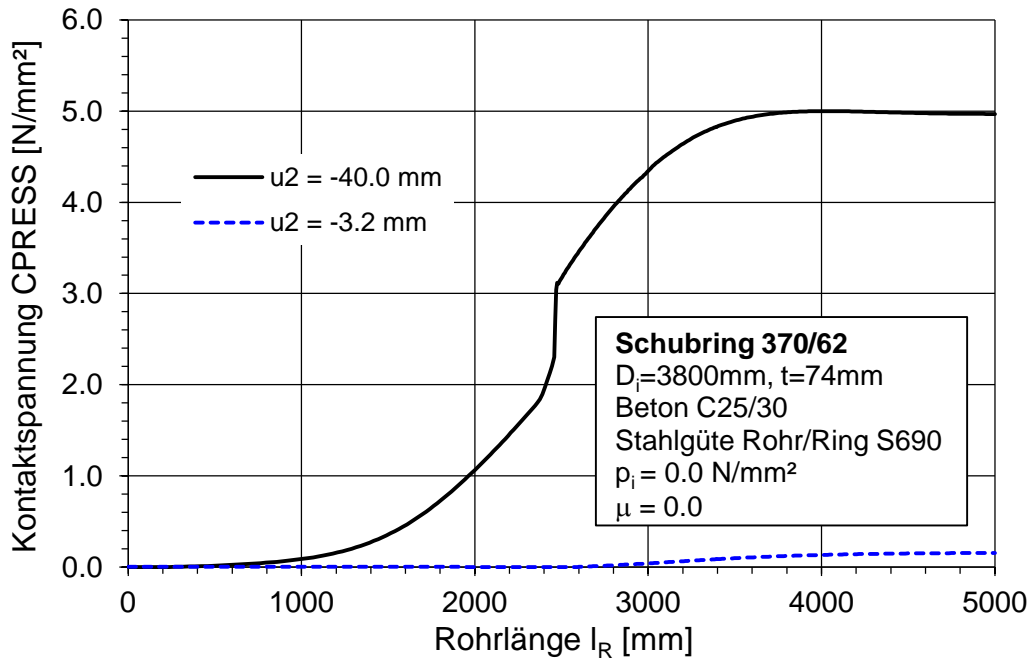


**Abb. 350** Fall 1b, LF1: Ausziehungskraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

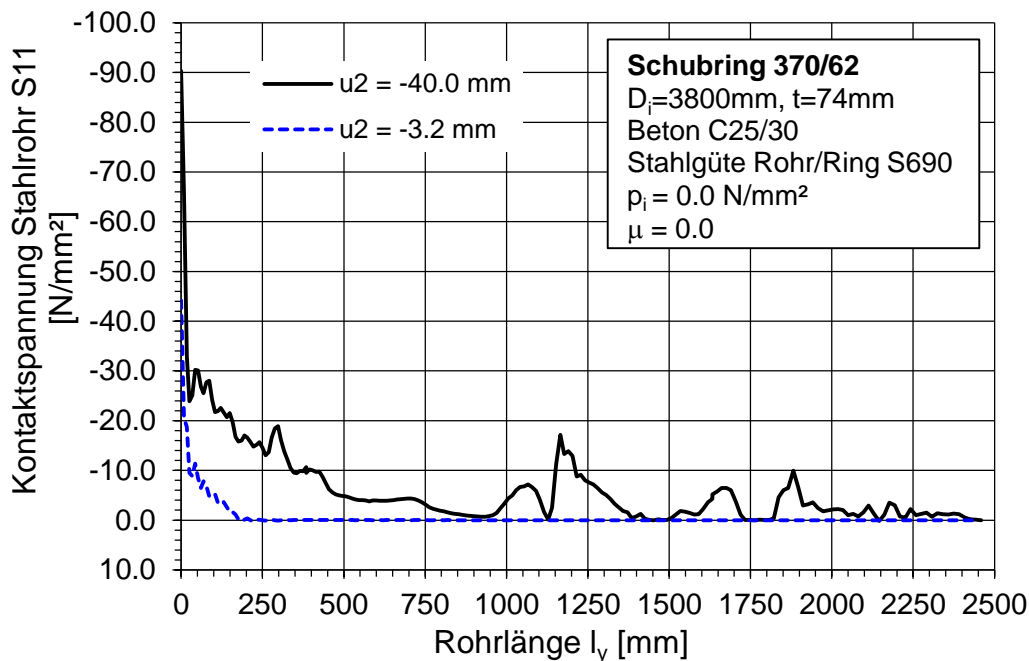
Die Abb. 351 zeigt ergänzend die Betonpressungen (Spannung S22) am Schubring. Bei dieser Schubringgeometrie tritt eine geringe Kontaktspannung auf der lastabgewandten Seite des Schubringes auf (S22 hinten – Rot strichliert), im Gegensatz zum Schubring 185/62, auf.



**Abb. 351** Fall 1b, LF1: Betonpressung an beiden Schubringen; links für  $u_2 = -3.2 \text{ mm}$ ; rechts für  $u_2 = -40.0 \text{ mm}$



**Abb. 352** Fall 1b, LF1: Kontaktspannung CPRESS zwischen Beton und Gebirge

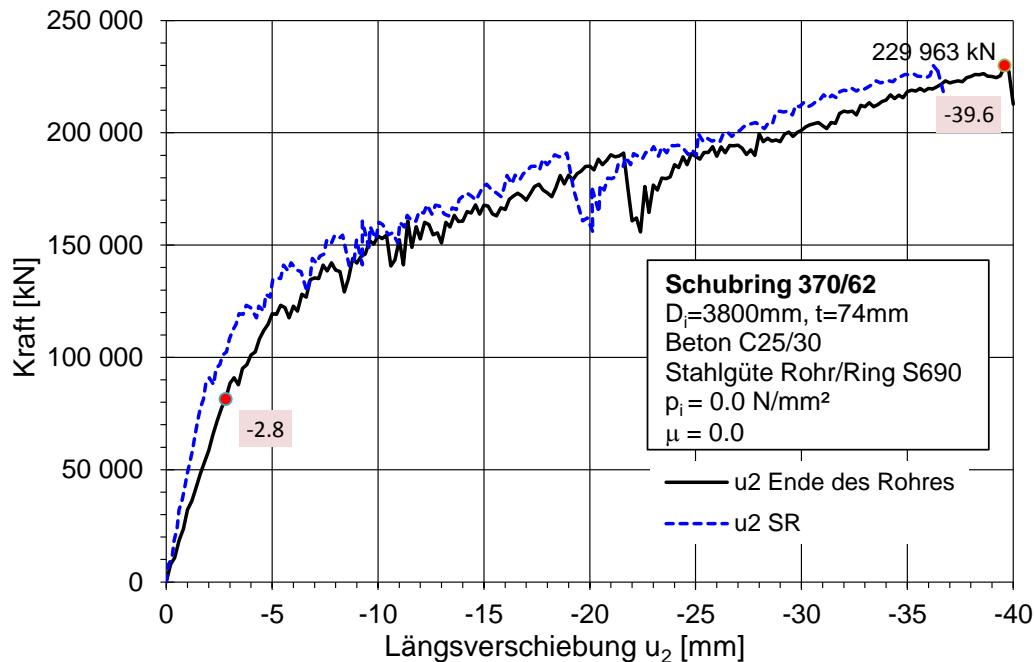


**Abb. 353** Fall 1b, LF1: Kontaktspannung zwischen Stahlrohr und Betonmantel (die Länge  $l_y$  startet am Ende des Schubringes – siehe Abb. 315)

### 10.4.2.2 Fall 1b: zusätzliche Längszugbeanspruchung im Rohr – LF2

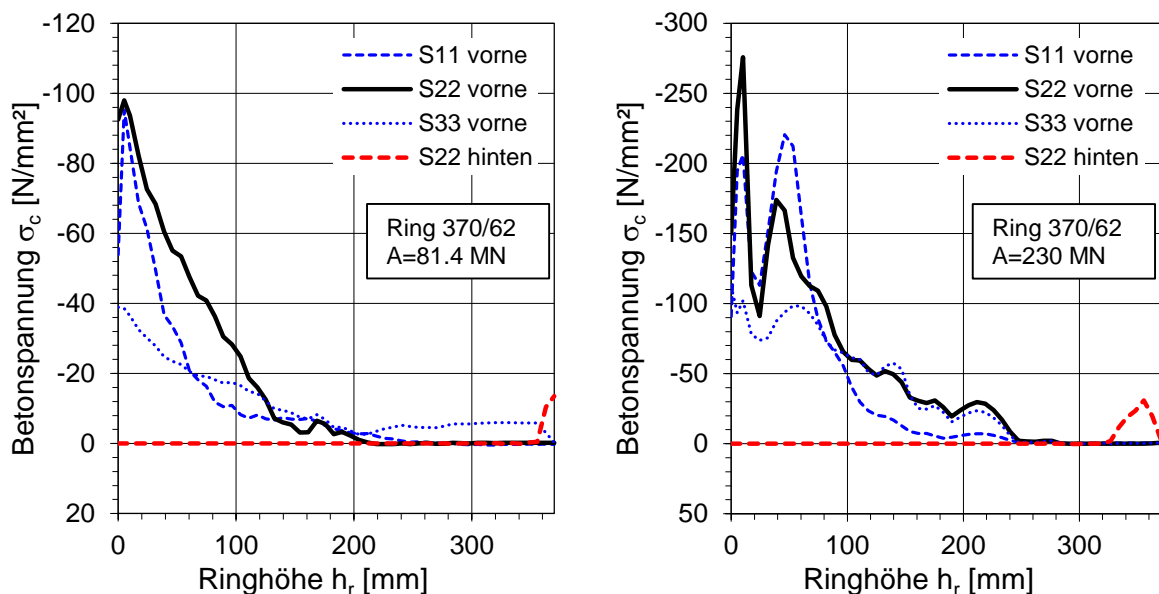
Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden.

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.2. Diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

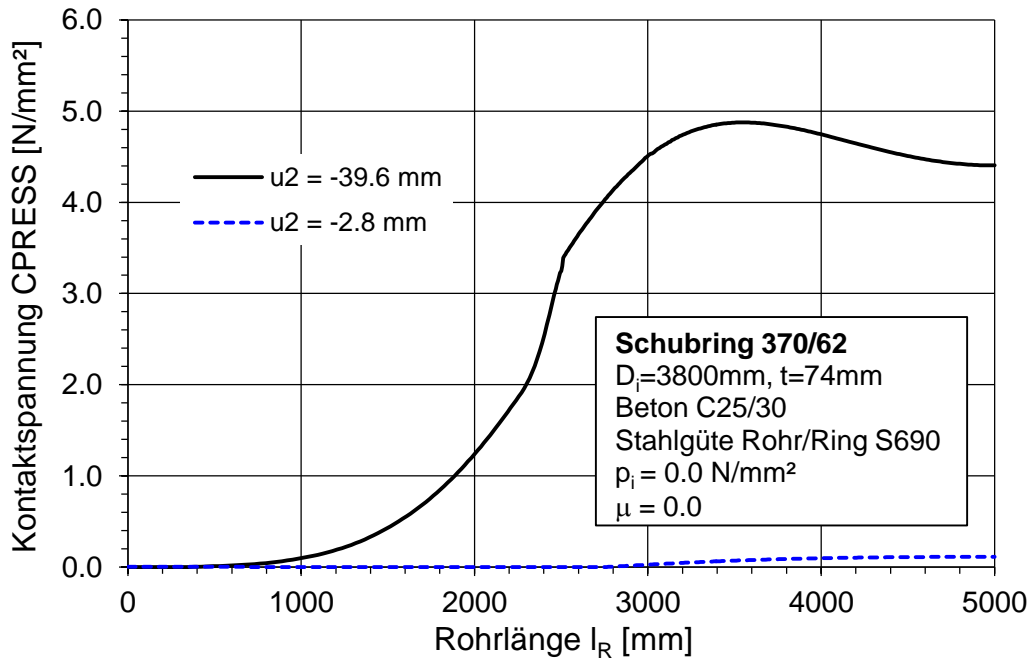


**Abb. 354** Fall 1b, LF2: Ausziehungskraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

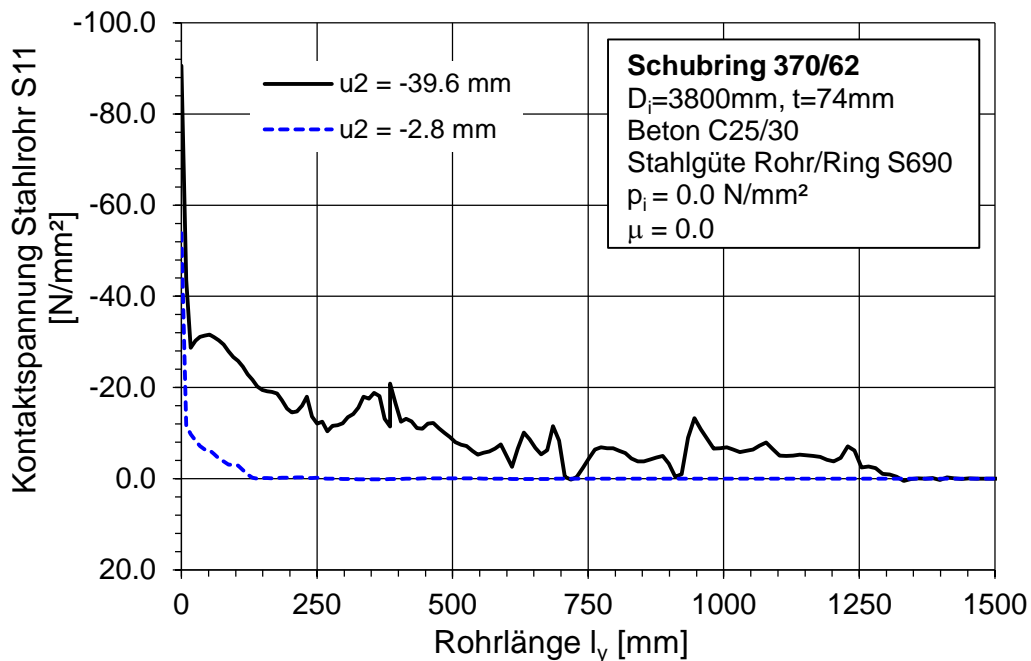
Die Abb. 355 zeigt ergänzend die Betonpressungen (Spannung S22) am Schubring. Bei dieser Schubringgeometrie tritt eine sehr geringe Kontaktspannung auf der lastabgewandten Seite des Schubringes auf (S22 hinten – Rot strichliert), im Gegensatz zum Schubring 185/62, auf.



**Abb. 355** Fall 1b, LF2: Betonpressung an beiden Schubringen; links für  $u_2 = -2.8$  mm; rechts für  $u_2 = -39.6$  mm



**Abb. 356** Fall 1b, LF2: Kontaktspannung CPRESS zwischen Beton und Gebirge

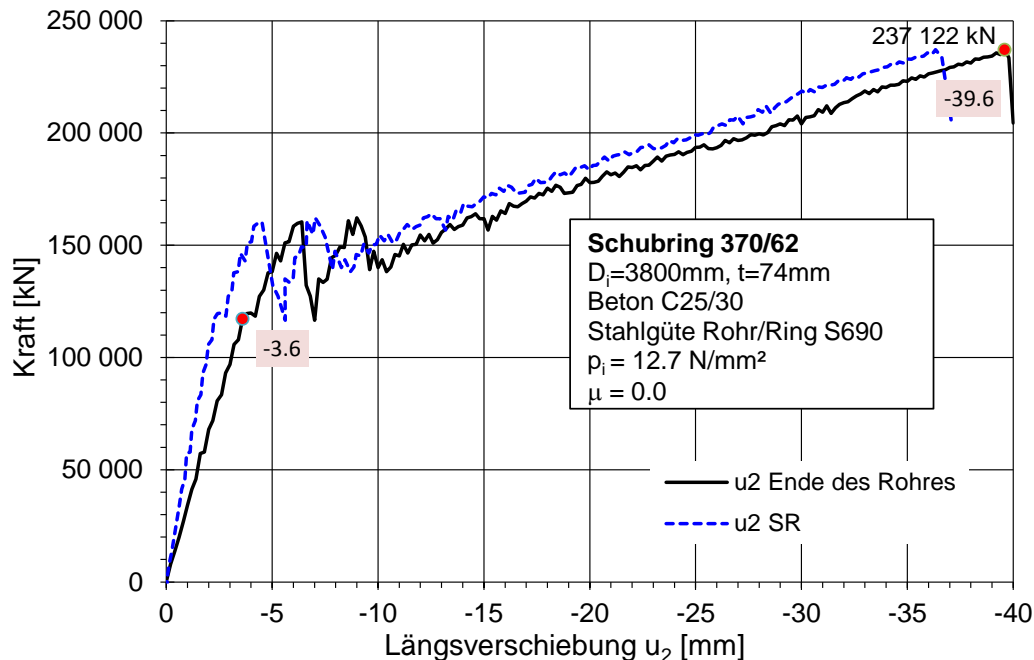


**Abb. 357** Fall 1b, LF2: Kontaktspannung zwischen Stahlrohr und Betonmantel (die Länge  $l_y$  startet am Ende des Schubringes – siehe Abb. 315)

### 10.4.2.3 Fall 1b: zusätzlicher Innendruck – LF3

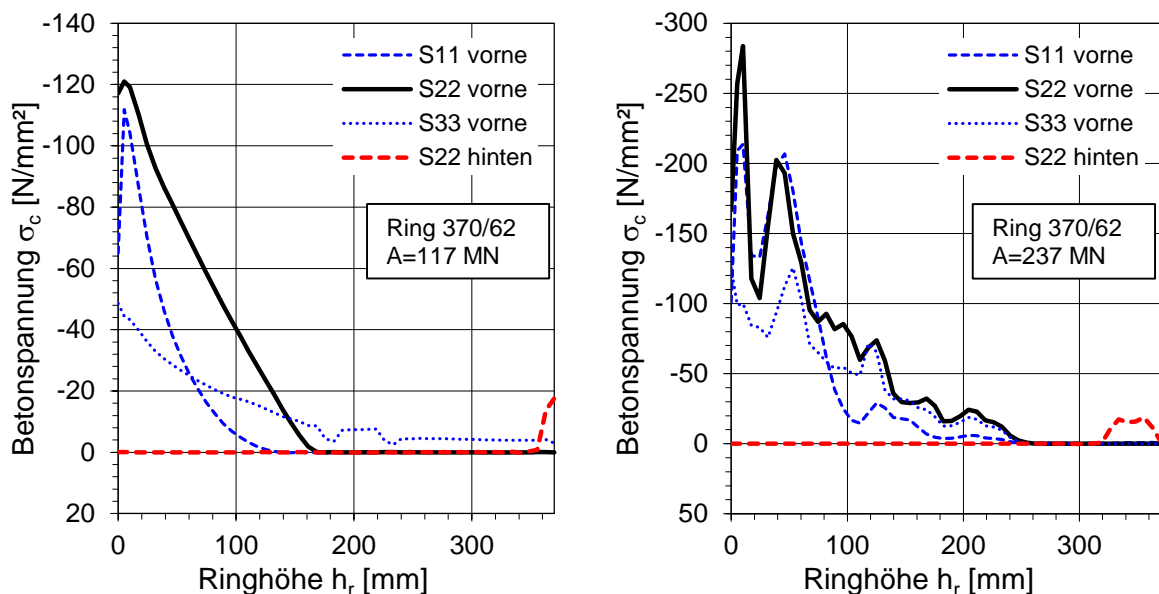
Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden.

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.3. Diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

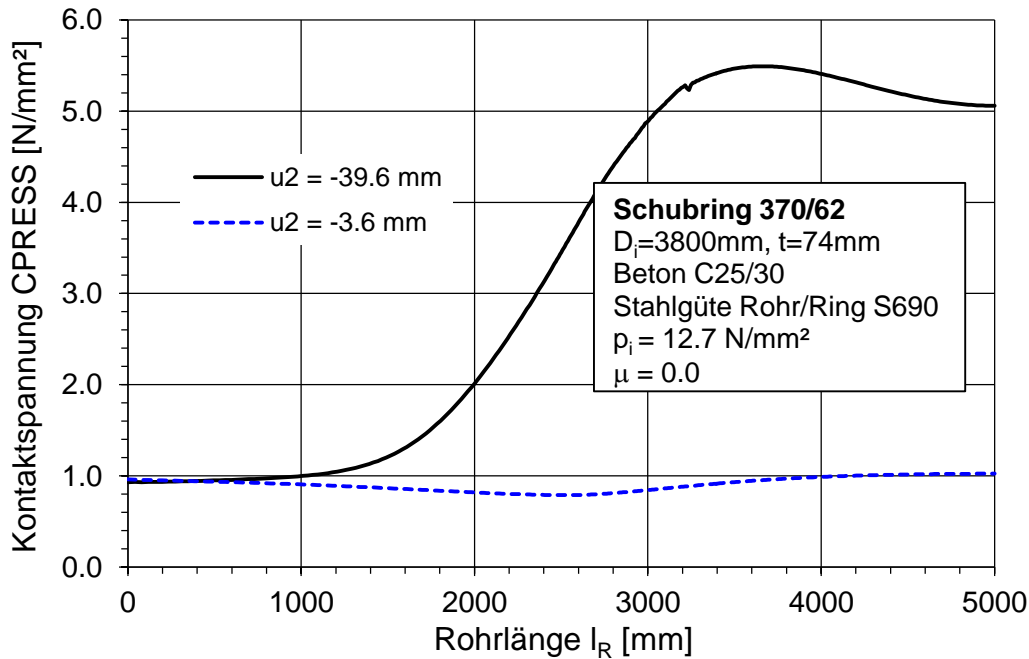


**Abb. 358** Fall 1b, LF3: Ausziehungskraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

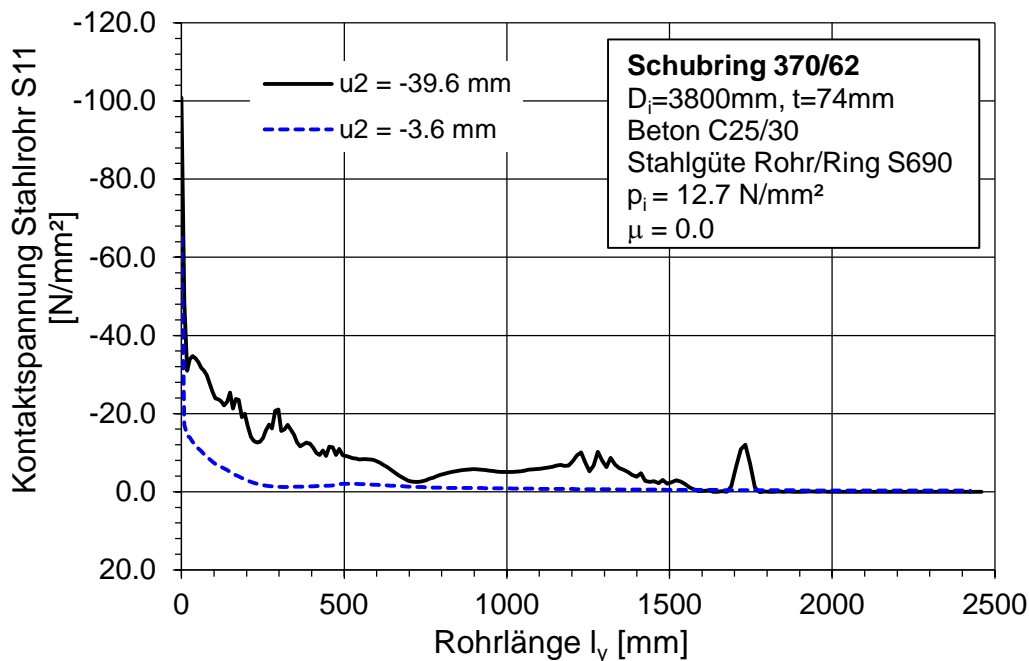
Die Abb. 359 zeigt ergänzend die Betonpressungen (Spannung S22) am Schubring. Bei dieser Schubringgeometrie tritt eine geringe Kontaktspannung auf der lastabgewandten Seite des Schubringes auf (S22 hinten – Rot strichliert), im Gegensatz zum Schubring 185/62, auf.



**Abb. 359** Fall 1b, LF3: Betonpressung an beiden Schubringen; links für  $u_2 = -3.6$  mm; rechts für  $u_2 = -39.6$  mm



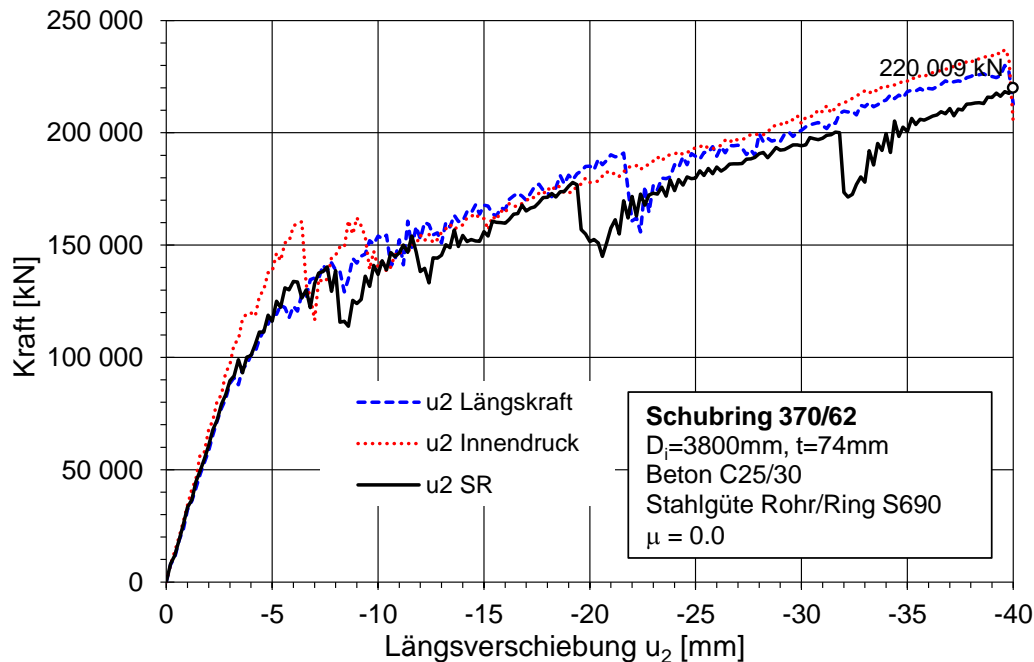
**Abb. 360** Fall 1b, LF3: Kontaktspannung CPRESS zwischen Beton und Gebirge



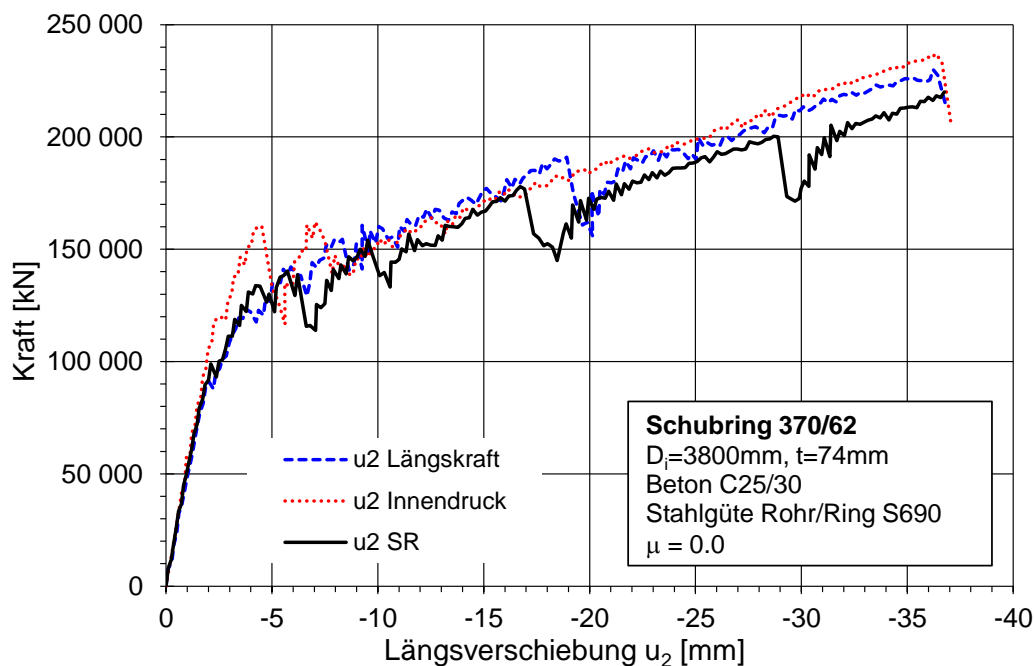
**Abb. 361** Fall 1b, LF3: Kontaktspannung zwischen Stahlrohr und Betonmantel (die Länge  $l_y$  startet am Ende des Schubringes – siehe Abb. 315)

#### 10.4.2.4 Zusammenfassung der 3 Lastfälle für Fall 1b

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.4. Diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.



**Abb. 362** Fall 1b: Last-Verschiebekurven aller 3 Lastfälle; Längsverschiebung am Ende des Stahlrohres (schwarz – LF1, blau – LF2, rot – LF3, s. Abb. 348)



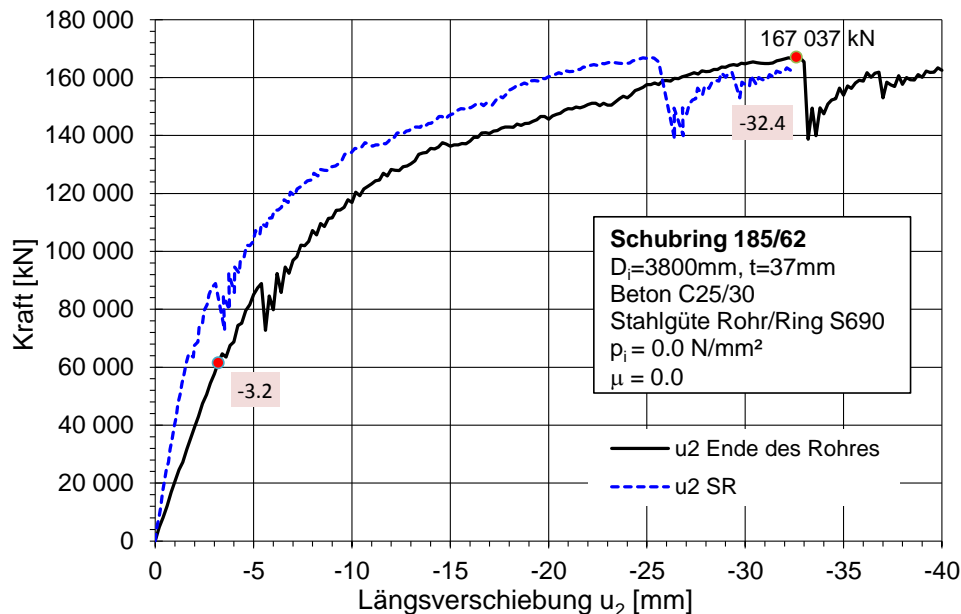
**Abb. 363** Fall 1b: Last-Verschiebekurven aller 3 Lastfälle; Längsverschiebung am Schubring (schwarz – LF1, blau – LF2, rot – LF3, s. Abb. 348)

### 10.4.3 Fall 2a: Rohr: $d_i = 3800 \text{ mm}$ , $t = 37 \text{ mm}$ , Schubring 185/62 mm

#### 10.4.3.1 Alleinige Schubringbelastung – LF1

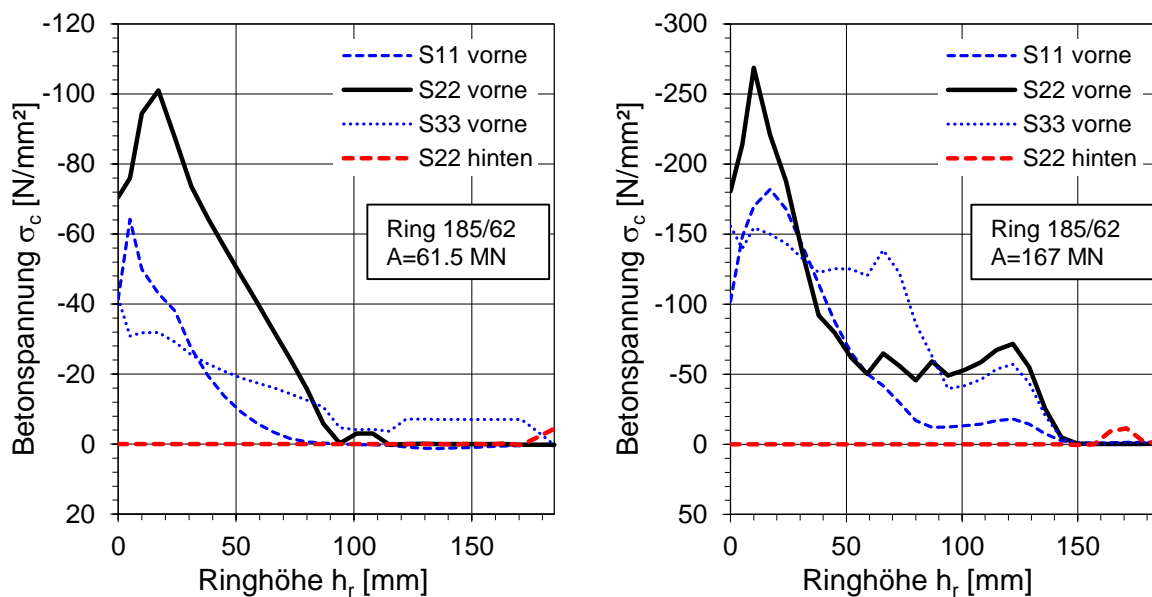
Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden.

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.1. Diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.



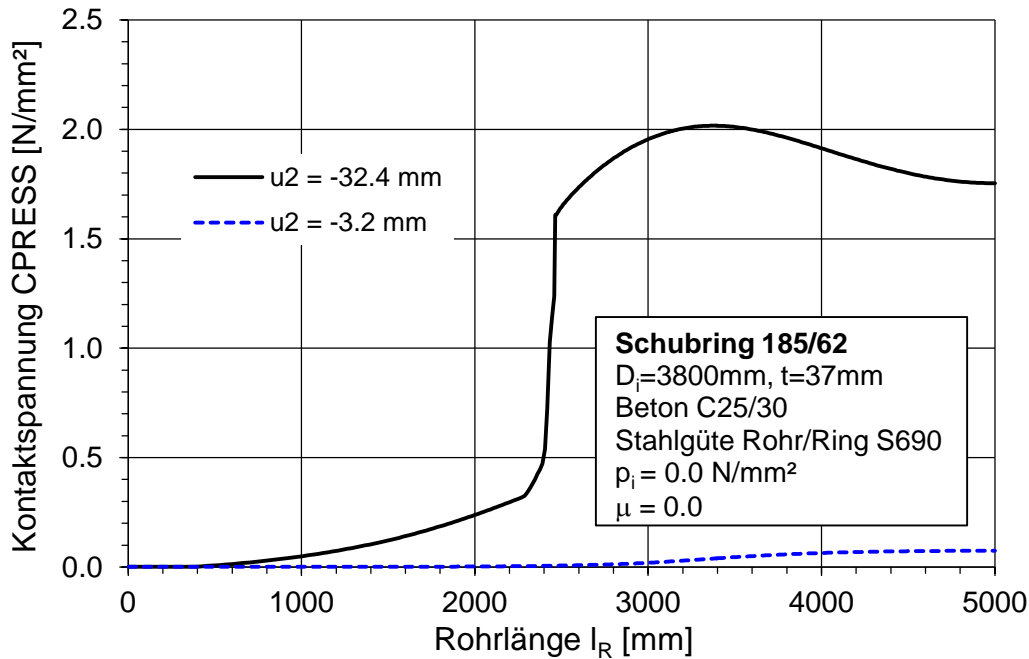
**Abb. 364** Fall 2a, LF1: Ausziehungskraft  $A$  in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

Die Abb. 365 zeigt ergänzend die Betonpressungen (Spannung  $S_{22}$ ) am Schubring. Bei dieser Schubringgeometrie 185/62 tritt, im Gegensatz zum dicken Rohr ( $t = 74 \text{ mm}$ ), eine geringe Kontaktspannung auf der lastabgewandten Seite des Schubringes auf ( $S_{22}$  hinten – Rot strichliert).

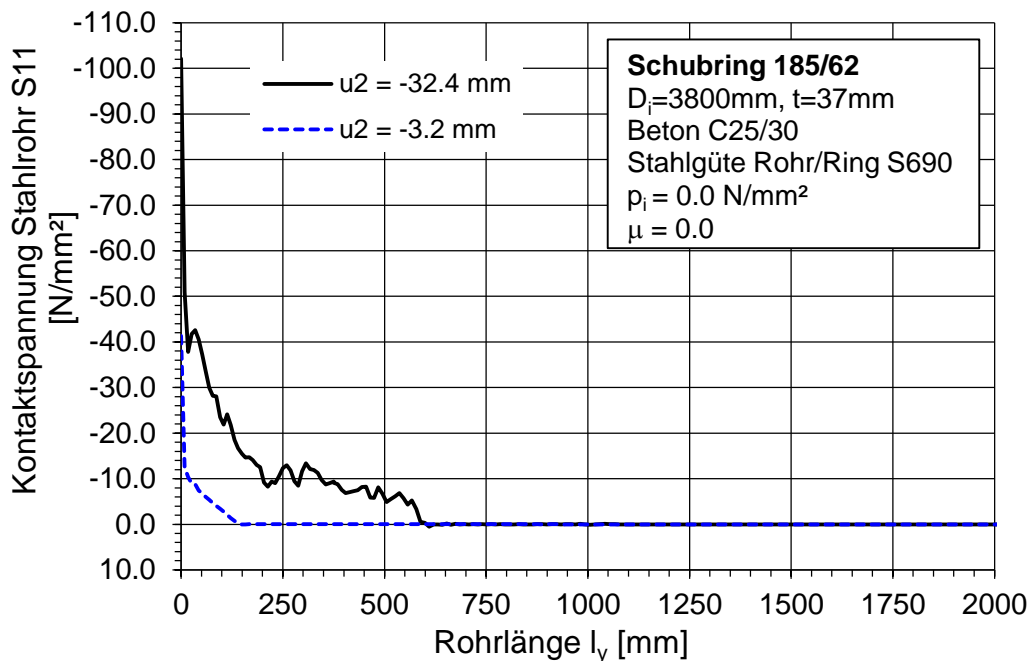


**Abb. 365** Fall 2a, LF1: Betonpressung an beiden Schubringen; links für  $u_2 = -3.2 \text{ mm}$ ; rechts für  $u_2 = -32.4 \text{ mm}$





**Abb. 366** Fall 2a, LF1: Kontaktspannung CPRESS zwischen Beton und Gebirge



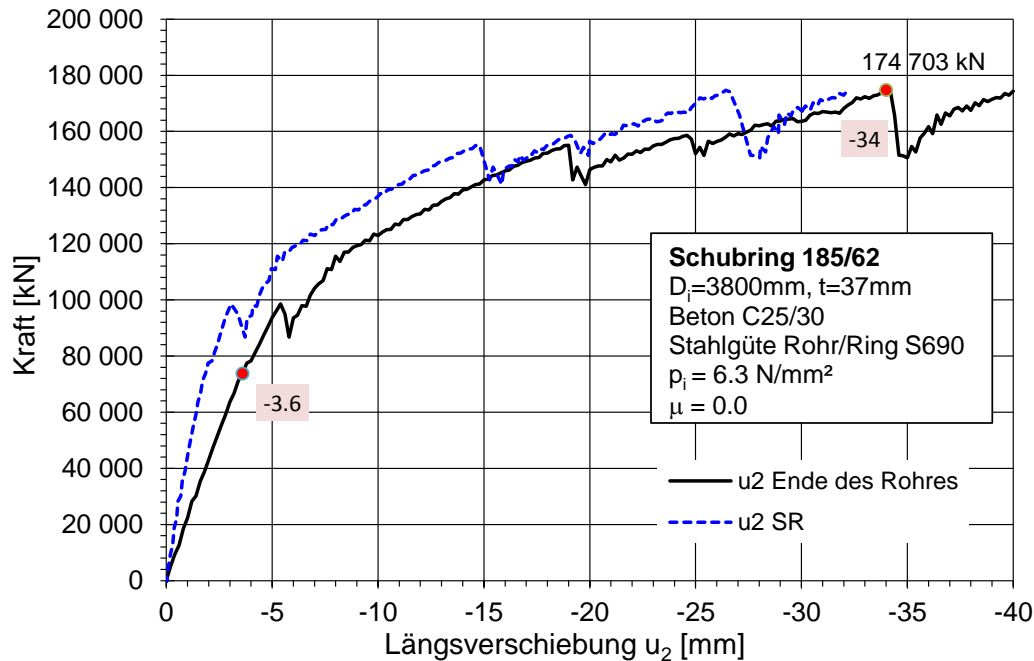
**Abb. 367** Fall 2a, LF1: Kontaktspannung zwischen Stahlrohr und Betonmantel (die Länge  $l_y$  startet am Ende des Schubringes – siehe Abb. 315)

### 10.4.3.2 Fall 2a: Zusätzlicher Innendruck – LF3

Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden.

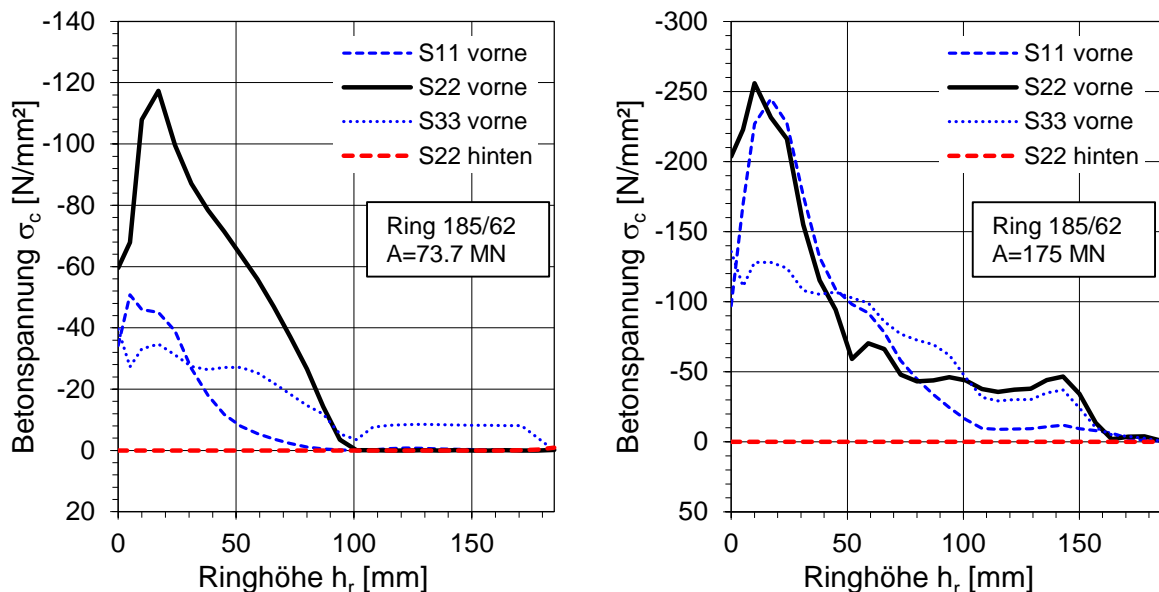
Anm.: Bei dem dünnen Stahlrohr ( $t = 37 \text{ mm}$ ) ist der LF2 nicht notwendig, da die Längsspannungen  $\sigma_x$  aus der Schubringbelastung bereits größer als  $0.5 \cdot f_y$  sind.

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.3 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

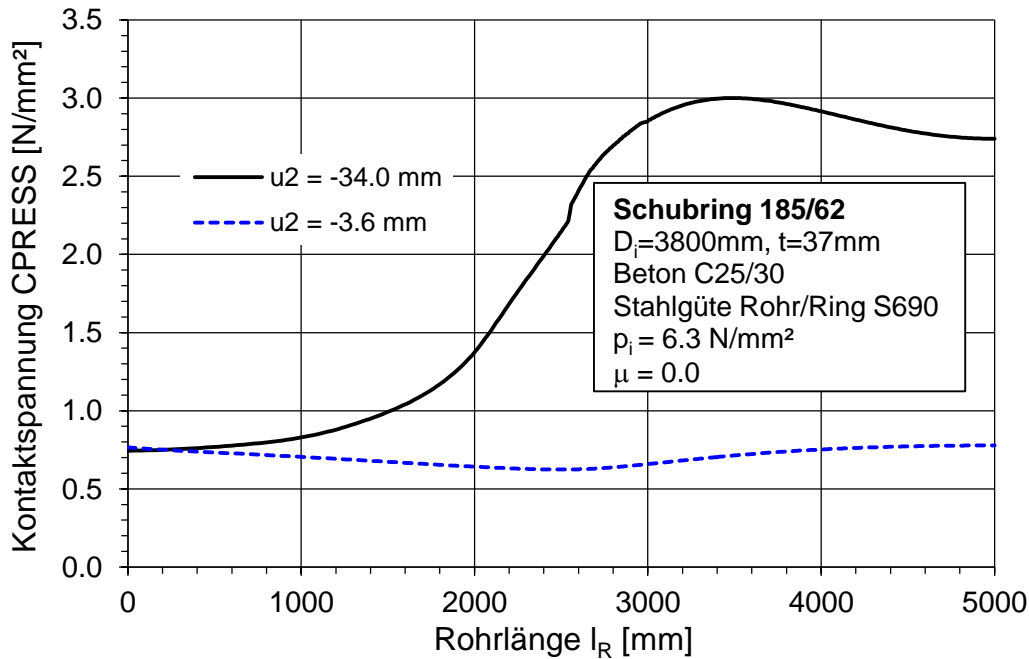


**Abb. 368** Fall 2a, LF3: Ausziehungskraft  $A$  in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

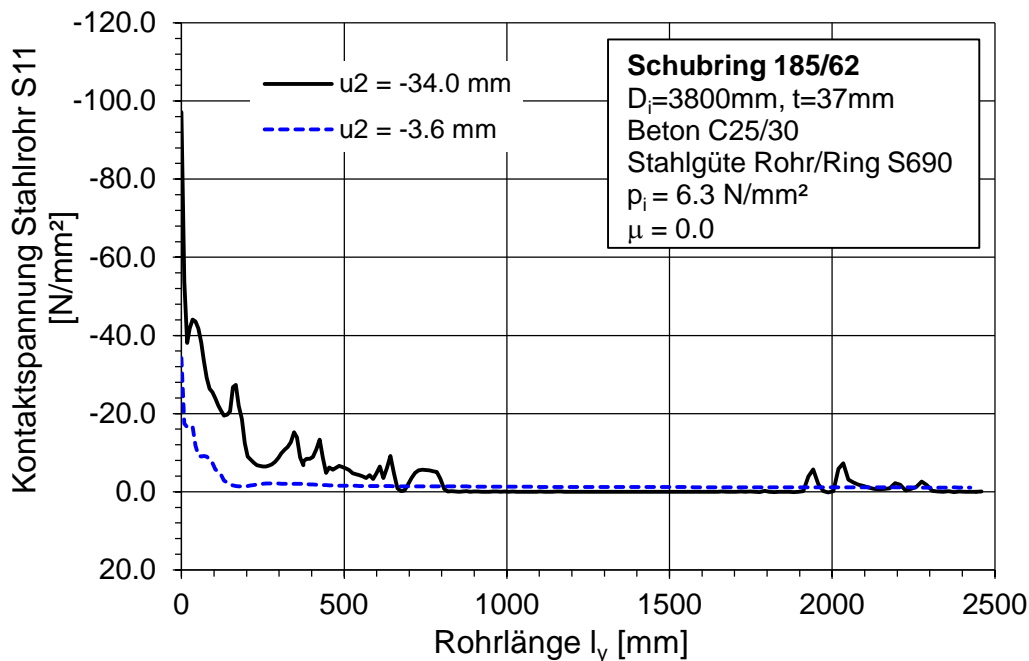
Die Abb. 369 zeigt ergänzend die Betonpressungen (Spannung S22) am Schubring. Bei dieser Schubringgeometrie und diesem Lastfall tritt keine Kontaktspannung auf der lastabgewandten Seite des Schubringes auf (S22 hinten – Rot strichliert).



**Abb. 369** Fall 2a, LF3: Betonpressung an beiden Schubringen; links für  $u_2 = -3.6 \text{ mm}$ ; rechts für  $u_2 = -34.0 \text{ mm}$



**Abb. 370** Fall 2a, LF3: Kontaktspannung CPRESS zwischen Beton und Gebirge

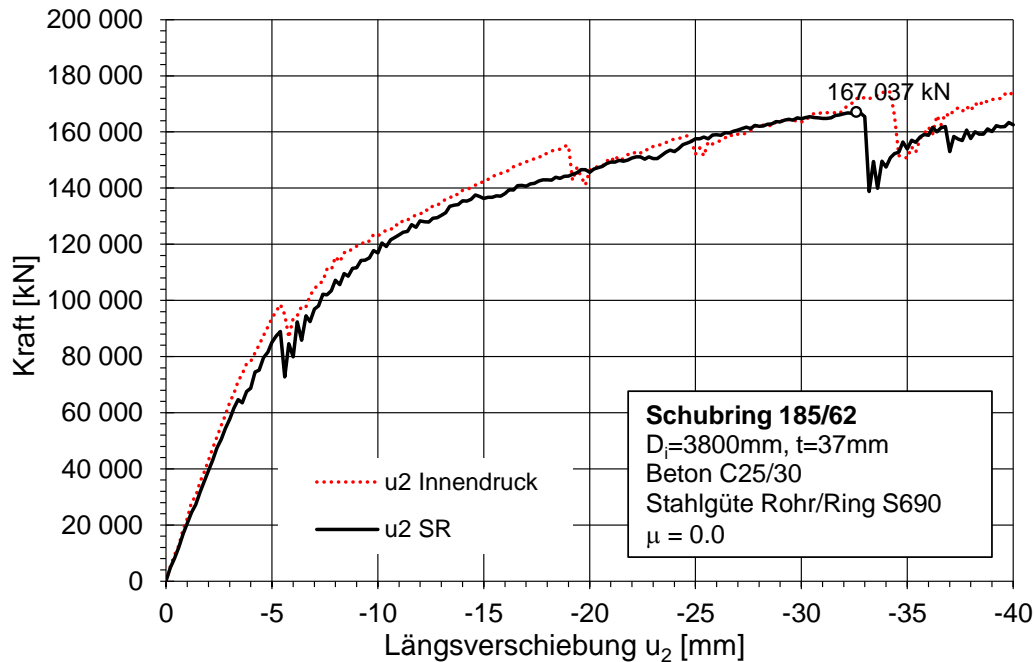


**Abb. 371** Fall 2a, LF3: Kontaktspannung zwischen Stahlrohr und Betonmantel (die Länge  $l_y$  startet am Ende des Schubringes – siehe Abb. 315)

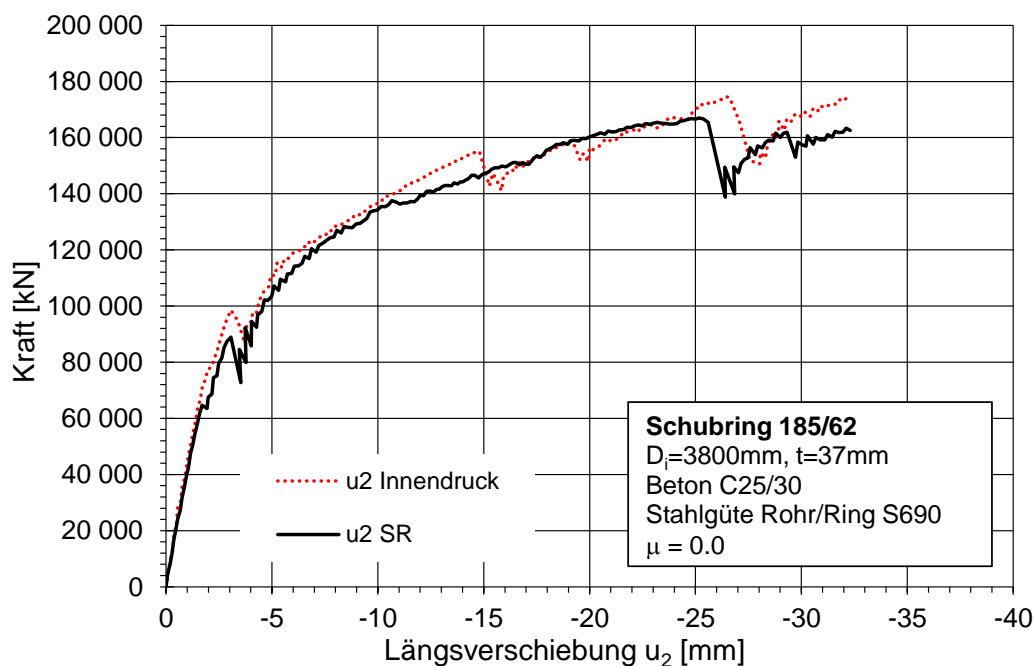
### 10.4.3.3 Zusammenfassung der 2 Lastfälle für Fall 2a

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.4 und diese werden hier nicht extra aufgeführt.

Anm.: Bei dem dünnen Stahlrohr ( $t = 37 \text{ mm}$ ) ist der LF2 nicht notwendig, da die Längsspannungen  $\sigma_x$  aus der Schubringbelastung bereits größer als  $0.5 \cdot f_y$  sind (vgl. Kapitel 10.1).



**Abb. 372** Fall 2a: Last-Verschiebekurven der beiden Lastfälle; Längsverschiebung am Ende des Stahlrohres (schwarz – LF1, rot – LF3, s. Abb. 348)



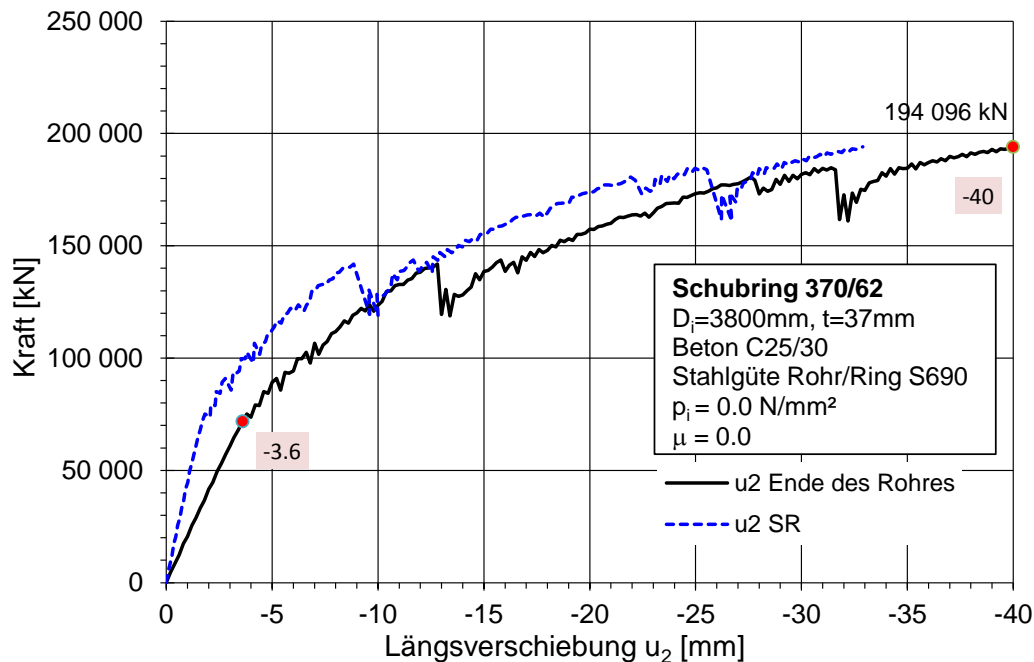
**Abb. 373** Fall 2a: Last-Verschiebekurven der beiden Lastfälle; Längsverschiebung am Schubring (schwarz – LF1, rot – LF3, s. Abb. 348)

### 10.4.4 Fall 2b: Rohr: $d_i = 3800 \text{ mm}$ , $t = 37 \text{ mm}$ , Schubring 370/62 mm

#### 10.4.4.1 Alleinige Schubringbelastung – LF1

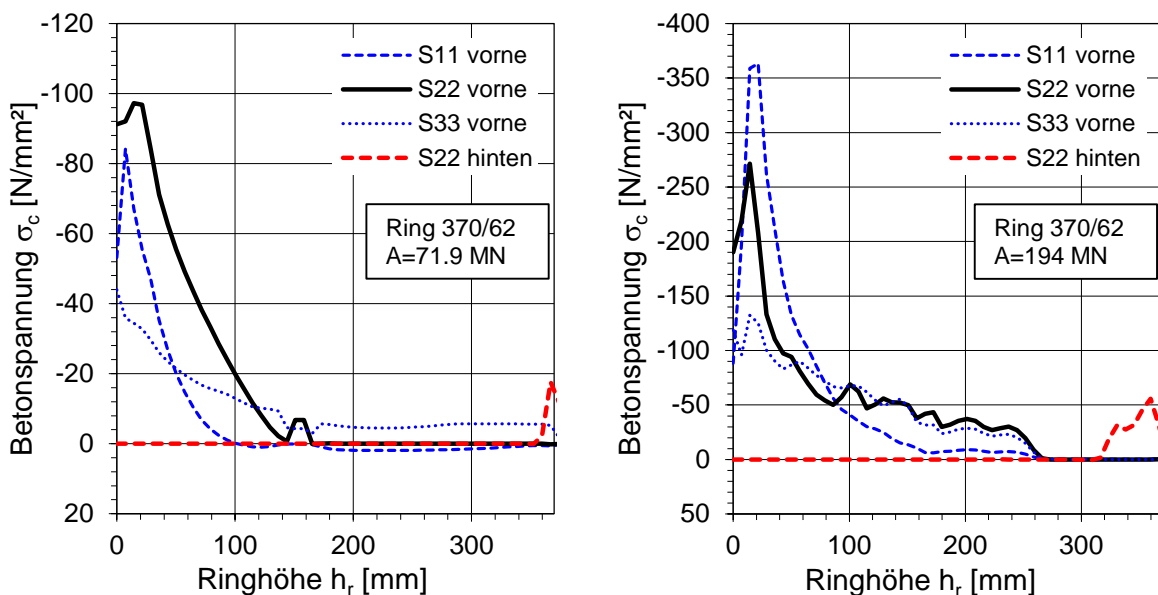
Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden.

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.1 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.



**Abb. 374** Fall 2b, LF1: Ausziehungskraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

Die Abb. 375 zeigt ergänzend die Betonpressungen (Spannung S22) am Schubring. Bei dieser Schubringgeometrie 370/62 tritt eine geringe Kontaktspannung auf der lastabgewandten Seite des Schubringes auf (S22 hinten – Rot strichliert).



**Abb. 375** Fall 2b, LF1: Betonpressung an beiden Schubringen; links für  $u_2 = -3.6 \text{ mm}$ ; rechts für  $u_2 = -40.0 \text{ mm}$

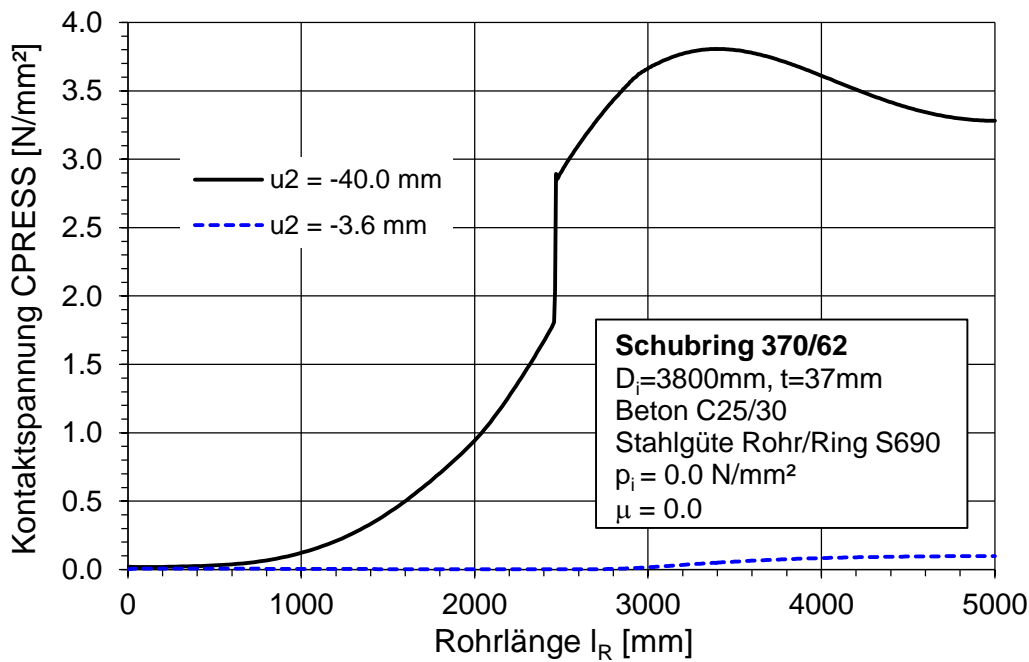


Abb. 376 Fall 2b, LF1: Kontaktspannung CPRESS zwischen Beton und Gebirge

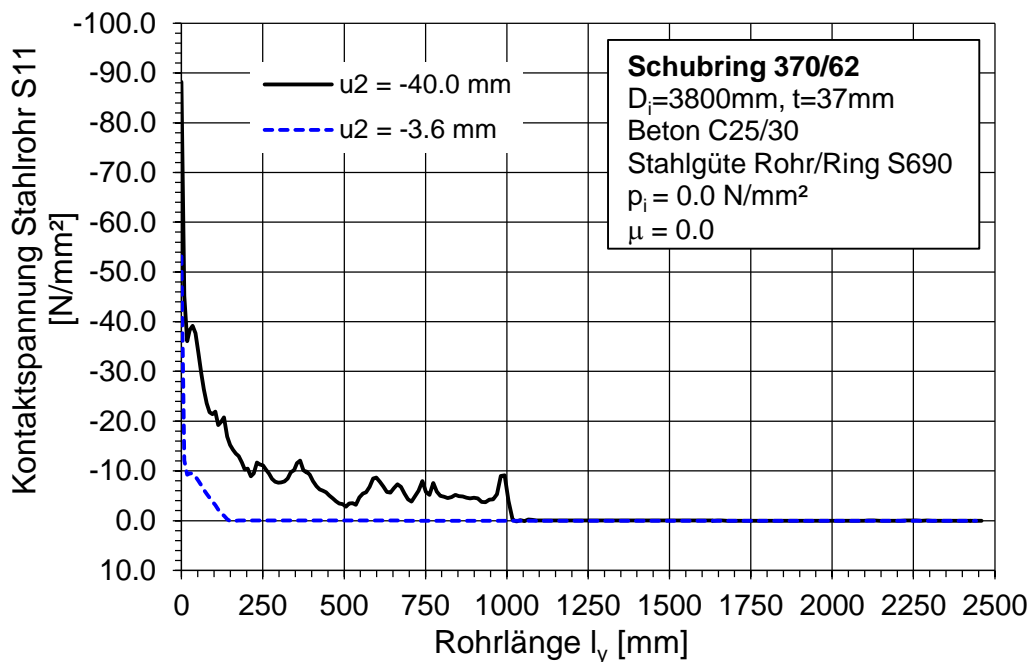


Abb. 377 Fall 2b, LF1: Kontaktspannung zwischen Stahlrohr und Betonmantel (die Länge  $l_y$  startet am Ende des Schubringes – siehe Abb. 315)

10.4.4.2 Fall 2b: Zusätzlicher Innendruck – LF3

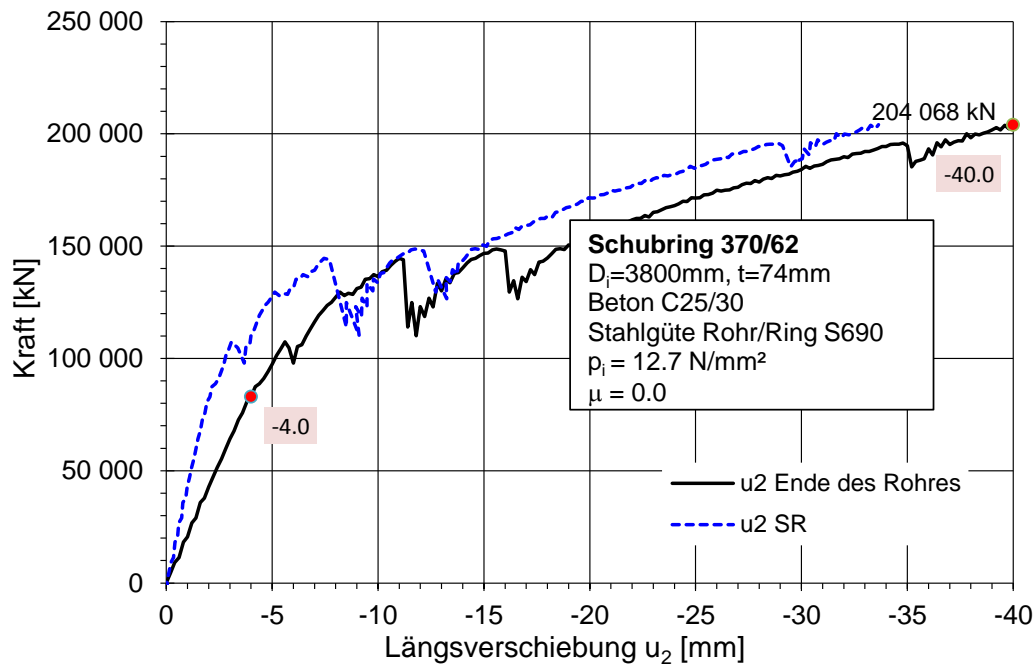


Abb. 378 Fall 2b, LF3: Ausziehungskraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

Die Abb. 379 zeigt ergänzend die Betonpressungen (Spannung S22) am Schubring. Bei dieser Schubringgeometrie und diesem Lastfall tritt eine geringe Kontaktspannung auf der lastabgewandten Seite des Schubringes auf (S22 hinten – Rot strichliert).

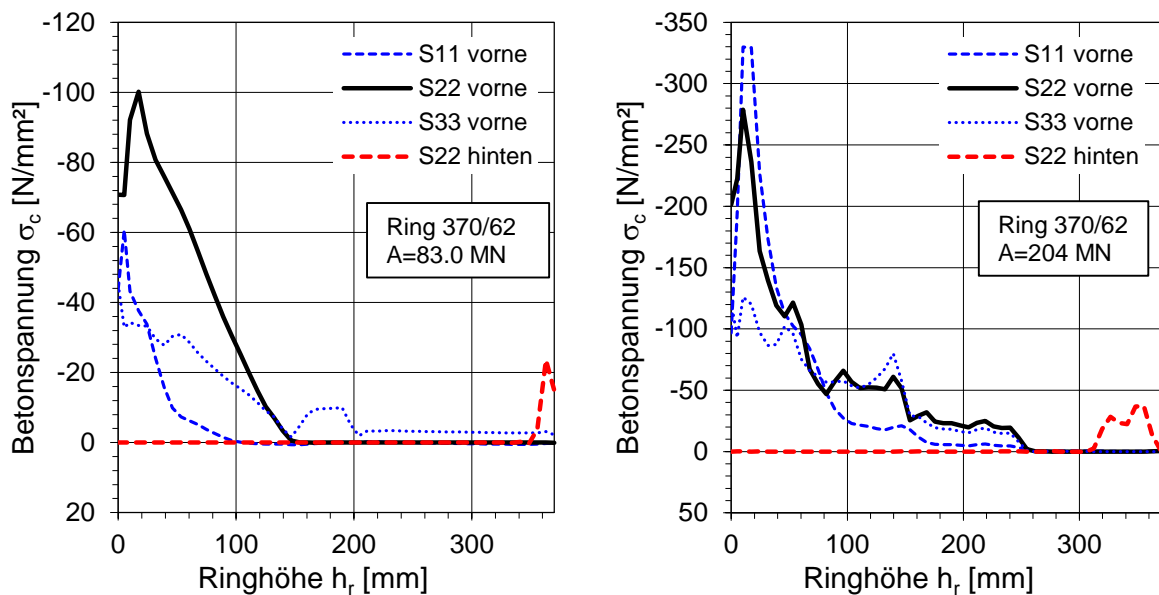
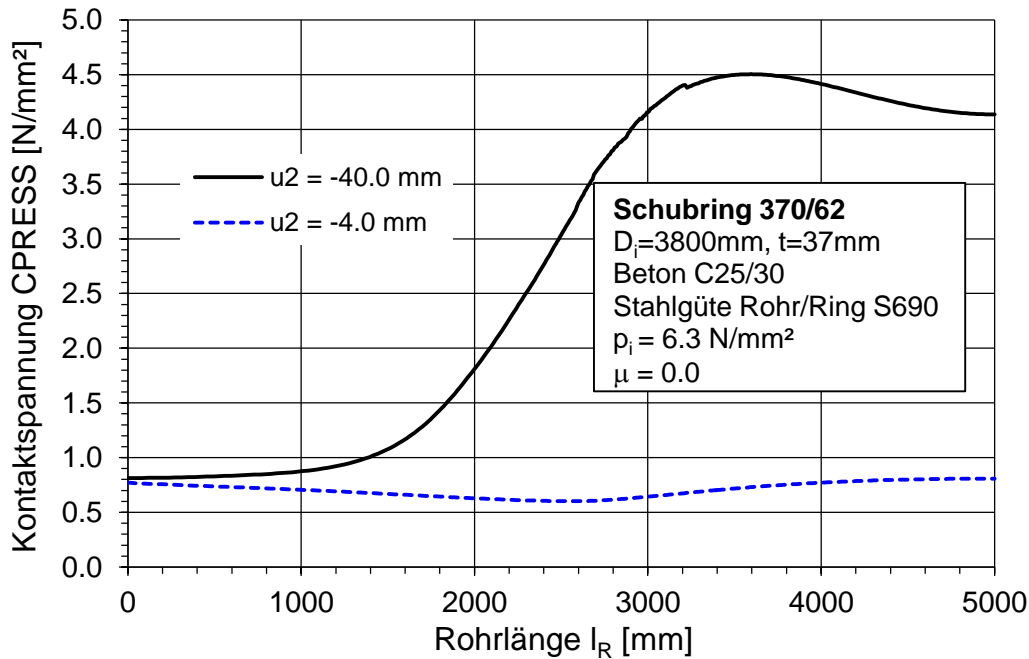
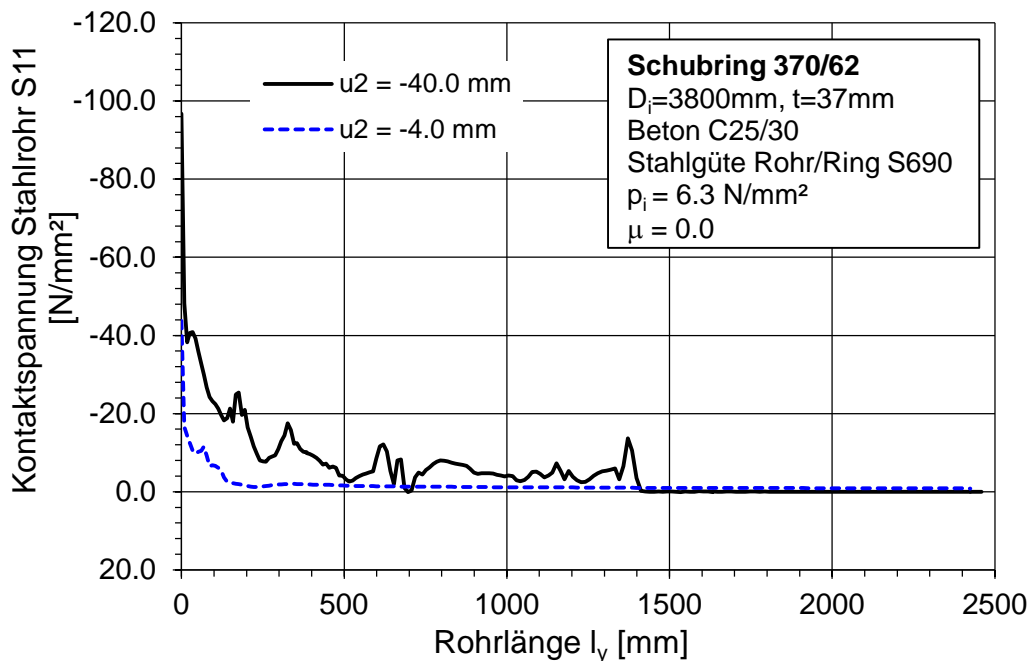


Abb. 379 Fall 2b, LF3: Betonpressung an beiden Schubringen; links für  $u_2 = -4.0$  mm; rechts für  $u_2 = -40.0$  mm



**Abb. 380** Fall 2b, LF3: Kontaktspannung CPRESS zwischen Beton und Gebirge



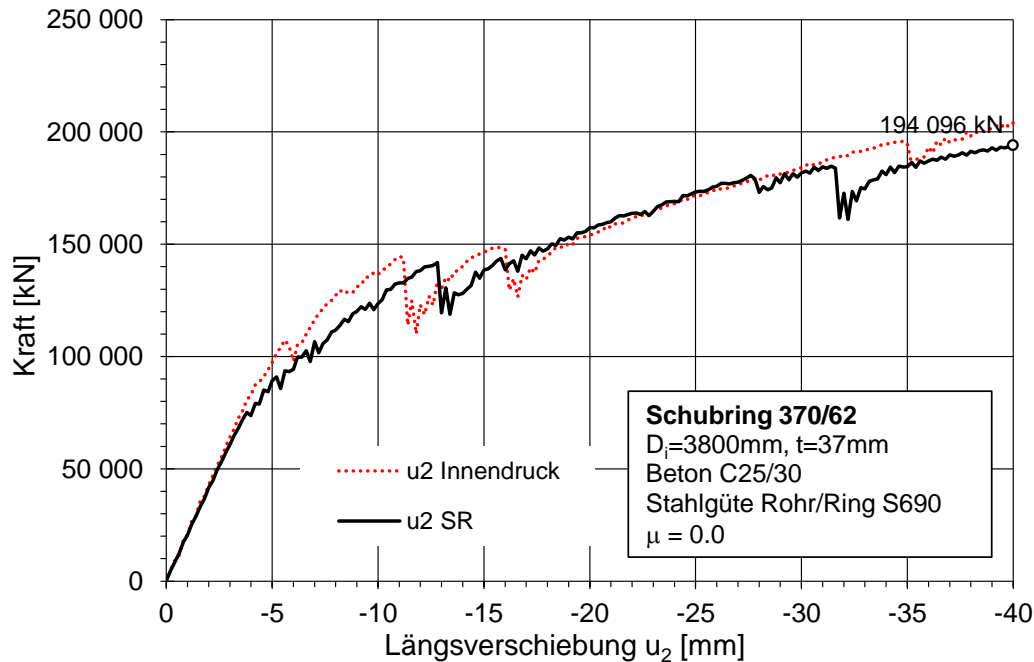
**Abb. 381** Fall 2b, LF3: Kontaktspannung zwischen Stahlrohr und Betonmantel (die Länge  $l_y$  startet am Ende des Schubringes – siehe Abb. 315)



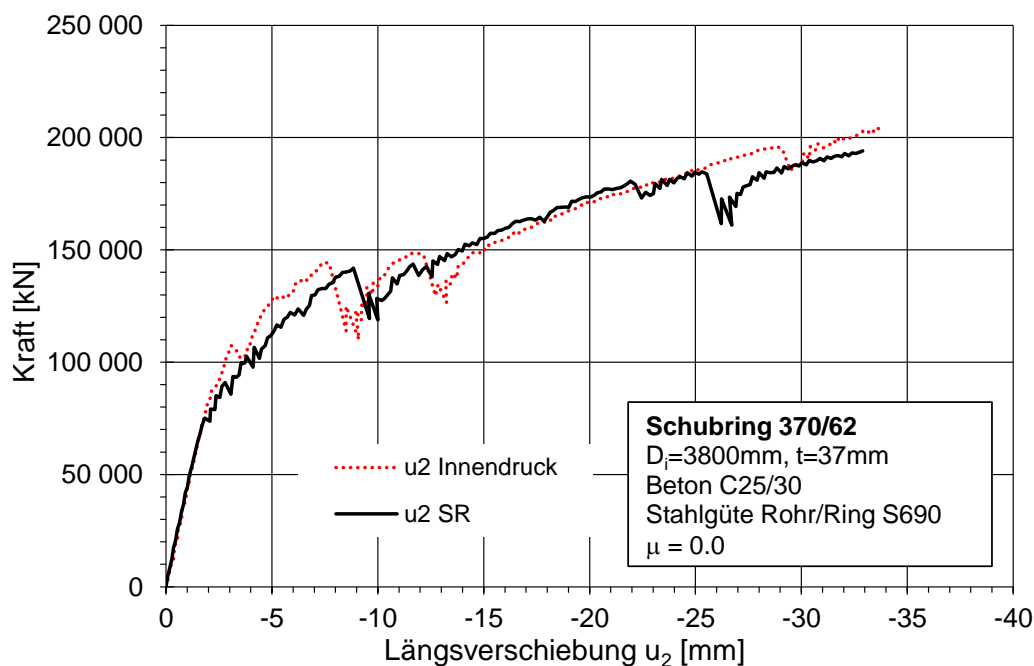
### 10.4.4.3 Zusammenfassung der 2 Lastfälle für Fall 2b

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.4 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

Anm.: Bei dem dünnen Stahlrohr ( $t = 37 \text{ mm}$ ) ist der LF2 nicht notwendig, da die Längsspannungen  $\sigma_x$  aus der Schubringbelastung bereits größer als  $0.5 \cdot f_y$  sind (vgl. Kapitel 10.1).



**Abb. 382** Fall 2b: Last-Verschiebekurven der beiden Lastfälle; Längsverschiebung am Ende des Stahlrohres (schwarz – LF1, rot – LF3, s. Abb. 348)



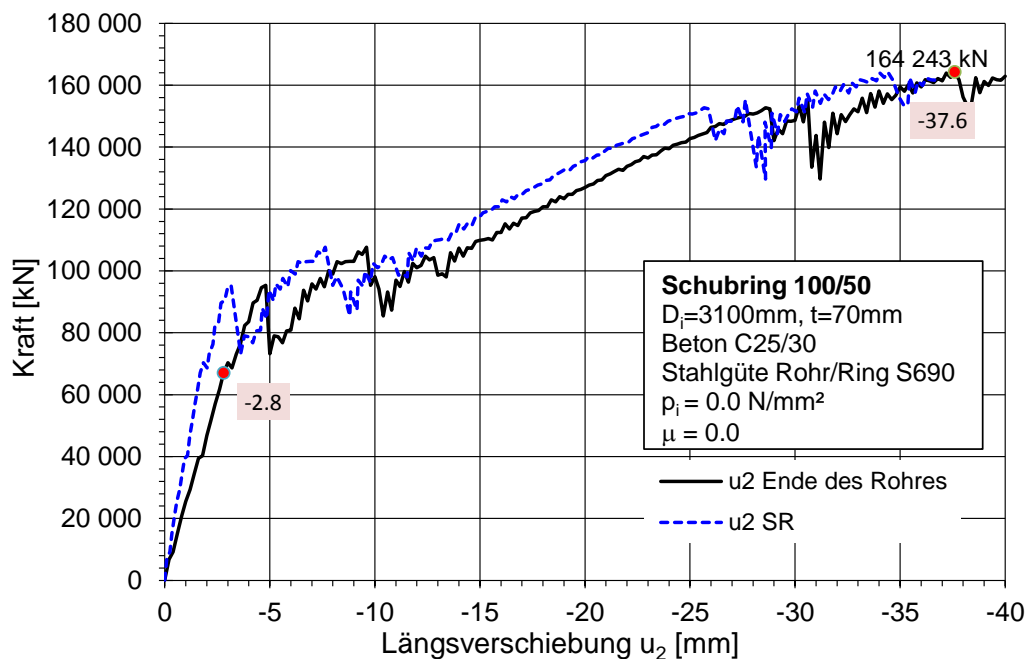
**Abb. 383** Fall 2b: Last-Verschiebekurven der beiden Lastfälle; Längsverschiebung am Schubring (schwarz – LF1, rot – LF3, s. Abb. 348)

### 10.4.5 Fall 3a: Rohr: $d_i = 3100 \text{ mm}$ , $t = 70 \text{ mm}$ , Schubring 100/50 mm

#### 10.4.5.1 Alleinige Schubringbelastung – LF1

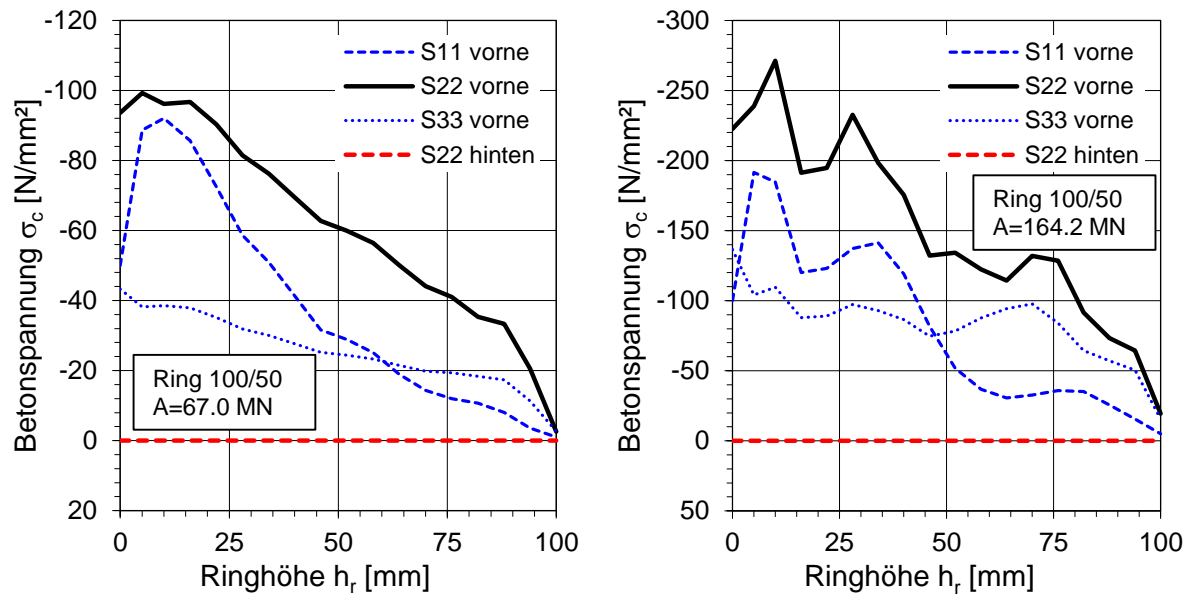
Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden. Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.1 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

Anm.: Die Ergebnisse sind nicht mehr so ausführlich dokumentiert, wie in den vorherigen Kapiteln, da sich bei diesen Abmessungen von Rohr und Schubring ein ganz ähnliches Trag- und Verformungsverhalten, wie in den vorherigen Kapiteln für die Fälle 1 und 2 dargestellt, zeigt. Die wichtigsten Ergebnisse, wie die Last-Verschiebekurve und die Pressungsverteilungen sind jedoch ausgegeben.



**Abb. 384** Fall 3a, LF1: Ausziehungskraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

Die Abb. 385 zeigt ergänzend die Betonpressungen (Spannung S22) am Schubring. Bei dieser Schubringgeometrie tritt keine Kontaktspannung auf der lastabgewandten Seite des Schubringes auf (S22 hinten – Rot strichliert) auf.

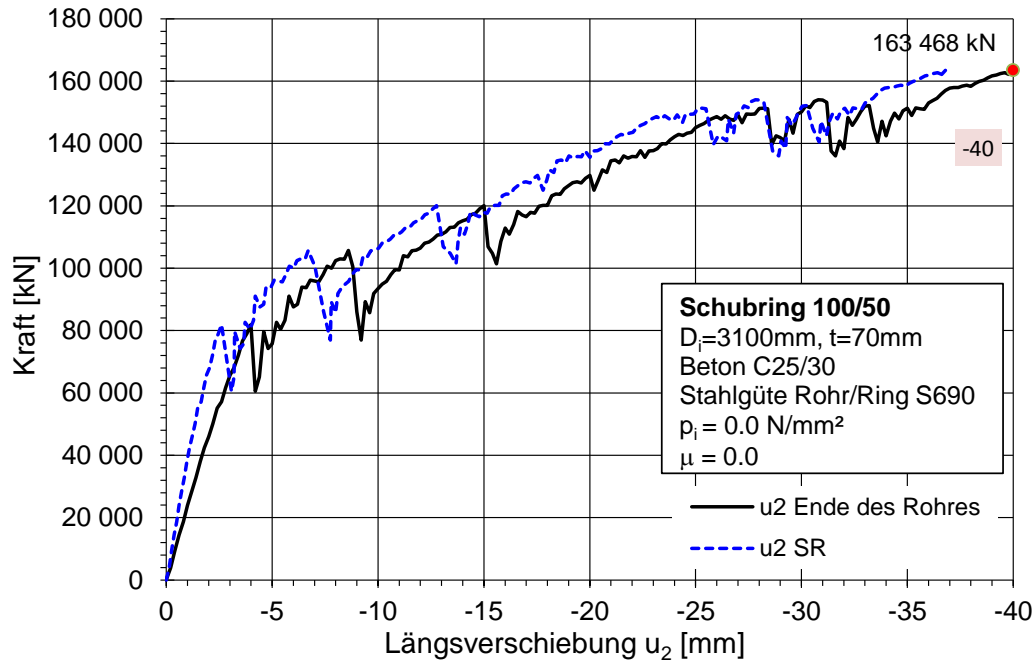


**Abb. 385** Fall 3a, LF1: Betonpressung an beiden Schubringen; links für  $u_2 = -2.8$  mm; rechts für  $u_2 = -37.6$  mm

#### 10.4.5.2 Fall 3a – zusätzliche Längsbeanspruchung – LF2

Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden. Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.2 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

Im Gegensatz zu LF1 werden die Pressungen am Schubring nicht ausgegeben, da sie nahezu jenen vom LF1 in Kapitel 10.4.5.1 entsprechen.



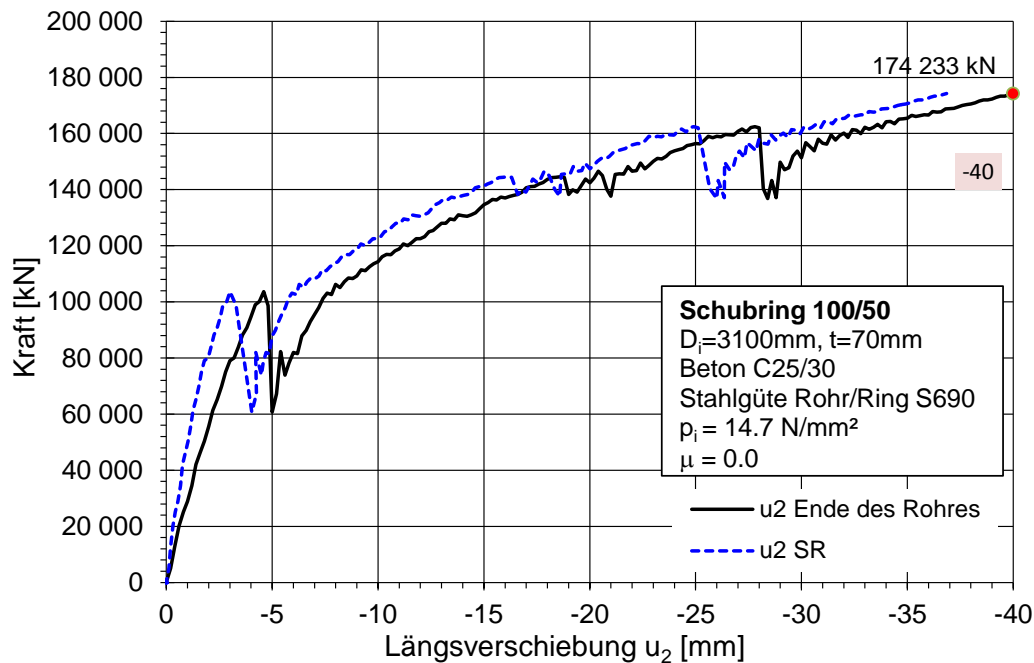
**Abb. 386** Fall 3a LF2: Ausziehungskraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

### Fall 3a – zusätzliche Innendruckbelastung – LF3

Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden.

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.3 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

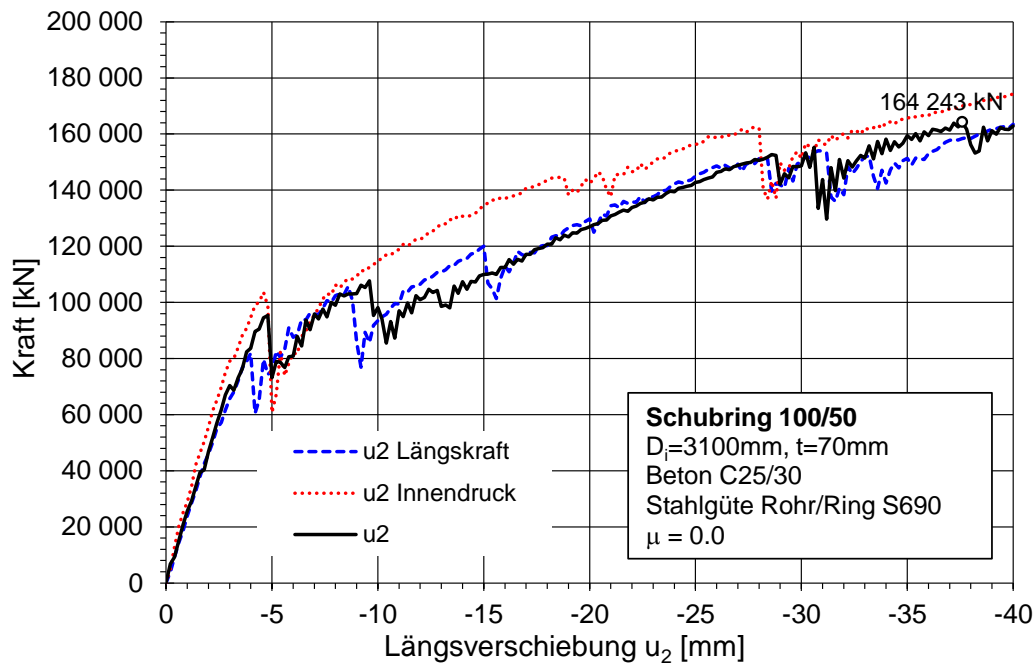
Im Gegensatz zu LF1 werden die Pressungen am Schubring nicht ausgegeben, da sie nahezu jenen vom LF1 in Kapitel 10.4.5.1 entsprechen.



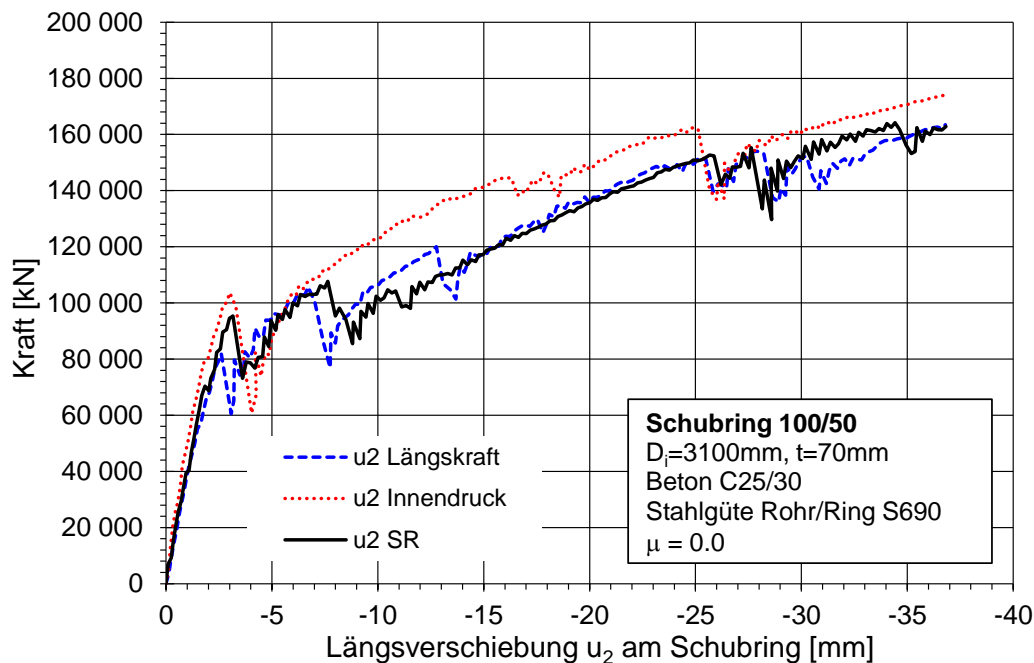
**Abb. 387** Fall 3a, LF3: Ausziehungskraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

### 10.4.5.3 Zusammenfassung der 3 Lastfälle für Fall 3a

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.4 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.



**Abb. 388** Fall 3a: Last-Verschiebekurven aller 3 Lastfälle; Längsverschiebung am Ende des Stahlrohres (schwarz – LF1, blau – LF2, rot – LF3, s. Abb. 348)



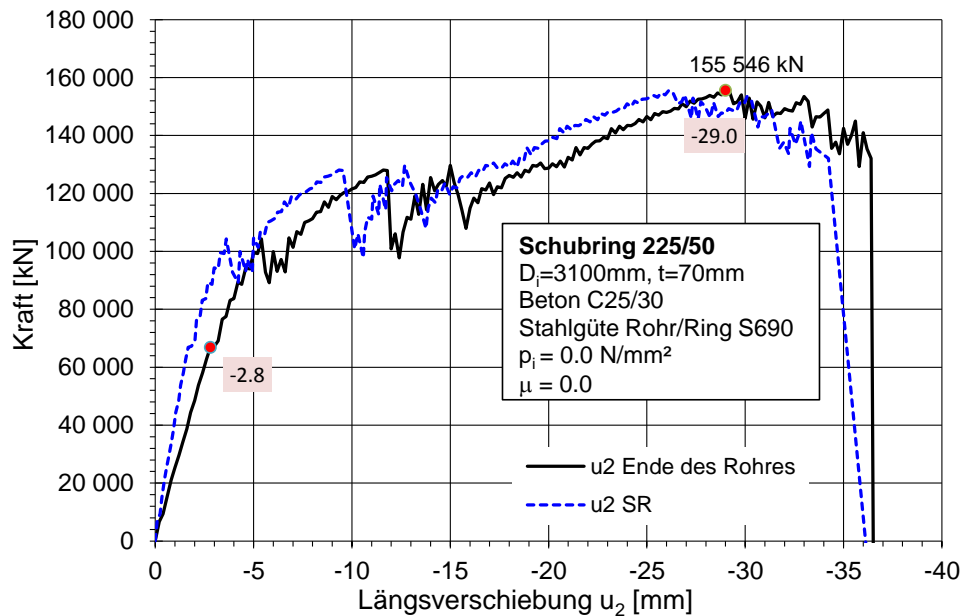
**Abb. 389** Fall 3a: Last-Verschiebekurven aller 3 Lastfälle; Längsverschiebung am Schubring (schwarz – LF1, blau – LF2, rot – LF3, s. Abb. 348)

### 10.4.6 Fall 3b: Rohr: $d_i = 3100 \text{ mm}$ , $t = 70 \text{ mm}$ , Schubring 225/50 mm

#### 10.4.6.1 Alleinige Schubringbelastung – LF1

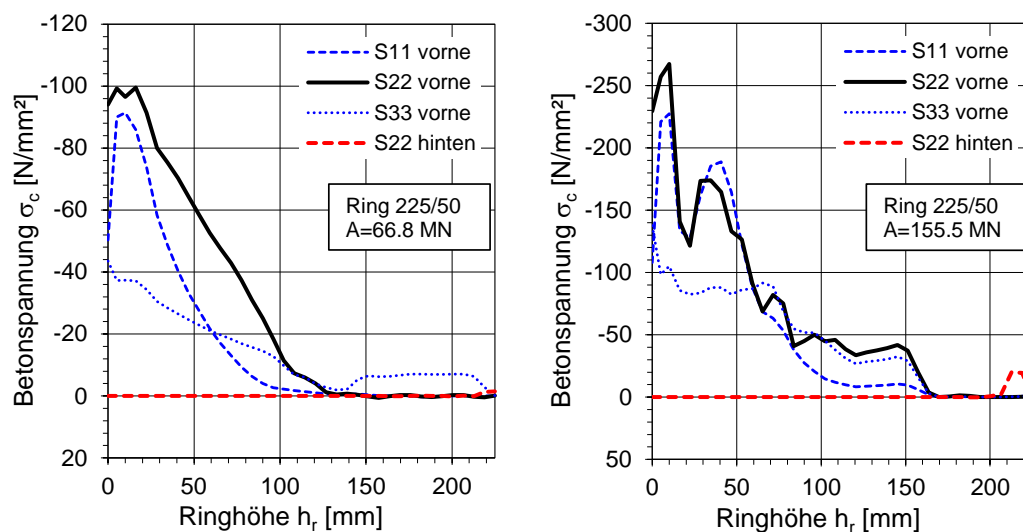
Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden. Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.1 diese und werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

Anm.: Nur mehr die wichtigsten Ergebnisse, wie die Last-Verschiebekurve, die Membranspannungen und die Pressungsverteilungen, werden ausgegeben. Der plötzliche Abfall der Last-Verschiebekurve ist durch das Abscheren des Schubringes bedingt.



**Abb. 390** Fall 3b, LF1: Ausziehungskraft  $A$  in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

Die Abb. 391 zeigt ergänzend die Betonpressungen (Spannung  $S_{22}$ ) am Schubring. Bei dieser Schubringgeometrie tritt eine sehr kleine Kontaktspannung auf der lastabgewandten Seite des Schubringes auf ( $S_{22}$  hinten – Rot strichliert) auf.

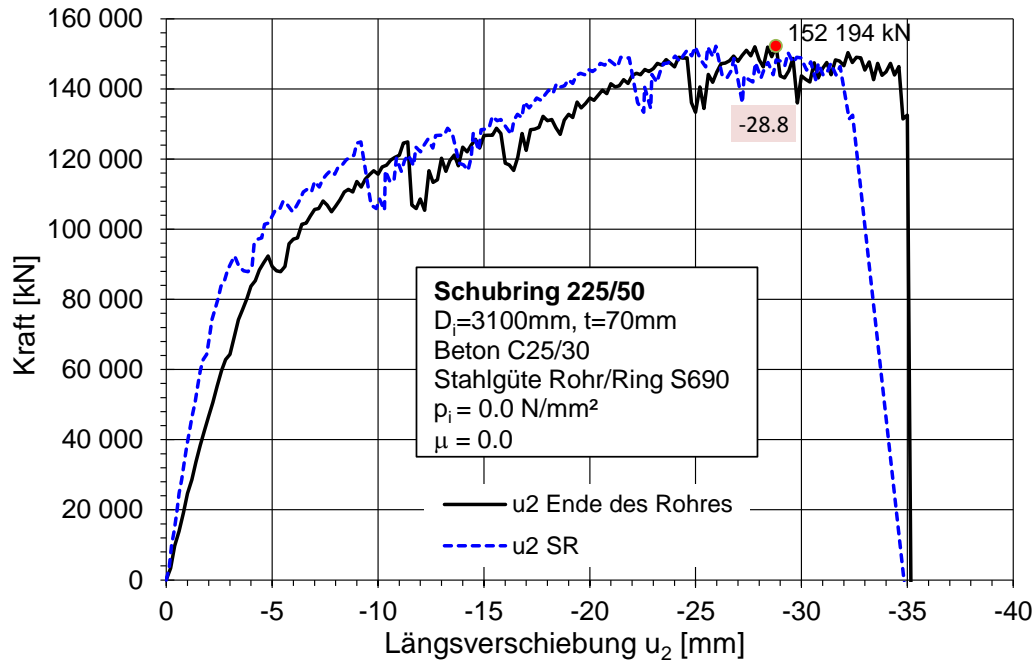


**Abb. 391** Fall 3b, LF1: Betonpressung an beiden Schubringen; links für  $u_2 = -2.8 \text{ mm}$ ; rechts für  $u_2 = -29.0 \text{ mm}$

### 10.4.6.2 Fall 3b: zusätzliche Längsbeanspruchung - LF2

Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden. Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.2 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

Im Gegensatz zu LF1 werden die Pressungen am Schubring nicht ausgegeben, da sie nahezu jenen vom LF1 in Kapitel 10.4.6.1 entsprechen.



**Abb. 392** Fall 3b, LF2: Ausziehungskraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

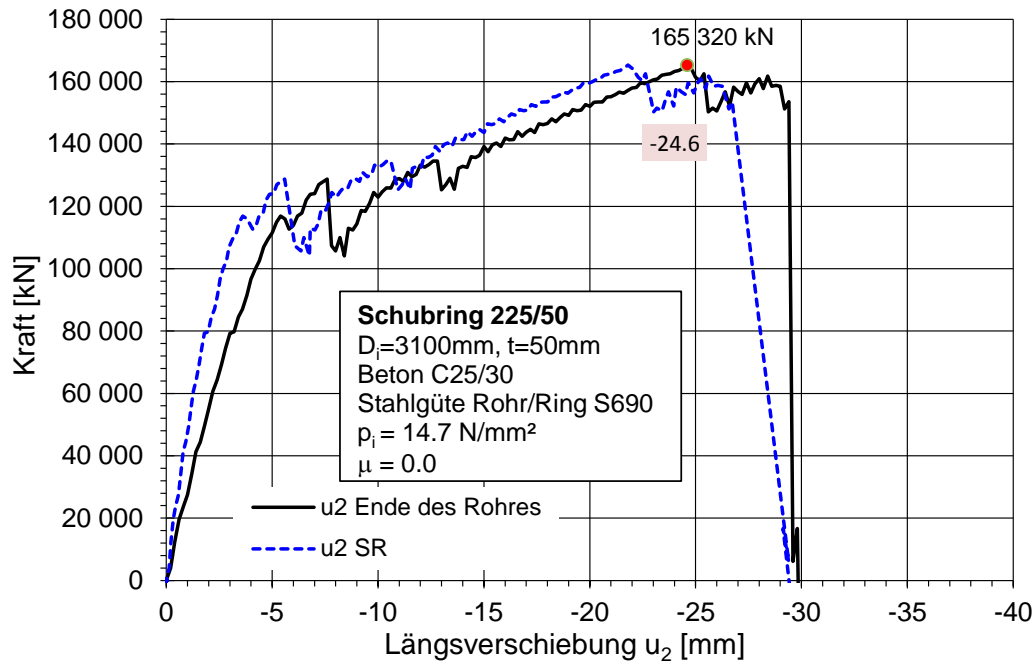


### 10.4.6.3 Fall 3b: zusätzliche Innendruckbelastung – LF3

Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden.

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.3 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

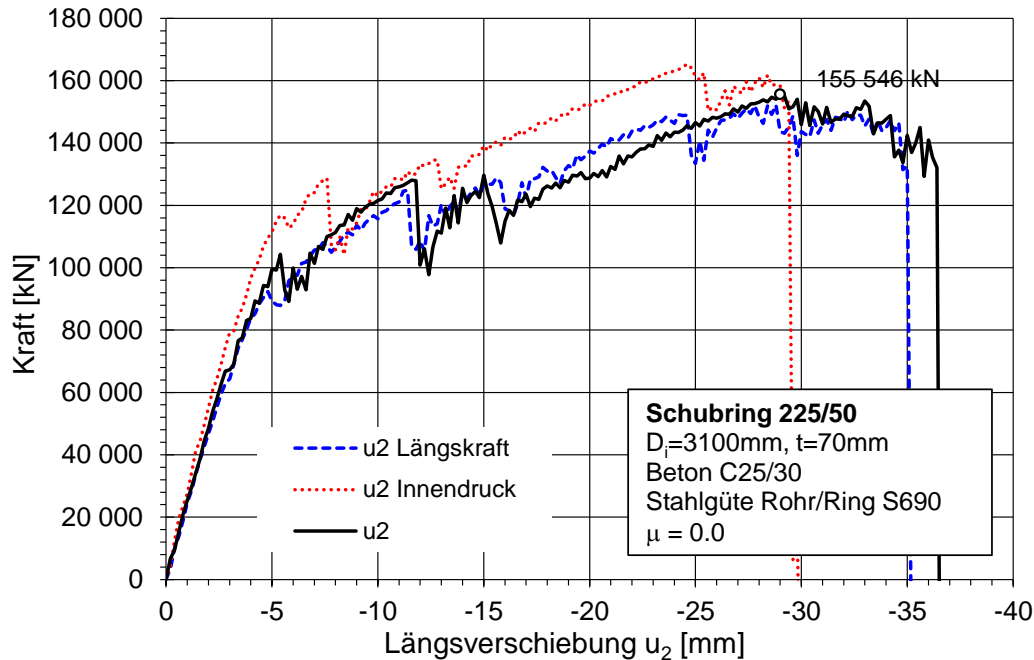
Im Gegensatz zu LF1 werden die Pressungen am Schubring nicht ausgegeben, da sie nahezu jenen von LF1 dieses Falles in Kapitel 10.4.6.1 entsprechen.



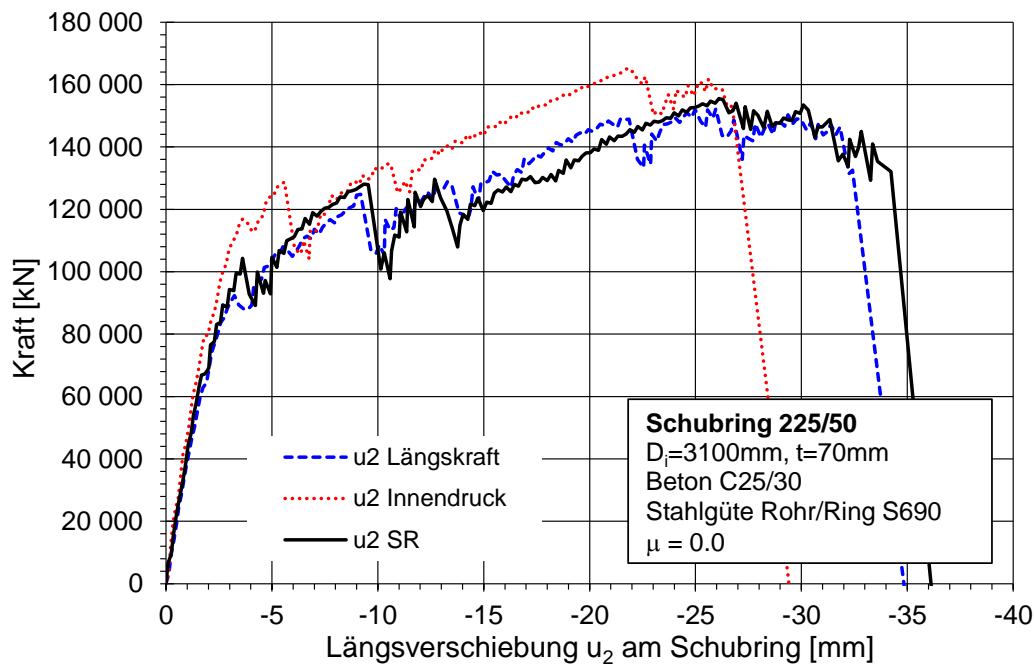
**Abb. 393** Fall 3b, LF3: Ausziehungskraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

#### 10.4.6.4 Zusammenfassung der 3 Lastfälle für Fall 3b

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.4 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.



**Abb. 394** Fall 3b: Last-Verschiebekurven aller 3 Lastfälle; Längsverschiebung am Ende des Stahlrohres (schwarz – LF1, blau – LF2, rot – LF3, s. Abb. 348)



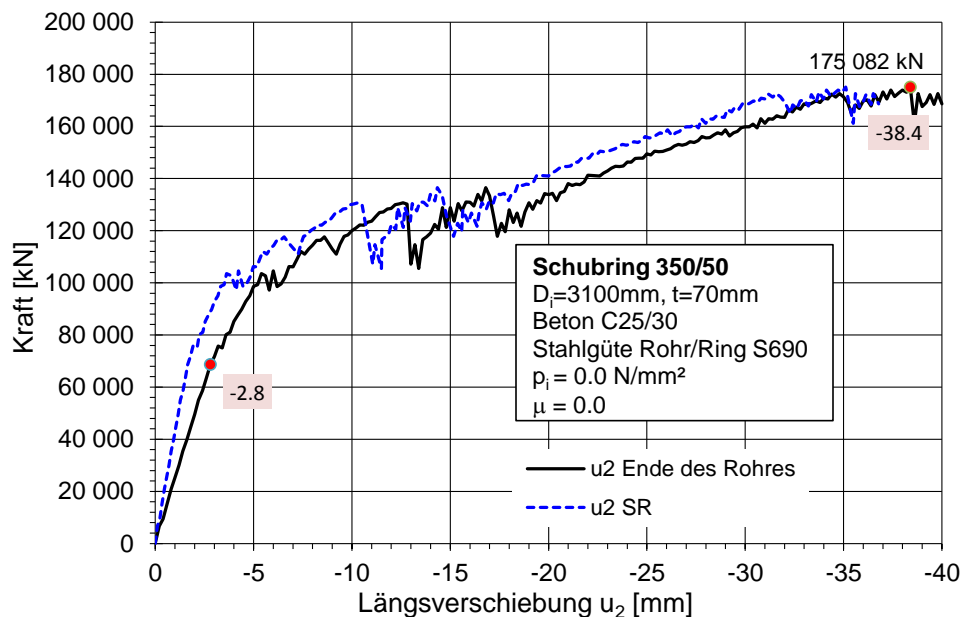
**Abb. 395** Fall 3b: Last-Verschiebekurven aller 3 Lastfälle; Längsverschiebung am Schubring (schwarz – LF1, blau – LF2, rot – LF3, s. Abb. 348)

### 10.4.7 Fall 3c: Rohr: $d_i = 3100 \text{ mm}$ , $t = 70 \text{ mm}$ , Schubring 350/50 mm

#### 10.4.7.1 Alleinige Schubringbeanspruchung – LF1

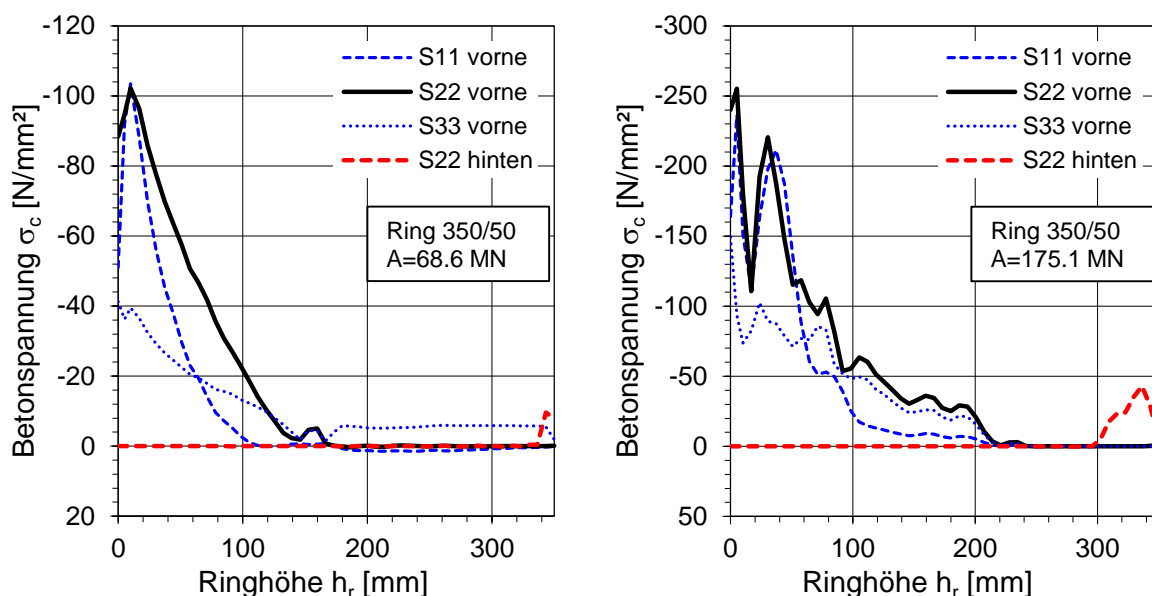
Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden. Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.1 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

Anm.: Nur mehr die wichtigsten Ergebnisse, wie die Last-Verschiebekurve, die Membranspannungen und die Pressungsverteilungen werden ausgegeben.



**Abb. 396** Fall 3c, LF1: Ausziehungskraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

Die Abb. 397 zeigt ergänzend die Betonpressungen (Spannung S22) am Schubring. Bei dieser Schubringgeometrie tritt eine geringe Kontaktspannung auf der lastabgewandten Seite des Schubrings auf (S22 hinten – Rot strichliert).

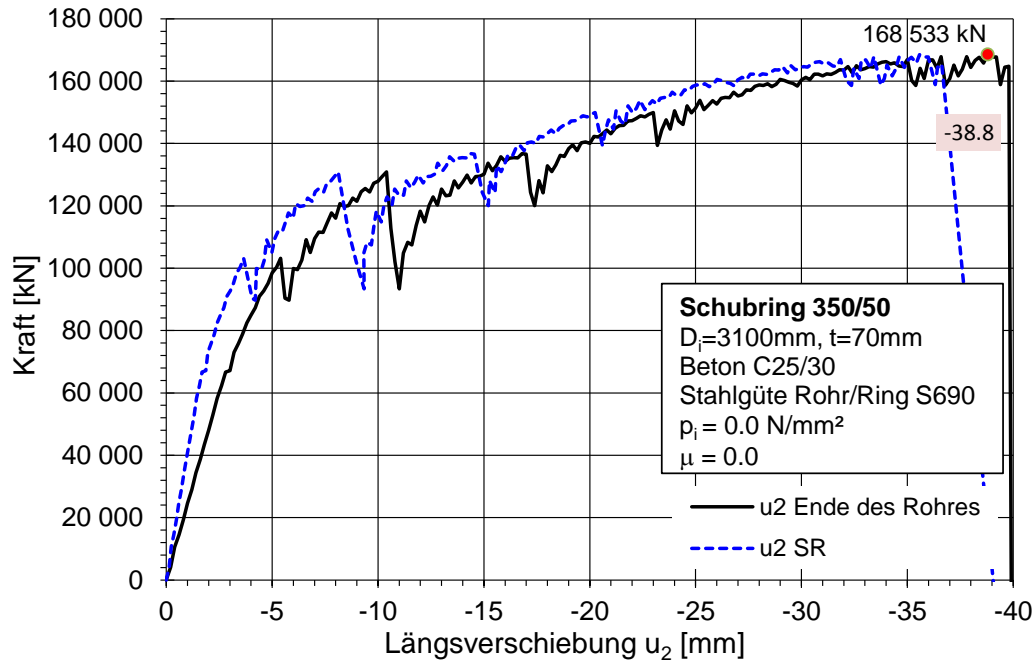


**Abb. 397** Fall 3c, LF1: Betonpressung an beiden Schubringen; links für  $u_2 = -2.8 \text{ mm}$ ; rechts für  $u_2 = -38.4 \text{ mm}$

### 10.4.7.2 Fall 3c –Zusätzliche Längsbeanspruchung – LF2

Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden. Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.2 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

Im Gegensatz zu LF1 werden die Pressungen am Schubring nicht ausgegeben, da sie nahezu jenen vom LF1 in Kapitel 10.4.7.1 entsprechen.



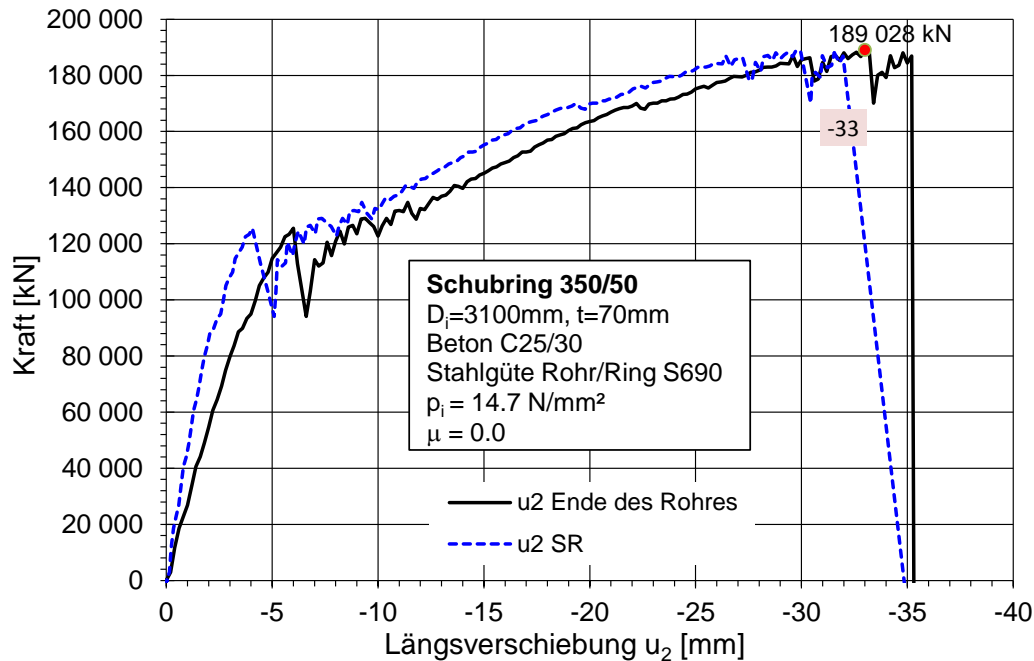
**Abb. 398** Fall 3c, LF2: Ausziehungskraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

### 10.4.7.3 Fall 3c – Zusätzliche Innendruckbelastung – LF3

Die allgemeinen Erläuterungen zu den Abmessungen, sowie zu den Lastfällen (LF) sind in Kapitel 10.1 zu finden.

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.3 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.

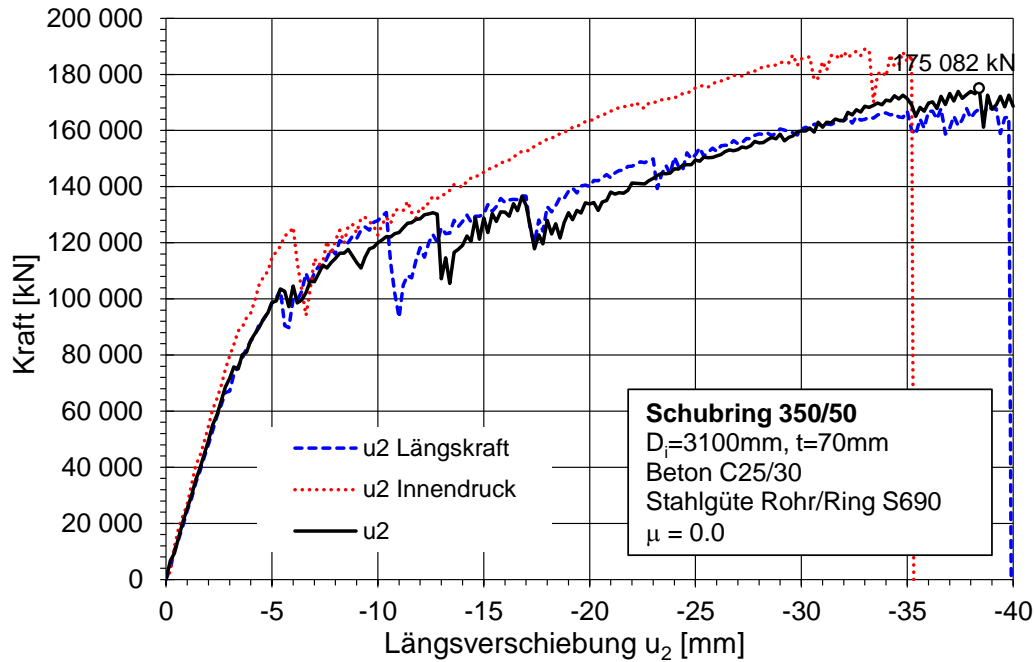
Im Gegensatz zu LF1 werden die Pressungen am Schubring nicht ausgegeben, da sie nahezu jenen vom LF1 in Kapitel 10.4.7.1 entsprechen.



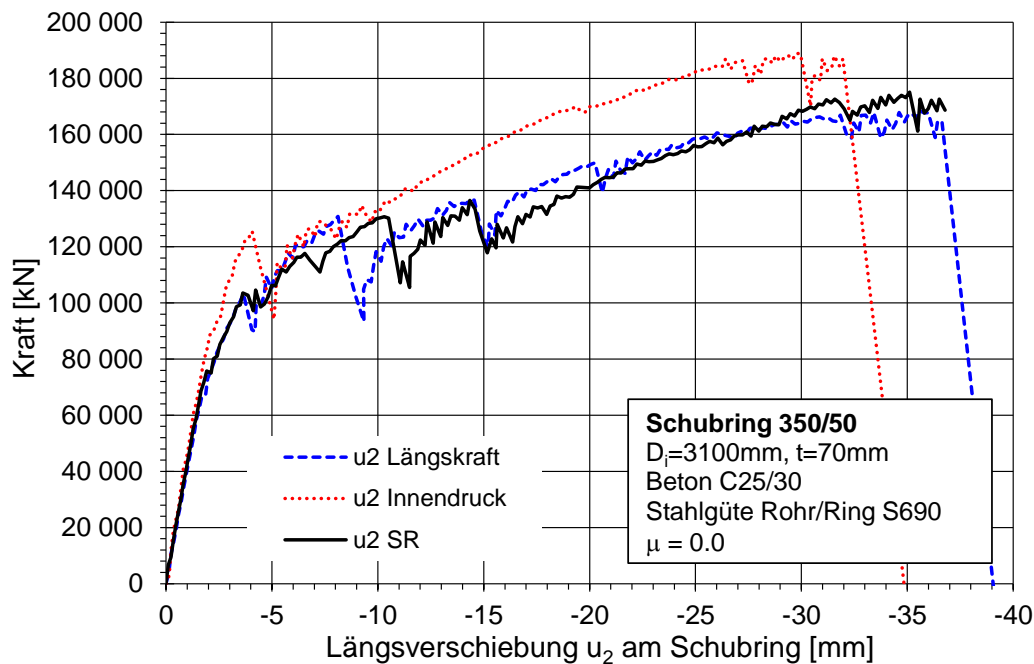
**Abb. 399** Fall 3c, LF3: Ausziehungskraft A in Abhängigkeit der Längsverschiebung am Ende des Rohres und am Schubring

#### 10.4.7.4 Zusammenfassung der 3 Lastfälle für Fall 3c

Die Erläuterungen zu den folgenden Abbildungen entsprechen denen in Kapitel 10.4.1.4 und diese werden hier aus Platzgründen nicht extra aufgeführt.



**Abb. 400** Fall 3c: Last-Verschiebekurven aller 3 Lastfälle; Längsverschiebung am Ende des Stahlrohres (schwarz – LF1, blau – LF2, rot – LF3, s. Abb. 348)



**Abb. 401** Fall 3c: Last-Verschiebekurven aller 3 Lastfälle; Längsverschiebung am Schubring (schwarz – LF1, blau – LF2, rot – LF3, s. Abb. 348)

### 10.5 Fall 1a – Vergleich mit dem Betonmodell M4L

Hier wird der Fall 1a mit reiner Längskraftbeanspruchung mit denselben Abmessungen und Randbedingungen aus Abschnitt 10.4.1.1, mit einer unabhängigen Berechnung verglichen. Diese Vergleichsberechnung wurde mit dem Betonmodell M4L aus Abschnitt 6.6.4 bzw. 6.6.5 durchgeführt. Dabei stellt sich in Abb. 402 heraus, dass die Anfangssteifigkeit – wiedergegeben durch die Beziehung von Kraft und Längsverschiebung – der beiden Berechnungen nahezu ident ist.

Auch das Ende des linearen Zusammenhangs zwischen Last und Längsverschiebung ist nahezu dasselbe, wie ein vergrößerter Ausschnitt der Abb. 402 in der Abb. 403 zeigt.

Die numerische Berechnung mit dem Betonmodell M4L dauert jedoch um ein Vielfaches (ca. das 50-fache) länger und die Traglast des Schubringes kann aufgrund von Konvergenzproblemen nicht bestimmt werden (vgl. Abb. 403).

Damit kann gezeigt werden, dass das Betonmodell CPD (Concrete Damaged Plasticity) aus Abschnitt 6.2.3 ein geeignetes Betonmodell für diesen Anwendungsfall ist und sich auch die quasi-statische Berechnung mit ABQUS/Explicit als sehr effizient herausstellt.

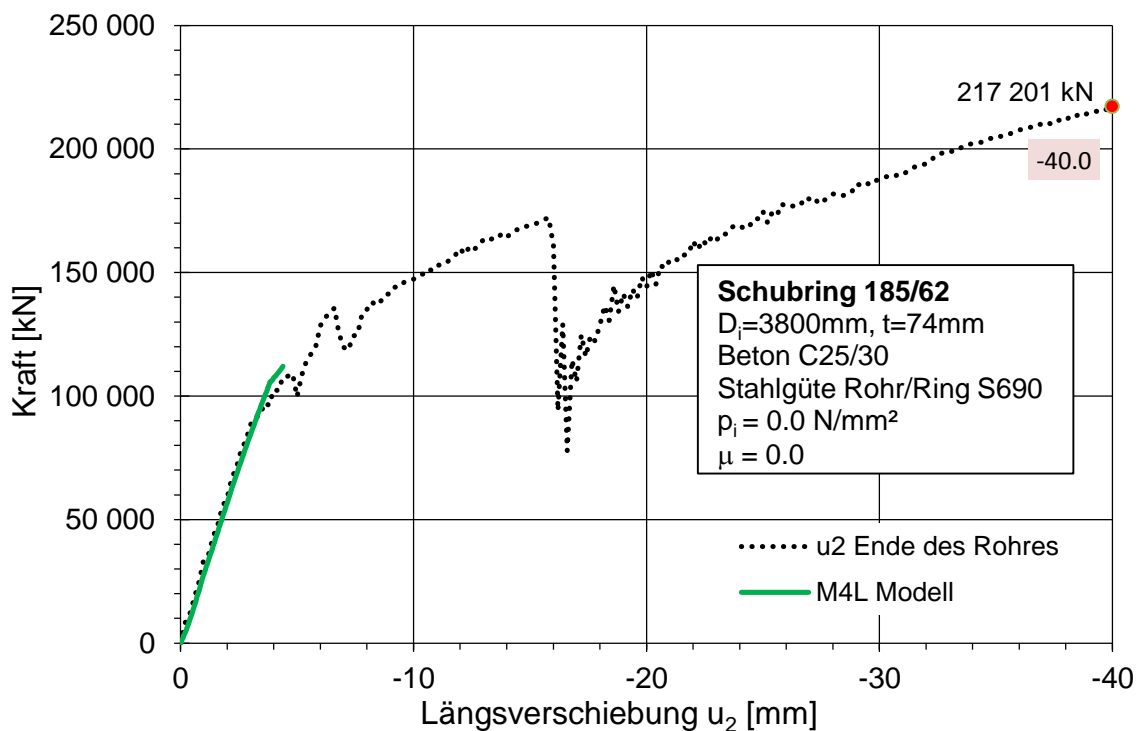
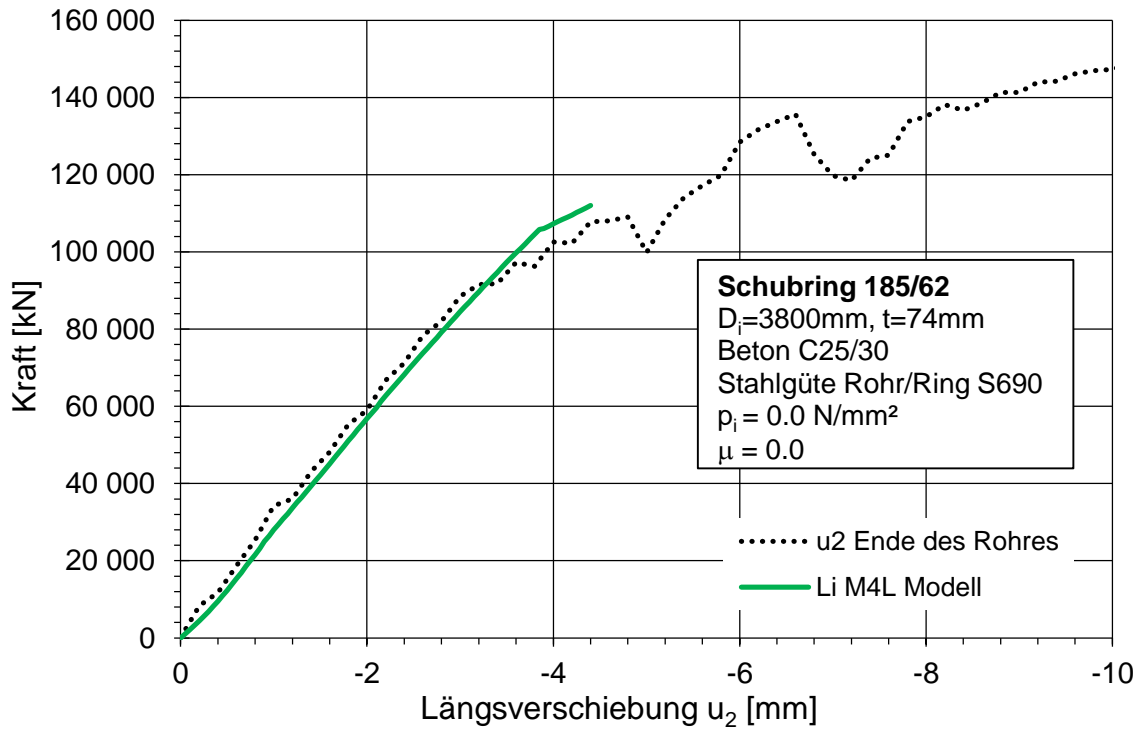


Abb. 402 Vergleich mit dem Betonmodell M4L für den Fall 1a



**Abb. 403** Vergleich mit dem Betonmodell M4L für den Fall 1a – vergrößerter Ausschnitt aus Abb. 402



## 11 Einfaches Ingenieurmodell für Verankerungsringe

### 11.1 Modell im Überblick

All die vorhergehenden Kapitel zielen darauf ab, schlussendlich die Basis für ein einfaches Ingenieurmodell für das komplexe Trag- und Verformungsverhalten zu bilden, um eine einfache Bemessung solcher Schubringe durchführen zu können.

Dabei liefern die Ergebnisse der numerischen Berechnung der Schubringe die Grundlage für die Entwicklung eines Ingenieurmodells. Aufgrund dessen wurden in Kapitel 6 ausführlich die im FE-Programm ABAQUS zur Verfügung stehenden Betonmodelle untersucht und mit Zylinderdrucktests an Betonprüfkörpern im Labor verglichen, um so eine möglichst realitätsnahe numerische Berechnung durchzuführen. Die Labortests in Kapitel 8 und 9 dienen dazu, das Trag- und Verformungsverhalten der Schubringe realitätsnah abzubilden, um daraus Schlüsse für die Bemessung zu ziehen, sowie die numerische Berechnung zu validieren.

Schlussendlich wurden in Kapitel 10 möglichst viele unterschiedliche Schubring- und Rohrgeometrien mit praktisch relevanten Abmessungen numerisch untersucht, um so einen möglichst großen Parameterbereich abdecken zu können.

Aus all diesen Ergebnissen wird nun ein einfaches Ingenieurmodell entwickelt, um eine Bemessung solcher Schubringe durchführen zu können.

Grundsätzlich wird das hier dargestellte Bemessungsmodell für zwei unterschiedliche Laststufen entwickelt. Diese beiden Laststufen sind einerseits die Beschreibung des Tragverhaltens am Ende des elastischen Bereichs  $N_{el}$  und andererseits die Beschreibung der maximalen plastischen Systemtraglast  $N_R$ .

Dieses Bemessungsmodell beinhaltet nun folgende Punkte, welche mit Hilfe der gewonnenen Erkenntnisse aus den vorherigen Kapiteln abgeleitet werden:

- Ermittlung der resultierenden Schubringtragfähigkeit für die Abtragung von Rohrlängskräften  $N_{sr}$  an einem Schubring
  - elastische Tragfähigkeit  $N_{el}$ ; auch die rein elastische Auslegung erlaubt ein günstiges duktileres Tragverhalten
  - maximale plastische Systemtragfähigkeit  $N_R$  bei Druckschächten (optional)
- Beanspruchungen und Schnittkräfte bzw. Spannungen im elastischen Bereich
  - Pressungsverteilung bzw. maximale Betondruckspannungen am Schubring
  - Beanspruchungen in den maßgebenden Querschnitten am Rohr und am Schubring
- Steifigkeit  $C_{ges}$  des Schubringes in Rohrlängsrichtung im elastischen Bereich (Basis für Systemberechnungen der Rohrleitung)

Auf den folgenden Seiten wird erläutert wie die obenstehenden Punkte des Bemessungsmodells ermittelt wurden.

Generell kann von einem rotationssymmetrischen Verhalten am Schubring ausgegangen werden, sodass die ebene Betrachtung im Ingenieurmodell zum allgemeinen Zusammenhang nach Gl. (18) führt.

$$n_R = \frac{N_R}{d_a \cdot \pi} \quad \text{bzw.} \quad n_{el} = \frac{N_{el}}{d_a \cdot \pi} \quad \text{Gl. (18)}$$

## 11.2 Einflussparameter auf die Tragfähigkeit des Schubringes

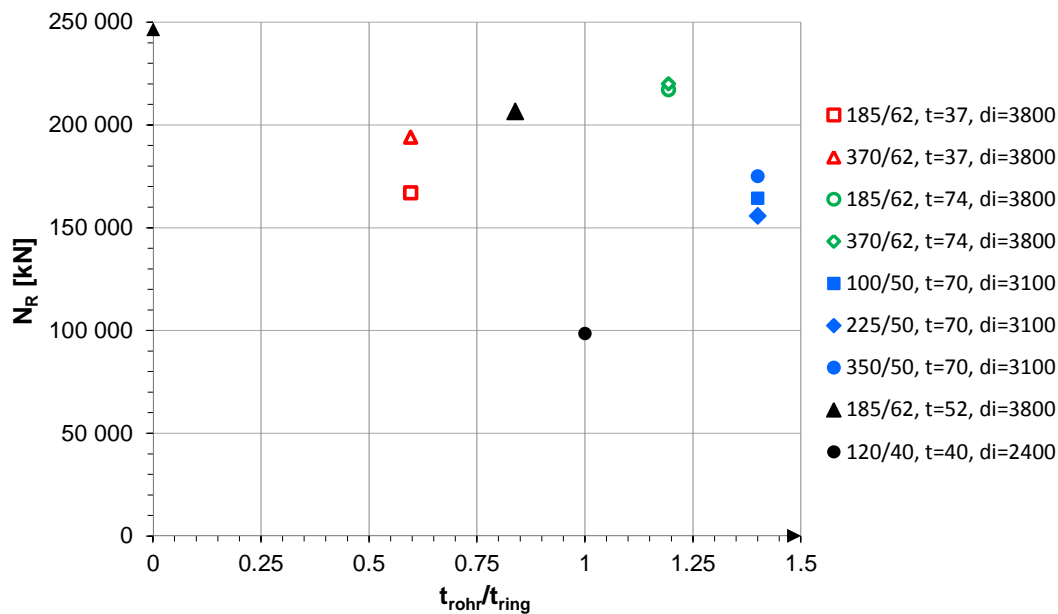
Zuerst werden die wesentlichen Einflussparameter auf die Tragfähigkeit des Schubringes untersucht. Diese Einflussparameter spielen dann bei der Bemessung eine wesentliche Rolle.

### 11.2.1 Einfluss der Ring- bzw. Rohrdicke

Abb. 404 zeigt die graphische Darstellung der Traglasten  $N_R$  aus den praktischen Anwendungsfällen in Kapitel 10 (siehe auch Tabelle 45). Diese sind in Abhängigkeit des Verhältnisses der Wanddicke des Rohres  $t_{\text{rohr}}$  zur Schubringdicke  $t_{\text{ring}}$  aufgetragen. Hierbei zeigt sich keine erkennbare Korrelation zwischen den Traglasten und diesem Dickenverhältnis.

In Abb. 405 ist die bezogene Traglast  $n_R$  pro Millimeter Umfang dargestellt. Dabei wird die Last der Einfachheit halber auf den Außendurchmesser  $d_a$  des Rohres nach Gl. (18) bezogen. Exakter weise müsste die Last auf den Durchmesser des Schwerpunktes der Pressungsverteilung bezogen werden. Da jedoch im Stahlwasserbau große Rohrdurchmesser verwendet werden, kann diese Vereinfachung ohne signifikanten Genauigkeitsverlust getroffen werden.

Die beste Korrelation zwischen dem Verhältnis der Stahlrohrdicke zur Schubringdicke und der Traglast lässt sich feststellen, indem man die Traglast  $N_R$  auf die Schubringdicke bezieht (vgl. Abb. 406). Die Grafik zeigt, dass je größer das Verhältnis von Stahlrohrdicke zur Schubringdicke ist, desto größer ist die Tragfähigkeit bezogen auf die Schubringdicke. Das heißt je größer die radiale Stützung – diese steigt mit der Rohrwanddicke an – des Betons durch das Stahlrohr ist, desto größer wird auch die Tragfähigkeit des Schubringes.



**Abb. 404** Traglast  $N_R$  in Abhängigkeit von  $t_{\text{rohr}}$  zu  $t_{\text{ring}}$

\*Anm.: Es wurden zwei weitere Schubring- und Rohrgeometrien untersucht (in schwarz dargestellt), um nachfolgend die Abhängigkeit vom Dickenverhältnis  $t_{\text{Rohr}} / t_{\text{ring}}$  besser zu belegen. Die detaillierten Ergebnisse (Last- Verschiebekurven, Pressungsverteilungen, Spannungen im Stahlrohr) sind jedoch nicht extra angeführt.

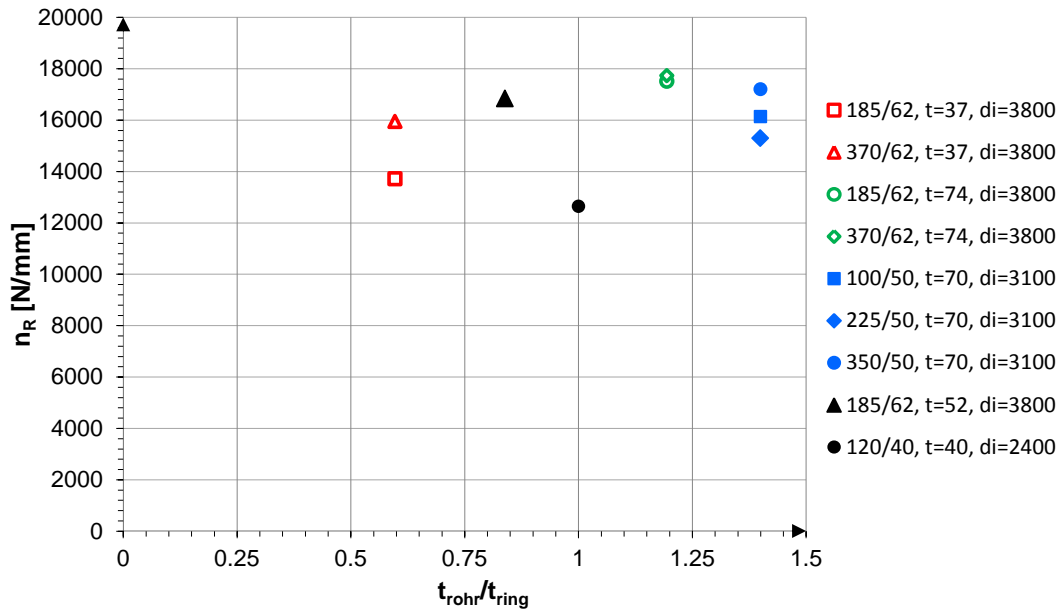


Abb. 405 Traglast  $n_R$  in Abhängigkeit von  $t_{\text{rohr}}$  zu  $t_{\text{ring}}$

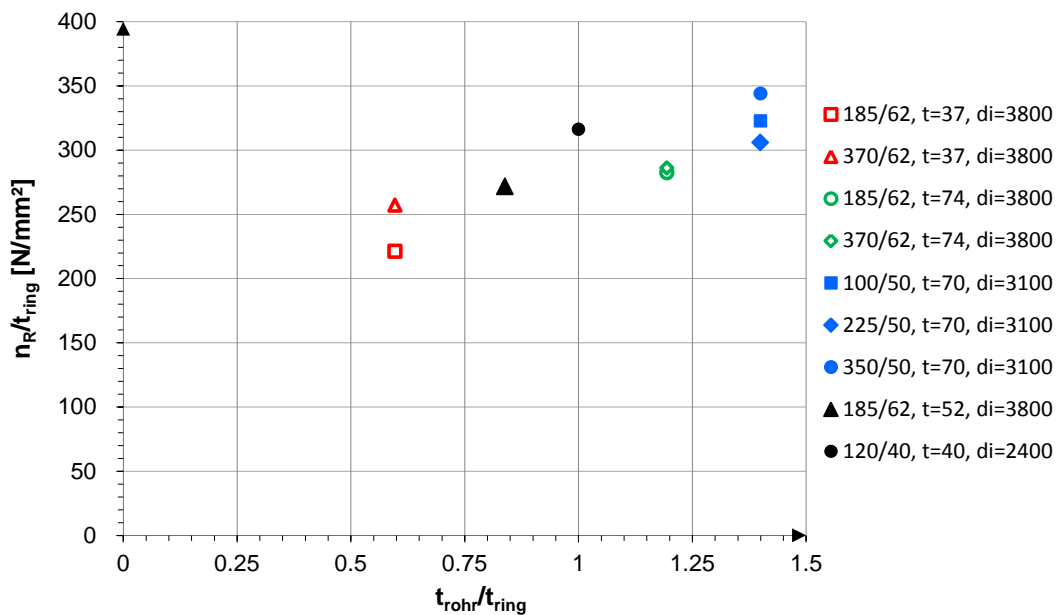


Abb. 406 Traglast  $n_R$  bezogen auf die Schubringdicke  $t_{\text{ring}}$  in Abhängigkeit von  $t_{\text{rohr}}$  zu  $t_{\text{ring}}$

### 11.2.2 Einfluss der Gebirgsmitwirkung auf die Tragfähigkeit

Die Abb. 407 zeigt den Einfluss der Gebirgsmitwirkung auf die Tragfähigkeit des Schubringes. Dies ist beispielhaft für den Schubring 185/62 mm mit einer Rohrdicke von 74 mm, bei  $d_i = 3800$  mm, dargestellt. Auf der Abszisse ist die Längsverschiebung  $u_2$  des Schubringes am Anschluss an das Stahlrohr aufgetragen.

Die orange strichlierte Linie zeigt als Grenzfall die Last- Verschiebungskurve ohne Berücksichtigung der Gebirgsmitwirkung in der numerischen Berechnung. Die Tragfähigkeit steigt etwas über das Niveau von  $N_{el}$  (vgl. Abb. 407) und fällt, nachdem die Zugfestigkeit im Betonmantel (durch den Schubring entstehen Umfangszugspannungen im umgebenden Beton) erreicht ist, ab. Dies wird im Betonbau im Zusammenhang mit der Tragfähigkeit von gerippten Bewehrungsstäben auch als Sprenggrissversagen (vgl. Abb. 408) tituliert und ist in

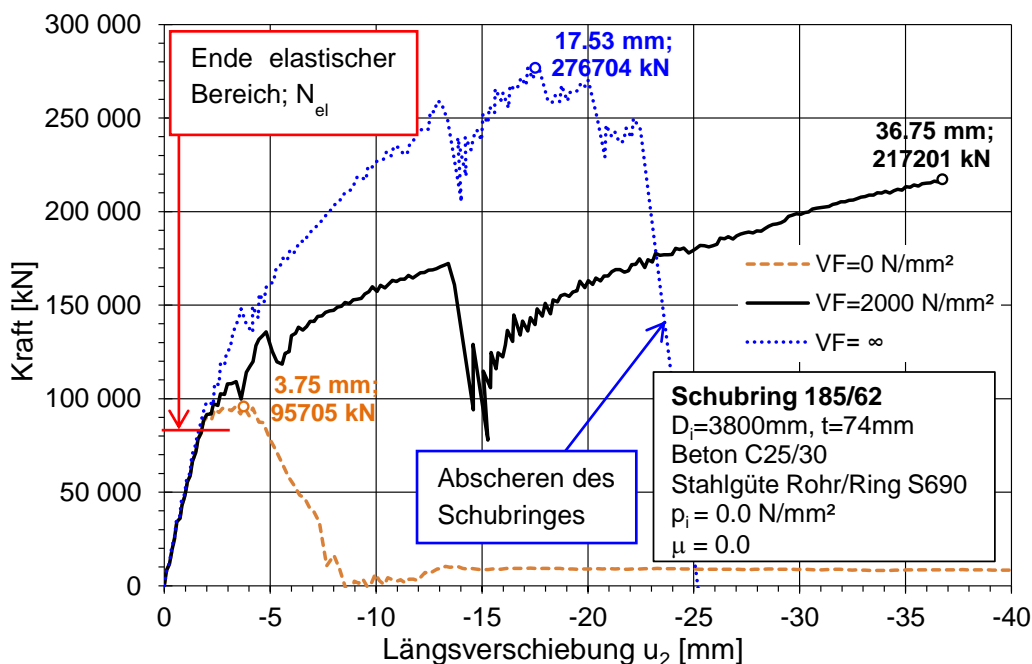
diesem Fall auch für das Schubringversagen zutreffend, da keinerlei Umfangsbewehrung vorliegt.

Bei einer Berücksichtigung der Gebirgsmitwirkung mit einem Verformungsmodul des Gebirges von  $V_F = 2000 \text{ N/mm}^2$ , bildet sich das Sprenggrissversagen aufgrund der radialen Stützwirkung des Betonmantels durch das Gebirge nicht aus und die Last-Verschiebekurve zeigt – trotz Fehlens jeglicher Umfangsbewehrung – ein günstiges duktileres Verhalten mit einer hohen Tragfähigkeit (schwarze Linie in Abb. 407).

Die blau gepunktete Linie zeigt als weiteren Grenzfall das Verhalten bei einem unendlich großen Verformungsmodul des Gebirges, d.h. das Gebirge ist nicht verformbar. Dabei steigt die Traglast und somit die Betonpressungen am Schubring deutlich höher an, bedingt durch die Kammerung des Betons, d.h. der Beton hat keine Möglichkeit in radialer Richtung auszuweichen. Der Lastabfall der Kurve ist bedingt durch Stahlversagen, aufgrund des Abscherens des Schubringes.

Die Abb. 407 macht deutlich, dass die maximale erreichbare Betonpressung  $f_{c,max}$  am Schubring, für eine formelmäßige Berechnung der Traglast im späteren Kapitel 11.7.2, genau genommen auch von der Gebirgsmitwirkung abhängig sein muss. Der Einfachheit halber wurde jedoch ein Mindestverformungsmodul des Gebirges von  $V_F = 2000 \text{ N/mm}^2$  (stellt einen unteren Grenzwert der Gebirgssteifigkeit dar; Erfahrungswert der ausführenden Unternehmen) angenommen. Dies macht Sinn, da der Verformungsmodul des Gebirges in der Praxis nicht ausreichend genau bestimmt werden kann.

Erfreulich ist, dass auch ohne Gebirgsmitwirkung das Lastniveau  $N_{el}$  überschritten wird, bei dem die maximale Betonpressung am Schubring bereits mehr als die 3-fache Betondruckfestigkeit beträgt. Ein zusätzlich positiver Effekt auf die Tragfähigkeit und Duktilität, der hier nicht berücksichtigt wurde, ist die Wirkung einer Umfangsbewehrung. Die Umfangsbewehrung wirkt ähnlich einer Gebirgsmitwirkung, da ein Sprenggrissversagen verhindert werden kann. Dies ist unter anderem im Kapitel 11.2.3 erläutert.



**Abb. 407** Einfluss der Gebirgsmitwirkung bei reiner Längsbeanspruchung (LF1) für das Rohr mit einer Dicke von  $t=74 \text{ mm}$ ,  $d_i = 3800 \text{ mm}$  und einem Schubring 185/62

### 11.2.3 Einfluss der vorgeschalteten Belastungen auf das Tragverhalten

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die zusätzliche Rohrlängs- und Innendruckbelastung keine gravierenden Auswirkungen auf das Trag- und Verformungsverhalten der Schubringe im Stollen mit Gebirgsmitwirkung haben. Dabei ist, wie nachfolgend noch erläutert, die stützende Wirkung des Gebirges sehr wesentlich.

- **Vorgeschaltete Innendruckbelastung**

Die vorgeschaltete Innendruckbelastung erhöht sogar die Traglast des Schubringes geringfügig. Dies wird in der Tabelle 32 gezeigt. In der Tabelle sind die Traglasten  $N_R$  ohne vorgeschaltete Innendruckbelastung (LF1) und jene ( $N_{R,+pi}$ ) mit vorgeschalteter Innendruckbelastung (LF3) verglichen (vgl. auch Abb. 296).

$D_i$	Ring $h_r/t_r$	$t_{Rohr}$	$N_R$	$N_{R,+pi}$	$N_{R,+pi}/N_R$
[mm]	[mm/mm]	[mm]	[kN]	[kN]	[-]
3800	185/62	37	167 037	174 703	1.046
	370/62		194 096	204 068	1.051
	185/62	74	217 201	223 631	1.030
	370/62		220 009	237 122	1.078
3100	100/50	70	164 243	174 233	1.061
	225/50		155 546	165 320	1.063
	350/50		175 082	189 028	1.080

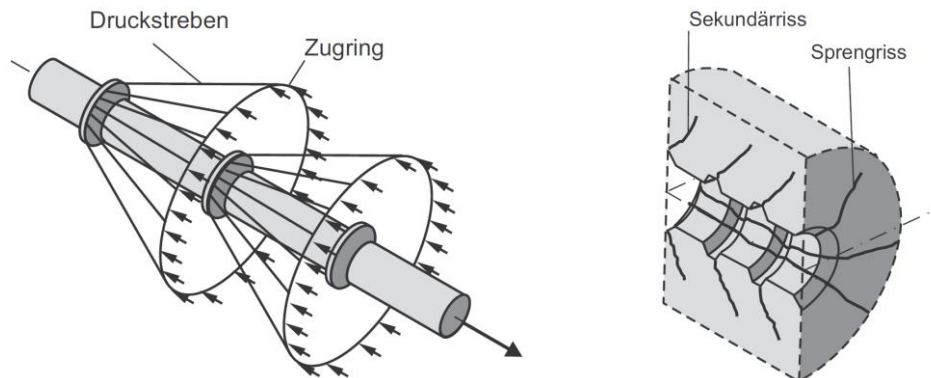
**Tabelle 32** Vergleich der Traglasten, mit und ohne vorgeschalteter Innendruckbelastung (LF3)

Dabei stellt sich heraus, dass die Traglasten mit vorgeschalteter Innendruckbelastung um 3 bis 8 % höher sind. Der Grund hierfür ist, dass sich die Umfangszugspannungen im Stahlrohr aus dem Innendruck mit den Umfangsdruckspannungen, welche durch die schräge Druckstrebenneigung im Beton entstehen, überlagern (vgl. beispielweise Abb. 338 und Abb. 339) und somit eine günstige Tragwirkung im Stahlrohr entsteht. Die Umfangszugspannungen infolge des Innendrucks, welche ebenso im Betonmantel entstehen, führen zu keinem schlagartigen Betonversagen, da der Beton in radialer Richtung durch die Gebirgsmitwirkung gestützt ist. Im Folgenden wird die Tragwirkung der Betondruckstreben, im Zusammenhang mit den Zugspannungen aus Innendruck, erläutert. Abb. 408 zeigt vergleichsweise die schematische Darstellung der Ausbildung von Druckstreben von gerippten Bewehrungsstäben, welche mit der Tragwirkung von Schubringen vergleichbar ist:

*„Ausgehend von den Rippen breiten sich die Druckspannungen zunächst gegen den Stab geneigt, rotationssymmetrisch aus; die Spannungsresultierenden bilden einen Druckkegel. Durch die Umlenkung entstehen Zugspannungen, die ringförmig um die Bewehrung verlaufen und – sofern sie die Betonzugfestigkeit erreichen – zur Rissbildung entlang des Stabes führen.“ Quelle: [16]*

Wenn die Zugspannungen im Hinterfüllbeton die Zugfestigkeit überschreiten, können im Fall einer Berücksichtigung der stützenden Gebirgsmitwirkung die Abtriebskräfte der

Betondruckstreben an das Gebirge weitergegeben werden und es ist kein Zugring (vgl. Abb. 408), in Form einer Umfangsbewehrung, notwendig.



**Abb. 408** Ausbildung der Druckstreben und Rissbild bei gerippten Bewehrungsstäben (Quelle: [16])

Diese günstige Tragwirkung stellt sich aber nur, wie oben erwähnt, bei Schubringen ein, die im Stollen verlegt sind, da der Beton in radialer Richtung durch das Gebirge gestützt wird. Bei Festpunkten ohne Umfangsbewehrung würden sich, wie im rechten Teilbild der Abb. 408 dargestellt, Umfangszugrisse (Sprengrisse) mit einem einhergehenden plötzlichen Abfall der Last bilden.

- **Vorgesaltete Rohrlängsbeanspruchung**

In der Tabelle 33 sind die Traglasten mit und ohne vorgeschalteter Längsbeanspruchung verglichen. Das Stahlrohr wird mit einer zusätzlichen Längskraft – zusätzlich zur Längskraft infolge der Schubringbelastung – beansprucht, wenn die Längsspannungen aus der alleinigen Schubringbelastung kleiner als  $0.5 \cdot f_y$  sind (die maximal auftretende Längsspannung aus dem Deckeldruck beträgt  $\sigma_x = 0.5 \cdot \sigma_u$ ; da aufgrund der Kesselformel die Längsspannung maximal 50% der Umfangsspannung erreichen kann). Bei der Rohrdicke  $t_{\text{Rohr}} = 37 \text{ mm}$  sind die Längsspannungen aus der Schubringbelastung bereits größer als  $0.5 \cdot f_y$ , daher ist keine zusätzliche Längsbeanspruchung möglich. Tabelle 33 zeigt, dass die Traglasten mit vorgeschalteter Rohrlängsbeanspruchung nur geringfügig (maximal 3.7 %) niedriger sind, als jene ohne.

$D_i$	Ring $h_r/t_r$	$t_{\text{Rohr}}$	$N_R$	$N_{R,+L}$	$N_{R,+L}/N_R$
[mm]	[mm/mm]	[mm]	[kN]	[kN]	[-]
3800	185/62	37	167 037	*	*
	370/62		194 096	*	*
	185/62	74	217 201	215 748	0.993
	370/62		220 009	229 963	1.045
3100	100/50	70	164 243	163 468	0.995
	225/50		155 546	152 194	0.978
	350/50		175 082	168 533	0.963

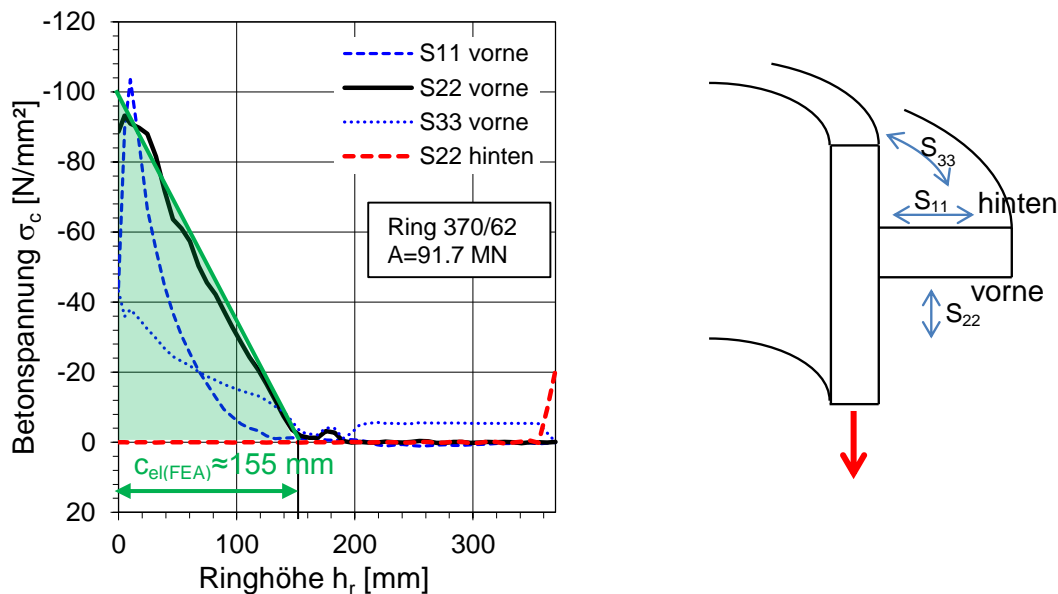
\* Die Längsspannungen aus der Schubringbelastung sind bereits größer als  $0.5 \cdot f_y$

**Tabelle 33** Vergleich der Traglasten, mit und ohne vorgeschalteter Rohrlängsbeanspruchung (LF2)

### 11.3 Realitätsnahe Pressungsverteilung im elastischen Bereich

Unter der elastischen Tragfähigkeit des Schubringes wird jenes Lastniveau verstanden, bis zu dem ein lineares Systemtragverhalten vorliegt (vgl. Abb. 407 und Abb. 448).

Ein sinnvoller Ansatz ist, die bezogene elastische Tragfähigkeit  $n_{el}$  und damit  $N_{el}$  entsprechend Gl. (18) über eine Pressungslänge (bezeichnet mit  $c_{el}$ ) am Schubring zu bestimmen. Diese wird, mit Hilfe der Pressungsverteilungen am Schubring aus den numerischen Berechnungen direkt bestimmt. Für jeden Schubring wurde im Kapitel 10 (Abschnitt 10.4.1 bis 10.4.7) die Pressungsverteilung, wo praktisch noch elastische Verhältnisse vorliegen, ausgegeben. Mit Hilfe dieser Ergebnisse kann die Pressungslänge  $c_{el}$  (FEA), wie in der Abb. 409 am Beispiel des Schubringes 370/62 gezeigt (ident zu Abb. 351), bestimmt werden.



**Abb. 409** Ermittlung der Pressungslänge  $c_{el(\text{FEA})}$  am Ende des elastischen Bereichs für den Schubring 370/62,  $t = 74$   $\text{mm}$ ,  $d_i = 3800$   $\text{mm}$  und Modell einer dreiecksförmigen Pressungsverteilung

Dies wurde für alle Schubringe durchgeführt. Die Werte sind in der Tabelle 34 in der Spalte  $c_{el(\text{FEA})}$  eingetragen. Gesucht ist ebenfalls eine zutreffende formelmäßige Berechnung dieser Pressungslänge am Schubring. Dabei hat sich gezeigt, dass die Pressungslänge am Ende des elastischen Bereichs  $c_{el}$  unter anderem von der Rohrdicke  $t_{\text{rohr}}$ , von der Ringdicke  $t_r$  und von dem Verhältnis Ringhöhe zur Ringdicke  $h_r/t_r$  abhängig ist.

Im ersten Ansatz nach Durchführung der Labortests an den Rohrprüfkörpern in Abschnitt 9 wurde für die Berechnung der Pressungslänge nur die Schubringdicke herangezogen ( $c_{el} = 2.5 \cdot t_r$ ). Durch die numerischen Berechnungen Abschnitt 10 wurde festgestellt, dass die Pressungslänge noch von weiteren Parametern abhängig ist. Im zweiten Ansatz wurde anschließend die Rohrwanddicke zur Ermittlung der Pressungslänge miteingebunden ( $c_{el} = 0.9 \cdot t_{\text{Rohr}} + t_r$ ). In der Tabelle 34 weisen jedoch Fälle mit gleicher Schubringdicke  $t_r$  und Rohrdicke  $t_{\text{Rohr}}$  aber mit unterschiedlichen  $h_r/t_r$ -Verhältnissen unterschiedliche Pressungslängen auf. Dies konnte die Formel des zweiten Ansatzes ( $c_{el} = 0.9 \cdot t_{\text{Rohr}} + t_r$ ) nicht berücksichtigen. Daher musste in die Formel der Pressungslänge  $c_{el}$  auch das Verhältnis der Schubringhöhe zur Schubringdicke einfließen. Dies wurde dadurch berücksichtigt, dass die Rohrwanddicke mit einem Faktor  $f$  ( $c_{el} = 0.85 \cdot t_{\text{Rohr}} + t_r \cdot f$ )



multipliziert wird, welcher von dem  $h_r/t_r$ - Verhältnis abhängig ist. Der Faktor  $f$  wurde mit folgender Größe festgelegt:  $f = 1 + 0.1 \cdot (h_r/t_r - 2)$ ; D.h. bei einem  $h_r/t_r$ - Verhältnis von 2.0 (kleinstes praxisrelevantes Verhältnis) beträgt der Faktor  $f = 1.0$ . Beträgt das  $h_r/t_r$ - Verhältnis 10.0 (größtes praxisrelevantes Verhältnis) beträgt der Faktor  $f = 1.8$ . Dies brachte die beste Übereinstimmung mit der Pressungslänge aus der numerischen Berechnung.

Daher wurde dann folgende empirisch ermittelte Formel (Gl. (19)) für die Pressungslänge festgelegt:

$$c_{el} = 0.85 \cdot t_{Rohr} + t_r \cdot \left[ 1 + 0.1 \cdot \left( \frac{h_r}{t_r} - 2 \right) \right] \quad \text{Gl. (19)}$$

für  $c_{el} > h_r$  gilt vereinfacht:

$$c_{el} = h_r$$

Diese Werte sind ebenfalls in der Tabelle 34 eingetragen und mit der Pressungslänge der numerischen Berechnung  $c_{el}$  (FEA) verglichen. Dabei zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit der numerischen Berechnung und somit kann die Pressungslänge im elastischen Bereich mit Gl. (19) ausreichend genau wiedergegeben werden.

Ring $h_r/t_r$	$D_i$	$t_{rohr}$	$t_r$	$h_r$	$h_r/t_r$	$c_{el}$ (FEA)	$c_{el}$	$c_{el} / c_{el}$ (FEA)
[mm/mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[ - ]	[mm]	[mm]	[ - ]
185/62	3800	37	62	185	2.98	100	100	1.00
370/62	3800	37	62	370	5.97	130	118	0.91
185/62	3800	74	62	185	2.98	130	131	1.01
370/62	3800	74	62	370	5.97	155	150	0.96
100/50	3100	70	50	100	2.00	100	100	1.00
225/50	3100	70	50	225	4.50	125	122	0.98
350/50	3100	70	50	350	7.00	140	135	0.96
185/62	3800	52	62	185	2.98	118	112	0.95
120/40	2400	40	40	120	3.00	78	78	1.00
185/62	1900	74	62	185	2.98	132	131	0.99

**Tabelle 34** Pressungslängen  $c_{el}$  am Schubring – Vergleich formelmäßige Berechnung mit FEA

Die Tabelle 35 zeigt die aus der elastischen bezogenen Schubringlast  $n_{el}$  rückgerechneten maximalen fiktiven Betonpressungen  $f_{c,el,modell}$  am Schubring. Dabei wird eine zutreffende dreiecksförmige Pressungsverteilung mit der Pressungslänge  $c_{el}$  nach Gl. (19) zugrunde gelegt (vgl. Abb. 409):

$$f_{c,el,modell} = 2 \cdot \frac{n_{el} (FEA)}{c_{el}} \quad \text{Gl. (20)}$$

Durch Bezug auf die einachsige Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  ergibt sich die bezogene Betonpressung, welche in der letzten Spalte der Tabelle 35 aufgelistet ist.

Bedingt durch die vorausgesetzte vereinfachte Pressungsverteilung in Abb. 409 weichen diese Betonpressungen  $f_{c,el,modell}$  von den maximalen rechnerischen Betonpressungen der FE-Analyse (vgl. Abb. 409) geringfügig ab – die Werte  $f_{c,el,modell}$  sind in der Regel geringfügig höher. Es zeigt sich, dass alle maximalen Betonpressungen am Schubring im Modell größer sind, als der 3-fache Wert der einachsigen Druckfestigkeit  $f_{cm}$ . Somit kann empfohlen werden, dass für die Beschreibung des Endes des elastischen Bereichs, als zugehörige maximale Betonpressung die 3-fache einachsige Betondruckfestigkeit (unterer Grenzwert in Tabelle 35, da dieser Wert sehr hoch für lokale Flächenpressungen im Betonbau ist – üblicherweise 1.4-fache einachsige Betondruckfestigkeit) eingesetzt wird.

Ring $h_r/t_r$	$D_i$	$t_{rohr}$	$r_a$	$t_r$	$h_r$	$h_r/t_r$	$N_{el}$ (FEA)	$n_{el}$ (FEA)	$c_{el}$	$f_{c,el,modell}$	$f_{c,el,modell} / f_{cm}$
[mm/mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[ - ]	[kN]	[N/mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[ - ]
185/62	3800	37	1937	62	185	2.98	61538	5056	100	102	3.1
370/62	3800	37	1937	62	370	5.97	71857	5904	118	100	3.0
185/62	3800	74	1974	62	185	2.98	81969	6609	131	101	3.1
370/62	3800	74	1974	62	370	5.97	91683	7392	150	99	3.0
100/50	3100	70	1620	50	100	2.00	67024	6585	100	132	4.0
225/50	3100	70	1620	50	225	4.50	66833	6566	122	108	3.3
350/50	3100	70	1620	50	350	7.00	68607	6740	135	100	3.0
185/62	3800	52	1952	62	185	2.98	75992	6196	112	110	3.3
120/40	2400	40	1240	40	120	3.00	37539	4818	78	124	3.7
185/62	1900	74	1024	62	185	2.98	55340	8601	131	131	4.0

**Tabelle 35** Fiktive Betonpressung am Schubring  $f_{c,el,modell}$

### 11.4 Bestimmung der elastischen Tragfähigkeit des Schubringes

Aus den Ergebnissen in Abschnitt 11.3 folgt für die bezogene elastische Tragfähigkeit  $n_{el}$ , durch Einsetzen der dreifachen einachsigen Druckfestigkeit  $f_{cm}$ , folgender Zusammenhang nach Gl. (21):

$$n_{el} = \frac{f_{c,el} \cdot c_{el}}{2} = \frac{3 \cdot f_{cm} \cdot c_{el}}{2} \quad \text{Gl. (21)}$$

Die Tabelle 36 zeigt den Vergleich der elastischen Tragfähigkeit nach Gl. (21) auf Basis der Längen  $c_{el}$  nach Gl. (19) mit den Tragfähigkeiten der numerischen Berechnung. Dabei stellt sich heraus, dass die elastische Grenztragfähigkeit der numerischen Berechnung mit Hilfe der Gl. (21) sehr gut getroffen werden kann. Eine Ausnahme stellt der sehr gedrungene Schubring 100/50 dar. Der Grund dafür ist, dass dem Schubring im Ingenieurmodell immer eine dreiecksförmige Pressungsverteilung zugrunde gelegt wird, nun aber eher eine trapezförmige Pressungsverteilung (vgl. Abb. 385) vorliegt. Bei Rohren mit kleinerem Durchmesser (wie in den letzten beiden Zeilen in der Tabelle 36 mit  $D_i = 2400$  bzw.  $1900$  mm) sind die maximalen Betonpressungen größer als  $3 \cdot f_{cm}$  und die elastische Tragfähigkeit wird in diesen Fällen deutlich unterschätzt.

Ring $h_r/t_r$	$D_i$	$t_{rohr}$	$n_{el}$ (FEA)	$n_{el}$ nach Gl. (21)	$n_{el} /$ $n_{el}$ (FEA)
[mm/mm]	[mm]	[mm]	[N/mm]	[N/mm]	[ - ]
185/62	3800	37	5056	4928	0.97
370/62	3800	37	5904	5843	0.99
185/62	3800	74	6609	6485	0.98
370/62	3800	74	7392	7400	1.00
100/50	3100	70	6585	4950	0.75
225/50	3100	70	6566	6039	0.92
350/50	3100	70	6740	6658	0.99
185/62	3800	52	6196	5559	0.90
120/40	2400	40	4818	3861	0.80
185/62	1900	74	8601	6485	0.75

**Tabelle 36** Elastische Tragfähigkeit  $n_{el}$  – Vergleich Ingenieurmodell und FEA- Tragfähigkeit

### 11.4.1 Verifizierung der Betonpressung am Schubring am Ende des elastischen Bereichs

Die Tragfähigkeit des Schubringes ist im hohen Maße von der lokalen Pressung an der lastzugewandten Seite zwischen Beton und Schubring bestimmt, wobei die Höchstwerte nahe am Rohranschluss vorliegen (Belastung am Ende des elastischen Bereichs, vgl. Abb. 447). In den numerischen FE-Analysen ist dabei feststellbar, dass die günstigen mehrachsigen Druckspannungszustände, die in der Regel vorliegen, zu Erhöhungen der einachsigen Druckbeanspruchung führen.

In Abb. 410 sind die maximalen Pressungen am Schubring (parallel zur Rohrwand, vgl. Abb. 409) bei einem Lastniveau wo praktisch noch elastische Verhältnisse vorliegen, in Bezug auf die einachsige Betondruckfestigkeit, dargestellt. Auch hier sind die Ergebnisse in Abhängigkeit der radialen Steifigkeit  $C_v$  (vgl. Abb. 446) dargestellt. Diese wird in Kapitel 11.8 noch näher erläutert.

Es zeigt sich, dass bei nahezu allen Ergebnissen bereits am Ende des elastischen Bereichs bei  $N_{el}$  die 3-fache einachsige Betondruckfestigkeit im Schubringbereich vorliegt (die geringen 2-fachen Werte stammen aus den ebenen Versuchen in Kapitel 8). Im Traglastbereich erreichen die Pressungen ungefähr die 6-fache Betondruckfestigkeit des Betons.

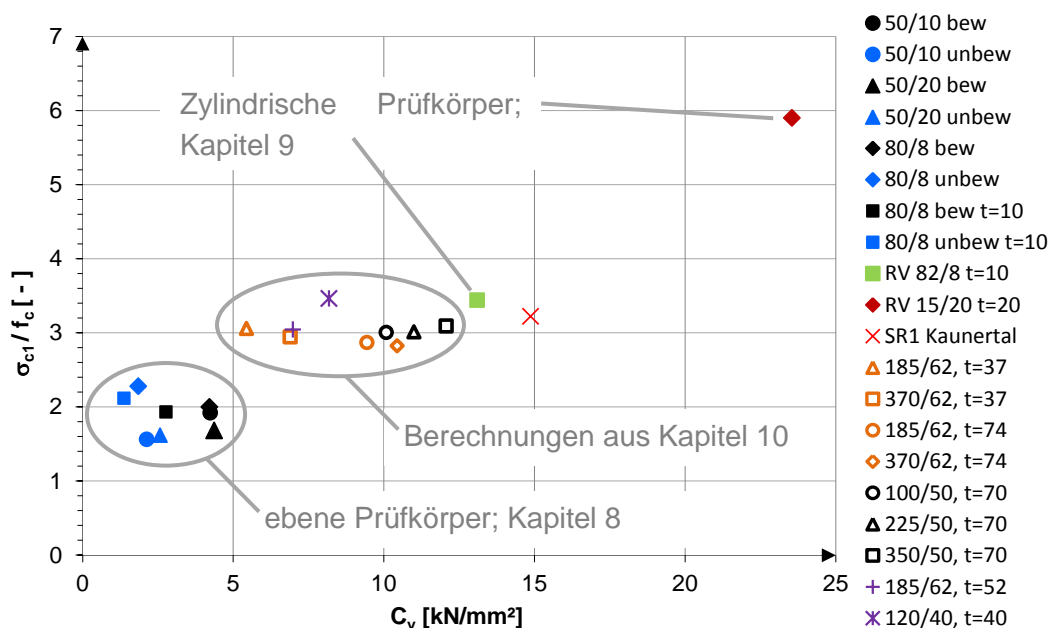
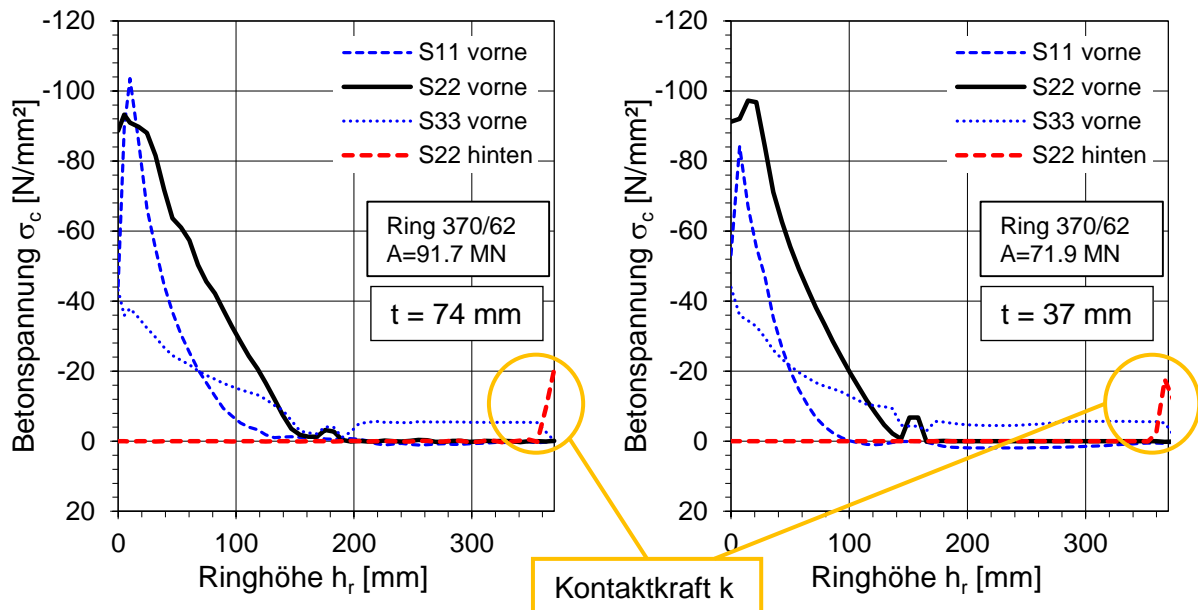


Abb. 410 Bezogene Betonpressungen am Schubring beim elastischen Lastniveau  $N_{el}$

### 11.4.2 Kontaktkraft zwischen lastabgewandter Seite des Schubringes und Beton und Einfluss auf die elastische Tragfähigkeit

In der Veröffentlichung von Ofner/Greiner [1] ist das Verhältnis von der Kontaktkraft  $k$  zur bezogenen Schubringtragfähigkeit  $n_{Rd}$  für den Schubring 370/62 mm ausgegeben. Das Rohr mit  $d_i = 3800$  mm weist dabei einerseits eine Dicke von  $t = 74$  mm und andererseits  $t = 37$  mm auf. Dieselben Geometrien wurden in dieser Arbeit ebenso untersucht und das Verhältnis Kontaktkraft zu Schubringtragfähigkeit mit der Veröffentlichung verglichen. Hervorzuheben ist, dass in [1] eine etwas andere Modellierung gewählt wurde – auch ohne die Bettungswirkung des Gebirges.



**Abb. 411** Kontaktspannungen zwischen Beton und Schubring (370/62) für  $t = 74$  mm (linkes Teilbild) und  $t = 37$  mm (rechtes Teilbild) am Ende des elastischen Bereichs

In der Abb. 411 sind die Kontaktspannungen am Schubring (S22 hinten, vgl. Abb. 409), aus denen sich die Kontaktkraft  $k$  ermitteln lässt, aufgetragen (dies entspricht Abb. 351 und Abb. 375). Das Lastniveau entspricht dem Ende des elastischen Bereichs.

Anm.: In Abb. 411 sind die senkrecht auf den Schubring wirkenden Kontaktspannungen mit S22 bezeichnet. Die Kontaktkraft  $k$  stellt die Integration der lastabgewandten Spannungen – S22 hinten – dar. Ergänzend sind die Betonspannungen in Radialrichtung des Rohres (S11) und in Umfangsrichtung (S33) dargestellt.

Für das linke Teilbild beträgt die Kontaktkraft  $k$  (Integration von S22 – hinten):

$$k = 146 \text{ N/mm}$$

für das rechte beträgt sie:

$$k = 185 \text{ N/mm}$$

Die untenstehende Tabelle zeigt nun den Vergleich der Kontaktkräfte mit der Veröffentlichung von Ofner/Greiner [1]. In Tabelle 37 wurde die bezogene Beanspruchung  $n$  mit dem mittleren Rohrdurchmesser  $r_m$  ermittelt, daher die geringen Abweichungen zu Tabelle 38.

Ring $h_r/t_r$	Bearbeitung	$t_{\text{Rohr}}$	$r_m$	$N_{\text{Rd}}$ bzw. $N_{\text{el}}$	$n_{\text{Rd}}$ bzw. $n_{\text{el}}$	$k$	$k/n_{\text{Rd}}$
[mm/mm]		[mm]	[mm]	[MN]	[N/mm]	[N/mm]	[ - ]
370/62	Ofner [1]	74	1 937	25.6	2100	100	0.048
	Ofner [1]	37	1 918.5	25.3	2100	200	0.095
	Diese Arbeit	74	1 937	91.7	7535	148	0.020
	Diese Arbeit	37	1 918.5	71.9	5965	184	0.031

**Tabelle 37** Vergleich der Kontaktkräfte mit der Veröffentlichung von Ofner/Greiner

Die Tabelle 37 zeigt, dass die Kontaktkraft der FE-Berechnungen in Kapitel 10 um mehr als 50% kleiner sind als jene in der Literatur [1], trotz deutlich höherem Lastniveau. Dabei wurde wie in [1] ein reduziertes Lastniveau vorausgesetzt, das dem Ende des elastischen Bereichs entspricht. Die Kontaktkraft beträgt nur mehr 2 – 3 % der Schubringtragfähigkeit und kann somit für die formelmäßige Ermittlung der elastischen Tragfähigkeit des Schubringes vernachlässigt werden.

Die Tabelle 38 zeigt nun alle rückgerechneten Kontaktkräfte, die im Zuge der FE-Berechnungen aufgetreten sind. Einerseits sind die Kontaktkräfte bei  $n_{\text{el}}$ , wo praktisch noch elastische Verhältnisse vorliegen, andererseits bei der Traglast  $n_{\text{R}}$  ausgelesen worden. Ebenso ist das Verhältnis der Kontaktkraft zur Schubringtragfähigkeit in der Tabelle dargestellt. Es zeigt sich, dass die Kontaktkraft  $k_{\text{R}}$  auch auf Traglastniveau in der Regel deutlich unter 5 % liegt und maximal 11 % der Traglast beträgt. Dies jedoch nur dann, wenn eine schlanke Ringsteife (370/62 = 6) und ein deutlich dünneres Rohr vorliegt ( $t_{\text{rohr}} = 37$  mm). Bei gedrungenen Ringsteifen liegen auch im Traglastzustand keine Kontaktkräfte vor (Kontaktkraft = 0 in Tabelle 38). Auf Grund dessen können die Kontaktkräfte für die Ermittlung der Schubringtragfähigkeit vernachlässigt werden.

Ring $h_r/t_r$	$t_{\text{Rohr}}$	$n_{\text{el}}$ FEA	$k_{\text{el}}$	$k_{\text{el}}/n_{\text{el}}$	$n_{\text{R}}$ FEA	$k_{\text{R}}$	$k_{\text{R}}/n_{\text{R}}$
[mm/mm]	[mm]	[N/mm]	[N/mm]	[ - ]	[N/mm]	[N/mm]	[ - ]
185/62	37	5 056	29	0.006	13 725	160	0.012
370/62		5 904	185	0.031	15 948	1 758	0.110
185/62	74	6 609	0	0	17 512	0	0
370/62		7 392	146	0.020	17 738	849	0.048
100/50	70	6 585	0	0	16 136	0	0
225/50		6 566	12	0.002	15 281	261	0.017
350/50		6 740	97	0.014	17 201	1 223	0.071
185/62	52	6 196	0	0	16 836	0	0
120/40	40	4 818	0	0	12 643	0	0

**Tabelle 38** Alle Kontaktkräfte aus den FEM- Analysen auf elastischem Niveau und Traglastniveau

Anm.: Wert 0 bedeutet keine Kontaktkraft

## 11.5 Biegebeanspruchung des Verankerungsringes

Wie das vorige Kapitel gezeigt hat, lässt sich die elastische Tragfähigkeit sowie das Belastungsbild am Schubring am Ende des elastischen Bereichs relativ genau ermitteln. Es liegt in sehr guter Näherung eine dreiecksförmige Pressungsverteilung mit der Länge  $c_{el}$  vor. Dies ist die Grundlage für die Ermittlung der Biegebeanspruchung des Verankerungsringes bzw. der Spannungen an der Anschlussstelle Rohr/Schubring. Dabei werden nur die Spannungen infolge der Längskraft  $n_{el}$ , die an diesem Schubring abgesetzt wird, betrachtet (nicht die Spannungen aus der Innendruckbelastung – diese können danach überlagert werden).

Aufgrund der exzentrischen Lasteinleitung durch den Schubring entsteht ein Moment im Schubring und im Stahlrohr.

In diesem Kapitel geht es um die Fragestellung, ob das Anschlussmoment und die Anschlussquerkraft vom Schubring zum Rohr bei baupraktischen Abmessungen ausreichend genau mit einem vereinfachten ebenen „Kragträgermodell“ bestimmt werden kann, oder ob die umfangreiche Theorie einer Kreisringplatte zur Anwendung kommen muss.

### 11.5.1 Vergleich „Kragträgermodell“ mit Kreisringplatte

Der Vergleich wird hier mittels des Anschlussmomentes gezeigt. Wenn das Anschlussmoment der beiden Theorien ausreichend genau übereinstimmt, ist davon auszugehen, dass für die Anschlussquerkraft das gleich gilt.

Der Vergleich zwischen Kragträgermodell und Kreisringplatte wird mit innen eingespannten Rändern (vgl. Abb. 412) geführt. Dies ist eine Grenzwertbetrachtung, da das Rohr nicht als starre Einspannung angesehen werden kann. Für den Vergleich der beiden Theorien ist dies jedoch nicht relevant.

#### 11.5.1.1 Kragträgermodell

Beim „Kragträgermodell“ wird der Schubring vereinfachend als Kragträger angesehen und die Wirkung der Kreisringplatte vernachlässigt. Dadurch lässt sich das Anschlussmoment einfach als Einspannmoment eines Kragträgers ermitteln.

#### 11.5.1.2 Kreisringplatte

Hier wird der Schubring als Kreisringplatte aufgefasst und mit Hilfe dieser Theorie das Anschlussmoment ermittelt.

Die Abb. 412 zeigt die Kreisringplatte mit innen eingespannten Rändern. Diese Verhältnisse können in guter Näherung für den Schubring angenommen werden. Dabei ist eine dreiecksförmige Streckenlast  $p(r)$  aufgebracht. Diese Streckenlast verläuft der Einfachheit halber bis zum äußeren Rand des Kreisringes ( $r = r_a$ ). Dies muss bei der Belastung eines Schubringes nicht immer der Fall sein, doch für den qualitativen Vergleich zwischen Kragträgermodell und Kreisringplatte spielt es eine untergeordnete Rolle.

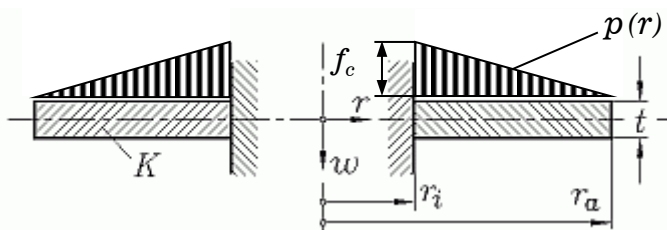


Abb. 412 Kreisringplatte mit veränderlicher Gleichlast

Hier wird auszugsweise die Herleitung der Lösung für die Kreisringplatte gezeigt, da in der Literatur [22] die Lösung für eine konstante Gleichlast aufbereitet ist. Hier wird die Lösung für eine linear veränderliche Gleichlast hergeleitet.

Die Plattenbiegesteifigkeit  $K$  ergibt sich, mit Berücksichtigung des E-Moduls, der Querkontraktionszahl  $\nu$  ( $\nu = 0.30$  für Stahl) und der Plattendicke  $t$  zu:

$$K = \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad \text{Gl. (22)}$$

Für die Verformung  $w$  gilt die Eurler'sche Differentialgleichung 4. Ordnung:

$$r^4 w'''' + 2r^3 w'''' - r^2 w'' + r w' = \frac{p(r) \cdot r^4}{K} \quad \text{Gl. (23)}$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung aus Gl. (23) lautet:

$$w = w_{part} + C_1 + C_2 \cdot \ln \frac{r}{a} + C_3 \cdot r^2 + C_4 \cdot r^2 \cdot \ln \frac{r}{a} \quad \text{Gl. (24)}$$

Dabei ist  $a$  eine beliebige konstante Länge. In diesem Fall wird  $a = r_a$  gleichgesetzt.

Aus dieser Lösung kann die Biege- und Querkraftsbeanspruchung wie folgt berechnet werden:

$$w' = w'_{part} + \frac{C_2}{r} + 2 \cdot C_3 \cdot r + C_4 \cdot r \cdot \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{r}{r_a}\right) \quad \text{Gl. (25)}$$

$$m_r = -K \left[ w''_{part} + \frac{\nu}{r} \cdot w'_{part} - \frac{1 - \nu}{r^2} \cdot C_2 + 2 \cdot (1 + \nu) \cdot C_3 + \left(3 + \nu + 2(1 + \nu) \cdot \ln \frac{r}{r_a}\right) \cdot C_4 \right] \quad \text{Gl. (26)}$$

$$q_r = -K \left[ w'''_{part} + \frac{1}{r} \cdot w''_{part} - \frac{1}{r^2} \cdot w'_{part} + \frac{4}{r} \cdot C_4 \right] \quad \text{Gl. (27)}$$

Als nächster Schritt wird die partikuläre Lösung der inhomogenen Differentialgleichung für eine dreiecksförmige Flächenlast berechnet.

Für die Suche nach der Partikulärlösung kann die Differenzialgleichung wie folgt umgeschrieben werden:

$$r^4 w'''' + 2r^3 w'''' - r^2 w'' + r w' = \frac{p(r) \cdot r^4}{K} \Rightarrow \left\{ r \left[ \frac{1}{r} (r w')' \right]' \right\}' = \frac{p(r) \cdot r^4}{K}$$

Damit ist die Möglichkeit gegeben, durch viermaliges Integrieren entsprechend die allgemeine Lösung direkt zu berechnen, wenn bei jedem Integrationsschritt die jeweilige Integrationskonstante hinzugefügt und in den weiteren Schritten auch mit integriert wird. Das Ergebnis besteht dann aus dem bereits oben in Gl. (24) angegebenen Anteil mit den Integrationskonstanten und aus der erforderlichen Partikulärlösung  $w_{part}$ .

Die partikuläre Lösung lautet nun:

$$w_{part} = \int \frac{1}{r} \int r \int \frac{1}{r} \int \frac{p(r)}{K} r dr dr dr dr \quad \text{Gl. (28)}$$

Die Geradengleichung zur Beschreibung der Flächenlast  $p(r)$  lautet (vgl. Abb. 412):



$$p(r) = -\frac{f_c}{r_a - r_i} \cdot r + f_c \cdot \left( \frac{r_i}{r_a - r_i} + 1 \right) \quad \text{Gl. (29)}$$

Der Einfachheit halber wird die Geradengleichung folgendermaßen angeschrieben:

$$p(r) = k_1 \cdot r + k_2 \quad \text{Gl. (30)}$$

dabei ist:

$$k_1 = -\frac{f_c}{r_a - r_i}$$

$$k_2 = f_c \cdot \left( \frac{r_i}{r_a - r_i} + 1 \right)$$

Somit lautet die partikuläre Lösung nun (Einsetzen von Gl. (30) in Gl. (28)):

$$w_{part} = \frac{1}{K} \int \frac{1}{r} \int r \int \frac{1}{r} \int (k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r) \, dr \, dr \, dr \, dr \quad \text{Gl. (31)}$$

Löst man dieses Mehrfachintegral ohne Berücksichtigung der Integrationskonstanten auf, erhält man als Lösung:

$$w_{part} = \frac{1}{K} \left( \frac{k_1 \cdot r^5}{225} + \frac{k_2 \cdot r^4}{64} \right) \quad \text{Gl. (32)}$$

Es werden ebenso die Ableitungen der partikulären Lösung benötigt. Für diese gilt:

$$w'_{part} = \frac{1}{K} \left( \frac{k_1 \cdot r^4}{45} + \frac{k_2 \cdot r^3}{16} \right) \quad \text{Gl. (33)}$$

$$w''_{part} = \frac{1}{K} \left( \frac{4 \cdot k_1 \cdot r^3}{45} + \frac{3 \cdot k_2 \cdot r^2}{16} \right) \quad \text{Gl. (34)}$$

$$w'''_{part} = \frac{1}{K} \left( \frac{4 \cdot k_1 \cdot r^2}{15} + \frac{3 \cdot k_2 \cdot r}{8} \right) \quad \text{Gl. (35)}$$

Die vier Gleichungen für die Verschiebung, die Verdrehung, das Moment und die Querkraft lauten nun:

$$w = \frac{1}{K} \left( \frac{k_1 \cdot r^5}{225} + \frac{k_2 \cdot r^4}{64} \right) + C_1 + C_2 \cdot \ln \frac{r}{r_a} + C_3 \cdot r^2 + C_4 \cdot r^2 \cdot \ln \frac{r}{r_a} \quad \text{Gl. (36)}$$

$$w' = \frac{1}{K} \left( \frac{k_1 \cdot r^4}{45} + \frac{k_2 \cdot r^3}{16} \right) + \frac{C_2}{r} + 2 \cdot C_3 \cdot r + C_4 \cdot r \cdot \left( 1 + 2 \cdot \ln \frac{r}{r_a} \right) \quad \text{Gl. (37)}$$

$$m_r = -K \left[ \frac{1}{K} \left( \frac{4 \cdot k_1 \cdot r^3}{45} + \frac{3 \cdot k_2 \cdot r^2}{16} \right) + \frac{\nu}{r} \cdot \frac{1}{K} \left( \frac{k_1 \cdot r^4}{45} + \frac{k_2 \cdot r^3}{16} \right) - \frac{1 - \nu}{r^2} \cdot C_2 \right. \\ \left. + 2 \cdot (1 + \nu) \cdot C_3 + \left( 3 + \nu + 2(1 + \nu) \cdot \ln \frac{r}{r_a} \right) \cdot C_4 \right] \quad \text{Gl. (38)}$$

$$q_r = -K \left[ \frac{1}{K} \left( \frac{4 \cdot k_1 \cdot r^2}{15} + \frac{3 \cdot k_2 \cdot r}{8} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{K} \left( \frac{4 \cdot k_1 \cdot r^3}{45} + \frac{3 \cdot k_2 \cdot r^2}{16} \right) - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{K} \left( \frac{k_1 \cdot r^4}{45} + \frac{k_2 \cdot r^3}{16} \right) + \frac{4}{r} \cdot C_4 \right] \quad \text{Gl. (39)}$$

Nun können die vier Integrationskonstanten mit Berücksichtigung folgender Randbedingungen aus den Gl. (36) bis Gl. (39) berechnet werden:

$$w_{(r=r_i)} = 0$$

$$w'_{(r=r_i)} = 0$$

$$m_{r(r=r_a)} = 0$$

$$q_{r(r=r_a)} = 0$$

Die Ermittlung der Integrationskonstanten  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  und  $C_4$  wird mit Hilfe eines Computerprogrammes berechnet und der Vergleich im nächsten Abschnitt mit dem Kragträgermodell gezeigt.

Es gibt noch eine – für die Randbedingungsformulierung nicht benötigte – Schnittgröße  $m_\varphi$ , die im radialen Schnitt auftritt. Diese wird dadurch hervorgerufen, dass sich die Querkontraktion infolge der Biegung nicht frei ausbilden kann. Das durch die Verhinderung der Querdehnung entstehende Moment lautet nun:

$$m_\varphi = -K \left[ \nu \cdot w''_{part} + \frac{1}{r} \cdot w'_{part} + \frac{1-\nu}{r^2} \cdot C_2 + 2 \cdot (1+\nu) \cdot C_3 + \left( 1 + 3\nu + 2(1+\nu) \cdot \ln \frac{r}{r_a} \right) \cdot C_4 \right] \quad \text{Gl. (40)}$$

daraus folgt:

$$m_\varphi = -K \left[ \frac{\nu}{K} \left( \frac{4 \cdot k_1 \cdot r^3}{45} + \frac{3 \cdot k_2 \cdot r^2}{16} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{K} \left( \frac{k_1 \cdot r^4}{45} + \frac{k_2 \cdot r^3}{16} \right) + \frac{1-\nu}{r^2} \cdot C_2 + 2 \cdot (1+\nu) \cdot C_3 + \left( 1 + 3\nu + 2(1+\nu) \cdot \ln \frac{r}{r_a} \right) \cdot C_4 \right] \quad \text{Gl. (41)}$$

An der Einspannstelle ( $r = r_i$ ) beträgt das Moment  $m_\varphi$  immer:  $m_\varphi = \nu \cdot m_r = 0.3 \cdot m_r$

### 11.5.1.3 Vergleich

Mit Hilfe von folgenden Beispielen werden die Berechnungsergebnisse nach dem Kreisringplatten- und Kragträgermodell verglichen:

- Bsp.1:  $r_i = 100 \text{ mm}$ ,  $r_a = 200 \text{ mm}$ ,  $t = 20 \text{ mm}$
- Bsp.2:  $r_i = 1000 \text{ mm}$ ,  $r_a = 1100 \text{ mm}$ ,  $t = 20 \text{ mm}$
- Bsp.3 :  $r_i = 2000 \text{ mm}$ ,  $r_a = 2100 \text{ mm}$ ,  $t = 20 \text{ mm}$

Beispiel 1 ist hier nur als Ergänzung zusehen, als Grenzfall mit großem  $r_a/r_i$ - Verhältnis. Für die Ausführung als Schubringe sind nur Beispiel 2 und 3 bedeutsam.

Dabei ist bei allen Beispielen:  $r_a - r_i = 100 \text{ mm}$ ,  $f_c = 100 \text{ N/mm}^2$  und  $t = 20 \text{ mm}$  nach Abb. 412.

Die Abb. 413 bis Abb. 415 zeigen den Vergleich zwischen dem Kragträgermodell und der Kreisringplatte auf Basis des Momentes  $m_r$ . Dabei ist das Moment  $m_r$  an der Stelle  $r = r_i$  das Einspannmoment an das Rohr.

Anm.: Das Moment in Umfangsrichtung  $m_\varphi$  wird bei diesem Vergleich nicht betrachtet.

Für das Kragträgermodell bleibt das Moment  $m_r$  für alle drei Beispiele gleich mit folgendem Maximalwert:

$$m_{max,Kragarm} = \frac{f_c \cdot (r_a - r_i)^2}{6} = \frac{100 \cdot 100^2}{6} = 166\,667 \text{ Nmm/mm}$$

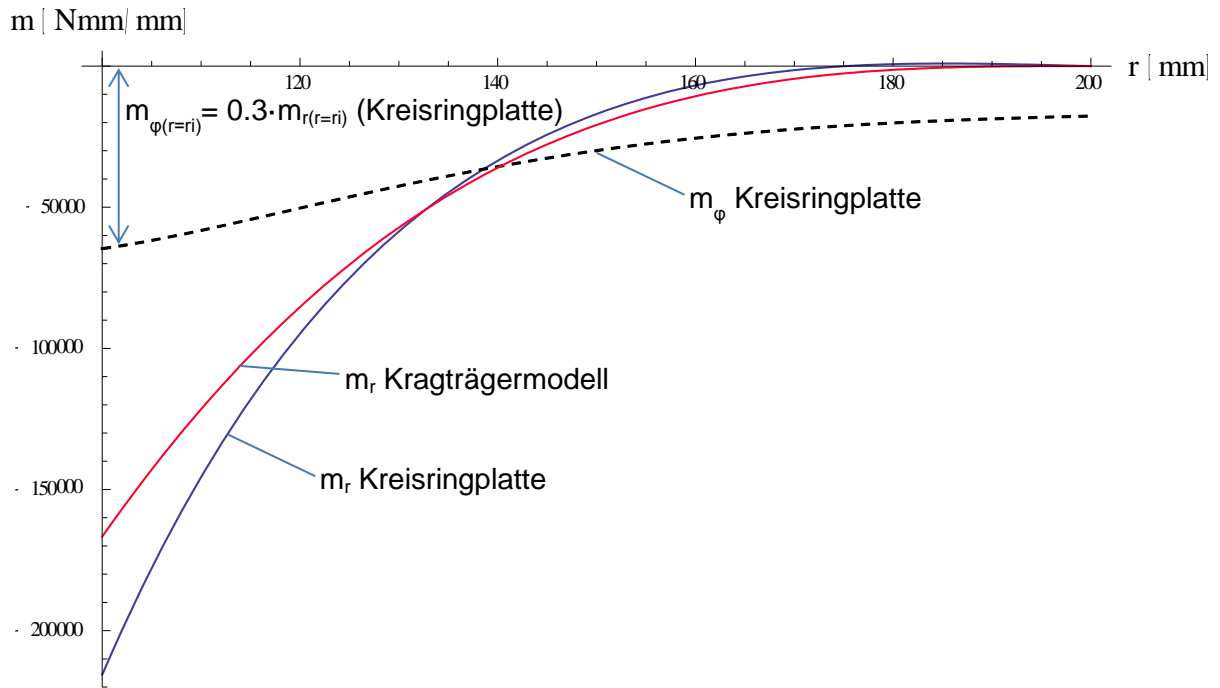
Bei einem Innenradius der Kreisringplatte von 100 mm zeigt sich in Abb. 413 ein signifikanter Unterschied zwischen den Momenten. Dieser Innenradius ist jedoch nicht für die Praxis relevant. Erwartungsgemäß weichen die beiden Berechnungsmethoden weniger voneinander ab, je größer der Innenradius ist.

Die Abb. 414 und Abb. 415 zeigen die Momentenverläufe von praxisrelevanten Abmessungen von Kreisringplatten, bzw. Schubringen. Dabei stellt sich heraus, dass der Effekt der Kreisringplatte für ein vereinfachtes Bemessungsmodell vernachlässigbar klein ist, wie auch die Tabelle 39 zeigt. Die praxisrelevanten Beispiele sind in der Tabelle 39 fett hervorgehoben. Dabei zeigt sich eine maximale Abweichung von 4%.

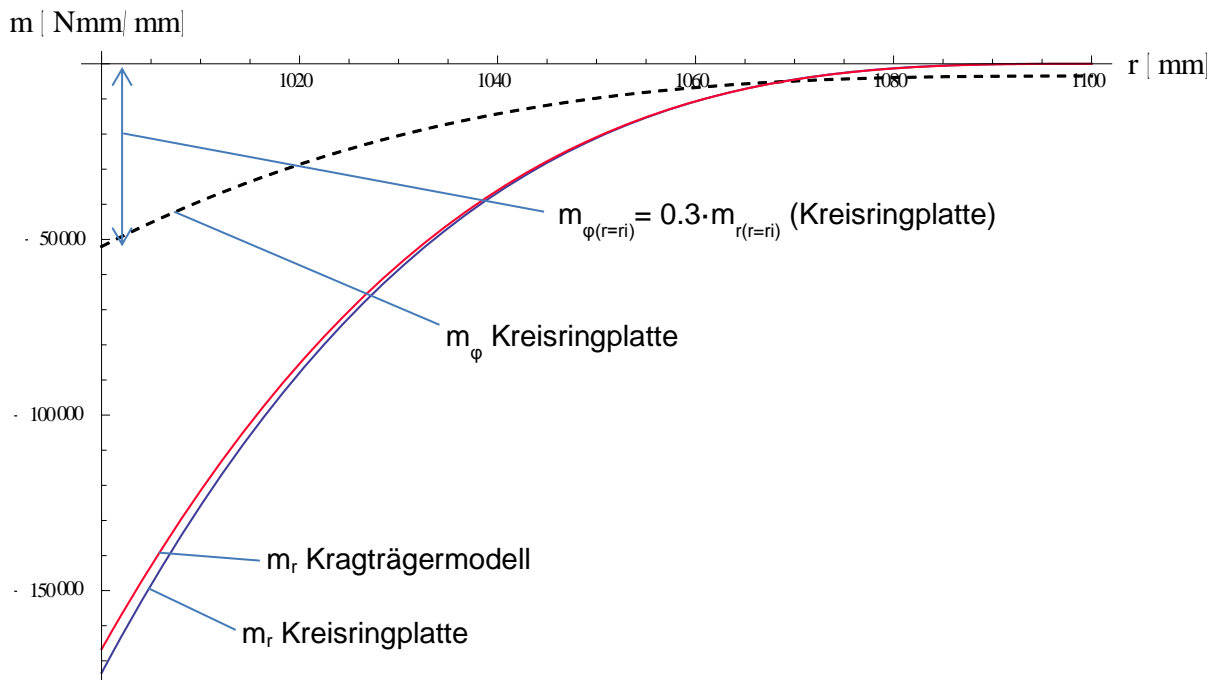
	$m_{max}$ (Kragarm) [Nmm/mm]	$m_{max}$ (Kreisringplatte) [Nmm/mm]	$m_{max}$ (Kragarm) / $m_{max}$ (Kreisringplatte)
Bsp. 1 ( $r_i = 100$ mm)	166 667	215 582	1.29
<b>Bsp. 2 (<math>r_i = 1000</math> mm)</b>	<b>166 667</b>	<b>173 421</b>	<b>1.04</b>
<b>Bsp. 3 (<math>r_i = 2000</math> mm)</b>	<b>166 667</b>	<b>170 124</b>	<b>1.02</b>

**Tabelle 39** Vergleich Maximalmoment Kragträgermodell - Kreisringplatte

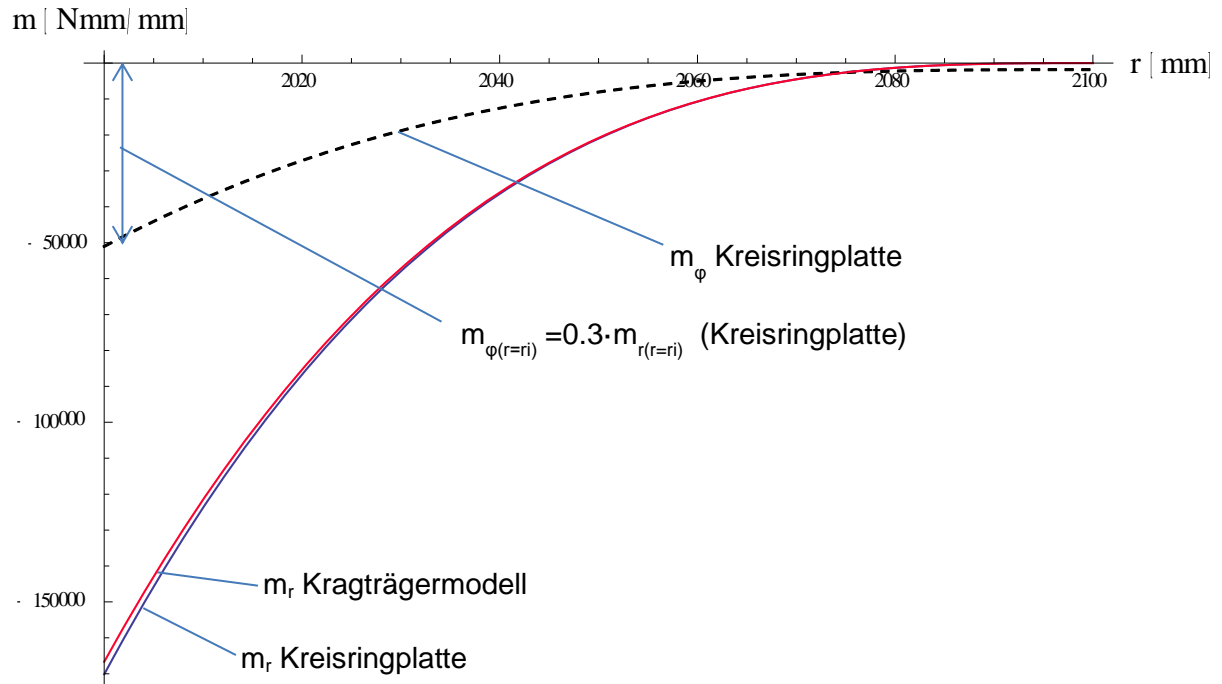
Somit kann das Moment an der Stelle zwischen Schubring und Rohr mit ausreichender Genauigkeit mit dem Kragträgermodell berechnet werden.



**Abb. 413** Vergleich Kreisringplatte – Kragträgermodell; Bsp.1:  $r_i = 100$  mm,  $r_a = 200$ mm



**Abb. 414** Vergleich Kreisringplatte – Kragträgermodell; Bsp.2:  $r_i = 1000$  mm,  $r_a = 1100$  mm



**Abb. 415** Vergleich Kreisringplatte – Kragträgermodell; Bsp.3:  $r_i = 2000$  mm,  $r_a = 2100$  mm

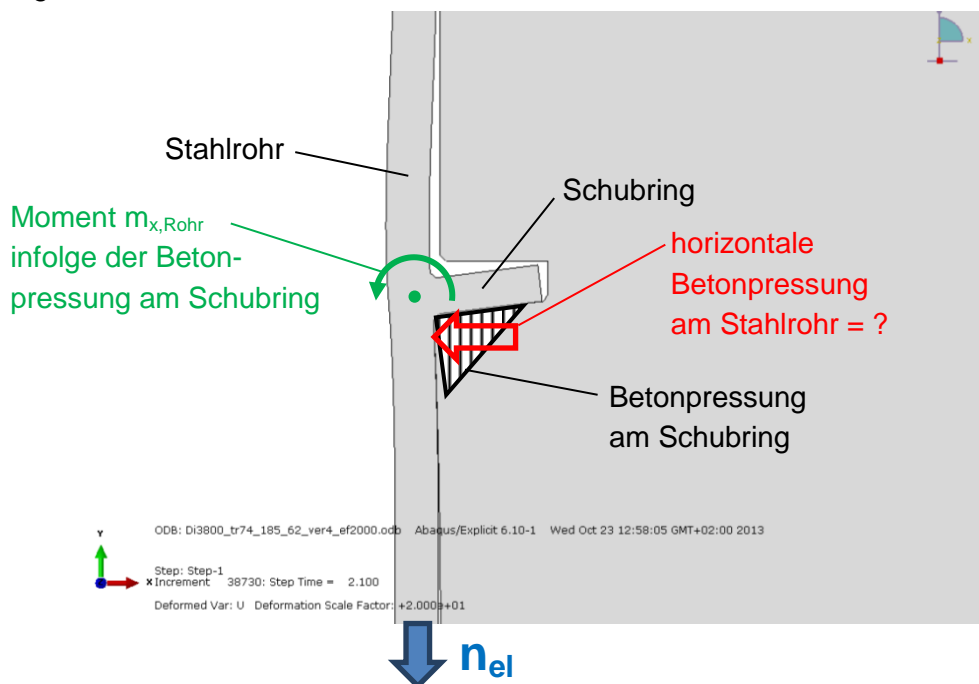
## 11.6 Biegebeanspruchung des Rohres

Es ergibt sich infolge der exzentrischen Längskraftbelastung für das Stahlrohr ein komplexes Belastungsbild, welches in der Abb. 416 dargestellt ist. Der Schubring übergibt die Längskraft  $n_{el}$  (die Integration der Betonpressung am Schubring ergibt  $n_{el}$ ) an den Beton. Dabei entsteht ein Moment im Stahlrohr, aufgrund der exzentrischen Lasteinleitung durch den Schubring.

Um die Biegebeanspruchung des Rohres zu ermitteln, wird die Aufteilung des Biegemomentes  $m_{x,Rohr}$  (vgl. Abb. 416), welches durch den Schubring in das Rohr eingeleitet wird, oberhalb und unterhalb des Schubringes benötigt.

### 11.6.1 Elastische Spannungsermittlung an der Anschlussstelle Rohr/Schubring

Das Stahlrohr erfährt aufgrund des Momentes eine Verdrehung und löst sich auf der lastabgewandten Seite des Schubringes vom Beton ab. An der lastzugewandten Seite des Schubringes kann sich das Rohr am Beton abstützen, dadurch entsteht eine horizontale Betonpressung am Stahlrohr. Diese ist in der Abb. 416 rot gekennzeichnet. Die Größe dieser ist jedoch nicht so leicht zu quantifizieren – ist jedoch für die Beanspruchungsermittlung im Rohr auch für den ersten Ansatz nicht explizit erforderlich (Dies wird am Ende dieses Abschnittes klar). Daher wird vorerst das Moment  $m_{x,Rohr}$  nur infolge der Betonpressung am Schubring ermittelt.

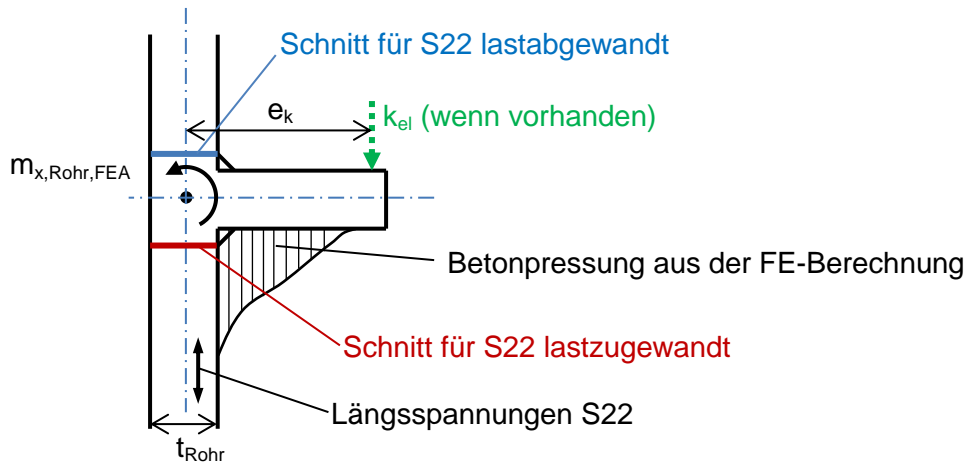


**Abb. 416** Verformte Figur am Ende des elastischen Bereichs (20-fache Überhöhung) mit dem Belastungsbild für das Stahlrohr (Schubring 185/62, Rohrdicke 74 mm)

Zu beachten ist, dass sich das Moment  $m_{x,Rohr}$  auf den Achsschnittpunkt von Rohr und Schubring bezieht und an einem ebenen Modell („Kragträgermodell“) ermittelt wird. Die Abb. 417 zeigt die Berechnung des Momentes  $m_{x,Rohr,modell}$  mithilfe von  $c_{el}$  und der maximalen Betonpressung  $f_{c,el,modell}$  aus der Tabelle 35 für alle untersuchten praktischen Fälle. Dieses Moment wird nun mit dem Moment  $m_{x,Rohr,FEA}$  in der Abb. 418 verglichen, welches sich aus der Betonpressung am Schubring, sowie der zum Teil auftretenden Kontaktkräfte an der lastabgewandten Seite errechnet – auf Basis der Ergebnisse der numerischen Berechnung (vgl. Abb. 418). Die auftretenden Kontaktkräfte  $k_{el}$ , sowie deren Abstand  $e_k$  sind ebenfalls in

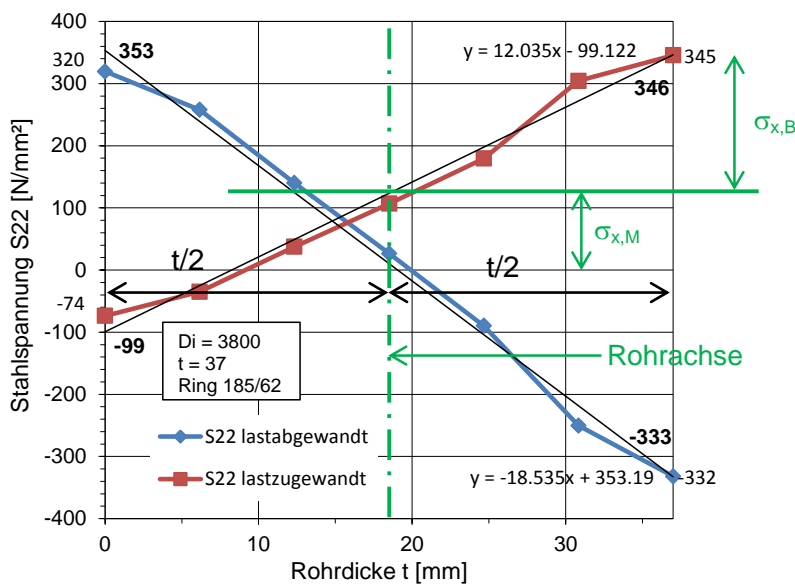


Als nächster Schritt werden die tatsächlichen Spannungen der FE-Berechnung in den in der Abb. 418 dargestellten Schnitten ausgegeben. Diese Schnitte sind die maßgebenden Schnitte für die Spannungsermittlung im Rohr, jeweils ober und unterhalb der Schweißnaht. Im lastzugewandten Schnitt (in der Abb. 418 rot dargestellt) ist überwiegend eine Längsmembranspannung, sowie eine Biegespannung zu erwarten. Im lastabgewandten Schnitt (in der Abb. 418 blau dargestellt) sind überwiegend reine Biegespannungen aus der Schubringbelastung zu erwarten (Anm.: Dies ergibt sich aus den angenommenen Randbedingungen in der Systemberechnung, vgl. Abb. 296).



**Abb. 418** Moment  $m_{x,Rohr,FEA}$  und maßgebende Schnitte der Längsspannungen

Die nächsten Abbildungen zeigen die tatsächlichen Längsspannungen S22 in den maßgebenden Schnitten über die Rohrdicke, die auch Strukturspannungsanteile wegen des einseitigen Schubringanschlusses aufweisen, sowie die dazugehörigen linearisierten Spannungen (Methode der kleinsten Fehlerquadrate) für alle untersuchten Schubringe (Abb. 419 bis Abb. 428). Die linearisierten Spannungen werden anschließend in die Membran- und Biegespannungen zerlegt.



**Abb. 419** Längsspannungen S22 für Rohr  $t=37\text{mm}$ , Durchmesser  $D_i = 3800\text{mm}$ , Schubring 185/62

Die Biegespannung für den Schnitt „S22 lastabgewandt (LA)“ errechnet sich aus den linearisierten Spannungen beispielsweise für den Schubring nach Abb. 419 zu:



$$\sigma_{x,B,LA} = \pm \frac{353 + 333}{2} = \pm 343 \text{ N/mm}^2$$

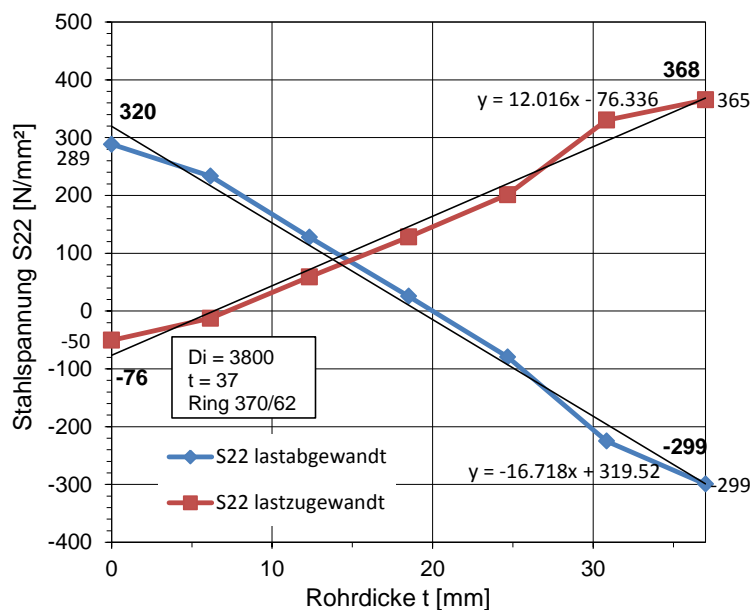
Die Biegespannung für den Schnitt „S22 lastzugewandt (LZ)“ errechnet sich aus den linearisierten Spannungen zu:

$$\sigma_{x,B,LZ} = \pm \frac{99 + 346}{2} = \pm 223 \text{ N/mm}^2$$

Die Membranspannung für die lastzugewandte Seite ergibt folgendes:

$$\sigma_{x,M,LZ} = 223 - 99 = 124 \text{ N/mm}^2$$

Nachfolgend werden für die beiden maßgebenden Schnitte des Rohres, für alle untersuchten Schubringkonfigurationen nach Tabelle 40, aus den dargestellten linearisierten Spannungsverläufen die maßgebenden Membran- und Biegespannungen ausgewiesen.



**Abb. 420** Längsspannungen S22 für Rohr  $t=37\text{mm}$ , Durchmesser  $D_i = 3800\text{ mm}$ , Schubring 370/62

$$\sigma_{x,B,LA} = \pm \frac{320 + 299}{2} = \pm 310 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,B,LZ} = \pm \frac{76 + 368}{2} = \pm 222 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,M,LZ} = 222 - 76 = 146 \text{ N/mm}^2$$

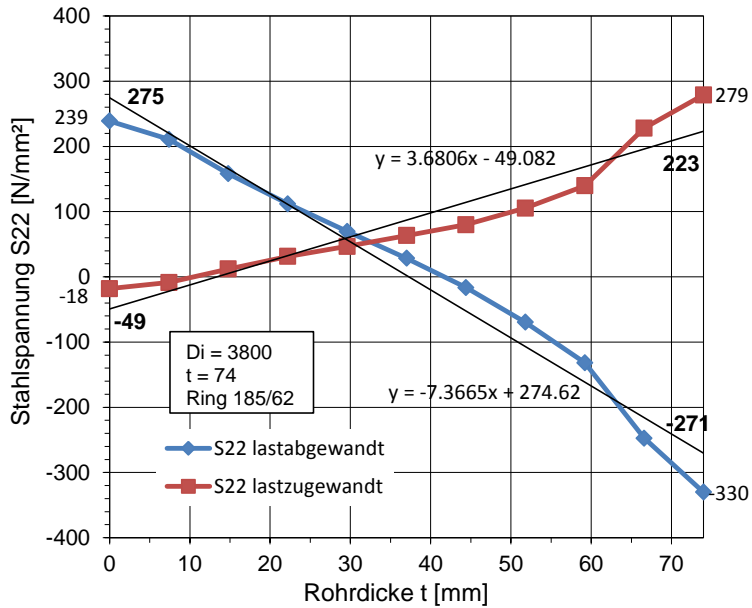


Abb. 421 Längsspannungen S22 für Rohr t=74mm, Durchmesser D<sub>i</sub> = 3800 mm, Schubring 185/62

$$\sigma_{x,B,LA} = \pm \frac{275 + 271}{2} = \pm 273 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,B,LZ} = \pm \frac{49 + 223}{2} = \pm 136 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,M,LZ} = 136 - 49 = 87 \text{ N/mm}^2$$

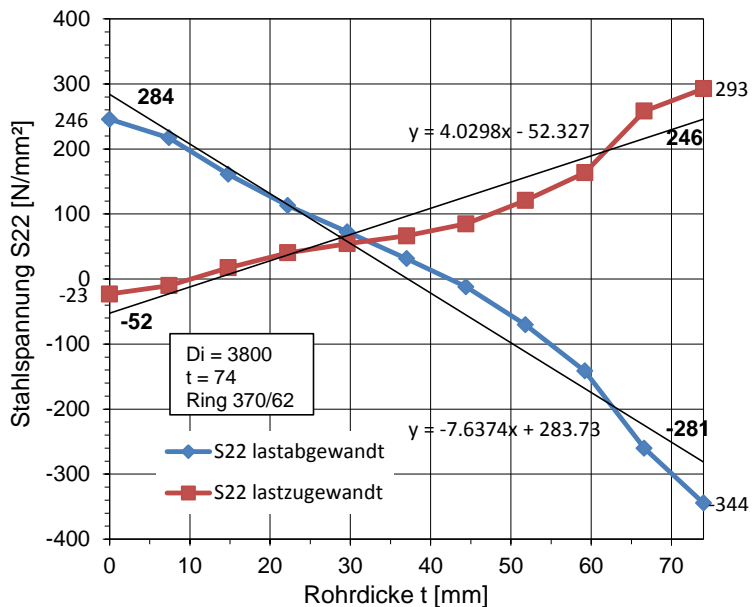
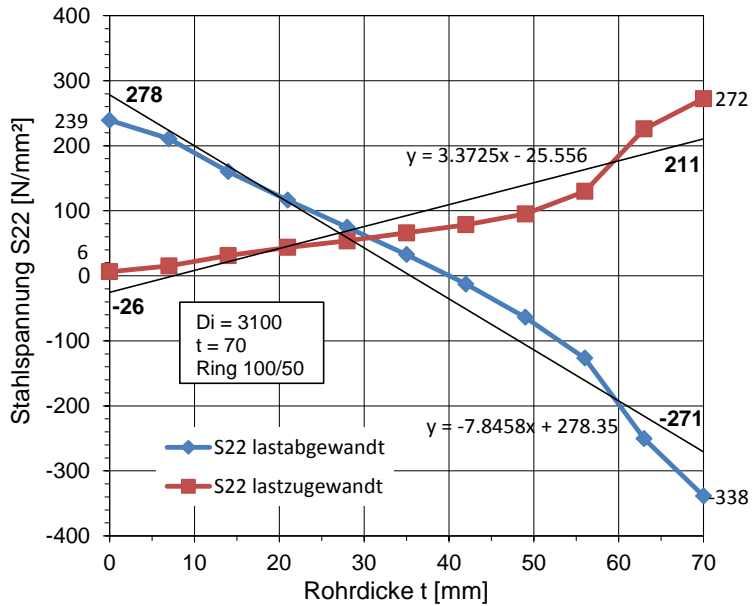


Abb. 422 Längsspannungen S22 für Rohr t=74mm, Durchmesser D<sub>i</sub> = 3800 mm, Schubring 370/62

$$\sigma_{x,B,LA} = \pm \frac{284 + 281}{2} = \pm 283 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,B,LZ} = \pm \frac{52 + 246}{2} = \pm 149 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,M,LZ} = 149 - 52 = 97 \text{ N/mm}^2$$

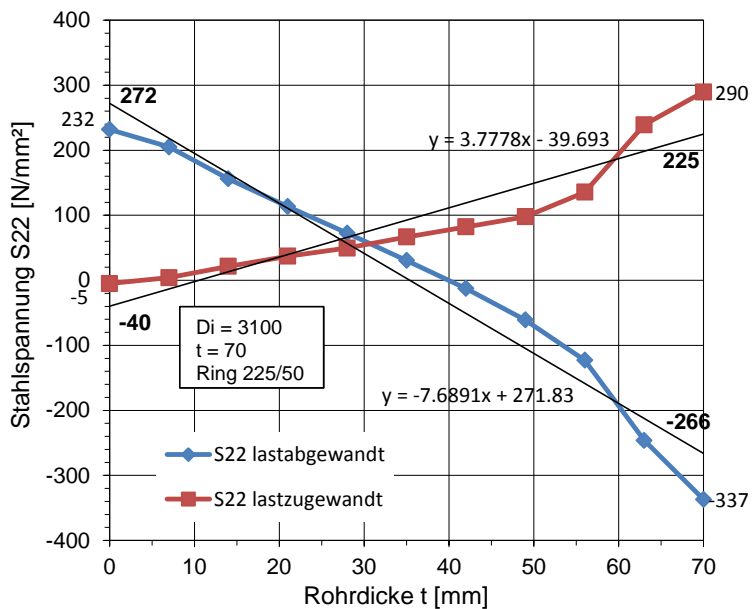


**Abb. 423** Längsspannungen S22 für Rohr t=70 mm, Durchmesser  $D_i = 3100$  mm, Schubring 100/50

$$\sigma_{x,B,LA} = \pm \frac{278 + 271}{2} = \pm 275 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,B,LZ} = \pm \frac{26 + 211}{2} = \pm 119 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,M,LZ} = 119 - 26 = 93 \text{ N/mm}^2$$



**Abb. 424** Längsspannungen S22 für Rohr t=70 mm, Durchmesser  $D_i = 3100$  mm, Schubring 225/50

$$\sigma_{x,B,LA} = \pm \frac{272 + 266}{2} = \pm 269 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,B,LZ} = \pm \frac{40 + 225}{2} = \pm 133 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,M,LZ} = 133 - 40 = 93 \text{ N/mm}^2$$

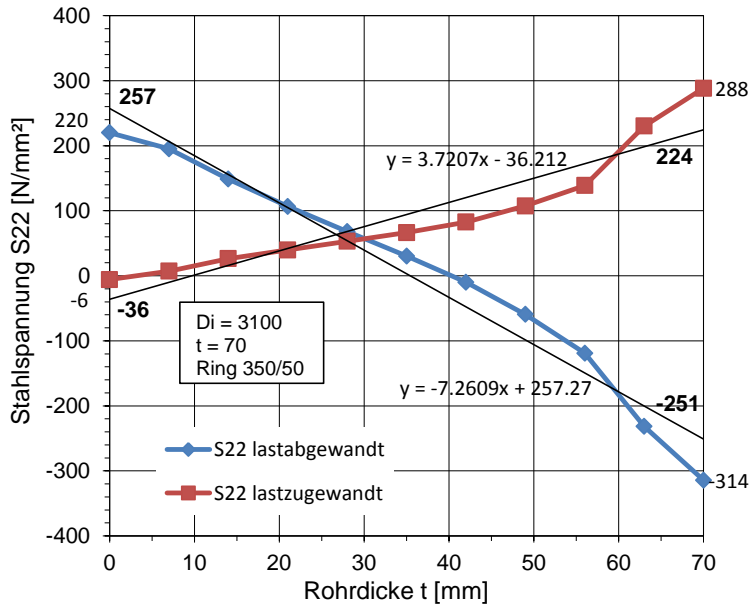


Abb. 425 Längsspannungen S22 für Rohr t=70 mm, Durchmesser  $D_i = 3100$  mm, Schubring 350/50

$$\sigma_{x,B,LA} = \pm \frac{257 + 251}{2} = \pm 254 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,B,LZ} = \pm \frac{36 + 224}{2} = \pm 130 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,M,LZ} = 130 - 36 = 94 \text{ N/mm}^2$$

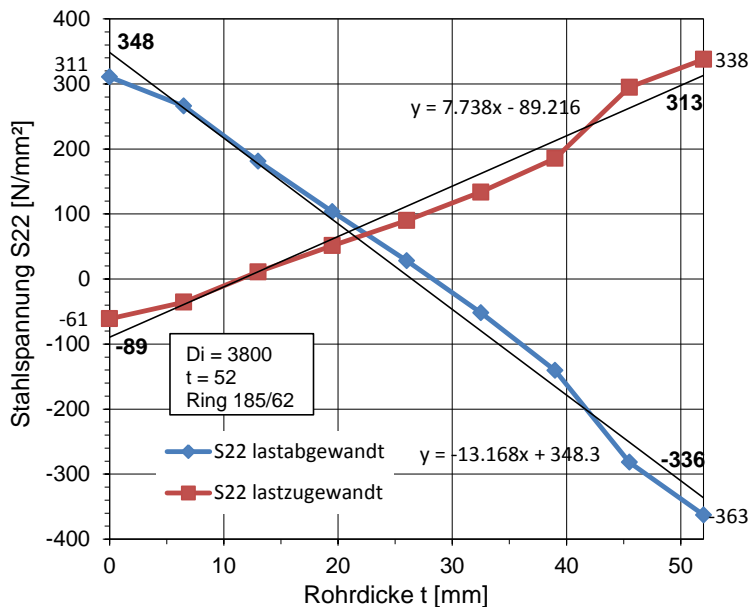


Abb. 426 Längsspannungen S22 für Rohr t=52 mm, Durchmesser  $D_i = 3800$  mm, Schubring 185/62

$$\sigma_{x,B,LA} = \pm \frac{348 + 336}{2} = \pm 342 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,B,LZ} = \pm \frac{89 + 313}{2} = \pm 201 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,M,LZ} = 201 - 89 = 112 \text{ N/mm}^2$$

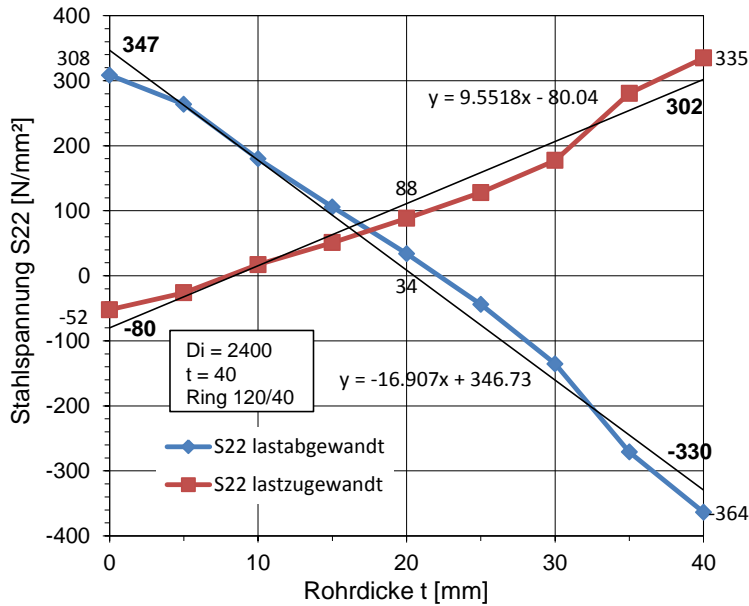


Abb. 427 Längsspannungen S22 für Rohr t=40 mm, Durchmesser  $D_i = 2400$  mm, Schubring 120/40

$$\sigma_{x,B,LA} = \pm \frac{347 + 330}{2} = \pm 339 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,B,LZ} = \pm \frac{80 + 302}{2} = \pm 191 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,M,LZ} = 191 - 80 = 111 \text{ N/mm}^2$$

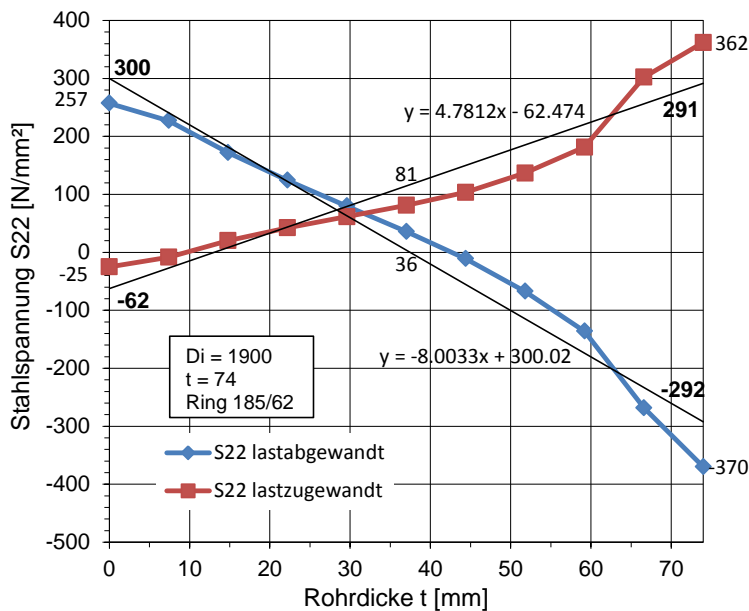


Abb. 428 Längsspannungen S22 für Rohr t=74 mm, Durchmesser  $D_i = 1900$  mm, Schubring 185/62

$$\sigma_{x,B,LA} = \pm \frac{300 + 292}{2} = \pm 296 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,B,LZ} = \pm \frac{62 + 291}{2} = \pm 177 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,M,LZ} = 177 - 62 = 115 \text{ N/mm}^2$$

Alle Ergebnisse werden in Tabelle 41 und Tabelle 42 zusammengefasst. Dabei wird aus den Biegespannungen ( $\sigma_{x,B,LA}$  und  $\sigma_{x,B,LZ}$ ) ein äquivalentes Biegemoment ( $m_{x,Rohr,LA}$  und  $m_{x,Rohr,LZ}$ ) zurückgerechnet und dieses mit dem Gesamtmoment  $m_{x,Rohr,FEA}$  (vgl. Abb. 416 und Abb. 418) verglichen.

$$m_{x,Rohr,LA} = \sigma_{x,B,LA} * \frac{t_{Rohr}^2}{6}$$

$$m_{x,Rohr,LZ} = \sigma_{x,B,LZ} * \frac{t_{Rohr}^2}{6}$$

Aus dem Verhältnis der Biegemomente am Rohr in den beiden maßgebenden Schnitten (LA, LZ) zum Moment  $m_{x,Rohr,FEA}$  (vgl. Abb. 418) lassen sich dann zutreffende Verhältniswerte der Rohrbiegebeanspruchung für ein Bemessungsmodell ableiten. Das Moment  $m_{x,Rohr,FEA}$  wurde aus der Pressungsverteilung der numerischen Berechnung ermittelt. Das Moment  $m_{x,Rohr,FEA}$  wirkt im Achsschnittpunkt der Rohr- und Schubringachse.

Ring $h_r/t_r$	$D_i$	$t_{Rohr}$	$m_{x,Rohr,FEA}$	$\sigma_{x,B,LA}$	$m_{x,Rohr,LA}$	$\frac{m_{x,Rohr,LA}}{m_{x,Rohr,FEA}}$
[mm/mm]	[mm]	[mm]	[KNmm/mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[KNmm/mm]	[ - ]
185/62	3800	37	251	343	78.3	0.31
370/62	3800	37	299	310	70.7	0.24
185/62	3800	74	531	273	249	0.47
370/62	3800	74	588	283	258	0.44
100/50	3100	70	451	275	225	0.50
225/50	3100	70	471	269	220	0.47
350/50	3100	70	486	254	207	0.43
185/62	3800	52	393	342	154	0.39
120/40	2400	40	225	339	90.4	0.40
185/62	1900	74	662	296	270	0.41

**Tabelle 41** Vergleich des Momentes an der lastabgewandten Seite des Schubrings  $m_{x,Rohr,LA}$  mit dem Moment  $m_{x,Rohr,FEA}$

Ring $h_r/t_r$	$D_i$	$t_{Rohr}$	$m_{x,Rohr,FEA}$	$\sigma_{x,B,LZ}$	$m_{x,Rohr,LZ}$	$m_{x,Rohr,LZ} / m_{x,Rohr,FEA}$
[mm/mm]	[mm]	[mm]	[KNmm/mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[KNmm/mm]	[ - ]
185/62	3800	37	251	223	50.9	0.20
370/62	3800	37	299	222	50.9	0.17
185/62	3800	74	531	136	124	0.23
370/62	3800	74	588	149	136	0.23
100/50	3100	70	451	119	97.2	0.22
225/50	3100	70	471	133	109	0.23
350/50	3100	70	486	130	106	0.22
185/62	3800	52	393	201	90.6	0.23
120/40	2400	40	225	191	50.9	0.23
185/62	1900	74	662	177	162	0.24

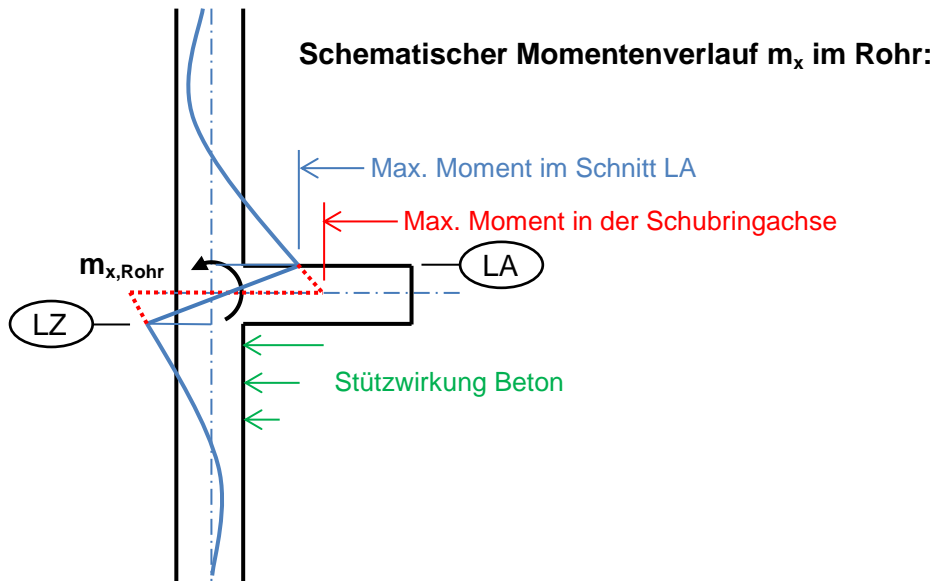
**Tabelle 42** Vergleich des Momentes an der lastzugewandten Seite des Schubringes  $m_{x,Rohr,LZ}$  mit dem Moment  $m_{x,Rohr,FEA}$

Die Tabelle 41 und Tabelle 42 zeigen, dass sich das durch den Schubring in das Rohr eingeleitete Moment nicht je zur Hälfte oberhalb und unterhalb des Schubringes aufteilt. Das Moment auf der lastabgewandten Seite des Schubringes  $m_{x,Rohr,LA}$  ist deutlich größer und beträgt in den meisten Fällen etwa 45 % des Momentes  $m_{x,Rohr,FEA}$ . Das Moment auf der lastzugewandten Seite des Schubringes  $m_{x,Rohr,LZ}$  ist geringer und beträgt etwa 23 % des Momentes  $m_{x,Rohr,FEA}$ . Der Grund hierfür ist, dass sich das Rohr auf der lastzugewandten Seite des Schubringes am Beton „abstützen“ kann. Dadurch reduzieren sich die Biegespannungen an dieser Seite deutlich. Die Summe der Rohrmomente ( $m_{x,Rohr,LA} + m_{x,Rohr,LZ}$ ) ist kleiner als das Moment  $m_{x,Rohr}$ , da die Schnitte LA und LZ nicht die gleiche Lage wie jener Schnitt haben in dem das Moment  $m_{x,Rohr}$  wirkt (vgl. Abb. 429).

Die Abb. 429 zeigt den schematischen Momentenverlauf  $m_x$  im Rohr. Dabei ist in blau schematisch die Momentenlinie der FE-Berechnung dargestellt. In Rot ist vergleichsweise die Momentenlinie bei punktförmiger Einleitung des Momentes dargestellt. Dabei zeigt sich eine Reduzierung des maximalen Momentes an den maßgebenden Stellen des Rohres in Schnitt LA und LZ.

Aus der Tabelle 41 leitet sich der konservative Vorschlag ab, 50 % des Momentes  $m_{x,Rohr}$  auf der lastabgewandten (LA) Seite des Schubringes als maximales Moment anzusetzen (Istwerte 24 – 50 %). Nunmehr lassen sich mit den Zusammenhängen für  $m_{x,Rohr,modell}$  nach Abb. 417, auf Basis der maximalen Betonpressung  $f_{c,el}$  am Schubring sowie der Pressungslänge  $c_{el}$  nach Gl. (19) die Rohrbiegebeanspruchungen wie folgt ermitteln:

$$\begin{aligned}
 m_{x,Rohr,LA} &= 0.5 * m_{x,Rohr,modell} = 0.5 * \frac{f_{c,el} * c_{el}}{2} * \left( \frac{c_{el}}{3} + \frac{t_{Rohr}}{2} \right) \\
 &= 0.25 * f_{c,el} * c_{el} * \left( \frac{c_{el}}{3} + \frac{t_{Rohr}}{2} \right)
 \end{aligned}
 \tag{42}$$



**Abb. 429** Schematischer Momentenverlauf  $m_x$  im Rohr

Aus der Tabelle 42 leitet sich der konservative Vorschlag ab, auf der lastzugewandten (LZ) Seite des Schubringes 25 % des Momentes  $m_{x,Rohr}$  am Rohr anzusetzen (Istwerte 17 – 24 %):

$$m_{x,Rohr,LZ} = 0.25 * m_{x,Rohr,model} = 0.125 * f_{c,el} * c_{el} * \left( \frac{c_{el}}{3} + \frac{t_{Rohr}}{2} \right) \quad \text{Gl. (43)}$$

Daraus lassen sich die Biegespannungen im Rohr errechnen zu:

- an der lastabgewandten Seite (Schnitt LA)

$$\sigma_{x,B,LA} = \pm \frac{6 * m_{x,Rohr,LA}}{t_{Rohr}^2}$$

- an der lastzugewandten Seite (Schnitt LZ)

$$\sigma_{x,B,LZ} = \pm \frac{6 * m_{x,Rohr,LZ}}{t_{Rohr}^2}$$

Bei Ausnutzung der vollständigen elastischen Tragfähigkeit  $n_{el}$  des Schubringes ergibt sich  $f_{c,el} = 3 * f_{cm}$  und somit gilt für die zugehörige Momentenbeanspruchung im Rohr (Einsetzen in Gl. (42), Gl. (43)):

$$m_{x,Rohr,LA} = 0.75 * f_{cm} * c_{el} * \left( \frac{c_{el}}{3} + \frac{t_{Rohr}}{2} \right)$$

$$m_{x,Rohr,LZ} = 0.375 * f_{cm} * c_{el} * \left( \frac{c_{el}}{3} + \frac{t_{Rohr}}{2} \right)$$

Dies ist die erste beschriebene Methode, wie man ausreichend genau innerhalb eines einfachen Bemessungsmodells die Momente in den maßgebenden Schnitten des Rohres ermitteln kann.

Eine alternative Methode zur Ermittlung der Momente im Rohr wird im nachfolgenden Kapitel gezeigt.



### 11.6.2 Alternative Methode zur Bestimmung der elastischen Spannungen an der Anschlussstelle Rohr/Schubring

Hier wird alternativ, durch Überlegungen zum Tragverhalten der Zylinderschale, gezeigt, wie eine Aufteilung des Momentes auf die lastzu- und lastabgewandte Seite des Schubringes erfolgen kann.

Dabei wird das Rohr als freie, nicht gebettete Zylinderschale mit Versteifungsring betrachtet. Das Anliegen der Zylinderschale an den Beton, bzw. die Stützwirkung des Betons (vgl. Abb. 429) wird vereinfachend mit Hilfe einer Radiallast mit der Bezeichnung  $H$  berücksichtigt (vgl. Abb. 432). Die Pressungsverteilungen des Betons auf das Rohr haben gezeigt, dass sich im elastischen Bereich die Pressungen auf den Bereich unterhalb des Schubringes konzentrieren und somit relativ gut mit einer Einzelkraft angenähert werden können (vgl. Abb. 314).

Dieses statische Modell ist in der Abb. 432 dargestellt. Die Belastung setzt sich aus dem Moment  $m_{x,Rohr,model}$  (vgl. Abb. 417), welches im Achsschnittpunkt von Rohr und Schubring angreift, sowie einer Horizontalkraft  $H$  zusammen. Die Horizontalkraft  $H$  greift unterhalb des Schubringes mit dem Abstand  $x_H$  an (vgl. Abb. 432). An dieser Stelle tritt auch ungefähr die resultierende Kraft aus den Betonpressungen auf das Stahlrohr auf. Dieser Abstand  $x_H$  setzt sich aus der halben Schubringdicke plus der Dicke der Schweißnaht zusammen. Die Größe der Horizontalkraft wird aus den Überlegungen in Abb. 453 mit  $0.3 \cdot n_{el}$  angenommen. Diese Annahme zeigt eine relativ gute Übereinstimmung mit der numerischen Berechnung, wie in Kapitel 11.8 noch verdeutlicht wird.

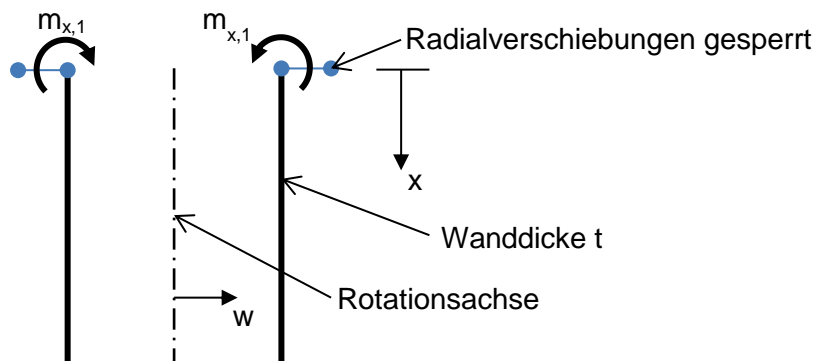
Die Lastfälle Moment und Horizontalkraft werden einzeln betrachtet und anschließend superponiert, wie die Abb. 432 zeigt.

#### - Zum Lastfall Moment:

Das Moment  $m_{x,Rohr,model}$  teilt sich an der freien Zylinderschale zu 50% auf die lastabgewandte und zu 50% auf die lastzugewandte Seite auf. Bei diesem Lastfall spielt der Schubring bzw. Versteifungsring keine Rolle.

In Abb. 430 ist das statische Modell der Zylinderschale gezeigt.

Dabei ist  $m_{x,1} = 0.5 \cdot m_{x,Rohr,model}$ . Die Radialverschiebung bei  $x=0$  ist auf Grund der Symmetrierandbedingung gesperrt, dadurch braucht man nur das halbe System betrachten.



**Abb. 430** Lange Zylinderschale mit Moment  $m_x$  als Randangriff

Das Abklingen des Momentenverlaufs mit zunehmenden  $x$ -Werten kann mit Hilfe der Theorie von Biegerandstörungen bei langen Zylinderschalen berechnet werden.

Die allgemeine Lösung für eine Biegerandstörung an einer langen Zylinderschale lautet [17]:

$$w = C \cdot e^{-\xi} \cdot \cos\xi + D \cdot e^{-\xi} \cdot \sin\xi \quad \text{Gl. (44)}$$

$$m_x = 2Bk^2(C \cdot e^{-\xi} \cdot \sin\xi - D \cdot e^{-\xi} \cdot \cos\xi) \quad \text{Gl. (45)}$$

Für die bezogene Koordinate  $\xi$  gilt dabei:

$$\xi = k \cdot x$$

In Gl. (44) und Gl. (45) sind C und D die Integrationskonstanten. B ist die Biegesteifigkeit der Zylinderschale mit der folgenden Größe (Querkontraktion  $\nu = 0.30$  für Stahl):

$$B = \frac{E \cdot t^2}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$$

k ist die Abklingzahl der Zylinderschale:

$$k = \sqrt{\frac{\sqrt{3 \cdot (1 - \nu^2)}}{r \cdot t}}$$

Mit Hilfe folgender Randbedingungen lassen sich nun die Integrationskonstanten bestimmen:

$$w_{x=0} = 0$$

$$m_{x=0} = m_{x,1}$$

Daraus ergibt sich durch Einsetzen in die Gl. (44) und Gl. (45):

$$C = 0$$

$$D = -\frac{m_{x,1}}{2Bk^2}$$

Daraus ergibt sich der Momentenverlauf durch Einsetzen in die Gl. (45) zu:

$$m_x = m_{x,1} \cdot e^{-\xi} \cdot \cos\xi \quad \text{Gl. (46)}$$

Dieser Verlauf ist in Abb. 433 für den Fall Schubring 185/62 mm, Rohr  $t=74$  mm und  $D_i = 3800$  mm mit der Bezeichnung „mx infolge mx,rohr“ gezeigt.

#### - Zum Lastfall Horizontalkraft:

Die Vorgehensweise zur Lösung der ringversteiften Zylinderschale mit Horizontalkraft ist in der Abb. 432 gezeigt. Die Lösung wird für das statische unbestimmte System mit Hilfe der Deformationsmethode ermittelt.

Zuerst wird die Last am kinematisch bestimmten Grundsystem, welches mit „0“-System bezeichnet wird, aufgebracht (vgl. Abb. 432).

Zwischen dem Schubring und der Horizontalkraft wird der Einfachheit halber eine starre Koppelung eingeführt, welche in guter Näherung diese kurze Zylinderschale beschreibt.

Daraus ergibt sich für das „0“-System:

$$K_{10} = H$$

$$K_{20} = H \cdot x_H$$

Die unbekanntenen Weggrößen werden mit  $D_1$  (für die Verschiebung in radialer Richtung) und  $D_2$  (für die Verdrehung) bezeichnet.

Als nächster Schritt wird die Verschiebung  $D_1 = 1$  am kinematisch bestimmten Grundsystem aufgebracht.

Daraus ergibt sich für das System infolge  $D_1=1$ :

$$K_{11} = \underbrace{-2 \cdot (2Bk^2 \cdot D_1 \cdot 2k)}_{\text{Anteil Rohr}} - \underbrace{\frac{E \cdot h_r \cdot t_r}{r^2} \cdot D_1}_{\text{Anteil Ring}} = -8Bk^3 - \frac{E \cdot h_r \cdot t_r}{r^2}$$

$$K_{21} = 0$$

$K_{11}$  setzt sich aus einem Anteil des Rohres und einem Anteil des Ringes zusammen. Die Formeln dazu sind in der Abb. 434 (Auszug aus dem Skriptum für Flächentragwerke[17]) in rot hervorgehoben.

Als nächster Schritt wird die Verdrehung  $D_2 = 1$  am kinematisch bestimmten Grundsystem aufgebracht.

Daraus ergibt sich für das System infolge  $D_2=1$

$$K_{12} = 0$$

$$K_{22} = -2 \cdot (2Bk \cdot D_1) = -4Bk$$

Die Formel für  $K_{22}$  ist in der Abb. 434 in grün hervorgehoben.

Die unbekanntes Weggrößen  $D_1$  und  $D_2$  müssen so groß sein, dass die Kraftgrößen in den temporären Auflagern verschwinden. Dies ergibt folgende Gleichgewichtsbedingungen:

$$0 = K_{10} + K_{11} \cdot D_1 + \underbrace{K_{12} \cdot D_2}_{=0} \quad \text{Gl. (47)}$$

$$0 = K_{20} + \underbrace{K_{21} \cdot D_1}_{=0} + K_{22} \cdot D_2 \quad \text{Gl. (48)}$$

Aus den Gleichungen Gl. (47) und Gl. (48) lassen sich die unbekanntes Verformungen  $D_1$  und  $D_2$  ermitteln:

$$D_1 = -\frac{K_{10}}{K_{11}} = \frac{H}{8Bk^3 + \frac{E \cdot h_r \cdot t_r}{r^2}}$$

$$D_2 = -\frac{K_{20}}{K_{22}} = \frac{H \cdot x_H}{4Bk}$$

Daraus kann der Momentenverlauf infolge der Horizontalkraft berechnet werden zu:

$$m_x = m_0 + m_1 \cdot D_1 + m_2 \cdot D_2 \quad \text{Gl. (49)}$$

Die Radiallast  $X_{H,1}$  (vgl. Abb. 431) infolge  $D_1$ , welche den Momentenverlauf  $m_1$  bewirkt, lässt sich aus der Abb. 434 mit der in rot hervorgehobenen Formel ermitteln:

$$X_{H,1} = 2Bk^2 \cdot (-D_1 \cdot 2k) \quad \text{Gl. (50)}$$

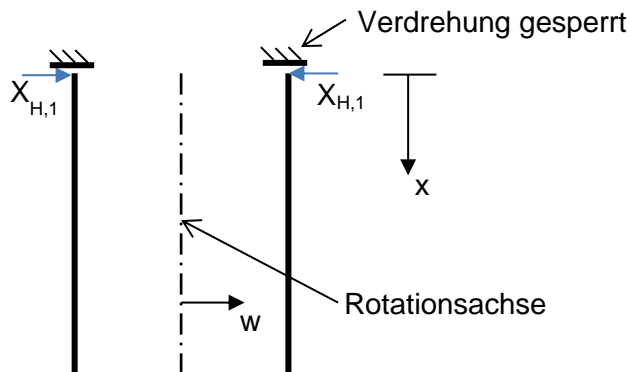


Abb. 431 Lange Zylinderschale mit Radiallast  $X_{H,1}$

Der Momentenverlauf  $m_1$  ergibt sich somit mit dem System, welches in Abb. 431 gezeigt ist, zu folgender Größe (mit Gl. (50)):

$$m_1 = -\frac{X_{H,1}}{2k} \cdot \underbrace{(e^{-\xi} \cdot \cos \xi - e^{-\xi} \cdot \sin \xi)}_{\text{Abklingfunktion für Radiallast}} \quad \text{Gl. (51)}$$

$$= 2Bk^2 \cdot D_1 \cdot (e^{-\xi} \cdot \cos \xi - e^{-\xi} \cdot \sin \xi)$$

Das Einzelmoment  $X_{M,2}$  infolge  $D_2$ , welches den Momentenverlauf  $m_2$  bewirkt, lässt sich aus der Abb. 434 mit der in grün hervorgehobenen Formel ermitteln:

$$X_{M,2} = 2Bk \cdot D_2 \quad \text{Gl. (52)}$$

Das System an dem das Randmoment  $X_{M,2}$  angreift ist dasselbe, wie in Abb. 430. Daraus folgt  $m_2$  zu (vgl. Gl. (46)):

$$m_2 = X_{M,2} \cdot e^{-\xi} \cdot \cos \xi = 2Bk \cdot D_2 \cdot e^{-\xi} \cdot \cos \xi \quad \text{Gl. (53)}$$

Aus Gl. (49), Gl. (51) und Gl. (53) folgt schlussendlich der Momentenverlauf infolge der Horizontalkraft H:

$$m_x = m_0 + 2Bk^2 (e^{-\xi} \cdot \cos \xi - e^{-\xi} \cdot \sin \xi) \cdot D_1 + 2Bk \cdot e^{-\xi} \cdot \cos \xi \cdot D_2 \quad \text{Gl. (54)}$$

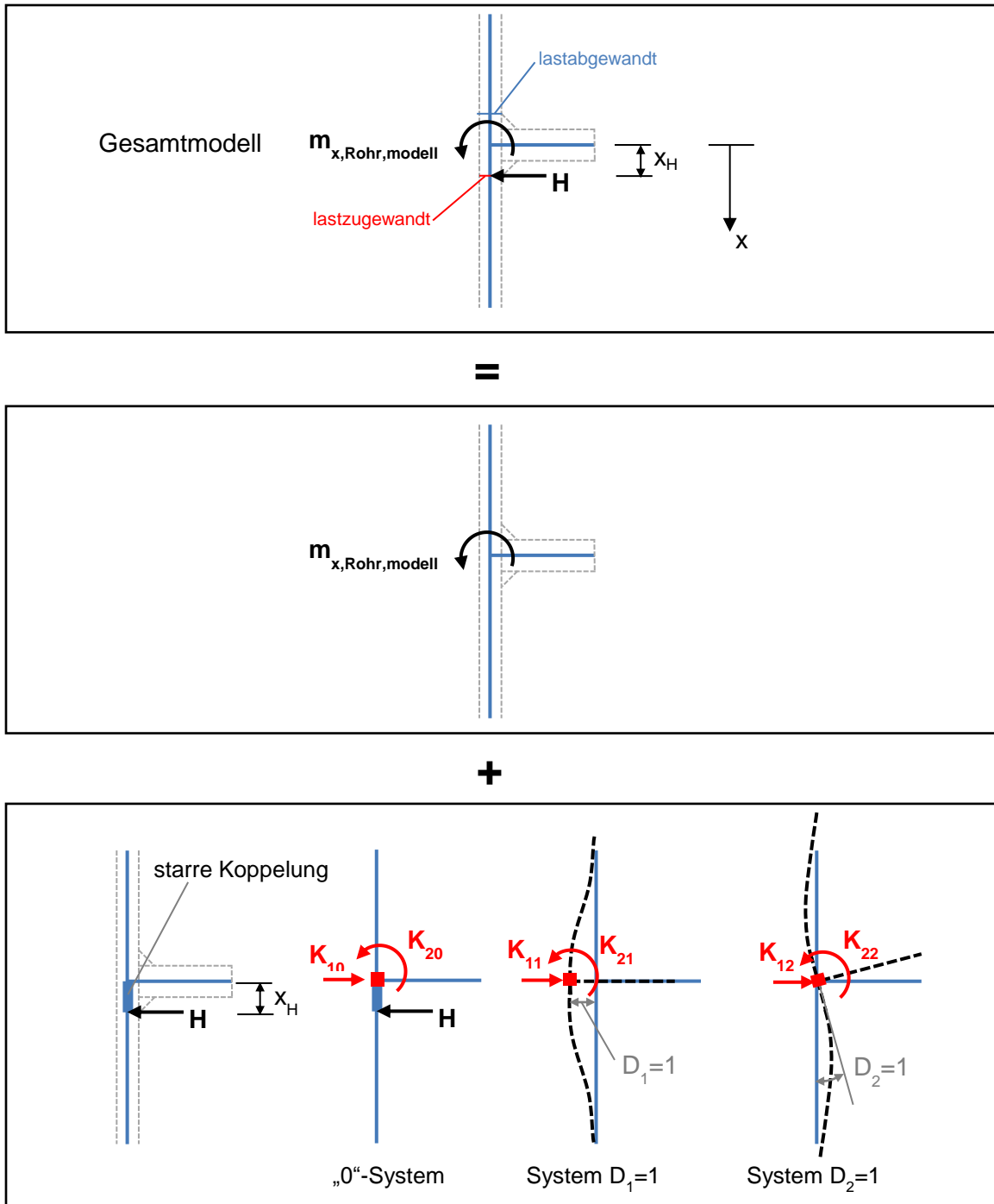
Dieser Verlauf ist in der Abb. 433 für den Fall Schubring 185/62 mm, Rohr  $t=74$  mm und  $D_i = 3800$  mm mit der Bezeichnung „mx infolge H“ gezeigt. Dabei ist  $x_H = 62/2+10= 41$  mm. Das Moment  $m_{x,\text{rohr,modell}} = 533$  KNmm/mm ist in der Tabelle 40 abzulesen. Die elastische Tragfähigkeit  $n_{el} = 6485$  N/mm nach Gl. (21) zur Bestimmung der Horizontalkraft ist in der Tabelle 36 zu finden.

Durch Superponieren der Momentenläufe der beiden Lastfälle erhält man den endgültigen Momentenverlauf. Dieser ist in der Abb. 433 mit der Bezeichnung „Analyt. Lsg.“ gezeigt. Nun kann man die Größe des Momentes am Schnitt lastzugewandt „LZ“ und lastabgewandt „LA“ ablesen.

Zusätzlich ist zur Kontrolle der analytischen Lösung in der Abb. 433 die Lösung einer numerischen Berechnung mit der Bezeichnung „FEA, Zylinderschale“ gezeigt. Diese numerische Berechnung wurde nur für den Fall Schubring 185/62 mm, Rohr  $t=74$  mm und  $D_i = 3800$  mm ausgeführt. Der numerischen Berechnung wurde dasselbe statische System und dieselbe Belastung, wie in der analytischen Lösung, zugrunde gelegt (vgl. Abb. 432).

Wie zu erwarten, weichen die analytische und die numerische Berechnung nicht weit voneinander ab. Der kleine Unterschied kommt aus der Vereinfachung, dass der Bereich zwischen Schubring und Horizontalkraft als „starre Kopplung“ angenommen wurde.

Der Momentenverlauf wurde für alle Fälle aus Kapitel 10 ermittelt und ist in den Abb. 435 bis Abb. 440 gezeigt.



**Abb. 432** Statisches Modell der Zylinderschale mit Versteifungsring - Deformationsmethode zur Bestimmung des Momentenverlaufs

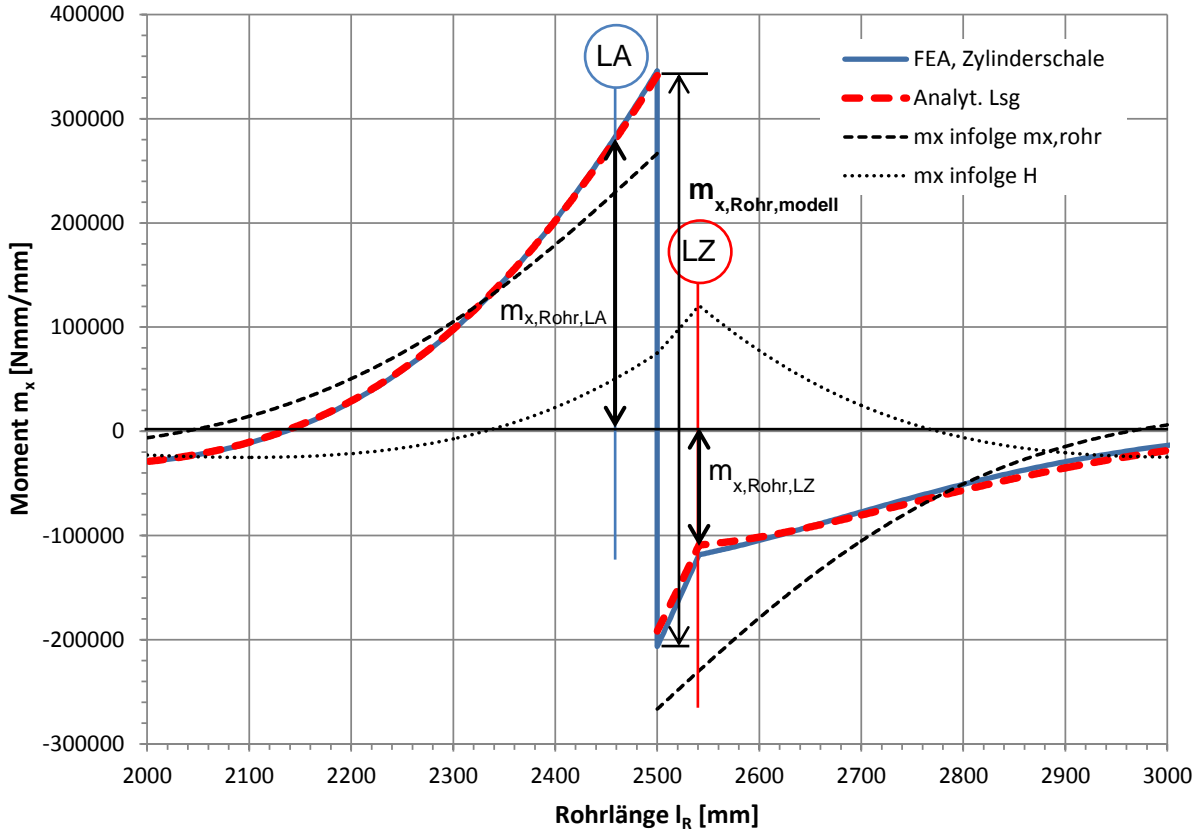


Abb. 433 Momentenverlauf im Rohr für den Fall Schubring 185/62 mm, Rohr  $t=74$  mm und  $D_i = 3800$  mm

	$\Delta r_0$	$\chi_0$	$M_x(x)$	$Q_x(x)$	$N_\varphi(x)$	
ZYLINDER	$\frac{X_H}{2Bk^3}$	$\pm \frac{X_H}{2Bk^2}$	$\frac{X_H}{k} \cdot F_{II}$	$\pm X_H \cdot F_{IV}$	$2ak X_H \cdot F_I$	$\Delta r(x) = N_\varphi(x) \frac{a}{Et}$ $M_\varphi(x) = M M_x(x)$
	$\frac{X_M}{2Bk^2}$	$\pm \frac{X_M}{Bk}$	$X_M \cdot F_{III}$	$\mp 2k X_M \cdot F_{II}$	$2ak^2 X_M \cdot F_{IV}$	$k = \frac{\sqrt{3(1-\mu^2)}}{at}$
	$X_H = 2Bk^2 (-\Delta r_0 \cdot 2k \pm \chi_0)$ $X_M = 2Bk (\Delta r_0 k \mp \chi_0)$					$\xi = k \cdot x$ $B = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$
KUGEL	$\frac{2ak}{Et} X_H \sin^2 \alpha_0$	$\pm \frac{2k^2}{Et} X_H \sin \alpha_0$	$\frac{a}{k} X_H \sin \alpha_0 \cdot F_{II}$	$\pm X_H \sin \alpha_0 \cdot F_{IV}$	$2k X_H \sin \alpha_0 \cdot F_I$	$N_\varphi(x) = Q_\varphi(x) \frac{a}{E} \frac{d\varphi}{dx}$ $M_\varphi(x) \approx 0$ $\Delta r(x) = N_\varphi(x) \frac{a}{Et} \sin^2 \alpha$
	$\frac{2k^2}{Et} X_M \sin \alpha_0$	$\pm \frac{4k^3}{aEt} X_M$	$X_M \cdot F_{III}$	$\mp \frac{2k}{a} X_M \cdot F_{II}$	$\frac{2k^2}{a} X_M \cdot F_{IV}$	$k = \frac{\sqrt{3(1-\mu^2)}}{a}$ $\xi = k \cdot \alpha$
	$X_H = \frac{Et}{k \sin \alpha_0} \left( -\frac{\Delta r_0}{a \sin \alpha_0} \pm \frac{\chi_0}{2k} \right)$ $X_M = \frac{Et}{2k^2} \left( \frac{\Delta r_0}{\sin \alpha_0} \mp \chi_0 \frac{a}{k} \right)$					
RING	$\frac{X_H a^2 (1 + \frac{F_R e^2}{J_R})}{E F_R}$	$\pm \frac{X_H a^2 \chi_0}{E J_R}$	$X_H = \frac{E F_R}{a^2} [-\Delta r_0 \pm \chi_0 e_0]$ $X_M = \frac{E F_R e^2}{a^2} \left( \frac{\Delta r_0}{e_0} \mp \chi_0 \left( \frac{J_R}{F_R e^2} + 1 \right) \right)$			ROTATIONSSCHALEN BIEGETHEORIE
	$\frac{X_M a^2}{E J_R}$	$\pm \frac{X_M a^2}{-E J_R}$	Obere Vorzeichen gilt für obere Randbelastung Untere Vorzeichen - - - - - untere - - - - - Vorzeichen! $\chi_0$ ! $\chi_0$ !			

Abb. 434 Ausschnitt aus dem Skriptum für Flächentragwerke [17]

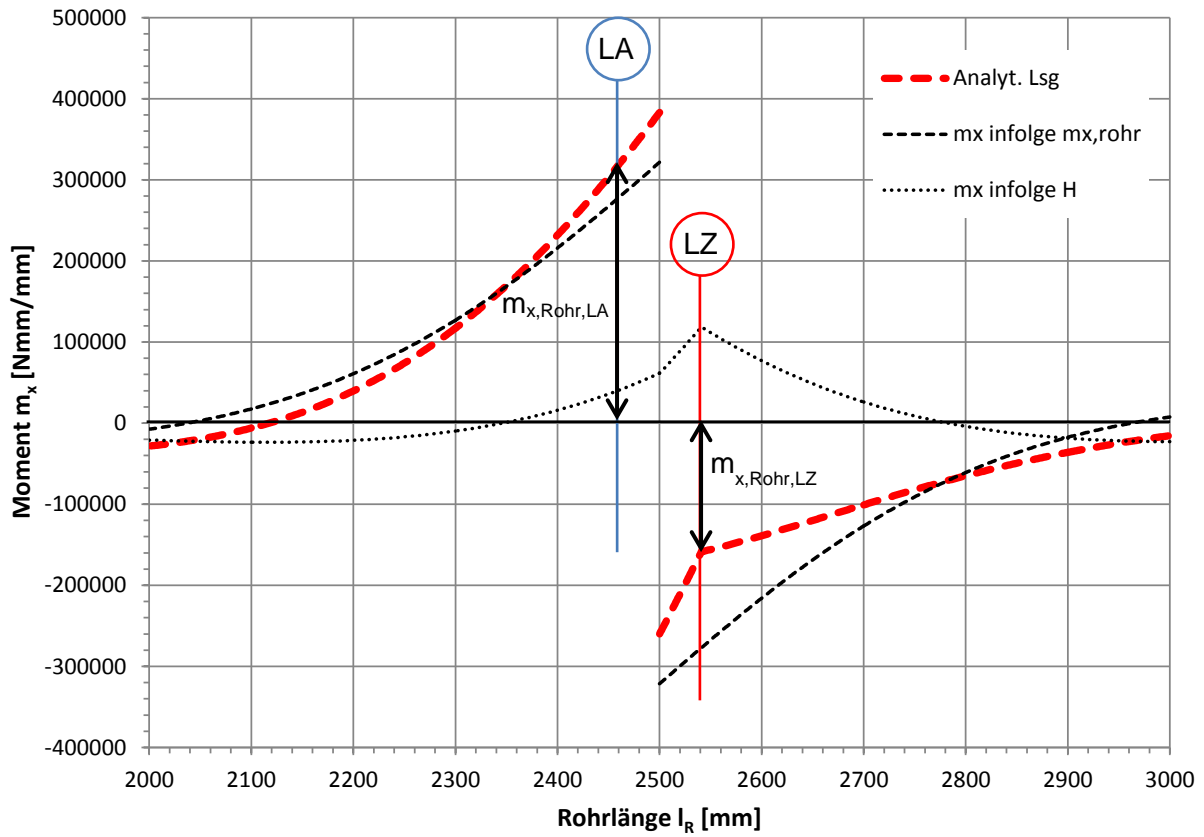


Abb. 435 Momentenverlauf im Rohr für den Fall Schubring 370/62 mm, Rohr  $t=74$  mm und  $D_i = 3800$  mm

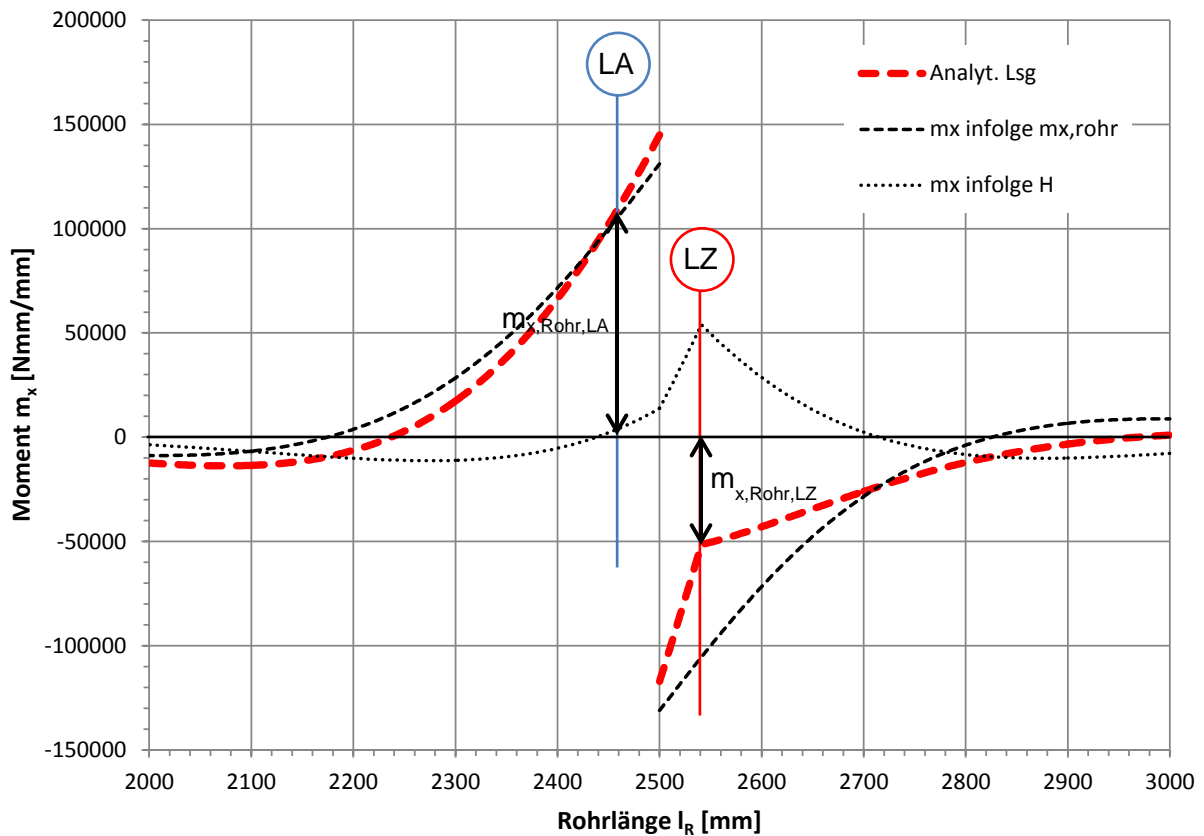


Abb. 436 Momentenverlauf im Rohr für den Fall Schubring 185/62 mm, Rohr  $t=37$  mm und  $D_i = 3800$  mm

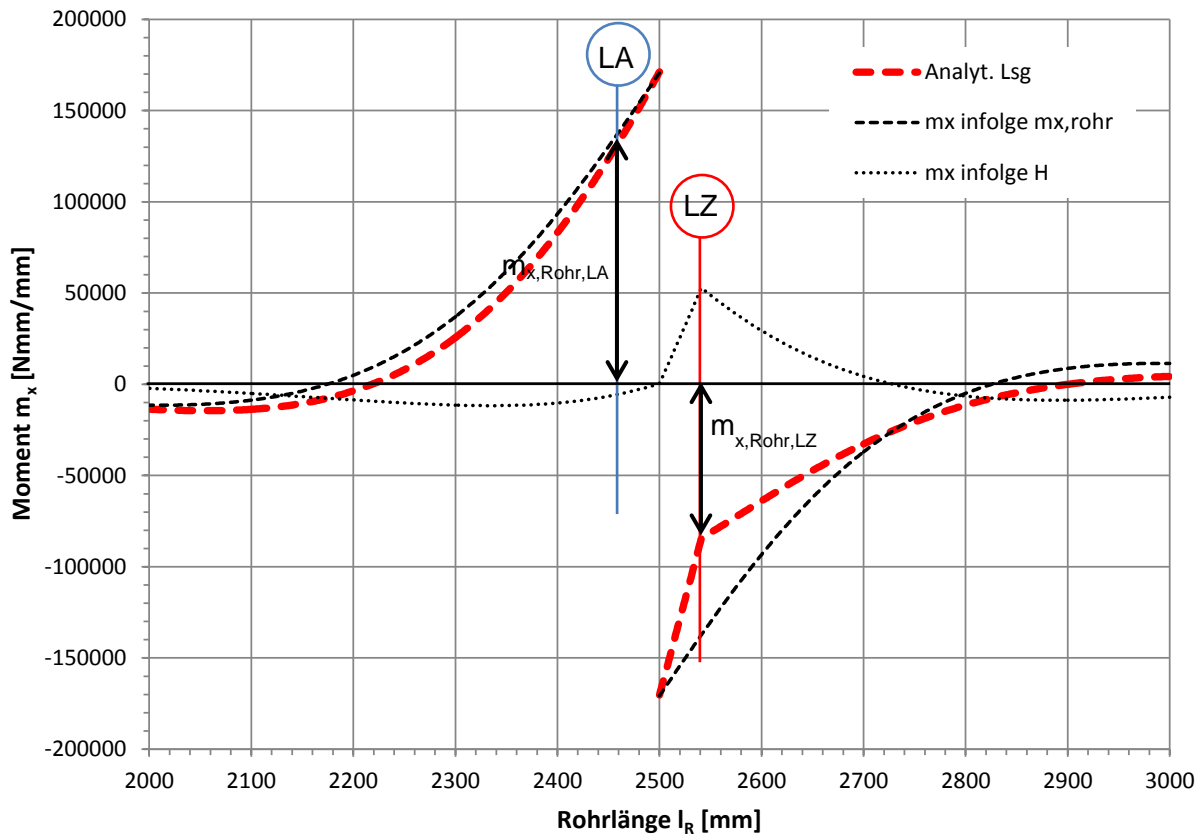


Abb. 437 Momentenverlauf im Rohr für den Fall Schubring 370/62 mm, Rohr  $t=37$  mm und  $D_i = 3800$  mm

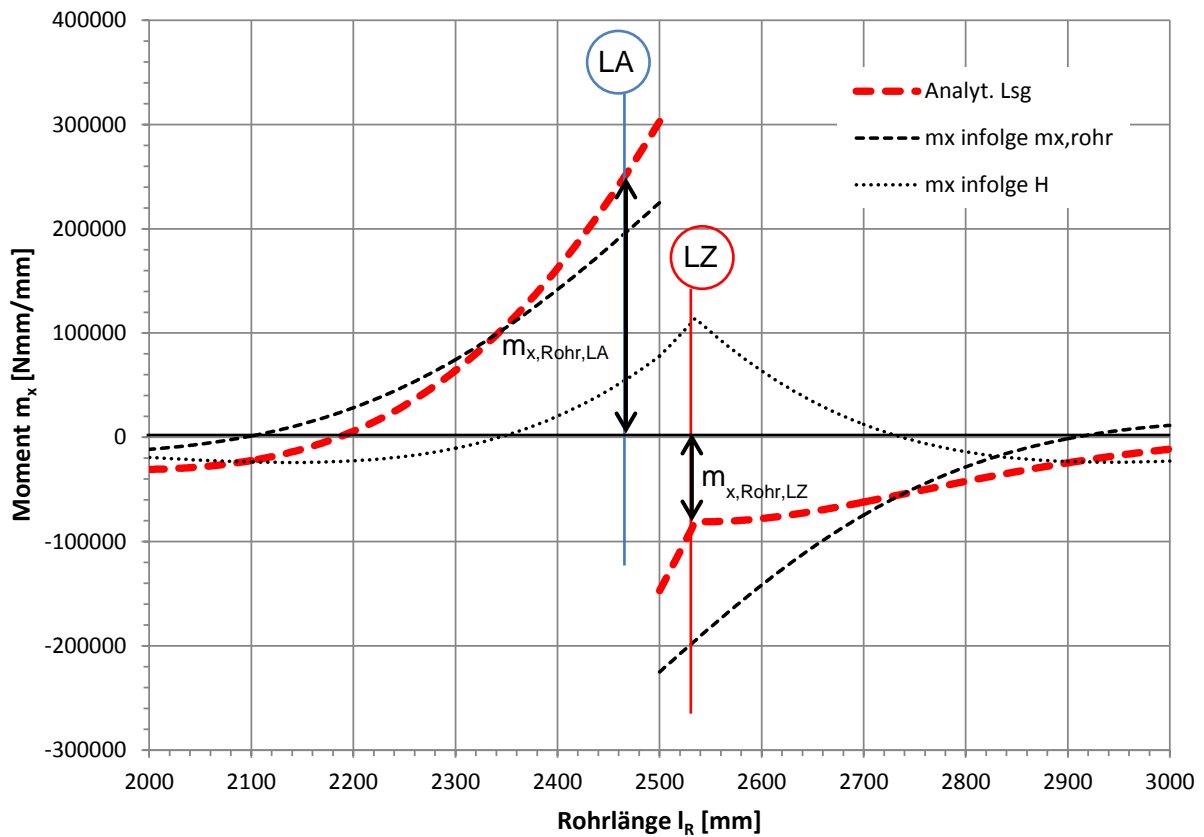


Abb. 438 Momentenverlauf im Rohr für den Fall Schubring 100/50 mm, Rohr  $t=70$  mm und  $D_i = 3100$  mm



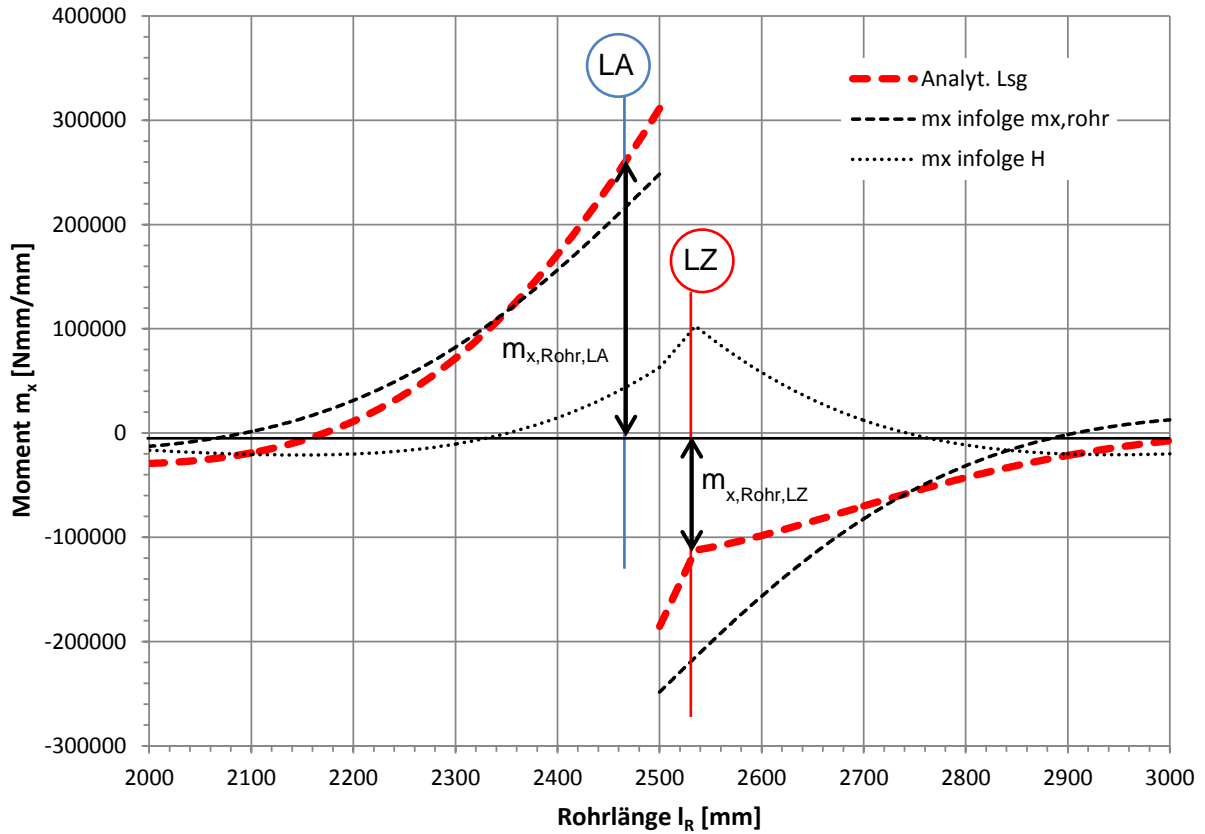


Abb. 439 Momentenverlauf im Rohr für den Fall Schubring 225/50 mm, Rohr  $t=70$  mm und  $D_i = 3100$  mm

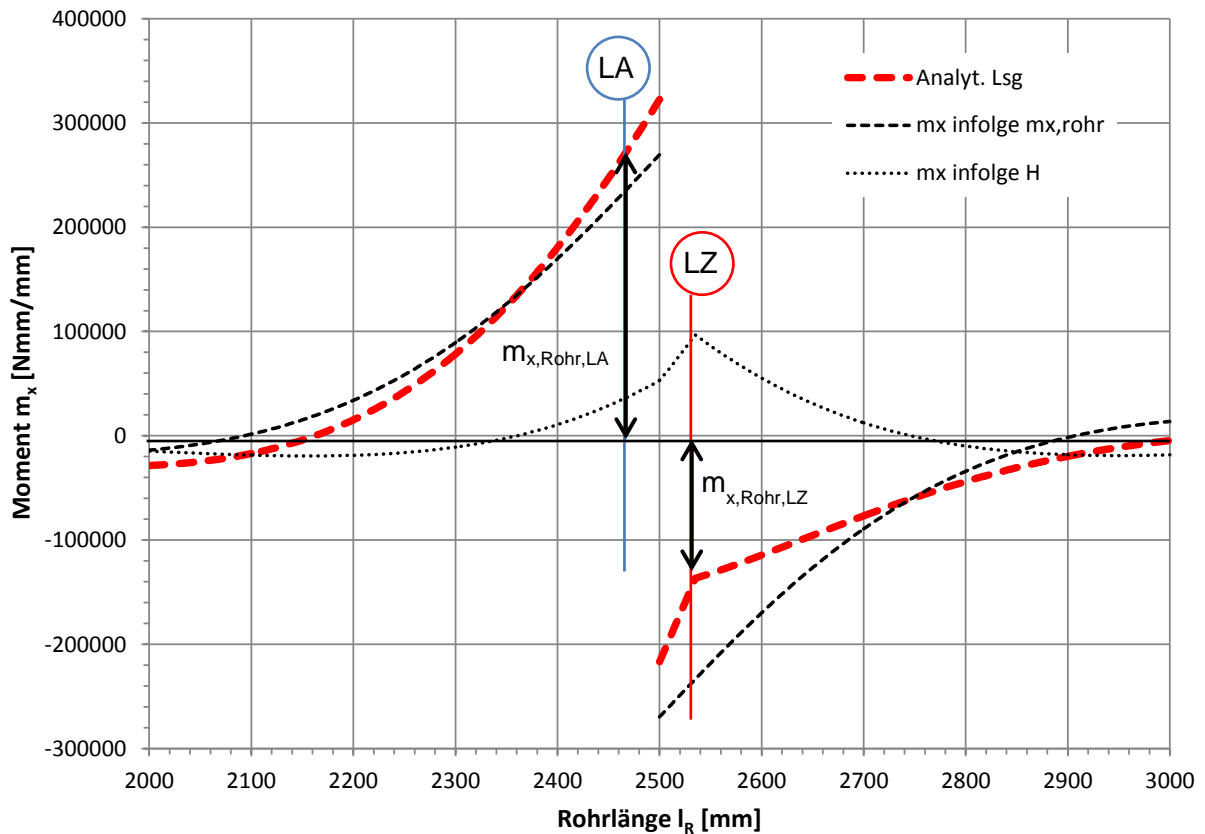


Abb. 440 Momentenverlauf im Rohr für den Fall Schubring 350/50 mm, Rohr  $t=70$  mm und  $D_i = 3100$  mm

Die Tabelle 43 und Tabelle 44 zeigen die Zusammenfassung der Ergebnisse. Die Tabelle 43 zeigt den Vergleich mit der numerischen Berechnung aus Abb. 419 bis Abb. 428 für die lastabgewandte (LA) Seite des Schubringes, die Tabelle 44 für die lastzugewandte Seite (LZ). Dabei sind die Ergebnisse der analytischen Lösung an der Zylinderschale mit der numerischen FE-Berechnung aus Tabelle 41 und Tabelle 42 verglichen.

In der sechsten Spalte der Tabelle 43 und Tabelle 44 ist der Vergleich der Momente am Schnitt LA und LZ, bezogen auf die Ergebnisse der numerischen FE-Berechnung aus Abb. 419 bis Abb. 428, gezeigt. Es stellt sich heraus, dass eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung zwischen der numerischen Berechnung und diesem Modell der Zylinderschale besteht. Man liegt auf der lastabgewandten Seite (Tabelle 43) immer auf der sicheren Seite (grün schraffiert). Bei der lastzugewandten Seite (Tabelle 44) liegen die Fälle mit gedrungenen Schubringen (rot schraffiert) etwas auf der unsicheren Seite. Dies spielt jedoch eine untergeordnete Rolle, da die lastabgewandte Seite – aufgrund der höheren Momente – meist bemessungsbestimmend wird.

In den letzten beiden Spalten sind die Momente der numerischen Berechnung und dieses Modells auf das Moment im Achsschnittpunkt des Schubringes und Rohres  $m_{x,Rohr,FEA}$  bezogen, um den zutreffenden Aufteilungsschlüssel darzustellen.

$D_i$	Ring $h_r/t_r$	$t_{Rohr}$	$m_{x,Rohr,LA,FEA}$	$m_{x,Rohr,LA,model}$	$m_{x,Rohr,LA,model} / m_{x,Rohr,LA,FEA}$	$m_{x,Rohr,LA,FEA} / m_{x,Rohr,FEA}$	$m_{x,Rohr,LA,model} / m_{x,Rohr,FEA}$
[mm]	[mm/mm]	[mm]	[KNmm/mm]	[KNmm/mm]	[-]	[-]	[-]
3800	185/62	37	78.3	109	1.39	0.31	0.43
	370/62		70.7	132	1.87	0.24	0.44
	185/62	74	249	280	1.12	0.47	0.53
	370/62		258	317	1.23	0.44	0.54
3100	100/50	70	225	249	1.11	0.50	0.55
	225/50		220	258	1.17	0.47	0.55
	350/50		207	269	1.30	0.43	0.55

**Tabelle 43** Vergleich der Momente der analytischen mit der numerischen Berechnung an der lastabgewandten Seite (LA)

$D_i$	Ring $h_r/t_r$	$t_{Rohr}$	$m_{x,Rohr,LZ,FEA}$	$m_{x,Rohr,LZ,model}$	$m_{x,Rohr,LZ,model} / m_{x,Rohr,LZ,FEA}$	$m_{x,Rohr,LZ,FEA} / m_{x,Rohr,FEA}$	$m_{x,Rohr,LZ,model} / m_{x,Rohr,FEA}$
[mm]	[mm/mm]	[mm]	[KNmm/mm]	[KNmm/mm]	[-]	[-]	[-]
3800	185/62	37	50.9	51.5	1.02	0.20	0.21
	370/62		50.9	84.4	1.66	0.17	0.28
	185/62	74	124	109	0.88	0.23	0.21
	370/62		136	159	1.17	0.23	0.27
3100	100/50	70	97.2	81	0.83	0.22	0.18
	225/50		109	112	1.03	0.23	0.24
	350/50		106	137	1.29	0.22	0.28

**Tabelle 44** Vergleich der Momente der analytischen mit der numerischen Berechnung an der lastzugewandten Seite (LZ)

Mit dieser analytischen Methode auf Basis des Modells der Kreiszyinderschale können nun relativ genau die Momente im Rohr bestimmt werden. Diese Vorgehensweise ist jedoch aufwendiger, als die im vorherigen Kapitel 11.6.1 gezeigte. Für ein Bemessungsmodell ist es ausreichend die Vorgehensweise im vorherigen Kapitel 11.6.1 auf Basis einer Analyse der Biegebeanspruchungen im FE-Modell anzuwenden.

## 11.7 Plastische Systemtraglast des Schubringes

### 11.7.1 Vergleich elastisches Lastniveau und Traglastniveau

Für jede numerische Berechnung wurde eine elastische resultierende Kraftgröße  $N_{el}$  bzw. Schubringtragfähigkeit – wo praktisch noch elastische Verhältnisse vorliegen – sowie eine maximale plastische Systemtraglast  $N_R$  bestimmt. Diese sind beispielhaft für den Schubring 185/62, mit Rohrdurchmesser 3800 mm und einer Rohrwanddicke  $t = 74$  mm in der Abb. 447 eingetragen. Die Tabelle 45 zeigt das Verhältnis von  $N_{el}$  zur plastischen Systemtraglast  $N_R$ . Dabei stellt sich heraus, dass bei allen Berechnungen  $N_{el}$  ungefähr 40 % der Traglast  $N_R$  beträgt.

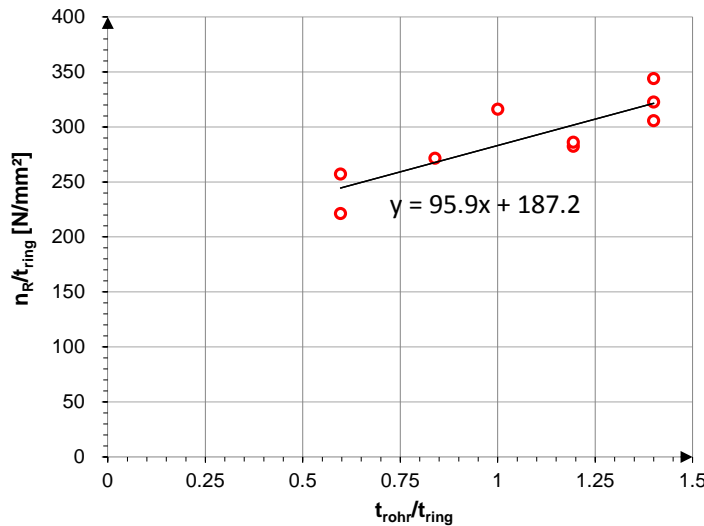
$D_i$	Ring $h_r/t_r$	$t_{Rohr}$	$N_R$	$n_R$	$N_{el}$	$N_{el}/N_R$
[mm]	[mm/mm]	[mm]	[kN]	[N/mm]	[kN]	[-]
3800	185/62	37	167 037	13 725	61 538	0.368
	370/62		194 096	15 948	71 857	0.370
	185/62	74	217 201	17 512	81 969	0.377
	370/62		220 009	17 738	91 683	0.417
3100	100/50	70	164 243	16 136	67 024	0.408
	225/50		155 546	15 281	66 833	0.430
	350/50		175 082	17 201	68 607	0.392
2400	120/40*	40	98 502	12 643	37 539	0.381
3800	185/62*	52	206 484	16 836	75 992	0.368

**Tabelle 45** Vergleich der elastischen Kraftgröße  $N_{el}$  zur Traglast  $N_R$  des Schubringes

\*Anm.: Es wurden zwei weitere Schubring- und Rohrgeometrien untersucht, um nachfolgend die Abhängigkeit vom Dickenverhältnis  $t_{Rohr} / t_{ring}$  besser zu belegen. Für diese Anlageverhältnisse wurde ebenso  $N_{el}$  ausgelesen. Die detaillierten Ergebnisse (Last-Verschiebekurven, Pressungsverteilungen, Spannungen im Stahlrohr) sind jedoch nicht extra angeführt.

### 11.7.2 Entwicklung einer formelmäßigen Bestimmung der plastischen Systemtraglast des Schubringes

Der im Abschnitt 11.2.1 gefundene empirische Zusammenhang zwischen Traglast, Rohrdicke und Ringdicke aus der Abb. 406 kann mit einer linearen Regression angenähert werden. Dies ist in der Abb. 441 gezeigt. Hinsichtlich der Geometrie dieser Einzelfälle sei auf Abb. 406 verwiesen.



**Abb. 441** Lineare Regression für den Zusammenhang zwischen bezogener Tragfähigkeit und dem Dickenverhältnis (Ergebnisse für Einzelfälle nach Abb. 406)

Aus dieser gefundenen Ausgleichsgeraden lässt sich die Tragfähigkeit wie folgt ermitteln:

$$\frac{n_R}{t_{ring}} = 96 * \frac{t_{rohr}}{t_{ring}} + 187$$

Daraus folgt Gl. (55):

$$n_R [N/mm] = 96 [N/mm^2] * t_{rohr} [mm] + 187 [N/mm^2] * t_{ring} [mm] \quad \text{Gl. (55)}$$

Mit Einführung der Pressungslänge  $c$  und der Zugrundelegung einer dreiecksförmigen Pressungsverteilung am Schubring auch im Traglastzustand – wie im Konzept des Bemessungsvorschlages vorgesehen – ergibt sich die Tragfähigkeit zu:

$$n_R = \frac{c * f_{c,max}}{2} \quad \text{Gl. (56)}$$

*Anmerkung:* Die zusätzliche in die Gegenrichtung wirkende Kontaktkraft, welche vorwiegend bei den schlanken Schubringen auftritt, wurde für die Ermittlung der Tragfähigkeit vernachlässigt. Dies wurde im Kapitel 11.4.2 näher erläutert.

Die Pressungsverteilungen an den Schubringen, welche im Kapitel 10 dargestellt sind (Abb. 312, Abb. 351, Abb. 365, Abb. 375, Abb. 385, Abb. 391, Abb. 397), zeigen, dass die maximale Betonpressung  $f_{c,max}$  auf Traglastniveau bei allen Schubringen mit einem Ausgleich der absoluten Spitzen ca. 200 N/mm<sup>2</sup> (dies entspricht der 6-fachen einachsigen Druckfestigkeit von  $f_{cm} = 33$  N/mm<sup>2</sup>) beträgt.

In der Gl. (55) fehlt der Bezug zu dieser maximalen Betonpressung, daher werden die Vorfaktoren in Gl. (55) mit der Grenzspannung im Traglastzustand von  $f_{c,max} = 200$  N/mm<sup>2</sup> ausgedrückt.

Daraus folgt für die Vorfaktoren in Gl. (55): Vorfaktor  $96 \approx f_{c,max}/2 = 200/2 = 100$  bzw. Vorfaktor  $187 \approx 0.9 * f_{c,max} = 180$

Die Gleichsetzung von Gl. (55) und Gl. (56) führt dann auf:

$$\frac{c * f_{c,max}}{2} = \frac{f_{c,max}}{2} * t_{rohr} + 0.9 * f_{c,max} * t_{ring}$$

Somit kann die fiktive Pressungslänge c für den Traglastzustand ermittelt werden zu:

$$c = t_{rohr} + 1.8 * t_{ring} \tag{Gl. (57)}$$

Daraus folgt durch Einsetzen von Gl. (57) in Gl. (56) für die Schubringtragfähigkeit  $n_R$  Gl. (58):

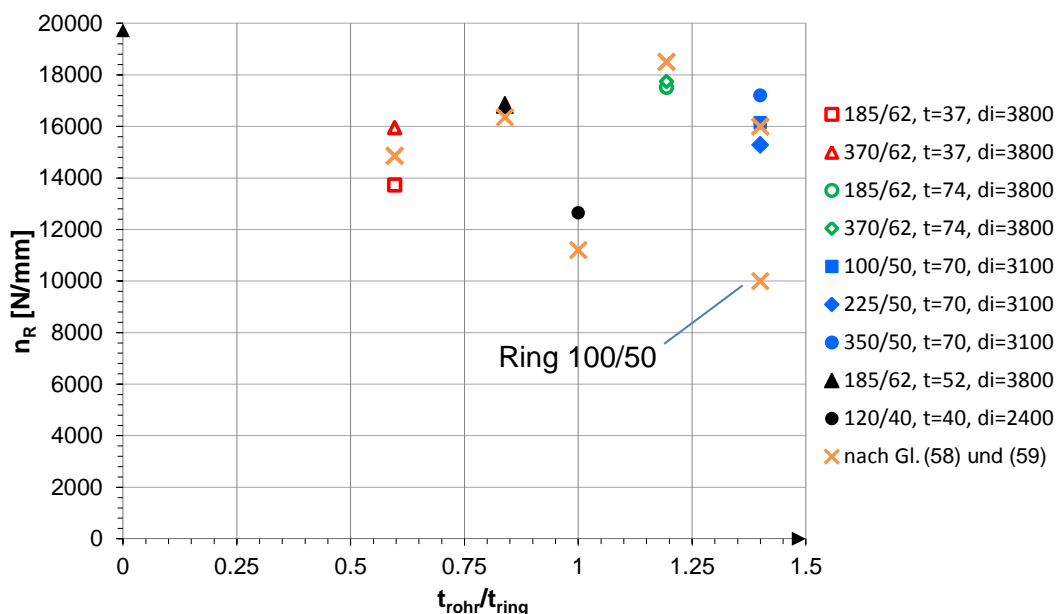
$$n_R = \frac{c * f_{c,max}}{2} = \frac{f_{c,max}}{2} * (t_{rohr} + 1.8 * t_{ring}) \tag{Gl. (58)}$$

Für  $h_{ring} \leq c = t_{rohr} + 1.8 * t_{ring}$  gilt vereinfacht:

$$n_R = \frac{f_{c,max}}{2} * h_{ring} \tag{Gl. (59)}$$

Die untenstehende Abbildung zeigt den Vergleich der Traglasten nach Gl. (58) und Gl. (59) mit  $f_{c,max} = 200 \text{ N/mm}^2$  mit jenen der numerischen Berechnungen – auf Basis der durchgeführten Traglastberechnungen. Dabei zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung, jedoch für den Schubring 100/50 mm liegt die nach Gl. (59) berechnete Traglast auf der sehr konservativen Seite ( $n_R \approx 10.000 \text{ N/mm}$ , gegenüber  $n_R \approx 16.000 \text{ N/mm}$  für Schubring 225/50 und 350/50 nach Gl. (58)), da für die Berechnung nach Gl. (59) immer eine dreiecksförmige Pressungsverteilung zugrunde liegt. Diese führt jedoch bei sehr gedrungenen Schubringen, wie es die Pressungsverteilung des Schubringes 100/50 mm in Abb. 385 zeigt, zu geringeren Traglasten. Die Ergebnisse aus der Abb. 442 sind ebenso in der Tabelle 46 zusammengefasst.

Dabei gilt  $f_{c,max} / f_{cm} = 200 / 33 \sim 6$ , d.h. die maximale Betonpressung entspricht der 6-fachen einachsigen Druckfestigkeit.



**Abb. 442** Vergleich der Traglasten: numerische Berechnung – formelmäßige Berechnung nach Gl. (58) und Gl. (59)

Die Ergebnisse  $n_R$  in Abb. 442 und Tabelle 46 stellen die plastische Systemtragfähigkeit von Schubringen in Druckschächten dar. Um mit dem Bemessungsvorschlag nach Gl. (57) und Gl. (58) durchgehend konservative Ergebnisse zu erhalten, erfolgt eine 10 %ige Reduktion, in Form einer Beschränkung der maximalen fiktiven Betonpressung auf den 5.5-fachen Wert der einachsigen Druckfestigkeit  $f_{cm}$ .

$D_i$	Ring $h_r/t_r$	$t_{Rohr}$	$n_R$ FEA	$n_R$ Gl.(58)+(59)	$n_R$ Gl.(58)+(59) / $n_R$ FEA
[mm]	[mm/mm]	[mm]	[N/mm]	[N/mm]	[-]
3800	185/62	37	13 725	14 860	1.083
	370/62		15 948	14 860	0.932
	185/62	74	17 512	18 500	1.056
	370/62		17 738	18 500	1.043
3100	100/50	70	16 136	10 000*	0.620
	225/50		15 281	16 000	1.047
	350/50		17 201	16 000	0.930
3800	185/62	52	16 836	16 360	0.972
2400	120/40	40	12 643	11 200	0.886

\*Gl. (59) maßgebend

**Tabelle 46** Vergleich der Traglasten der FE-Berechnung mit jenen nach Gl. (58) und Gl. (59)

### 11.7.3 Plastische Spannungsermittlung am Rohr bzw. Schubring möglich?

- **Spannungsnachweis am Rohr**

Tabelle 47 zeigt nun das Verhältnis  $f_R$  der maximalen Biegespannungen  $\sigma_{x,B,LA}$  im Rohr (in diesen Fällen ist immer die lastabgewandte Biegespannung die maßgebende Spannung) zur Fließgrenze  $f_y$  am Ende des elastischen Bereichs, aus den Ergebnissen der numerischen FE-Berechnungen. Dabei zeigt sich, dass die Fließgrenze des Stahls in den berechneten Fällen bis maximal 53 % ausgenutzt ist. Dadurch, dass die Fließgrenze des Stahlrohres nicht zu 100 % ausgenutzt ist, sind die großen Systemtraglasten im Kapitel 11.7.1 erst erreichbar. Setzt man als Stahlgüte für das Rohr und den Schubring anstatt S690 die Stahlgüte S355 mit einer Fließgrenze  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$  an, wird eine signifikant niedrigere Traglast erreicht (vgl. Abb. 443). In der Abb. 443 ist dies beispielhaft für das dünne Rohr  $t = 37 \text{ mm}$  mit einem Durchmesser von 3800 mm und dem Schubring 185/62 gezeigt. Mit der grauen Linie ist zum Vergleich die Last- Verschiebekurve für die Stahlgüte S690 dargestellt.

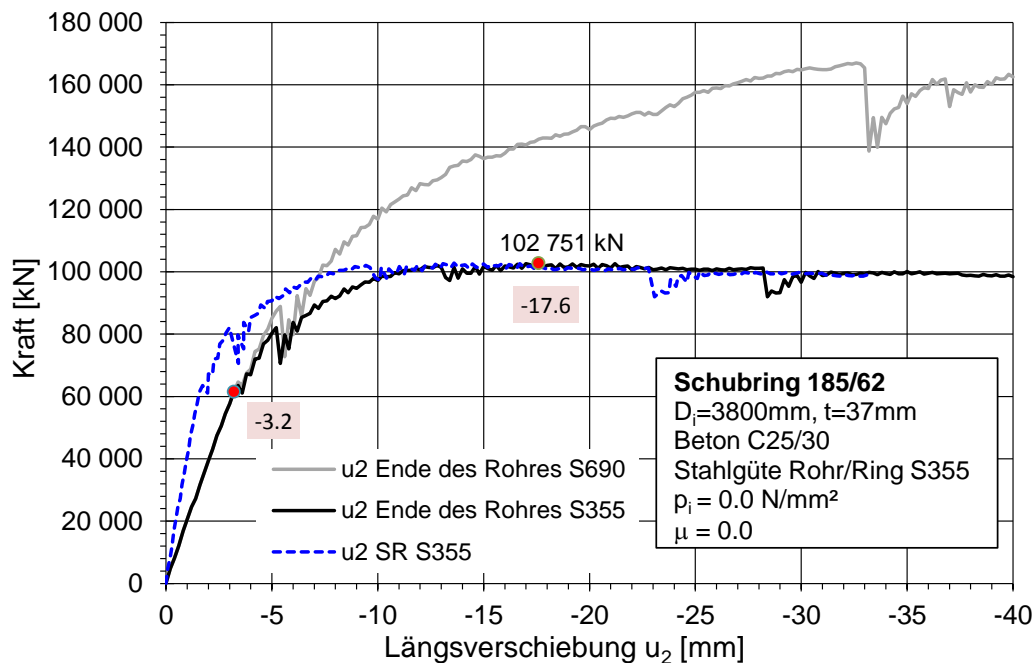
Daraus folgt die Empfehlung, dass bei Berechnung der plastischen Systemtraglast nach Kapitel 11.7.1, die elastischen Biegespannungen aus der Längskraftbeanspruchung auf dem elastischen Lastniveau im Schnitt LA nach Abschnitt 11.4 mit maximal 40 % (um auf der konservativen Seite zu bleiben, vgl. Tabelle 47) der Fließgrenze beschränkt werden müssen, um die hohen Traglasten zu gewährleisten. Damit ist sichergestellt, dass die Bemessung zu geometrischen Verhältnissen führt, sodass ein Tragverhalten vorliegt, wie in den FE-Berechnungen untersucht. Daraus folgt die Bedingung:

$$\sigma_{x,B,LA} \leq f_R * f_y = 0.4 * f_y$$

Die Bemessung kann jedoch auch nur auf elastischem Niveau ohne Ausnutzung der plastischen Systemtraglast nach Kapitel 11.4, erfolgen; dann kann im Rohr die Fließspannung zu 100 % ausgenutzt werden.

Ring $h_r/t_r$	$D_i$	$t_{\text{Rohr}}$	$\sigma_{x,B,LA}$	$f_y$	$f_R = \sigma_{x,B,LA} / f_y$
[mm/mm]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[ - ]
185/62	3800	37	343	650	0.53
370/62	3800	37	310		0.48
185/62	3800	74	273		0.42
370/62	3800	74	283		0.44
100/50	3100	70	275		0.42
225/50	3100	70	269		0.41
350/50	3100	70	254		0.39
185/62	3800	52	342		0.53
120/40	2400	40	339		0.52
185/62	1900	74	296		0.46

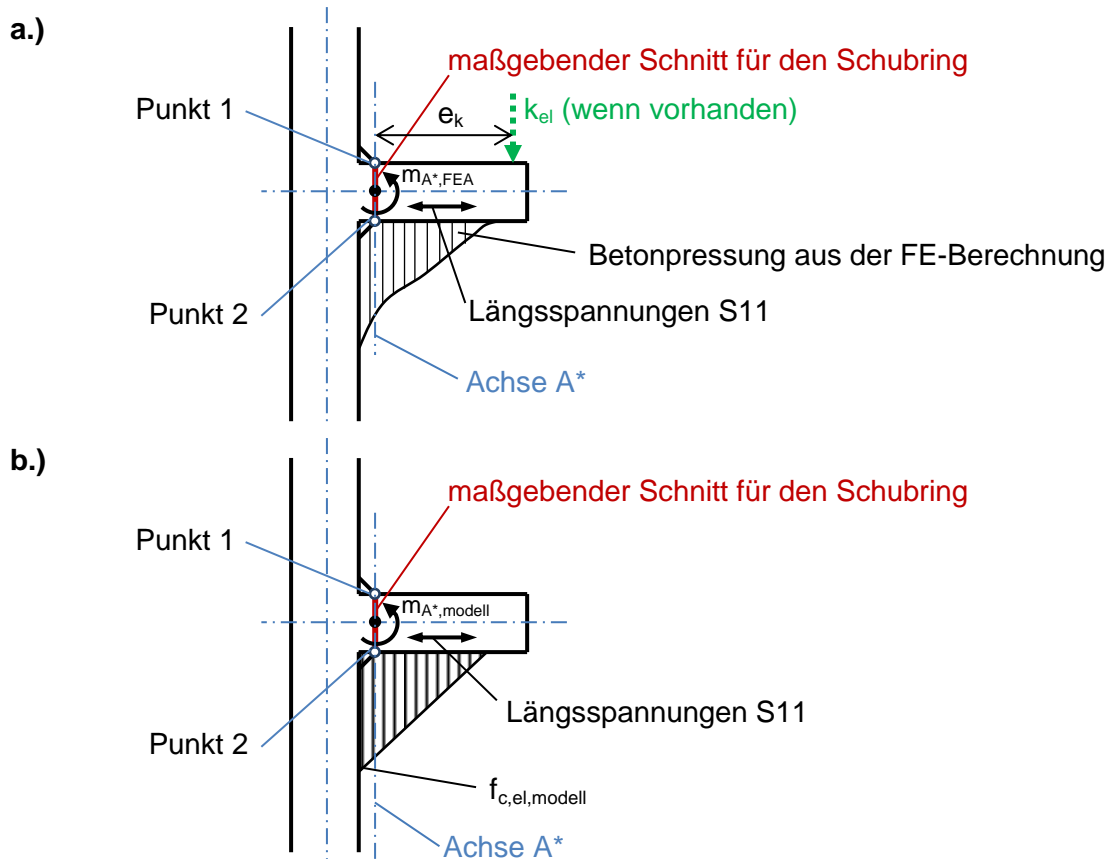
**Tabelle 47** Vergleich der maximalen Biegespannungen am Rohr zur Fließgrenze  $f_y$  am Ende des elastischen Bereichs mithilfe des Faktors  $f_R$  – Ergebnisse der numerischen FEM- Analysen



**Abb. 443** Last-Verschiebekurve für SR 185/62,  $D_i = 3800$  mm und  $t = 37$  mm bei Stahlgüte S355

- **Spannungsnachweis am Schubring**

Zusätzlich müssen die Spannungen im Schubring nachgewiesen werden. Hierfür ist im Berechnungsmodell der Schnitt vor den Schweißnähten maßgebend (vgl. Abb. 444, Achse A\*), so diese zu einer deutlichen Vergrößerung der Schubringdicke  $t_r$  führen. Das Moment  $m_{A^*}$  in Achse A\* wird so, wie bei der Bestimmung des Momentes für das Rohr in Kapitel 11.6.1 dargestellt, einerseits mit der Pressungsverteilung aus der numerischen Berechnung (Abb. 444 a.) und andererseits mit der Pressungsverteilung aus dem Modell (Abb. 444 b.)) ermittelt.



**Abb. 444** Ermittlung des Momentes  $m_{A^*}$  aus a.) der numerischen Berechnung und b.) dem Modell

Die Tabelle 48 zeigt die Ergebnisse der Momente bezüglich Achse A\*, sowie die errechneten zugehörigen Längsspannungen S11 in den Punkten 1 und 2 (vgl. Abb. 444) am Ende des elastischen Bereichs der numerischen FE-Berechnung und der Berechnung mithilfe der Modellvorstellungen ( $c_{el}$ ,  $f_{c,el,modell}$  nach Abschnitt 11.3), im Vergleich. Der Vergleich der Momente in Achse A\* bestätigt, dass abgesehen vom sehr gedrungenen Schubring 100/50, das Bemessungsmodell konservative Ergebnisse liefert. Die Spannungen werden anschließend auf die Fließgrenze des Schubringes  $f_{y,SR}$  bezogen und in Abhängigkeit von  $t_r / t_{rohr}$  in der Abb. 445 dargestellt. Daraus ergibt sich der Vorschlag, die Längsspannungen im Schubring einzuschränken, um ähnlich hohe plastische Systemtragfähigkeiten, wie in der numerischen Berechnung zu erzielen.

Daher dürfen die Längsspannungen unter der elastischen Tragfähigkeit  $N_{el}$  im Schubring die reduzierte Fließgrenze  $f_{y,SR,red}$  nach Gl. (60) nicht überschreiten:

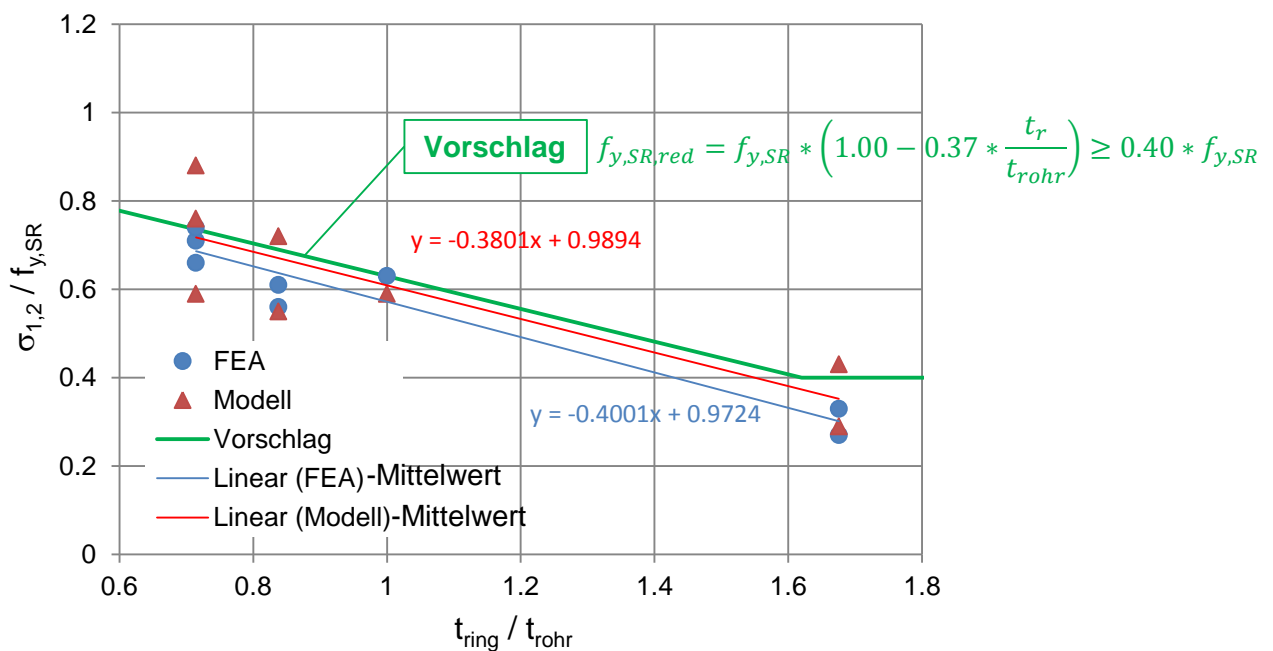
$$f_{y,SR,red} = f_{y,SR} * \left( 1.00 - 0.37 * \frac{t_r}{t_{rohr}} \right) \geq 0.40 * f_{y,SR} \quad \text{Gl. (60)}$$



Da in den Traglastberechnungen der Schubringquerschnitt noch gewisse plastische Reserven aufweist, orientiert sich dieser Vorschlag nach Abb. 445 nicht an den konservativsten Ergebnissen, sondern spiegelt die Mittelwerte wider.

Ring $h_r/t_r$	$D_i$	$t_{Rohr}$	$c_{el}$	$f_{c,el,modell}$ n. Gl. (20)	$m_{A^*,modell}$	$m_{A^*,FEA}$	$m_{A^*,modell} / m_{A^*,FEA}$	$\sigma_{1,2,modell}$	$\sigma_{1,2,modell} / f_{y,SR}$	$\sigma_{1,2,FEA} / f_{y,SR}$
								$\sigma_{1,2,FEA}$		
[mm/mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[kNmm/mm]	[kNmm/mm]	[-]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[-]	[-]
185/62	3800	37	100	102	122.1	112.7	1.08	+/- 191 +/- 176	0.29	0.27
370/62	3800	37	118	100	178.1	136.2	1.31	+/- 278 +/- 212	0.43	0.33
185/62	3800	74	131	101	227.4	231.6	0.98	+/- 355 +/- 362	0.55	0.56
370/62	3800	74	150	99	299.3	254.6	1.18	+/- 467 +/- 396	0.72	0.61
100/50	3100	70	100	132	160.0	178.3	0.90	+/- 384 +/- 427	0.59	0.66
225/50	3100	70	122	108	206.6	191.1	1.08	+/- 496 +/- 459	0.76	0.70
350/50	3100	70	135	100	239.7	199.9	1.20	+/- 575 +/- 479	0.88	0.73

**Tabelle 48** Vergleich der Momente aus der numerischen Berechnung  $m_{A^*,FEA}$  mit jenen aus dem Modell  $m_{A^*,modell}$  in der Achse A\* am Ende des elastischen Bereichs; (Anm.: Die maximale Betonpressung  $f_{c,el,modell}$  ist aus der elastischen Tragfähigkeit  $n_{el,FEA}$  rückgerechnet; vgl. Gl. (20))



**Abb. 445** Ausnutzungsgrad  $\sigma_{1,2} / f_{y,SR}$  in Abhängigkeit des Verhältnisses  $t_{ring} / t_{rohr}$

### 11.8 Ermittlung der Steifigkeit des Schubringes

Hier werden die Sekantensteifigkeiten  $C_{ges}$  in Rohrlängsrichtung ( $u_2$  vgl. Abb. 446) und  $C_v$  in radialer Richtung ( $u_1$ ) bei reiner Längsbeanspruchung (LF1 in Kapitel 10) ausgegeben. Die Steifigkeiten wurden auf dem elastischen Lastniveau  $N_{el}$  ermittelt. Die Definitionen der Steifigkeiten sind in der Abb. 446, der Abb. 447 und Abb. 448 für den Schubring 185/62 (Fall 1a) beispielhaft dargestellt.

Die Steifigkeit in Rohrlängsrichtung  $C_{ges}$  – bezogen auf 1mm entlang des Umfangs ( $N/(mm \cdot mm)$ ) – lässt sich folgendermaßen ermitteln:

$$C_{ges} = \frac{N_{el}}{u_2 * 2 * \pi * r_a} = \frac{n_{el}}{u_2}$$

Die Steifigkeit in radialer Richtung  $C_v$  – vorerst noch auf die Längskraft  $N_{el}$  bezogen – lässt sich folgendermaßen ermitteln:

$$C_v = \frac{N_{el}}{u_1 * 2 * \pi * r_a} = \frac{n_{el}}{u_1}$$

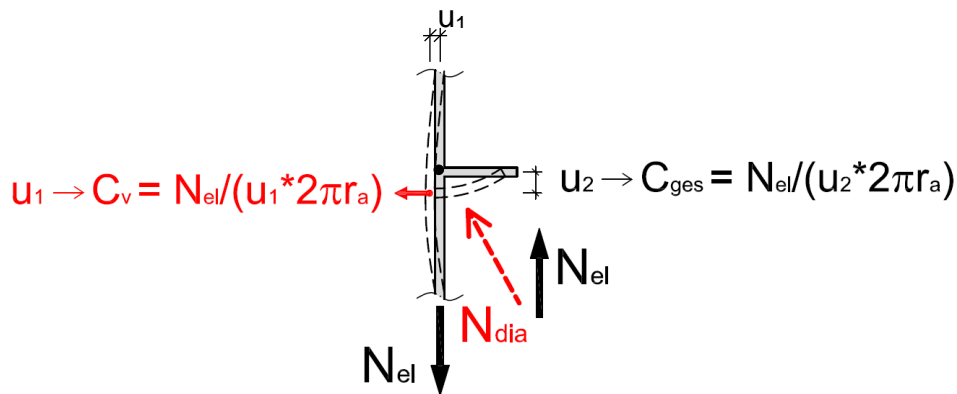


Abb. 446 Definition der Sekantensteifigkeiten  $C_{ges}$  und  $C_v$ ; Angriffspunkte der Kräfte siehe Abb. 453

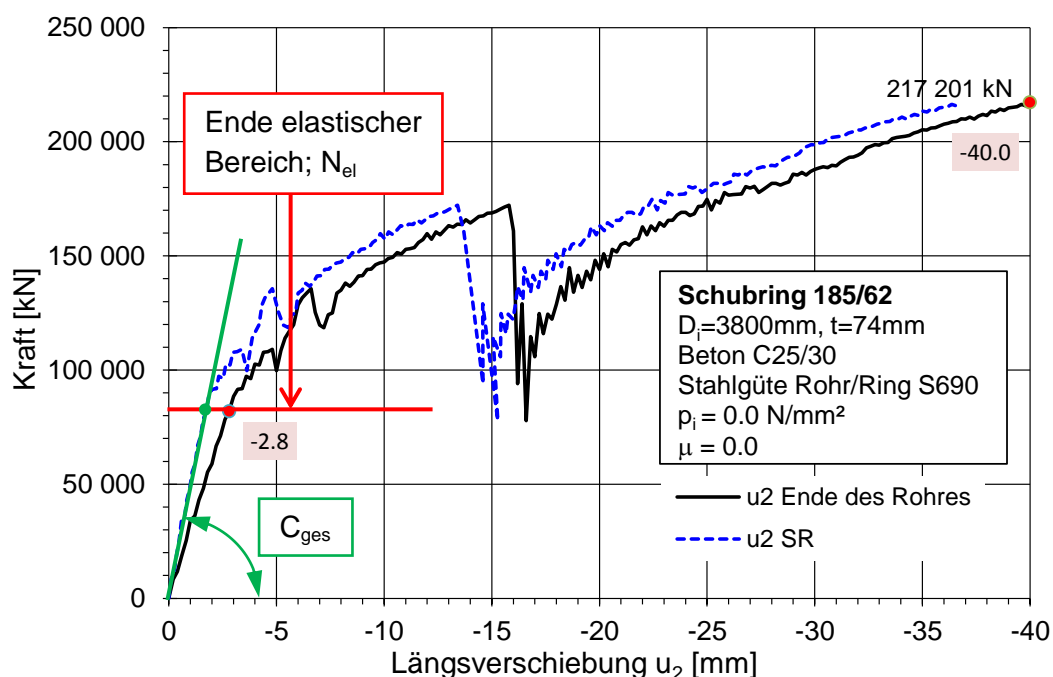


Abb. 447 Definition von  $N_{el}$  und der zugehörigen Sekantensteifigkeit des Schubringes  $C_{ges}$

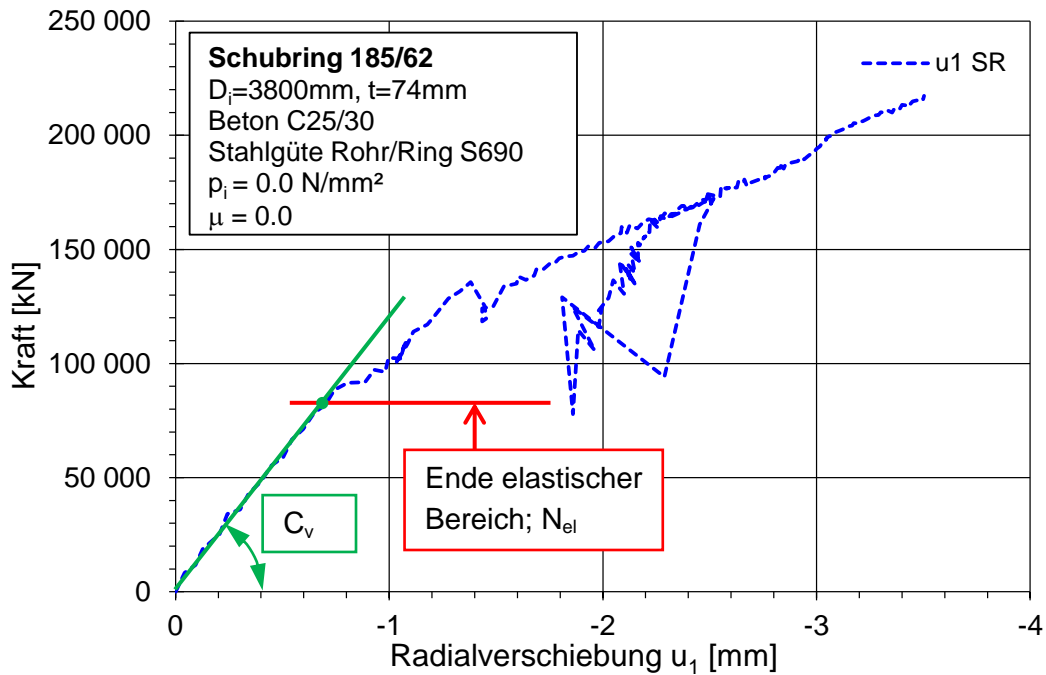


Abb. 448 Definition der Sekantensteifigkeit  $C_v$  in radialer Richtung

Die Abb. 449 zeigt den Zusammenhang zwischen der Traglast  $n_R$ , bezogen auf die Schubringdicke  $t_{Ring}$  und der Steifigkeit  $C_{ges}$ . Daraus lässt sich ablesen, dass mit steigender bezogener Traglast auch die Steifigkeit des Schubringes in Rohrlängsrichtung steigt. Dies rührt jedoch primär daher, dass  $C_{ges}$  mit der Radialsteifigkeit  $C_v$  mit ansteigt. Der mechanische Hintergrund ist jedoch der in der Abb. 450 dargestellte Zusammenhang zwischen bezogener Traglast und Radialsteifigkeit  $C_v$ . Daraus lässt sich folgender Leitsatz ableiten:

Je steifer das Rohr und der Schubring in radialer Richtung sind, desto größer ist die bezogene Tragfähigkeit  $n_R/t_r$  – bedingt durch die günstige erhöhte radiale Betonpressung am Schubring – und auch die Steifigkeit des Schubringes in Rohrlängsrichtung  $C_{ges}$ .

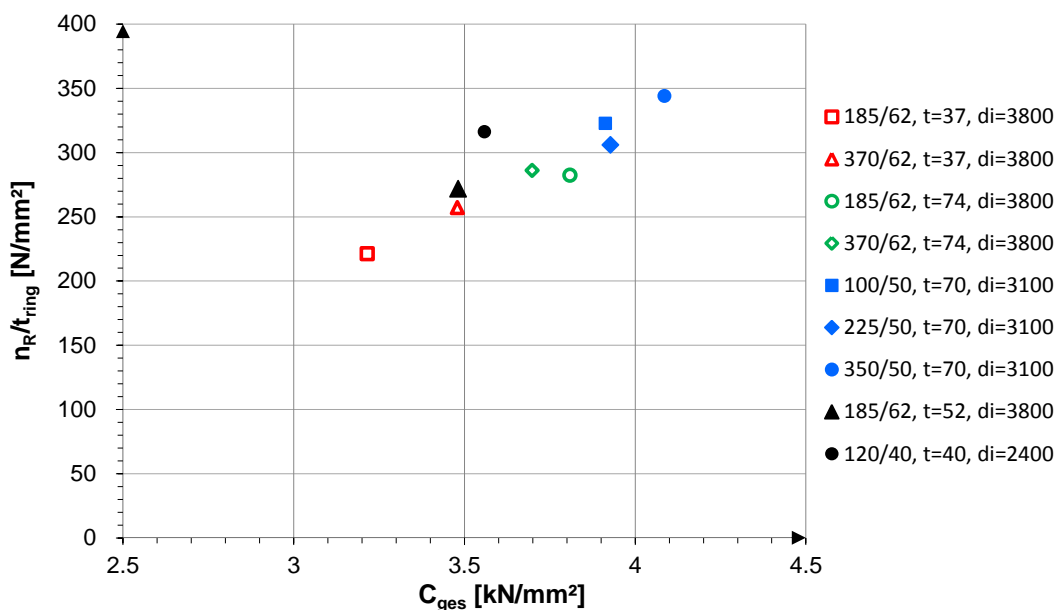
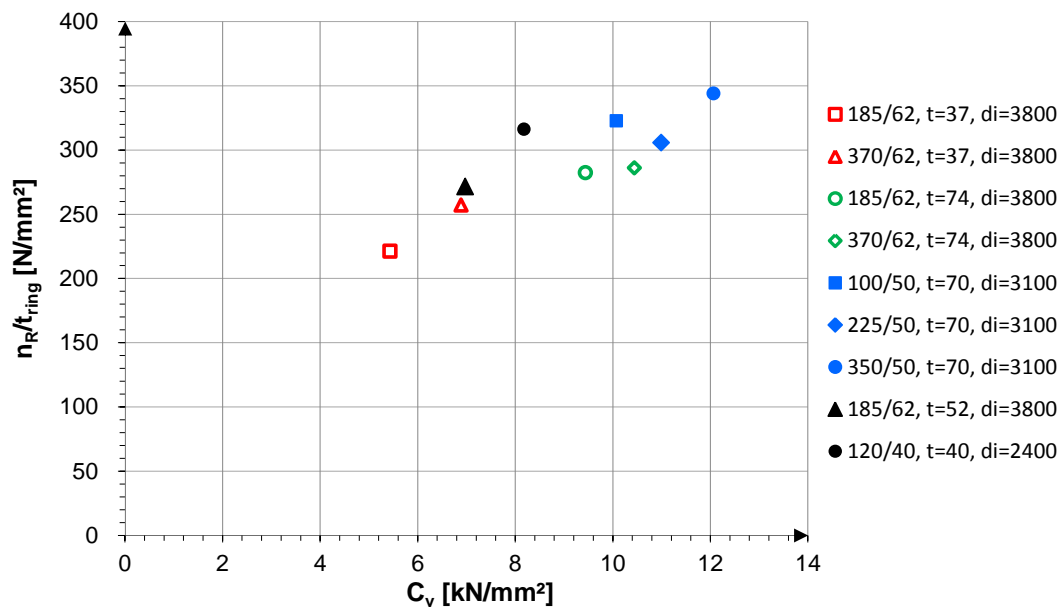
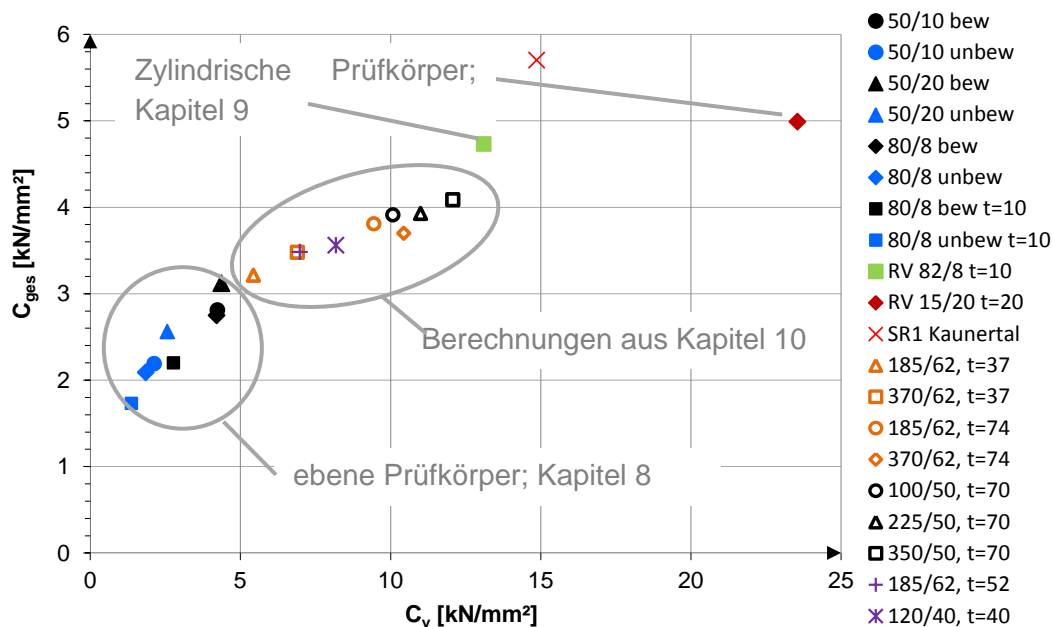


Abb. 449 Traglast  $n_R$  bezogen auf die Schubringdicke  $t_{ring}$  in Abhängigkeit von der Sekantensteifigkeit des Schubringes  $C_{ges}$



**Abb. 450** Traglast  $n_R$  bezogen auf die Schubringdicke  $t_{ring}$  in Abhängigkeit von der Sekantensteifigkeit in radialer Richtung  $C_v$

Die Abb. 451 zeigt den Zusammenhang zwischen den beiden Steifigkeiten  $C_{ges}$  und  $C_v$ . Es sind die Berechnungsergebnisse aus den Kapiteln 8, 9 und 10 in Abb. 451 eingetragen. Der Trend, der schon in den Kapiteln 8 und 9 erkennbar war, bestätigt sich mit den zusätzlichen realitätsnahen Berechnungen in Kapitel 10, dass mit größer werdender radialer Steifigkeit  $C_v$  auch die Steifigkeit des Schubringes in Rohrlängsrichtung steigt.



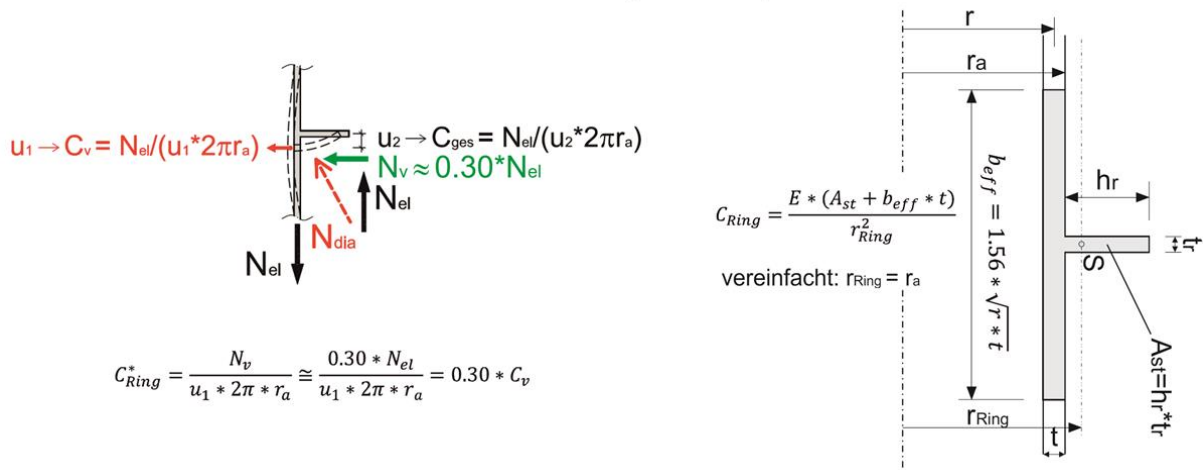
**Abb. 451** Zusammenhang zwischen den Steifigkeiten  $C_{ges}$  und  $C_v$  der Versuche und den numerischen Berechnungen

In Abb. 452 ist der Zusammenhang zwischen der Steifigkeit  $C_v$  und der tatsächlichen Ringsteifigkeit des Rohres  $C_{Ring}$  (Schubring inklusive des mitwirkenden Rohrteils) dargestellt.

Aus der Lastexzentrizität des FE-Modells (vgl. Abb. 453) – mit der Annahme, dass bei elastischen Verhältnissen die resultierende Auflagerkraft  $N_{el}$  in der Mitte des Betonauflegers wirkt – lässt sich die Komponente in der Ringebene vereinfacht zu  $N_v = 0.30 \cdot N_{el}$  bestimmen, sodass daraus eine fiktive Ringsteifigkeit  $C_{Ring}^* = 0.30 \cdot C_v$  folgt. Die Tabelle 49 zeigt den Zusammenhang zwischen  $C_{Ring}^*$  und „echter“ Ringsteifigkeit  $C_{Ring}$ .

Es zeigt sich, dass die Unterschiede der beiden Größen  $C_{Ring}^*$  aus der FE-Berechnung und „echter“ Ringsteifigkeit  $C_{Ring}$  – gemessen an der vereinfachten ingenieurmäßigen Vorgangsweise – vergleichsweise klein sind.

Zusammenhang  $C_v$  -  $C_{Ring}$



**Abb. 452** Zusammenhang von  $C_v$  und der Ringsteifigkeit  $C_{Ring}$ ; Angriffspunkte der Kräfte siehe Abb. 453

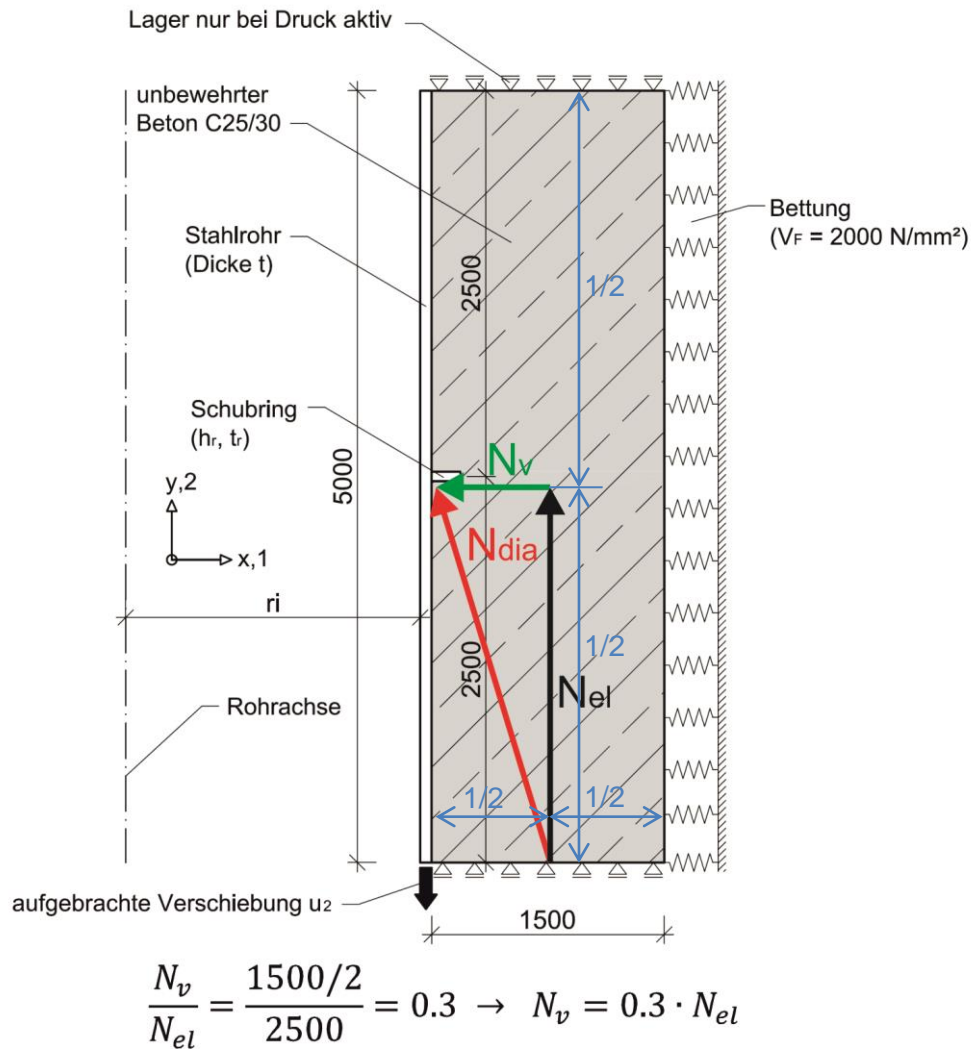


Abb. 453 Vereinfachter Zusammenhang zwischen  $N_{el}$  und  $N_v$  im FE-Modell

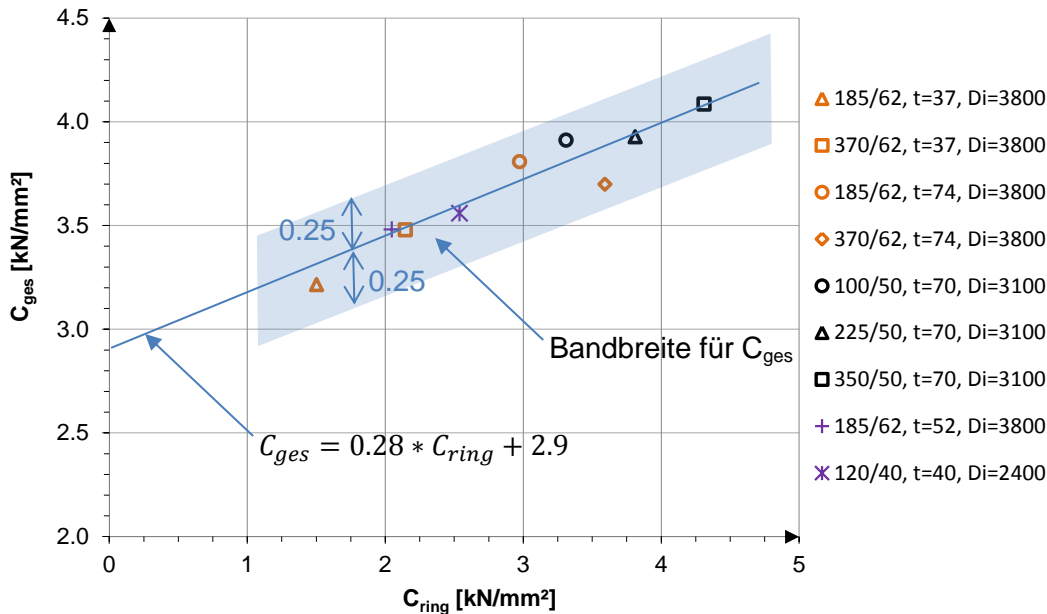
Ring $h_r/t_r$	$t_{Rohr}$	$r_a$	$b_{eff}$	$A_{st}$	$C_{ring}$	$C_v$	$C^*_{ring}$	$C_{ring}/C^*_{ring}$
[mm/mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm <sup>2</sup> ]	[kN/mm <sup>2</sup> ]	[kN/mm <sup>2</sup> ]	[kN/mm <sup>2</sup> ]	[-]
185/62	37	1 937	416	11 470	1.50	5.43	1.63	0.92
370/62		1 937	416	22 940	2.14	6.89	2.07	1.04
185/62	74	1 974	591	11 470	2.97	9.44	2.83	1.05
370/62		1 974	591	22 940	3.59	10.44	3.13	1.15
100/50	70	1 620	520	5 000	3.31	10.07	3.02	1.10
225/50		1 620	520	11 250	3.81	11.00	3.30	1.16
350/50		1 620	520	17 500	4.31	12.07	3.62	1.19
185/62	52	1 952	494	11 470	2.05	6.98	2.09	0.98
120/40	40	1 240	345	4 800	2.54	8.18	2.45	1.03

Tabelle 49 Zusammenhang zwischen  $C_{ring}$  und  $C_v$  bzw. abgeleitete Größe  $C^*_{ring}$  aus den FE-Berechnungen

Die Abb. 454 zeigt nun die Längssteifigkeit  $C_{ges}$  in Abhängigkeit der „echten“ Ringsteifigkeit  $C_{ring}$  (nach Abb. 452) für alle untersuchten Fälle, auf Basis der FEM- Ergebnisse. Dabei kann ein einfacher Zusammenhang zwischen der Längssteifigkeit und der Ringsteifigkeit gefunden werden. Mit Hilfe der linearen Regression kann dieser formelmäßig nach Gl. (61) beschrieben werden zu:

$$C_{ges} = 0.28 * C_{ring} + 2.9 \quad [kN/mm^2] \quad (Bandbreite \pm 0.25) \quad \text{Gl. (61)}$$

Mit der obigen Formel kann die Längssteifigkeit  $C_{ges}$  des Schubringes bei Beanspruchungen im elastischen Bereich ausreichend genau abgeschätzt werden.



**Abb. 454** Längssteifigkeit  $C_{ges}$  in Abhängigkeit der Ringsteifigkeit  $C_{ring}$

Damit sind nun alle wichtigen Bestimmungsgrößen für ein Bemessungsmodell entwickelt, sodass darauf aufbauend ein Bemessungsbehelf für Schubringe für die Praxis erstellt werden konnte (siehe [18]).

## 12 Zusammenfassung und Ausblick

Im Zuge dieser Arbeit wurde die stahlbaulichen Tragfähigkeit, die Betontragfähigkeit und das Verformungsverhalten von Verankerungsringen im Druckrohrleitungsbau untersucht.

Zu Beginn wird in Kapitel 3 eine kurze Einleitung in diese Thematik gegeben und im Kapitel 4 der Stand der Technik zu diesem Thema dargestellt. Anschließend werden im Kapitel 5 die sich daraus ergebenden Inhalte und Hauptziele der Arbeit beschrieben.

Folgende Ziele wurden zu Beginn definiert:

- Höhe der realen Schubringtragfähigkeit
- Verformungsvermögen
- Zusammenhang zwischen Last- und Verformungsverhalten
- Pressungsverteilung am Schubring
- Entwicklung eines einfachen Ingenieurmodells zur Ermittlung der maximalen Beanspruchungen an Rohr und Schubring

Um die Traglast der Schubringe zu bestimmen, ist es wichtig in der numerischen Berechnung ein geeignetes Materialmodell für den umgebenden Stollenbeton zu definieren, da die Längskraft der Schubringe über lokale Kontaktpressung in den Beton übertragen wird. Es hat sich in Kapitel 6 herausgestellt, dass im verwendeten kommerziellen FE-Programm ABAQUS das Betonmodell CDP (Concrete-Damaged-Plasticity) für diesen Anwendungsfall das am besten geeignetste ist. Dabei sind jedoch einige Anpassungen des Modells notwendig, so dass vor allem bei hohen dreiaxialen Druckzuständen, wie sie im Bereich des Schubringes vorliegen, keine zu hohen Betonpressungen auftreten.

Mit Hilfe dieses Materialmodells wurde vorab, wie in Kapitel 7 dargestellt, ein ebener Modellausschnitt isoliert betrachtet. Diese Untersuchung am idealisierten ebenen Modell hat bereits Aufschluss auf das grundsätzliche Tragverhalten von Schubringen bei Rohren geliefert (insbesondere mit großem Durchmesser, bei denen der Effekt der zylindrischen Tragwirkung des Rohres klein wird) und andererseits den Einfluss von einzelnen Parametern (Elementanzahl im FE-Netz, Materialparameter des CDP-Modells, Ebener Spannungs- bzw. Verformungszustand) auf das Trag- und Verformungsverhalten der Flachblechsteife gezeigt. Dies diente als Grundlage für die Entwicklung von den Labortests an ebenen Prüfkörpern.

Zielsetzung der Untersuchungen in Kapitel 8 war die Ermittlung der Tragfähigkeit und des Verformungsverhaltens der Flachblechsteifen (als Verankerungs- bzw. Schubring bezeichnet, da der Prüfkörper einen als eben idealisierten Ausschnitt eines Rohres darstellt) für die einzelnen Prüfkörper. Die ebenen Prüfkörper wurden ausgeführt, um das komplexe Tragverhalten der Verankerungsringe am zylindrischen Rohr zu vereinfachen und um das grundsätzliche Trag- und Verformungsverhalten der Schubringe zu erfassen, bei Variation der wesentlichen Parameter (Schlankheit des Schubringes, Blechdicke der Grundplatte, Variation der Bewehrung).

Auffällig war das günstige, sehr große Verformungsvermögen der ebenen Prüfkörper in den Laborversuchen, auch bei gedrungenem Schubdübel. Bei Erreichen der Traglast liegen Längsverschiebungen des Schubringes  $u_x > 4$  mm vor. Insbesondere die schlanken Schubdübel 80/8 weisen darüber hinaus noch großes plastisches Verformungsvermögen auf, ohne nennenswerten Abfall der Traglast.

Weiters wurden Laborversuche an zylindrischen Prüfkörpern durchgeführt, wie in Kapitel 9 dargestellt. Dabei wurden die sehr hohen Traglasten erst jenseits von



Längsverschiebewegen  $u_x > 20$  mm erreicht. Anzumerken ist, dass auf der lastzugewandten Seite des Schubringes im Beton ein sehr günstiger allseitiger Druckspannungszustand erreicht wird, der das große Verformungsvermögen und die hohe Traglast günstig beeinflusst. Erst bei sehr großen Verformungen  $u_x > 25$  mm erfolgt ein Traglastabfall. Begleitend zu den Tests wurden numerische Berechnungen durchgeführt. Durch den Nachweis, dass die Labortests an den Rohrprüfkörpern und die begleitenden numerischen Berechnungen ausreichend genau übereinstimmten, konnte in weiterer Folge eine rein numerische Parameterstudie an praxisnahen Schubring- und Rohrabmessungen durchgeführt werden.

Diese Parameterstudie in Kapitel 10 hat gezeigt, dass diese günstigen Druckspannungen im Beton im Schubringbereich auch bei Rohren mit großem Durchmesser möglich sind, da aufgrund der beschränkten Maximallast der Prüfgerüste die Rohrprüfkörper nur einen Durchmesser von ca. 500 mm aufwiesen. Weitere wichtige Parameter für die vereinfachte Bemessung solcher Schubringe wurden in Kapitel 10 ermittelt, wie die Bestimmung der zutreffenden Pressungslänge  $c$  am Schubring und die Höhe der elastischen bzw. maximalen Betondruckspannung. Dabei liefern die Ergebnisse der numerischen FE-Berechnungen der Schubringe die Grundlage für die Entwicklung eines Ingenieurmodells, welches in Kapitel 11 beschrieben ist.

Dieses Bemessungsmodell beinhaltet nun folgende Punkte, welche mit Hilfe der gewonnenen Erkenntnisse aus den vorherigen Kapiteln abgeleitet wurden:

- Ermittlung der resultierenden Schubringtragfähigkeit  $N_{Rd}$  für die Abtragung von Rohrlängskräften  $N_{sr}$  an einem Schubring
  - elastische Tragfähigkeit  $N_{el}$ ; auch die rein elastische Auslegung erlaubt ein günstiges duktileres Tragverhalten
  - maximale plastische Systemtragfähigkeit  $N_R$  bei Druckschächten (optional, ausreichende radiale Bettung erforderlich)
- Beanspruchungen und Schnittkräfte bzw. Spannungen im elastischen Bereich für Schubring und Rohr
  - Pressungsverteilung bzw. maximale Betondruckspannungen am Schubring
  - Beanspruchungen in den maßgebenden Querschnitten am Rohr und am Schubring
- Steifigkeit  $C_{ges}$  des Schubringes in Rohrlängsrichtung im elastischen Bereich (Basis für Systemberechnungen der Rohrleitung)

Aufgrund der Ergebnisse dieser Arbeit ist es nun möglich eine zutreffende Bemessung eines einzelnen Schubringes mit Hilfe eines einfachen Ingenieurmodells durchzuführen, welches durch Labortests sowie durch umfangreiche numerische Berechnungen entwickelt bzw. begründet wurde.

Auf Basis dieser Arbeit und der ergänzenden, hier nicht angeführten Berechnungsergebnisse, im Forschungsprojekt am Institut zum gleichen Thema, konnte mittlerweile ein vollständiger Bemessungsbehelf – auch bei Vorliegen mehrerer Schubringe – erarbeitet werden [18], [19], [20].

## 13 Literaturverzeichnis

- [1] Robert Ofner, Richard Greiner; *Beanspruchung von Schubringen für Druckrohrleitungen*, Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co.KG, Berlin - Stahlbau 76, Heft 10, Seite 739-746, 2007
- [2] ABAQUS v6.10 and *ABAQUS v6.10 Documentation*, © Dassault Systèmes, 2010
- [3] Chen Li, Fang Qin, Huan Yi, Zhang Ya-Dong: *Analysis on static performances of smeared cracking model for concrete in ABAQUS*, Jiefangjun Ligong Daxue Xuebao/Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition), v 8, n 5, p 478-485, 2007
- [4] Zhicheng Xue, Lu Yang: *A Damage Model with Subsection Curve of Concrete and Its Numerical Verification based on ABAQUS*, International Conference on Computer Design and Applications (ICCD 2010), 2010, Konferenzbericht
- [5] Thomas Petraschek: *Modelle zur Vorhersage des Tragvermögens eines Kronendübels als alternativer Schubverbinder*, Dissertation - TU Wien - Institut für Trag-konstruktionen – Stahlbau, 2008
- [6] J. Fink, P. Hermann, L. Juen: Entwicklung einer neuartigen Verbundfahrbahnplatte für Eisenbahnbrücken, Ernst & Sohn, Stahlbau 80, Heft 5, 309-316, 2010, Zeitschriftenartikel
- [7] H. Kupfer, H. K. Hilsdorf, H. Rusch: *Behavior of Concrete under Biaxial Stresses*, Teil 1, American Institute of Concrete Journal, Vol. 66, 656-666, 1969, Zeitschriftenartikel
- [8] ÖNORM EN 1992-1-1 Eurocode 2: *Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken*, 2009
- [9] Konrad Zilch, Gerhard Zehetmaier; *Bemessung im konstruktiven Betonbau*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006
- [10] CEB-FIP Model Code 1990, Comité Euro-International du Béton; Thomas Telford, 1993
- [11] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller, E. Onate: *A Plastic-Damage Model for Concrete*, International Journal of Solids and Structures Vol. 25, No. 3, 299-326, 1989, Zeitschriftenartikel
- [12] J. Lee, G. L. Fenves: *Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 124, 892-900, 1998, Zeitschriftenartikel
- [13] N. S. Ottosen; *A Failure Criterion For Concrete*, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 103, 527-535, August 1977
- [14] Kerstin Speck, Manfred Curbach; *Ein einheitliches dreiaxiales Bruchkriterium für alle Betone*, Ernst & Sohn, Beton- und Stahlbetonbau 105, Heft 4, 233-243, 2010
- [15] Nguyen Viet Tue, Jiabin Li; *Microplane approach for Modeling of concrete under low confinement*, Taylor & Francis Group, Computational Modelling of Concrete Structures, p. 233-240, 2010, ISBN 978-0-415-58479-1
- [16] Konrad Zilch, Gerhard Zehetmaier; *Bemessung im konstruktiven Betonbau*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006, ISBN 978-3-540-70637-3
- [17] Richard Greiner: *Skriptum Flächentragwerke 1+2*, TU-Graz, Institut für Stahlbau

- [18] Harald Unterweger, Ecker Alexander: *Bemessungsmodell für Schubringe von Druckrohrleitungen und Druckschächten mit Rechteckquerschnitt – Beanspruchungen, Steifigkeiten und Tragfähigkeiten infolge von Rohrlängskräften  $N_{sr}$* , TU-Graz, Institut für Stahlbau, April 2015
- [19] Unterweger, H. & Ecker, A.: *Bemessungsmodell für Schubringe von Druckrohrleitungen und Druckschächten - Teil 1*, Der Bauingenieur 90, 10, S. 478-488, 2015
- [20] Unterweger, H. & Ecker, A.: *Bemessungsmodell für Schubringe von Druckrohrleitungen und Druckschächten - Teil 2*, Der Bauingenieur 90, 11, S. 509-514, 2015
- [21] Unterweger, H. & Ecker, A.: *Load carrying behaviour of thrust rings for transferring longitudinal pipe forces*, Journal of constructional steel research 114, S. 178-187, 2015
- [22] Dankert, J., Dankert, H.: *Technische Mechanik – Statik, Festigkeitslehre, Kinematik/Kinetik*, Springer Verlag 2013, ISBN 978-3-8348-2235-2