



Paul Baumgartner, BSc BSc

**Untersuchungen des Frequenzverhaltens
einfacher Antennenstrukturen:
Ein Vergleich von analytischen und
FEM-basierenden Lösungen**

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium: Information and Computer Engineering

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer

Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Thomas Bauernfeind

Institut für Grundlagen und Theorie der Elektrotechnik

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

Datum

Unterschrift

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die durch ihre fachliche und persönliche Unterstützung zum Gelingen dieser Diplomarbeit beigetragen haben.

Speziell möchte ich mich bei meinem Betreuer Herrn Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Thomas Bauernfeind bedanken, welcher mir durch seine große Unterstützung die nötigen Rahmenbedingungen geschaffen und mein Interesse und meine Motivation gestärkt hat. Allen anderen Mitarbeitern des Instituts für Grundlagen und Theorie der Elektrotechnik Graz möchte ich danken, mir durch ihre Lehrveranstaltungen, Diskussionen und das kollegiale Klima die nötige Motivation und fachliche Kompetenz mitgegeben haben, welche für die Erstellung einer solchen Arbeit notwendig sind.

Ein weiterer Dank gilt all meinen Freunden und speziell Bandkollegen von Ptg und C&A für ihr mir entgegengebrachtes Verständnis für mein oftmaliges Absagen in stressigen Zeiten.

Ein besonderer Dank gilt meiner Familie, insbesondere meinen Eltern, die mir mein Studium erst ermöglicht haben.

Schließlich danke ich meinen Kollegen und Freunden während der Studienzeit für die schönen Studienjahre.

Zusammenfassung

Mit der steigenden Leistungsfähigkeit von Computern wurden analytische Modelle zur Berechnung einfacher Antennenstrukturen weitgehend von numerischen Modellen abgelöst. Dennoch ist der Bedarf an schnell berechenbaren Modellen speziell für die effiziente Lösung numerischer Optimierungsprobleme von Antennen und Antennengruppen sowie Smart Antennas gegeben, da numerische Simulationen zu wesentlich längeren Ausführungszeit führen. Aufgrund der vorhandenen Relevanz analytischer Modelle ist es notwendig deren Grenzen und Qualität zu kennen und richtig zu bewerten. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird das Frequenzverhalten einfacher Antennenstrukturen untersucht und im Zuge dessen ausgewählte numerische und analytische Modelle verglichen. Hauptaugenmerk wird dabei speziell auf Antennenkenngrößen wie Richtcharakteristik, Impedanz und Stromverteilung entlang der Antenne gelegt. Ergebnis dieser Arbeit waren neben den Auswirkungen spezieller Geometrieparameter auf die Antennenkenngrößen vor allem auch die Grenzen der jeweiligen analytischen Modelle. Auffallend war eine auch bei sehr einfachen Modellen qualitativ gute Übereinstimmung für einige Kenngrößen. Lediglich in der Nähe von Resonanzpunkten sind Diskrepanzen beobachtbar.

Abstract

Due to the increase of the computational power in the last decade, analytical models for antenna design problems have been replaced by numerical models. Nevertheless, since numerical simulations in general suffer from large computational effort still a demand for simple analytical models is given, especially for numerical optimization problems of antennas and antenna structures as well as smart antenna problems. Therefore, it is necessary to estimate the quality and limitations of these analytical models. The scope of the present thesis is the investigation of frequency dependent characteristics calculated by means of carefully selected analytical and numerical models. The focus of the present thesis lies on specific antenna parameters like radiation pattern, impedance and current distribution on the antenna structure. The findings of the present work were especially - besides the impact of particular geometry parameters on antenna parameters - the limitations of analytical models. Remarkable is the qualitatively good accordance of simple analytical models for certain antenna parameters. Nevertheless, disagreements have been observed merely around resonance points.

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	III
Zusammenfassung	IV
Abstract	V
Inhaltsverzeichnis	VII
Abbildungsverzeichnis	IX
Nomenklatur	X
1 Einleitung	1
1.1 Grundlagen	2
1.1.1 Feldregionen	2
1.1.2 Grundlegende Begriffe und Antennenkenngößen	3
2 Theorie	7
2.1 Stromberechnung	7
2.1.1 Pocklington's Integralgleichung	8
2.1.2 Hallen's Integralgleichung	10
2.2 Feldberechnung	11
2.3 Impedanzberechnung	12
2.3.1 Induced EMF-method	12
2.4 FEM	13
2.4.1 Allgemeines	13
2.4.2 Ferner Rand	13
2.4.3 Modellerstellung	15
2.4.4 Auswertung	15
3 Schleifenantennen	17
3.1 Analytische Betrachtungen	17
3.1.1 Stromverteilung	18
3.1.2 Vergleich und Diskussion der analytischen Modelle	24
3.2 FEM Untersuchungen	25
3.2.1 Allgemeines	25
3.2.2 Simulation	26
3.2.3 Modelle	27
3.3 Ergebnisse und Diskussion	28
3.3.1 Vergleich der verschiedenen spannungsangeregten Modelle	28
3.3.2 Vergleich des strom- und spannungserregten Modells	32
3.3.3 Vergleich analytisches Modell mit FEM Modell	33

3.3.4	Vergleich FEM-Modell mit analytischem Strom (FEM5) mit analytischem Modell nach Storer-Werner	38
4	Dipolantennen	41
4.1	Analytische Betrachtungen	41
4.1.1	Dreieckförmige Stromverteilung	42
4.1.2	Sinusförmige Stromverteilung	43
4.1.3	King's 3-term Theorie	44
4.1.4	King's 2-term Theorie	47
4.1.5	Hybrid-Modell mit 3-term Strom	48
4.1.6	Vergleich und Diskussion der analytischen Modelle	50
4.2	FEM Untersuchungen	61
4.2.1	Allgemeines	61
4.2.2	Simulation	61
4.2.3	Modelle	62
4.3	Ergebnisse und Diskussion	63
4.3.1	Impedanz	63
4.3.2	Strom	64
4.3.3	Richtcharakteristik	68
4.3.4	Zusammenfassung	74
5	Antenna Visualizer	75
5.1	Allgemeines	75
5.1.1	Einleitung	75
5.1.2	Komponenten	76
5.1.3	Verwendung	76
5.2	Codedokumentation	78
5.2.1	Verwendete Steuerelemente	78
5.2.2	Datendarstellung	79
5.3	Integration weiterer Modelle	80
	Anhang	81
	Literatur	83

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1	Geometrie der kreisförmigen Schleifenantenne.	1
Abb. 1.2	Geometrie des Dipols.	2
Abb. 1.3	Feldregionen einer Antenne [1].	3
Abb. 3.1	Geometrie der kreisförmigen Schleifenantenne.	17
Abb. 3.2	Betrachtung der Schleife als kurzgeschlossene Leitung.	18
Abb. 3.3	Richtcharakteristik bei gleichförmiger Stromverteilung.	19
Abb. 3.4	Durch Fourierreihe genäherte Stromverteilung.	21
Abb. 3.5	Richtcharakteristik bei cosinusförmiger Stromverteilung.	21
Abb. 3.6	Mittels Storer-koeffizienten berechnete Ströme.	22
Abb. 3.7	Impedanzverlauf nach Storer.	23
Abb. 3.8	Richtcharakteristik mit Stromverteilung nach Storer.	24
Abb. 3.9	FEM-Modell der Schleifenantenne.	25
Abb. 3.10	Betrag der Impedanz der verschiedenen FEM-Modelle.	28
Abb. 3.11	Betrag des Stromes entlang der Schleife bei $\beta a = 2.5024$ der verschiedenen FEM-Modelle.	29
Abb. 3.12	Richtcharakteristik bei verschiedenen Frequenzen.	31
Abb. 3.13	Vergleich von Stromverlauf und Richtcharakteristik des Strom- und Spannungserregten Modells.	32
Abb. 3.14	Impedanzverlauf des FEM und analytischen Modells.	33
Abb. 3.15	Real- und Imaginäranteil des normierten Stroms entlang der Antenne des FEM3 und des analytischen Modells nach [2] bei verschiedenen Frequenzen.	35
Abb. 3.16	Vergleich der Richtcharakteristik des FEM3 und analytischen Modells bei $\beta a = 1.29$	36
Abb. 3.17	Vergleich der Richtcharakteristik des FEM3 und analytischen Modells bei $\beta a = 1.55$	37
Abb. 3.18	Vergleich der Richtcharakteristik des FEM3 und analytischen Modells bei $\beta a = 2.59$	37
Abb. 3.19	Vergleich der Richtcharakteristik des FEM3 und analytischen Modells bei $\beta a = 3.02$	38
Abb. 3.20	Vergleich der Richtcharakteristik des FEM5 und analytischen Modells.	39
Abb. 3.21	Real- und Imaginäranteil des normierten Stroms entlang der Antenne des FEM5 und des analytischen Modells nach [2] bei verschiedenen Frequenzen.	40
Abb. 4.1	Betrachtung des Dipols als Übertragungsleitung im Leerlauf.	41
Abb. 4.2	Dipolmodell mit Delta-Generator.	45
Abb. 4.3	Unterteilung eines Dipols in 24 gleich große Elemente mit dazugehörigem Strom.	49
Abb. 4.4	Impedanzverlauf der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols.	51
Abb. 4.5	Stromverlauf der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 0.203$	53

Abb. 4.6	Stromverlauf der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 0.5$	54
Abb. 4.7	Stromverlauf der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1$	55
Abb. 4.8	Stromverlauf der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.5$	56
Abb. 4.9	Maximale Directivity der verschiedenen analytischen Modelle.	58
Abb. 4.10	E-plane der Directivity der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.25$	58
Abb. 4.11	E-plane der Directivity der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.5$	59
Abb. 4.12	E-plane der Directivity der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 2$	60
Abb. 4.13	Impedanzverlauf der verschiedenen Modelle des Dipols.	63
Abb. 4.14	Stromverlauf der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 0.5$	64
Abb. 4.15	Stromverlauf der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1$	65
Abb. 4.16	Stromverlauf der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.5$	66
Abb. 4.17	Stromverlauf der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 2$	66
Abb. 4.18	Stromverlauf der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 2.75$	67
Abb. 4.19	Maximale Directivity der verschiedenen Dipolmodelle.	68
Abb. 4.20	E-plane der Directivity der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.25$	69
Abb. 4.21	E-plane der Directivity der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.5$	70
Abb. 4.22	E-plane der Directivity der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 2$	70
Abb. 4.23	E-plane der Directivity der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 2.31$	71
Abb. 4.24	E-plane der Directivity ausgewählter Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.25$	72
Abb. 4.25	E-plane der Directivity ausgewählter Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 2$	73
Abb. 4.26	E-plane der Directivity ausgewählter Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 3$	73

Nomenklatur

Allgemeine Formelzeichen

Symbol	Einheit	Definition	Beschreibung
H	$\frac{A}{m}$		Magnetische Erregung
J	$\frac{A}{m^2}$		Elektrische Stromdichte
B	$\frac{Vs}{m^2}$		Magnetische Flussdichte
E	$\frac{V}{m}$		Elektrische Feldstärke
D	$\frac{As}{m^2}$		Elektrische Flussdichte
A	$\frac{Vs}{m}$		Magnetisches Vektorpotential
ϕ	V		Elektrisches Skalarpotential
I	A		elektrischer Strom
ρ	$\frac{As}{m^3}$		Raumladungsdichte
ω	$\frac{rad}{s}$		Kreisfrequenz
f	$\frac{1}{s}$		Frequenz
λ	m		Wellenlänge
Ω	m^3		Volumen
ε	$\frac{As}{Vm}$		Permittivität
μ	$\frac{Vm}{As}$		Permeabilität
S	$\frac{W}{m^2}$	S = E × H	Poynting-Vektor

Antennenspezifische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Definition	Beschreibung
β	$\frac{1}{m}$	$\frac{2\pi}{\lambda}$	Phasenkonstante
P_r	W		Strahlungsleistung
$D(\phi, \theta)$	1		Richtcharakteristik
$U(\phi, \theta)$	$\frac{W}{4\pi sr}$		Strahlungsintensität
η	Ω	$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$	Feldwellenwiderstand des Vakuums

Die Antennenspezifischen Größen wurden an [1] angelehnt, und können dort nachgeschlagen werden.

Geometriespezifische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Beschreibung
\mathbf{r}'	m	Quellpunktsvektor
\mathbf{r}	m	Aufpunktsvektor

Schleifenantennen

Symbol	Einheit	Beschreibung
a	m	Antennenradius
b	m	Leiterradius der Antenne
U	m	Antennenumfang
l_{gap}	m	Länge des Feed-Gaps
βa	—	Frequenzspezifischer Geometriefaktor

Dipolantenne

Symbol	Einheit	Beschreibung
a	m	Antennenradius
h	m	Höhe eines Pols
l	m	Antennenlänge, $l = 2h$
l_{gap}	m	Länge des Feed-Gaps
$\frac{l}{\lambda}$	—	Frequenzspezifischer Geometriefaktor
$\beta h = \frac{l\pi}{\lambda}$	—	Alternativer Geometriefaktor

1 Einleitung

Bis Ende der 90er Jahre wurden analytische Modelle für die Modellierung verschiedener Antennentypen entwickelt. Die Lösbarkeit dieser Modelle ist oft nur durch eine starke Vereinfachung der Geometrie und einer mathematischen Näherung gegeben. Mit der steigenden Rechenleistung von Computern wurden diese Modelle von numerischen Berechnungen weitgehend abgelöst. Trotzdem spielen analytische Modelle aufgrund der schnellen Ausführung speziell in der numerischen Optimierung noch eine sehr wichtige Rolle, weshalb es sinnvoll ist die Grenzen und die Qualität dieser genauer zu untersuchen. Ziel dieser Arbeit war die Untersuchung des Frequenzverhaltens grundlegender Antennenstrukturen und dazu ein Vergleich von aktuellen analytischen Modellen mit selbst erstellten numerischen Modellen. Im Zuge dessen wurde anhand der Richtcharakteristik, der Stromverteilung und des Impedanzverlaufes die Unterschiede dieser Modelle besprochen. Dabei wurde auch versucht die numerischen Modelle an theoretische Modelle anzupassen. Aus dem Vergleich sollen Schlüsse bezüglich der Grenzen und Fehler der analytischen Modelle, welche naheliegenderweise aus der Vernachlässigung von Termen und der Vereinfachung der Geometrie beruhen, gezogen werden.

Diese Arbeit behandelt nur einfache und grundlegende Antennenstrukturen, da komplexere Antennensysteme meist Abwandlungen oder die Kombinationen einer oder mehrerer dieser Strukturen sind.

Folgende Antennenstrukturen werden in dieser Arbeit behandelt:

- Kreisförmige Schleifenantennen mit kreisförmigem Leiterquerschnitt.

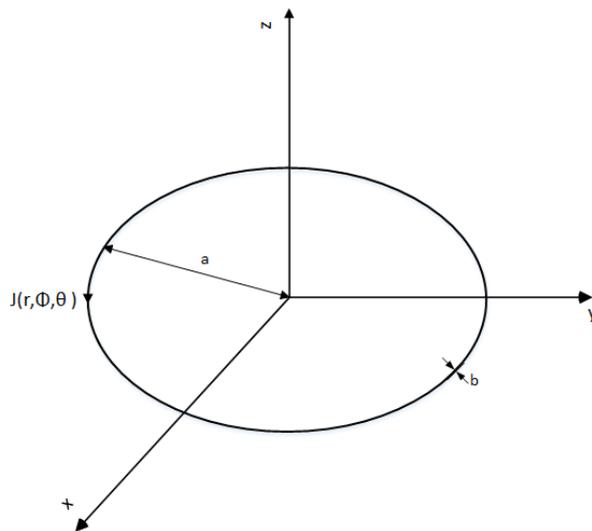


Abbildung 1.1: Geometrie der kreisförmigen Schleifenantenne.

- Dipol mit kreisförmigem Leiterquerschnitt.

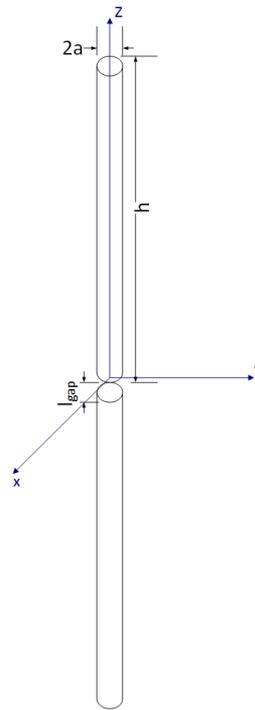


Abbildung 1.2: Geometrie des Dipols.

Zusätzlich wurde ein Tool erstellt, welches die Simulationsdaten visualisiert, und in weiterer Folge in der Lehre verwendet werden kann. Für dieses Tool wurde eine sehr allgemeine Datenschnittstelle definiert, um eine einfache Erweiterbarkeit durch weitere analytische oder vorberechnete Modelle zu garantieren.

1.1 Grundlagen

1.1.1 Feldregionen

In dieser Arbeit wird das Abstrahlverhalten im Fernfeld betrachtet. Das Fernfeld, auch Fraunhofer-Region genannt, ist laut [3] definiert als die Region der Antenne, in welcher die winkelabhängige Feldverteilung unabhängig zum Abstand zur Antenne ist. In diesem Bereich ist nur noch die abstrahlende Feldkomponente, welche mit $\frac{1}{r}$ abnimmt, vorhanden. Die elektrische und magnetische Feldkomponenten stehen orthogonal aufeinander, und unterscheiden sich um den Faktor des Feldwellenwiderstandes des Vakuums η .

Neben der Fernfeld-Region gibt es noch das reaktive Nahfeld, welches die Region um die Antenne umschließt und in welcher die sich nicht ausbreitende Feldkomponente dominiert.

Die dritte Feldregion ist das strahlende Nahfeld, auch Fresnel Zone genannt, welches der Region zwischen den anderen beiden entspricht. In dieser Region dominiert zwar schon

das strahlende Feld, jedoch hängt die winkelabhängige Feldverteilung vom Abstand zur Antenne ab.

Ist die größte Abmessung der Antenne mit D gegeben und hat die Anregung eine Wellenlänge λ gibt es laut [1] folgende Näherungen für die Feldregionen elektrisch langer Antennenstrukturen:

- Vom Nahfeld spricht man, wenn der Abstand zur Antenne $R < 0.62\sqrt{D^3/\lambda}$ entspricht.
- Die Fresnel-Zone ist die Zone in der der Abstand zur Antenne mit $0.62\sqrt{D^3/\lambda} < R < 2D^2/\lambda$ gegeben ist.
- Ab einem Abstand welcher mit

$$R > 2D^2/\lambda \tag{1}$$

gegeben ist, spricht man von der Fernfeld-Region.

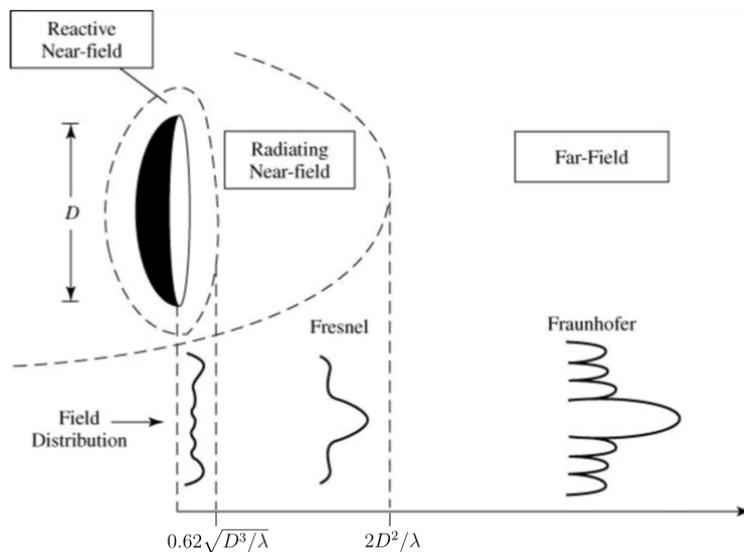


Abbildung 1.3: Feldregionen einer Antenne [1].

Die hier vorgestellte Definition stellt die gängigste in der Literatur dar, jedoch existieren in der Literatur noch weitere Regiondefinitionen, welche hier aber nicht berücksichtigt werden.

1.1.2 Grundlegende Begriffe und Antennenkenngrößen

In diesem Abschnitt werden ausgewählte Begriffe und Kenngrößen von Antennen vorgestellt, welche in weiterer Folge zum Vergleich der verschiedenen Modelle herangezogen werden.

Anhand der Länge, der stromführenden Struktur, lassen sich Antennen prinzipiell in zwei Kategorien einteilen:

- Als **elektrisch kurz** bezeichnet man Antennen deren Leiterlänge kleiner als $\frac{\lambda}{10}$ ist. Bei diesen Antennen kann die räumliche Stromverteilung als konstant angenommen werden.
- Als **elektrisch lang** bezeichnet man Antennen größerer Leiterlänge. Durch die längere Abmessung kann die Stromverteilung auf der Antenne nicht mehr als konstant angenommen werden. Die ungleichförmige Stromverteilung ist folglich bei der Ermittlung von Antennenkenngößen zu berücksichtigen.

Richtcharakteristik

Als Richtcharakteristik $D(\phi, \theta)$ einer Antenne wird der winkel-abhängige Gewinn der Antenne bezeichnet. Sie wird über die Strahlungsintensität $U(\phi, \theta)$ bezogen auf die Strahlungsintensität des isotropen Kugelstrahlers $U_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi}$ mit

$$D(\phi, \theta) = \frac{U(\phi, \theta)}{U_0} \quad (2)$$

berechnet, wobei P_{rad} der gesamten abgestrahlten Leistung entspricht.

Die Strahlungsintensität wird dabei über den Betrag des elektrischen Fernfeldes mit

$$U(\phi, \theta) = \frac{r^2}{2\eta} |\mathbf{E}(r, \phi, \theta)| \quad (3)$$

berechnet.

Hier sei nochmal erwähnt das der Abstand r , welcher dem Betrag der Differenz zwischen Aufpunktsvektor und Quellpunktsvektor entspricht, so gewählt werden muss, dass er sich in der Fraunhofer-Region befindet.

Wird die Richtcharakteristik ohne Richtungsinformation angegeben, ist die Richtung der maximalen Richtcharakteristik $D_0 = D(\phi, \theta)_{max}$ gemeint.

Stromverteilung

Da, wie später gezeigt wird, die Stromdichte \mathbf{J} entlang des Leiters der Antenne in direktem Zusammenhang mit dem abgestrahlten Feld steht, ist es auch interessant diese darzustellen und zu vergleichen.

Der Einfachheit halber wird in dieser Arbeit der Strom I entlang der leitenden Struktur der Antenne betrachtet.

Eingangsimpedanz

Die Eingangsimpedanz einer Antenne ist definiert als die Impedanz an den Eingangsklemmen einer Antenne. Diese kann über das ohmsche Gesetz mittels der Eingangsspannung V_0 und dem Strom an der Eingangsklemme I_0 mittels

$$Z = \frac{V_0}{I_0} \quad (4)$$

berechnet werden.

Dabei setzt sich die Eingangsimpedanz mit

$$Z = (R_r + R_{loss}) + jX_A \quad (5)$$

aus drei Komponenten zusammen, wobei R_r dem Strahlungswiderstand entspricht, welcher proportional zur abgestrahlten Wirkleistung P_r ist, R_{loss} dem Verlustwiderstand entspricht und X_A als die Eingangsreaktanz bezeichnet wird, welche proportional zur Differenz der mittleren elektrischen und mittleren magnetischen Energie ist.

2 Theorie

Eine allgemeine Vorgehensweise analytischer Modelle zur Berechnung der Feldverteilung um eine Antenne ist es, zuerst die Stromverteilung entlang der Antenne zu ermitteln, und anschließend mit deren Lösung die Feldverteilung darum zu berechnen.

Das Problem kann also auf zwei Teilprobleme aufgeteilt werden, welche hier separat diskutiert werden. Die jeweiligen Lösungen führen zu Integralen oder Integralgleichungen, welche oft nicht geschlossen lösbar sind. Zur Lösung dieser Integrale und Integralgleichungen können numerische oder mathematische Verfahren, welche auf Reihenansätze beruhen, herangezogen werden. In dieser Arbeit wird speziell auf die zweite Variante eingegangen. Für die numerische Lösung solcher Probleme sei auf [4] und [5] verwiesen.

2.1 Stromberechnung

Häufig wird auf die Ermittlung der Stromdichteverteilung J entlang der Antenne verzichtet, stattdessen wird ein in der Mitte des Antennenquerschnitts angesiedelter Strom I berechnet, in welchem idealerweise die Geometrie der Antenne berücksichtigt wird. Der Einfachheit halber wird in dieser Arbeit speziell für Dipol- und Schleifenantennen von einem kreisförmigen Antennenquerschnitt ausgegangen. Die Stromverteilung anderer Querschnitte kann über Geometrieumrechnungen, wie in [1] und [6] angegeben, berechnet werden.

Für die Berechnung der Stromverteilung entlang der Antenne unterscheidet man zwischen drei Fällen:

- Ist die Gesamtlänge der Antenne sehr kurz im Vergleich zur Wellenlänge, also elektrisch kurz, kann die Stromverteilung als konstant angesehen werden. Da dies für sich im Leerlauf befindliche Antennen wie Dipole, bei welchem aufgrund der Randbedingung der Strom am Ende der Antenne verschwindet, keinen Strom auf der gesamten Leiterstruktur bedeuten würde, wird dessen Stromverteilung als dreieckförmig betrachtet.
- Wird die Antenne als elektrisch lang betrachtet, kann zur Stromberechnung als erste Annäherung die Leitungstheorie für verlustlose Leitungen [7] verwendet werden und unter Berücksichtigung der Randbedingungen der Strom als sinusförmig angenommen werden.
- Wird eine genauere Berechnung des Stromes benötigt, wird auf die Integralgleichungen von Pocklington in [8] und Hallen in [9] zurückgegriffen, welche folgend besprochen werden. Diese Integralgleichungen sind auch die Basis diverser numerischer Verfahren.

2.1.1 Pocklington's Integralgleichung

Zur Berechnung der Stromverteilung entlang der Antenne wird Pocklington's Integralgleichung als Basis verwendet. Basierend auf den Maxwellgleichungen

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}, \quad (6a)$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}, \quad (6b)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \quad (6c)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = \rho. \quad (6d)$$

wird dessen Herleitung folgend skizziert.

In unserer Betrachtung können zur Vereinfachung folgende Beziehungen angenommen werden:

- Da zeitharmonische Vorgänge betrachtet werden, können die Zeitableitungen $\frac{\partial}{\partial t}$ mit der Multiplikation von $j\omega$ ersetzt werden.
- Im homogenen Raum, können lineare Beziehungen für die Feldgrößen definiert werden: $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$
- Keine freien Ladungen im Raum: $\operatorname{div}\mathbf{D} = 0$

Somit wird (6a) und (6b) zu:

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega\varepsilon\mathbf{E}, \quad (7)$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{B}. \quad (8)$$

Aus (6c) folgt, dass die magnetische Flussdichte \mathbf{B} quellenfrei ist. Dadurch kann sie mittels dem magnetischen Vektorpotential \mathbf{A} dargestellt werden:

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot}\mathbf{A} \quad (9)$$

bzw.

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\mathbf{A}. \quad (10)$$

Eingesetzt in (8) folgt:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -j\omega\operatorname{rot}\mathbf{A}. \quad (11)$$

Bzw. umgeformt

$$\operatorname{rot}(\mathbf{E} + j\omega\mathbf{A}) = \mathbf{0}. \quad (12)$$

Ist ein Vektorfeld wirbelfrei, kann es als Gradient eines Skalarpotentials ϕ dargestellt werden:

$$\mathbf{E} + j\omega\mathbf{A} = -\text{grad}\phi \quad (13)$$

bzw.

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\phi - j\omega\mathbf{A} \quad (14)$$

Multipliziert man (7) mit μ und setzt man (14) und (10) ein, erhält man:

$$\text{rotrot}\mathbf{A} = \mu\mathbf{J} + j\omega\mu\varepsilon(-\text{grad}\phi - j\omega\mathbf{A}). \quad (15)$$

Die Vektoridentität

$$\text{rotrot}\mathbf{A} = \text{grad}(\text{div}\mathbf{A}) - \nabla^2\mathbf{A} \quad (16)$$

eingesetzt in (15) ergibt:

$$\text{grad}(\text{div}\mathbf{A}) - \nabla^2\mathbf{A} = \mu\mathbf{J} + j\omega\mu\varepsilon(-\text{grad}\phi - j\omega\mathbf{A}). \quad (17)$$

Formt man (17) weiter um, erhält man

$$\nabla^2\mathbf{A} + \omega^2\mu\varepsilon\mathbf{A} = -\mu\mathbf{J} + \text{grad}(j\omega\mu\varepsilon\phi + \text{div}\mathbf{A}). \quad (18)$$

Ein Vektorfeld ist durch seine Quellen und Wirbel vollständig beschrieben. Da die Wirbel von \mathbf{A} bereits definiert sind, haben wir die Freiheit die Quellen zu definieren und die sogenannte Lorenz Eichung durchzuführen:

$$\text{div}\mathbf{A} = -j\omega\mu\varepsilon\phi \quad (19)$$

$$\phi = -\frac{1}{j\omega\mu\varepsilon}\text{div}\mathbf{A} \quad (20)$$

Eingesetzt in (18) ergibt das die zeitharmonische inhomogene Wellengleichung für \mathbf{A}

$$\nabla^2\mathbf{A} + \omega^2\mu\varepsilon\mathbf{A} = -\mu\mathbf{J}. \quad (21)$$

Setzt man für $\mu = \mu_0$ und $\varepsilon = \varepsilon_0$ ein und berücksichtigt $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$, ergibt dies die geläufige Form der Wellengleichung

$$\nabla^2\mathbf{A} + k^2\mathbf{A} = -\mu_0\mathbf{J}. \quad (22)$$

Für retardierte Potentiale ist die Lösung aus [1] mit

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jk|\mathbf{R}|}}{|\mathbf{R}|} dV \quad (23)$$

gegeben, wobei \mathbf{R} dem Vektor zwischen der Quelle und dem Aufpunkt $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ entspricht.

Kombiniert man (14), (20) und (23) ergibt das wie in [10] ausgeführt

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\frac{j\eta}{k} \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}') (k^2 + \nabla^2) \frac{e^{-jkR}}{R} dV. \quad (24)$$

Zur Ermittlung von Pocklingtons Integralgleichung müssen die Randbedingungen des elektrischen Feldes auf (24) angewendet werden. Auf dünnen Antennenstrukturen mit perfekten Leitern muss die Tangentialkomponente des elektrischen Feldes \mathbf{E}^t Null ergeben. Diese setzt sich aus dem einfallenden elektrischen Feld $\mathbf{E}^i(\mathbf{r})$ und dem vom Strom ausgehenden Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ zusammen.

Somit muss sich

$$\mathbf{E}^t = \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) + \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \quad (25)$$

ergeben. Es muss also für das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ ausgehend vom Strom auf der Antenne

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\mathbf{E}^i(\mathbf{r}) \quad (26)$$

gelten. Setzt man Gleichung (24) ein, ergibt sich

$$-\frac{j\eta}{k} \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}') (k^2 + \nabla^2) \frac{e^{-jkR}}{R} dV = -\mathbf{E}^i(\mathbf{r}). \quad (27)$$

Gleichung (27) wird als Pocklingtons Integro-Differentialgleichung bezeichnet und dient als Basis numerischer Codes [11]. Sie ist aber sogar für einfache Antennenstrukturen nur schwer analytisch lösbar weshalb es meist weiterer Vereinfachungen bedarf.

2.1.2 Hallen's Integralgleichung

In Gleichung (27) wurde der Helmholtz-Operator $(k^2 + \nabla^2)$ ins Integral geschoben und wirkt nur auf die Größen im Feld, jedoch nicht auf die Stromdichte $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$. In der hier vorgestellten Integralgleichung von Hallen wirkt der Helmholtz-Operator direkt auf das Vektorpotential, diese wird somit laut [12] mit

$$-\frac{j\eta}{k} (k^2 + \nabla^2) \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dV = -\mathbf{E}^i(\mathbf{r}). \quad (28)$$

angegeben. Das sich der Helmholtz-Operator nicht mehr im Integral befindet hat, wie später gezeigt wird, speziell in der analytischen Behandlung Vorteile.

Für die Darstellung des externen Felds \mathbf{E}^i sind wie in [12] beschrieben zwei Varianten gängig:

- Eine Variante ist es, die Antenne als Sendeantenne zu verstehen und das externe Feld als Spannungsquelle im Speisepunkt mit

$$V_0 = \int_{feed_gap} \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (29)$$

darzustellen.

Der Einfachheit halber wird der Speisepunkt als unendlich kurz angesehen, womit sich das Feld vereinfacht und mit

$$E(\mathbf{r}) = V_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (30)$$

angegeben wird.

- In der zweiten Variante wird die Antenne als Empfangsantenne verstanden. Als externes Feld wird eine ebene Welle betrachtet. Auf diese Variante wird hier nicht genauer eingegangen und kann in [12] nachgelesen werden.

Die in (28) angegebene Integralgleichung mit der in (30) angegebenen Speisung wird später verwendet um den Antennenstrom anzunähern.

2.2 Feldberechnung

Als Basis für die Berechnung des Feldes wird der zuvor berechnete Strom verwendet. Da in dieser Arbeit der Strom entlang der Antenne als Fadenstrom angenähert wird, kann (23) mit

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_C I(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} d\mathbf{r}' \quad (31)$$

angegeben werden.

Durch (20) und (14) kann das elektrische Feld, welches in weiterer Folge zur Berechnung der Richtcharakteristik verwendet wird, durch das Vektorpotential mit

$$\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A} + grad\left(\frac{1}{j\omega\mu\epsilon} div\mathbf{A}\right) \quad (32)$$

ausgedrückt werden.

Da in dieser Arbeit speziell die Richtcharakteristik betrachtet wird, reicht es dazu das elektrische Fernfeld zu berechnen. Dieses kann durch Vernachlässigung von $1/r^n$ -Termen höherer Ordnung laut [1] mit

$$\mathbf{E} \approx -j\omega\mathbf{A} \quad (33)$$

angenähert werden.

2.3 Impedanzberechnung

Als Antennenimpedanz Z wird die Impedanz am Speisepunkt verstanden. In dieser Arbeit werden folgende Methoden verwendet um die Antennenimpedanz zu berechnen:

- Eine Näherung des Realteils der Antennenimpedanz ist es, die Antenne als ideal anzusehen und die Verluste zu vernachlässigen. Dadurch wird der Realteil der Antenne zu R_r welcher einfach mit

$$R_r = \frac{2P_r}{|I_0|^2} \quad (34)$$

berechnet werden kann. Dies entspricht zwar einer groben Näherung, welche aber mit einfachen Mitteln zu berechnen ist.

- Wird der Strom mittels dem im Unterpunkt 2.1.2 vorgestellten Modell berechnet, kann die Impedanz einfach mittels

$$Z = \frac{V_0}{I(0)} \quad (35)$$

berechnet werden, wobei $I(0)$ dem Strom im Speisepunkt, und V_0 der Speisespannung entspricht.

- Eine weitere Möglichkeit bei gegebenem Strom die Impedanz zu berechnen ist die induced EMF-Method, welche im nachfolgendem Abschnitt weiter besprochen wird.

2.3.1 Induced EMF-method

Die Induced EMF-Methode ist eine Methode zur Berechnung der Antennenimpedanz bei gegebener Stromapproximierung entlang der Antenne. Sie wurde von [13] und [14] erarbeitet und ist in der in [15] präsentierten Form dargestellt.

Die Idee dieser Methode ist es das Integral des Poynting-Vektors über die Antennenoberfläche mit der zugeführten Leistung an den Antennenanschlüssen gleichzusetzen. Durch Umformungen und Vereinfachungen ergibt sich für einen Dipol die Beziehung

$$Z_0 = -\frac{1}{|I(0)|^2} \int_{-h}^h \mathbf{E}_z(a, z) I^*(z) dz, \quad (36)$$

wobei $I^*(z)$ dem konjugiert komplexen Strom entlang der Antenne entspricht. Diese EMF-Methode ist nur bei geraden und parallelen Leiterstrukturen einfach anwendbar und funktioniert nur bei sehr dünnen Leitern. Weil man bei dieser Methode das Feld direkt an der Antennenoberfläche benötigt, muss zuerst anhand des näherungsweise bestimmten Stromes das Nahfeld des elektrischen Feldes bestimmt werden, was durchaus anspruchsvoll sein kann.

2.4 FEM

Die FEM-Simulationen wurden mit dem institutseigenem Software-Paket EleFAnT3D durchgeführt. In diesem Teil wird die verwendete Formulierung präsentiert, und diverse Techniken und Eigenschaften diskutiert.

2.4.1 Allgemeines

In der Methode der Finiten Elemente (FEM) wird das Problemgebiet in kleine Gebiete, auch als Elemente bezeichnet, aufgeteilt. Für das Aufstellen des Gleichungssystems wird wie in [16] hergeleitet die zeitharmonische AV-Formulierung der Maxwell-Gleichungen mit

$$\operatorname{rot}(\nu \operatorname{rot} \mathbf{A}) + j\omega\sigma_c (\mathbf{A} + \operatorname{grad}V) = \mathbf{0} \quad (37a)$$

$$-j\omega\sigma_c \operatorname{div} (\mathbf{A} + \operatorname{grad}V) = 0 \quad (37b)$$

verwendet, wobei σ_c der komplexen Leitfähigkeit, definiert mit $\sigma_c = \sigma + j\omega\epsilon$ und ν dem Kehrwert der Permeabilität μ entspricht.

Wendet man auf die Operatorgleichung in (37) die Ritz-Galerkinsche Methode mit den Ansätzen \mathbf{A}_n und V_n an, ergibt sich das Gleichungssystem

$$\int_{\Omega} \operatorname{rot} \mathbf{N}_i \cdot \nu \operatorname{rot} \mathbf{A}_n d\Omega + \int_{\Omega} j\omega\sigma_c \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{A}_n d\Omega + \int_{\Omega} j\omega\sigma_c \mathbf{N}_i \cdot \operatorname{grad} V_n d\Omega = 0 \quad (38a)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n_1)$$

$$\int_{\Omega} j\omega\sigma_c \operatorname{grad} N_i \cdot \mathbf{A}_n d\Omega + \int_{\Omega} j\omega\sigma_c \operatorname{grad} N_i \cdot \operatorname{grad} V_n d\Omega = 0 \quad (38b)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n_2),$$

wobei n_1 der Anzahl an Kanten und n_2 der Anzahl an Knoten im Finite-Elemente Gitter entspricht.

2.4.2 Ferner Rand

Ein Problem der FEM-Berechnung bei Wellenproblemen stellt der ferne Rand dar. Würden elektrische oder magnetische Randbedingungen implementiert werden, würden unphysikalische Reflexionen an den Rändern entstehen. Für dieses Problem werden in dieser Arbeit folgende Techniken verwendet:

- "Absorbing Boundary Conditions of first order (ABC)":

Die Idee der ABCs ist es die Bedingungen des Fernfelds, besprochen in Kapitel 1.1.1, über die Operatorgleichung implizit zu erfüllen. Es muss folglich das elektrische Feld \mathbf{E} orthogonal zur magnetischen Erregung \mathbf{H} stehen, und sich um

den Faktor η unterscheiden und somit der Sommerfeldschen Ausstrahlungsbedingung genügen.

Dies kann wie in [17] hergeleitet mit einem zusätzlichen Randbedingungsterm am Rand Γ_{far} in (38) mit

$$\int_{\Omega} rot \mathbf{N}_i \cdot \frac{1}{\mu} rot \mathbf{A}_n d\Omega + \int_{\Omega} j\omega \sigma_c \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{A}_n d\Omega + \int_{\Omega} j\omega \sigma_c \mathbf{N}_i \cdot grad V_n d\Omega + \int_{\Gamma_{far}} j\omega \frac{1}{\eta} \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{A}_{nt} d\Gamma = 0 \quad (39a)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n_1)$$

$$\int_{\Omega} j\omega \sigma_c grad N_i \cdot \mathbf{A}_n d\Omega + \int_{\Omega} j\omega \sigma_c grad N_i \cdot grad V_n d\Omega = 0 \quad (39b)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n_2),$$

erreicht werden. Hierbei entspricht \mathbf{A}_{nt} der Tangentialkomponente von \mathbf{A}_n .

- "Perfect mathed layers (PML)":

Die Idee von PMLs ist es, eine künstliche unphysikalische Schicht am äußeren Rand einzuführen, welche das Feld dämpft und keine Reflexionen an der Grenze zwischen Luftgebiet und der PML-Schicht zulässt. Die Materialkonstanten ϵ_r und μ_r der PML-Schicht müssen dabei so gewählt werden, dass obige Bedingung erfüllt wird. Eine Herleitung kann wieder in [17] nachgelesen werden. Für die Dimensionierung der PML Schicht wurde [18] verwendet.

Um das elektrische Fernfeld, welches in weiter Folge zur Ermittlung der Richtcharakteristik verwendet wird, zu ermitteln muss ein entsprechend großes Luftvolumen um die Antenne modelliert werden. Mittels eines zusätzlichen Tools wurde um das Antennenmodell ein sphärisches Luftgebiet erstellt und eine der oben genannten Randbedingungen implementiert. Die Größe des Luftvolumens wurde laut (1) berechnet.

2.4.3 Modellerstellung

Bezüglich der Diskretisierung musste bei der Erstellung des Modells auf Folgendes besonders Acht gegeben werden:

- Aufgrund von Stromverdrängungseffekten fließt der Strom nur auf den Rändern der leitenden Struktur. Diese Bereiche müssen daher sehr fein diskretisiert werden.
- Damit die Erstellung des Luftvolumens erfolgen kann, müssen an den Lufträndern homogene magnetische Randbedingungen eingestellt werden.
- An Materialübergängen ist es sinnvoll die Elementschichtgröße in Dekaden zu vergrößern, um einen glatteren Übergang zu erhalten.

Die Anregung der FEM-Modelle wurde primär mittels der Vorgabe der Spannung durchgeführt. Dabei erfolgt die Spannungsvorgabe mittels einer Dirichletschen Randbedingung im Feed-Gap. Dafür muss die integrale Bedingung

$$U = \int \mathbf{E} ds = \int -j\omega \mathbf{A} + j\omega \text{grad}(V) ds \quad (40)$$

erfüllt sein. In unserem Modell wurde das Skalarpotential V im Feed-Gap Null gesetzt und die Tangentialkomponente von \mathbf{A} festgelegt mit

$$U = -j\omega A_{tan} l_{gap}. \quad (41)$$

Anstatt der Spannung ist auch die Vorgabe des Stromes möglich. Dazu wird in der Formulierung eine zusätzliche Bedingung formuliert, welche in [17] nachzulesen ist.

2.4.4 Auswertung

Nachfolgend wird kurz skizziert, wie die einzelnen Antennenkenndaten aus den Simulationen ermittelt werden können.

Strom Der Strom entlang der Schleife wurde anhand von geschlossenen Schleifen um den Leiter mit Hilfe des Durchflutungssatzes mit

$$\oint \mathbf{H} ds = I \quad (42)$$

ermittelt.

Richtcharakteristik

Die Richtcharakteristik der Antenne wurde laut [1] mit

$$D(\phi, \theta) = \frac{U(\phi, \theta)}{U_0} = \frac{4\pi U(\phi, \theta)}{P_{rad}} = \frac{4\pi |\mathbf{E}(r, \phi, \theta)|^2 r^2}{2\eta P_{rad}} \quad (43)$$

ermittelt. Wobei der Betrag der elektrischen Feldstärke und die Strahlungsleistung aus dem Modell ermittelt wurden und der Abstand r so gewählt werden muss, dass in guter Näherung von Fernfeldbedingungen ausgegangen werden kann.

Impedanz

Die Impedanz der Antenne ermittelt sich mittels des Poynting Theorem laut [19] durch

$$-\frac{d}{dt} \int w_e + w_m d\Omega = \int \frac{|\mathbf{J}|^2}{\gamma} d\Omega - \int \mathbf{E}_e \mathbf{J} d\Omega + \oint (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \mathbf{n} d\Gamma. \quad (44)$$

Dabei wird die Abnahme der elektrischen und magnetischen Energie in einem Volumen mit der Verlustleistung, der zugeführten Leistung und der Energieflussdichte des elektromagnetischen Feldes durch die Berandung des Volumens gleichgesetzt. Für zeit-harmonische Betrachtungen wird aus den Leistungen und Energien jeweils der mittlere Wert einer Periode. Dazu umgeformt und die mittels Integration bestimmbar GröÙen eingesetzt ergibt

$$2j\omega (W_e - W_m) = P_{verl} - \frac{|U_{eff}|^2}{\underline{Z}^*} + \underline{S}_{rad}. \quad (45)$$

Auf die Impedanz umgeformt ergibt sich

$$\underline{Z}^* = \frac{1}{2} \frac{|\hat{U}|^2}{P_{verl} + \underline{S}_{rad} + 2j\omega (W_m - W_e)}. \quad (46)$$

Bei der Bestimmung der mittleren magnetischen Energie W_m , der mittleren elektrischen Energie W_e , der abgestrahlten Scheinleistung S_r und der Verlustleistung P_{rad} darf natürlich nicht auf etwaige Symmetrien vergessen werden.

3 Schleifenantennen

In diesem Kapitel werden verschiedene analytische und numerische Modelle von Schleifenantennen zur Berechnung der Stromverteilung auf der Antenne und der Feldverteilung im Raum vorgestellt. Dabei wird anhand dieser Verteilungen die Antennenimpedanz und die Richtcharakteristik der Antenne berechnet und anschließend die schon besprochenen Kenndaten miteinander verglichen, um so Schlüsse auf die Qualität und den Gültigkeitsbereich der Modelle zu schließen.

Aufgrund der besseren Vergleichbarkeit wurden alle Modelle – soweit möglich – mit der gleichen Geometrie berechnet. Hier sei noch angemerkt, dass vor allem bei den analytischen Modellen oft starke Vereinfachungen durchgeführt werden mussten, um eine Lösbarkeit zu garantieren.

3.1 Analytische Betrachtungen

In diesem Abschnitt werden verschiedene analytische Modelle von Schleifenantennen vorgestellt. Als Grundlage für die Feldberechnung wird (31) verwendet. Da die Ermittlung der Stromdichte \mathbf{J} in der Schleife und die Integration dieser nicht mehr geschlossen lösbar ist, werden hier als Vereinfachung, wie in Abbildung 3.1 skizziert, nur Fadenströme in der Schleife betrachtet. Dadurch vereinfacht sich (31) zu

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_C I(\phi) \frac{e^{-jkR}}{R} dl. \quad (47)$$

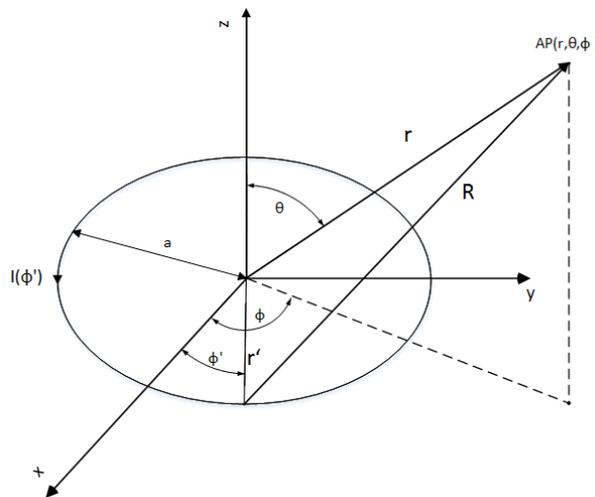


Abbildung 3.1: Geometrie der kreisförmigen Schleifenantenne.

Die hier dargestellten Lösungswege verlangen, eine bekannte Stromverteilung entlang der Antenne, was in der Praxis jedoch nicht der Fall ist. Daher muss für die Stromverteilung ein separates Modell herangezogen werden. Weiters ist das vorgestellte Integral

zur Lösung des Vektorpotentials im Allgemeinen nicht einfach geschlossen lösbar. Die in weiterer Folge vorgestellten Lösungen für die Feldverteilung stellen also nur Näherungen dar, welche aufgrund mathematischer Reihenansätze geschlossen beschreibbar sind. In weiterer Folge werden verschiedene Modelle der Stromverteilung vorgestellt, und daraus die weiteren Kenndaten der Antenne bestimmt.

3.1.1 Stromverteilung

Um die Stromverteilung entlang einer kreisförmigen Schleifenantenne mit dem Umfang U bei sinusförmiger Erregung der Frequenz f ($\lambda = \frac{c}{f}$) zu untersuchen, wird eine ideale kurzgeschlossene 2-Draht-Übertragungsleitung der Länge $l = \frac{U}{2}$ besprochen, deren Stromverteilung die der Schleifenantenne qualitativ sehr ähnlich ist.

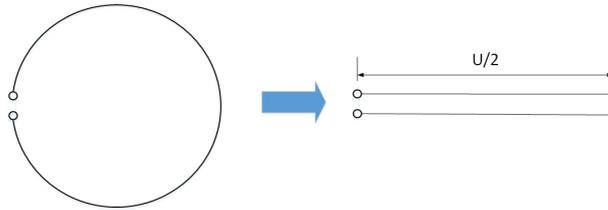


Abbildung 3.2: Betrachtung der Schleife als kurzgeschlossene Leitung.

Ist die Länge einer Übertragungsleitung $l > \frac{\lambda}{10}$, müssen zusätzlich Welleneffekte berücksichtigt werden. Ist das Ende der Leitung kurzgeschlossen, bedeutet dies einen Reflexionskoeffizienten von $r = -1$. Die hinlaufende und rücklaufende Welle kombiniert, ergeben eine stehende Welle, wobei sich bei Kurzschluss am Ende der Leitung ein Strommaximum und folglich ein Spannungsminimum befindet.

Aufgrund der Stromverdrängung herrscht im Leiter keine homogene Stromdichte, sondern ist in dünnen Regionen am äußeren und inneren Rand der Schleife konzentriert. Auch dieser Effekt wird in einem analytischen Modell behandelt [2].

Eine Einschränkung aller analytischen Modelle ist, dass die Breite des Feed-Gaps und dadurch auftretende Effekte nicht berücksichtigt werden kann. Will man diesen und weitere Effekte abbilden, kann man nur mehr auf numerische Modelle ausweichen.

Gleichförmige Stromverteilung

In diesem Abschnitt wird die Feldverteilung und in weiterer Folge die Richtcharakteristik bei gleichmäßiger Stromverteilung entlang der Schleife untersucht. Hier sei nochmals angemerkt, dass dies bezogen auf den Umfang nur für sehr große Wellenlängen sinnvoll ist ($U < \frac{\lambda}{10}$).

Feldberechnung

Die Berechnung des elektrischen Feldes im Fernfeld wird anhand

$$E_{\phi} = \frac{I60\pi\beta a}{r} e^{-j\beta r} J_1(\beta a \sin(\theta)) \quad , \quad E_r = 0 \quad , \quad E_{\theta} = 0 \quad (48)$$

aus [20] durchgeführt. Diese basiert auf (47), und der Umformung auf ein Integral für welches die Bessel-Funktionen eine Lösung darstellt. Wobei $J_1(x)$ in (48) der Bessel-Funktion erster Art und erster Ordnung entspricht. Mittels des elektrischen Fernfelds kann die Richtcharakteristik berechnet werden.

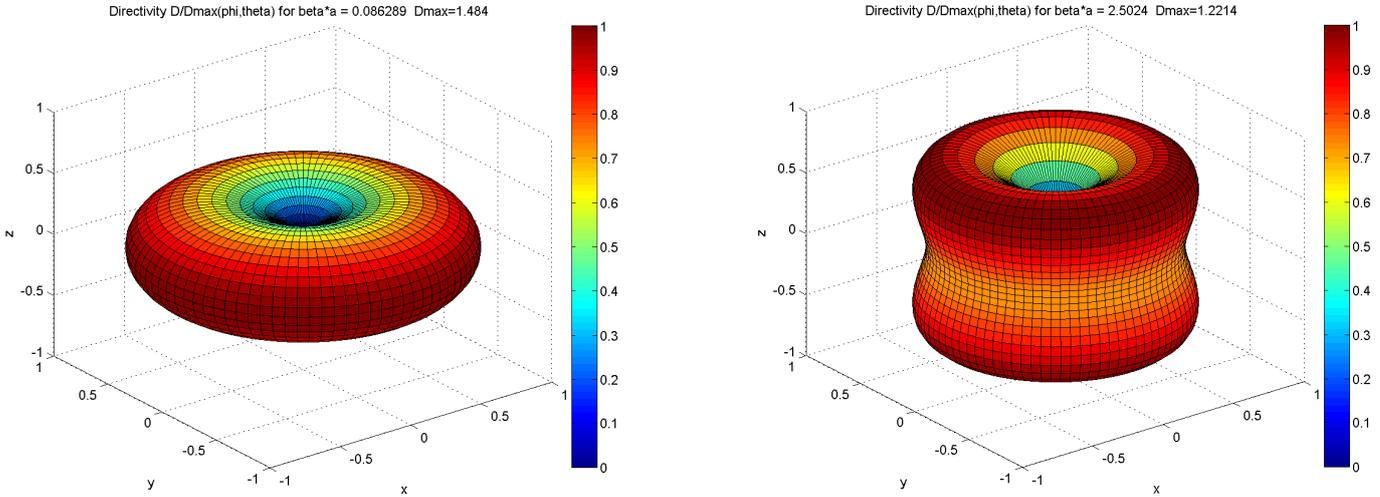


Abbildung 3.3: Richtcharakteristik bei gleichförmiger Stromverteilung.

In Abbildung 3.3 ist die Richtcharakteristik bei zwei verschiedenen Frequenzen zu betrachten. In der linken Abbildung ist $\beta a \approx 0.086 < 0.1$ und somit ist die Antenne elektrisch kurz, weshalb die Näherung der gleichförmigen Stromverteilung wohl zu einem guten Ergebnis führt.

In der rechten Abbildung ist $\beta a \approx 2.5 > 0.1$. Die Antenne ist hier also deutlich im elektrisch langen Bereich. Weil die Stromverteilung sicher nicht mehr als gleichförmig angenommen werden kann, ist die Richtcharakteristik auch sehr stark anzuzweifeln, und wird sich im Vergleich mit anderen Modellen später auch als falsch herausstellen.

Sinusförmige Stromverteilung

In diesem Modell wird von einer sinusförmigen Stromverteilung entlang der Schleife ausgegangen. Laut Theorie [7] einer verlustlosen kurzgeschlossenen Leitung, wird sich wie in Abschnitt 2.2 besprochen gegenüber des Feed-Gaps ein Strommaximum befinden. Der Strom liegt hierbei sinusförmig auf der Leitung. Wichtig in diesem Modell ist die Erfüllung des Kontinuitätsgesetz $div\mathbf{J} = 0$.

Weil in diesem Modell der Strom als durchgehender Stromfaden dargestellt ist, besteht auch keine Möglichkeit den Feed-Gap abzubilden. Dies hat zur Folge das die Impedanz nicht berechenbar ist und die Einflüsse des Feed-Gaps nicht berücksichtigt werden können. Weiters werden die Effekte der Stromverdrängung nicht berücksichtigt.

Die Stromverteilung wurde mittels einer Fourier-Reihe angenähert und hat aufgrund der

Achsensymmetrie nur Cosinus-Komponenten. Dieser ist mit

$$I(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n \cos(n\phi) \approx \sum_{n=0}^N I_n \cos(n\phi) \quad (49)$$

gegeben. Wie die späteren Ergebnisse zeigen werden, sind bei unseren Betrachtungen $N=10$ Gliedern ausreichend.

Feldberechnung

Für die Berechnung des elektrischen Fernfeldes wurden verschiedene Modelle aus der Literatur [21] und [22] herangezogen, wobei das Modell von Werner [21] die besten Ergebnisse lieferte, weshalb dieses auch in weiterer Folge verwendet wird. Dieses Modell basiert auch wieder auf (47) mit dem als Cosinusreihe dargestellten Strom $I(\phi)$. Der grundlegende Ansatz ist hierbei die Cosinus- und Exponentialkomponenten als Reihen anzuschreiben, welche durch trickreiche Umformungen wieder als Bessel-Integrale darstellbar und so geschlossen lösbar sind. Ist der Strom wie in (49) gegeben, können die elektrischen Fernfelder folgend angenähert werden:

$$E_\phi \approx -\frac{\eta\beta a e^{-i\beta r}}{4r} \sum_{n=0}^N j^n I_n \cos(n\phi) (J_{n-1}(\beta a \sin(\theta)) - J_{n+1}(\beta a \sin(\theta))), \quad (50a)$$

$$E_\theta \approx -\frac{\eta \cot(\theta) e^{-i\beta r}}{4r} \sum_{n=0}^N n(j)^n I_n \sin(n\phi) J_n(\beta a \sin(\theta)), \quad (50b)$$

$$E_r = 0, \quad (50c)$$

wobei $J_i(x)$ der Bessel Funktion erster Art und i -ter Ordnung entspricht. Durch die Komponenten des elektrischen Fernfeldes, konnte wieder die Richtcharakteristik berechnet werden.

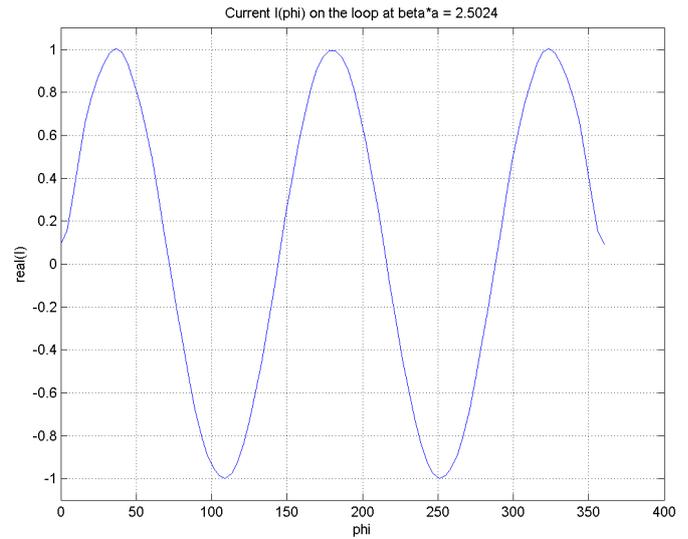
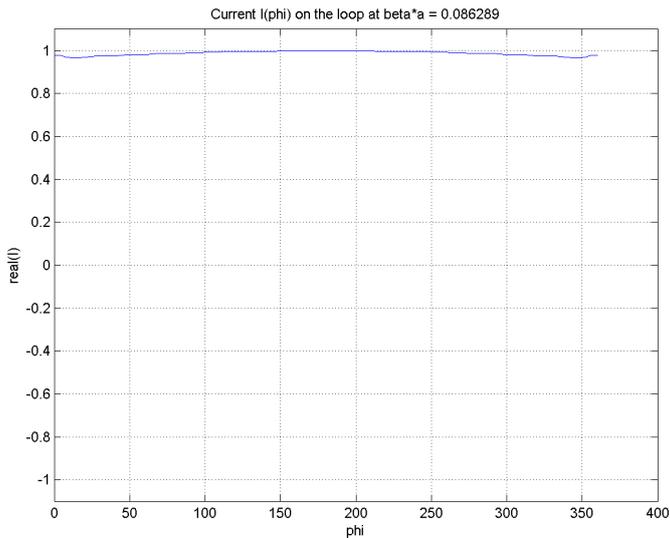


Abbildung 3.4: Durch Fourierreihe genäherte Stromverteilung.

In Abbildung 3.4 erkennt man, dass der Strom in der linken Abbildung, also bei niedrigeren Frequenzen annähernd gleichförmig ist. In der rechten Abbildung hingegen erkennt man die sinusförmige Stromverteilung. Wie wir später noch sehen werden, entspricht die dargestellte Stromverteilung vom Betrag her im wesentlichen der realen Stromverteilung.

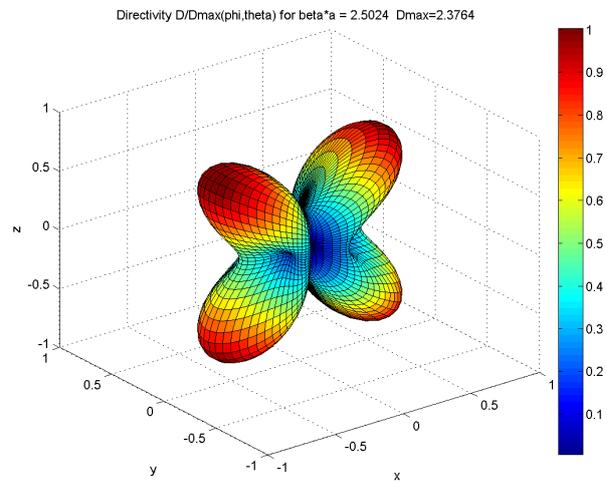
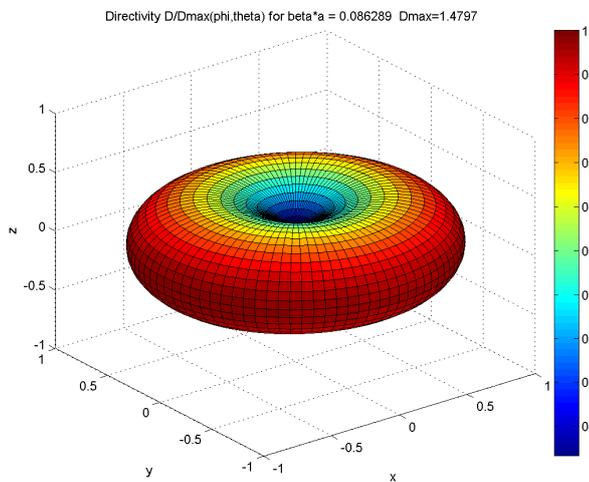


Abbildung 3.5: Richtcharakteristik bei cosinusförmiger Stromverteilung.

Vergleicht man Abbildung 3.5 und 3.3 fällt auf, dass bei einer niedrigeren Frequenz (elektrisch kurze Bedingung erfüllt) die Richtcharakteristiken qualitativ gut übereinstimmen. Bei höherer Frequenz (Antenne ist nicht mehr als elektrisch kurz zu betrachten)

ergeben sich jedoch deutliche Diskrepanzen, da das gleichförmige Modell keine azimutale Verteilung unterscheidet.

Reale Stromverteilung

Eine bessere Näherung der Stromverteilung entlang der Schleife ist [2] zu entnehmen. Die von Storer in [2] erarbeiteten Näherungen basieren im wesentlichen auf [9]. Die Stromverteilung kann wieder mit (49) angenähert werden. Die dazugehörigen Koeffizienten sind mit

$$I_n = \frac{2U}{\alpha_n j \pi \eta} \quad (51)$$

gegeben. Wobei sich die Koeffizienten mit

$$\alpha_n = \left(\beta a - \frac{n^2}{\beta a} \right) \left[\frac{1}{\pi} \left(\ln \frac{2a}{b} - \gamma - \ln n \right) - j \frac{(\beta a)^{2n+1}}{\Gamma(2n+2)} \right], \quad (52a)$$

$$\alpha_0 = 2\beta a \left(\frac{1}{\pi} \left(\ln \frac{2a}{b} - \gamma - \ln 1 \right) - j \frac{(\beta a)^2}{\Gamma(4)} \right) \quad (52b)$$

berechnen, wobei $\Gamma(x)$ die Gamma-Funktion [23], γ die eulersche Konstante mit $\gamma \approx 0.5772$ und U die Spannung des Generators ist. In diesem Modell wird zusätzlich die Breite $2b$ der Leitung und der Einfluss des Feed-Gaps mitberücksichtigt. Laut [2] ist die Korrektheit dieser Näherung bis $\beta a \approx 2.5$ gegeben.

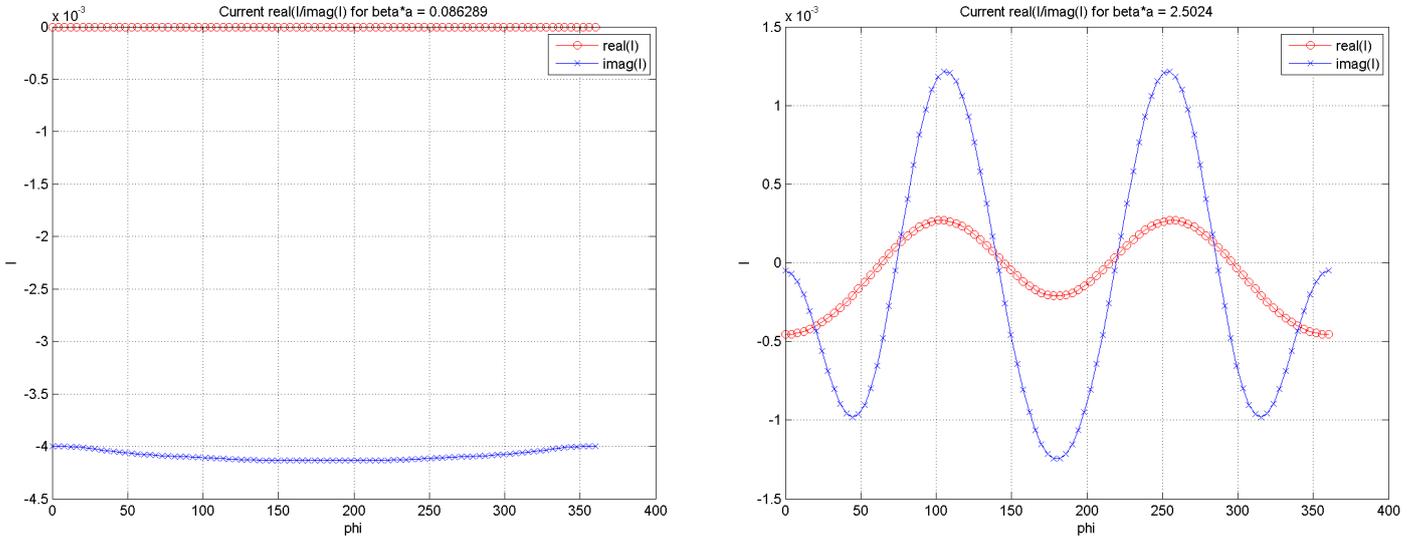


Abbildung 3.6: Mittels Storer-koeffizienten berechnete Ströme.

In Abbildung 3.6 ist die Stromverteilung nach [2] bei zwei unterschiedlichen Frequenzen abgebildet. Wie man erkennen kann, stellt sich auch hier bei einem kleinen Faktor

$\beta a = .086 < 0.1$ eine gleichförmige Stromverteilung ein. Bei größerem Faktor $\beta a = 2.5 > 0.1$ ist wieder die sinusförmige Verteilung mit einem Strommaximum bei $\phi = 180^\circ$ erkennbar.

Impedanz

Die Impedanz lässt sich einfach mit dem ohmschen Gesetz am Feed-Gap ($\varphi = 0$) berechnen.

$$Z = \frac{U}{I(\varphi = 0)} \quad (53)$$

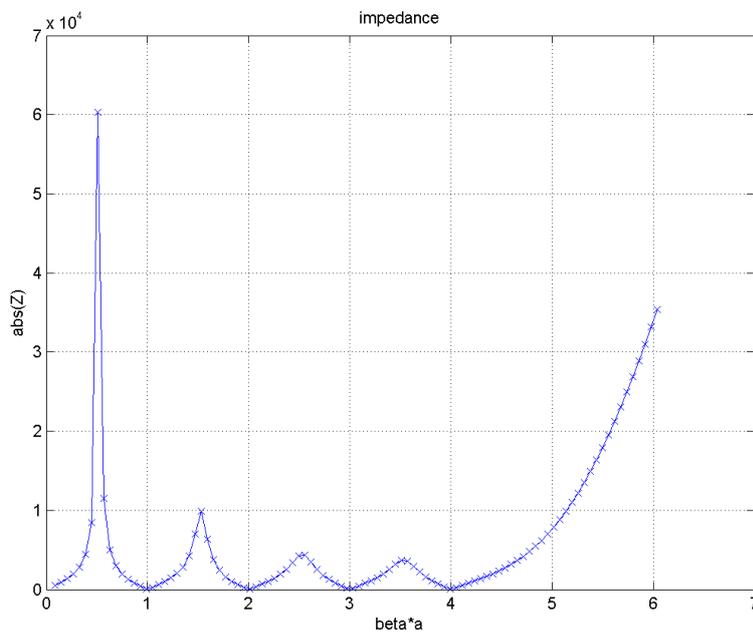


Abbildung 3.7: Impedanzverlauf nach Storer.

In Abbildung 3.7 ist der Impedanzverlauf in Abhängigkeit von βa zu sehen. Bei $\beta a = 0.5 + k$ sind Parallellresonanzen vorhanden. Dies ist genau der Fall, wenn am Feed-Gap der Strom ein Minimum hat. Diese werden in der weiteren Betrachtung noch relevant werden.

Bei $\beta a = k$ sind Serienresonanzen vorhanden. Hier hat der Strom am Feed-Gap sein Maximum.

Weiters erkennt man den starken Anstieg nach $\beta a = 4$. Dieses Verhalten lässt sich auf die bereits angesprochene Gültigkeit der Approximation der Stromverteilung bis $\beta a \approx 2.5$ zurückführen. Daher sind diese Werte nicht mehr der Realität entsprechend.

Feldberechnung

Die Felder wurden wie oben schon vorgestellt mittels (50) aus [21] berechnet.

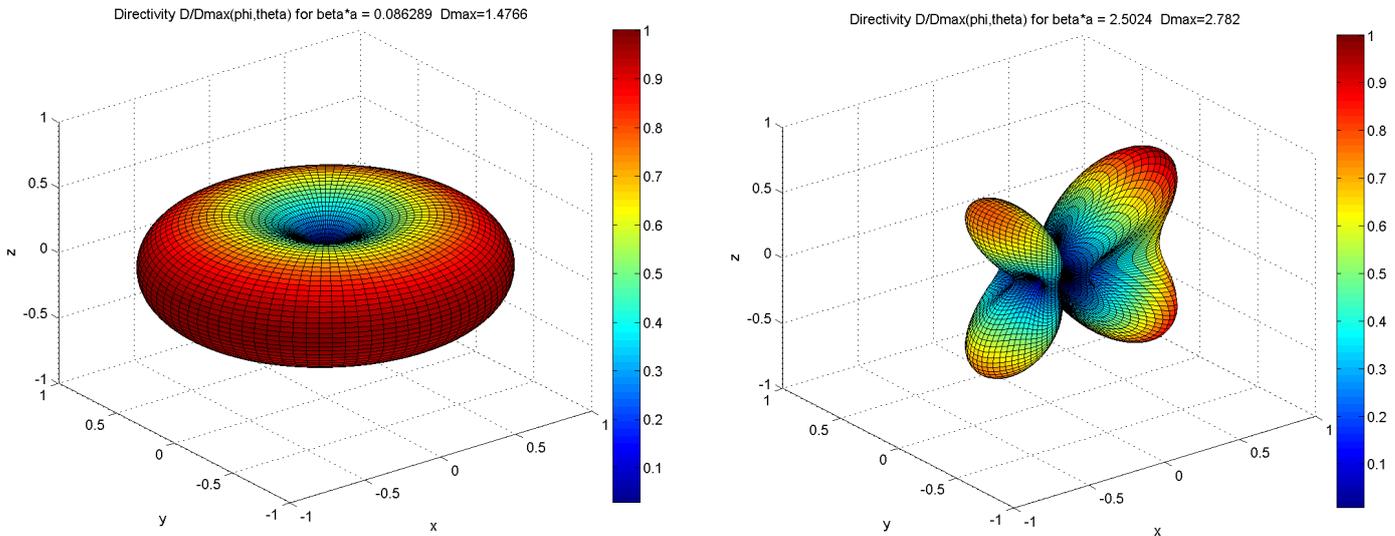


Abbildung 3.8: Richtcharakteristik mit Stromverteilung nach Storer.

In Abbildung 3.8 wurde die Richtcharakteristik mit der Stromverteilung aus Abschnitt 2.2.3 dargestellt.

3.1.2 Vergleich und Diskussion der analytischen Modelle

Stromverteilung

Wie man erkennt, bilden alle hier vorgestellten Modelle die Stromverteilung bei geringen Frequenzen qualitativ sehr gut ab.

Bei höheren Frequenzen jedoch zeigen sich sehr schnell Grenzen für das Modell mit gleichförmiger Stromverteilung. Vergleicht man Abbildung 3.6 und 3.4 erkennt man dass das zweite Modell der stehenden Welle im Gegensatz zum Modell aus [2] keine Phaseninformation enthält. Vom Betrag her, stellt sich qualitativ ein ähnlicher Verlauf ein.

Richtcharakteristik

Vergleicht man die linken Grafiken aus den Abbildungen 3.8, 3.5 und 3.3 erkennt man, dass bei geringen Frequenzen bei der Richtwirkung anhand der Form und der maximalen Richtwirkung D_{max} nur geringe Unterschiede bestehen. Für elektrisch kurze Antennen, scheint also das Modell der gleichförmigen Stromverteilung als ausreichend.

Betrachtet man hingegen die rechten Grafiken dieser Abbildungen ist zu erkennen, dass die modellierte Richtcharakteristik der gleichförmigen Stromverteilung wesentliche Unterschiede aufweist. Dieses Modell ist also hier zu verwerfen. Vergleicht man die Richtcharakteristiken aus Abbildung 3.5 und 3.8 ähneln sich diese zwar, weisen jedoch anhand der maximalen Richtwirkung signifikante Unterschiede auf. Die maximale Richtwirkung

zeigt mit $D_{max-Storet} = 2.782$ und $D_{max-cos} = 2.3764$ schon einen deutlichen Unterschied auf. Es kann davon ausgegangen werden, dass der Bereich um den Feedgap im Modell aus Abschnitt 2.2.2 unzureichend abgebildet ist.

Da im Modell aus Abschnitt 2.2.3 die Auswirkung des Feedgaps und die Stromverteilung besser berücksichtigt ist, wird für die weiteren Betrachtungen nur mehr dieses Modell herangezogen.

3.2 FEM Untersuchungen

3.2.1 Allgemeines

Für die Finite-Elemente-Untersuchungen wurde das Modell aus Abbildung 3.9 als Basis verwendet, und später weiter angepasst.



Abbildung 3.9: FEM-Modell der Schleifenantenne.

In Abbildung 3.9 ist die grundlegende Geometrie in halbsymmetrischer Darstellung zu sehen. Dabei sind folgende Komponenten bzw. Abmessungen für die weitere Betrachtung relevant:

- Die Leiterbreite wurde mit $2b = 0.5\text{mm}$ gewählt. Das analytische Modell berücksichtigt jedoch nur runde Leiter. Die Anpassung kann mittels einer einfachen Umrechnung laut [6] erfolgen.
- Der Schleifenradius wurde mit $a = 41.2\text{ mm}$ gewählt.
- Der Feed-Gap weist eine Breite von $l_{gap} = 1\text{ mm}$ auf.
- Als Substrat wurde FR4 mit $\varepsilon_r = 3.9$ gewählt.

3.2.2 Simulation

Von den später vorgestellten Modellen wurde jeweils eine Basisversion erstellt. Dazu wurde ein Präprozessor erstellt, welcher die Frequenz des Problems variiert und dazu die Geometrie entsprechend anpasst. Dieser erstellt auch automatisch ein Skript, welches die Solver für alle erstellten Probleme ausführt.

Weiters wurde ein entsprechender Postprozessor erstellt, welcher jeweils die Stromverteilung, die Impedanz und die Richtcharakteristik aus den fertig berechneten Problemen ermittelt.

Präprozessor

Es wurde für die jeweilige Anregung jeweils ein Präprozessor erstellt.

- Der Präprozessor 1 unter "preprocessor_voltage_excited.m" wurde erstellt um spannungsangeregte Probleme zu verarbeiten, dazu wird ein sphärisches Luftvolumen mit ausreichendem Radius um die Antenne generiert, und dieses mit ABC's abgeschlossen.
- Der Präprozessor 2 unter "preprocessor_current_excited.m" wurde erstellt um stromangeregte Probleme zu verarbeiten, dazu wird ein schon vorhandenes quaderförmiges Luftvolumen an die Wellenlänge angepasst und die PML-Schicht dementsprechend dimensioniert.
- Der Präprozessor 3 unter "preprocessor_current_loop.m" verwendet ein gegebenes Modell und legt eine analytisch berechnete Stromschleife als Spulenumgebung in das Modell. Die Berechnung der Stromverteilung wurde nach dem Modell aus Abschnitt 2.2.3 durchgeführt. Das Luftvolumen wurde wie im Präprozessor 1 erstellt.

Vorraussetzung für alle Präprozessoren ist, dass die Antennenregion für alle erforderlichen Frequenzen ausreichend diskretisiert ist. Dies ist vor allem bezogen auf die Eindringtiefe des Leiters wichtig.

Postprozessor

Der Postprozessor in "analyze.m" wertet für alle obig genannten Probleme den Strom und die Richtcharakteristik wie in Abschnitt 3.2 erwähnt aus. Die Impedanz wurde nur für spannungsangeregte Probleme ausgewertet. Die Auswertung der Richtcharakteristik wurde an die Arbeit [24] angelehnt und dort auch ausreichend diskutiert.

3.2.3 Modelle

Im folgenden Unterpunkt werden die simulierten Modelle vorgestellt und deren Anregung und Besonderheiten besprochen. Zur besseren Identifikation werden sie mit den Tags "FEM 1-5" versehen.

Spannungsgespeistes Modell - FEM1

In diesem Modell wurde die in Abschnitt 3.1 vorgestellte Geometrie verwendet.

Spannungsgespeistes Modell mit schmalen Feed-Gap - FEM2

Wie wir später sehen werden, entspricht das Modell aus Abschnitt 3.4.1 in wesentlichen Teilen nicht der analytischen Lösung. Um einen nicht unterbrochenen Stromfaden noch besser zu simulieren, wurde in diesem Modell die Größe des Feed-Gaps auf $l_{gap} = 0.1 \text{ mm}$ verringert. Weiters wurde das Dielektrikum des Trägermaterials der Platine weggelassen. Die restliche Geometrie und die Anregung wurde belassen.

Spannungsgespeistes Modell mit schmalen Feed-Gap und schmalen Leiter - FEM3

Da theoretische Modelle die Breite des Leiters nur schwer berücksichtigen können, wurde in diesem Modell neben der Verschmälerung des Feed-Gaps zusätzlich die Leiterbreite verringert.

Stromerregtes Modell - FEM4

Um das Modell einer nicht unterbrochenen Stromschleife noch besser abzubilden, wurde ein stromerregtes Modell erstellt. In diesem Modell wurde der Leiter als durchgehende Schleife modelliert. Die Anregung erfolgt über eine zusätzliche Bedingung, welche den Strom durch die Stirnfläche des Leiters vorgibt.

Modell mit analytischem Stromfaden - FEM5

In diesem Modell wurde in die vorhandene Geometrie ein kreisförmiger Stromfaden als Spulengebiet vorgegeben. Der Strom wurde aus dem analytischen Modell nach Storer entnommen. In diesem Modell ergibt sich der Strom also nicht mehr aus den Randbedingungen, sondern wird direkt vorgegeben, und das resultierende Feld mittels Biot-Savart-Gesetz berechnet.

3.3 Ergebnisse und Diskussion

Es werden zunächst die FEM-Modelle untereinander, und anschließend das vielversprechendste Modell mit dem analytischen Modell verglichen.

3.3.1 Vergleich der verschiedenen spannungsangeregten Modelle

Impedanzverlauf

Im Vergleich der drei spannungsangeregten Modelle (FEM1-3), wird zuerst der Impedanzverlauf in Abhängigkeit zu βa verglichen.

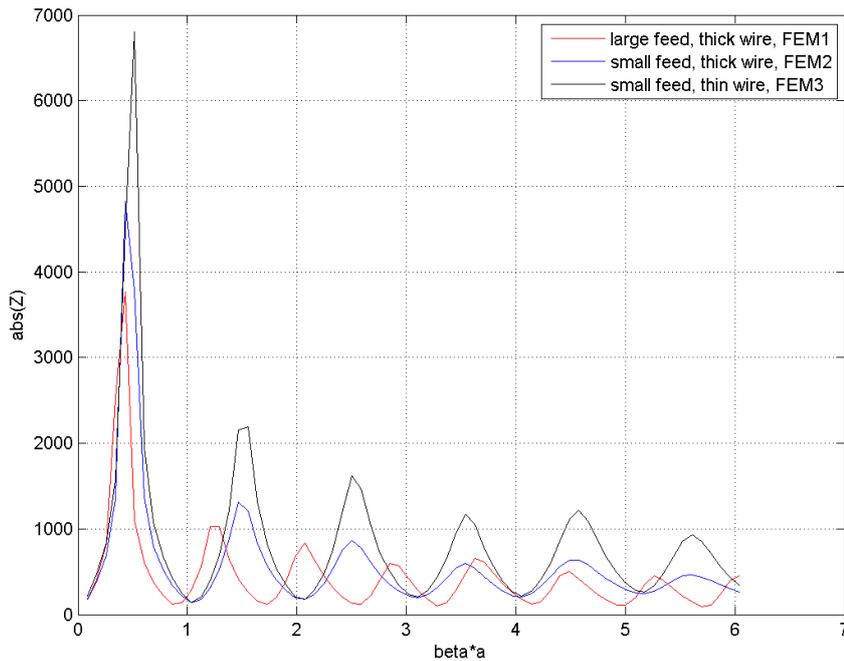


Abbildung 3.10: Betrag der Impedanz der verschiedenen FEM-Modelle.

Vergleicht man den Impedanzverlauf zwischen den Modellen FEM2 und FEM3, welche sich durch die Leiterbreite unterscheiden, fällt auf dass sich hierbei vor allem der Betrag der Impedanz stark ändert. Die Frequenzen, an denen Resonanzen auftreten, unterscheiden hingegen nicht signifikant.

Vergleicht man die Modelle FEM1 und FEM2, welche sich lediglich durch die Breite des Feed-Gaps ($l_{gap-FEM1} = 1mm$, $l_{gap-FEM2/3} = 0.1mm$) unterscheiden, fallen vor allem die Frequenzen der Resonanzpunkte auf, welche deutlich verschoben sind. Der Betrag der Impedanz unterscheidet sich bis auf den ersten Resonanzpunkt nur geringfügig.

Dadurch lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

- Bei einem breiteren Feed-Gap erscheint der Impedanzverlauf etwas gestaucht. Die Resonanzpunkte treten in kürzeren Abständen auf. Dieser Effekt lässt vermuten,

dass speziell die Kapazität im Bereich des Feed-Gap eine starke beeinflussende Wirkung mit sich bringt.

- Wird die Breite des Leiters dünner, steigt der Betrag der Impedanz an. Dies hat jedoch keinen Einfluss auf die Resonanzpunkte.

Stromverlauf

Der Stromverlauf bei elektrisch kurzen Antenne, also bei niedriger Frequenz ist in allen Modellen gleich und wird daher hier nicht näher betrachtet. Bei höheren Frequenzen soll sich, wie in Abschnitt 2.2 schon besprochen, eine stehende Welle ausbilden. Dies wird folglich genauer untersucht.

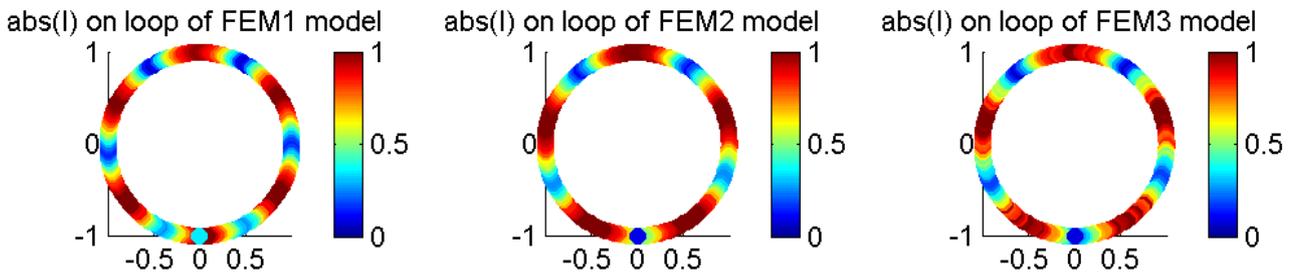


Abbildung 3.11: Betrag des Stromes entlang der Schleife bei $\beta a = 2.5024$ der verschiedenen FEM-Modelle.

In Abbildung 3.11 ist wie erwartet bei allen drei Modellen eine stehende Welle zu beobachten. Die Modelle FEM2 und FEM3 unterscheiden sich bis auf wenige Ausreißer, welche auf numerische Fehler zurückzuführen sind, nur sehr wenig. Das Modell FEM1 mit dem breiterem Feed-Gap, weist jedoch einen deutlichen Unterschied in der Stromverteilung auf. Trotz der gleichen Speisefrequenz und des gleichen Schleifenradius scheint die stehende Welle im Modell mit dem breiteren Feed-Gap eine höhere Frequenz zu besitzen, was auch die im vorigen Abschnitt besprochene Lage der Resonanzpunkte erklärt. Da laut (47) die Stromverteilung maßgeblich das Vektorpotential und folglich die Richtcharakteristik bestimmt, ist davon auszugehen, dass auch hier ähnliche Unterschiede zu beobachten sind. Dies soll in weiterer Folge untersucht werden.

Richtcharakteristik Bei niedrigeren Frequenzen zeigte sich wieder eine nahezu gleiche Richtcharakteristik. Die Modelle FEM2 und FEM3 unterscheiden sich ebenfalls nur in sehr geringem Ausmaß, weshalb ab hier nicht mehr näher auf das Modell FEM2 eingegangen wird.

Im Vergleich der Modelle FEM1 und FEM3 aus Abbildung 3.12 fällt auf, dass bei gleichen Frequenzen sich jedoch die Richtcharakteristik wesentlich unterscheidet. An gleichen Punkten im Impedanzverlauf ähnelt sich die Richtcharakteristik stark. Wie in Abbildung 3.12 ersichtlich unterscheidet sich die Richtcharakteristik des Modells FEM1

am 2ten Serienresonanzpunkt (oberste Abbildung) und des Modells FEM3 bei gleicher Frequenz (vorletzte Abbildung) stark, ähnelt jedoch der Richtcharakteristik am gleichen Resonanzpunkt (letzte Abbildung).

Auch durch die Betrachtung weiterer Resonanzpunkte ist ersichtlich, dass die Richtcharakteristik an gleichen Resonanzpunkten qualitativ gut übereinstimmt. Da das Modell FEM3 dem analytischen Modell qualitativ am besten entspricht, wird dieses in den weiteren Betrachtungen zur Untersuchung herangezogen.

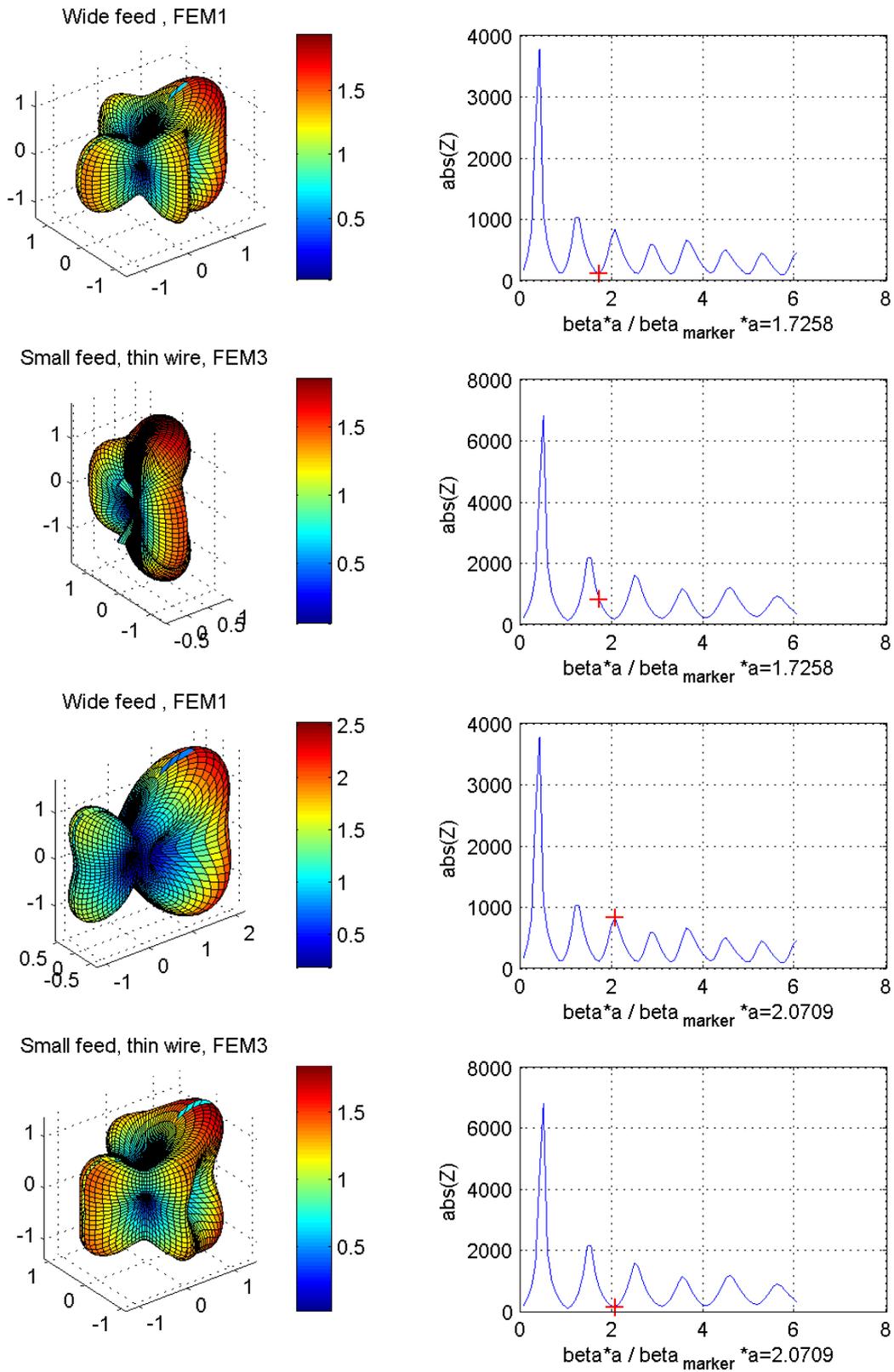


Abbildung 3.12: Richtcharakteristik bei verschiedenen Frequenzen.

3.3.2 Vergleich des strom- und spannungserregten Modells

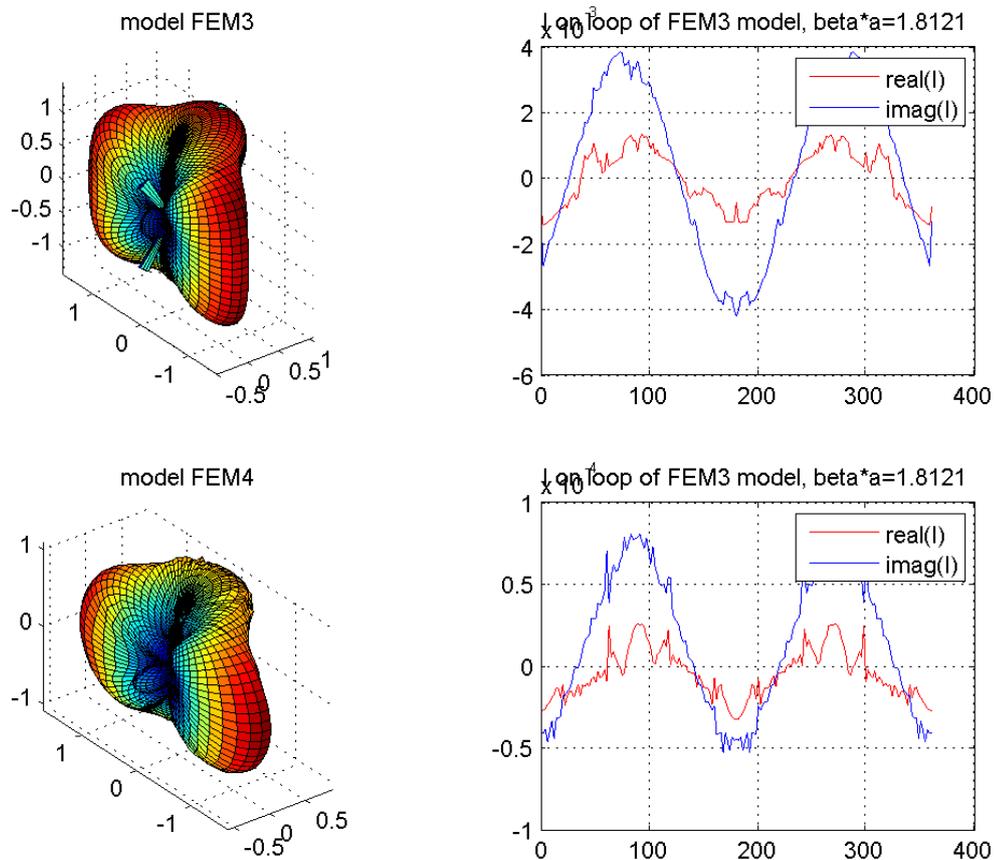


Abbildung 3.13: Vergleich von Stromverlauf und Richtcharakteristik des Strom- und Spannungserregten Modells.

Vergleicht man das spannungs- und stromerregte Modell miteinander, fällt folgendes auf:

- Die Stromverläufe stimmen qualitativ gut überein, weisen jedoch einen numerischen Fehler auf, welcher auf die Diskretisierung zurückzuführen ist.
- Die Richtcharakteristik des stromerregten Modells ist bis auf geringfügige Verzerrungen sehr ähnlich zu der spannungserregten Version. Diese Verzerrungen können auf Reflexionen der PMLs zurückgeführt werden. Diese Verzerrungen könnten beseitigt werden, wenn anstatt eines quaderförmigen Luftvolumens ein sphärisches Luftvolumen verwendet werden würde. Weil beide Modelle qualitativ die gleiche Richtcharakteristik zeigen wird mit dem FEM3-Modell weitergearbeitet.

3.3.3 Vergleich analytisches Modell mit FEM Modell

Im folgenden Abschnitt wird das ausgewählte Finite-Elemente Modell FEM3 und das analytische Modell nach Storer miteinander verglichen.

Impedanzverlauf

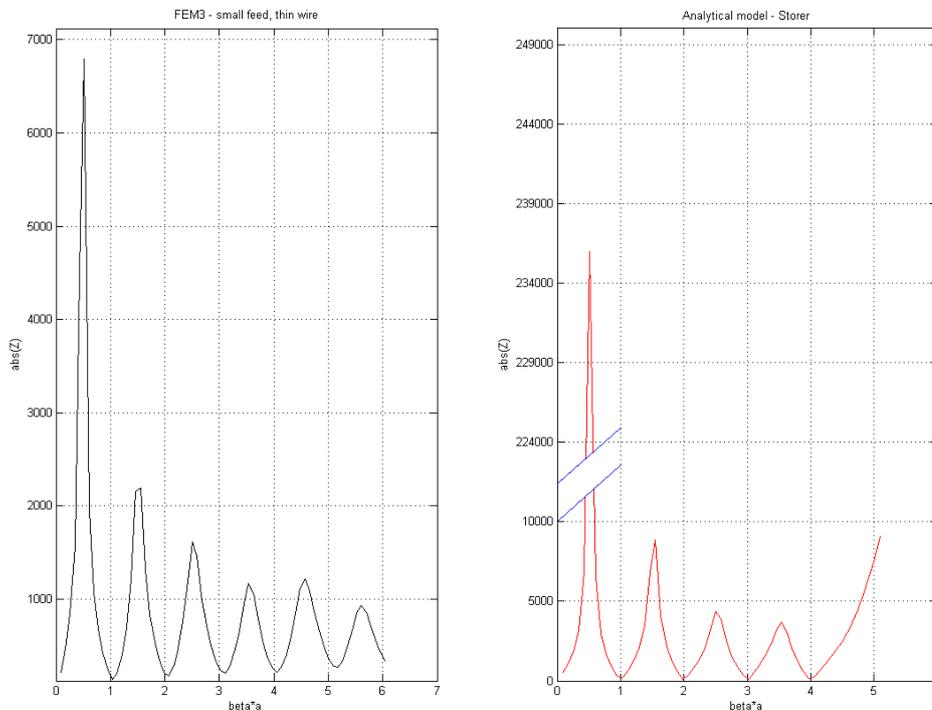


Abbildung 3.14: Impedanzverlauf des FEM und analytischen Modells.

In Abbildung 3.14 sind die Impedanzverläufe beider Modelle dargestellt. Dabei fallen folgende Besonderheiten auf:

- Die Serien- und Parallelresonanzpunkte liegen auf den gleichen βa -Punkten.
- Das analytische Modell weist schärfere Resonanzpunkte auf, hat also eine höhere Güte als das analytische Modell. Dies kann mit einer höheren Induktivität des Fadenstroms begründet werden.
- Der Betrag der Impedanzen beider Modelle unterscheidet sich sehr stark. Dies kann, wie in Abschnitt 3.1 schon besprochen, daran liegen weil analytisch nur ein Fadenstrom abbildbar ist, jedoch die Leiterschleife eine räumliche Ausdehnung aufweist. Weiters kann es sein, dass in der Frequenz-Diskretisierung die jeweiligen Resonanzpunkte nicht direkt berechnet wurden und somit kleinere Resonanzwerte erscheinen.

Stromverlauf

Die Stromverläufe des analytischen und des FEM3 Modells aus Abbildung 3.15 lassen folgende Besonderheiten erkennen:

- Der Real- und Imaginäranteil des Stromes aller Modelle zeigt eine stehende Welle.
- Durch die Diskretisierung ergeben sich in der Auswertung des Stroms aus dem FEM-Modell starke numerische Unstetigkeiten. Deshalb wird hier der Verlauf nur qualitativ bewertet.
- Der Imaginärteil des Stroms zeigt bis zu einem Faktor von $\beta a \approx 3.5$ nur geringe Unterschiede zwischen den Modellen. Bei höheren Frequenzen ergeben sich jedoch deutliche Unterschiede. Ab dem besagten βa -Faktor kann das analytische Modell den Strom nur mehr unzureichend abbilden. Dies wurde auch schon in [2] vom Autor diskutiert.
- Der Realteil des Stromes weist hingegen deutliche Unterschiede auf. An den Serienresonanzpunkten ändert der Realteil des analytischen Stromes sprunghaft sein Vorzeichen, der FEM-Strom hingegen nicht. Dieser ändert sich kontinuierlich und ändert an Parallellresonanzpunkten sein Vorzeichen.
- Der unstetige Übergang an den Reihenresonanzfrequenzen ist mit dem Faktor

$$\left(\beta a - \frac{n^2}{\beta a} \right) \quad (54)$$

aus (52a) erklärt. Wird $n = \beta a$, wird der Faktor α_n für besagten Resonanzpunkt zu Null.

Wird beispielsweise am zweiten Reihenresonanzpunkt $\beta a = 2$, wird α_2 durch $\left(\beta a - \frac{n^2}{\beta a} \right) = 2 - \frac{2^2}{2} = 0$. Weil sich α_n in (51) im Nenner befindet weist hier der Fourierkoeffizient I_n eine Singularität auf.

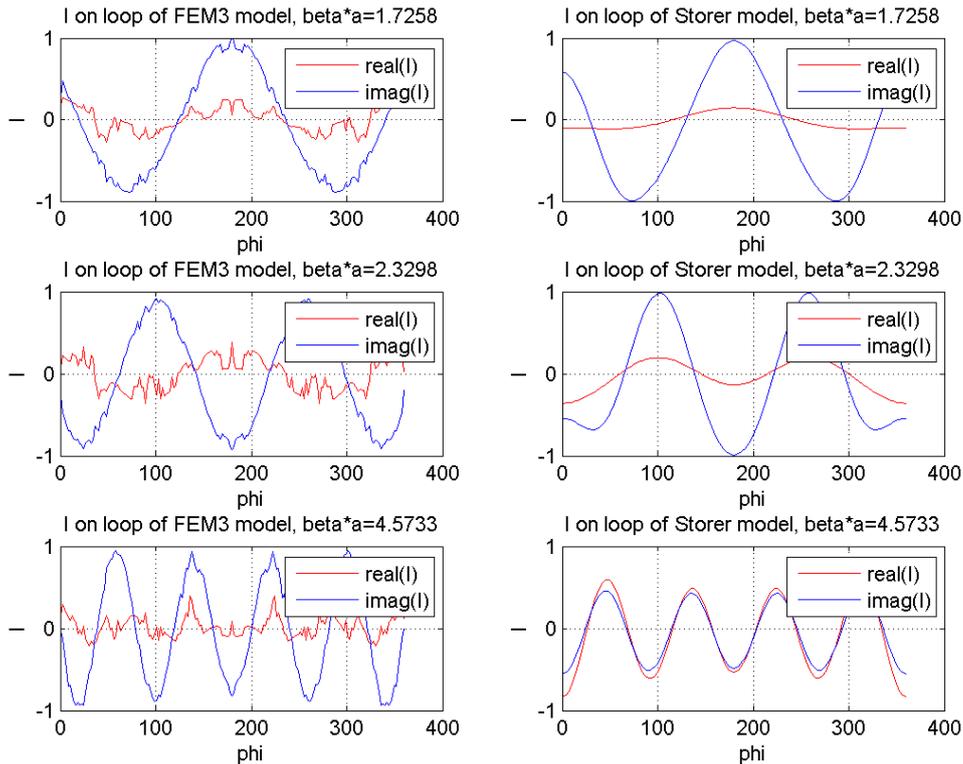


Abbildung 3.15: Real- und Imaginäranteil des normierten Stroms entlang der Antenne des FEM3 und des analytischen Modells nach [2] bei verschiedenen Frequenzen.

Richtcharakteristik

Es folgt nun ein Vergleich der Richtcharakteristiken der beiden Modelle. Als Orientierung ist für jede Richtcharakteristik auch der Impedanzverlauf gegeben und der aktuelle Frequenzpunkt markiert.

- Bis kurz nach der ersten Reihenresonanzfrequenz bei einem Faktor $\beta a \approx 1.3$ ergeben sich qualitativ nur kaum Unterschiede in der Richtcharakteristik. In Abbildung 3.16 ist jener Frequenzpunkt zu betrachten, bei welchem keine signifikanten Unterschiede erkennbar sind.

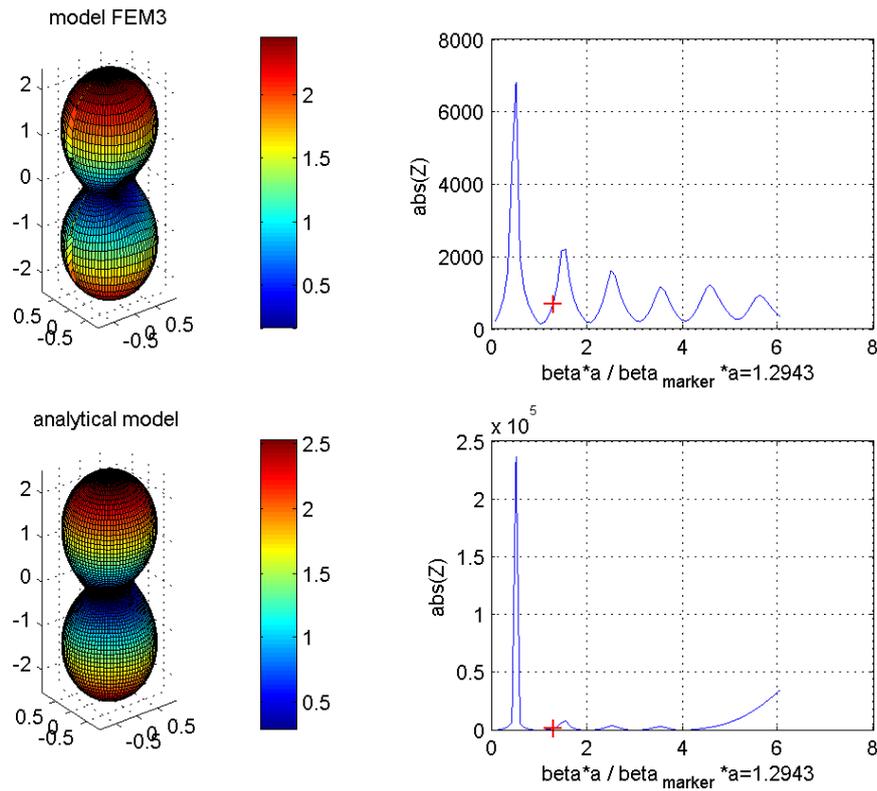


Abbildung 3.16: Vergleich der Richtcharakteristik des FEM3 und analytischen Modells bei $\beta a = 1.29$.

- Die qualitativ größten Unterschiede in der Richtcharakteristik ergeben sich im Bereich ab der 2ten Parallelresonanzfrequenz, dargestellt in Abbildung 3.17, bis zur 2ten Serienresonanzfrequenz. Hier weichen die Richtcharakteristiken grundlegend voneinander ab.

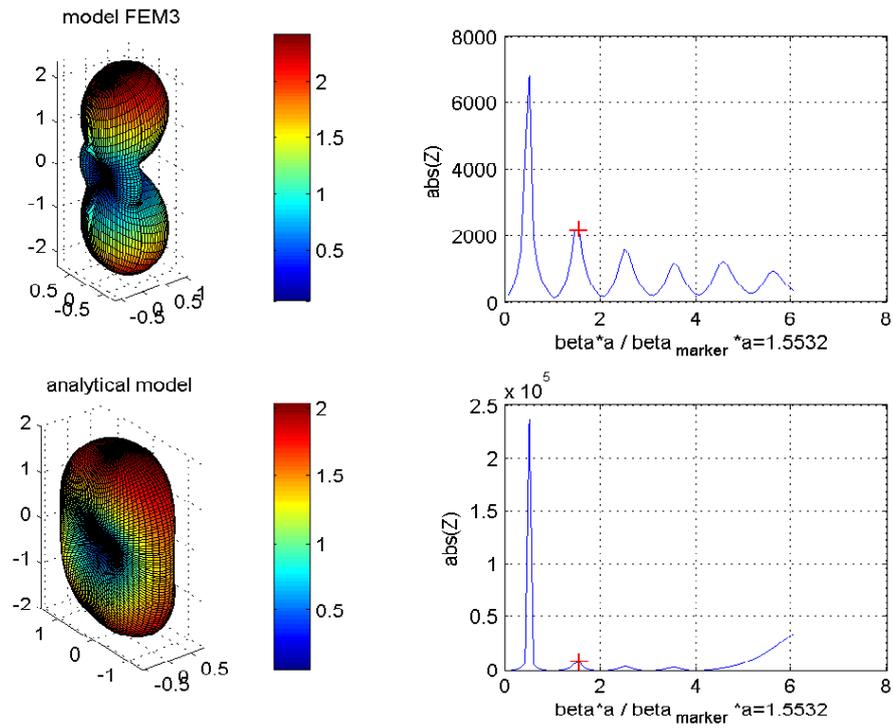


Abbildung 3.17: Vergleich der Richtcharakteristik des FEM3 und analytischen Modells bei $\beta a = 1.55$.

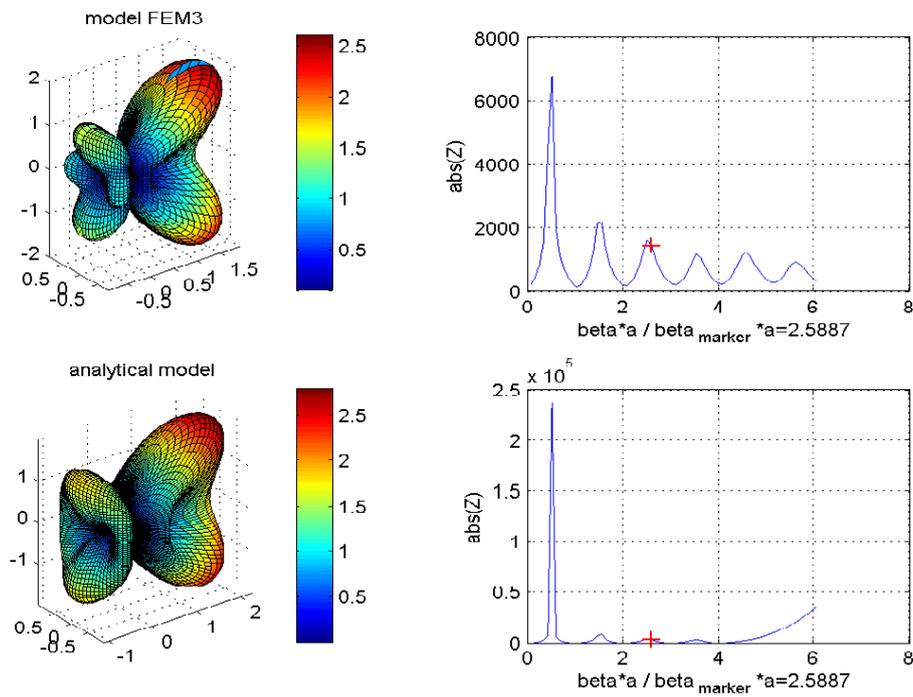


Abbildung 3.18: Vergleich der Richtcharakteristik des FEM3 und analytischen Modells bei $\beta a = 2.59$.

- Bei höheren Frequenzen ähneln sich die Richtcharakteristiken wieder stärker. Lediglich im Bereich des Feed-Gaps sind größere Unterschiede ausmachbar, wie in Abbildung 3.18 ersichtlich. Diese lassen sich wohl auf die Kapazität des Feed-Gaps zurückführen.
- Im Bereich nach der 3ten Parallellresonanzfrequenz, dargestellt in Abbildung 3.19, weichen die Richtcharakteristika wieder stärker voneinander ab. Generell ist zu beobachten, dass im Bereich zwischen einer Parallell- und Serienresonanzfrequenz sich die Richtcharakteristika deutlich voneinander unterscheiden, und zwischen Serien- und Parallellresonanzfrequenzen sich eher qualitative Übereinstimmungen ergeben.

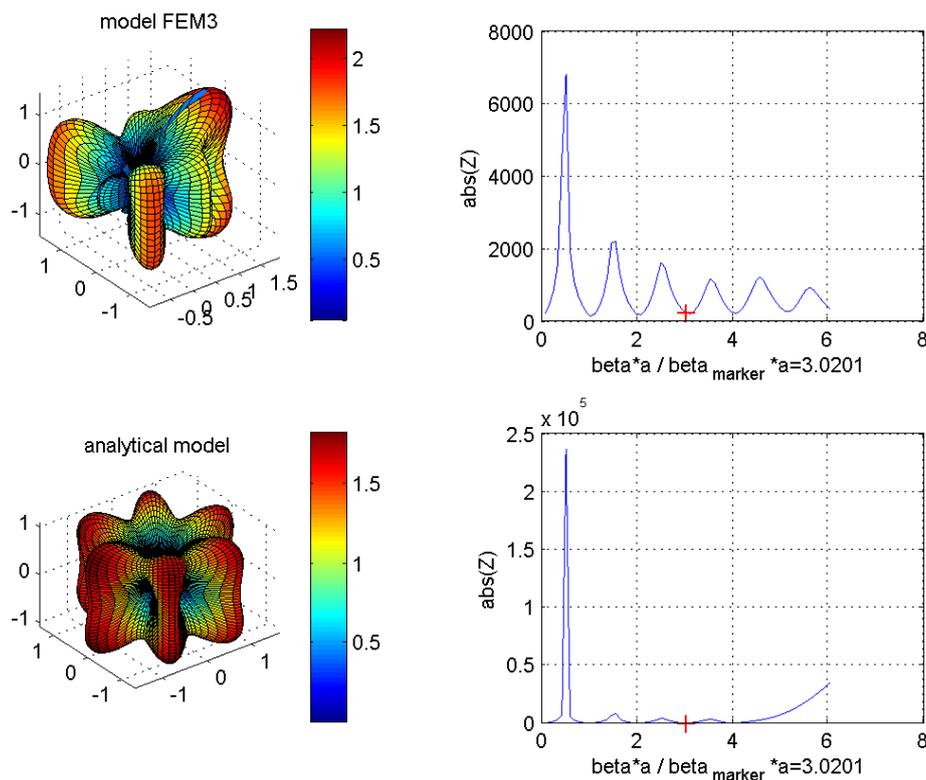


Abbildung 3.19: Vergleich der Richtcharakteristik des FEM3 und analytischen Modells bei $\beta a = 3.02$.

3.3.4 Vergleich FEM-Modell mit analytischem Strom (FEM5) mit analytischem Modell nach Storer-Werner

Um die analytisch berechnete Richtcharakteristik zu verifizieren, wurde noch ein Modell entwickelt, in welchem der analytisch berechnete Strom in die Antennenebene gelegt

wurde. Dieses wurde dann mit dem analytischen Modell aus Abschnitt 2.2.3 verglichen:

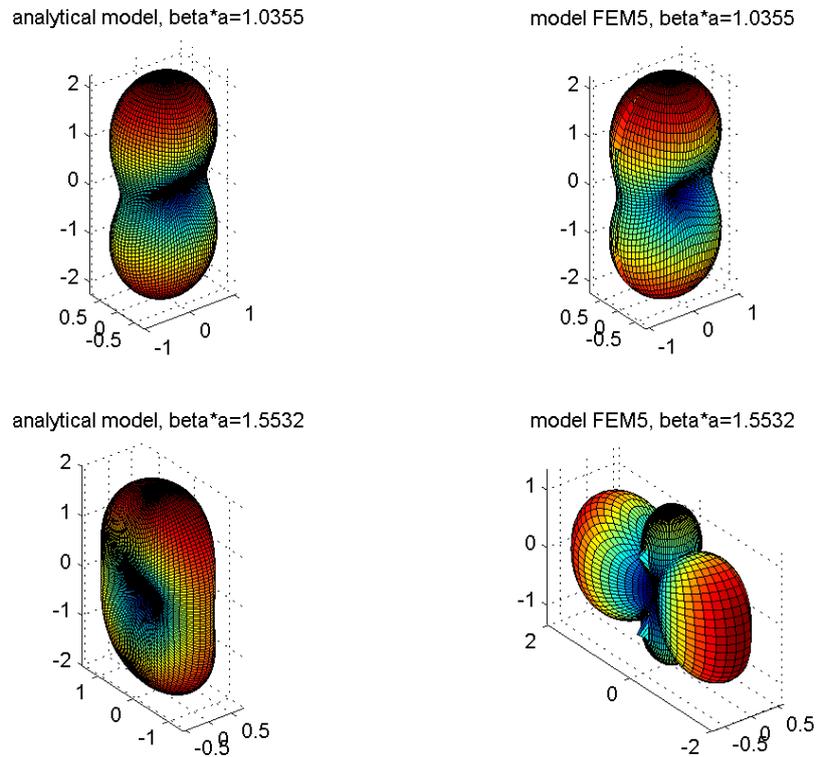


Abbildung 3.20: Vergleich der Richtcharakteristik des FEM5 und analytischen Modells.

Vergleicht man die Richtcharakteristiken aus Abbildung 3.20 fällt folgendes auf:

- Wie in Abbildung 3.21 zu erkennen ist, ist der über die magnetische Erregung ermittelte Strom des FEM5-Modells bis auf numerischer Unsicherheiten gleich dem analytischen Strom.
- Bei Betrachtung von Abbildung 3.20 ist ersichtlich, dass um Punkte der Serienresonanzfrequenzen (obere Abbildung) die Modelle eine gute qualitative Übereinstimmung aufweisen.
- Im Bereich um die Parallellresonanzfrequenzen weisen die Modelle starke qualitative Unterschiede auf, was die Vermutung offen lässt, dass das analytische Modell nach Werner im Bereich der Resonanzfrequenzen Probleme bereitet.

Die Lösung des FEM5 Modells ist aufgrund der signifikanten Unterschiede stark anzuzweifeln, und bedarf einer weiteren Diskussionen in einer weiterführenden Arbeit.

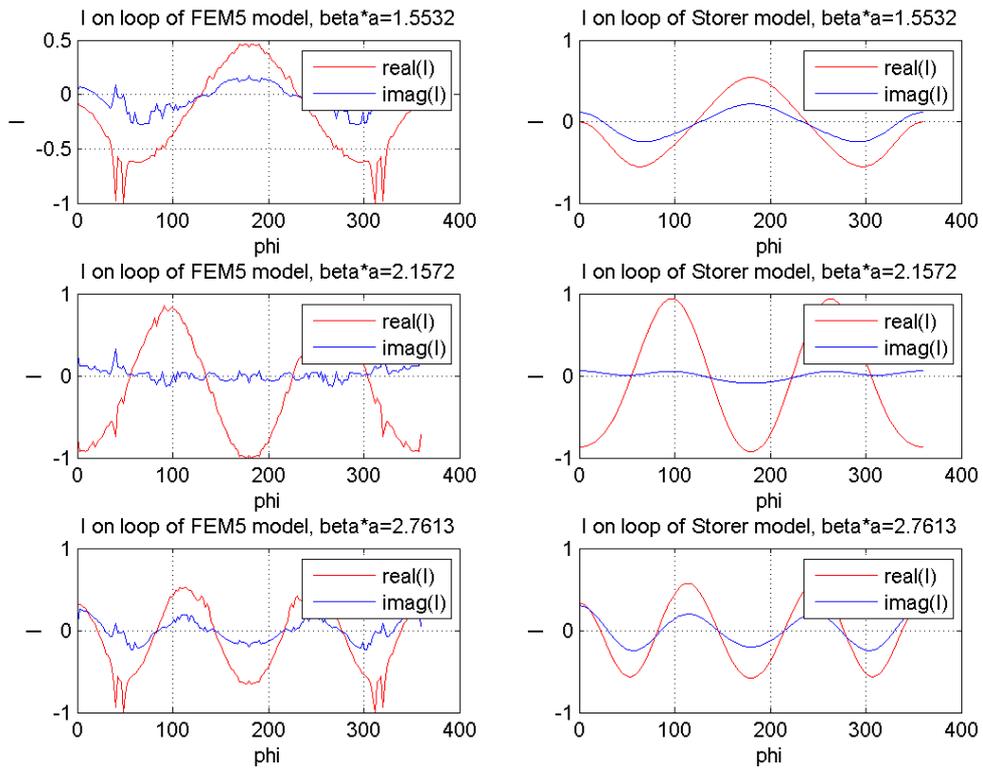


Abbildung 3.21: Real- und Imaginäranteil des normierten Stroms entlang der Antenne des FEM5 und des analytischen Modells nach [2] bei verschiedenen Frequenzen.

4 Dipolantennen

Das folgende Kapitel behandelt analytische und numerische Modelle linearer Dipolantennen zur Berechnung der Stromverteilung auf der Antenne und der Feldverteilung im Raum. Dabei wird wie schon in Kapitel 3 die Antennenimpedanz und die Richtcharakteristik der Antenne berechnet und anschließend die schon besprochenen Kenndaten miteinander verglichen.

4.1 Analytische Betrachtungen

Wie bereits erwähnt, werden verschiedene analytische Modelle zur Stromverteilung auf Dipolantennen vorgestellt. Aus derselben Motivation wie bei der Untersuchung von Schleifenantennen werden in der Mitte des Dipols zentrierte Fadenströme betrachtet. Deren Vektorpotential wird wieder mittels (47) berechnet um daraus das elektrische Fernfeld zu ermitteln.

Als erste Näherung für die Stromverteilung auf dem Dipol wird wie in Abbildung 4.1 angedeutet und in [25] diskutiert eine ideale im Leerlauf befindliche Zweidrahtleitung betrachtet. Dadurch kann mit Methoden der Leitungstheorie auf den Strom auf der Antenne geschlossen werden. Wie wir später sehen werden, stimmt die Stromverteilung qualitativ gut mit der Realität überein. Durch das „Aufbiegen“ des Leiters wird natürlich stark die Kapazität der Anordnung verändert, wodurch Fehler entstehen müssen.

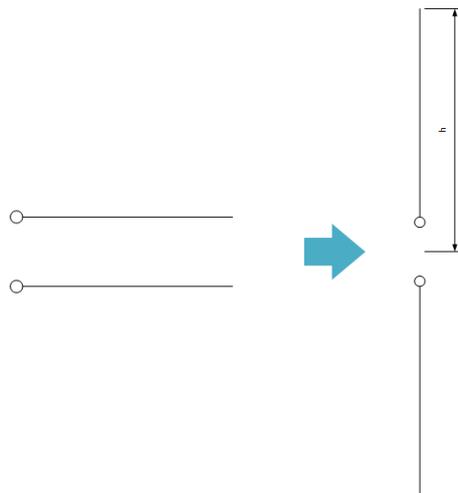


Abbildung 4.1: Betrachtung des Dipols als Übertragungsleitung im Leerlauf.

Da sich die Enden der Antenne im Leerlauf befinden, muss dort der Strom verschwinden. Durch diese Überlegung sind somit zwei Modelle denkbar:

- Muss an den Enden eines elektrisch kurzen Dipols der Strom verschwinden, so muss sich am Speisepunkt ein Maximum ausbilden. Es kann dadurch die Stromverteilung für elektrisch kurze Dipole als dreieckförmig betrachtet werden.

- Unter Zuhilfenahme der Stromverteilung einer offenen Übertragungsleitung und den oben besprochenen Randbedingungen, kann als Näherung eine sinusförmige Stromverteilung angenommen werden

Für ein genaueres Modell des Stromes kann die Integralgleichung von Hallen (28) verwendet werden, welche von King in [26], [15] und [27] dazu verwendet wurde.

In den folgenden Unterpunkten werden verschiedenste analytische Modelle vorgestellt und zum Schluss visualisiert, miteinander verglichen und diskutiert.

4.1.1 Dreieckförmige Stromverteilung

Wie schon diskutiert und in [1] und [15] angegeben, kann bei elektrisch kurzen Dipolantennen mit einer Länge von $l < \frac{\lambda}{10}$ von einer dreieckförmigen Stromverteilung ausgegangen werden. Dabei wird an den Enden ein Strom von $I(h) = 0$, und am Speisepunkt ein Strom von $I(h) = I_0$ angenommen.

Stromverteilung

Die Stromverteilung einer elektrisch kurzen Antenne wird laut [1] und [15] mit

$$I(z) = I_0 \left(1 - \frac{|z|}{h} \right) \quad (55)$$

angenommen.

Feldverteilung

Die Berechnung des elektrischen Feldes im Fernfeld wird mittels (55), (31) und (33) als

$$E_\theta = \frac{j\eta\beta I_0 l e^{-j\beta r}}{8\pi r} \sin(\theta) \quad , \quad E_r = 0 \quad , \quad E_\phi = 0 \quad (56)$$

angegeben.

Impedanz

Die Eingangsimpedanz einer elektrisch kurzen Dipolantenne wurde in [28] erarbeitet und mit

$$Z_{in} = 20\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 - j120 \frac{\ln(l/2a) - 1}{\tan(\beta l/2)} \quad (57)$$

angegeben. Sie wurde mittels der bereits behandelten Induced EMF-method berechnet.

4.1.2 Sinusförmige Stromverteilung

Für eine Dipolantenne kann der Strom, angelehnt an die Leitungstheorie, in guter Näherung als sinusförmig betrachtet werden. Dieses Modell wird auch in der Literatur [1], [6] und [15] aufgrund der Einfachheit oft verwendet.

Stromverteilung

Die Stromverteilung wird in [1] und [6] mit

$$I(z) = I_m \sin(\beta(h - |z|)) \quad (58)$$

angegeben, wobei I_m den maximalen Strom der stehenden Welle darstellt.

Eine alternative Darstellung des Stroms wird in [15] und [27] angegeben, in der statt dem maximalen Strom I_m , der Strom am Speisepunkt I_0 mit $I_0 = I_m \sin(\beta h)$ eingesetzt wird. Diese wird mit

$$I(z) = I_0 \frac{\sin(\beta(h - |z|))}{\sin(\beta h)} \quad (59)$$

angegeben.

Anhand der Lösung aus (59) kann man erkennen, dass bei $\beta h = k\pi$ der Strom am Speisepunkt $I_0 = 0$ wird was in weiterer Folge zu Problemen führt. Diese werden später genauer angesprochen und diskutiert.

Feldverteilung

Die Berechnung des elektrischen Fernfelds kann wieder mittels (59) und (31) durchgeführt werden. Eine alternative Methode über den Elementenfaktor ist in [1] gegeben. Beide Methoden führen zur Näherungslösung

$$E_\theta \approx \frac{j\eta I_0 e^{-j\beta r}}{2\pi r} \left[\frac{\cos(\beta h \cos(\theta)) - \cos(\beta h)}{\sin(\theta)} \right], \quad E_r = 0, \quad E_\phi = 0. \quad (60)$$

Hier sei angemerkt, dass das Modell in (60) auch das in der Literatur am Häufigsten verwendete ist, weil es einerseits genügend Genauigkeit aufweist und andererseits geschlossen beschreibbar ist.

Impedanz

Für die Berechnung der Impedanz von Dipolantennen wird oft die in Abschnitt 2.3.1 vorgestellte "Induced EMF-method" verwendet. Dafür muss zuerst anhand des angenommenen Stromes das Nahfeld um die Antennenoberfläche berechnet werden. Für einen sinusförmigen Strom kann das Nahfeld an der Antennenoberfläche, wie in [15] hergeleitet mit

$$E_z = -\frac{jI_m \eta}{4\pi} \left[\frac{e^{-j\beta(h-z)}}{h-z} + \frac{e^{-j\beta(h+z)}}{h+z} - 2\cos(\beta h) \frac{e^{-j\beta|z|}}{|z|} \right] \quad (61)$$

berechnet werden.

Durch einsetzen von (58) und (61) in (36) errechnet sich die Impedanz mit

$$Z_0 = \frac{j\eta}{2\pi \sin^2(\beta h)} \left[\sin(\beta h) (C_a(h, h) - \cos(\beta h) C_a(h, 0)) \right. \\ \left. - \cos(\beta h) (S_a(h, h) - \cos(\beta h) S_a(h, 0)) \right], \quad (62)$$

wobei $C_a(h, z)$ und $S_a(h, z)$ durch

$$C_a(h, z) = \int_0^h \cos(\beta z') \left[\frac{e^{-j\beta R_1}}{R_1} + \frac{e^{-j\beta R_2}}{R_2} \right] dz'. \quad (63a)$$

$$S_a(h, z) = \int_0^h \sin(\beta |z'|) \left[\frac{e^{-j\beta R_1}}{R_1} + \frac{e^{-j\beta R_2}}{R_2} \right] dz'. \quad (63b)$$

gegeben sind. Die Koeffizienten R_1 und R_2 entsprechen den durch $R_1 = \sqrt{(z - z')^2 + a^2}$ und $R_2 = \sqrt{(z + z')^2 + a^2}$ beschriebenen Abstände. Die Integrale aus (63) können numerisch integriert werden oder in Tabellen [29] nachgeschlagen werden.

4.1.3 King's 3-term Theorie

Will man keine Annahme bezüglich des Stromes treffen, sondern diesen anhand physikalischer Modelle berechnen, eignet sich für lineare Antennen bis zu einer Gesamtlänge von $l = 2\lambda$ laut [30] Hallen's Integralgleichung (28).

Dazu wird die Antenne als Sendeantenne betrachtet und, wie in Abbildung 4.2 dargestellt, ein im unendlich kurzen Feedgap befindlicher Delta-Generator angenommen und daraus die Stromverteilung berechnet.

Da dieses Modell für weitere Betrachtungen herangezogen wird, wird die Lösung, welche im Detail in [15] angegeben ist, in diesem Abschnitt skizziert.

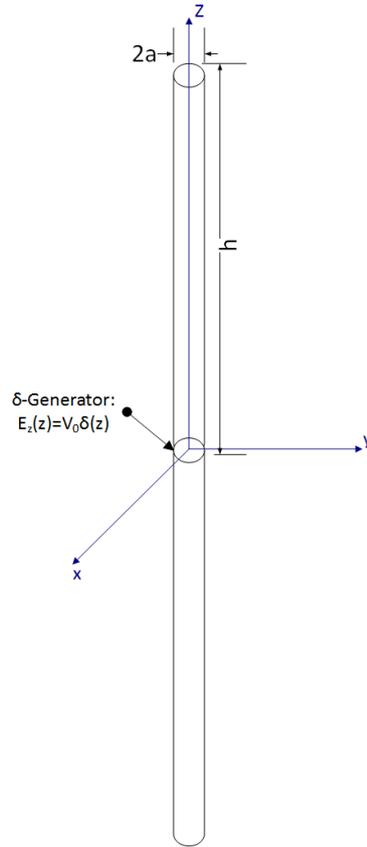


Abbildung 4.2: Dipolmodell mit Delta-Generator.

Stromverteilung

Als Basis für die Berechnung der Stromverteilung dient die Integralgleichung in (28). Setzt man (23) und die Anregung aus (30) darin ein, ergibt sich für einen in z-Richtung orientierten Stromfaden entlang des Dipols

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + \beta^2 \right) A_z(z) = \frac{-j\beta^2}{\omega} V_0 \delta(z). \quad (64)$$

Für diese lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung findet man die Lösung

$$A_z(z) = \frac{-j}{c} \left(C_1 \cos(\beta h) + \frac{1}{2} V_0 \sin(\beta |z|) \right), \quad (65)$$

wobei C_1 eine noch nicht bestimmte Konstante darstellt. Setzt man $A_z(z)$ in (31) ein und berücksichtigt man die Symmetriebedingungen $A_z(z) = A_z(-z)$ und $I(z) = I(-z)$ erhält man

$$\int_{-h}^h I(z') \frac{e^{-j\beta R}}{R} dz' = \frac{-j4\pi}{\eta} \left(C_1 \cos(\beta h) + \frac{1}{2} V_0 \sin(\beta |z|) \right), \quad (66)$$

wobei R mit $R = \sqrt{(z - z')^2 + a^2}$ gegeben ist.

Das eigentliche Problem stellt nun die Lösung dieser Integralgleichung dar. Da es für dieses Problem nicht möglich ist eine geschlossene analytische Lösung zu finden muss eine geeignete Näherungslösung gefunden werden, welche lösbar und ausreichend genau ist.

King hat diese in seinen Arbeiten in [31], [32] und [15] gefunden, indem er die Integralgleichung genau untersucht hat und anhand derer Eigenschaften eine algebraische Gleichung aufgestellt hat, welche geschlossen lösbar ist.

Die dadurch berechnete und aus [15] entnommene Lösung für den Strom entlang des Dipols ist mit

$$I(z) = \frac{j2\pi V_0}{\eta \Psi_{dR} \cos(\beta h)} \left[\sin(\beta(h - |z|)) + T_U (\cos(\beta z) - \cos(\beta h)) \right. \\ \left. + T_D \left(\cos\left(\frac{1}{2}\beta z\right) - \cos\left(\frac{1}{2}\beta h\right) \right) \right] \quad (67)$$

gegeben, wobei die Koeffizienten Ψ_{dR} , T_U und T_D aus Integralen berechnet werden können und der Übersichtlichkeit halber im Anhang angegeben werden.

Sie stellt durch verschiedene Vereinfachungen nur eine Näherungslösung dar, und gilt laut [15] bis zu einem Bereich von $\beta h < 3\pi/2$.

Bei einer Antennenlänge von $\beta h = \pi/2$ wird der Faktor $\cos(\beta h)$ im Nenner zu Null, wodurch der Strom unbestimmt wird. Durch Umformungen ergibt sich in diesem Bereich für den Strom

$$I(z) = \frac{-j2\pi V_0}{\eta \Psi_{dR}} \left[(\sin(\beta|z|) - \sin(\beta h)) + T'_U (\cos(\beta z) - \cos(\beta h)) \right. \\ \left. - T'_D \left(\cos\left(\frac{1}{2}\beta z\right) - \cos\left(\frac{1}{2}\beta h\right) \right) \right], \quad (68)$$

wobei die Faktoren mit

$$T'_U = -\frac{T_U + \sin(\beta h)}{\cos(\beta h)}, \quad T'_D = \frac{T_D}{\cos(\beta h)} \quad (69)$$

gegeben sind. Diese Faktoren sind auch für eine Antennenlänge von $\beta h = \pi/2$ bestimmt. Wie man aus (67) erkennen kann, besteht der Strom entlang der Antenne nicht nur aus einem sinusförmigen Anteil, sondern auch aus cosinusförmigen Anteilen, welche an den Enden verschwinden aber speziell am Feed-Gap wirken. Diese Terme verhindern, dass der Strom, wie beim sinusförmigen Modell, bei Antennen der Länge $\beta h = k\pi$ am Speisepunkt verschwindet.

Feldverteilung

Die Berechnung des elektrischen Feldes im Fernfeld kann mittels (67) und (31) durchgeführt werden, und ist wieder aus [15] entnommen. Dabei besteht die Näherung des

Fernfelds, wie auch schon der Strom, aus drei Komponenten und ist mit

$$E_\theta(r) \approx \frac{-V_0 e^{-j\beta r}}{\Psi_{dR} r} [F_m(\theta, \beta h) + T_U G_m(\theta, \beta h) + T_D D_m(\theta, \beta h)] \sec(\beta h) \quad (70)$$

gegeben, wobei die einzelnen Feldkomponenten mit

$$F_m(\theta, \beta h) = \frac{\cos(\beta h \cos(\theta)) - \cos(\beta h)}{\sin(\theta)} \quad (71a)$$

$$G_m(\theta, \beta h) = \frac{\sin(\beta h) \cos(\beta h \cos(\theta)) \cos(\theta) - \cos(\beta h) \sin(\beta h \cos(\theta))}{\sin(\theta) \cos(\theta)} \quad (71b)$$

$$D_m(\theta, \beta h) = \left[\frac{2 \cos(\beta h \cos(\theta)) \sin(\frac{1}{2} \beta h) - 4 \sin(\beta h \cos(\theta)) \cos(\frac{1}{2} \beta h) \cos(\theta)}{1 - 4 \cos^2(\theta)} - \frac{\sin(\beta h \cos(\theta)) \cos(\frac{1}{2} \beta h)}{\cos(\theta)} \right] \sin(\theta) \quad (71c)$$

berechnet werden können.

Impedanz

Die Impedanz kann einfach über das ohmsche Gesetz mittels der Speisespannung V_0 und dem Strom am Speisepunkt $z = 0$ mit

$$Z_{in} = \frac{V_0}{I(z=0)} \quad (72)$$

bestimmt werden. Es ist zu erwarten, dass die mit dieser Methode berechnete Impedanz in den erwähnten Grenzen die genauere Lösung darstellt, da hier keine Annahmen bezüglich des Stromes getroffen wurden. Trotzdem ist auch hier aufgrund der approximierten Lösung der Integralgleichung (66) ein gewisser Fehler zu erwarten.

4.1.4 King's 2-term Theorie

Für Antennen mit einer Länge von $\beta h \leq \pi/2$ ist es möglich die beiden Cosinus-Terme in (67) zu einen. In [15] wurde gezeigt, dass dieses vereinfachte Modell bei Betrachtung der Impedanz und des Fernfeldes sogar bis $\beta h \leq 5\pi/4$ gültig ist. Das 2-term Modell ist also eine vereinfachte Version des 3-term Modells und wird folgend vorgestellt.

Stromverteilung

Die Stromverteilung wird wie oben schon erwähnt aus der Kombination der beiden Cosinus-Terme aus (67) angenähert und ist mit

$$I(z) = \frac{j2\pi V_0}{\eta \Psi_{dR} \cos(\beta h)} [\sin(\beta(h - |z|)) + T(\cos(\beta z) - \cos(\beta h))] \quad (73)$$

gegeben, wobei die Berechnung der Koeffizienten wieder im Anhang angeführt ist.

Wie in Abschnitt 4.1.3 besteht auch hier das Problem der Singularität bei $\beta h = \pi/2$. Auch hier kann durch Umformungen der Strom mit

$$I(z) = \frac{-j2\pi V_0}{\eta \Psi_{dR}} [\sin(\beta |z|) - \sin(\beta h) + T' (\cos(\beta z) - \cos(\beta h))] \quad (74)$$

definiert werden, wobei der Koeffizient mit

$$T' = -\frac{T + \sin(\beta h)}{\cos(\beta h)} \quad (75)$$

berechnet wird.

Feldverteilung

Die Berechnung des elektrischen Fernfeldes kann wie in Unterpunkt 4.1.4 durchgeführt werden, es muss lediglich der letzte Term weggelassen werden. Somit berechnet sich das elektrische Fernfeld mit

$$E_\theta(r) \approx \frac{-V_0 e^{-j\beta r}}{\Psi_{dR} r} [F_m(\theta, \beta h) + TG_m(\theta, \beta h)] \sec(\beta h), \quad (76)$$

wobei die Feldverteilungsfunktionen aus den Gleichungen (71) entnommen werden können.

Impedanz

Die Impedanz kann einfach über das ohmsche Gesetz mittels der Speisespannung V_0 und dem Strom am Speisepunkt $z = 0$ mit

$$Z_{in} = \frac{V_0}{I(z=0)} \quad (77)$$

bestimmt werden.

4.1.5 Hybrid-Modell mit 3-term Strom

Um den Fehler der elektrischen Fernfeldverteilung aus King's analytischer Lösung darzustellen, wurde ein hybrides Modell erstellt welches aus dem aus Abschnitt 4.1.3 ermittelten Strom die Feldverteilung numerisch ermittelt.

Dazu wurde die Antenne, wie in Abbildung 4.3 gezeigt, in $2N$ Stabelemente der Länge $\Delta l = \frac{h}{N}$ unterteilt. In jedem dieser Elemente wird ein in z-Richtung orientierter Strom I_n angenommen, welcher sich als der Strom in der Mitte des Elements über $I(z)$ mit

$$I_n = I \left(n \cdot \Delta l - \text{sgn}(n) \frac{\Delta l}{2} \right) \quad (78)$$

berechnet.

Die Berechnung des Fernfeldes eines finiten in z-Richtung orientierten, um z entlang der z-Achse verschobenen Stromfadens der Länge Δl wird in [1] mit

$$E'_\theta(I, z) = \frac{j\eta\beta I \Delta l e^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin(\theta) e^{j\beta z \cos(\theta)} \quad (79)$$

angegeben.

Die Lösung des elektrischen Fernfeldes berechnet sich durch Summation der einzelnen Elemente mittels

$$E_\theta = \sum_{n=1}^N E'_\theta \left(I_n, n \cdot \Delta l - \frac{\Delta l}{2} \right) + E'_\theta \left(I_{-n}, -n \cdot \Delta l + \frac{\Delta l}{2} \right). \quad (80)$$

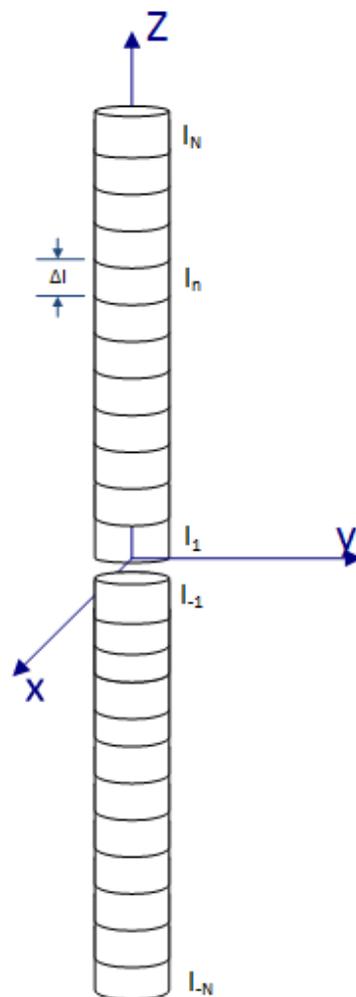


Abbildung 4.3: Unterteilung eines Dipols in 24 gleich große Elemente mit dazugehörigem Strom.

4.1.6 Vergleich und Diskussion der analytischen Modelle

Es folgt nun der Vergleich der vorgestellten analytischen Modelle. Dabei wird zuerst der Impedanzverlauf, danach der Stromverlauf und zuletzt die Richtcharakteristik dieser Modelle diskutiert.

Für den Vergleich wird von einem Dipol mit der Gesamtlänge von $l = 0.25 \text{ m}$ und einem kreisförmigen Querschnitt mit einem Radius von $r = 0.5 \text{ mm}$ ausgegangen. Die Antenne wird, wie auch in den Modellen vorgesehen, als spannungsangeregt betrachtet. Da der Feed-Gap von den analytischen Modellen nicht abgebildet wird, wird darauf auch nicht näher eingegangen.

Für Frequenzverläufe wird die Frequenzachse mit dem Faktor $l/\lambda(f)$ dargestellt. Dies entspricht der Antennenlänge bezogen auf die Wellenlänge und stellt einen in der Literatur gängigen Faktor dar.

Impedanz

Für den qualitativen Vergleich der analytischen Modelle ist in Abbildung 4.4 der Impedanzverlauf aller vorgestellten Modelle in Abhängigkeit des Faktors l/λ abgebildet. In Tabelle 6 sind die Impedanzwerte gängiger Dipolantennen zusammengefasst.

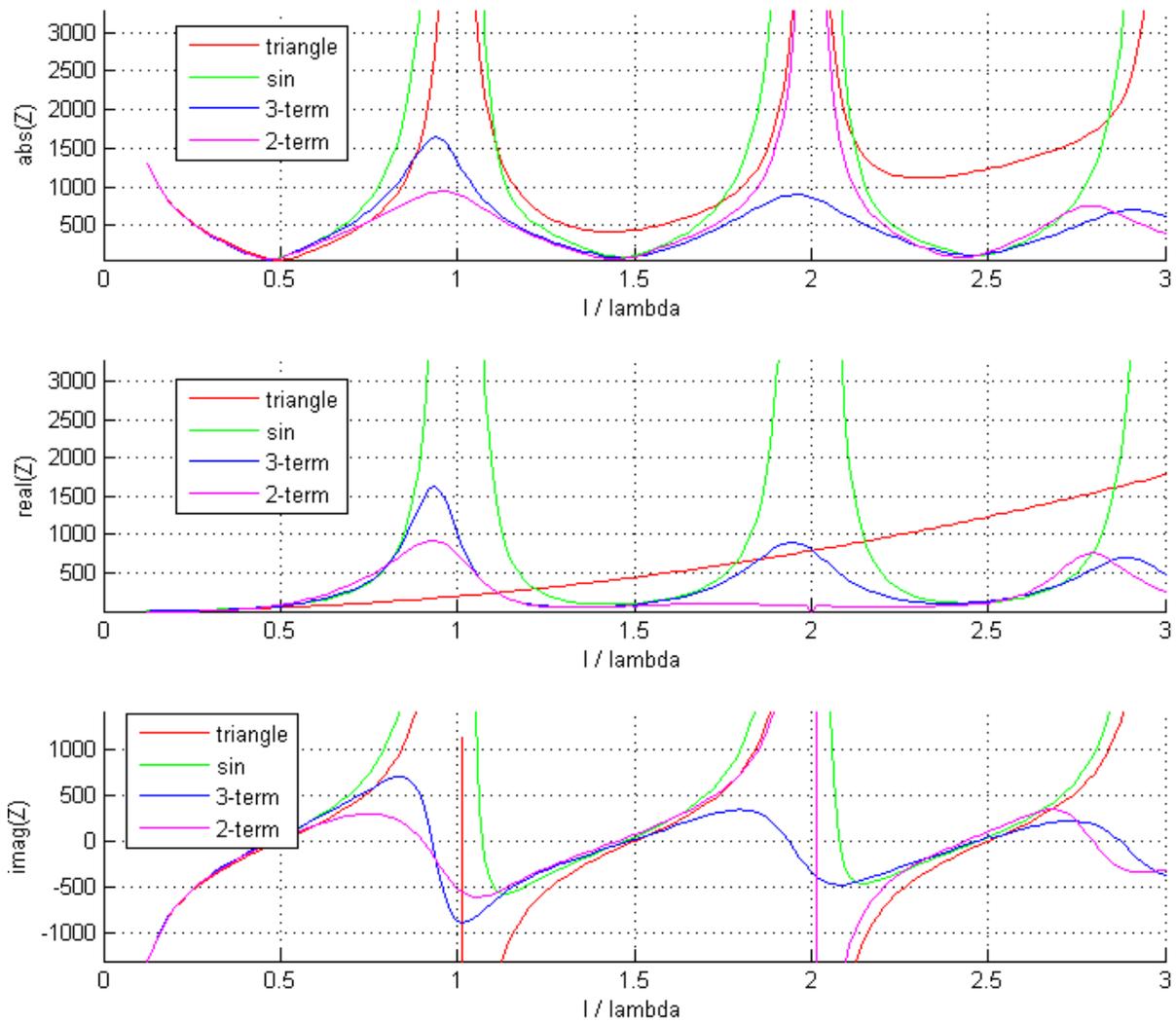


Abbildung 4.4: Impedanzverlauf der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols.

Modell	dreieckförmig			sinusförmig			3-term			2-term		
	R	X	$ Z $	R	X	$ Z $	R	X	$ Z $	R	X	$ Z $
Einheit	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω
$\lambda/4$	12.3	-542	542	13.4	-531	531	9.4	-529	529	0.63	-531	531
$\lambda/2$	49.4	0	49.4	73.1	42.1	84.4	49.4	35.6	60.8	71.1	20.7	74
λ	197	-	-	747	-	-	1031	-871	1342	747	-512	906
$3\lambda/2$	444	0	444	106	44	114	14	82	83	68	71	98
2λ	789	-	-	74	-	-	803	-324	866	73	-	-

Tabelle 6: Ausgewählte Impedanzwerte aller analytischen Modelle für gängige Antennenlängen.

Aus dem Vergleich lassen sich folgende Punkte zusammenfassen:

- Bis auf den Realteil der Impedanz bei dreieckförmiger Stromverteilung ist der qualitative Verlauf aller Modelle sehr ähnlich, und deckt sich auch mit dem aus der Literatur in [6] und [1] bekannten Impedanzverläufen.
- Bis zum Faktor $l/\lambda = 0.25$ ist auch quantitativ nur ein kleiner Unterschied der Modelle erkennbar.
- Ab $l/\lambda \approx 0.3$ stimmt der Verlauf des dreieckförmigen Strommodells mit den anderen Modellen nicht mehr überein. Hier ist also die Grenze des Modells anzusehen.
- Nimmt der Faktor l/λ einen ganzzahligen Wert an, also an Parallelresonanzpunkten, verschwindet laut (59) der Strom im Speisepunkt, und es bildet sich wie in Tabelle 6 und in Abbildung 4.4 erkennbar eine Singularität aus. Diese Singularität ist bei $l/\lambda = 1$ beim sinusförmigen und dreieckförmigen Strommodell und bei $l/\lambda = 2$ bei allen außer dem 3-term Modell erkennbar. Betreibt man also die Antenne in der Nähe einer Parallelresonanz ist nur das 3-term Modell brauchbar.
- An Serienresonanzpunkten ist ausgenommen vom dreieckförmigen Strommodell nur eine kleine Abweichung zwischen den Impedanzen erkennbar.
- Auch verglichen mit [1], [32], [33] und [34] stimmen die Impedanzwerte des 3-term Modells bis zur angegebenen Grenze von l/λ gut überein.

Zusammenfassend kann man sagen, dass King's 3-term Modell die Impedanz am Besten abbildet, was auch durch Messungen [32] bestätigt wurde. Erstaunlich ist auch die gute Übereinstimmung aller anderen Modelle an Serienresonanzpunkten. Lediglich das Modell mit dem dreieckförmigen Strom ist augenscheinlich nur für elektrisch kurze Antennen verwendbar.

Stromverlauf

An dieser Stelle wird der Verlauf des Stromes der analytischen Modelle entlang der Antenne dargestellt und diskutiert. Dabei wird jeweils der Real- und Imaginäranteil betrachtet.

Da sich die Höhe des Stroms am Speisepunkt durch die Impedanz einstellt, wurde bei der Betrachtung des Stromverlaufs der verschiedenen Modelle der Strom auf den Maximalwert normiert. Dadurch sind die Stromverläufe leichter darzustellen und zu vergleichen.

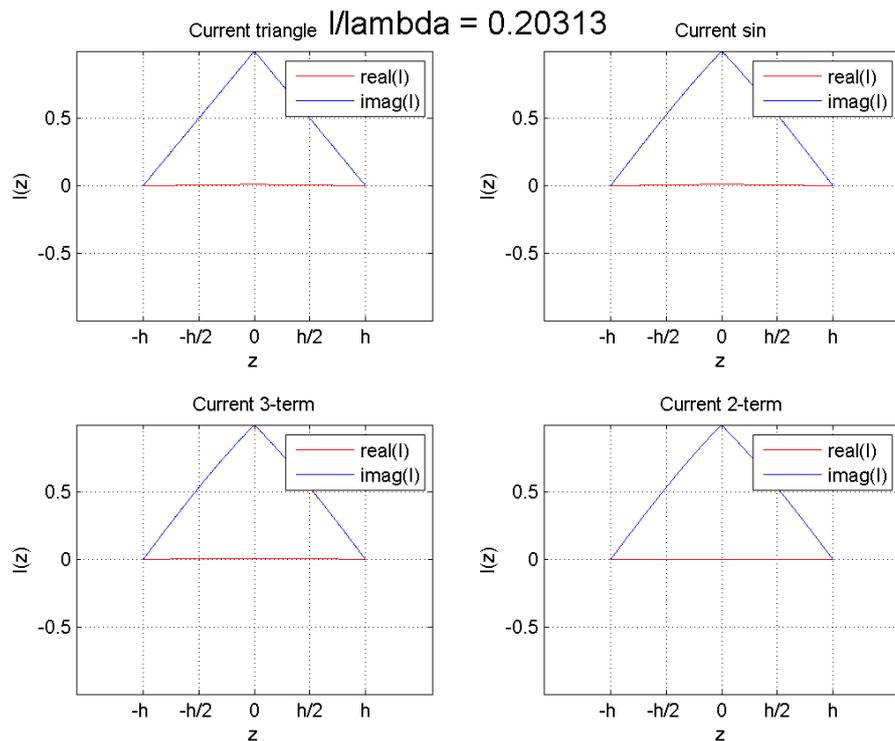


Abbildung 4.5: Stromverlauf der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 0.203$.

Wie aus Abbildung 4.5 erkennbar, sind bis zu einem Faktor von $l/\lambda \approx 0.2$ kaum qualitative Unterschiede der verschiedenen Modelle erkennbar. Für kleine Faktoren l/λ ist der Sinus-Term aller Modelle dominant, welcher für kleine Argumente eine geringe Krümmung aufweist, wodurch sich ein dreieckförmiger Strom einstellt.

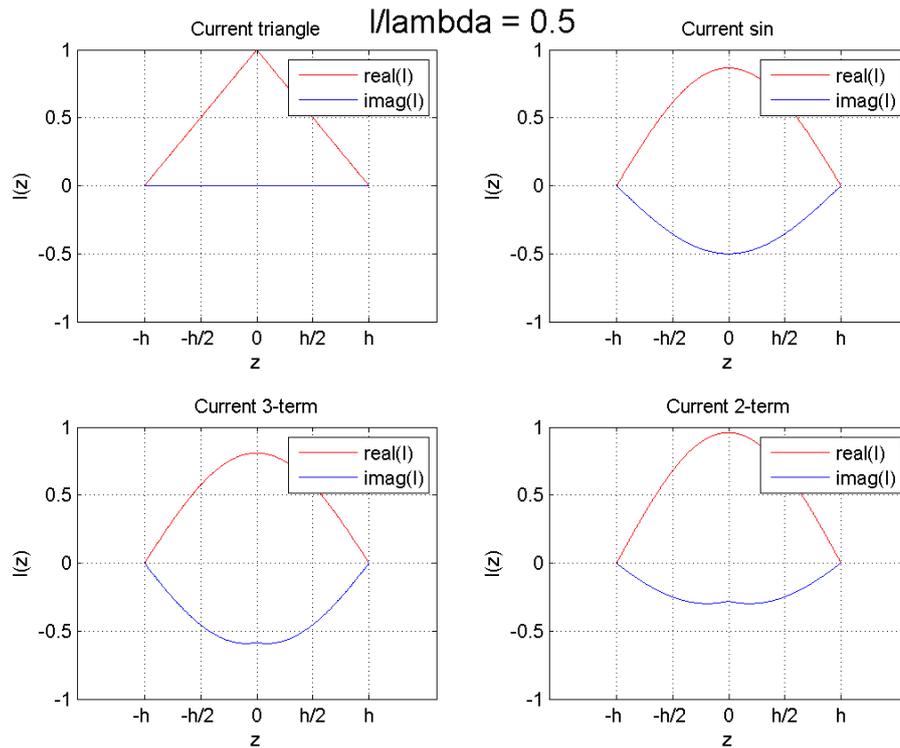


Abbildung 4.6: Stromverlauf der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 0.5$.

Steigt der Faktor l/λ weiter an, wie in Abbildung 4.6 dargestellt, bildet sich, wie weiter oben bereits besprochen, zunehmend eine stehende Welle aus. Das dreieckförmige Strommodell weicht deutlich von den anderen ab und ist dadurch stark anzuzweifeln. Weiters fällt auf, dass King's 2-term Modell zwar qualitativ einen sehr ähnlichen Verlauf aufweist aber schon sichtbare Abweichungen zum 3-term und sinusförmigen Modell aufweist. Obwohl laut [15] der Strom des 2-term Modells bis $l/\lambda = 5/4$ ausreichend genau beschrieben ist, sind bereits Abweichungen erkennbar.

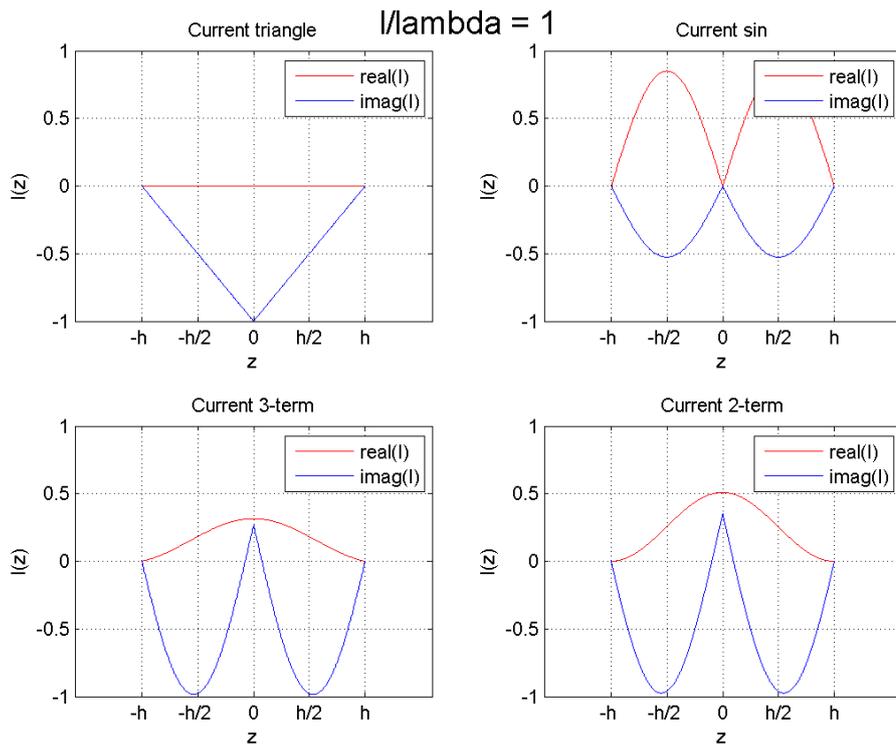


Abbildung 4.7: Stromverlauf der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1$.

In der Nähe von Parallelresonanzen hat das sinusförmige Modell Probleme den Strom, und auch die Impedanz richtig abzubilden. In der Nähe dieser Frequenzen ist wie in Abbildung 4.7 eine sehr starke Abweichung zum 3-term Modell erkennbar. Die 2-term und 3-term Modelle ähneln sich zwar weisen doch Unterschiede speziell im Realteil des Stromes auf.

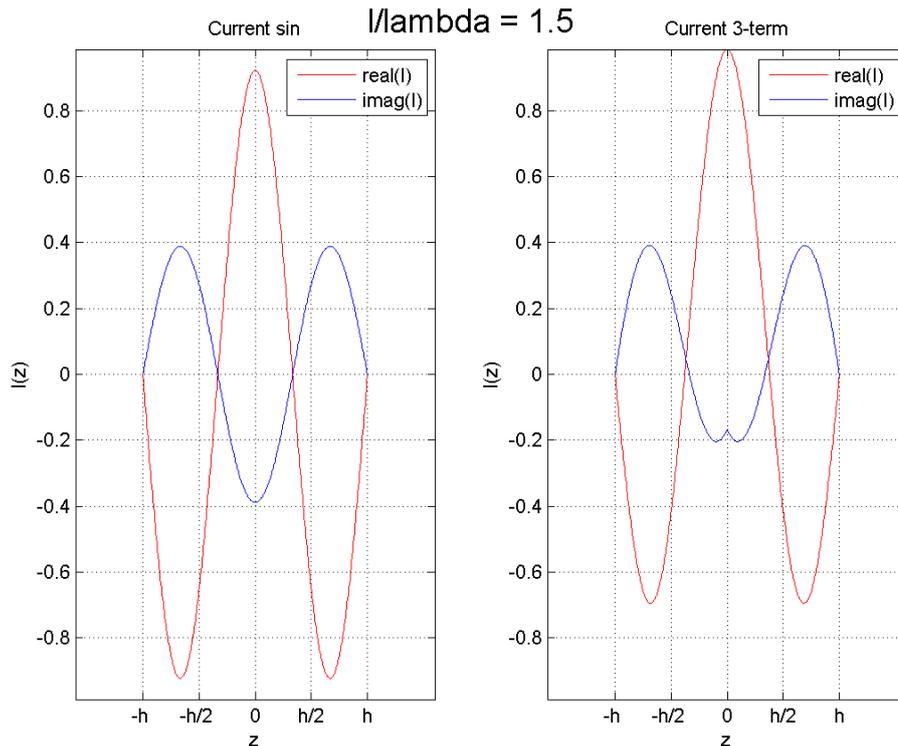


Abbildung 4.8: Stromverlauf der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.5$.

Betreibt man die Antenne in der Nähe von Serienresonanzen, fällt auf dass das sinusförmige Modell dem 3-term Modell von King wieder stark ähnelt, und wie in Abbildung 4.8 dargestellt nur im Imaginäranteil in der Nähe des Feed-Gaps starke qualitative Abweichungen zeigt.

Zusammenfassend fällt beim Vergleich der verschiedenen Strommodelle und dem Vergleich mit Messungen und anderen numerischen Modellen aus [34], [35] und [27] folgendes auf:

- King's 3-term Modell liefert laut [27] die besten Ergebnisse. Dies wurde dort auch durch Messungen bestätigt. Deshalb wurde es im Vergleich auch als Referenz verwendet.
- King's 2-term Modell ähnelt qualitativ zwar dem 3-term Modell, weist jedoch Unterschiede, speziell im Imaginärteil des Stroms erkennbar, auf.
- Das Modell des sinusförmigen Stromes weist speziell in der Nähe von Parallelresonanzen starke Abweichungen auf, liefert aber in der Nähe von Serienresonanzen sehr gute Ergebnisse.
- Das Modell des dreieckförmigen Stromes ist bei elektrische kurzen Antennen bis $l/\lambda = 0.2$ durchaus brauchbar, ist jedoch bei höheren Frequenzen zu verwerfen.

- King gibt in [15] für den Strom seines 2-term Modells eine Grenze bis $l/\lambda = 0.5$ an. In der Simulation war auffällig dass bei diesem Wert, also um den ersten Serienresonanzpunkt, durchaus schon Unterschiede zum 3-term Modell erkennbar waren, jedoch danach der Strom bis $l/\lambda \approx 1.3$ wieder eine bessere Übereinstimmung mit dem 3-term Modell aufwies.

Richtcharakteristik

In Abbildung 4.9 ist die maximale Richtwirkung aller analytischen Modelle dargestellt. Dabei sind folgende Auffälligkeiten zu beobachten:

- Die Richtwirkung des dreieckförmigen Modells ist konstant. Betrachtet man das Feldmodell aus (56) erkennt man, dass der winkelabhängige Teil der Feldverteilung nicht von der Frequenz abhängt, und sich die Richtwirkung somit auch nicht ändern kann.
- Der Verlauf von King's 3-term Modell und dem sinusförmigen Modell hat qualitativ einen sehr ähnlichen Verlauf. Das sinusförmige Modell wirkt lediglich auf der Frequenzachse etwas verschoben und hat einen etwas höheren Wert.
- Ab $l/\lambda = 1.3$ weicht der Verlauf des 2-term Modells stark vom 3-term Modell ab. Da die Grenze dieses Modells in [15] mit $l/\lambda = 1.25$ gegeben ist sollte die Directivity des 2-term Modells für höhere Frequenzen angezweifelt werden.
- Die Richtwirkung der Hybrid-Lösung hat wie erwartet qualitativ einen sehr ähnlichen Verlauf wie die der 3-term Lösung und quantitativ einen Fehler von maximal acht Prozent.

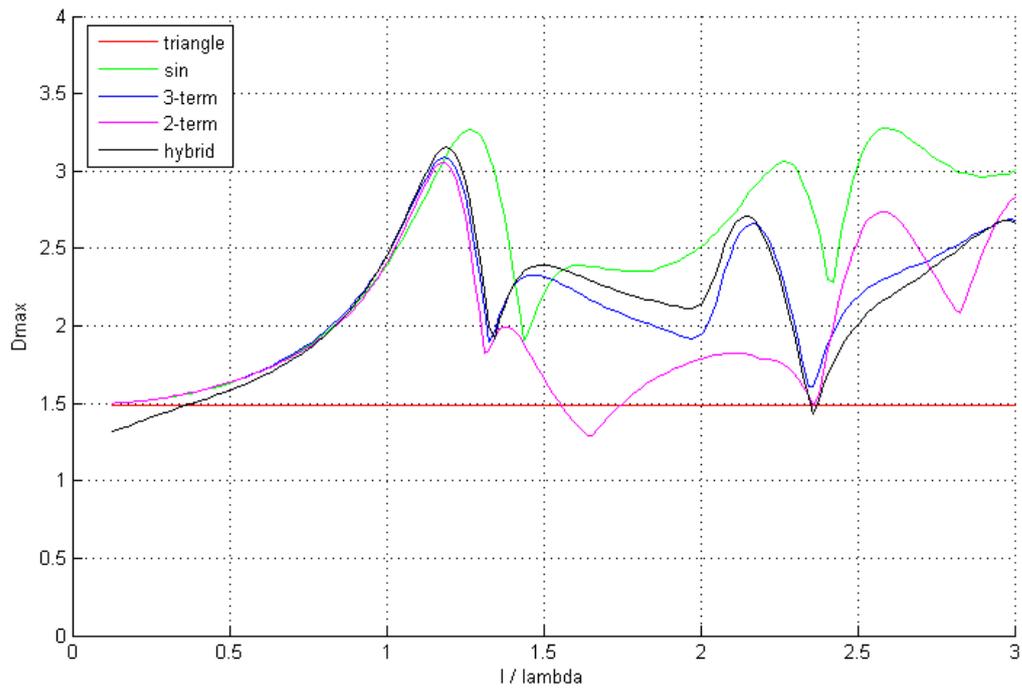


Abbildung 4.9: Maximale Directivity der verschiedenen analytischen Modelle.

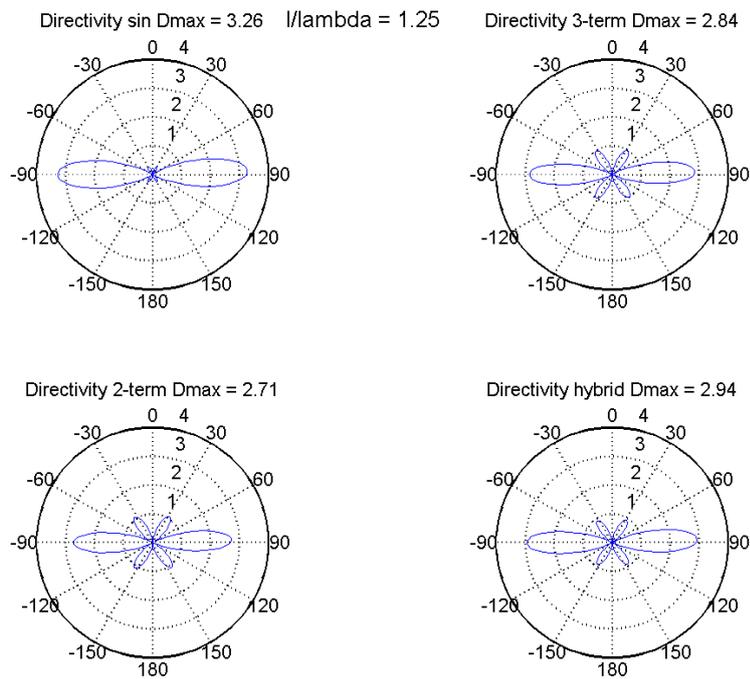


Abbildung 4.10: E-plane der Directivity der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.25$.

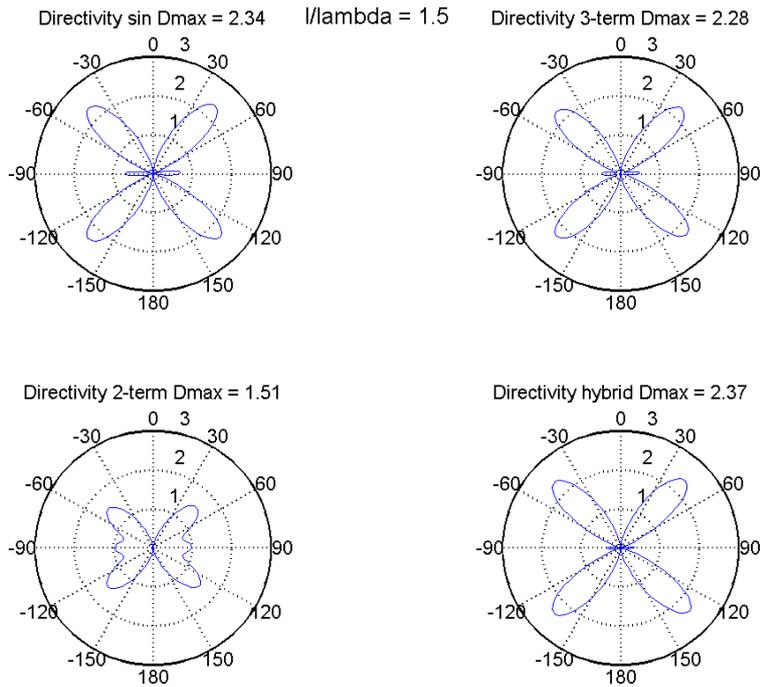


Abbildung 4.11: E-plane der Directivity der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.5$.

Anhand Abbildung 4.9 erkennt man bereits, dass die dreieckförmige Lösung ab $l/\lambda \approx 0.25$ einen Unterschied von mehr als zehn Prozent zu den anderen Lösungen aufweist. Da die Richtcharakteristik nicht von der Frequenz abhängt, wird diese Lösung für weitere Betrachtungen nicht berücksichtigt.

Da hier Dipole mit kreisförmigen Querschnitt betrachtet werden, muss die Lösung der Richtcharakteristik radialsymmetrisch sein, weshalb hier auch kein 3D-Plot sondern lediglich die E-plane betrachtet wird.

Bis zu einem Faktor von $l/\lambda \approx 1.15$ gleichen sich die Verläufe der Richtcharakteristika der vier betrachteten Modelle. Danach bilden sich wie in Abbildung 4.10 erkennbar in allen Modellen außer dem sinusförmigen Nebenkeulen aus. Das sinusförmige Modell hat ab hier zwar einen ähnlichen Verlauf, wirkt aber im Vergleich zu den anderen Modellen im Frequenzverlauf nachteilig. Die Ausbildung von Nebenkeulen startet im sinusförmigen Modell erst ab dem Faktor $l/\lambda \approx 1.25$.

In Abbildung 4.11 ist erkennbar, dass sich ab einem Faktor von $l/\lambda \approx 1.5$ das sinusförmige Modell wieder dem 3-term und Hybridmodell angleicht. Das 2-term Modell weicht ab $l/\lambda \approx 1.3$ von den anderen Modellen ab, was die in [15] beschriebenen Grenzen bestätigt.

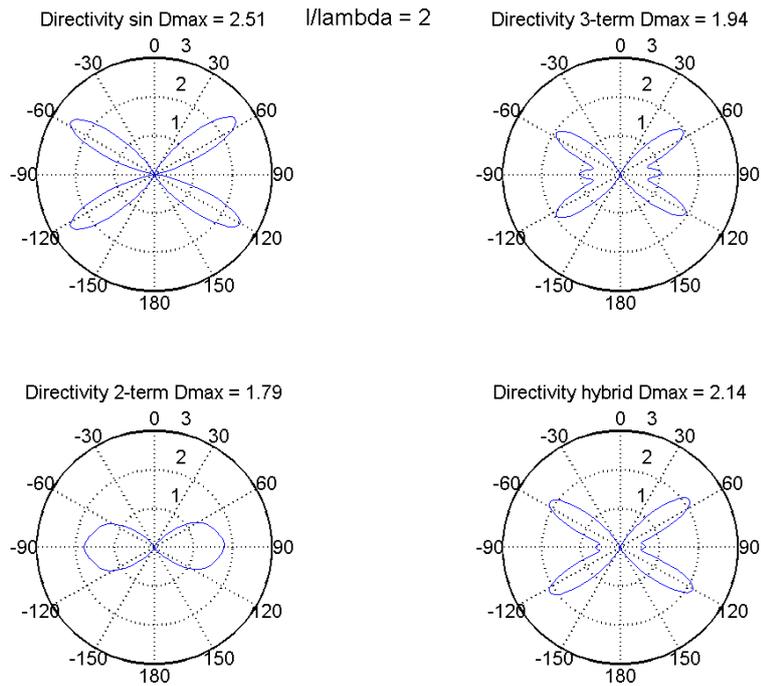


Abbildung 4.12: E-plane der Directivity der verschiedenen analytischen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 2$.

Wie aus Abbildung 4.12 ersichtlich ist, weichen die Modelle speziell bei Parallelresonanzen im Bereich von $\theta = 90^\circ$ voneinander ab. Die im 3-term und Hybridmodell zu beobachtende Nebenkeule hat wohl ihren Ursprung in den Cosinus-Termen aus Gleichung (67). Auch zwischen dem 3-term und Hybridmodell ist ein Unterschied feststellbar. Es lässt sich vermuten, dass dieser aus der Vereinfachung der Feldberechnung beruht. Zusammenfassend fällt beim Vergleich der verschiedenen Richtcharakteristika folgendes auf:

- Das dreieckförmige Modell ist ab $l/\lambda \approx 0.2$ nicht mehr zu verwenden, weil speziell die Winkelabhängigkeit der Feldverteilung und in weiterer Folge die Richtcharakteristik nicht von der Frequenz abhängt.
- King's 2-term Modell weicht wie in der Theorie schon beschrieben ab einem Faktor von $l/\lambda \approx 1.25$ von den anderen Modellen ab.
- Das sinusförmige Modell wirkt im Frequenzverlauf etwas nachteilig, und unterscheidet sich speziell in den Parallelresonanzpunkten von den anderen Modellen.
- Das 3-term und Hybridmodell weisen zwar eine gute qualitative Übereinstimmung auf, lassen aber trotzdem geringe Unterschiede erkennen. Wie in Abbildung 4.12 erkennbar, ähnelt die Hybridlösung dabei immer ein bisschen der sinusförmigen Lösung.

4.2 FEM Untersuchungen

4.2.1 Allgemeines

Für die Finite-Elemente-Untersuchungen wurde ein Modell wie in Abbildung 1.2 angedeutet, als Basis verwendet, und später weiter angepasst.

Trotz der Radialsymmetrie wurde auf eine 2D Simulation verzichtet, da aus vorherigen numerischen Simulationen schon Pre- und Postprozessoren vorhanden waren, welche so einfacher weiterverwendet werden konnten. Um den Rechenaufwand zu verringern wurde die mögliche Achtsymmetrie des Modells ausgenutzt und so implementiert.

Wie auch schon in Unterpunkt 4.1.6 besprochen, wurde folgende Geometrie verwendet:

- Der Radius des Dipols wurde mit $r = 0.5 \text{ mm}$ gewählt.
- Der Feed-Gap weist eine Höhe von $l_{gap} = 1 \text{ mm}$ auf.
- Die Gesamtlänge des Dipols wurde mit $l = 2h = 0.25 \text{ m}$ gewählt.

4.2.2 Simulation

Von den später vorgestellten Modellen wurde, wie auch schon bei den Schleifenantennen, jeweils eine Basisversion erstellt und mittels eines Präprozessors für die Frequenzvariation angepasst. Da hier nur mit spannungsangeregten Modellen gearbeitet wurde, reichte hier einer aus.

Präprozessor

Der Präprozessor unter "preprocessor_voltage_excited_dipole.m" wurde erstellt um spannungsangeregte Probleme zu verarbeiten, dazu wird ein sphärisches Luftvolumen generiert und dieses mit ABCs abgeschlossen. Im Allgemeinen wurde das Luftvolumen laut (1) erstellt. Bei einem hohen Faktor l/λ wie zum Beispiel $l/\lambda = 3$ würde das aber einem Luftvolumen von der Größe $R = 18\lambda$ entsprechen, womit das Problem aufgrund der Größe mit der bereitgestellten Infrastruktur nicht mehr berechenbar ist. Deshalb wurde das Luftvolumen zwar mittels (1) berechnet, aber mit $R = 9\lambda$ begrenzt.

Postprozessor

Der Postprozessor in "postprocessor_dipole.m" wertet den Strom die Richtcharakteristik und die Impedanz der Probleme aus. Dieser wurde weitgehend vom Postprozessor der Schleifenantennen übernommen und auf die Geometrie des Dipols angepasst.

4.2.3 Modelle

Es sollen nun die simulierten Modelle vorgestellt und deren Besonderheiten besprochen werden. Zur besseren Identifikation werden sie mit den Tags "Dipole 1-3" versehen.

Basismodell - Dipole1

In diesem Modell wurde die in Abschnitt 4.1 vorgestellte Geometrie verwendet.

Basismodell mit schmalerem Feed-Gap Dipole2

In diesem Modell wurde durch einen schmaleren Feed-Gap mit dem Abstand $l_{gap} = 0.1 \text{ mm}$ versucht, die analytischen Modelle, welche von einem unendlich kurzen Feed-Gap ausgehen, anzunähern.

Basismodell mit kleinerem Radius- Dipole3

In diesem Modell wurde durch einen kleineren Radius mit dem Wert $r = 0.1 \text{ mm}$ versucht, die analytischen Modelle, welche von einem unendlich dünnen Leiter ausgehen, anzunähern.

4.3 Ergebnisse und Diskussion

Nachdem die Vergleiche der analytischen Modelle gezeigt haben, dass das 3-term Modell die beste Approximation darstellt, wird dieses im Folgenden für den Vergleich mit den FEM-Modellen herangezogen. Dabei wird für King's 3-term Modell die gleiche Geometrie wie in Abschnitt 4.1 und für die FEM Basisversion gewählt. Es wird wie auch schon beim Vergleich der Schleifenantennen zuerst der Impedanzverlauf, danach der Stromverlauf und zuletzt die Richtcharakteristik dieser Modelle diskutiert.

4.3.1 Impedanz

In Abbildung 4.13 sind die Impedanzverläufe der FEM Modelle mit jenen des 3-term Modells und des sinusförmigen Modells in Abhängigkeit zum Faktor l/λ dargestellt.

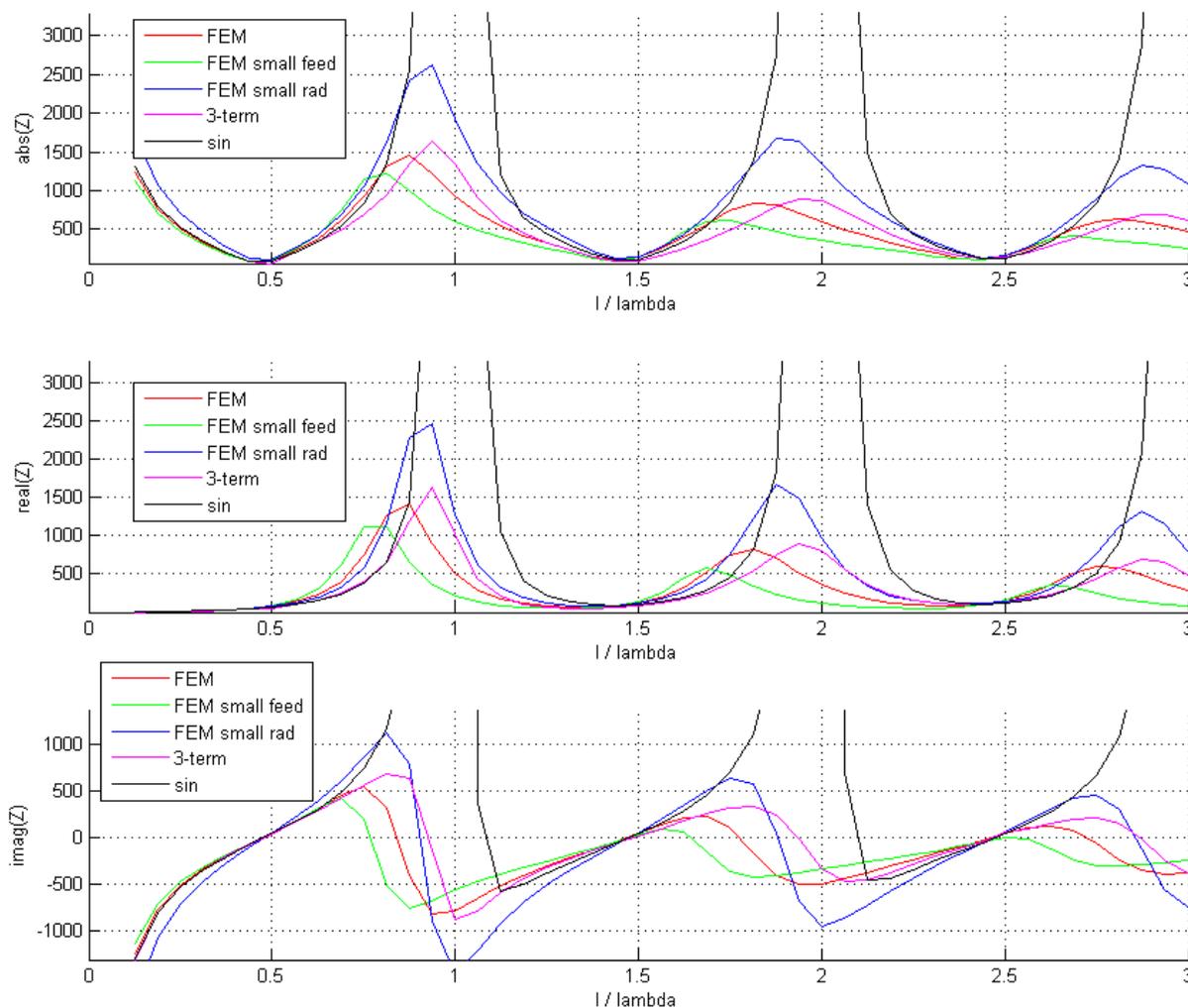


Abbildung 4.13: Impedanzverlauf der verschiedenen Modelle des Dipols.

Dabei ist folgendes zu beobachten:

- Bis zu einem Faktor $l/\lambda = 0.5$ ist nahezu kein Unterschied bemerkbar, bis hierhin verhalten sich also die dargestellten Modelle gleich.
- Mit der Variation der Länge des Feed-Gap's und der Variation des Radius wird speziell die Kapazität der Anordnung verändert. Bei einem kleineren Feed-Gap muss die Kapazität steigen, und die Kurve "wandert" nach links. Bei kleinerem Radius muss die Kapazität sinken, und die Kurve "wandert" nach rechts.
- Der Realteil der Impedanz vom Modell mit kleinerem Radius ist deutlich höher als der Realteil der anderen Modelle.
- Bis auf das sinusförmige Modell, welches in Abschnitt 4.1.6 schon besprochen wurde, weisen alle betrachteten Modelle einen von der Form her ähnlichen Verlauf auf.

4.3.2 Strom

In diesem Abschnitt wird der Strom der FEM-Modelle mit dem des 3-term Modells verglichen. Der sinusförmige Strom wird hierbei nicht berücksichtigt, da speziell bei Parallelresonanzen Probleme auftreten.

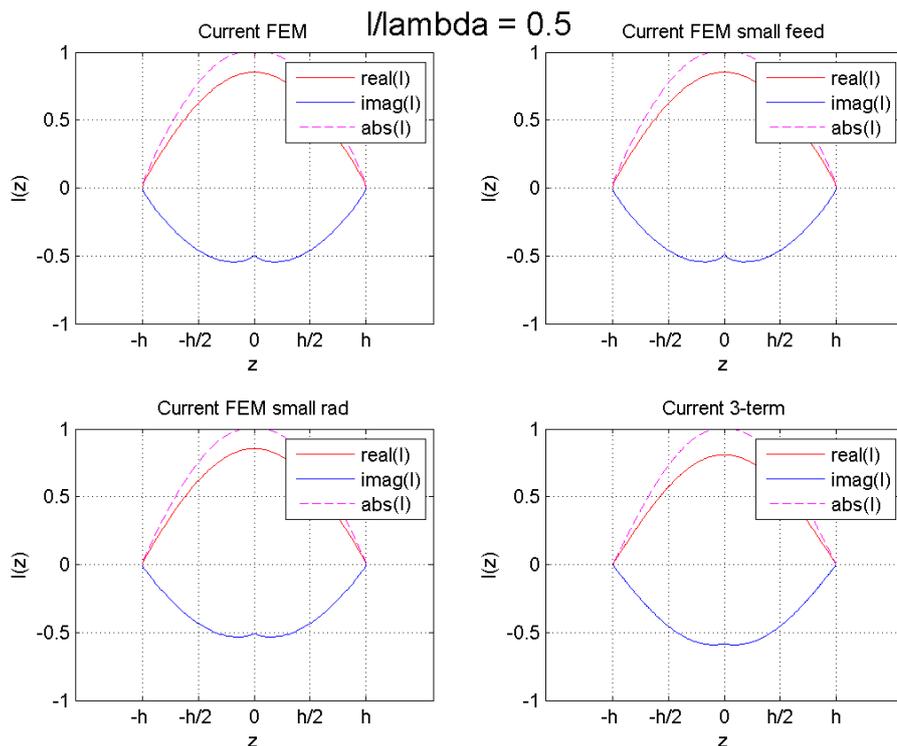


Abbildung 4.14: Stromverlauf der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 0.5$.

Wie in Abbildung 4.14 erkennbar, sind bis zu einem Faktor $l/\lambda = 0.5$ nur sehr geringe Unterschiede in den Modellen erkennbar. Während die FEM-Modelle sich stark ähneln, zeigt der Imaginärteil des Stromes des 3-term Modells Abweichungen.

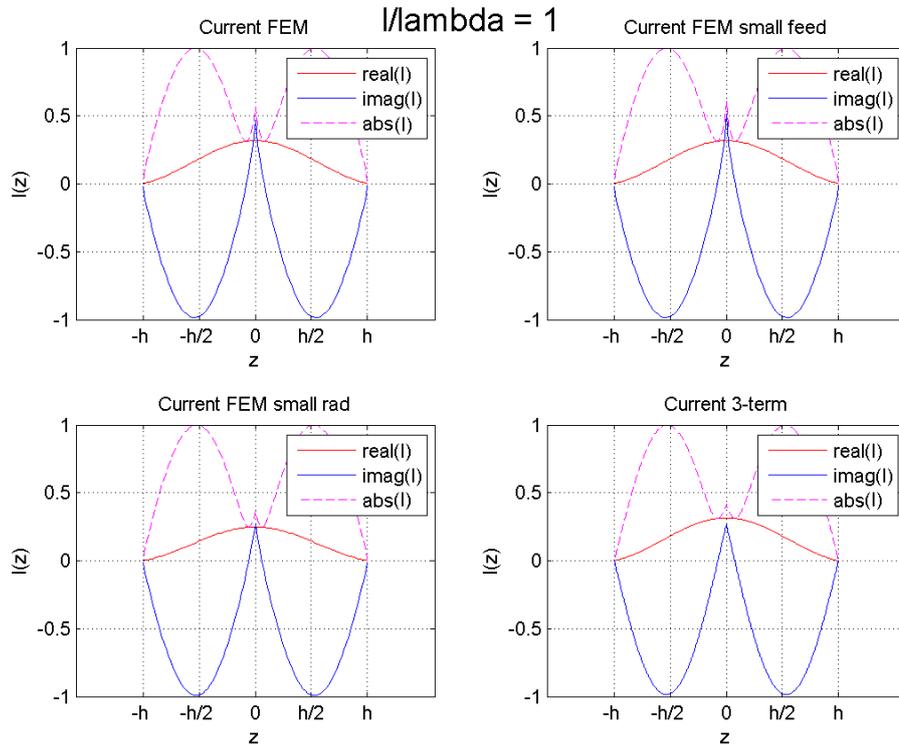


Abbildung 4.15: Stromverlauf der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1$.

Bei einem Faktor von $l/\lambda = 1$ sind schon weitere Unterschiede erkennbar. Der Strom des Basismodells und des Modells mit dem kleineren Feed-gap gleichen sich stark. Der Imaginäranteil des Stromes des FEM-Modells mit dem kleinerem Radius weicht jedoch leicht von den beiden anderen FEM-Modellen ab. Trotzdem die analytischen Modelle die Leiterdicke mitberücksichtigen, kann angenommen werden, dass der dünnere Radius dem FEM-Modells den Fadenstroms des analytischen Modells besser annähert. Im Realteil des Stromes sind keine Unterschiede erkennbar.

Während im Realteil des Stromes aus Abbildung 4.16 nur kleine Unterschiede erkennbar sind, ist ab einem Faktor von $l/\lambda = 1.5$ schon eine große Abweichung des Imaginärteils des 3-term Modells erkennbar.

Ab dem Faktor $l/\lambda \approx 1.7$ sind wie in Abbildung 4.17 und 4.18 zu beobachten schon deutliche Unterschiede des 3-term Modells zu erkennen. Speziell der Realteil weist einen großen Unterschied auf.

Die FEM-Modelle hingegen unterscheiden sich nur sehr gering. Lediglich der Imaginärteil des Stromes des FEM-Modells mit dem kleinerem Radius wirkt im Bezug auf die Frequenz leicht nachteilend.

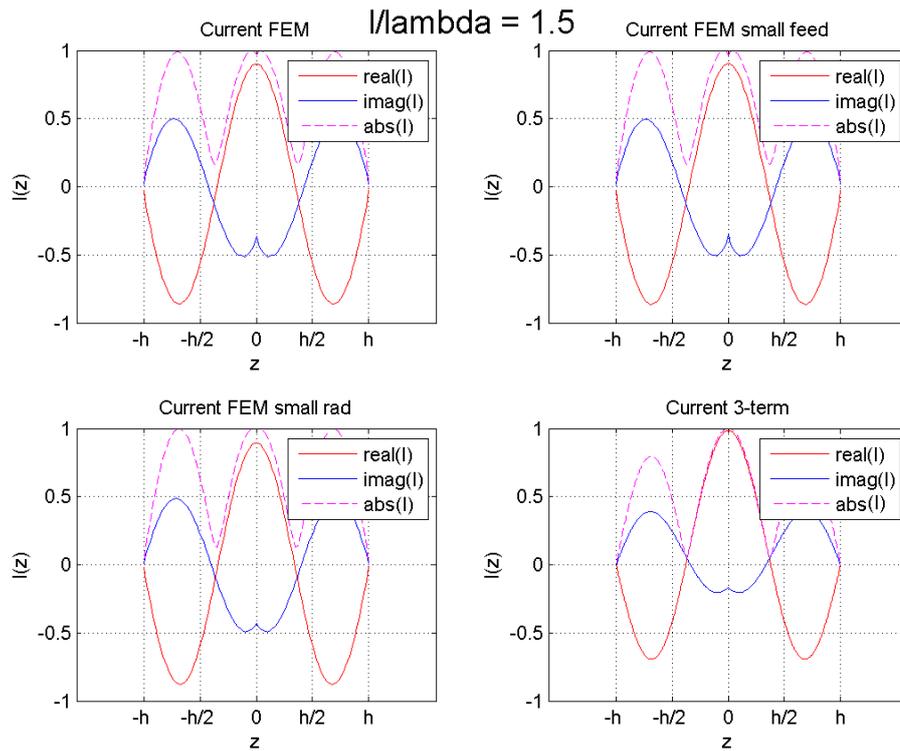


Abbildung 4.16: Stromverlauf der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.5$.

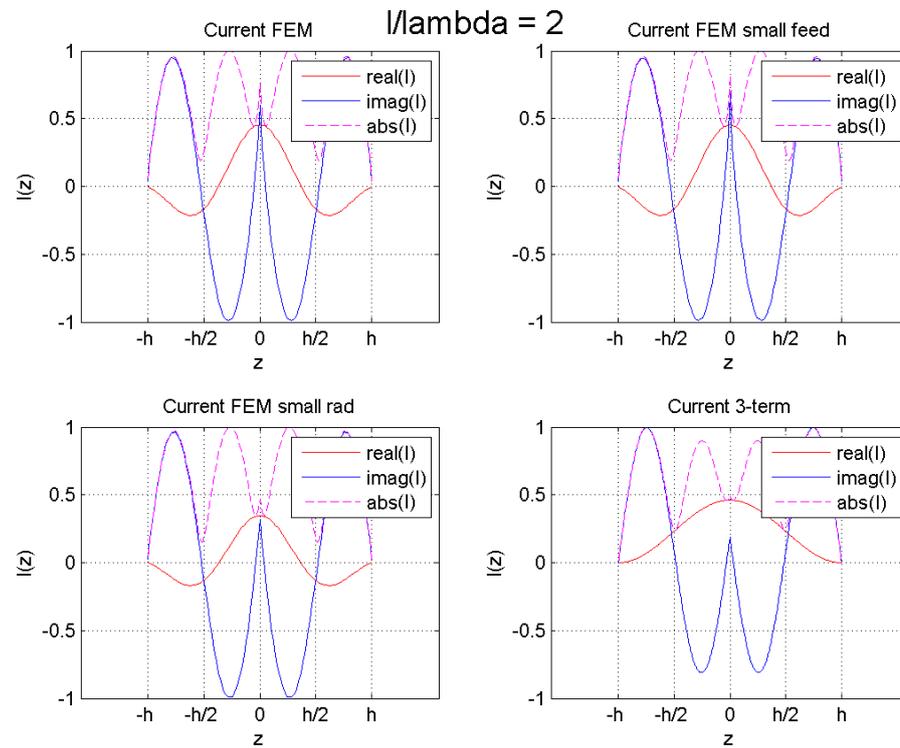


Abbildung 4.17: Stromverlauf der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 2$.

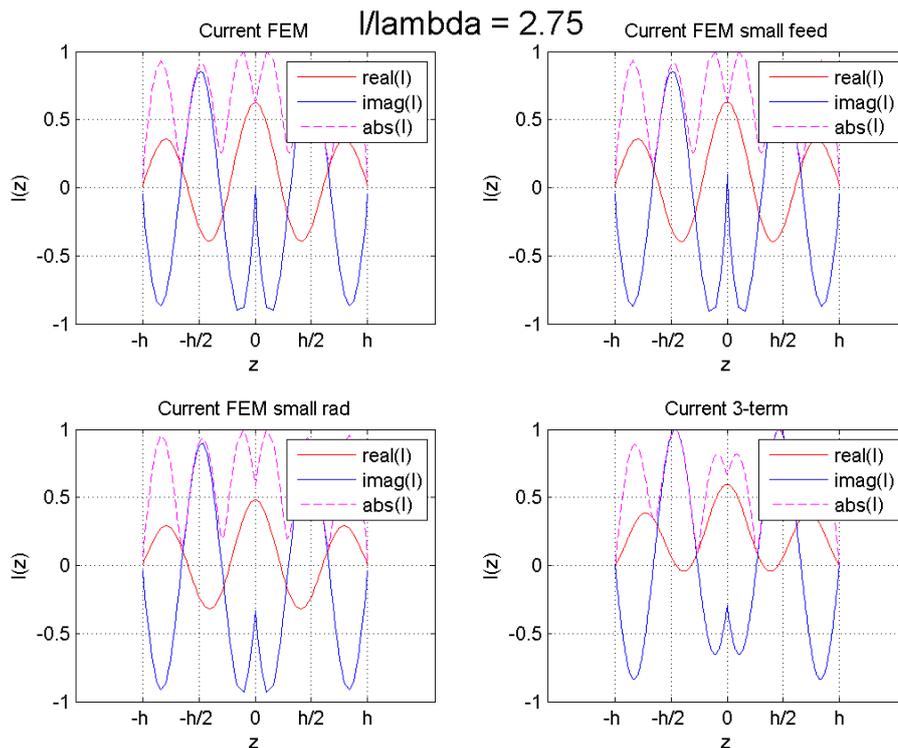


Abbildung 4.18: Stromverlauf der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 2.75$.

Zusammenfassend fällt beim Vergleich der Ströme auf:

- Zwischen dem FEM-Basismodell und dem FEM-Modell mit dem schmalen Feed-Gap sind nur sehr geringe Unterschiede zu beobachten.
- Das Modell mit dem geringeren Radius erscheint im Gegensatz zu den anderen FEM-Modellen im Frequenzverhalten etwas nachteilig. Dieses Verhalten ist speziell im Imaginärteil des Stromes erkennbar.
- Ab einem Faktor von $l/\lambda \approx 1.7$ werden die Unterschiede der FEM-Modelle zu King's 3-term Modell größer. Speziell der Realteil des Stromes weicht von denen der anderen Modelle ab.
- Der Strom des FEM-Modells mit dem dünneren Leiter ist dem des analytisch berechneten Stroms des 3-term Modells etwas ähnlicher.

4.3.3 Richtcharakteristik

Im Folgenden wird zuerst die maximale Richtwirkung aller Modelle betrachtet, und anschließend die E-plane der FEM-Modelle untereinander und mit dem 3-term Modell verglichen. Abschließend wird ein ausgewähltes FEM-Modell mit den relevanten analytischen Modellen verglichen.

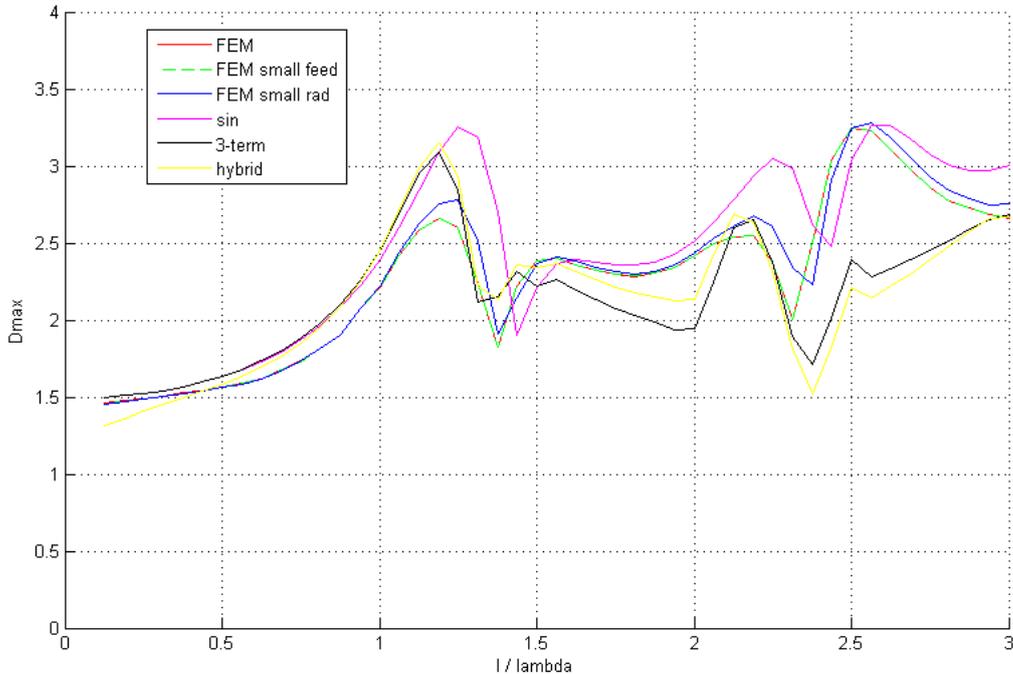


Abbildung 4.19: Maximale Directivity der verschiedenen Dipolmodelle.

Bei Betrachtung der maximalen Directivity aus Abbildung 4.19 sind folgende Besonderheiten zu beobachten:

- Das FEM-Basismodell und das FEM-Modell mit dem schmalen Feed-Gap weisen nahezu keinen Unterschied bezüglich der maximalen Richtwirkung auf.
- Die maximale Richtwirkung des wesentlich einfacheren sinusförmigen Modells passt weitgehend besser mit der Simulation überein als King's 3-term Modell, erscheint jedoch auch hier um die Frequenzachse verschoben.
- Bis $l/\lambda \approx 2.5$ stimmt King's 3-term Modell noch mit dem qualitativen Verlauf der FEM-Modelle überein, danach verhält es sich grundlegend anders.
- Das Hybridmodell weicht quantitativ zwar vom 3-term Modell ab, hat qualitativ aber wie zu erwartenden einen ähnlichen Verlauf.

Vergleich der FEM-Modelle mit dem 3-term Modell

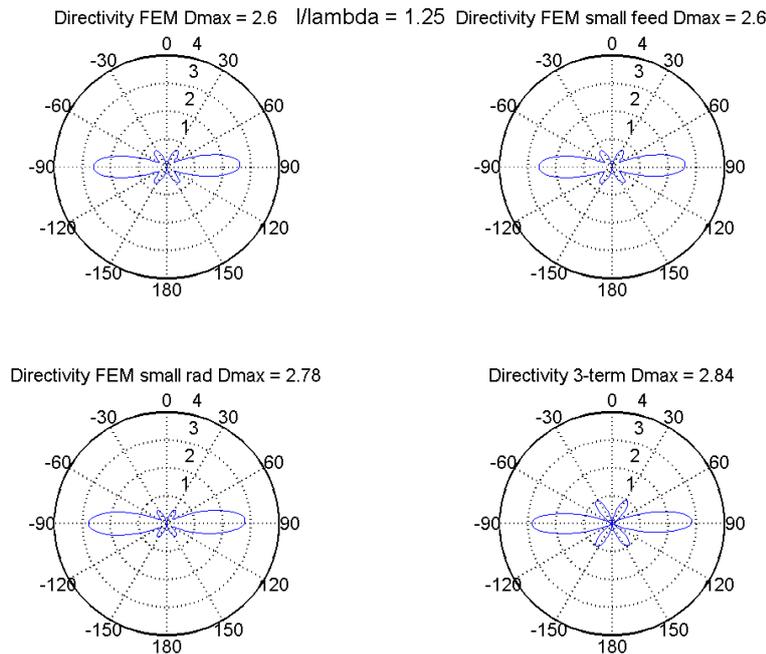


Abbildung 4.20: E-plane der Directivity der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.25$.

Bis zum Faktor $l/\lambda \approx 1.2$ sind keine Unterschiede in der Richtcharakteristik der betrachteten Modelle erkennbar. Danach bildet wie in Abbildung 4.20 ersichtlich, King's 3-term Modell, anders als die FEM-Modelle, schon bei niedrigeren Frequenzen Nebenkeulen aus. Bei den FEM-Modellen sind keine Unterschiede zu erkennen.

Bei einem Faktor $l/\lambda = 1.5$ gleichen sich zwar die Modelle qualitativ, jedoch zeigt das 3-term Modell eine geringere maximale Richtwirkung. Die FEM-Modelle ähneln sich sehr stark.

Ab einem Faktor $l/\lambda \approx 1.8$ beginnt King's 3-term Modell eine zusätzliche Nebenkeule bei $\theta = 90^\circ$ auszubilden. Für $l/\lambda = 2$ ist dieses Verhalten in Abbildung 4.22 dargestellt. Ab hier sind schon deutliche Unterschiede vor allem im Betrag der Hauptkeule und der Ausbildung von Nebenkeulen erkennbar, wobei das King-Modell hier anzuzweifeln ist. Die FEM-Modelle weisen auch hier keine Unterschiede auf.

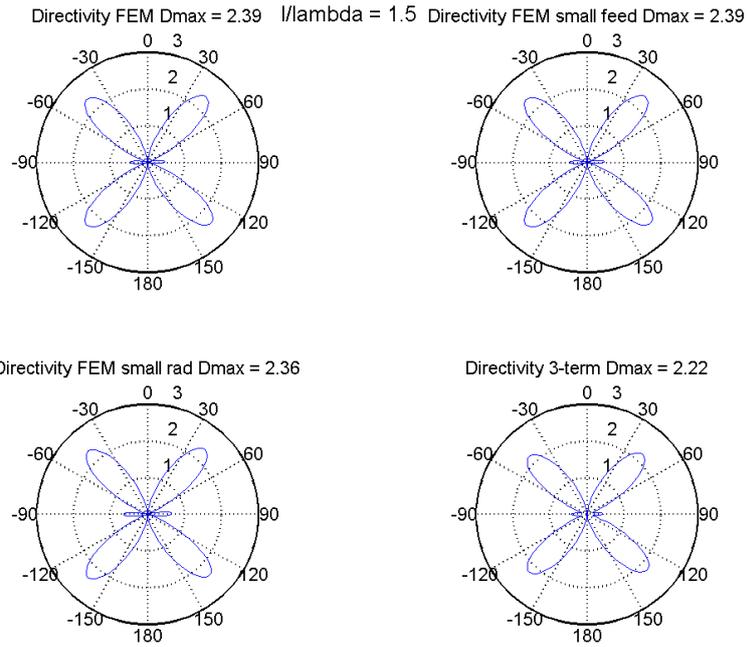


Abbildung 4.21: E-plane der Directivity der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.5$.

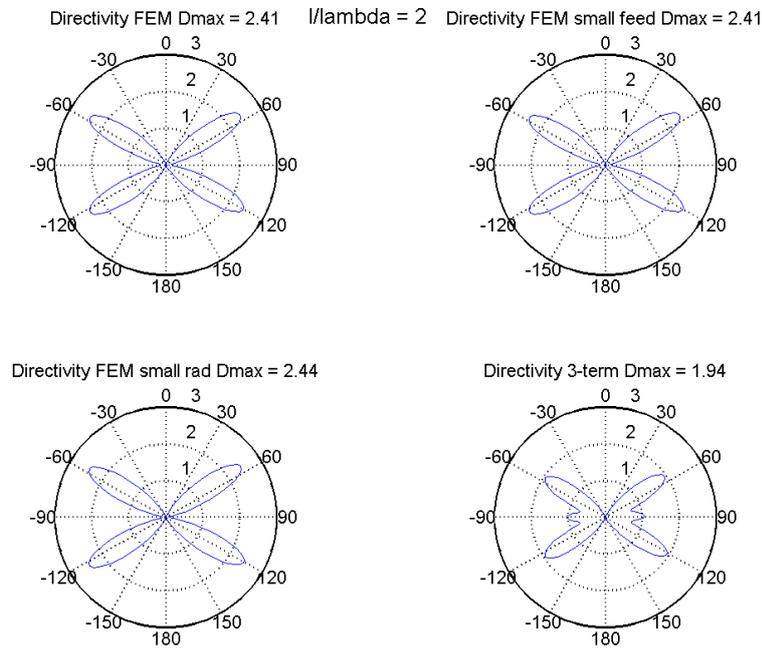


Abbildung 4.22: E-plane der Directivity der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 2$.

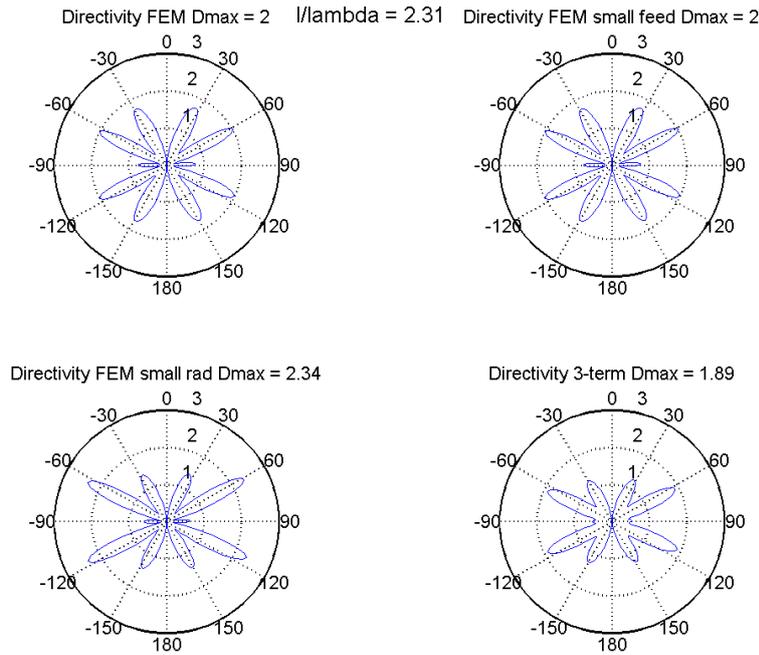


Abbildung 4.23: E-plane der Directivity der verschiedenen Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 2.31$.

Ab $l/\lambda = 2.31$, in Abbildung 4.23 dargestellt sind auch schon Unterschiede im FEM-Modell mit kleinerem Radius zu den anderen FEM-Modellen, vor allem im Betrag der Hauptkeule zu beobachten.

Zusammenfassend fällt im Vergleich der Richtcharakteristik der FEM-Modelle folgendes auf:

- Es sind nahezu keine Unterschiede zwischen dem Basismodell und dem Modell mit schmalere Feed-Gap erkennbar. Für die maximale Richtwirkung D_{max} wurde ein maximaler Unterschied von 1.4% berechnet.
- Ab einem Faktor von $l/\lambda \approx 1.8$ sind deutliche Unterschiede zwischen dem 3-term Modell und den numerischen Modellen erkennbar. Ab hier ist die Feldlösung des 3-term Modells stark anzuzweifeln.
- Ab $l/\lambda = 2.31$ ist auch ein Unterschied des FEM Modells mit kleinerem Radius zu den anderen FEM Modellen erkennbar. Dieses wirkt im Frequenzverhalten leicht nachteilig. Bis auf diesen Effekt sind keine signifikanten Unterschiede der Richtcharakteristik der numerischen Modelle erkennbar.

Vergleich des FEM-Basismodells mit ausgewählten analytischen Modellen

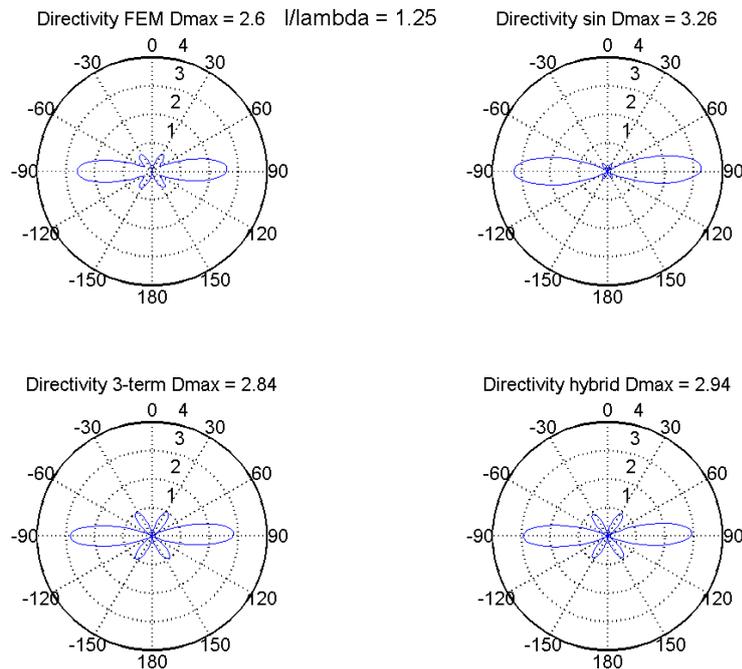


Abbildung 4.24: E-plane der Directivity ausgewählter Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 1.25$.

Wie auch schon in Abbildung 4.19 besprochen wirkt die sinusförmige Lösung anhand der Frequenzachse etwas nachteilig. Auch in Abbildung 4.24 ist zu beobachten, dass die ersten Nebenkeulen bei etwas höheren Frequenzen ausgebildet werden. Die restlichen Modelle wirken zwar vom Verlauf und der Ausbildung an Nebenkeulen her gleich, weisen aber im Betrag der Richtwirkung durchaus Unterschiede auf

Ab $l/\lambda \approx 1.75$ bildet sich, wie in Abbildung 4.25 erkennbar, bei der 3-term Lösung eine Nebenkeule bei $\theta = 90^\circ$ aus. Diese ist in abgeschwächter Form auch in der Hybridlösung zu erkennen. Die Hybridlösung gleicht also ab dieser Frequenz etwas besser der FEM-Lösung. Die sinusförmige und FEM-Lösung weisen erstaunlicherweise geringere Unterschiede auf, als die 3-term zur FEM-Lösung.

Ab $l/\lambda \approx 2.3$ werden die Unterschiede der 3-term und Hybridlösung schon signifikant. Hier kann man davon ausgehen, dass das zugrundeliegende Strommodell die Realität nicht mehr ausreichend abbilden kann.

Die sinusförmige Lösung ähnelt auch noch bei $l/\lambda = 3$, wie in Abbildung 4.26 beobachtbar, bis auf den Betrag der Nebenkeule bei $\theta = 90^\circ$ noch sehr gut der FEM-Lösung.

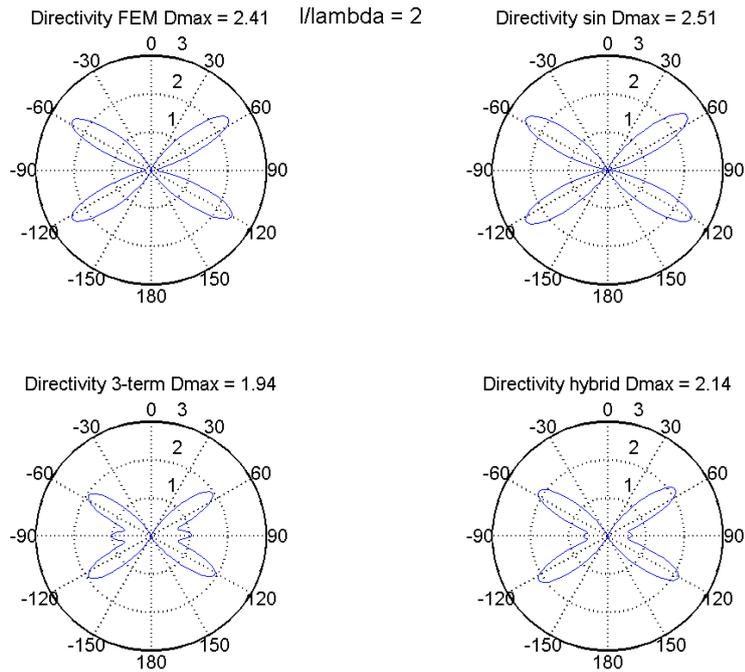


Abbildung 4.25: E-plane der Directivity ausgewählter Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 2$.

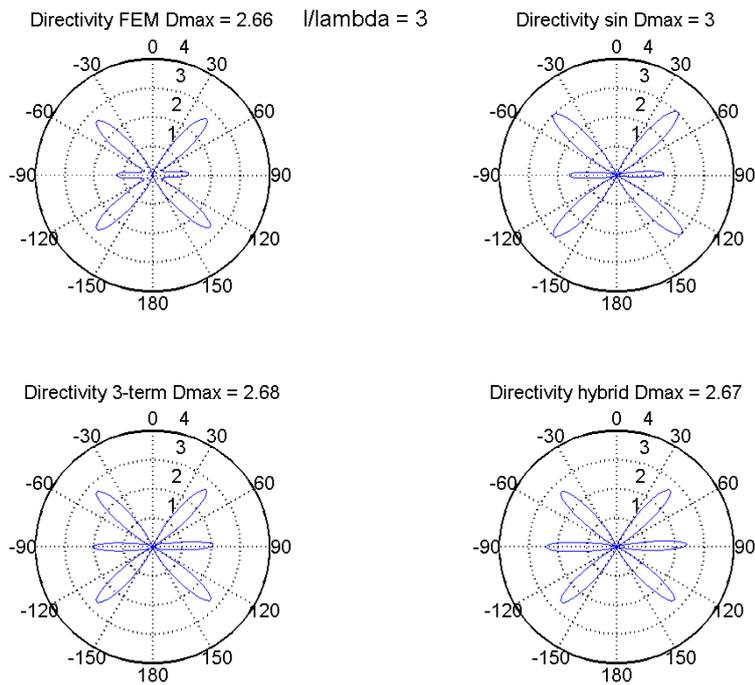


Abbildung 4.26: E-plane der Directivity ausgewählter Modelle des Dipols bei $l/\lambda = 3$.

4.3.4 Zusammenfassung

Abschließend seien nochmals die wichtigsten Beobachtungen aus Kapitel 4 zusammengefasst.

Vergleicht man die analytischen mit den FEM-Modellen untereinander ist folgendes zu beobachten:

- Nimmt man die FEM-Lösung als Referenz, aber auch verglichen mit Messungen aus der Literatur [27], lagen die analytischen Modellen bei der hier untersuchten Geometrie in den angegebenen Grenzen, bzw. lagen teilweise sogar etwas darüber.
- Die 3-term und 2-term Lösung hat zwar jeweils bis zur angegebenen Grenze eine gute Übereinstimmung zum FEM-Modell, weicht aber ab dieser Grenze stark ab.
- Der Strom und die Impedanz des sinusförmigen Modells weichen zwar relativ bald von der FEM-Lösung ab, jedoch ist die Richtcharakteristik bis zu hohen Frequenzen gleich der FEM-Lösung.
- Die dreieckförmige Lösung ist wie zu erwarten nur für elektrisch kurze Antennen zu verwenden. Der Strom, die Impedanz und auch die Richtcharakteristik weichen sehr bald von denen der FEM-Simulation ab.

Im Vergleich der FEM-Lösungen war folgendes auffällig:

- Das Basismodell und das Modell mit dem kleinerem Radius unterscheidet sich lediglich in der Impedanz. Richtcharakteristik und Strom verhalten sich nahezu gleich.
- Die Unterschiede der Impedanz sind besonders auffällig. Ein kleinerer Feed-Gap bedeutet eine höhere Kapazität, wobei eine kleinere Querschnittsfläche eine kleinere Kapazität bedeutet, was sich auch in der Auswertung widerspiegelt.
- Im Stromverlauf und der Richtcharakteristik wirkt das Modell mit dem geringeren Radius im Frequenzverhalten leicht nachteilig, ansonsten sind auch kaum Unterschiede zu beobachten.

5 Antenna Visualizer

Im abschließenden Kapitel wird die Verwendung und die Umsetzung des Antennen-Visualisierungstools besprochen. Das vorgestellte Tool soll in weiterer Folge in der Lehre verwendet werden und dem Verständnis der Anwender über physikalische Zusammenhänge auf Antennen dienen.

5.1 Allgemeines

5.1.1 Einleitung

Es wurde ein Tool entwickelt, welches durch die Visualisierung diverser Antennenkenn-
daten physikalische Hintergründe und Zusammenhänge verdeutlichen soll und in weiterer
folge in der Lehre verwendet werden kann. Die Oberfläche der Anwendung wurde für
eine bessere Bedienung sehr einfach gestaltet.

Es wurde dabei großer Wert auf den Zusammenhang zwischen dem Strom in der leitenden
Struktur der Antenne und dem daraus entstehenden Feld gelegt.

Durch diverse Steuerelemente kann die Geometrie oder Anregung der Antenne verändert
werden, um so dem Anwender ein Gefühl für die Auswirkung ausgewählte Parameter zu
geben.

Dabei wurden folgende Kenndaten der Antenne visualisiert:

- Richtcharakteristik $D(\phi, \theta)$ als 3D-Modell, von welchem der Betrachtungswinkel
und der Zoomlevel individuell einstellbar ist.
- Stromverteilung entlang der Antenne.
- Impedanzverlauf in Abhängigkeit zur Frequenz: $Z(f)$.
- Abbildung der Antenne.

Wobei eine der drei letztgenannten Darstellungen über einen Radiobutton auswählbar
sind. Dabei bietet das Tool die Möglichkeit

- die zu betrachtende Frequenz mittels eines Schiebereglers auszuwählen,
- analytische und FEM-Modelle zu integrieren,
- und die Geometrie der analytischen Modelle mittels separater Eingabefelder zu
variieren.

5.1.2 Komponenten

Dabei sind in der Anwendung folgende Steuerlemente mit den hier beschriebenen Aufgaben implementiert. Eine Ansicht der Anwendung kann der folgenden Seite entnommen werden.

- Die linke Abbildung dient der Visualisierung der Richtcharakteristik.
- Die rechte Abbildung dient der Visualisierung von der Stromverteilung, dem Impedanzverlauf oder einer graphischen Darstellung der Antenne.
- Ein Radiobutton anhand welchem die Funktion der rechten Grafik ausgewählt werden kann.
- Ein Schieberegler, anhand welchem die Frequenz gewählt werden kann.
- Ein Dropdown-Listefeld, anhand welchem das Antennen-Modell gewählt werden kann. Hier sind sowohl analytische als auch numerisch berechnete Modelle wählbar.
- Das Geometrie-Feld ist ein Panel mit Textfeldern, in welchem die Geometrie von analytischen Modellen spezifiziert werden kann. **Werden weitere analytische Modelle erstellt, dieses Feld bitte unbedingt mit einem Panel-Element wrappen, um es leicht je nach Modell ein-/auszublenden!**. Weiters wird abgeraten ein Panel für Modelle zu verwenden.

5.1.3 Verwendung

Zur Erklärung der Verwendung des Tools ist ein mit Kommentaren versehener Screenshot auf der nachfolgenden Seite dargestellt. Aufgrund der Einfachheit der Oberfläche sollte die Verwendung daraus ersichtlich sein.

Richtcharakteristik $D(\varphi, \theta)$

Auswahl Stromverteilung/Impedanz/Abbildung

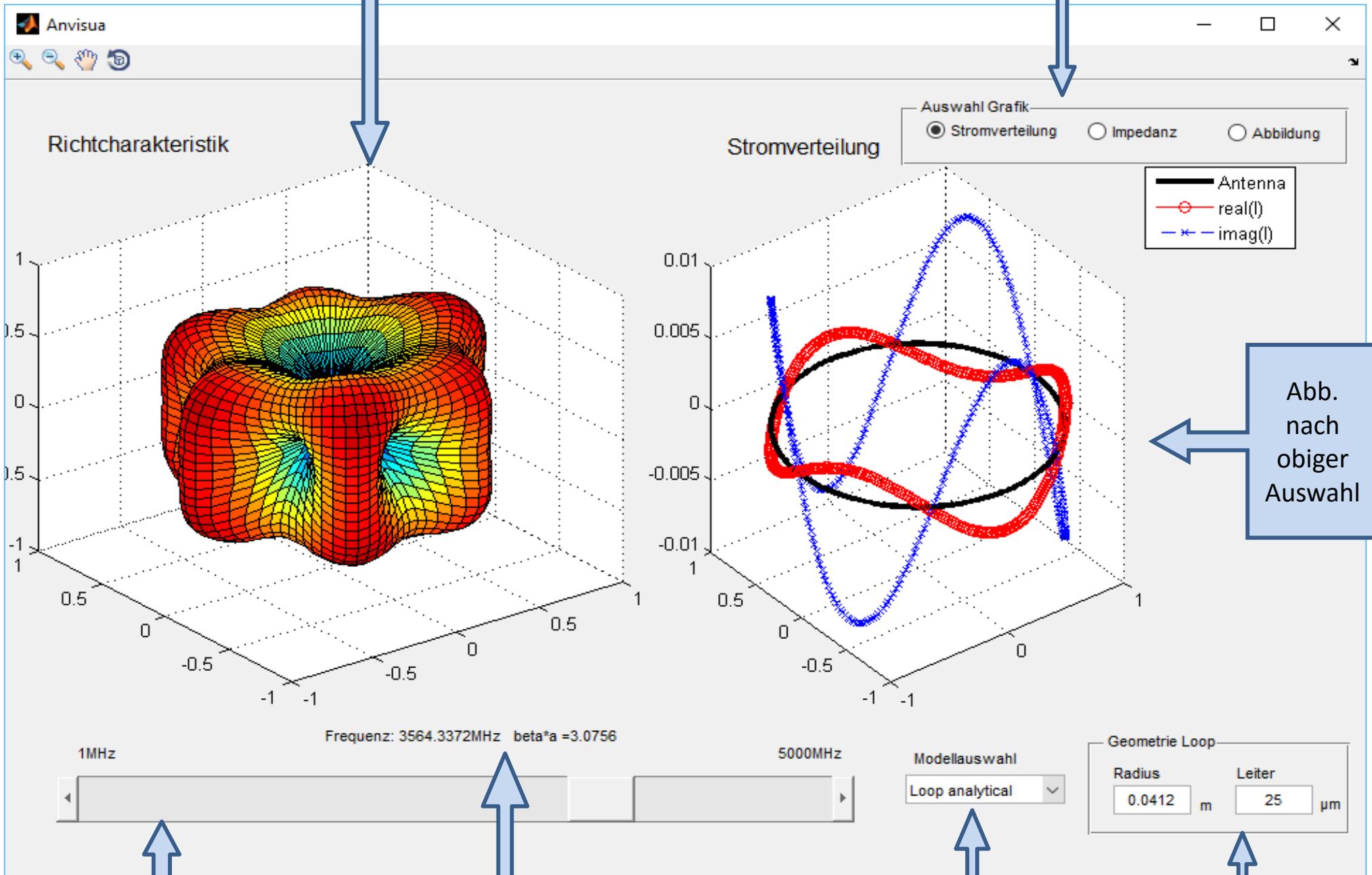


Abb. nach obiger Auswahl

Schieberegler für Frequenz

Aktuelle Frequenz

Auswahl Modell

Geometrie

5.2 Codedokumentation

Der Code wurde weitgehend kommentiert. Hier nur eine kleine Pseudoanleitung, wie weitere Modelle leicht zu integrieren sind. Dazu werden zwei Unterscheidungen vorgenommen:

- Analytische vs. Vorberechnete (meist FEM) - Modelle
- Typ der Geometrie: Bisher wurden nur Schleifen- und Dipolantennen bearbeitet. Weitere Antennenmodelle sollten aber einfach hinzuzufügen sein.

5.2.1 Verwendete Steuerelemente

Hier eine Auflistung der verwendeten relevanten Steuerelemente mit deren Tagname und kurzen Beschreibung bezüglich der Verwendung.

- Schieberegler für Frequenz (tag: "slider"):

Mit diesem Schieberegler kann die Frequenz, welche aktuell untersucht wird variiert werden. Dabei wird anhand analytischer und berechneter Modelle wie folgt unterschieden:

- Analytische Modelle: Hierbei wird von einem möglichen kontinuierlichem Frequenzspektrum ausgegangen. Über das "config.m"-File kann die minimale und maximale Frequenz gesetzt werden. Die aktuelle Frequenz des Schiebereglers kann über die Value-Eigenschaft ausgelesen werden:

Listing 1: Auslesen des Schiebereglers

```
freq = get(handles.slider, 'Value') ;
```

- Berechnete Modelle: Hier wird davon ausgegangen, dass ein diskretes äquidistantes Frequenzspektrum im Vorhinein berechnet wurde. Der Schieberegler wird daher für Ganzzahlen ausgelegt, welche die Indizes 1 bis N_{Modell} beschreiben.

Wird der Wert des Schiebereglers verändert, wird lediglich über die callback-Funktion eine weitere Routine aufgerufen, welche die Oberfläche updatet.

- Dropdown-Listefeld für Modellauswahl (tag: "popupmenu1"):

Über das Dropdown-Listefeld kann das zu betrachtende Modell ausgewählt werden. Wird dies verändert, wird eine Callback-Funktion aufgerufen, welche die Steuerelemente anpasst. Folgende Tätigkeiten sind abhängig welches Modell gewählt wurde (Anm. switch-case) durchzuführen:

- Panel rechts unten für geometrische Modelle je nach Anforderung ein/ausblenden.
- Schieberegler je nach Anforderung anpassen
- Oberfläche updaten

Anpassungen in der Funktion:

Listing 2: Callback des Dropdown-Menüs

```
function popupmenu1_Callback(hObject , eventdata , handles)
```

- Textfelder für Geometriedaten (tag: z.B.: "txt_conductor" , "txt_radius"):
Die Textfelder beinhalten die Information über die Geometrie der analytischen Modelle. Wird ein neues Modell hinzugefügt sind dafür zugehörige neu zu erstellen.
In der Callback-Funktion sind die neuen Daten auf Plausibilität zu prüfen, und eventuell geänderte Daten (z.B.: Impedanzverlauf) zu ändern und anschließend die Oberfläche upzudaten.

5.2.2 Datendarstellung

Unter

```
handles.data{i}
```

ist eine Struktur für die jeweiligen Daten des i-ten Modells hinterlegt. Dabei ist folgende Datenstruktur einzuhalten

- `handles.data{i}.impedance`
stellt einen Vektor dar, welcher die komplexen Impedanzwerte des Impedanzverlaufs $Z(f)$ beinhaltet
- `handles.data{i}.frequency`
stellt einen Vektor dar, welcher die Frequenzwerte des Impedanzverlaufs $Z(f)$ beinhaltet
- `handles.data{i}.imagepath`
beinhaltet den Pfad zu einer Abbildung der Antenne.
- `handles.data{i}.geometrytype`
ist ein Integer-Wert, welcher den Geometriotyp beschreibt. (1 entspricht Loop-Antenne)
- `handles.data{i}.name`
stellt den Namen des Modells dar, welcher im Dropdown-Menü gezeigt wird.

Vorberechnete Modelle müssen weiters folgende Inhalte liefern:

- `handles.data{i}.Data{j}`

stellt ein cell-Array dar, welches die Daten der Stromverläufe und Richtcharakteristiken für die jeweiligen Frequenzen enthält.

- `handles.data{i}.Data{j}.XX/YY/ZZ/Col`

x/y/z/Color-Werte der Richtcharakteristik

- `handles.data{i}.Data{j}.current/phi`

Komplexe Stromwerte und dazugehörige abhängige Variable (phi bei Loop, aber auch z für Dipol denkbar)

5.3 Integration weiterer Modelle

Wird ein neues Modell hinzugefügt müssen folgende Funktionen verändert werden:

- `function handles = loadData(handles)`

Hier müssen die erforderlichen Daten des i-ten Modells in `handles.data{i}` geladen werden. Dabei ist die oben dargestellte Datenstruktur zu berücksichtigen.

- `function updateGraph(handles)`

Diese Funktion ist in 2 Teile aufgeteilt:

- Im ersten Teil, wird mittels einer switch-case nach dem aktuell ausgewählten Modell unterschieden, und die dazugehörigen Daten geladen.

Bei analytischen Modellen, werde die Daten anhand bereitgestellter Funktionen erstellt (**Funktionen sind zu implementieren!**).

Bei vorberechneten Modellen, werden die Daten aus der schon erstellten Struktur von `handles.data{i}` geladen.

- Im zweiten Teil, wird die Oberfläche neu gezeichnet. Hier wird mittels einer switch-case nach dem Geometrie-Typ des aktuellen Modells unterschieden, und die dazugehörige Darstellungsart angewendet. Wird ein neuer Geometrietyt erstellt, ist dies Art der Darstellung hier einzutragen.

- Werden eigene Steuerelemente für die Konfiguration der Geometrie des i-ten Modells verwendet, muss darauf geachtet werden, die Daten in `handles.data{i}` aktuell zu halten. (z.B.: Impedanzverlauf). Dazu sind die dazugehörigen Callback-Funktionen anzupassen.

Anhang

Berechnung der Koeffizienten Ψ_{dR} , T_U und T_D

Die hier dargestellten Gleichungen wurden [15] entnommen und dienen der Berechnung der Koeffizienten aus Gleichung (67) und (73). Die hier vorgestellten Integrale sind nicht geschlossen lösbar und müssen numerisch integriert werden um die Koeffizienten zu ermitteln.

$$\begin{aligned}
 T_U &= \frac{\Psi_V(h)\Psi_{dD} - j\Psi_D(h)\Psi_{dI}}{Q} \\
 T_D &= -j \frac{\Psi_{dI} [\Psi_{dUR}\cos(\beta h) - \Psi_U(h)] + \Psi_V(h)\Psi_{dUI}}{Q} \\
 Q &= \Psi_{dD} [\Psi_{dUR}\cos(\beta h) - \Psi_U(h)] + j\Psi_D(h)\Psi_{dUI} \\
 T &= \frac{\Psi_V(h) - j\Psi_{dI}\cos(\beta h)}{\Psi_{dU}\cos(\beta h) - \Psi_U(h)}
 \end{aligned}$$

Die vorkommenden Funktionen berechnen sich mittels

$$\begin{aligned}
 \Psi_{dR} &= \Psi_{dR}(z_m), \begin{cases} z_m = 0, & \beta h \leq \pi/2 \\ z_m = h - \lambda/4, & \text{sonst} \end{cases} \\
 \Psi_{dR} &= \csc(\beta(h - |z|)) \int_{-h}^h \sin(\beta(h - |z'|)) [K_R(z, z') - K_R(h, z')] dz' \\
 \Psi_{dUR} &= (1 - \cos(\beta h))^{-1} \int_{-h}^h (\cos(\beta z') - \cos(\beta h)) [K_R(0, z') - K_R(h, z')] dz' \\
 \Psi_{dD} &= \left(1 - \cos\left(\frac{1}{2}\beta h\right)\right)^{-1} \int_{-h}^h \left(\cos\left(\frac{1}{2}\beta z'\right) - \cos\left(\frac{1}{2}\beta h\right)\right) [K(0, z') - K(h, z')] dz' \\
 \Psi_{dI} &= \left(1 - \cos\left(\frac{1}{2}\beta h\right)\right)^{-1} \int_{-h}^h \sin(\beta(h - |z'|)) [K_I(z, z') - K_I(h, z')] dz' \\
 \Psi_{dUI} &= \left(1 - \cos\left(\frac{1}{2}\beta h\right)\right)^{-1} \int_{-h}^h (\cos(\beta z') - \cos(\beta h)) [K_I(z, z') - K_I(h, z')] dz' \\
 \Psi_V(h) &= \int_{-h}^h \sin(\beta(h - |z'|)) K(h, z') dz' \\
 \Psi_U(h) &= \int_{-h}^h (\cos(\beta z') - \cos(\beta h)) K(h, z') dz' \\
 \Psi_D(h) &= \int_{-h}^h \left(\cos\left(\frac{1}{2}\beta z'\right) - \cos\left(\frac{1}{2}\beta h\right)\right) K(h, z') dz'
 \end{aligned}$$

unter zuhilfenahme der Kerne

$$\begin{aligned}K(z, z') &= \frac{e^{-j\beta R}}{R} \\K_R(z, z') &= \frac{\cos(\beta R)}{R} \\K_I(z, z') &= -\frac{\sin(\beta R)}{R},\end{aligned}$$

wobei sich R mit $R = \sqrt{(z - z')^2 + a^2}$ berechnet.

Literatur

- [1] C. A. Balanis. *Antenna Theory: Analysis and Design*. WILEY Interscience, 2005.
- [2] J. E. Storer. Impedance of thin-wire loop antennas. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part I: Communication and Electronics*, 75:606 – 619, 1956.
- [3] H.A. Wheeler. The radiansphere around a small antenna. *Proceedings of the IRE*, 47:1325 – 1331, 1959.
- [4] R.F. Harrington. *Field Computation by Moment Methods*. 1968.
- [5] A.J.Poggio G.J.Burke. *Numerical Electromagnetics Code (NEC) - Method of Moments, Parts I, II, III*. 1981.
- [6] J. L. Volakis. *Antenna Engineering Handbook*. 2007.
- [7] O. Biro. Theorie der Elektrotechnik. Vorlesungsskript.
- [8] H.C. Pocklington. Electrical oscillations in wires. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 9:324–333, 1897.
- [9] E. Hallen. Nova acta regiae societatis iv. *Scientiarum Upsaliensis*, 2, 1938.
- [10] J. López-Bonilla V. Barrera-Figueroa, J. Sosa-Pedroza. Simplification of pocklington’s integral equation for arbitrary bent thin wires. *WIT Transactions on Modelling and Simulation*, 39, 2005.
- [11] A.J. Poggio G.J. Burke. Numerical Elektromagnetics Code (NEC), Method of Moment. *Lawrence Livermore Laboratory*, 1981.
- [12] S. J. Orfanidis. *Electromagnetic Waves and Antennas*. 2014.
- [13] P. S. Carter. Circuit relations in radiating systems and applications to antenna problems. *Proceedings of the IRE*, 20:1004–1041, 1932.
- [14] S. A. Schelkunoff. Theory of antennas of arbitrary size and shape. *Proceedings of the IRE*, 29:493 – 521, 1941.
- [15] R.W.P. King. *Cylindrical Antennas and Arrays*. 2002.
- [16] O. Biro. Edge element formulations of eddy current problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 169:391–405, 1999.
- [17] O. Biro. Simulation of time-dependent fields. Vorlesungsskript.
- [18] I. Bardi. Parameter Estimation for PMLs used with 3D Finite Element Codes. *IEEE Transactions on Magnetics*, 34:2755 – 2758, 1998.

- [19] K. Simonyi. *Theoretische Elektrotechnik*. 1971.
- [20] D. Foster. Loop antennas with uniform current. *Proceedings of the IRE*, 32:603 – 607, 1944.
- [21] D. H. Werner. An exact integration procedure for vector potentials of thin circular loop antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 44:157 – 165, 1996.
- [22] R. R. Basrur. Far field patterns of large circular loop antennas: Theoretical and experimental results. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 16:269 – 270, 1968.
- [23] K. Königsberger. *Analysis 1*. 2004.
- [24] P. Baumgartner. MatLab-Tool zur Darstellung von verschiedenen Kenndaten von Antennen. Bachelorarbeit.
- [25] K. W. Kark. *Antennen und Strahlungsfelder*. Springer Vieweg, 2014.
- [26] R.W.P. King. *The theory of linear antennas*. 1956.
- [27] T.T. Wu R.W.P. King. Currents, charges, and near fields of cylindrical antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 13, 1965.
- [28] R. C. Hansen. Fundamental limitations in antennas. *Proceedings of the IEEE*, 69:170 – 182, 1981.
- [29] Jr R. W. P. King, C. W. Harrison. *Antennas and Waves: A Modern Approach*. 1969.
- [30] K. T. McDonald. Currents in a center-fed linear dipole antenna. 2009.
- [31] C. W. Harrison R. King. The distribution of current along a symmetrical center-driven antenna. *Proceedings of the IRE*, 31:548 – 567, 1943.
- [32] R. W. P. King. The linear antenna—eighty years of progress. *Proceedings of the IEEE*, 55:2 – 16, 1967.
- [33] O. M. Woodward G. H. Brown. Experimentally determined impedance characteristics of cylindrical antennas. *Proceedings of the IRE*, 33:257 – 262, 1945.
- [34] T. Bezboruah P. Banerjee. Some aspects of finite length dipole antenna design. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science*, 2014.
- [35] D. T. H. Lai B. Kibret, A. K. Teshome. A new perspective on the cylindrical antenna theory. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 64:2981 – 2988, 2016.