MUSIK
SEHEN
ARCHITEKTUR
HÖREN

Pei-Hsin Lee, BSc

Musik sehen • Architektur hören
Musikalische Intervalle als Entwurfskonzept für Architektur

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieurin

Masterstudium Architektur

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer

Mag. phil. Dipl.-Ing. Dr. phil. Manfred Omahna

Institut für Tragwerksentwurf

Graz, September 2015

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

______________________ Datum

______________________ Unterschrift

DANKSAGUNG

Heute ist der Tag für mich gekommen, an dem meine akademische Laufbahn mit dieser Masterarbeit einen ersten Höhepunkt erreicht. Sie ist das Finale einer spannenden Phase meiner wissenschaftlichen Laufbahn.

Doch hinter meiner Masterarbeit steht ein ganzes Team und deshalb ist es jetzt an der Zeit, mich bei allen zu bedanken, die mich in den vergangenen Monaten mit Rat und Tat unterstützt haben.

Ich bedanke mich bei meinem Betreuer, Mag. phil. Dipl.-Ing. Dr. phil. Manfred Omahna für den Rat und die Unterstützung. Da Deutsch nicht meine Muttersprache ist, danke ich Franz Schagerl dafür, dass er viel Zeit und Mühe aufgewendet hat, meine Arbeit Korrektur zu lesen.

Mein Dank gebührt auch meinen Eltern, die mir das Studium ermöglicht haben und meinem Verlobten Jakob, der mich während meiner Studienzeit begleitet und mental unterstützt hat.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1_Musik und Architektur von der Antike bis zur Gegenwart 16

Einleitung

Bevor ich mit dem Studium der Architektur begonnen habe, absolvierte ich ein Musikstudium. Während meines Architekturstudiums wurde ich des Öfteren gefragt, warum ich die Studienrichtung gewechselt habe. Viele meinten sogar, Musik und Architektur würden ja gar nicht zusammen passen. Aber ich glaubte immer fest daran, dass Musik und Architektur zusammen gehören, da beide Richtungen unterschiedliche Ausdrucksformen sowohl von Mathematik, Physik und auch der Kunst darstellen. Ihre gemeinsame Geschichte reich weit zurück in die Menschheitsgeschichte.

Die Verwandtschaft von Architektur und Musik kommt über die gemeinsame mathematische Grundlage der pythagoreisch-platonischen Zahlenproportionen zum Ausdruck. Arithmetik, Geometrie, Astronomie und Musik wurden traditionell seit dem Altertum als Kunst betrachtet, während die Baukunst zusammen mit der Malerei und der Bildhauerei als Handwerk angesehen wurde. Oft fehlt mir jedoch die Zeit oder die Muße, sich im Vorentwurf ausreichend lange mit komplexen Themen - wie zum Beispiel Musik - auseinander zu setzen. Daher will ich in meiner Masterarbeit ein eigenes Entwurfskonzept aus dem historischen Kontext ableiten.

Im ersten Teil betrachte ich die historische Entwicklung von der Antike bis in die Jetztzeit. Dabei setze ich mich mit den pythagoreischen Zahlenproportionen auseinander, wie sie sich im Laufe der Zeit bis in die Moderne entwickelt haben. Danach vergleiche ich diese mit der Proportionslehre von Le Corbusier.

Im zweiten Teil vergleiche ich einige Fallstudien, in denen die Musik als Entwurfsgrammatik verwendet wurde.

Zum Schluss entwickle ich aus einem Musikstück mittels musikalischer Grammatik ein eigenes Entwurfskonzept, in dem ich aus dem Kontext zu meiner Masterarbeit relevante Ansätze anwende.

Schnittstelle zwischen Architektur und Musik

Diese Arbeit versucht die gemeinsamen Vokabulare wie Rhythmus und Harmonie, Chor und Fundament, Motiv und Proportion in der Architektur und Musik heraus zu filtern und neu zu transformieren. Die musikalischen Elemente galten einerseits im Mittelalter als quantitativ zu erfassende Disziplin, anderseits konnten sie in eine architektonische Ebene umgesetzt werden. Das Strukturprinzip der Architektur und Musik manifestiert sich in der Ordnung des Kosmos[1] und lässt sich von der Antike bis in die Gegenwart verfolgen. Exemplarisch sei auf die Bedeutung der pythagoräisch-platonischen Auffassung hingewiesen, die auf einer umfassenden Harmonie des Kosmos gründet, welche sich theoretisch durch die Zahl darstellen lässt. Wenn man die Literatur aus der Antike und Renaissance oder aus der Gotik über die Einrichtung von Fassaden liest, ist zu ersehen, dass es sowohl um Mathematik als auch um Musik ging. Aus diesem Grunde erhebt sich die Frage, wo der Schnittpunkt zwischen Architektur und Musik nun liegt.

Die Vorstellung eines kosmischen Ordnungsprinzips, dass sich Musik und Architektur entwickeln, spielt bis ins 20. Jhd. eine wichtige Rolle – von Arnold Schönberg bis Daniel Libeskind. Schließlich wird auch der Goldene Schnitt an unterschiedlichen Bauten wie dem griechischen Parthenon, dem Florentiner Dom oder in musikalischen Werken – wie überhaupt in allen Epochen und jeden Kunstrichtungen - gesucht und gefunden.

Entwurfsmethode und Transformation

Nach den bisher zusammengefassten historischen Erkenntnissen werden einige wichtige Entwurfsparameter in Kapitel 3 definiert. Danach werde ich an einigen bekannten Bauwerken und historischen Bauten das Zusammenspiel von Architektur und Musik darstellen.

Als erstes Beispiel analysiere ich, wie Kayser mittels der Berechnung der harmonikalen Verhältnisse die Zusammenhänge von Musik und Architektur am Parthenon untersucht hat.

Auch der Architekt Daniel Libeskind hat ein Interesse an Beschäftigung mit dem Thema „Musik und Architektur“. Er versucht über den Ursprung der Architektur und der Musik eine Beziehung und einen klanglichen Raum zu entdecken. Anhand seines Werkes “Chamberwork” zeigt er, dass die Musik in

[1] Die Ordnung und Regelhaftigkeit des Kosmos sei durch Zahlenverhältnisse begründet und die durch jene Zahlenverhältnisse entstandene Ordnung bildet eine Voraussetzung und Bedingung der Möglichkeit alles Seienden. (Vgl. Koehler 1990, 4.)

Form einer figurativen Gestalt in Bezug auf die Architektur gespenstisch und geisterhaft erscheint.

> „Das Verhältnis zwischen Musik und Architektur ist sehr tief und vielschichtig, weil es sehr schwer vorstellbar ist. [...] Ich denke jedoch, dass das Verhältnis zwischen diesen beiden Disziplinen weder rein konzeptionell noch rein praktisch ist. Wenn man an die Musik denkt, so muss man sagen, was könnte denn weniger materiell sein, was könnte in der tatsächlichen Erfahrung weniger Spuren hinterlassen als die Musik?“[2]

Ein weiteres Beispiel wäre „Bloch City“, wo der Architekt Peter Cook versuchte, ein Musikstück in eine städtebauliche Struktur umzusetzen sowie die musikalischen Elemente ästhetisch in die Architektur zu übersetzen.

Das Musikstück, das ich ausgesucht habe, sind die von W. A. Mozart (1756-1791) im Jahr 1778 in Paris komponierten zwölf Variationen über “Ah, vous dirai-je, Maman”, KV 265. Das Variationsthema ist auch bekannt als “Morgen kommt der Weihnachtsmann”.

Anhand dieser Variation möchte ich beweisen, dass man aus einem Musikwerk mittels Intervallen und deren Verhältnissen auch eine architektonische Variation komponieren kann. Was man mit der körperlosen Musik machen kann, kann auch mit einem Bauwerk gemacht werden. Nur stellt sich die Frage: Wie geht man mit der Technik um?

[2] Libeskind, Daniel 1997, 28.

Kapitel 1 _ Musik und Architektur von der Antike bis zur Gegenwart

Architektur und Musik besitzen gemeinsame künstliche Vokabulare: Rhythmus und Harmonie, Motiv und Proportion. Die beiden Kunstrichtungen haben in der Geschichte eine tiefer liegende Verbindung zur mathematischen Wissenschaft. Sie beruhen sowohl in der Praxis als auch in der Theorie auf der Zahlenlehre. Die ursprüngliche Idee des beide Künste verbindenden Strukturprinzips, in dem sich die Ordnung des Kosmos manifestiert, lässt sich von der griechischen Antike bis in die Gegenwart verfolgen. So war zum Beispiel

> „die Überzeugung, daß die Baukunst eine mathematische Wissenschaft ist und daß jeder Teil eines Gebäudes, sei es innen oder außen, in ein einheitliches System mathematischer Beziehungen eingeordnet werden muß“ [3],

das Dogma der Renaissance-Architekten. Der Kunsthistoriker Rudolf Wittkower vertritt die Anschauung, dass jeder Architekt bei einem Entwurf nach einem Verhältnisordnungssystem greift. Auch Aristoteles war der Meinung, dass die pythagoreische Zahlenlehre das entscheidende Element zur Bestimmung der Weltordnung bildet.[4]

Die Lehre der Pythagoreer geht auf den griechischen Mathematiker und Philosophen Pythagoras von Samos zurück, der in der Zeit um 570 v. Chr. bis um 510 v. Chr. lebte. Die Pythagoreer entwickelten aus der Verbindung von Harmonie und Kosmos ein umfassendes Weltbild. Der wesentliche Gedanke bestand darin, den Harmoniebegriff als mathematische Regelmäßigkeit zu fassen und die vorher eher allgemeinen Harmonievorstellungen konkret als Ordnung von Zahlen und Proportionen zu verstehen. Proportionen, die ein wesentlicher Bestandteil der Kosmologie sind, kommen sowohl in der Tetraktyslehre[5] des Pythagoras als auch in der erweiterten Tetraktyslehre Platons vor. Beide Lehren spielen auch im mittelalterlichen Zahlendenken bis zur gegenwärtigen Proportionsregelung noch immer eine wichtige Rolle und bilden sogar die Grundlage für die auf Zahlen beruhende Ordnungsvorstellung, die bis zum späten Mittelalter Musik, Mathematik, Philosophie und Theologie entscheidend

[3] Wittkower, 1983, 83.
[4] Vgl. Aristoteles, „Metaphysica“ in: „Aristoteles Opera“ Hrsg. I. Bekker, 5 Bde., Berlin 1831-1870, I/5, 985. Vgl. „Pythagoras“ von K. von Fritz in: RE 171-209, zit. n. Koehler 1990, 4.
[5] Die Tetraktys (griechisch τετρακτύς tetraktýs „Vierheit“ oder „Vierergruppe“) ist einBegriff aus der Zahlenlehre der antiken Pythagoreer. Er spielte in der pythagoreischen Kosmologie und Musiktheorie eine wichtige Rolle, da man in der Tetraktys den Schlüssel zum Verständnis der Weltharmonie sah; s. Kapitel 1.2 „Pythagoreisch-platonische Zahlenlehre im Mittelalter“.

prägten. Die Zahlen drücken das Wesen aller Dinge aus, somit auch die Entstehung der Welt. Aber auch für die Architektur spielte die Zahl als Symbolträger, die einen hinter ihr stehenden Sinn verkörpert, eine wichtige Rolle, da die Zahlen auch einfache geometrische Figuren darstellen und ihre architektonischen Symboleigenschaften haben.

Die Zahlen 1, 2, 3 und 4 haben eine wichtige Stellung für die Pythagoreer, weil sie addiert die Zahl Zehn ergeben. Die Zehn ist also bereits in der Vier enthalten. Das ist für die Pythagoreer etwas Vollkommenes und somit wurde die Zahl Zehn als heilige Zahl bezeichnet. Diese sogenannte „Tetraktys“[6] galt als Grundlage für die geometrische Auffassung der Zahlen und wurde sowohl als figurierte Zahl, die die Quadratzahlen und Kubikzahlen beinhaltet, als auch in Form eines gleichseitigen Dreiecks dargestellt.

Die von den Pythagoreern als Schwurformel verwendete Tetraktys wurde figürlich durch das „vollkommene Dreieck“ dargestellt:

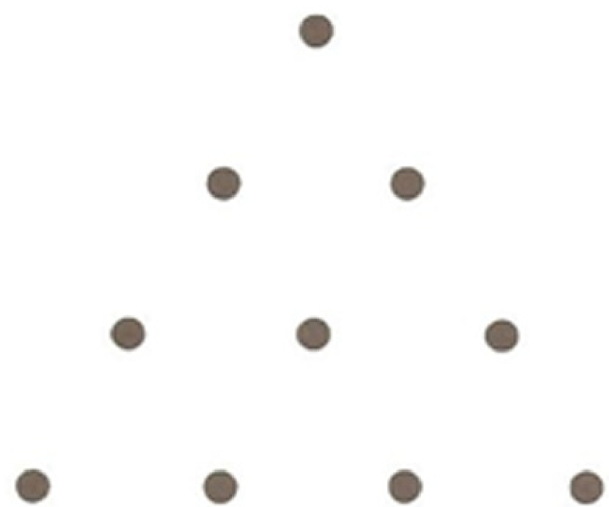


Abb. 1 Tetraktys-figurierte Zahl in Form eines „vollkommenen Dreiecks“ = Dreieckszahl 10

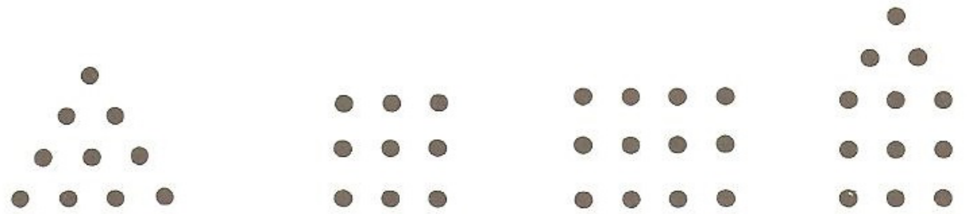
[6] Schwurformel der Pythagoreer: „Nein, ich schwöre bei dem, der unserer Seele die Tetraktys anvertraut hat, in welcher die Quelle und die Wurzel ewiger Natur liegt.“ Übersetzung von B. van der Waerden, „Die Harmonielehre der Pythagoreer“, Koehler 1990, 4.

Diese Figur ergibt sich, wenn man die Zahlen 1, 2, 3 und 4 durch gleich weit voneinander entfernte Punkte darstellt. Die Symbolik der figurierten Zahlen wurde ausführlich von Nikomachos von Gerasa dargestellt:

> „Die Eins ist – obwohl selbst keine Zahl – der Anfang aller Zahlen und aller Dinge; sie wird dem Ursprung aller Dinge und infolgedessen der Gottheit selbst gleichgesetzt. Die Zwei gilt als erste Zahl und wird als Gerade bezeichnet. Sie stellt sowohl polare Gegensätzlichkeit als auch Gleichheit (2 + 2 = 2 x 2) dar.“[7]

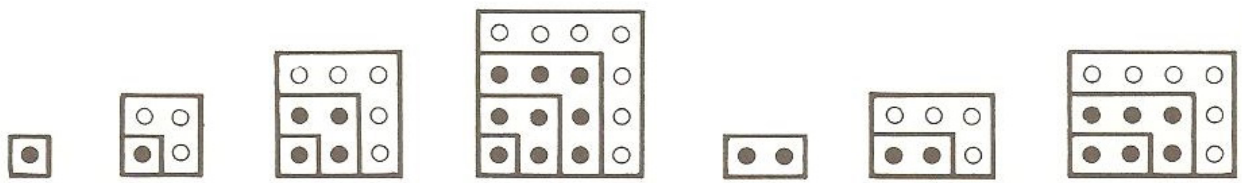
[7] „Introductio arithmetica“I/13 in: „Nikomachi Geraseni Pythagorei introductionis arithmeticae libri II“. Hrsg. R. Hoche, Leipzig 1866 (NikomachosIA). Siehe die Ausführung über die Symbolik der Zahlen 1, 2, 3 und 4 in: AbertM, 31 ff; Nicomachus of Gerasa: „Introduction to Arithmetic“. Übersetzt von M.L. D`ooge mit Kommentar von F.E. Robbins und L. C. Karpinski, New York 1926 (University of Michigan Studies: Humanistic Serie 16) (=D`oogeN), 100 ff. Und R. Schäfke, „Geschichte der Musikästhetik in Umrissen“. Berlin 1934, 27 ff., zit. n. Koehler 1990, 5-6.

Die Darstellung figurierter Zahlen spielte im Pythagoräismus eine große Rolle und beschränkte sich keineswegs nur auf die Tetraktys. Nikomachos von Gerasa (um 100 n. Chr.) nennt in seiner *Introductio arithmetica* (gr. ed. Richard Hoche, Leipzig 1866) Dreieckszahlen, Quadratzahlen, Rechteckzahlen, Fünfeckzahlen etc., deren Eigenschaften jeweils auf der Summation arithmetischer Reihen beruhen: Dreieckszahl: $1+2+3+\ldots n=n/2\,(n+1)$; Quadratzahl: $1+3+5+\ldots(2n-1)=n^2$; Rechteckzahl: $2+4+6+\ldots 2n=n\,(n+1)$; Fünfeckzahl: $1+4+7+\ldots(3n-2)=\tfrac{1}{2}n\,(3n-1)$;



Dreieckszahl *Quadratische Zahl* *Rechteckige Zahl* *Fünfeckige Zahl*

Diese figurierten Zahlen sind aus den geometrischen Figurationen ableitbar: Im Falle der Quadrat- (bzw. Rechteck-)Zahlen kann z.B. ein Quadrat (bzw. Rechteck) in ein kleineres Quadrat (bzw. Rechteck) und einen Winkelhaken, einen sog. ‘Gnomon’, zerlegt werden. Die Wiederholung dieses Prozesses zeigt, daß die Zahl der Punkte eine Summe von Gnomon-Zahlen ist. Im Falle des Quadrates sind diese Zahlen alle ungerade, im Falle des Rechtecks gerade; vgl. Becker 1957/1, 40ff.; Waerden 1966, 126f.; Jahoda 1971, 35ff.



1 *4=1+3* *9=1+3+5* *16=1+3+5+7* *2* *6=2+4* *12=2+4+6*

Figurierte Darstellung von Quadrat- und Rechteckzahlen

Abb. 2 Die figurierten Zahlen

Die einfachste geometrische Figur in der Ebene beginnt mit der Zahl Drei, weil sie Anfang, Mitte und ein Ende hat. Sie wird außerdem der Zeit gleichgesetzt, die in Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft unterteilt ist. Die Vier gilt als Zahl des Kosmos, denn sie bezeichnet die vier Elemente, die vier Jahreszeiten, die vier Himmelsrichtungen und die vier Weltteile.

Aus der Zahl Eins, die als Punkt dargestellt wird, entsteht die Welt in der Stufenfolge mathematischer Gestalten. Die Zahl 2 hat zwei Punkte, die durch eine Linie verbunden werden. Die Zahl 3 bildet ein Dreieck und stellt somit die einfachste Flächengestalt dar. Aus der Zahl 4 entsteht ein Tetraeder, der vier Punkte hat und von vier Dreiecksflächen begrenzt wird.[8] (Abb. 3) Die Gesamtheit der Zahlen 1, 2, 3 und 4 steht in einem wichtigen Zusammenhang mit dem Begriff „Harmonia". Heinrich Hüschen hat Wesentliches zur Etymologie und Definition dieses Wortes beigetragen.[9] Das Wort "Harmonik" stammt aus dem griechischen „harmonikos"[10] und bedeutet so viel wie Anpassung, Verbindung, Verknüpfung, Vereinigung von verschiedenartigen oder entgegengesetzten Dingen zu einer geordneten Ganzheit.[11]

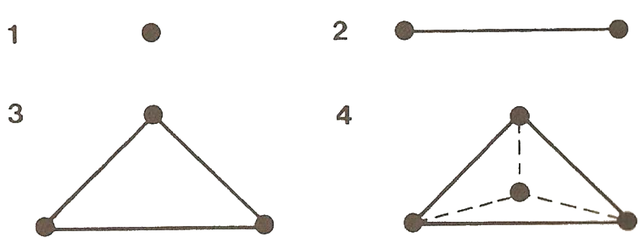


Abb. 3 Zahlen und ihre geometrischen Entsprechungen nach griechischer Auffassung: Punkt, Linie, Fläche, Körper

[8] Vgl. Stenzel 1924, 96 ff; Hopper 1938, 39 f; H. Meyer 1975, 59 f; diese Stufenfolge mathematischer Gestalten ist nicht zu verwechseln mit den Euklidischen Definitionen: Euklid, Elemente (1883-88, I 2/3 bzw. IV 2/3; 1969, 1 bzw. 315), zit. n. Naredi-Rainer 1982, 36.
[9] H. Hüschen, Artikel „Harmonie" in: MGG 5, 1589; ders. „Der Harmoniebegriff im Musikschrifttum des Altertums und des Mittelalters" in: „Bericht über den siebenten internationalen musikwissenschaftlichen Kongreß Köln 1958". Kassel/Basel/London/New York 1595, 143 f. Und ders. „Der Harmoniebegriff im Mittelalter", Studium Generale XIX (1966), 584-554., zit. n. Koehler 1982, 7.
[10] "Dieser Begriff hatte schon bei den alten Griechen einen weit breiteren Umfang und bedeutete besonders in der pythagoreischen Definition eine Wissenschaft von Maß - (Zahl) und Wert - (Ton)." Kayser 1976, 10.
[11] Hüschen 1966, 548 f, zit. n. Naredi-Rainer 1982, 11.

1.1.1 *Verbindung von Harmonie und Kosmos*

Der Neubegründer der uralten Harmonik, Hans Kayser, schreibt im Jahr 1976 in seinem Buch Akróasis (= die Anhörung), dass Maß und Wert zwei seelische Formen sind, aus deren Quellgrund das Alte wieder belebt und das Neue im Schoße vergangenen Kulturgutes gezeugt werden kann.

> „Maß als Begriff für die Ordnung der Dinge und Wert als Begriff für die Norm der Dinge. Maß und Wert sind aber zwei seelische Prinzipien, zwei geistige Kategorien, innerhalb deren sich seit Urzeiten eine ganz bestimmte Denkungsweise bewegt: die der Harmonik.“[12]

Harmonik gehört zur Musik und bedeutet besonders in der pythagoreischen Definition eine Wissenschaft von Maß und Wert bzw. Zahl und Ton. Die Verbindung zwischen Musik und Mathematik, die Pythagoras entwickelt hat, ist seither fester Besitz griechischen Geistes geblieben.

> “Als mythologische Person erscheint HARMONIA bei HESIOD (um 700 v. Chr.). Nach der BÖOTISCHEN Sage gilt HARMONIA als Tochter des Kriegsgottes ARES und der Schönheits- und Liebesgöttin APHRODITE und stellt so bildhaft die Vereinigung zweier Gegensätze dar.” [14]

Harmonia heiratet den Herrscher Thebens namens Kadmos (= Kosmos): Die Verbindung von Harmonie und Kosmos zu einem umfassenden Weltbild wird bei den Pythagoreern zu einem wichtigen Bestandteil ihres Weltbildes, indem sie die Harmonie nicht nur als eine wertvolle, schöne und nützliche, sondern auch als eine objektiv begründete Eigenschaft betrachten. Sie verstanden Harmonie als regelmäßige Anordnung vieler Dinge und Teile.[15] Dies führte zu der Auffassung, dass die Ordnung der Welt alleine in Zahlen und Proportionen erfahrbar wird.[16] Aus diesem Verständnis kann man den Harmoniebegriff als mathematische Regelmäßigkeit fassen. Der griechische Philosoph Aristoteles (384-322 v. Chr.) berichtet in seiner Metaphysik, dass die Pythagoreer glaubten,

> „die Prinzipien der Mathematik seien auch die Prinzipien allen Seins. Und da nun in allen übrigen Beziehungen die ganze Natur durch Zahlen nachgebildet zu sein schien, die Zahlen aber die erste Sache der ganzen Natur waren, nahmen sie an, die Elemente

[12] Kayser 1976, 10.
[13] Vgl. ebda., 10-11.
[14] Hüschen, zit. n. Naredi-Rainer 1982, 12.
[15] Vgl. ebda., 12-13.
[16] NikomachosIA, zit. n. Koehler 1990, 7.

der Zahlen seien die Elemente aller Dinge, und der ganze Himmel sei Harmonie und Zahl.“[17]

Paul von Naredi-Rainer schreibt in seinem Buch „Architektur und Harmonie“, dass die Entdeckung der wechselseitigen Entsprechung von Tönen und Zahlen entscheidend für den Ausbau der pythagoreischen Zahlenlehre war.

„Schwingende Saiten erklingen in musikalischen Intervallen, wenn ihre Längen zueinander in einfachen Zahlenverhältnissen stehen. [...] So besteht eine innere Verwandtschaft der Musik mit dem Urgrund der Welt, drückt sich in der musikalischen Harmonie die metaphysische Ordnung aus.”[18]

Es gibt sehr viele pythagoreische Fragmente, welche man immer nur oberflächlich mit dem allgemeinen Harmonie- und Zahlbegriff gedeutet hat. Für den Harmoniker bedeutet, dass Ton und Zahl, auch Tonzahl[19] genannt, in Ewigkeit als Basis des ganzen Pythagoreismus gilt. Das alles kann man direkt aus der „Tabula Pythagorica“[20] , siehe Diagramm (Abb. 4), herauslesen. Die waagrechten Dur- und senkrechten Mollreihen durchkreuzen sich, die Töne und ihre akkordische Bedeutung sind durchgemischt und entgegengesetzt und dann wieder vereinigt. Ein anderes Fragment im Pythagoreismus aus der Tonzahltechnik lautet:

„Die Harmonie ist buntgemischter Dinge Einigung und verschieden gestimmter Zusammenstimmung. Sie ist ganz aus Entgegengesetztem entstanden.“[21]

[17] Aristoteles, Metaphysik A5, 985 b 23; In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, dass das griechische Wort für ‚Zahl‘, auf die gleiche Sprachwurzel zurückgeht; vgl. Burkert 1962, 37; Schmitz 1971, 1452, zit. n. Naredi-Rainer 1982, 13.
[18] Naredi-Rainer 1982, 13.
[19] „Eine Ton-zahl ist nun nichts anderes als eben die Notierung der Wellenlängen- oder Schwingungszahl mit dem von ihnen verursachten Ton zusammen.“ Kayser 1976, 148.
[20] Tabula Pythagorica ist das sogenannte Einmaleins, eine Erfindung gewöhnlich bei Pythagoras, vgl. Mathematisches Wörterbuch oder Erklärung der Begriffe, Lehrsätze, Aufgaben und Methoden der Mathematik mit den nöthigen [!] Beweisen und literarischen Nachrichten begleitet in alphabetischer Ordnung: Die reine Mathematik. Erste Abtheilung. [!] Fünfter Theil [!] von T bis Z. Mit acht Kupfertafeln. Band 5 (Google eBook), online unter: https://books.google.at/books?id=qh1fAAAAcAAJ&pg=PA1&dq=Tabula+Pythagorica&hl=de&sa=X&ei=ws04VajZHY3iaqadgNgP&ved=0CDQQ6AEwAw#v=onepage&q=Tabula%20Pythagorica&f=false (Stand: 23.04.2015).
[21] Diels, zit. n. Kayser 1976, 27.

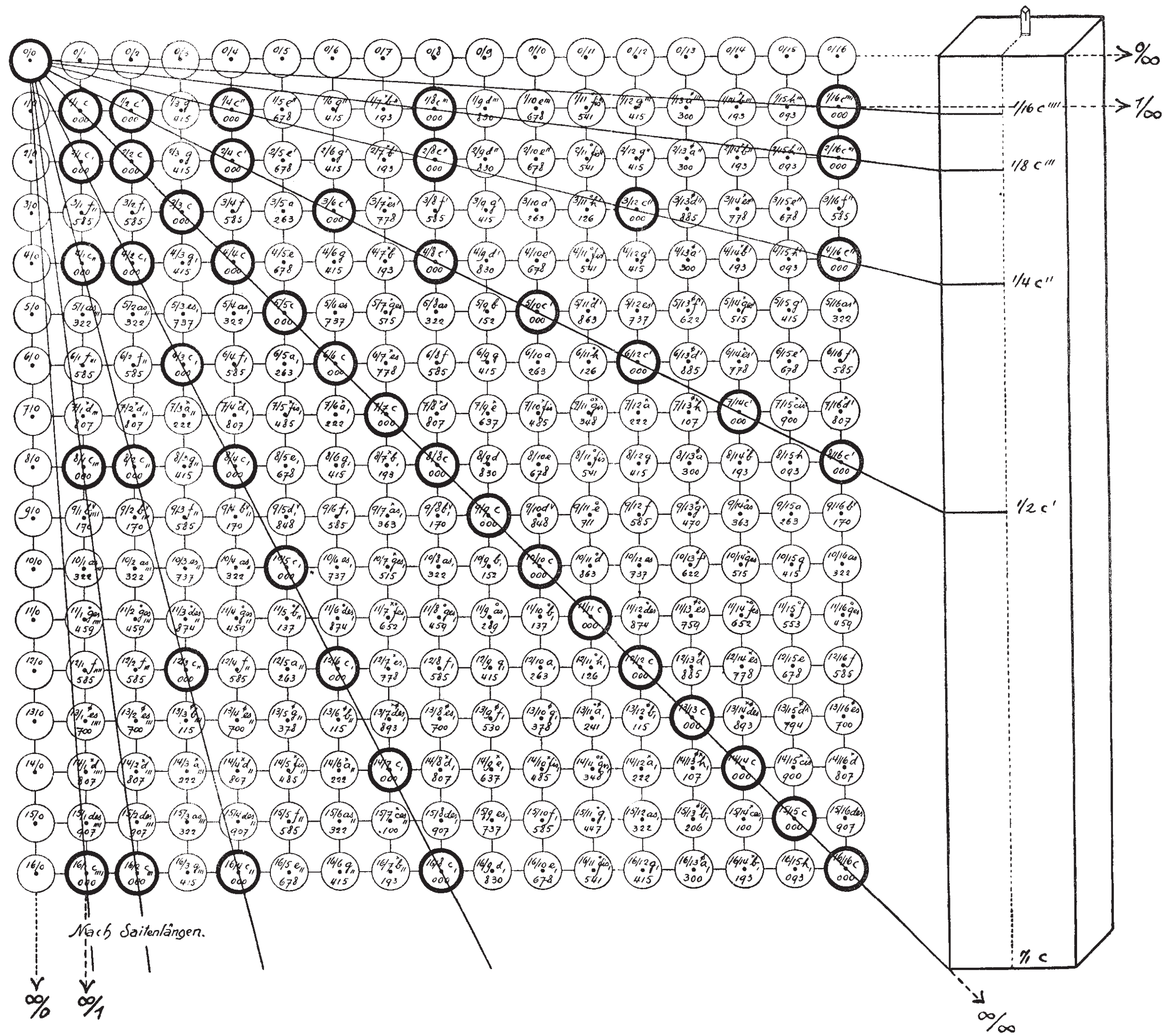


Abb. 4 Das harmonikale Grunddiagramm pythagoreischen Ursprungs

1.1.2 Das Ohr - physiologische Basis der Harmonik

Von größter Wichtigkeit als physiologische Basis der Harmonik ist das Ohr als Sinnesorgan. Der Physiologe E. v. Cyon, ein Zeitgenosse von Helmholtz, ist der Meinung, dass das Ohr als Organ des Raum- und Zeitsinnes das wichtigste aller unserer Sinnesorgane ist. In der harmonikalen Technik ist die Sensibilität des gesunden Ohres für Zeitunterschiede von entscheidender Bedeutung.

> "Die Sensibilität des Ohres hilft den Menschen die Genauigkeit von Intervallen, Oktav, Quint, Quart, Terzen, Ganztönen und auch der damit verbundenen Zahlenverhältnisse zu empfinden."[22]

Natürlich ist das Ohr nur ein Vermittler und gibt uns die Möglichkeit, diese Zahlenverhältnisse der Schwingungszahlen auf das Genaueste zu unterscheiden. Der deutsche Physiker Helmholtz befasste sich schon mit der Sensibilität des Ohres für die Zeitunterschiede und stellte Folgendes fest:

> "Das Ohr zeigt den übrigen Nervenapparaten gegenüber eine große Überlegenheit in dieser Beziehung, es ist in eminentem Maße das Ohr für kleine Zeitunterschiede und wurde als solches von den Astronomen längst benützt. Es ist bekannt, daß, wenn zwei Pendel nebeneinander schlagen, durch das Ohr bis auf ungefähr 1/200 Sekunde unterschieden werden kann, ob ihre Schläge zusammentreffen oder nicht. Das Auge würde schon bei 1/24 Sekunde (...) scheitern, wenn es entscheiden sollte, ob zwei Lichtblitze zusammentreffen oder nicht."[23]

Die Helmholtzsche Aussage, dass die Menschen innerhalb einer Oktave Hunderte von Tönen und Tonverhältnisse als bestimmte psychische Formen mit Leichtigkeit unterscheiden können, kann durch Versuche am Monochord, wo innerhalb einer Oktave diese Vielzahl an Tönen erzeugt werden kann, überprüft werden. (Abb. 4)

Der deutsche Musiktheoretiker Hans Kayser stellte fest, dass das Ohr zum Auge in einem engen Verhältnis steht. Die Funktion dieser beiden Sinne steht in einer exakten „Reziprozität"[24], in der ein wechselseitiges „Bezogen-Sein dieser Organe"[25] stattfindet. Aufgrund des materiellen und haptischen Befundes zeigte Kayser in seinem Experiment, dass das menschliche Auge von notierten Oktave-Tönen, die in ungleichförmigen Distanzen stehen, eine Perspektive dieser

[22] Kayser 1976, 52.
[23] Ebda., 53.
[24] Auge und Ohr stehen also funktionell in einer wechselseitigen Reziprozität. Reziprozität heißt aber beiderseitige Ergänzung, so, wie 3/4 und 4/3 reziprok sind und multipliziert sich zu 1 ergänzen. Siehe auch Kayser 1976, 55.
[25] Ebda., 54.

Notenfolge bzw. eine perspektivische geometrische Reihe wahrnehmen kann. (Abb. 5)

1 2 . 4 . . . 8 16
c c’ c’’ c’’’ c’’’’

Abb. 5 Eine geometrische Reihe, die das Auge wahrnimmt, ist perspektivisch

Das menschliche Ohr aber dagegen nimmt die verschiedenen Oktaven als gleichförmige Intervalle wahr. Dem entsprechen auch die Abstände der Oktaven auf jeder Klaviertastatur[26] (Abb. 6)

1	2	4	8	16
c	c’	c’’	c’’’	c’’’’

Abb. 6 Der akustische gehörte Tonwert ist jedoch äquidistant.

> “Die haptisch-meßbare Seite des Tonphänomens, die Tonzahl, ist perspektivisch, der akustische gehörte Tonwert jedoch äquidistant, d. h. gleich-abständig, [...]”[27]

Natürlich ist es bekannt, dass der Mensch perspektivisch sehen kann. Je gerader und exakter die Gegenstände in gleichen Abständen stehen, desto perspektivischer sehen wir sie, z. B. Eisenbahnschienen, Telegraphenstangen, Baumalleen usw. Bei Kayser liest sich das folgendermaßen:

> “[...] die haptische meßbare Seite des optischen Phänomens, das, was wir sehen, ist hier gleichförmig, äquidistant, der optische Eindruck dagegen, das, wie wir es sehen, ist perspektivisch.”[28]

Kayser ist der Meinung, dass unsere Seele beide Sinnesempfindungen gegenseitig ergänzen muss. Auge und Ohr strahlen von einem bestimmten Punkt aus und es lässt sich zeigen, “[...] daß Sehen und Hören reziprok sind, daß Auge und Ohr wie die reziproken Zahlen im Multiplikationsakt (zum Beispiel 3/2 •2/3 = 1) sich ihrer gemeinsamen Sinnbedeutung nach immer zu einer Einheit integrieren.”[29] Nach Kayser sind also “die Formen, die das Auge sieht, zu denjenigen, die das Ohr hört, via Tonzahl in Beziehung zu setzen und umgekehrt.”[30]

[26] Vgl. Kayser 1976, 55.
[27] Ebda., 55.
[28] Ebda., 55
[29] Kayser 1958, 13
[30] Ebda., 13.

1.1.3 Die musikalischen Intervalle des Pythagoras

Wir kennen die Harmonik, deren Zentrum als Wertform der Proportionierung und sehen in den Proportionen der Tonzahlen den Prototyp für die harmonikalen Analysen. Die Zahlen der ursprünglichen Tetraktys 1, 2, 3 und 4 spielen für die Intervalllehre eine wesentliche Rolle. Sie sind für die Kombination der Grundkonsonanzen zuständig. Die Klänge hängen von der Länge der schwingenden Saiten ab, indem sie in einfachen Zahlenverhältnissen stehen.

> „Bringt man zwei Saiten unter sonst gleichen Bedingungen zum Schwingen, von denen die eine halb so lang ist wie die andere, dann ist der Ton der kürzeren Saite um eine Oktave (Diapason) höher als der der längeren. Wenn die Saitenlängen im Verhältnis zwei zu drei stehen, dann ist das Tonintervall eine Quinte (Diapente), und bei einem Verhältnis drei zu vier eine Quarte (Diatesseron).“[31]

Die Intervalllehre des Pythagoras beinhaltet[32]:

drei Grundkonsonanzen:
- 2:1 (Oktave)
- 3:2 (Quinte)
- 4:3 (Quarte)

weitere konsonante Intervalle:
- 3:1 (Oktave+Quarte)
- 4:1 (Doppeloktave)

Die Schmiedelegende des Pythagoras wurde zur Grundlage für die Beziehung zwischen Ton und Zahl.

> „[...] in einer Schmiede sollen beim Schlagen auf einen Amboß vier Hämmer mit den Gewichten 12, 9, 8 und 6 die reinen Intervalle der Oktave (12:6 = 2:1), Quinte (12:9 oder 9:6 = 3:2) und Quarte (12:9 oder 8:6 = 4:3) sowie den Ganzton (9:8) erzeugt haben.“[33]

Für seine Untersuchungen der Tonintervalle verwendet Pythagoras das Monochord (griech. Einsaiter), welches ein Messinstrument ist. (Abb. 7) Es ist eine längliche Box aus Holz, die als Resonanzkörper dient. Darauf sind der Länge nach mehrere, auf den gleichen Ton gestimmte Saiten gespannt. Der Steg unter der Saite ist verschiebbar, wodurch diese nach einem bestimmten Verhältnis geteilt werden kann. So kann man unterschiedliche Töne erzeugen.

[31] Wittkower 1990, 84.
[32] Boethius, zit. n. Koehler 1990, 8.
[33] Boethius, zit. n. ebda., 8-9.

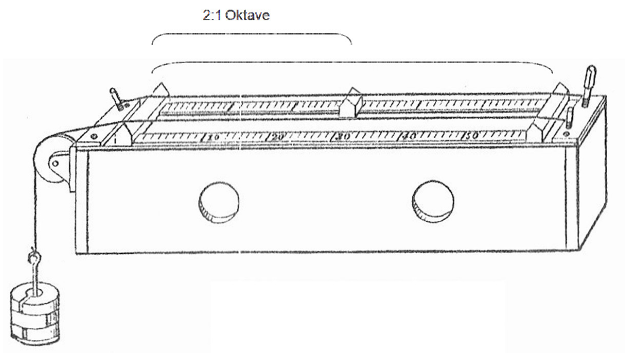
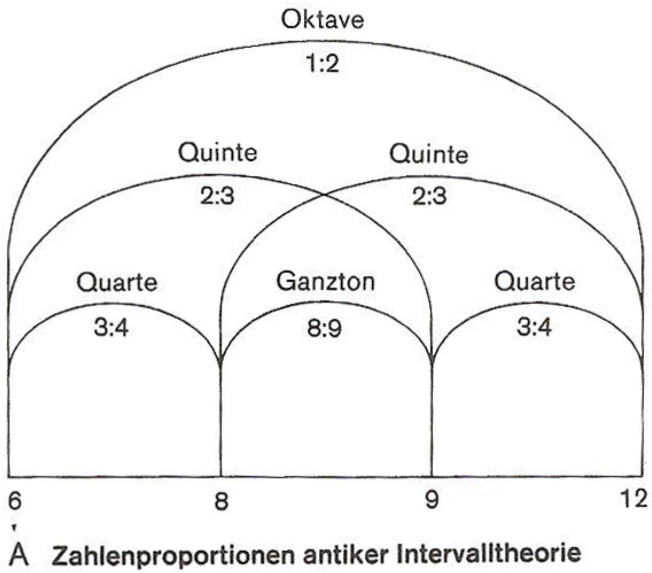


Abb. 7 Monochord im Zahlenverhältnis



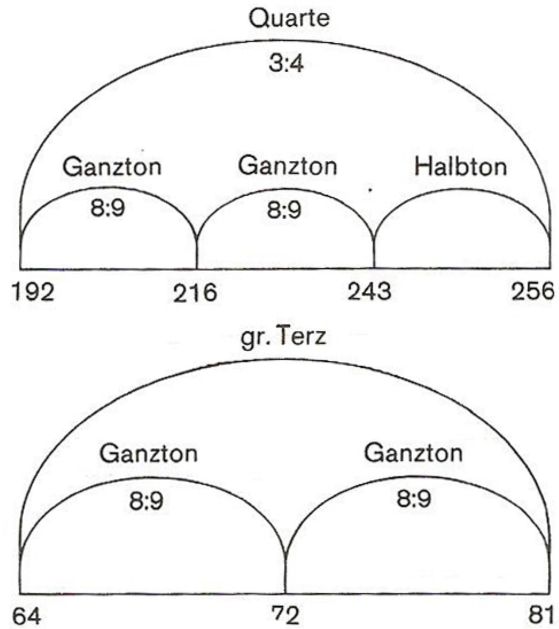


Abb. 8 Zahlenproportionen antiker Intervall-theorie

1.1.4 Die Weltseele des Platon: Die Lambda Tetraktys

Platon (427-347 v. Chr.) und Aristoteles (384-322 v. Chr.) erheben Harmonie zu einem Universalbegriff. Luise Nerlich schreibt in ihrer Dissertation:
„Platon ist der Auffassung, dass der Mensch nicht nur allein durch seine Intuition in der Lage sei, richtige Kunstwerke zu schaffen, sondern dass nur durch das Benutzen von Maßen und Zahlen Kunstwerke geschaffen werden können, die Ausdruck des Schönen sind.“[34]

Im platonischen Dialog „Timaios“[35] beschreibt Platon die Schöpfung der Weltseele, die Gott nach den Idealzahlen bildete. Diese Idealzahlen der berühmten „Timaios-Tonleiter“[36] entsprechen den musikalischen Konsonanzen und bilden eine absolute Harmonie.[37]

> „Die Harmonie der Weltseele findet nach Platon ihr Abbild in der menschlichen Einzelseele. Daß der Mensch mit Sinn für Ordnung, Maß, Proportion und Harmonie ausgestattet ist, sei ein Kennzeichen seiner Verwandtschaft mit den Göttern. Das Wesen des Schönen und Guten sei im (richtigen) Maß und in der Symmetrie (dem angemessenen Verhältnis) enthalten. Maßloses ist häßlich.“[38]

Die Weltseele wird jedoch als eine metaphorische „constructio“ dargestellt, die durch die Anwendung mathematischer Prinzipien entstanden ist. Die Ähnlichkeit zwischen der Weltseele und der ursprünglichen Tetraktys besteht darin, dass beide sich durch Entfaltung aus der Eins ergeben.[39]

34 Nerlich 2011, 39.
35 „Platon: Werke in acht Bänden“, zit. n. Koehler 1990, 11.
36 Platon, zit. n. ebda., 11.
37 Vgl. Naredi-Rainer 1982, 14.
38 Platon “Sophistes”, zit. n. Naredi-Rainer 1982, 15.
39 Vgl. Koehler 1990, 11.

1.1.5 Lambda-Zahlenlehre des Platon

Platon erweitert die Zahlen der ursprünglichen Tetraktys derart, dass von der Position Eins insgesamt zwei Zahlreihen ausgehen, deren eine auf fortschreitender Verdopplung, die andere aber auf fortschreitender Verdreifachung beruht.[40] Im Gefolge der Pythagoreer erklärt Platon in seinem „Timaios“, dass die Ordnung und Harmonie des Alls in gewissen Zahlen enthalten sei. Er fand diese Harmonie in den Quadraten und Kuben der Einheit und gelangte zu den beiden geometrischen Reihen 1, 2, 4, 8 und 1, 3, 9, 27. Traditionell in der Form eines Lambda Λ[41] dargestellt, wird die Harmonie des Weltalls in den sieben Zahlen 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27 ausgedrückt.[42]

1
2 3
4 9
8 27

Abb. 9 Lambda - geometrische Reihe nach Platon

> “Die vorletzten Glieder dieser geometrischen Folgen stellen die Quadrate (= Flächenzahlen $2^2 = 4$; $3^2 = 9$), die letzten die Kuben (= Körperzahlen $2^3 = 8$; $3^3 = 27$) der aus der Eins hervorgehenden Anfangsglieder 2 und 3 dar. Zugleich demonstriert diese Figur die den Griechen wesentliche Unterscheidung in ungerade und gerade Zahlen, die alle ihren Ursprung und Anfang in der (nicht als Zahl geltenden) Eins als höchstem Seinsprinzip haben. Das Ungerade bedeutet nach pythagoreischer Lehre Grenze als positives Prinzip, das Gerade dagegen das Unbegrenzte.”[43]

Dieser Regel entspricht auch die Polarität von männlichem und weiblichem Prinzip. Daher wird bestätigt, dass die Verhältnisse zwischen diesen Zahlen nicht nur alle musikalischen Intervalle umfassen, sondern auch die für menschliche Ohren nicht hörbare Musik der himmlischen Sphären und den Bau der menschlichen Seelen.

40 Vgl. Naredi-Rainer 1982, 37.
41 Lambda Λ (auch Lamda, Lanta oder Labda, griechisches Neutrum Λάμδα; Majuskel Λ, Minuskel λ) ist der elfte Buchstabe des griechischen Alphabets und hat nach dem milesischen Prinzip einen numerischen Wert von 30.
42 Vgl. Wittkower 1990, 85.
43 Burkert 1962, 30; id. 413 verweist darauf, daß die griechische Benennung der geraden Zahl als wohlgefügt und der ungeraden als überschüssig der pythagoräischen Zahlenspekulation zuwiderläuft und erklärt diese Diskrepanz aus den Aufgaben des Alltags, für die die Benennungen in erster Linie verständlich zu sein hatten. Zit. n. Naredi-Rainer 1982, 37.

Der italienische Architekt Francesco di Giorgio (1439 - 1501), welcher auch Architekturtheoretiker war, schrieb in seiner “Harmonia mundi”:

> “[...] Nach den Schriften des Pythagoras glaubte man, dass nach diesen Zahlen und Maßverhältnissen der Aufbau der Seele und der ganzen Welt geordnet ist und vervollkommnet sei. Und aus den ungeraden Zahlen, welche das männliche Prinzip sind, und aus den geraden Zahlen, welche das weibliche Prinzip sind - aus diesen Kräften in ihrem Zusammenwirken sei alles erzeugt. Aber in dem Kubus [...] wurde das Werk vollendet. Denn über die dritte Dimension in Länge, Breite und Tiefe kann niemand hinausgehen, und auch alle Kraft des Schaffens und Ruhens ist in diesen Zahlen und Proportionen enthalten, und alle Konsonanzen sind in ihnen versammelt.”[44]

So erklärt sich, warum Maßverhältnisse im Raum und im Klange für ihn ein und dasselbe sind.

1.2 Pythagoreisch-platonische Zahlenlehre im Mittelalter

Grundsätzlich besteht die Intervalllehre des Pythagoras zunächst aus einem Verhältnis zweier Größen, bei denen die Proportion auch eine große Rolle spielt. Die Bedeutung der zur Bezeichnung der Intervalle benutzten Zahlen bestimmt die Unterteilung der Intervalle in Konsonanzen und Dissonanzen (siehe auch im Kapitel 1.1.3). Die Glieder der Tetraktys bilden Proportionen (2:1, 3:2, 4:3, 3:1, 4:1 und 9:8), von denen zwei den insgesamt sechs Klassen von Zahlenverhältnissen angehören.[45]

Durch bedeutende Arithmetiker wie Nikomachos im ersten Jahrhundert n. Chr. und Augustinus im vierten Jahrhundert n. Chr. wurde die pythagoreische Schule weiter tradiert und bis ins Mittelalter überliefert.

[44] Wittkower 1990, 85.
[45] Vgl. Koehler 1990, 18-25.

Es sind vor allem drei wichtige Vertreter mit der Tradierung der pythagoreisch-platonischen Zahlen- und Musiklehre in Verbindung zu setzen, u. zw. Augustinus, Chalcidius und Macrobius. Im frühen Mittelalter betrieb Augustinus eine Zahlenexegese - also die christliche Wissenschaft, die Bibel, die grundsätzlich auf der Tetraktys basiert, zahlenhaft auszulegen. Er fand, dass die Zahl Vier die wichtigste ordnende Rolle in der Rhythmiklehre der "ars musica" ist, welche damit den Ursprung der kirchentonartlichen Rhythmik darstellte.

Im Mittelalter hatten Gelehrte wie Boethius eine wichtige Aufgabe bezüglich der Pflege der antiken Lehren und Theorien, die sie sorgfältig in Klöstern zu dokumentieren und aufzubewahren hatten. Seine Bücher über Arithmetik und Musik nach den pythagoreisch-platonischen Ideen bildeten die Grundlagen der Musiktheorie.[46]

Der Gebrauch der pythagoreisch-platonischen Zahlenlehre

> „zur Proportionierung von Discantpartien, Clauseln, Motetten und Liedsätzen ist ein zentrales Anliegen mittelalterlicher Komponisten gewesen, da den Kompositionen nicht nur ein durch Zahlen entstandener Ordnungszusammenhang, sondern vielmehr eine harmonische Gestaltung verliehen wurde."[47]

Die Auseinandersetzung mit dem Vorkommen der Tetraktyszahlen in der bildenden Kunst wurde schon in der mittelalterlichen Architektur auf Bauwerke angewendet:

> „Hans Roggenkamps Untersuchung zu den Zahlengesetzmäßigkeiten der Kirche St. Michael in Hildesheim und Otto von Simons "The Gothic Cathedral" haben die Hypothese dokumentiert, daß die der Tetraktys eigenen Zahlen zur Proportionierung gerade deswegen angewandt wurden, weil sie die ‚harmonische' Gestaltung nicht nur der Teile zueinander, sondern auch der Teile zum ganzen Bau sicherten".[48]

Es ist bereits sichtbar, dass Architektur und Musik eine engere Verwandtschaft haben und dies auch gemeinsam über die Grundlagen der pythagoreisch-platonischen Zahlenproportionen zum Ausdruck bringen. Daher beschäftigen sich viele Baumeister mit Musiktheorie, um daraus Leitlinien für den Entwurf ihrer Bauwerke zu finden.

[46] Vgl. Koehler 1990, 26-29.
[47] Ebda., 241.
[48] Ebda., 61-62

1.2.1 Vitruv und seine Schönheitslehre

Architektur ist die höchste Stufe der Kunst. Die wesentliche Aufgabe eines Architekten ist es, dass er sich sein Wissen aus der Ausübung (fabrica) und der Theorie (ratiocinatio) aneignet. Vitruv vertritt in seinem Werk „Vitruvii de architectura libri decem" die Meinung, dass gute Architekten in ihrer Ausbildung beide Disziplinen erlernen sollten, um damit die Möglichkeit zu haben, interdisziplinär alle Gattungen der Kunst beurteilen zu können. Architekten sollten eine umfassende Ausbildung in den unterschiedlichen Fachgebieten, wie Zeichnen, Geometrie, Optik, Arithmetik, Geschichte, Philosophie, Musik, Medizin, Rechtsgelehrsamkeit und Astronomie haben.

Die Betrachtung des Schönen sollte zunehmend an Bedeutung gewinnen. In der klassischen Zeit wird über die Vernunft bestimmt, was harmonisch oder disharmonisch ist, was eben dem Schönheitsideal entspricht. Im Hellenismus dagegen werden zunehmend auch die Sinne eingesetzt, um zu bestimmen, was schön ist. Während das auf Symmetrie und Maß beruhende Universal-Schöne in der Antike nie gänzlich verlorenging, beginnt nun im Hellenismus das Motiv der Eurhythmie.[49] So ist für Aristoteles nicht die Symmetrie entscheidend für das Schöne in der Architektur, sondern eben die Eurhythmie, womit die Betrachtung des Schönen wesentlich von einer subjektiven Größe beeinflusst wird.

Der römische Architekt Vitruv (1. Jh. v. Chr.) ist der einzige Architekt aus dem Altertum, der die Schönheitslehre für die Baukunst überliefert hat. Er meint, dass die Eurhythmie Vorrang vor der Symmetrie hat.[50] Die Musik hat einen engeren Bezug zur Harmonie der Proportionen, indem sie Symmetrie und Eurhythmie, anmutiges Aussehen und sinnvolles Gefüge eines Gebäudes ausdrücken kann.[51]

[49] „Das Wort Eurhythmie entstand im 5. Jh. v. Chr. und leitet sich von Rhythmos her, was so viel wie geregelte Bewegung, Tanztakt, Tanzfigur bedeutete. In vorhellenistischer Zeit wurde dieser Begriff auf die bildende Kunst überhaupt nicht angewandt. Erst später entsteht ein Zusammenhang zwischen der Vorstellung einer geregelten Bewegung und einer anmutigen Erscheinung. Als ‚Anmut' bezeichnet auch Schiller die bewegliche Schönheit (in Anmut und Würde)"; zum Begriff „Eurhythmie" siehe Schlikker 1940, 72 ff.; ferner Gerkan 1941; zit. n. Naredi-Rainer 1982, 16.

[50] Vgl. Naredi-Rainer 1982, 16.

[51] Vgl. Nerlich 2011, 41.

> „Eurhythmia ist das anmutige Aussehen und der in der Zusammensetzung der Glieder symmetrische Anblick. Sie wird erzielt, wenn die Glieder des Bauwerks in zusammenstimmendem Verhältnis von Höhe zur Breite und von Breite zur Länge stehen, überhaupt alle Teile der ihnen zukommenden Symmetrie entsprechen.“[52]

Der Begriff der Symmetrie steht für Maßverhältnis und beinhaltet mit einer weiteren Überlegung Vitruvs einen Zusammenhang mit der Dimensionierung von Säulen und Säulenstellungen. Die Eurhythmie modifiziert laut Vitruv die Verhältnisgebung und bezeichnet die wirkungsvolle Proportion im Hinblick auf den Betrachter.[53]

Die auf kosmischen Prinzipien beruhende Gesetzmäßigkeit entwickelte sich im Laufe der Zeit zu einem starren System von Proportionsregeln, mit dem die Erzeugung der architektonischen Schönheit zusammenwirken soll. Diese Regeln beruhen auf Vitruvs Säulenordnung, die schon seit dem 16. Jh. regelmäßig verwendet wird und gleichzeitig Vitruvs Begriff „ordinatio“[54] in der gesamten proportionalen Gestaltung eines Bauwerkes bezeichnet.

> „Sie [die Säulenordnungen] werden einerseits von der Natur, vor allem dem menschlichen Körper abgeleitet und nach Vitruv in Analogie zu dessen Proportionen gesetzt; anderseits liefern antike Gebäude die Vorbilder, und schließlich wird auf die Säulenordnungen und ihre Proportionierung auch das Gesetz musikalischer und anderer Zahlenverhältnisse angewandt.“[55]

Vitruv fordert den Architekten deshalb auf, sich mit der Disziplin Musik auseinander zu setzen, weil Musik auch zum Teil den geometrischen Grundbegriffen nahe steht. Im ersten Buch schreibt Vitruv:

> „Musik aber muß er wissen, um das kanonische und mathematische Verhältnis, desgleichen die gehörige Beziehung [...] der Balisten, Katapulten und Skorpionen zu verstehen.“[56]

Vitruv ist der Meinung, um das mathematische Tonzahlverhältnis in architektonische Elemente umzusetzen, soll der Architekt die Musik studieren. Auch bei der Anordnung von Schallgefäßen, welche eine große Auswirkung für die Raumakustik hat, soll man

[52] Vitruvii de architectura libri decem 1/2, 3 (1964, 39), zit. n. Naredi-Rainer 1982, 16.
[53] Vgl. Naredi-Rainer 1982, 17
[54] Vitruv I, vgl. Naredi-Rainer 1982, 26.
[55] Vitruv IV, zit. n. ebda., 26.
[56] Vitruv 1796/1987, zit. n. Nerlich 2011, 41.

Kenntnis über die musikalische Gesetzmäßigkeit haben. Vitruv schreibt dazu Folgendes:

> „Auch die ehernen Vasen, in den Theatern, welche die Griechen [...] Schallgefäße nennen, und welche in Zellen unter den Stufen nach mathematischen Verhältnissen gestellt werden, werden nach Verschiedenheit der Töne, der Consonanz – Griechisch Symphonie - gemäß geordnet; in dem der Umfang in Diatessaron - Quarte - und Diapente - Quinte – und Diapason - Octave – eingetheilt [!] wird, damit die auf der Bühne erschallende Stimme, indem sie sich rings umher verbreitet und die zusammen stimmenden Gefäße berührt, verstärkt, heller und angenehmer zu den Ohren der Zuschauer gelange."[57]

1.2.2 Proportion als architektonisches Mittel

Nach Anschauung der Künstler der Renaissance waren musikalische Konsonanzen die dem Ohr vernehmbare Harmonie des Alls, welche die beherrschende Kraft in allen Künsten darstellte. Diese Theorie ist bis heute noch immer tief in der Kunstpraxis verwurzelt. Maler, Bildhauer oder Architekten versuchten bewusst die Anwendung eines Proportionensystems zu implementieren und exakte Zahlenverhältnisse zu bestimmen, welche sich durch deren ganzes Werk, sich ständig wiederholend, durchzogen. Proportion beruht auf anerkannten mathematischen Regeln. Andrea Palladio (1508-1580) war der bedeutendste Architekt in der Renaissance. Seine Vorbilder waren die Baumeister der römischen Antike. Das Ziel seiner Architektur war, neben ästhetischen Prinzipien von Proportion und Ausgewogenheit auch auf die Anforderungen der Baufunktion Rücksicht zu nehmen. In seinem Buch „Quattro libri dell' Architettura" verwendete er harmonische Maßverhältnisse, nahm aber nie darauf Bezug. Die von ihm entworfenen Gebäude beruhen auf seinem berühmten System der Ordnungen „con bella proportione". Er wendete zuerst sein Zahlensystem auf den zweidimensionalen Grundriss an, um schließlich über die Höhe der Räume in die dritte Dimension zu gelangen.[58]

[57] Vitruv 1796/1987, zit. n. Nerlich 2011, 42.
[58] Vgl. Wittkower 1990, 87-88.

Seine sieben Raumformen in folgender Reihenfolge sind:[59]

kreisrund
quadratisch
Breite zur Länge wie Quadratseite zur Quadratdiagonale
ein Quadrat und ein Drittel, d. i. 3:4
ein Quadrat und ein Halbes, d. i. 2:3
ein Quadrat und zwei Drittel, d. i. 3:5
zwei Quadrate, d. i. 1:2

Alle oben genannten Verhältnisse bestehen aus rationalen ganzen Zahlen, ausgenommen dem Verhältnis der Diagonale des Quadrates zu seiner Seite, es ist $\sqrt{2}:1$. Dieser ist der einzige irrationale Wert, welcher jedoch bei den Proportionstheoretikern der Renaissance häufig eine Rolle spielte. Vitruvs System „Moduli”[60], das auf Verhältnissen von ganzen Zahlen aufgebaut ist, war sein direktes Vorbild. Man kann bei Vitruvs Tempelbauten feststellen, dass er an der griechischen Proportionslehre festhielt. Palladio, aber auch andere Renaissance-Architekten, verwendeten in der Praxis selten irrationale Proportionen. Palladio vertritt die Ansicht,

> „[...] in allen Bauwerken müssen die Teile zusammenstimmen und solche Maßverhältnisse haben, daß jedes einzelne Maß dazu dienen kann, das Ganze und gleichermaßen alle anderen Teile damit zu messen.“[61]

[59] Vgl. Wittkower 1990, 88.
[60] Der Begriff modulus erscheint mehrfach in Vitruvs de architectura. Der Begriff Modul (von lateinisch modulus „Maß“) bezeichnet ein Grundelement bzw. eine Grundeinheit, die bei einem Entwurf oder für die Fertigung festgelegt werden. Bei seiner Beschreibung eines Tempelentwurfs dorischer Ordnung legt Vitruv die Hälfte des unteren Säulendurchmessers als Modul fest. Unter: http://epub.uni-regensburg.de/9518/1/ubr04426_ocr.pdf (Stand: 29.04.2015).
[61] Wittkower 1990, 89.

1.2.3 Sebastiano Serlio und die Konstruktion einer Kirchentür

Sebastiano Serlio (1475-1554) zeichnete am Ende seines ersten Buches ein Beispiel für den kunstgerechten Entwurf einer Kirchentür. Dabei verwendete er die spätmittelalterliche Methode „ad quadratum“ als Beweis für die exakte Einhaltung seiner Zahlenlehre.

Das Mittelfeld einer Kirchenfassade besteht aus einem Quadrat. Serlio zog die Diagonalen AB und CD und konstruierte über der Grundlinie ein gleichschenkeliges Dreieck AEC. Die Schnittpunkte F und G aus den Diagonalen und den Schenkeln des Dreiecks bestimmen die Höhe und Weite der Tür. (Abb. 10)

Das geometrische Schema ergibt somit irrationale Teilmaße, erläutert Wittkower. Er meinte, der Punkt F z. B. teilt sowohl die $\sqrt{2}$ - Diagonale CD als auch die $\sqrt{5}$ - Linie des

Schenkels AE in ein und zwei Drittel und ergibt somit vier irrationale Längen. Es war Serlio wichtig, für seinen Entwurf zuerst ein bestimmtes Zahlenverhältnis auszuwählen und erst danach das geometrische Schema.

Die Tür ist ein Doppelquadrat, ihre lichte Weite und Höhe stehen zur Quadratseite im Verhältnis 1:3 und 2:3 - nach Pythagoras‘ Intervalllehre ergibt das Verhältnis 3:2 eine Quinte und 3:1 eine Oktave + Quarte. Der Türrahmen und die Höhe des Giebels verhalten sich zur lichten Weite der Öffnung wie 1:3 und 1:2. Das ist die eigentliche Grundlage von Serlios Entwurf, was ein kleines und einfaches Beispiel mit nur kleinen ganzen Zahlen nach Palladios Proportions- System zeigt.[62] (Abb. 10)

Des Weiteren ist der Kunsthistoriker Wittkower der Meinung, dass die mittelalterliche Geometrie hier nur eine Einkleidung sei, die das praktische Zeichnen von ganzzahligen Verhältnissen erleichtert.

Nun können wir feststellen, dass die Verhältnisse auf Grund der kleinen ganzen Zahlen der griechischen Tonleiter (1:2:3:4) keineswegs die einzigen sind, die sich in Palladios Bauentwürfen finden. Diese Verhältnisse in Bezug auf Musiktheorie zeigen uns nur den Weg zum Verständnis dieser Entwicklung.

Die Proportionstheorie wird im Laufe der Zeit immer weiter von anderen Theoretikern ergänzt oder durchsetzt. Als Erster protestierte Ludovico Fogliano von Modena in seiner Musica theorica von 1529 gegen die alleinige Geltung der pythagoreischen Konsonanzen. Er behauptete, dass es außer den fünf pythagoreischen Konsonanzen noch andere gibt.[63]

62 Vgl. Wittkower 1990, 103.
63 Vgl. ebda., 107.

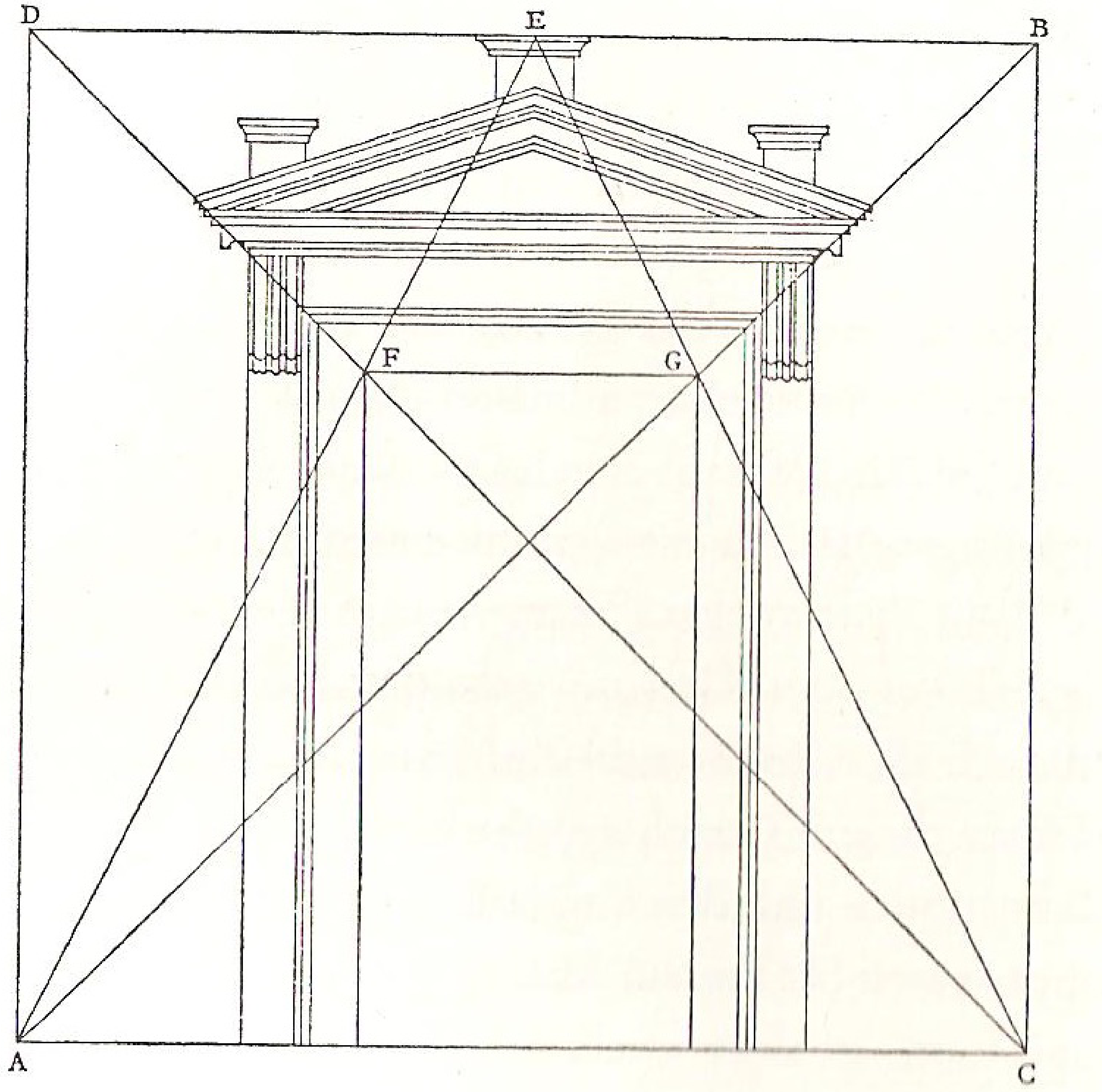


Abb. 10 Konstruktion einer Tür. Nach Serlio‘s Erstem Buch

Weitere Schwingungen und Teilungsverhältnisse sind:

Teilungsverhältnis	ertönt
1 : 2	eine Oktave
2 : 3	eine Quinte
3 : 4	eine Quarte
3 : 5	eine große Sexte
4 : 5	eine große Terz
5 : 6	eine kleine Terz
5 : 8	eine kleine Sexte

Grenze von konsonanten zu dissonanten Klängen

5 : 9	eine kleine Septime
8 : 9	eine große Sekunde
8 : 15	eine große Septime
15 : 16	eine kleine Sekunde
32 : 45	ein Tritonus

In der pythagoreischen Musiklehre galt die Terz als nicht konsonant, da die Intervalle 4:5 und 5:6 aus keiner der beiden Elemente gebildet werden können.[64]

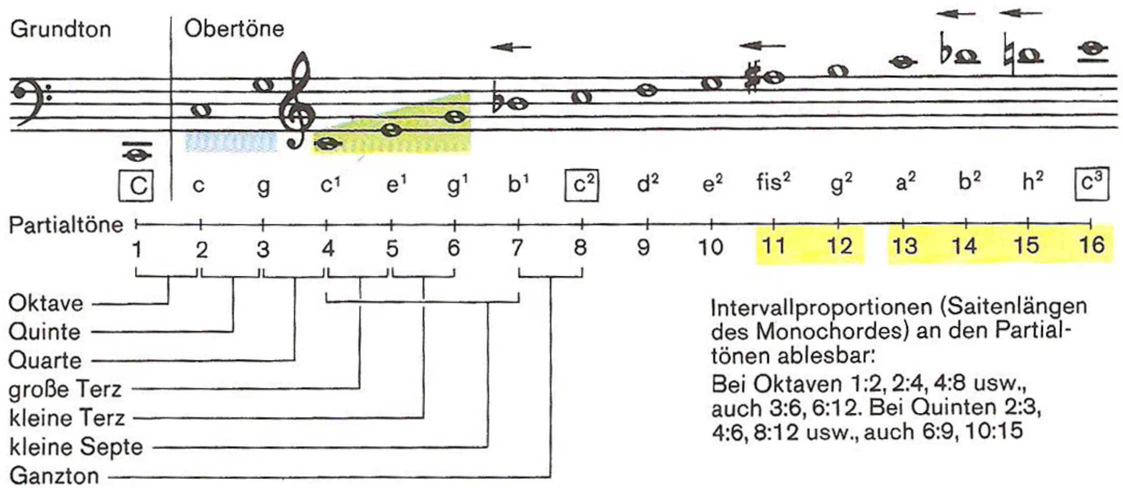


Abb. 11 Partial- und Obertonreihe

[64] Vgl. Dahlhaus 1985, 18-25.

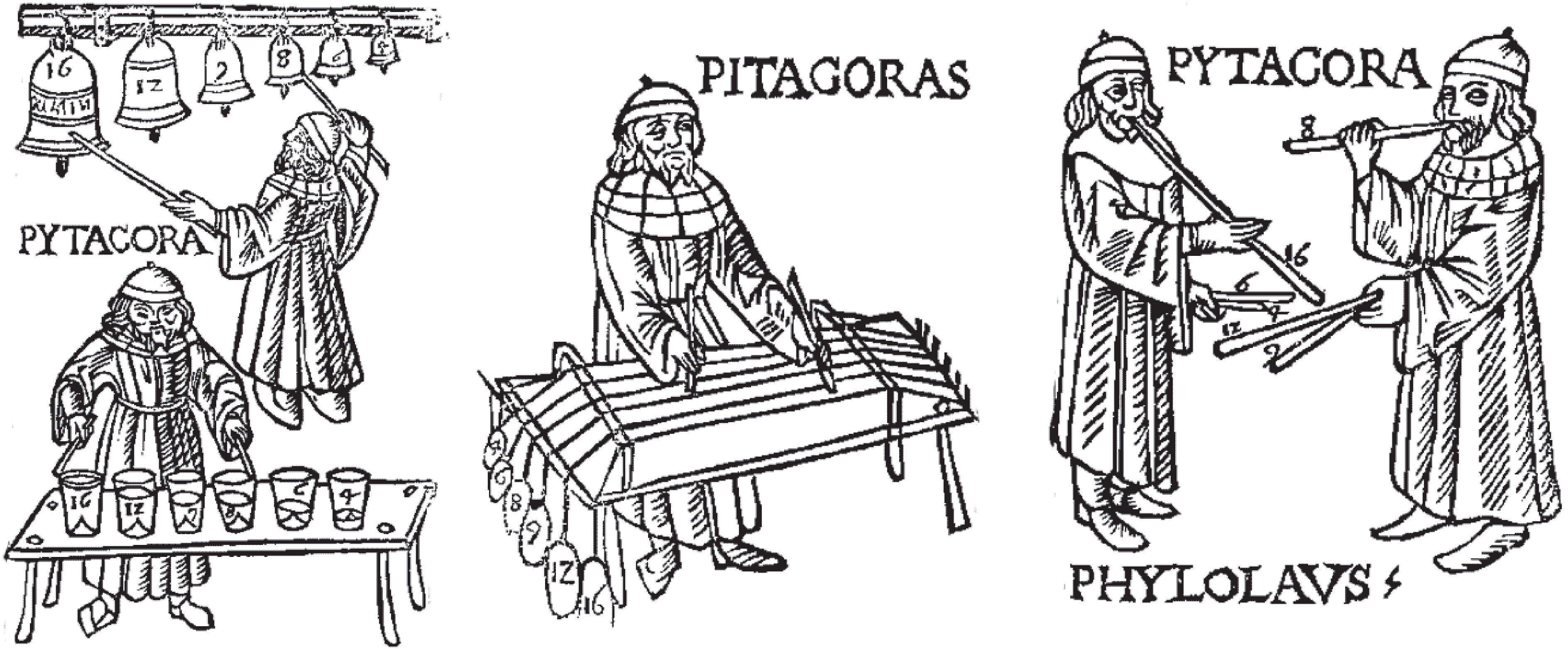


Abb. 12 Die 1492 in Theorica musicae des Franchinus Gaffurius erschienenen Holzschnitte zeigen Pythagoras mit Glocken in bestimmten Größen, unterschiedlich gefüllten Wassergläsern, gespannten Saiten und verschieden langen Flöten, um den Zusammenhang von Tonhöhen und (ganzen) Zahlen zu belegen

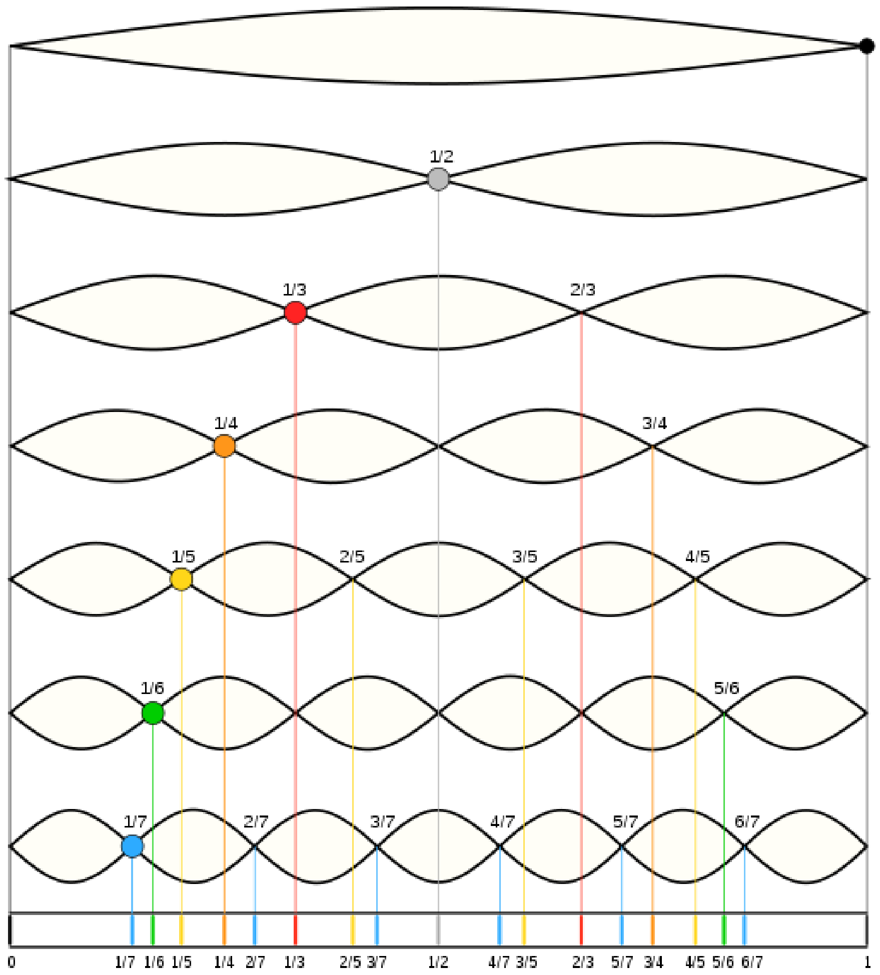


Abb. 13 Harmonische Teilschwingungen

Frequenz	1·f = 440 Hz	2·f = 880 Hz	3·f = 1320 Hz	4·f = 1760 Hz	5·f = 2200 Hz
Notenbezeichnung	a'	a''	e'''	a'''	cis''''
Ordnung	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5
	Grundfrequenz	1. Oberton	2. Oberton	3. Oberton	4. Oberton
	1. Teilton	2. Teilton	3. Teilton	4. Teilton	5. Teilton
	1. Harmonische	2. Harmonische	3. Harmonische	4. Harmonische	5. Harmonische

Abb. 14 Harmonische Reihe: Der Grundton ist die 1. Harmonische, eine Oktave darüber ist die 2. Harmonische, was der 1. Oberton ist.

1.3 Der Goldene Schnitt

Schon in der Antike war eine besondere geometrische Teilung einer Strecke bekannt, der "Goldene Schnitt", welcher die Menschen seither faszinierte. Das Interesse am Goldenen Schnitt ist damit zu begründen, weil mit seiner Hilfe eine Erklärung für den ästhetischen Eindruck bestimmter Raumformen oder zur Bestimmung der Schönheit gefunden wurde.[65] Die erste genaue Beschreibung des Goldenen Schnittes stammt von Euklid (365-300 v. Chr.).[66] Seitdem wurde er in vielen Bereichen der Geometrie, Architektur, Musik, Kunst sowie der Philosophie verwendet. "Der ‚Goldene Schnitt' ist ein Teilverhältnis, welches in verschiedenen geometrischen und arithmetischen Situationen erscheint."[67]

Die Definition des Goldenen Schnittes findet man im zweiten Buch "Element" des griechischen Mathematikers Euklid. Er erläutert in seinem Werk die Aufgabe, ob man eine gegebene Strecke möglichst so teilen kann, dass das Rechteck aus der ganzen Strecke und dem einen Abschnitt dem Quadrat über dem Teilabschnitt gleich ist.[68]
(d. h. a : b = b : c)

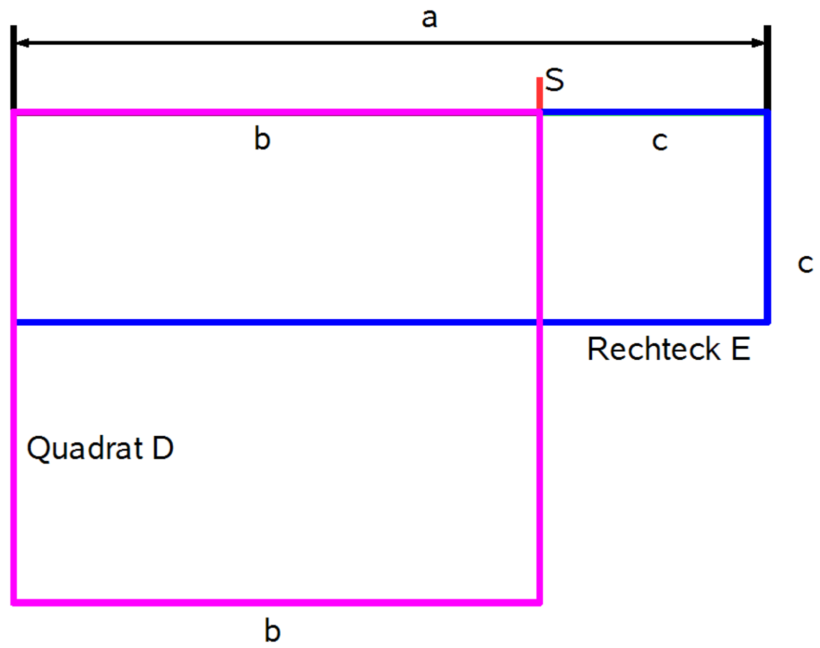


Abb. 15 Euklids Goldener Schnitt

[65] Vgl. Beutelspacher/Petri 1995, 12.
[66] Vgl. ebda., 15.
[67] Walser 1993, 9.
[68] Vgl. Beutelspacher/Petri 1995, 15.

Die Länge der Strecke AS wird mit M bezeichnet und Maior (lat. größer) genannt. Entsprechend heißt die kürzere Strecke m bzw. Minor (lat. kleiner). Mit diesen Bezeichnungen können wir den Goldenen Schnitt wie folgt beschreiben:
Sei AB eine Strecke der Länge a. Ein Punkt S von AB teilt diese Strecke im Goldenen Schnitt, dann gilt:

$$\frac{a}{M} = \frac{M}{m} \quad \Rightarrow \quad \frac{(M+m)}{M} = \frac{M}{m}$$

also genau dann, wenn = M^2.[69]

Rechnerisch ergibt das Verhältnis aus M/m die Phi = 1,618033988749..., benannt nach dem griechischen Bildhauer und Architekten "Phidias."[70] Der Wissenschaftler Albrecht Beutelspacher meint, dass "Elemente" das älteste mathematische Werk sei, in dem der Goldene Schnitt konstruiert wurde.

Ein weiteres Beispiel von Hans Walser zeigt, wie er aus den Punkten A und C und dem Punkt B, der AC im goldenen Schnitt teilt, ein gleichseitiges Dreieck, Quadrat, regelmäßiges Fünfeck und einen Kreis entwirft.[71]

[69] Vgl. Beutelspacher/Petri 1995, 15.
[70] Decker, Susanne, (28.05.2015): Der Goldene Schnitt, < http://www.planet-wissen.de>, in: <http://www.planet-wissen.de/alltag_gesundheit/lernen/mathematik/goldener_schnitt.jsp> (Stand: 25.06.2015).
[71] Vgl. Walser 1993, 9.

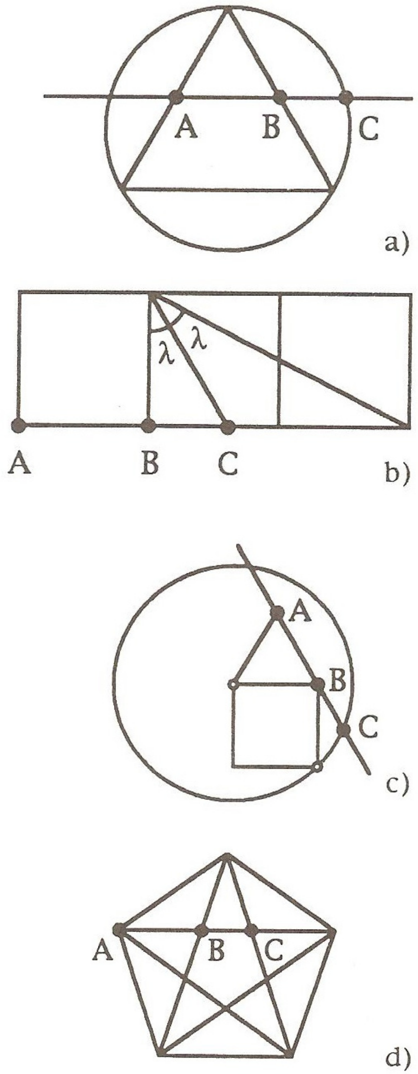


Abb. 16 Die drei Punkte A, B und C sind überall im selben Teilverhältnis

1.3.1 *Der menschliche Maßstab - vitruvianischer Mensch*

Der Ursprung des Maßbegriffes ist in den Werken griechischer Philosophen zu finden. Es etablierte sich die Vorstellung, dass der menschliche Maßstab die ideale Gleichsetzung von Gutem und Schönem sei. Nach platonischer Makro- und Mikrokosmos-Vorstellung sei die Gottebenbildlichkeit in der Wahrheit der menschlichen Gestalt dargestellt, die als höchste Prägung des kreatürlichen Schöpfungsgedankens als Bezugspunkt und Symbol galt.[72]

Auf das Vorbild des wohlgeformten Menschen, *homo bene figuratus*[73] hat Vitruv bei der Beschreibung des Tempels hingewiesen (siehe auch Abb.19):

> "[...] kein Tempel kann ohne Symmetrie und Proportion eine vernünftige Formgebung haben, wenn seine Glieder nicht in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen, wie die Glieder eines wohlgeformten Menschen."[74]

Da die menschliche Proportion als ästhetischer Ausdruck im Mittelalter bedeutend war, wurde dieser menschliche Maßstab auch in der Renaissance als rationale Grundlage der Schönheit für die Konstruktion angewendet. Die Figuren Kreis und Quadrat erfassen nach Vitruv auch die menschliche Gestalt:

> "Liegt nämlich ein Mensch mit gespreizten Armen und Beinen auf dem Rücken, und setzt man die Zirkelspitze an der Stelle des Nabels ein und schlägt einen Kreis, dann werden von dem Kreis die Fingerspitzen beider Hände und die Zehenspitzen berührt. Ebenso wie sich am Körper ein Kreis ergibt, wird sich auch die Figur des Quadrates an ihm finden. Wenn man nämlich von den Fußsohlen bis zum Scheitel Maß nimmt und wendet dieses Maß auf die ausgestreckten Hände an, so wird sich die gleiche Breite und Höhe ergeben, wie bei Flächen, die nach dem Winkelmaß quadratisch angelegt sind."[75]

[72] Vgl. Naredi-Rainer 1982, 83.
[73] Als vitruvianischer Mensch (lat. homo vitruvianus, auch: Vitruvianische Figur) wird eine Darstellung des Menschen nach den vom antiken Architekten und Ingenieur Vitruv(ius) formulierten und idealisierten Proportionen bezeichnet. Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Vitruvianischer_Mensch (Stand: 25.06.2015)
[74] Vitruv III, zit. n. Naredi-Rainer 1982, 84.
[75] Vitruv III/1.3 (1964,139), zit. n. ebda., 85.

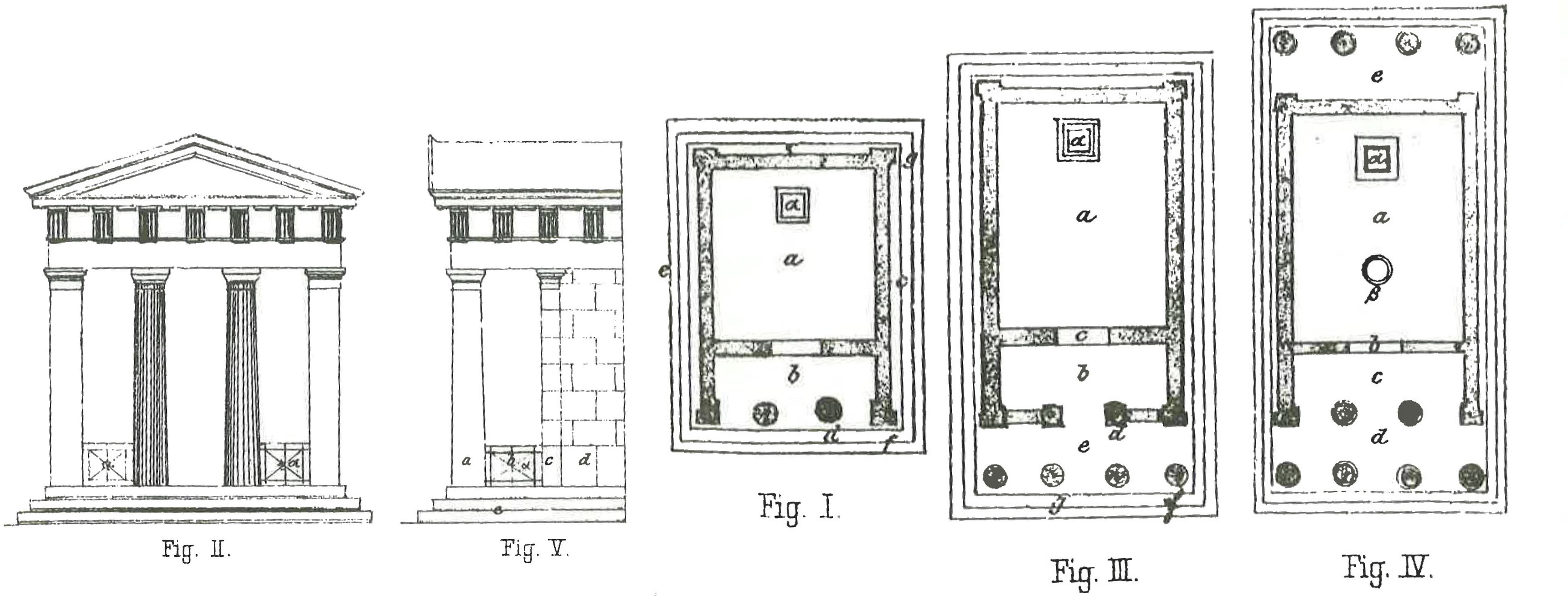


Abb. 17 Tempelgestalt Vitruv-II I Taf. VII

Viele Künstler der Renaissance wurden von Vitruvs Proportionsbeschreibung inspiriert, wie z. B. Leonardo da Vinci (1453-1519) mit seinem vitruvianischen Mensch (Abb. 19), Jokundus mit der menschlichen Figur im Verhältnis zum Kreis aus dem Jahr 1511 (Abb. 18b) oder Cesariano mit seiner menschlichen Figur im Verhältnis zum Quadrat aus dem Jahr 1521 (Abb. 18a).

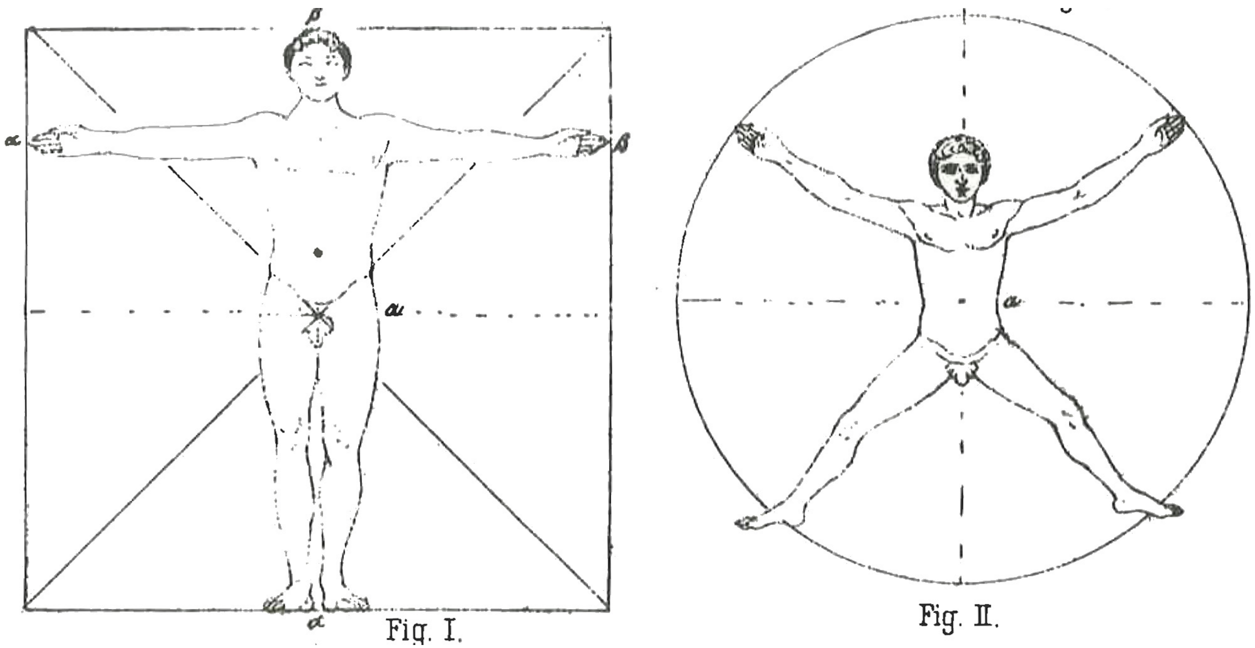


Abb. 18 Menschliche Gestalt Vitruv-III. Taf. VI
a) Fig.I.: die menschliche Figur im Verhältnis zum Quadrat von Cesariano aus dem Jahr 1521
b) Fig. II.: die menschliche Figur im Verhältnis zum Kreis von Jokundus aus dem Jahr 1511

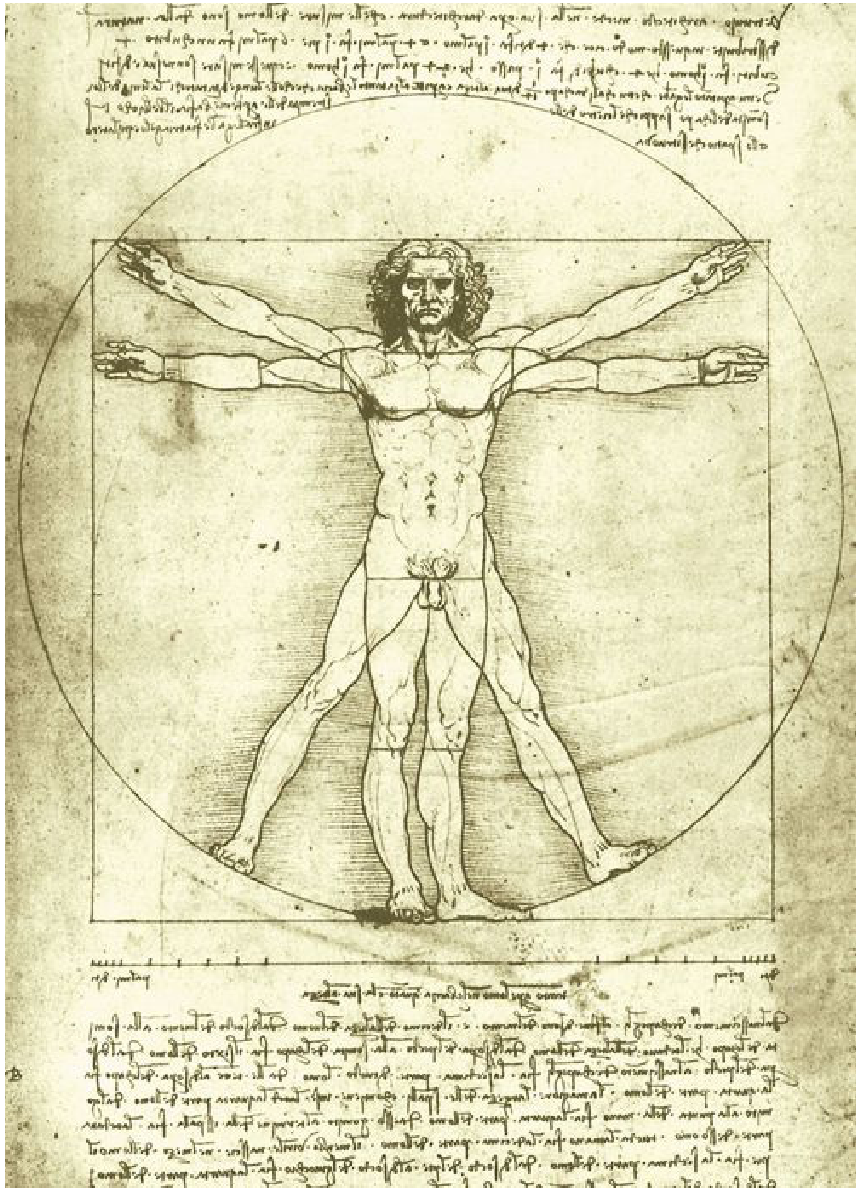


Abb. 19 Leonardo da Vinci: Proportionsschema der menschlichen Gestalt nach Vitruv

1.3.2 Proportionstheorie nach Le Corbusier

Der berühmte französische Architekt Le Corbusier (1887-1965) suchte lebenslang nach der idealen Proportion bzw. nach einem allgemein anwendbaren Maßwerkzeug. Er fand den Goldenen Schnitt faszinierend und verwendete ihn bewusst seit 1928 in seinen Werken.

Mit Hilfe goldener Proportionen entwickelte Le Corbusier die von Vitruv angeregte Konstruktionsmethode des Modulors. Le Corbusier schrieb in seinem Begleittext, dass der Modulor ein Maßwerkzeug sei, welches die menschlichen Maße und den Goldenen Schnitt in Einklang bringt.

> “Der ‚Modulor‘ ist ein Maßwerkzeug, das von der menschlichen Gestalt und der Mathematik ausgeht. Ein Mensch mit erhobenem Arm liefert die Hauptpunkte der Raumverdrängung - Fuß, Solarplexus, Kopf, Fingerspitze des erhobenen Armes - drei Intervalle, die eine Reihe von Goldenen Schnitten ergeben, die man nach Fibonacci benennt. Die Mathematik andererseits bietet sowohl die einfachste wie die stärkste Variationsmöglichkeit eines Wertes: die Einheit, das Doppel, die beiden Goldenen Schnitte.”[76]

Die Werte des Modulors werden durch die Gestalt der “schönen Männer” mit einer Körpergröße von sechs Fuß bestimmt. Das ist eine ideale Größe z. B. eines Polizeimeisters in einem englischen Kriminalroman. Die Länge von sechs Fuß = 6 • 30,48 = 182,88cm ist somit die festgelegte Körpergröße im Modulor.[77] Als Höhe des Solarplexus nahm er 113cm und als Höhe der Fingerspitzen des erhobenen Armes 226cm an.[78]

> “Der ‚Modulor‘ ist ein auf der Mathematik und den menschlichen Körperverhältnissen aufgebautes Maß; er besteht aus einer doppelten Reihe von Zahlen, der roten Reihe und der blauen Reihe.”[79]

Die linearen Werte der Reihen Rot (RO) und Blau (BL) sind:
rote Reihe:
4, 6, 10, 16, 27, 43, 70, 113, 183, 296, ...
blaue Reihe:
8, 13, 20, 30, 53, 86, 140, 226, 366, 592, ...

Das Maß 113 liefert den Goldenen Schnitt 70 und führt zur roten Reihe. Das Maß 226 (2 x 113), das Doppel, entspricht dem Goldenen Schnitt 140 - 86 und führt zur blauen Reihe.[80] (Abb. 20)

[76] Le Corbusier 1953, 55.
[77] Vgl. ebda., 56.
[78] Vgl. ebda., 85.
[79] Ebda., 60
[80] Vgl. ebda., 65.

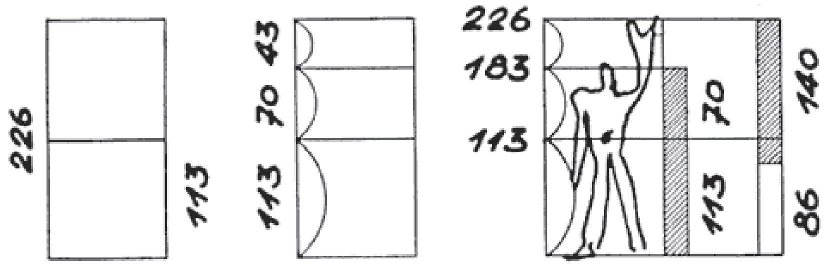


Abb. 20 der Modulor - ein Maßwerkzeug

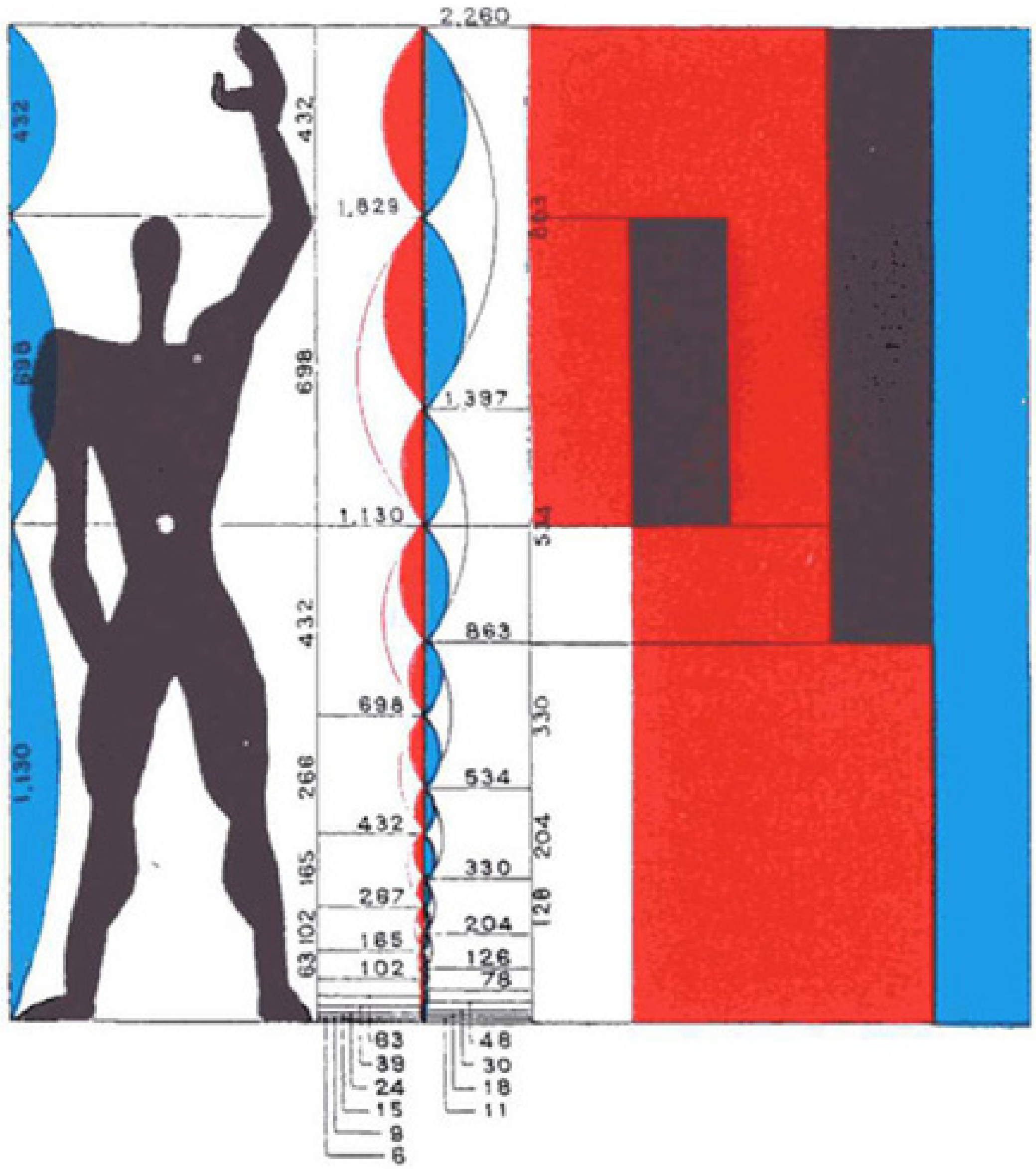


Abb. 21 „Modulor“ Maßwerkzeug von Le Corbusier

Le Corbusiers blaue und rote Modulor-Reihen sind im Prinzip Fibonacci-Folgen, gehen aber im Gegensatz zu diesen von der menschlichen Körperabmessung aus. Im Jahr 1948 wies er darauf hin, dass das Prinzip des Modulors, das aus einer abnehmenden Ø-Reihe (Phi-Reihe) entsteht, dem Verhältnis der Fibonacci-Reihen ähnelt.

Le Corbusier zweifelte an der ersten Fassung des zeugenden Prinzips des Modulors und fragte sich, ob es das Prinzip der abnehmenden Ø-Reihe und das Verhältnis Fibonacci bestätigen wird.

> “[...] ein drittes Quadrat, das im Innern der beiden ersten aneinanderstoßenden Quadrate eingezeichnet wird, im sogenannten Ort des rechten Winkels. [...] Verlängert man die schräge Tangente und auch die Schräge m n - werden sich dann die beiden Linien auf der Basisgeraden der Figur treffen, auf diese Weise erlauben, zwischen ihnen eine abnehmende Reihe rechtwinkeliger, dem ersten ähnlicher Dreiecke einzufügen, und das Prinzip der abnehmenden Ø-Reihe und das Verhältnis Fibonacci bestätigen?”[81] (Abb. 24)

[81] Le Corbusier 1953, 64-65.

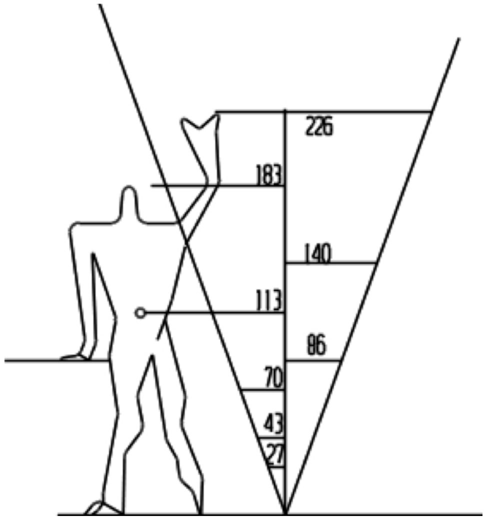


Abb. 22 Der Modulor - ein Maßwerkzeug

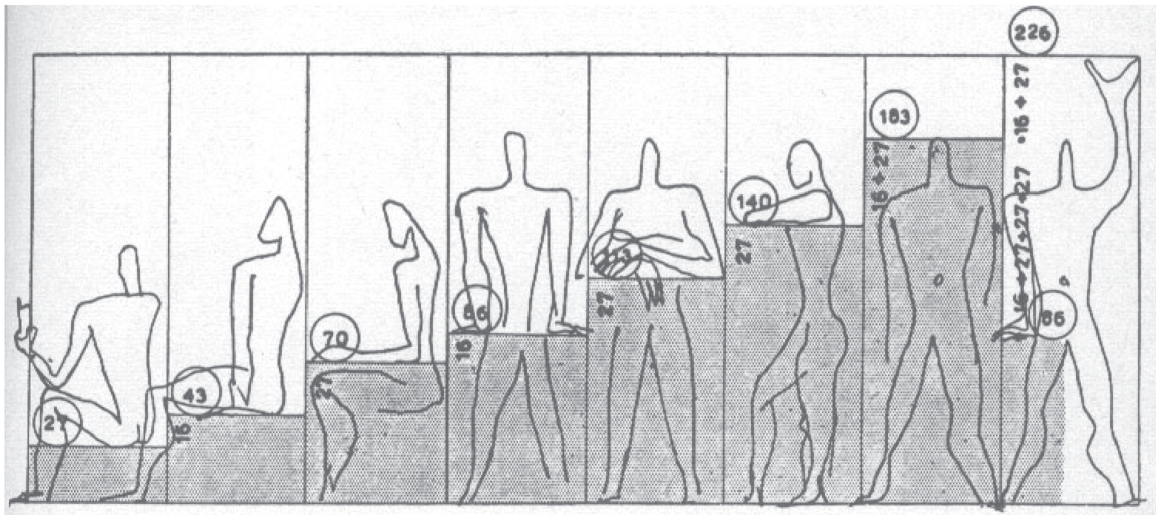


Abb. 23 Der Modulor - ein Maßwerkzeug

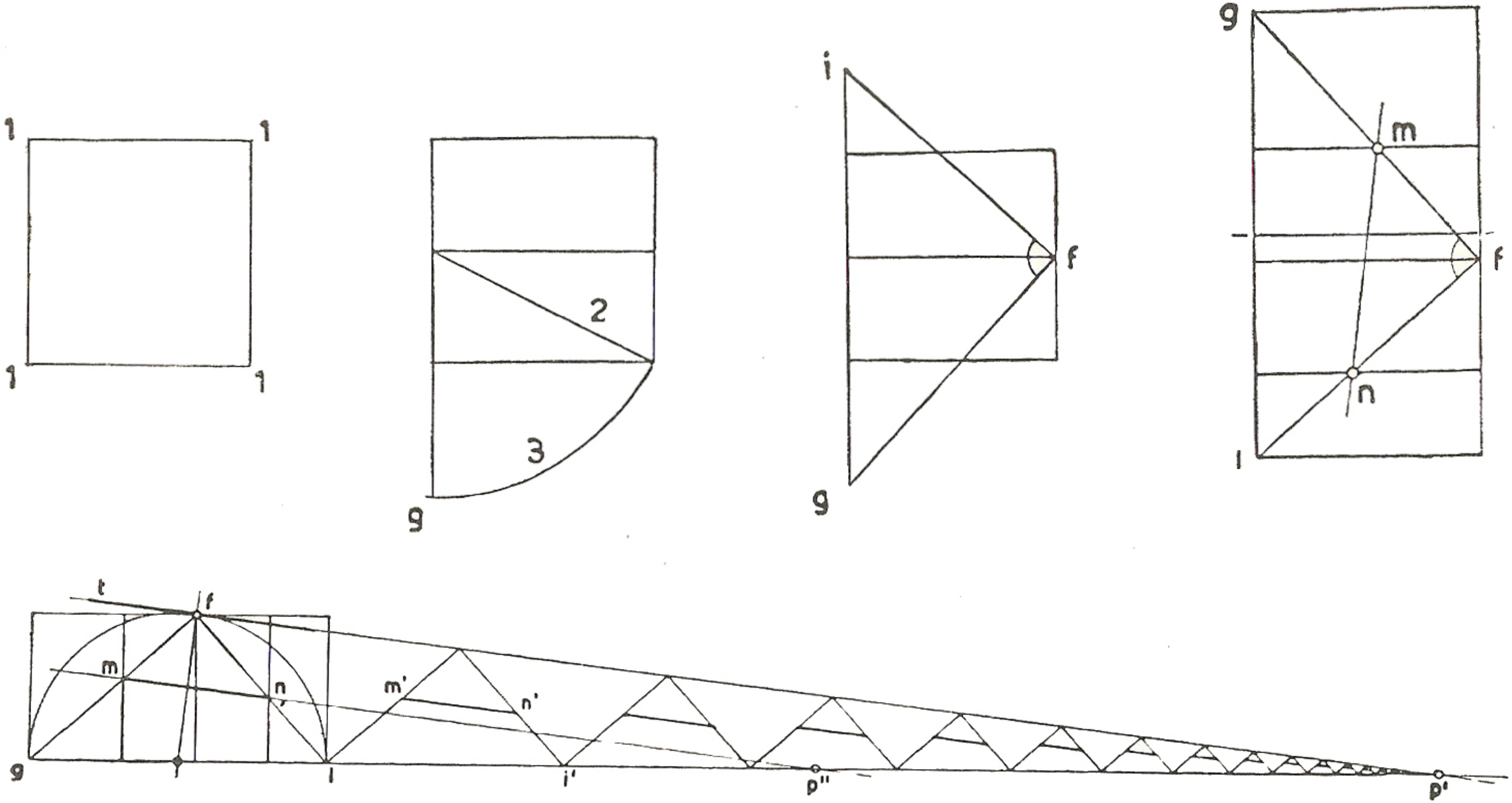


Abb. 24 Das Prinzip des Modulors, eine abnehmende Ø-Reihe - ähnliche Dreiecke

Diese Methode des Teilungsverhältnisses ist ähnlich dem Teilungsverhältnis von Euklid. Laut seiner Beschreibung im Element II schreibt der Theoretiker Paul von Naredi-Rainer folgende Erklärungen:

> "[Das] von EUKLID beschriebene[82] Teilungsverhältnis teilt eine gegebene Strecke in zwei ungleiche Abschnitte, deren kleinerer sich zum größeren verhält wie dieser zur ganzen Strecke, formelhaft ausgedrückt a:b = b:(a+b). In rationalen Zahlen ist diese in beide Richtungen sukzessiv fortsetzbare Teilung, deren geometrische Konstruktion vorerst ausgeklammert bleiben soll, nicht auszudrücken: setzt man in der angegebenen, beliebig zu erweiternden Formel[83] b = 1, erhält man die geometrische Reihe[84] 0.618..., 1, 1.618..., 2.618..., 4.236... etc., in der jede Zahl zur nächsthöheren den Quotienten $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (= 0.618...), zur nächstniedrigeren den Quotienten $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (= 1.618...) ergibt."[85]

Dieses Ergebnis entspricht ungefähr dem Verhältnis 5:8 (0,625), das um 1,1% vom Wert 0,618 abweicht. Diese Zahlenfolge steht im Verhältnis der Fibonacci-Zahlen 8:5 bzw. 5:8, welches wiederum ein musikalisches Intervall, eine kleine Sexte, bildet.

Der Thoretiker Kayser behauptete in seinem Buch "Paestum" sogar, "daß der Quotient 5:8 einen 'sehr guten Ersatz' für das arithmetische Hauptverhältnis des Goldenen Schnitts, den sogenannten 'Major' 0,618 darstelle."[86] Diese Bemerkung findet man in jeder Schrift der Ritter vom Goldenen Schnitt.

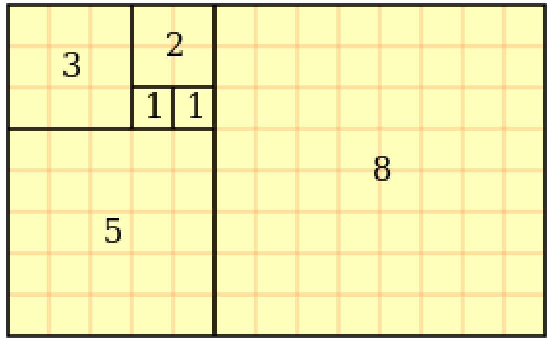


Abb. 25 Kachelmuster aus Quadraten, deren Kantenlängen der Fibonacci-Folge entsprechen

[82] Euklid, Element II, zit. n. Naredi-Rainer 1982, 185.
[83] Erweiterung einer im Goldenen Schnitt geteilten Strecke (b>a): a:b = b: (a+b) =(a+b):b+(a+b)...; Verjüngung einer im Goldenen Schnitt geteilten Strecke (b > a): (a+b):b = b:a=a:(b-a) etc.
[84] Das Kennzeichen der geometrischen Reihe ist, daß der Quotient zweier aufeinanderfolgender Glieder konstant ist, d.h. jedes Glied das geometrische Mittel aus den beiden Nachbargliedern darstellt. Bei der arithmetischen Reihe, deren Glieder jeweils das arithmetische Mittel aus den beiden Nachbargliedern darstellen, ist die Differenz zweier aufeinanderfolgender Glieder konstant.
[85] Naredi-Rainer 1982, 185.
[86] Kayser 1958, 13

1.3.3 Die Fibonacci-Zahlen

Die Fibonacci-Zahlen wurden von dem italienischen Mathematiker Leonardo da Pisa, Beiname "Fibonacci" (um 1180-1240), der ein bedeutender mittelalterlicher Mathematiker war, erfunden. Er wurde von Kaiser FRIEDRICH II (1194-1250) aufgefordert, zu berechnen,

> "wieviele Kaninchenpaare während eines Jahres aus einem Paar entstehen, wenn jedes neue Paar ab dem 2. Monat nach seiner Geburt jeden Monat ein neues Paar zur Welt bringe."[87]

Zur Lösung dieser Aufgabe entwickelte er nachstehende Zahlenfolge 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 etc., die als Fibonacci-Reihe bekannt wurde.[88]

"Jedes Glied dieser nach LEONARDOS Beinamen 'FIBONACCI' (filius Bonacci) benannten Zahlenfolge ist die Summe der beiden vorhergehenden Glieder, formalhaft ausgedrückt $a_{n+1}=a_n+a_{n-1}$, mit der Anfangsbedingung $a_1=a_2=1$."[89]

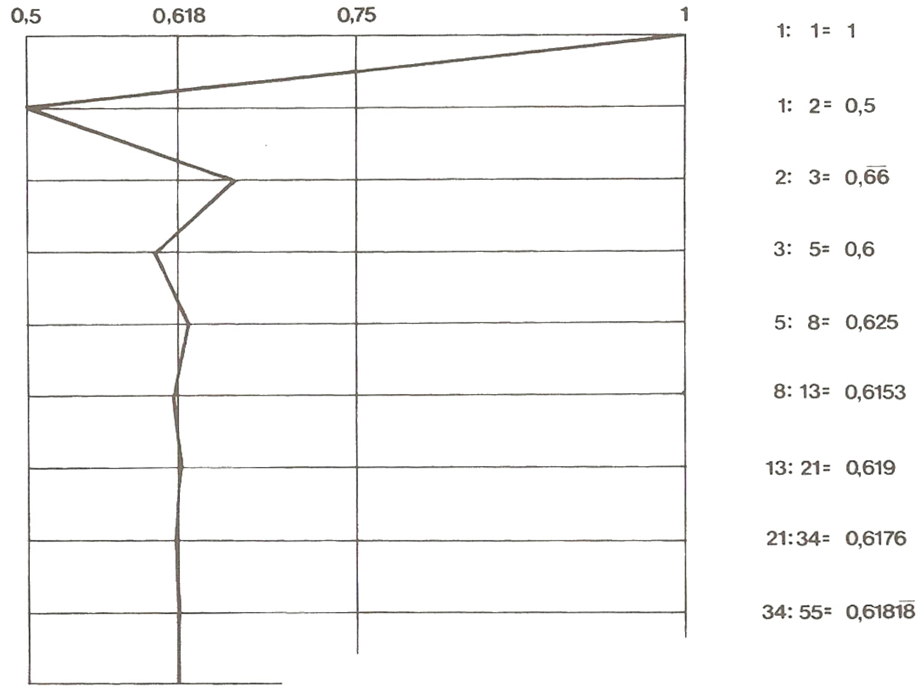


Abb. 26 Annährung der aus den Fibonacci-Zahlen gebildeten Quotienten an das irrationale Verhältnis des Goldenen Schnittes

[87] Naredi-Rainer 1982, 186.
[88] Vgl. ebda., 186.
[89] Ebda., 186-187.

1.3.4 Brunelleschi - die Kuppel des Florentiner Domes

Die verwendeten Zahlen, so erkennt der Architekturtheoretiker Naredi-Rainer, sind exakt die Zahlen, deren Maße im Modell der ‘otto maestri e dipintori’ von 1367 festgelegt wurden und die auch noch für Brunelleschi, welcher die Kuppel des Florentiner Domes fertigstellte, verbindlich waren. Die gesamte Innenhöhe der Kuppel beträgt 144 bracci, das ist das Doppelte der Breite des achteckigen Kuppelraumes. Die Kuppelhöhe inkl. Tambour und die Arkadenhöhe misst 72 bracci, die Kuppel selbst beträgt 55 bracci und die Höhe vom Boden bis zum Ansatz der Kuppelwölbung beträgt 89 bracci.[90] (Abb. 27)

Im Jahr 1436 komponiert Guillaume Dufay (um 1397-1474), der bedeutendste Musiker seiner Zeit, die Motette “Nuper rosarum flores” anlässlich der Weihe des Domes zu Florenz. Diese Motette ist ein Beispiel für die Entwicklung der frühen Mehrstimmigkeit in einem polyphonen Vokalstil. Er nimmt im Aufbau der Motette vielfach Bezug auf die Architektur, indem er versuchte, die Harmonien nach den Fibonacci-Zahlen der Kuppelmaße auszurichten.[91]

Abb. 27 Dom in Florenz (begonnen 1296)

[90] Vgl. Naredi-Rainer 1982, 188-191
[91] Vgl. ebda., 191.

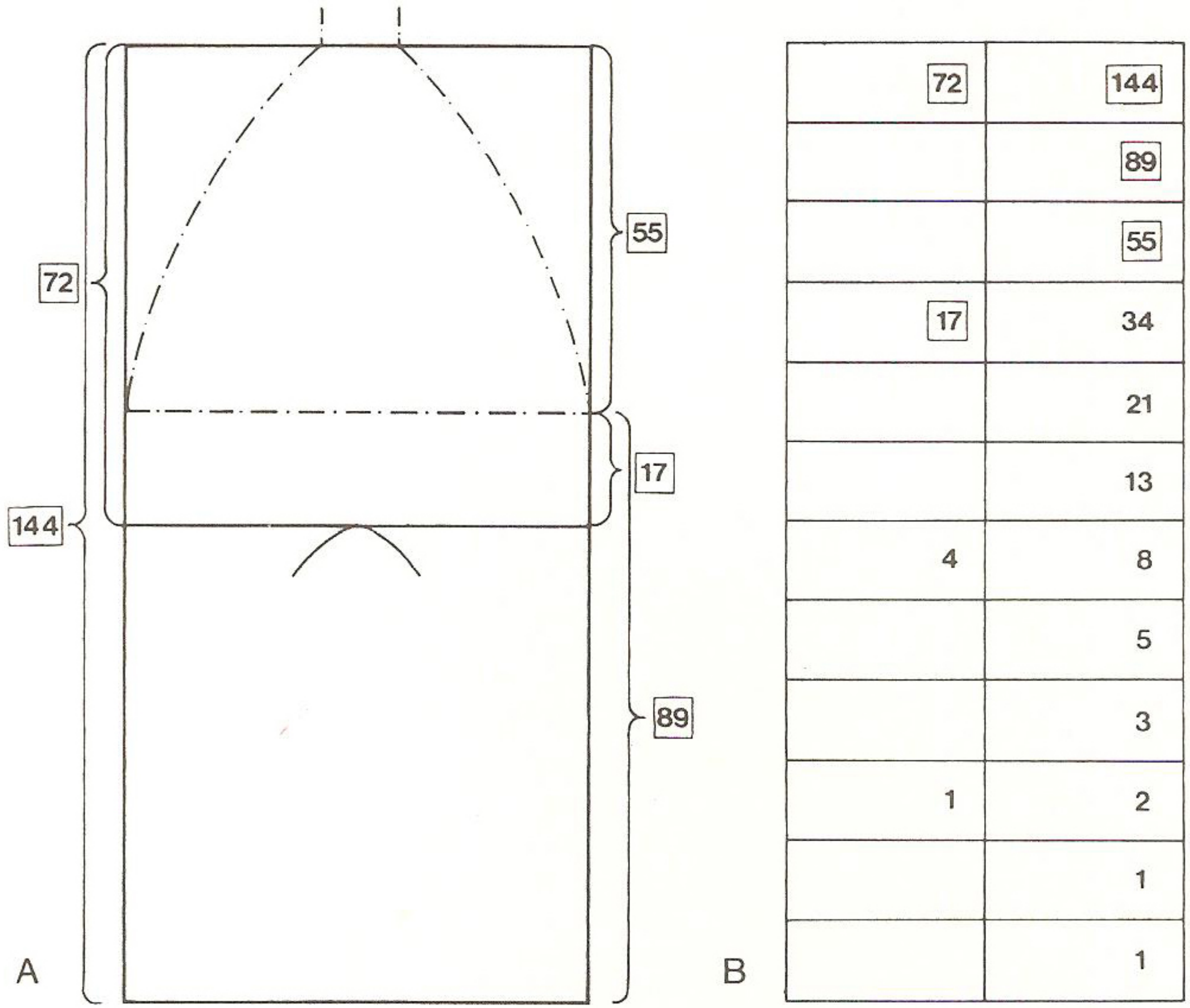


Abb. 28 Skizze der Florentiner Domkuppel im Aufriß; Maßangaben in florentinischen bracci à 58.4 cm nach dem Modell von 1367 bzw. dem Riß des Giovanni di Gherardo da Prato von 1426/Fibonacci-Zahlen und ihre Halbierung (nur jede 3. Fibonacci-Zahl läßt sich halbieren)

Der bedeutende Psychologe Gustav Theodor Fechner (1801-1887) hat in mehrmals wiederholten Experimenten festgestellt, dass das Rechteck mit dem Seitenverhältnis 21:34 unter zehn verschieden proportionierten Rechtecken von der Mehrzahl an Testpersonen als das wohlgefälligste empfunden wurde.[92] (Abb. 29)

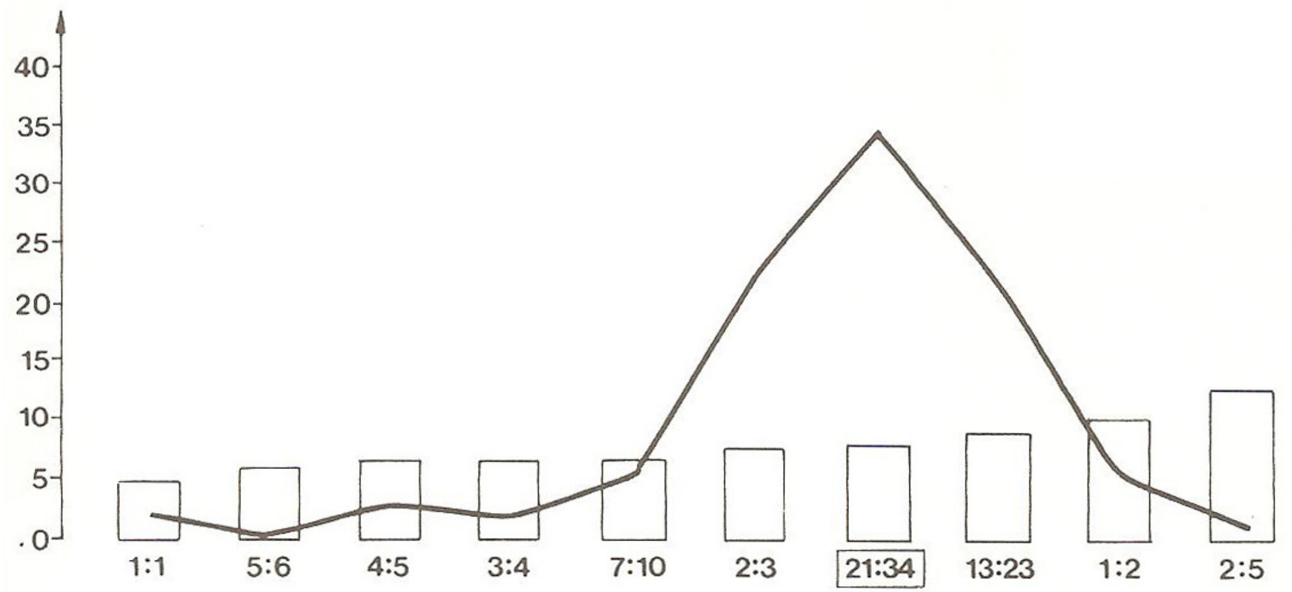


Abb. 29 Fechners Untersuchung zur Feststellung des 'schönsten Rechtecks', Diagramm

[92] Vgl. Naredi-Rainer 1982, 191.

1.4 Goldener Schnitt in den musikalischen Intervallen

Im Buch "Der Modulor" hat Le Corbusier ein Zitat von Rameaus erwähnt, welche Rolle die Musik in der Mathematik spielt.

> "Nicht die Musik ist ein Teil der Mathematik, sondern die exakten Wissenschaften sind umgekehrt ein Teil der Musik, denn sie sind auf Proportionen gegründet, und der Widerhall des Klangkörpers erzeugt alle Proportionen."[93]

Das ästhetische Grundprinzip erscheint nur in bestimmten Zahlenverhältnissen, die am klarsten in der Musik auftreten. "Deshalb solle man 'von den Musikern, welche diese Zahlen am besten kennen, [...] das ganze Gesetz der Beziehung ableiten' ".[94]

Der Theoretiker Kayser meint, dass die Proportionen 3:5 und 5:8, eine große und kleine Sexte, für eine Positionierung eines Goldenen Schnitts und für unsere technischen Zwecke für völlig ausreichend gehalten werden. Diese rationalen Werte sind für Kayser kein Ersatz für den irrationalen Goldenen Schnitt, sondern "sie tragen ihren Eigenwert völlig in sich und verkörpern den reinen Dreiklang bzw. die Sext".[95]

Dieser Dreiklang entspricht den harmonikalen Proportionen und bedeutet nur ein Intervall. Das ist, wie Mössel und andere Wissenschaftler meinten, der Ursprung des Goldenen Schnitts. Kayser ist somit überzeugt, dass der Goldene Schnitt in unserer Seele als Sext im Verhältnis 5:8 verankert sei. Er stellt fest, dass man diese harmonikale Proportion via Auge als ein irrationales Verhältnis (Goldener Schnitt 0,618...) sehen kann und via Ohr einen exakten rationalen Dreiklang (Sext 5:8) am selben Ort hören kann. Diese beiden Verhältnisse liegen nahe zusammen. Man wird die Unterschiede erst bemerken, wenn man die beiden Verhältnisse optisch und akustisch nebeneinander vergleicht.[96]
(Siehe Kapitel 1.1.2) In der Musik musizieren wir nicht nur mit Sexten, sondern mit allen zwölf Halbtönen.

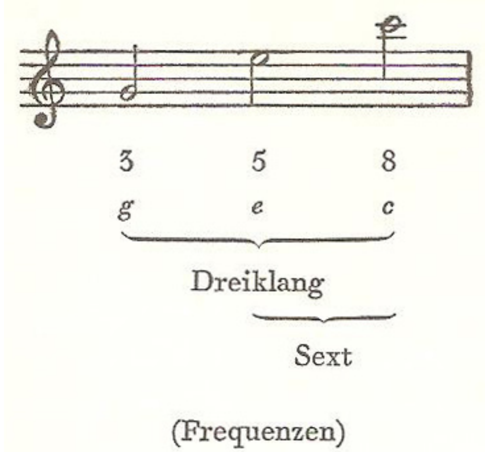


Abb. 30 Der Dreiklang 3:5:8 oder die Sext 5:8

[93] Le Corbusier 1953, 76.
[94] Alberti IX/5, zit. n. Naredi-Rainer 1982, 158.
[95] Kayser 1958, 14.
[96] Vgl. ebda., 14-15.

Die Zahlen der Intervalle der Tetraktys (1, 2, 3, 4) sind nach Albertis Meinung Oktave (1:2), Duodezime (1:3), Doppeloktave (1:4), Quinte (2:3), Quarte (3:4) sowie der Ganzton (8:9). Oktave, Quinte, Quarte und Ganzton bilden das Gerüst des griechischen Tonsystems. Das ist die sogenannte erste Tetraktys.[97] Die weitere Tetraktys 6, 8, 9, 12 besitzt den Vorzug, die doppelte Gliederung der Oktave (6:12 = 1:2) in Quinte und Quarte (6:9 = 2:3; 9:12 = 3:4) bzw. Quarte und Quinte (6:8 = 3:4; 8:12 = 2:3) sowie die im Ganzton (8:9) gegebene Differenz zwischen Quinte und Quarte erkennen zu lassen.

Durch verschiedene Unterteilungen in zwei vom Ganzton getrennte Quarten (Tetrachorde) entstehen die drei griechischen Tongeschlechter: das diatonische, das chromatische und das enharmonische. Alle Intervalle der pythagoreischen Skala beruhen auf dem Quintenverhältnis, bestehen daher ausschließlich aus Potenzen von 2 und 3.[98]

[97] Nikomachos von Gerasa nennt die erste Tetraktys die Quelle der Konsonanzen (harmonikon II/7, in: Musici scriptores Graeci, ed. Carl von Jan, Leipzig 1895, 279); vgl. Naredi-Rainer 1982, 159.

[98] $8:9=2^3:3^2$; $27:32=3^3:2^5$; $64:81=2^6:3^4$ etc.; vgl. Naredi-Rainer 1982, 161.

pythagoräische Intervalle		*reine Intervalle*
256:243	Halbton (semitonium)	16:15
	kleiner Ganzton (tonus)	10:9
9:8	großer Ganzton (tonus)	9:8
32:27	kleine Terz (semiditonus)	6:5
81:64	große Terz (ditonus)	5:4
4:3	Quarte (diatessaron)	4:3
729:512	Tritonus (tritonus)	45:32
3:2	Quinte (diapente)	3:2
128:81	kleine Sexte (semitonium et diapente)	8:5
27:16	große Sexte (tonus et diapente)	5:3
16:9	kleine Septime (semiditonus et diapente)	9:5
243:128	große Septime (ditonus et diapente)	15:8
2:1	Oktave (diapason)	2:1

Abb. 31 Pythagoreische Intervalle

1.4.1 Die diatonische, chromatische und harmonische Tonleiter

Aristoxenos von Tarent (gestorben um 300 v. Chr.) war ein griechischer Philosoph und Musiktheoretiker. Er lebte wie Pythagoras in Tarent und war Schüler des Pythagoreer Xenophilos. Er versuchte die musikalischen Phänomene mit der sinnlichen Wahrnehmung des Menschen zu verbinden und begriff Musik in einem eher psychologischen Ansatz. Er definierte auf rein musikalischer Grundlage unter anderem folgende Begriffe: Intervall, Tonsystem, Ton, Halbton, Drittelton, Viertelton, Tongeschlecht (diatonisches, chromatisches und enharmonisches), Dauer, Rhythmus.

Im Gegensatz zur pythagoreischen Schule, die das Zahlenverhältnis als qualitatives Merkmal eines Intervalls in den Vordergrund stellt, betonte er den quantitativen Distanzaspekt der Intervalle (den räumlichen Aspekt der Nähe von Tönen). Der Ganzton ist für Aristoxenos eine Differenz aus Quinte und Quarte und nicht wie bei den Pythagoreern, wo er eine Übereinanderschichtung von zwei Quinten mit Oktaveversetzung nach unten ist. Aristoxenos' Ganztonschritt setzt sich aus zwei Halbtonschritten zusammen und ist der erste Schritt zum heutigen gleichstufig-temperierten Tonsystem. Aristoxenos' Tonleiter besteht aus der Überlagerung von zwei Tetrachorden, die eine Oktave füllen. Er versuchte auch den pythagoreischen Konsonantenbegriff (2:1 = Oktave, 3:2 = Quinte, 4:3 = Quarte) und auch die in der Praxis offensichtlich wohlklingende große Terz (= 5:4), die als Dissonanz bezeichnet ist, zu erweitern.[99]

Do	Re	Mi	Fa		Sol	La	Si	Do
1	9/8	5/4	4/3		3/2	27/16	17/8	2

9/8	10/9	16/15	9/8	9/8	10/9	16/15

Abb. 32 Die Tonleiter des Aristoxenos

Durch die Verwendung der chromatischen Tonstufen und von Tasteninstrumenten, die mit fixen Tonhöhen gestimmt sind, traten nun die Unzulänglichkeiten der reinen Stimmung pythagoreischer Herkunft deutlich auf. Dabei würden die nach Pythagoras rein gestimmten Quinten durch Übereinanderschichtung zu einer endlosen Quintenspirale führen. Die reinen Töne mit exakt zu stimmenden Frequenzen sind auf einem Tasteninstrument in der Praxis nicht realisierbar. (Abb. 33)

[99] Vgl. Enders 2005, 12-13.

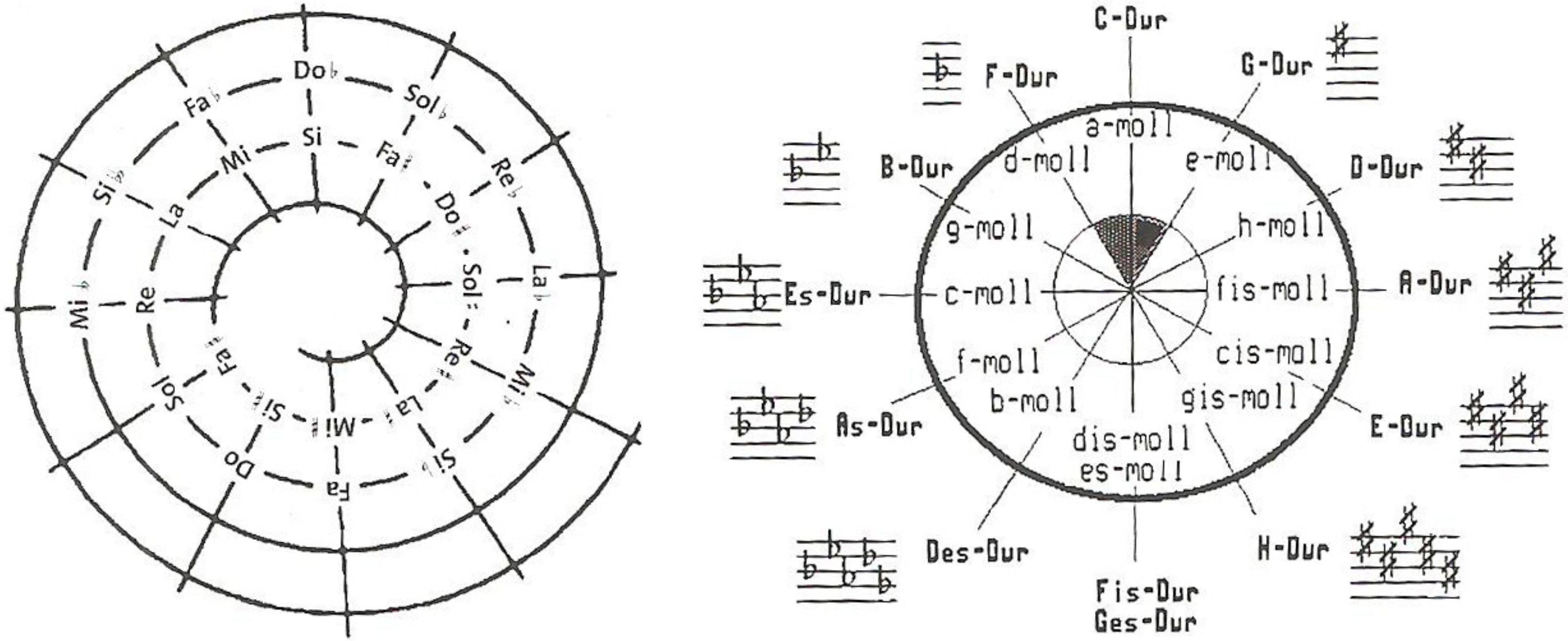


Abb. 33 Links die (endlose) Quintenspirale des Pythagoras, rechts der (sich schließende) Quintenzirkel

Die harmonische Tonstimmung ist eine Erfindung der Kunst und hat einen ernsten und würdevollen Charakter. Die chromatische Tonstimmung stellt aufgrund der reicheren Fülle der Tonverbindungen einen lieblicheren Genuss dar. Die diatonische Tonstimmung zeigt in ihren Tonverschlingungen die geringsten Schwierigkeiten, da sich diese aus den Naturlauten ableitet. Die drei verschiedenen Tonleitern beeinflussen die Stimmung des Viersaitensystems[100], dispositiones Tetrachordorum.[101] Im diatonischen Tetrachord beginnt die Tonleiter mit zwei Ganztonschritten und anschließend einem Halbtonschritt. Der chromatische Tretachord setzt sich aus einer kleinen Terz und zwei Halbtonschritten zusammen, während der harmonische aus zwei Ganztönen (tonos) und zwei Vierteltönen (Diesen) besteht. (Abb. 35)

Im Prinzip bestehen die drei Tongeschlechter in ihrer Tetrarchie aus zwei vollen Tönen und einem Halbton. Vergleicht man aber ihren besonderen Charakter, ergibt sich eine ungleiche Anordnung ihrer Tonabstände.[102]

[100] Tetrachordon, ein mit vier Saiten überspanntes Musikinstrument (auch für vierstimmig gebraucht), dispositio tetrachordorum, Einteilung des Viersaitensystemes. Zit. n. Vitruvius [3]1987, 225.
[101] Ebda., 225.
[102] Vgl. ebda., 225.

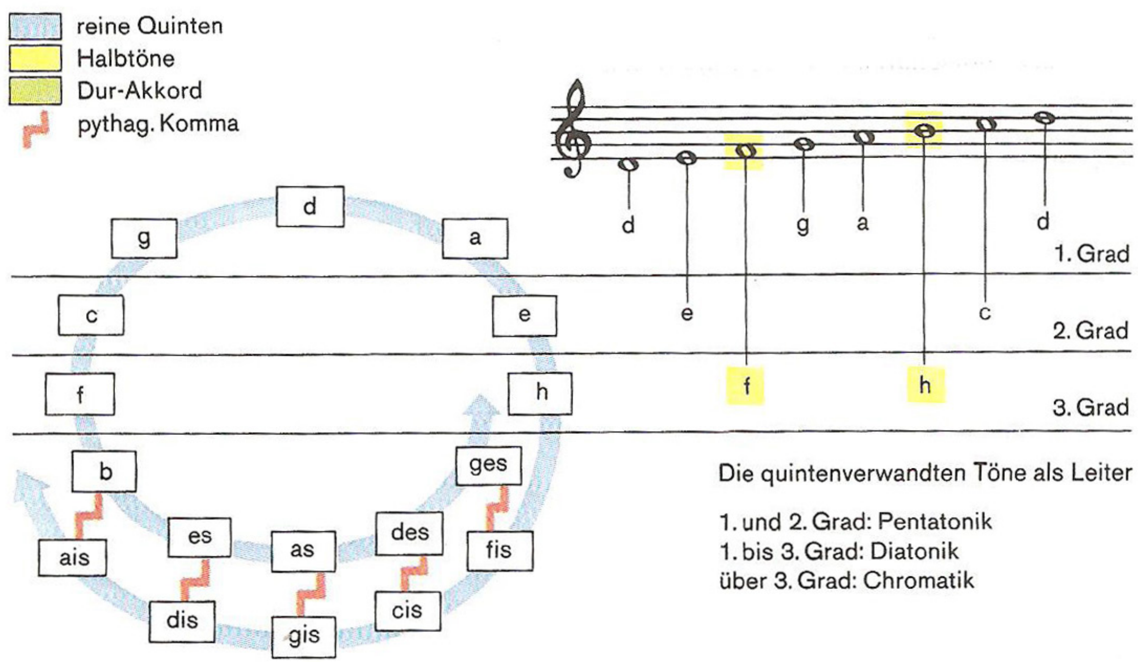


Abb. 34 Pythagoreisches System der Quintverwandtschaft

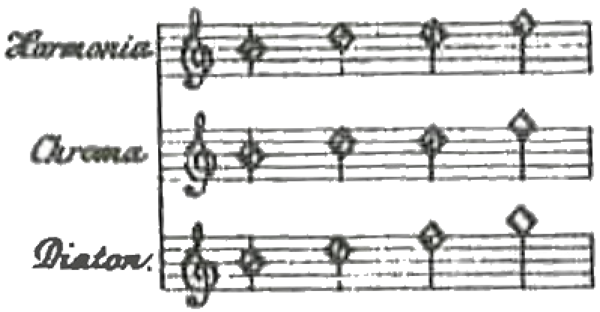


Abb. 35 Drei Gattungen von Tongeschlechtern

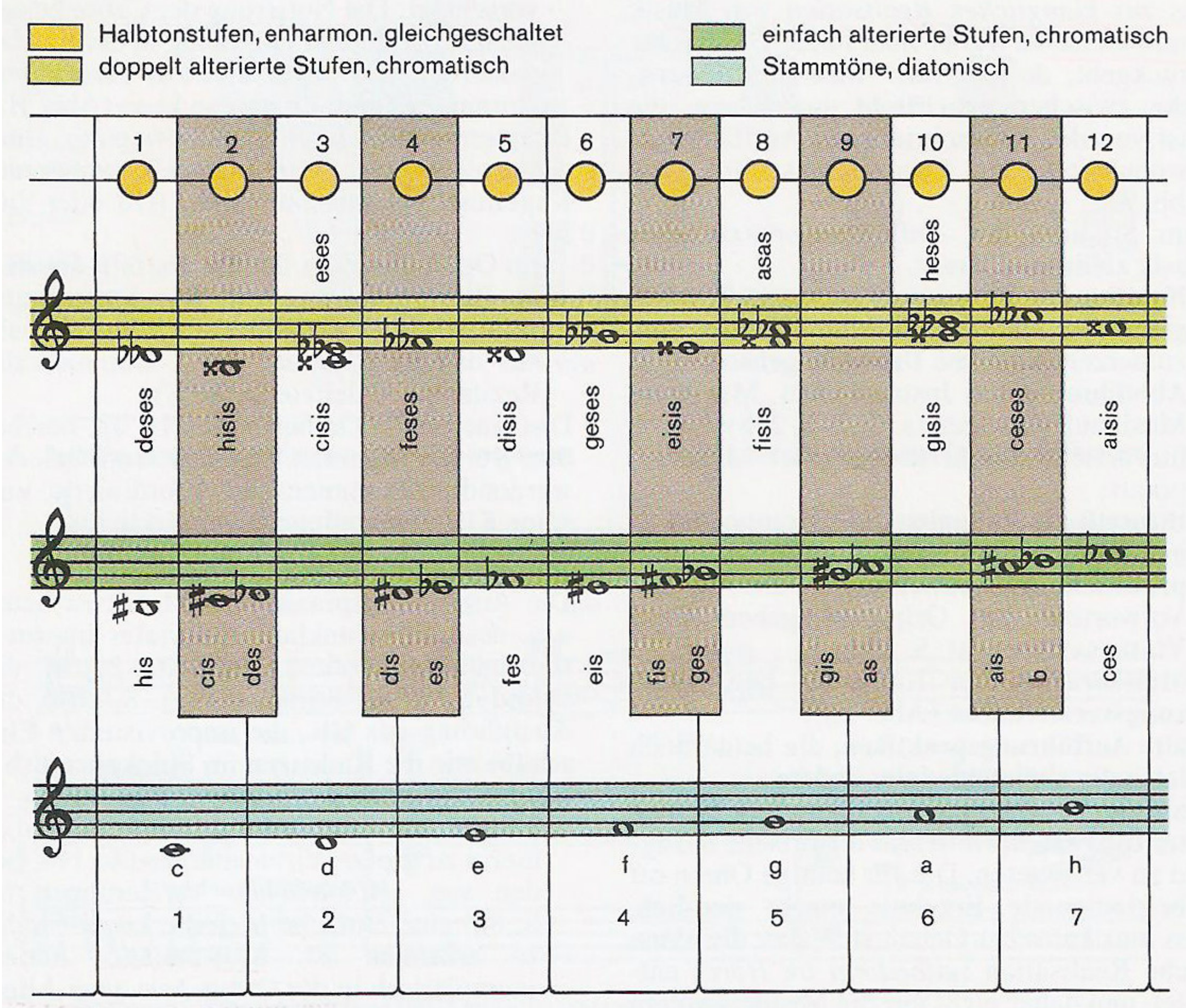
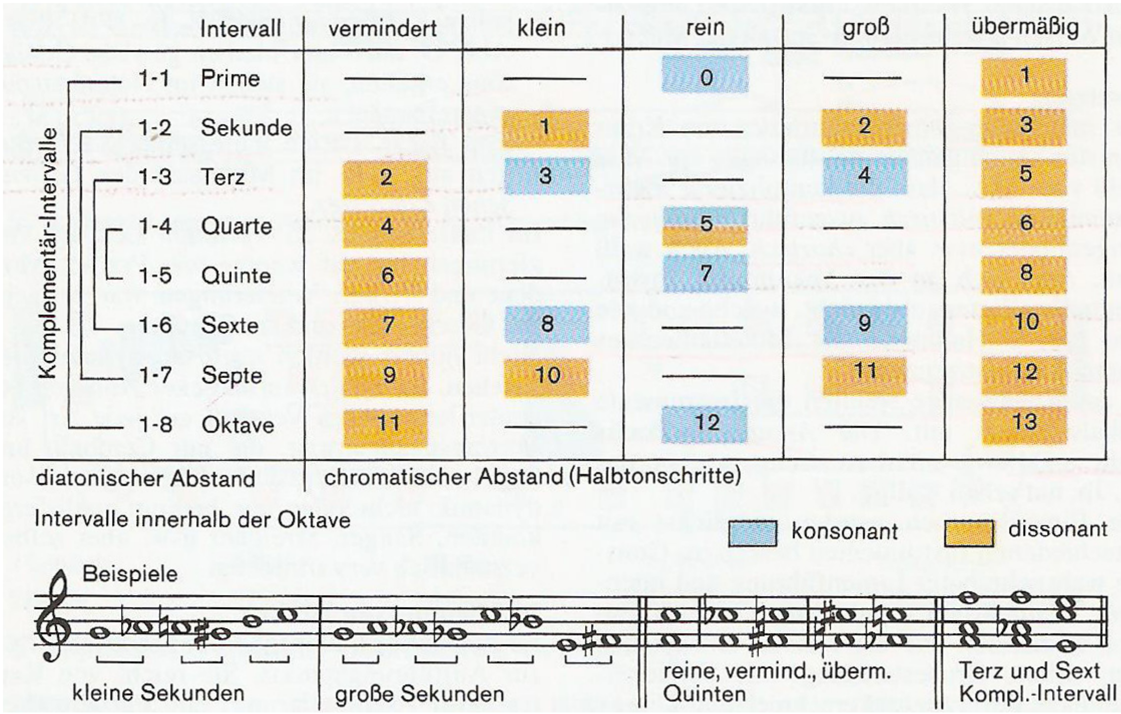


Abb. 36 Das diatonisch-chromatisch enharmonische Tonsystem, projiziert auf eine Klaviatur

Nach der pythagoreischen Skala werden die Tongeschlechter durch Intervalle zusammengesetzt. Hier spielen die reinen Terzen (4:5 und 5:6) eine große Rolle. Die reine große Terz (4:5) ist das enharmonische Tongeschlecht und die reine kleine Terz (5:6) sowie der Halbton (15:16) bilden die chromatische Skala.

Die Bedeutung der musikalischen Zahlenproportionen für die Architektur in der Renaissance kommt auch in Albertis und Palladios mittlerer Proportionaler, die zur Bestimmung der Raumhöhe bei gegebener Grundfläche dienen sollte, zum Ausdruck. Die proportionalen Mittel sind vermutlich zuerst in der Musiktheorie entwickelt worden und dann in Platons Timaios bei der Bildung der Tonleiter beschrieben.[103]



	Intervall	vermindert	klein	rein	groß	übermäßig
1-1	Prime	—	—	0	—	1
1-2	Sekunde	—	1	—	2	3
1-3	Terz	2	3	—	4	5
1-4	Quarte	4	—	5	—	6
1-5	Quinte	6	—	7	—	8
1-6	Sexte	7	8	—	9	10
1-7	Septe	9	10	—	11	12
1-8	Oktave	11	—	12	—	13

Abb. 37 Die Intervalle

103 Vgl. Naredi-Rainer 1982, 164.

Zeichen von Konsonanz: “ein hoher Verschmelzgrad mit der Wirkung von Ruhe und Entspannung.”[104]

vollkommene Intervalle:
r1 ; r4 ; r5 ; r8
unvollkommene Intervalle:
g3 ; k3 ; g6 ; k6 ; g10 ; k10

Zeichen von Dissonanz: “Reibung und Schärfe mit Streben nach Auflösung in eine Konsonanz.”[105]

scharfe Intervalle: k2 ; g7 ; k9
milde Intervalle: g2 ; k7 ; g9
verminderte und übermäßige Intervalle:
ü4 ; v5 ; ü5 ; ü6 ; ü7 ; ü8

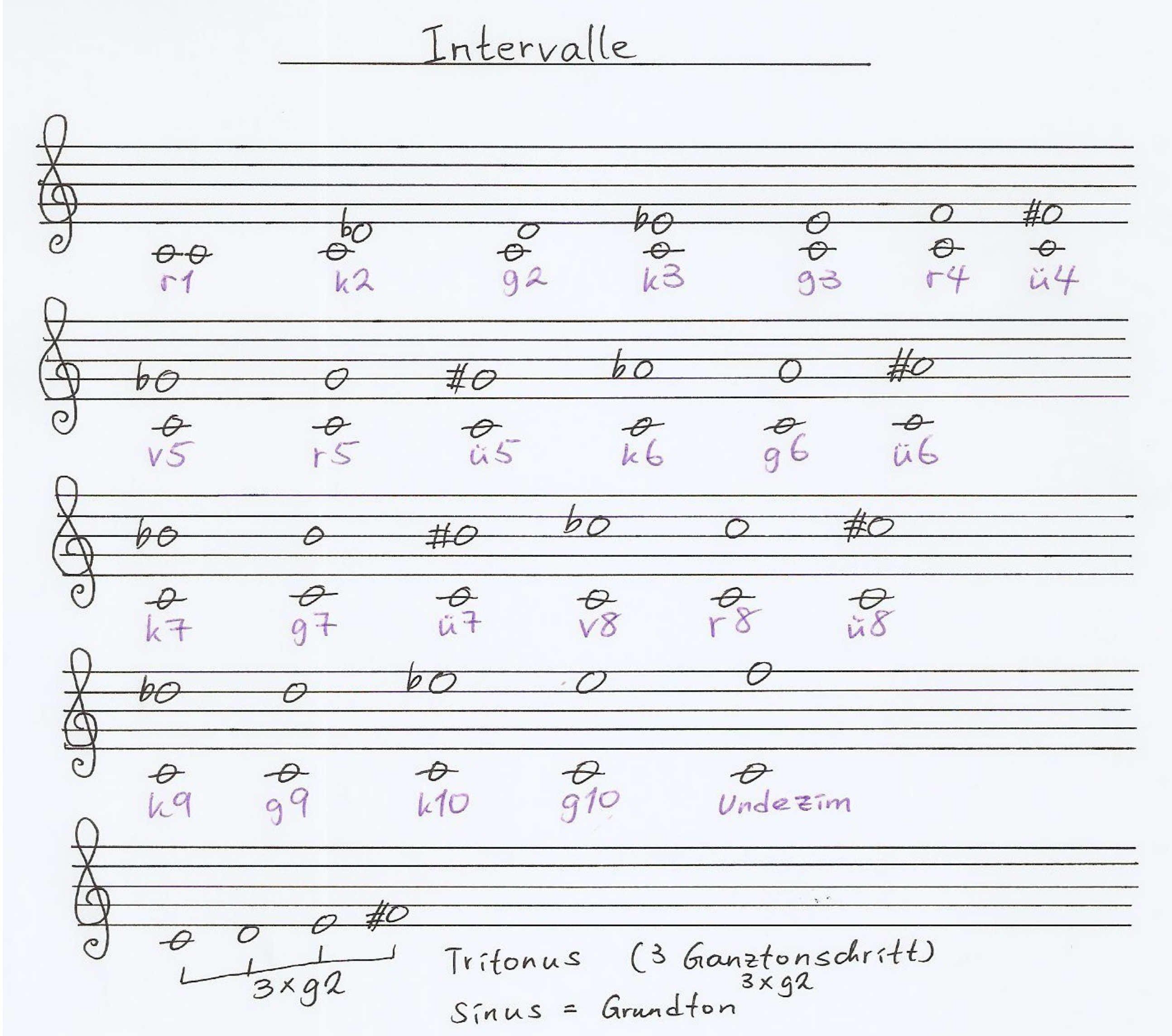


Abb. 38 Verschiedene Intervalle

[104] dtv-Atlas Musik 2001, 85
[105] Ebda., 85

1.4.2 Alberti - das Tempio Malatestiano in Rimini

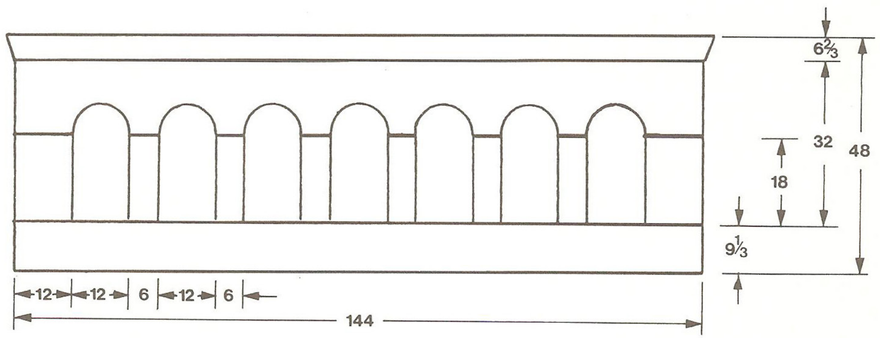
Der Kunsthistoriker Naredi-Rainer hat in seiner Habilitationsschrift die Analysen zu Albertis Tempio Malatestiano (1454) besonders hervorgehoben. Er geht in seiner Analyse auf die Proportionsschemata der Fassadenöffnungen ein und versucht mit ihren Verhältnissen von Höhe und Breite ein musikalisches Intervall darzustellen.

Alberti hat im Brief an Matteo De Pasti[106] erläutert, dass das Tempio Malatestiano in Rimini konsequent nach musikalischen Zahlenverhältnissen proportioniert ist. Die Seitenfronten mit Rundbogenarkaden betragen in gleichmäßigem Wechselabstand 12 Fuß á 29,6 cm. Die lichte Weite ist gleich breit wie die flankierenden Eckpfeiler und doppelt so breit wie die übrigen Pfeiler.[107]

Die Abmessung der Seitenfronten zeigt folgende Maße:

> „[...] die Arkadenbreite (12'), die Kämpferhöhe (18'), die Gesamthöhe (48') und die Gesamtlänge (144'). [Die Abfolge der Pfeiler und Arkaden entspricht einer - Anm. d. Verf.] Folge von Oktav-Verhältnissen [...] (6:12 = 1:2). [Dazu kommt] als Flächenproportion das Verhältnis der Duodezime (Oktave + Quinte): als quergelagertes Rechteck im Verhältnis von Gesamtlänge zu Gesamthöhe (144:48 = 3:1) und als hochstehendes Rechteck im Verhältnis von Pfeilerbreite zu Kämpferhöhe (6:18 = 1:3)."[108] (Abb. 39)

[106] Zu diesem Brief, den Alberti im November 1454 aus Rom an Matteo de Pasti in Rimini schrieb, siehe Cecil Grayson, Alberti and the Tampio Malatestiano - an autograph letter from L. B. Alberti to Matteo de Pasti, New York 1957; vgl. Naredi-Rainer 1982,166.
[107] Vgl. ebda., 166.
[108] Ebda.,166



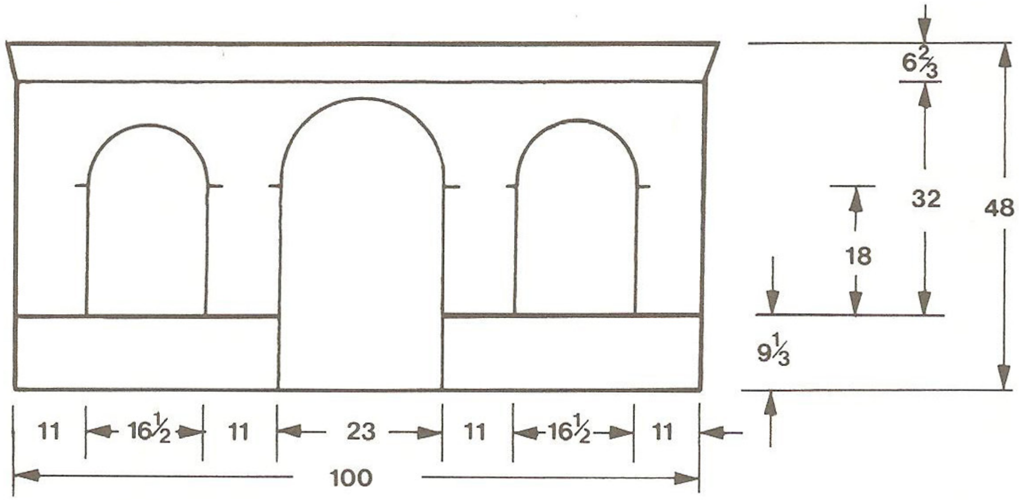
Tempio Malatestiano in Rimini, Proportionsschema der Seitenfront; Maßangaben in römischen Fuß à 29.6 cm

Abb. 39 Arkadenfront gliedert sich in den horizontalen Rhythmus 2.2.1.2.1.2.1.2.1.2.1.2.2

Die Seite mit der Portalarkade hat insgesamt 4 Pfeiler mit dem Breitenmaß 11’ und die seitlichen Arkaden (16½’) sind kleiner als die Arkade in der Mitte (23’).

> „Darin sind die musikalischen Verhältnisse der Oktave (4:2 = 2:1 = 22:11 = Portalarkade : Pfeiler), der Quinte (3:2 = 16½:11 = Seitenarkade : Pfeiler) und der Quarte (4:3 = 22:16½ = Portalarkade : Seitenarkade) enthalten.“[109] (Abb. 40)

[104] Naredi-Rainer 1982, 168.



Tempio Malatestiano in Rimini, Proportionsschema der Fassade; Maßangaben in römischen Fuß à 29.6 cm

Abb. 40 Der horizontale Rhythmus der Fassade lautet 2.3.2.4.2.3.2

In diesem Beispiel hat Alberti nur einfache musikalische Proportionen von Oktave, Quinte und Quarte verwendet. Wenige Jahre nach dem Tempio Malatestiano entwarf Alberti im Jahr 1455 die Fassade des Palazzo Rucellai in Florenz, in dem alle übrigen Intervall-Verhältnisse beinhaltet sind. Diese Fassade verwandelt sich zu einem kunstvollen Proportionsgefüge. (Abb. 41)

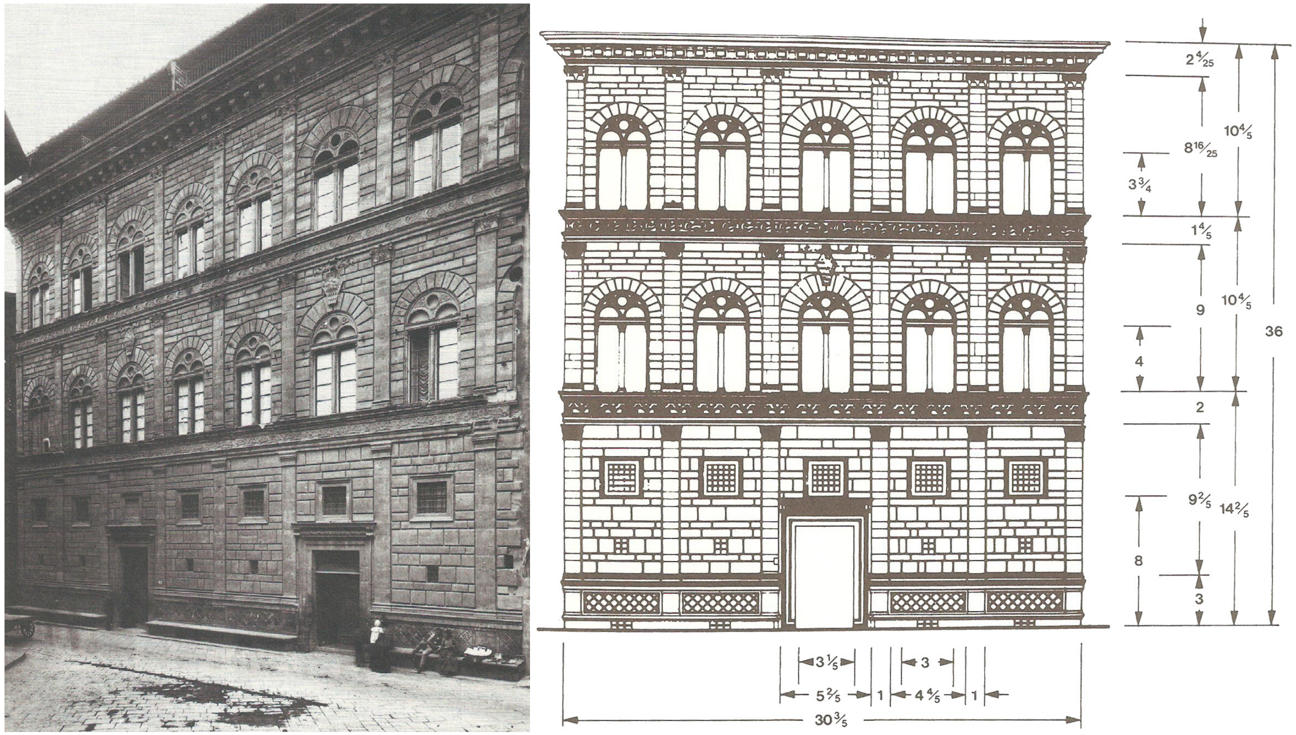
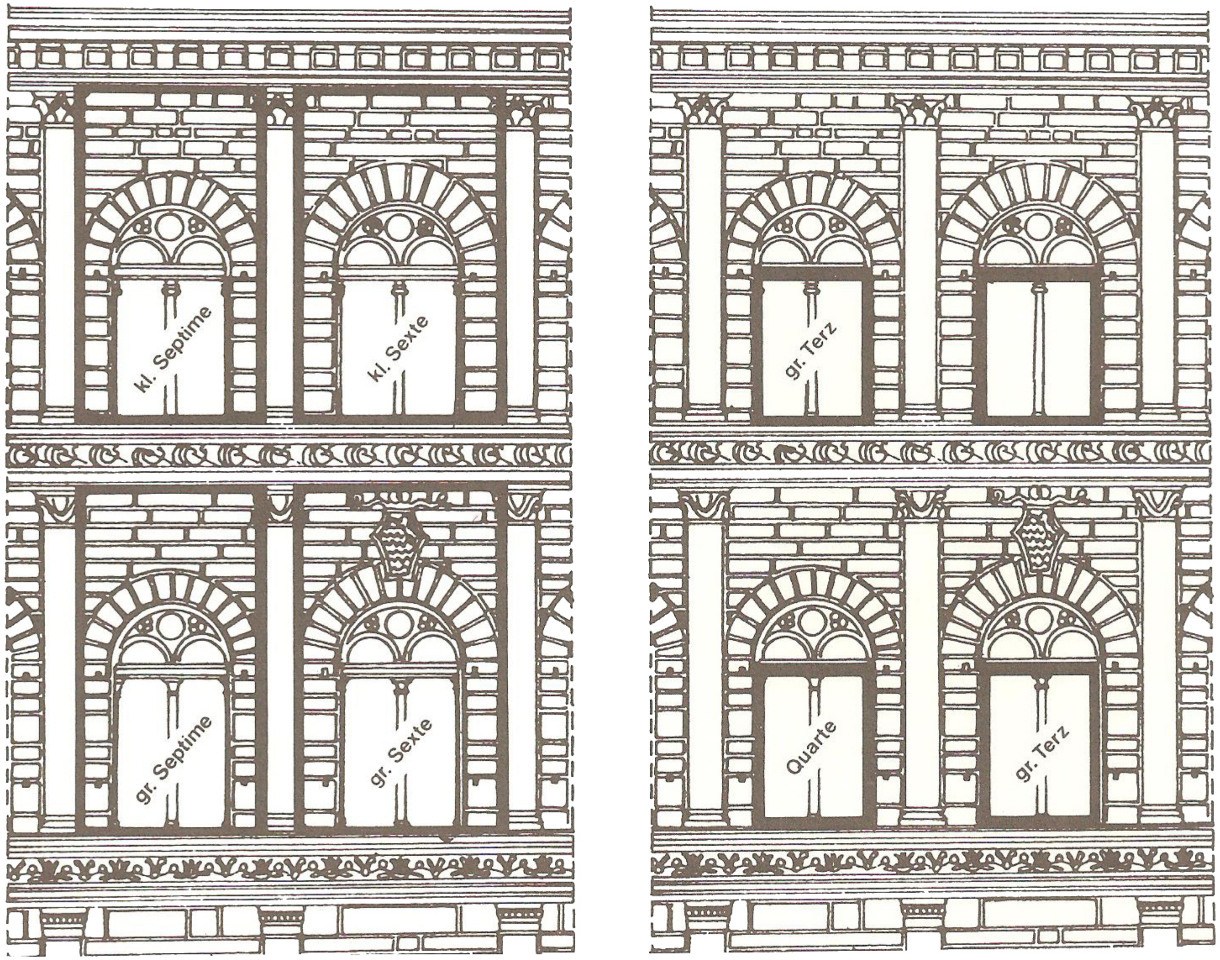


Abb. 41 Fassade des Palazzo Rucellai in Florenz (L. B. Alberti, 1455)



Palazzo Rucellai in Florenz, Fassadenausschnitt, Proportionsschema der von Pilastern und Gesimsen gerahmten 'Schauflächen'

Palazzo Rucellai in Florenz, Fassadenausschnitt, Proportionsschema der Fensteröffnungen

Abb. 42 Fassade des Palazzo Rucellai in Florenz (L. B. Alberti 1455)

2.1 Hans Kaysers harmonikale Analyse - Parthenon von Paestum

Musik und Architektur sind die wichtigen Bestandteile in seinem Buch “Paestum”. Als Harmoniker suchte Kayser von der Musik zur Architektur eine Gleichheit, u. zw. sollen die sichtbaren Proportionen in der Baukunst den hörbaren musikalischen Intervallen in der Tonkunst entsprechen.[110] “Der Säulenschaft, auch die Triglyphe klingt, / Ich glaube gar, der ganze Tempel singt.”[111]

Charles Chipiez (1835-1901), ein einflussreicher französischer Architekt, hat behauptet, dass die “Unisson” (ist die Einheit 1), die Doppelterzen und Doppelquinten der Höhe, Breite und Länge des Parthenons entsprechen. Unisson ist “die Einheit der Saite, die ganze Monochordterz, der Primton der Tonleiter.”[112] Diese Feststellung, dass die Doppelterzen und Doppelquinten der Höhe, Breite und Länge des Parthenons entsprechen, hat Chipiez mathematisch folgendermaßen dargestellt:

double tierce in der Oktave der Monochordterz bei (1 - c):

$$\frac{4}{5} = e \rightarrow \frac{4}{10} = e'$$

oder die Terz der Terz:

$$\frac{4}{5} = e \rightarrow \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25} = gis$$

double Quinte in der Oktave der Monochordquint:

$$\frac{2}{3} = g \rightarrow \frac{2}{6} = g'$$

oder die Quint der Quint:

$$\frac{2}{3} = g \rightarrow \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9} = d$$

Kayser hat die daraus sich ergebenden Strecken ausgerechnet, die aber nicht mit den drei Parthenonmaßen übereinstimmen. Aus diesem Prinzip entwickelte er seine eigene Theorie weiter. Nachdem die Maße des Parthenon fix sind, setzte er ihre Breite bzw. Höhe oder Länge jeweils zur Vergleichseinheit 1 mit zugehörigen Tönen ein, die auf dem Monochord erklingen. Somit ergeben sich 6 Permutationen in unterschiedlichen dreigliedrigen Proportionen, die immer sechsfach permutiert werden können.[113]

[110] Vgl. Wedepohl 1967, 107.
[111] Kayser 1958, 11.
[112] Ebda., 16.
[113] Vgl. ebda., 16.

1	2	3
1	3	2
2	1	3
2	3	1
3	1	2
3	2	1

Abb. 43 Permutationen nach Kayser

Nach dieser Berechnung setzt Kayser die drei Hauptdimensionen des Parthenon in Noten, die den optischen Formen und akustischen Werten entsprechen. Als Erstes nahm er drei oktavreduzierte Ganztöne.
Kayser behauptet, dass diese drei Ganztöne das Material der gesamten Tempelmusik seien. Und weiter stellt er fest,

> "dass es ganz gleichgültig ist, welche Tonhöhen ich einsetze, also welchen Ton ich der Einheit 1 beigebe. Die Tonzahlen und Tonwerte werden in ihrer gegenseitigen Proportionierung, d. h. in ihrer Intervallierung untereinander immer gleich bleiben, ob ich nun 1 = c, 1 = d usw. voraussetze. Im Sinne der üblichen musikalischen Harmonielehre handelt es sich dabei um den Akt des Transponierens. Die Struktur bleibt dieselbe, nur die Tonhöhen ändern sich."[114]

[114] Kayser 1958, 16.

Schema des Parthenon:

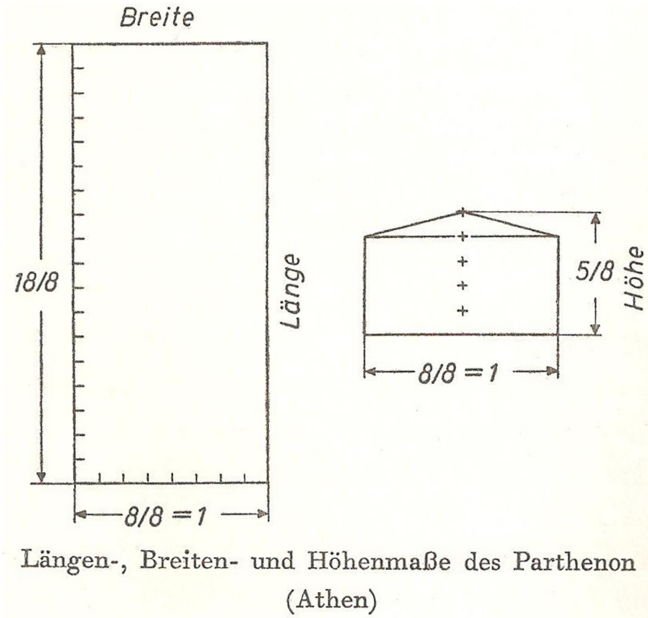


Abb. 44 Längen-, Breiten- und Höhenmaße des Parthenon.

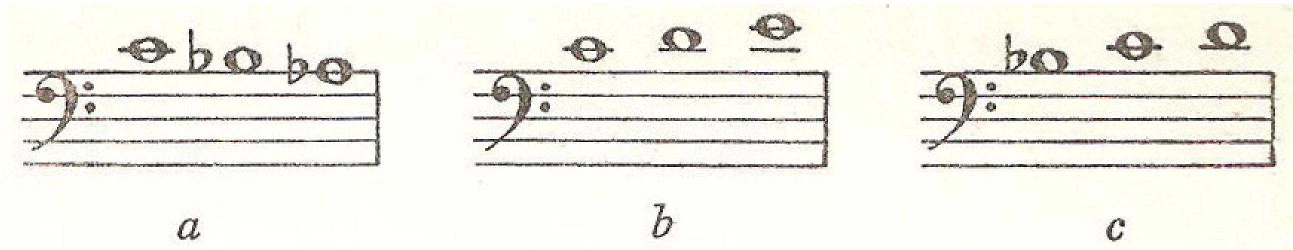


Abb. 45 Die oktavreduzierten 3 Ganztöne, d.h. 2 Ganztonschritte.

Die Töne der Tempellänge, -höhe und -breite gehen über zwei Oktaven. Kayser weist in seinem Buch darauf hin, dass es zwei Möglichkeiten von Nomoi[115] gibt bzw. Töne auf zwei verschiedene Arten gehört werden können, einerseits als melodische Folgen und anderseits als Akkorde.[116] Somit überlässt er es dem Ermessen jedes oder jeder einzelnen, für welche Variante er oder sie sich entscheidet. Des Weiteren fragt er sich,

> "[...] was für eine Symphonie von Akkorden und Melodietypen sich ergeben mag, wenn man solch einen Riesenbau wie den Parthenon mit all seinen Formen bis ins Kleinste harmonikal durchproportioniert und seine 'gefrorene Musik' wieder in ein tönendes Leben zurückruft!"[117]

Zu guter Letzt schlägt Kayser in Bezug auf die Orthographie der Tonwerte, der Intervalle und der Akkorde und zu seinen bisherigen in seinen Werken geübten Verfahren vor,

> "[...] neben die genauen Verhältniswerte (Saitenlängen bzw. Frequenzen) auch in Notenbeispielen die naheliegenden temperierten Werte zu geben. Hierdurch wird auch derjenige, der kein Monochord besitzt, in der Lage sein, sich die Tempelmaasse [!] auf einem Klavier oder anderen Instrument vorzuspielen, wobei er sich allerdings bewußt sein möge, daß unsere heutigen Instrumente temperiert sind, während wir die entsprechenden Intervalle, Akkorde und melodische Typen auf dem Monochord reintonal hören können." [118]

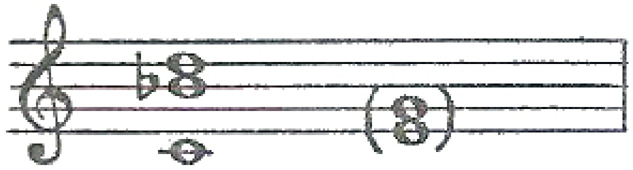


Abb. 46 Nonenakkorde mit Auslassung von Terz und Quint

[115] Kayser benennt die in den Tempelproportionen verborgenen Klänge Nomoi. Laut Kayser heißt der Begriff Nomos Brauch, Satzung, Ordnung. Im musikalischen Sinne verstanden die Griechen darunter Melodietypen, von welchen ein großer Schatz vorhanden war und denen sie die verschiedensten Texte unterlegten. Jede dieser Melodietypen hatte seinen Eigennamen, so z. B. der Nomos Orthios usw. Sie waren Gemeingut, wie die Sprache oder die Versmaße. Siehe Kayser 1958, 35.

[116] Vgl. ebda., 17.

[117] Ebda., 18.

[118] Ebda., 36

Abb. 47 Längen-, Breiten- und Höhenmaße (Normal) des Parthenon in Tönen (Saitenlängen)

2.1.1 Der Athene - (Ceres-) Tempel in Paestum

Die kleine Sexte im Verhältnis 5:8 bildet - entsprechend den Fibonacci-Zahlen - die Entwurfsgrundlage für den griechischen Tempel. Eine ganz einfache Kombination weniger Grundelemente nach einer durchdachten mathematischen Planung ist das Bauwerk des Athenetempels, auch Cerestempel[119] oder "Demeter-Tempel"[120] genannt, der in Paestum um 510 v. Chr. errichtet worden ist.

Der Cerestempel ist der "kleinste der drei Tempel von Paestum."[121] Er ist im Gegensatz zu Poseidon- und Basilikatempel im Inneren einfacher gestaltet. Er besitzt im Inneren nur eine Vorhalle und die Cella[122] , aber keine weitere Einteilung. Im Grundriss umgeben 6 x 13 dorische Säulen in durchgehend gleichem Achsabstand (Jochweite) die Cella.

Die Cella beträgt 24 dorisch-pheidonische Fuß á 32,887 cm; die Jochweite misst demnach 8', die Cellalänge 72'.[123] Die Cella, umgeben mit einer einjochigen Ringhalle (Peristasis), ergibt eine Tempelbreite von 5 Joche (Peristasis + Cellabreite + Peristasis = 1 + 3 + 1). Somit entsteht die kanonische sechssäulige Tempelfront.

Die Länge des Tempels beträgt 11 Joche (Peristasis + Cellalänge + Peristasis = 1 + 9 + 1), wurde aber um 1 Joch auf 12 Joche vergrößert, um die Eingangsseite durch eine größere Tiefe des Raumes zwischen Cella und Säulenkranz hervorzuheben. Dadurch ergibt sich als Tempelmaß die klare harmonikale Proportion 5:12, d. h. das Intervall as-f und oktavreduziert die reine kleine Terz (5:6), was einem Moll-Dreiklang entspricht.[124] (Siehe auch Kaysers Theorie im Kapitel 2.1)

Das Joch zu 8 Fuß steht in einer klaren Relation zu den 100 Fuß der Tempellänge.

Kayser hat vier Gruppen von Klängen gefunden, die er Nomoi nennt.[125]

[119] Der früher als Cerestempel bezeichnete Athenatempel ist der kleinste der Tempel von Paestum und liegt abseits der beiden übrigen Tempel im nördlichen Teil des Stadtgebietes; vgl. Friedrich Krauss, Die Tempel von Paestum I/1: Der Athenatempel, Berlin 1959, Text- und Tafelband; zit. n. Naredi-Rainer 1982, 151.

[120] Wedepohl 1967, 133.

[121] Ebda., 133.

[122] Cella (lateinisch ‚kleiner Raum', ‚Zelle') bezeichnet der Verwendung Vitruvs gemäß den inneren Hauptraum eines antiken griechischen oder römischen Tempels.

[123] Vgl. Naredi-Rainer 1982, 151-154.

[124] "Wir Harmoniker denken heute natürlich sofort an die Terz als das "Geschlechtsintervall" und an die kleine Terz als das für den "weiblichen" Molldreiklang charakteristische Intervall im Gegensatz zu der für den "männlichen" Durdreiklang charakteristischen großen Terz." Kayser 1958, 51-52.

[125] Vgl. Wedepohl 1967, 144.

Er denkt im Gegensatz zu Wedepohls figuraler Betrachtungsweise sehr harmonikal. Die ganze Anlage besteht aus einem Raster von 5 x 12 gleichen Säulenjochen von je 8 Fuß Achsenweite und hat ein einfaches rationales Verhältnis. Mit seiner Grundrissskizze (Abb. 50) zeigt Wedepohl, dass diese rationalen Maßbezeichnungen "die Folge des geometrischen Entwurfsgedankens sind".[126] Die Anordnung der Ringhallensäulen wird als figurale Proportion aus den Achteckstrahlen gewonnen.[127] In Wedepohls Skizze merkt man, dass

> "das Verhältnis der Jochanzahlen 5:12 [...] die Abfolge dieser geometrischen Grundfigur ist, welche auch die Stellung der Säulen bestimmt."[128]

Der Tempel hat daher, gemessen an den Säulenachsen, folgende Ausmaße:
40' (5 x 8) breit und 96' (12 x 8) lang.

Die Zahlen der Achsmaße des Tempels, 40 x 96, können möglicherweise aus den für die Pythagoreer heiligen Zahlen der Tetraktys (1, 2, 3, 4) abgeleitet sein. Dividiert man die Zahlen 40 und 96 durch 4, erhält man die Zahlen 10 und 24, wobei 10 die Summe und 24 das Produkt der Tetraktyszahlen darstellt.[129]

$$40:4 = 10, 10 = 1 + 2 + 3 + 4$$
$$96:4 = 24, 24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4$$

Naredi-Rainer zeigt anhand obigen Beispiels, dass die wechselseitige Entsprechung von Zahlen und Tönen im pythagoreischen Denken von besonderer Bedeutung war.

Kayser ist auch überzeugt,

> "[...] daß die Realisierung der kleinen Terz in den Hauptmaßen des Tempels nicht von ungefähr ist: sicher wollte der Baumeister auf Grund seines pythagoreischen Wissens in diesem Verhältnis den Klang einer weiblichen Gottheit symbolisieren, der ja dieser Tempel gewidmet war."[130]

126 Vgl. Wedepohl 1967, 144.
127 Ebda., 138.
128 Ebda., 138-139.
129 Vgl. Naredi-Rainer 1982, 157.
130 Kayser 1958, 52.

Tempel	Maße	Töne	oktavreduziert
Länge : Breite	100:44,2	c_7:fes_7	verminderte Quart oder kleine Terz
Länge : Breite : Höhe	96:40:30=12:5:3$^3/_4$	f_7:as_6:des_6	kleine Terz und Quart = Sextakkord als Durklang
Stylobatstufe : Säulenhöhe : Gebälkhöhe	3$^3/_4$:18$^3/_4$:7$^1/_2$ = 1:5:2.	Große Terz zu kleiner Terz	
Cellalänge : Cellabreite	3:1	Dreifache Oktave	

	Länge (Fuß)	Joch
Oktavreduzierung	100	8
	50	4
	25	2
Noten	fes (e)	c

Abb. 48 Es ist fes - c transponiert nahe der großen Terz e - c, d. h. des männlichen Geschlechtsintervalls, so daß hier mittels raffiniert anmutender, jedoch höchst einfacher Mittel vom Architekten auch das Problem “Mann” hineinproportioniert wurde: Sind die Hauptmaße der Längen- und Breitenjoche 12:5 als kleine Terz der weiblichen Gottheit geweiht, die der Tempel beherbergen sollte, so tönt im Verhältnis der Langseite (100 Fuß) zum Einzeljoch (8 Fuß), sozusagen als Auftakt zur Proportionierung, ein männliches Agens (große Terz) herein und bringt die ganze Planidee der Proportionierung erst in Bewegung!

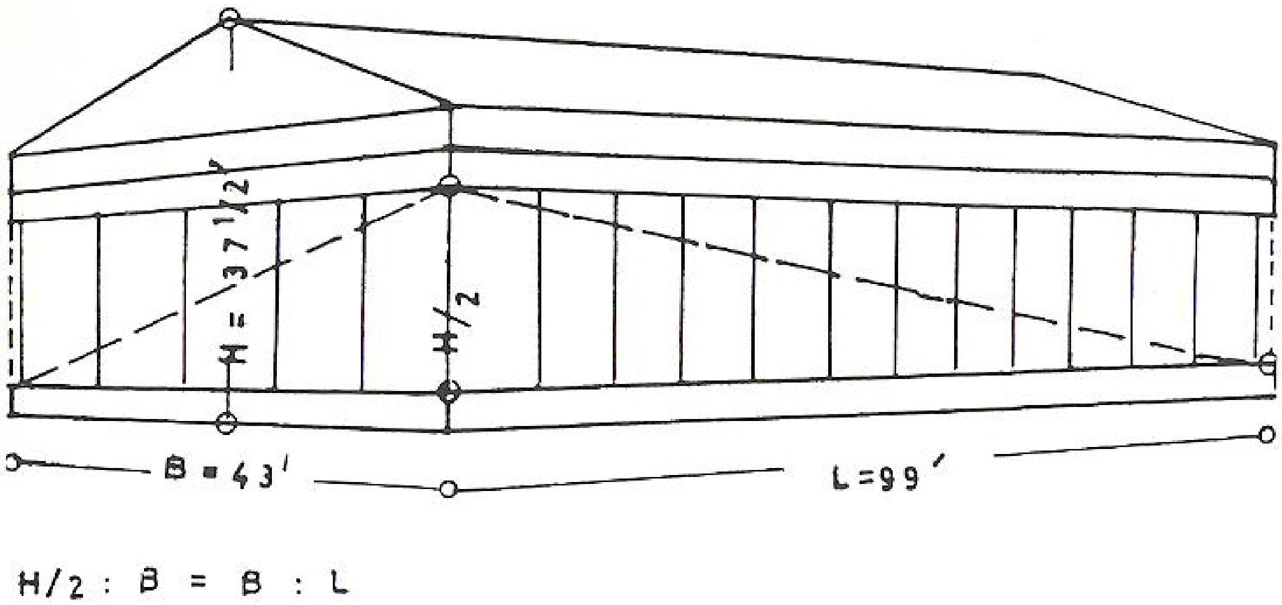


Abb. 49 Maßverhältnisse des Baukörpers. Säulenhöhe verhält sich zur Tempelbreite wie diese zu seiner Länge, das heißt SH : B = B : L. Die Tempelbreite ist also die mittlere Proportionale zwischen Säulenhöhe und Tempellänge. In Fußmaßen ausgedrückt: $18^3/_4$:43 = 43:99.

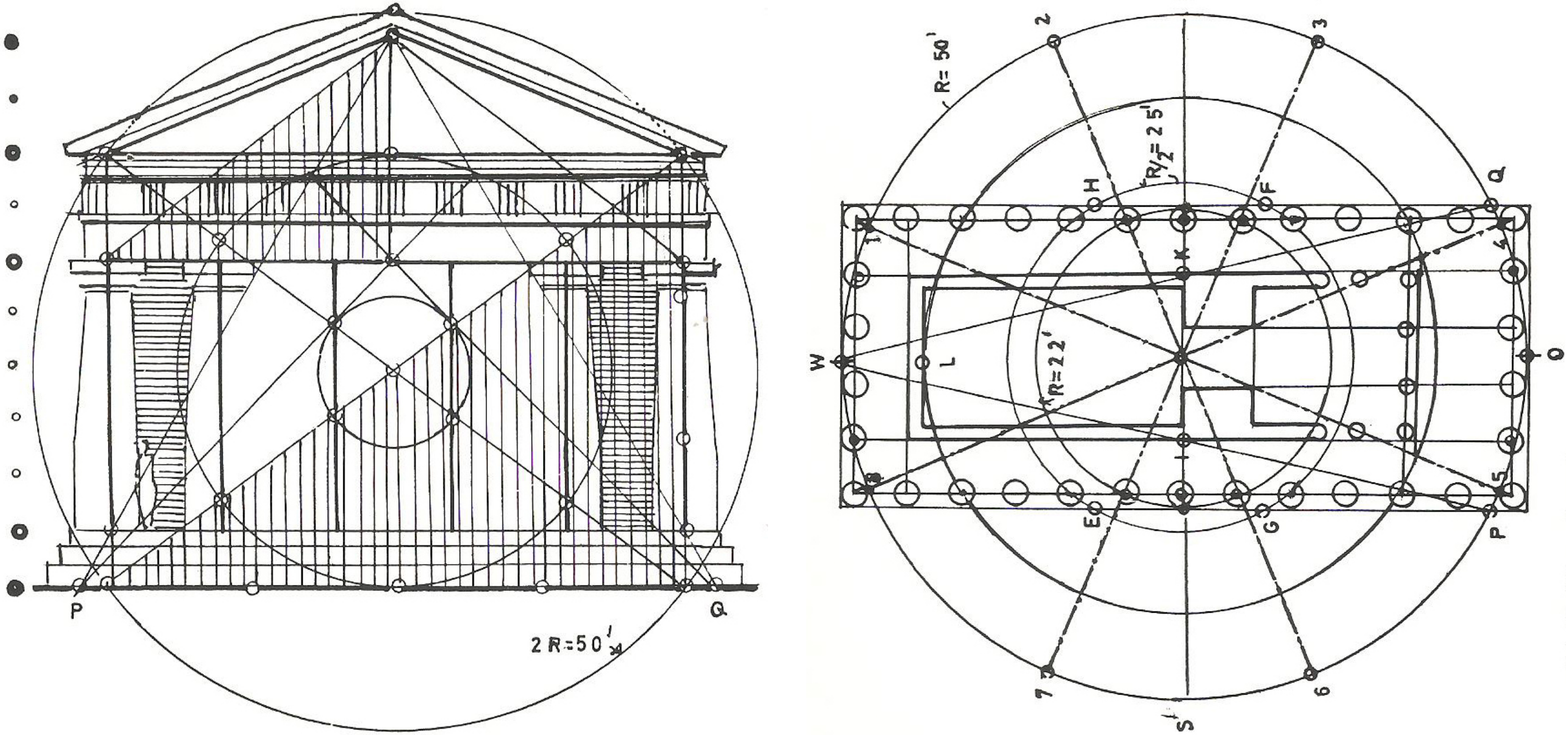


Abb. 50 Die Cellagliederung und die Säulenstellung der Ringhalle sind eng aufeinander bezogen: Die Cellabreite entspricht drei Jochen der Säulenstellung, die Cellalänge etwa neun Jochen, so daß sich grob gerechnet das Verhältnis 1:3 für das Außenmaß der Cella ergibt; tatsächlich ist sie um 2 Fuß länger als ihre dreifache Breite.

Abb. 51 Athenatempel in Paestum (um 510 v. Chr.)

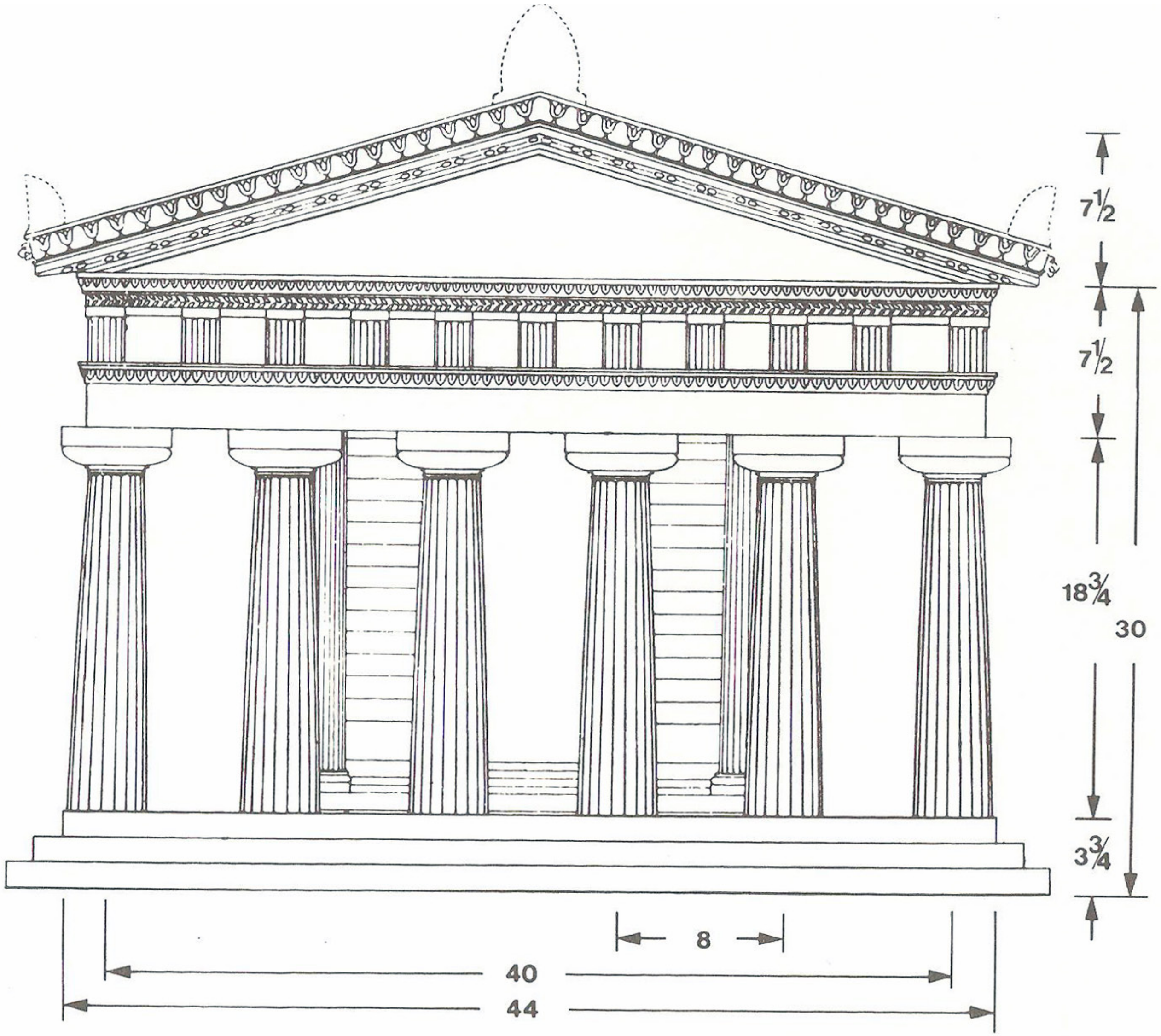


Abb. 52 Athenatempel in Paestum, Rekonstruktion der Ostfront nach Kraus; Maßangaben in dorisch-pheidonischen Fuß á 32,8 cm

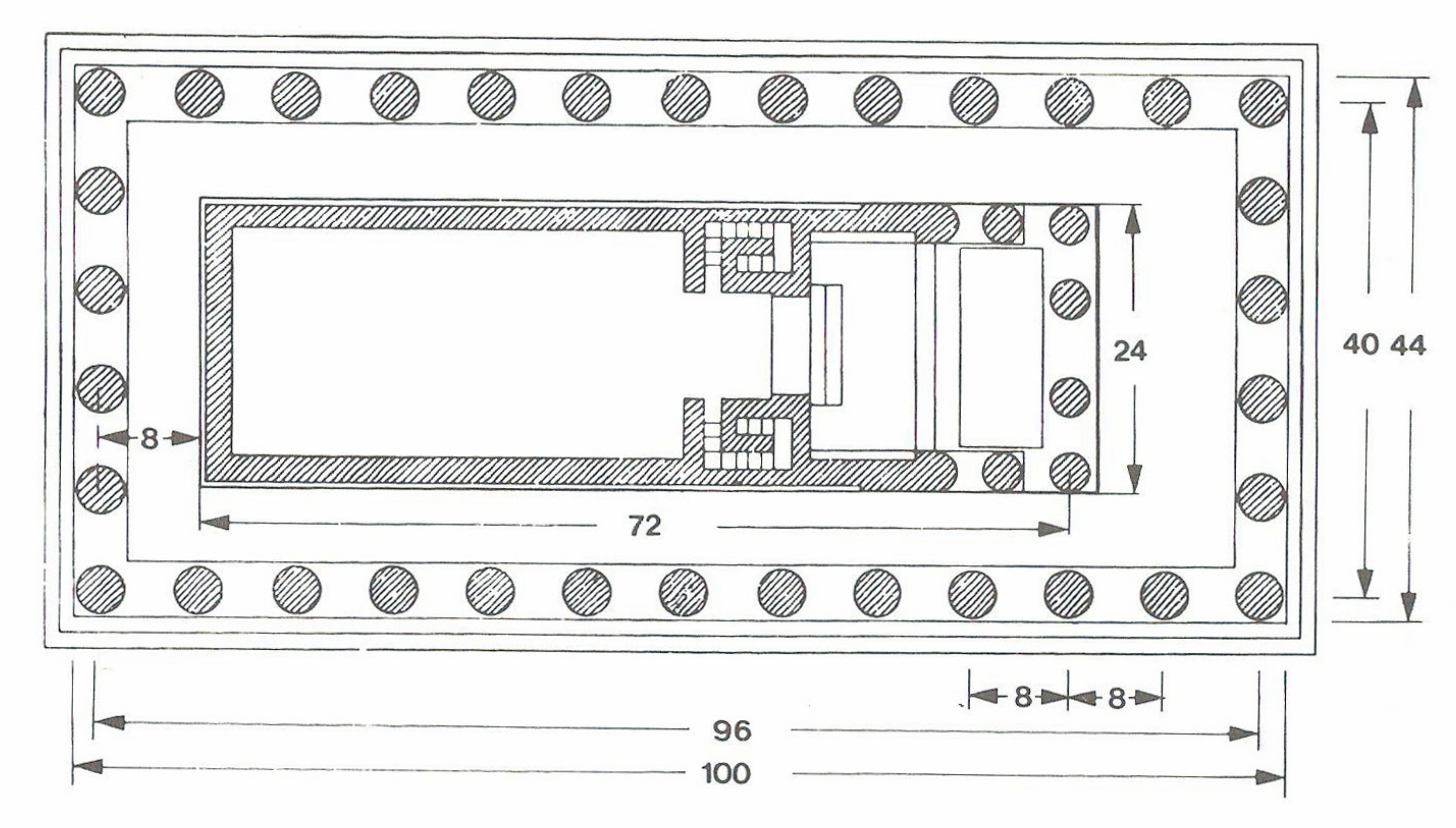


Abb. 53 Athenatempel in Paestum, Grundriss, Maßangaben in dorisch-pheidonischen Fuß á 32,8 cm

Die unten angegebenen Tempelmaße mit klaren harmonikalen Notenwerten wurden von Kayser ausgeführt[131]:

30 Fuß	2/8	5/8	1/8
Tempelhöhe	Gebälk	Säule	Stufenbau

Die Töne wurden nach ihrer Höhe geordnet und auf den Raum des temperierten Notensystems gebracht.[132] (Abb. 55 und 56)

[131] Kayser 1958, 53-54.
[132] Vgl. ebda., 54.

Gesamtlänge des Stylobats

(Maß des Auftraggebers nach Krauss) 100 Fuß = fes_7

Länge nach Jochen (1 Joch = 8 Fuß)

12 Joche × 8 Fuß = 96 Fuß = f_7

Breite nach Jochen

5 Joche × 8 Fuß = 40 Fuß = as_6

Höhe = 30 Fuß = des_5

Höhe differenziert: 2/8 Gebälk des_3
5/8 Gebälk $heses_5$
1/8 Stufen des_2
basiert auf 30 des_5 = 8/8

Abb. 54 Die harmonikalen Rationen zum Athenatempel - Ceres-Tempel

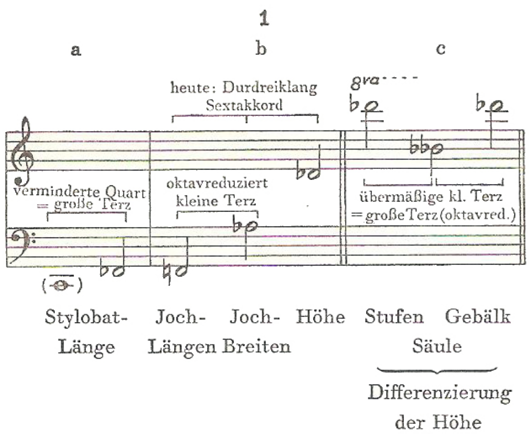


Abb. 55 Töne im temperierten Notensystem

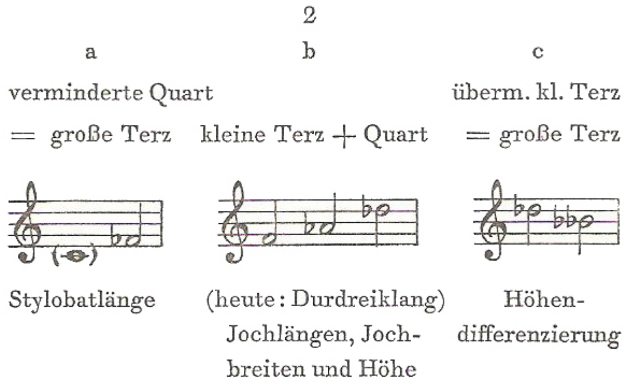


Abb. 56 Oktavreduzierte Intervalle resp. Akkorde

Abb. 57 Ceres Tempel Südseite

Abb. 58 Ceres Tempel Westfront


Abb. 59 Ceres Tempel Inneres nach Osten

Abb. 60 Ceres Tempel Nordwestecke

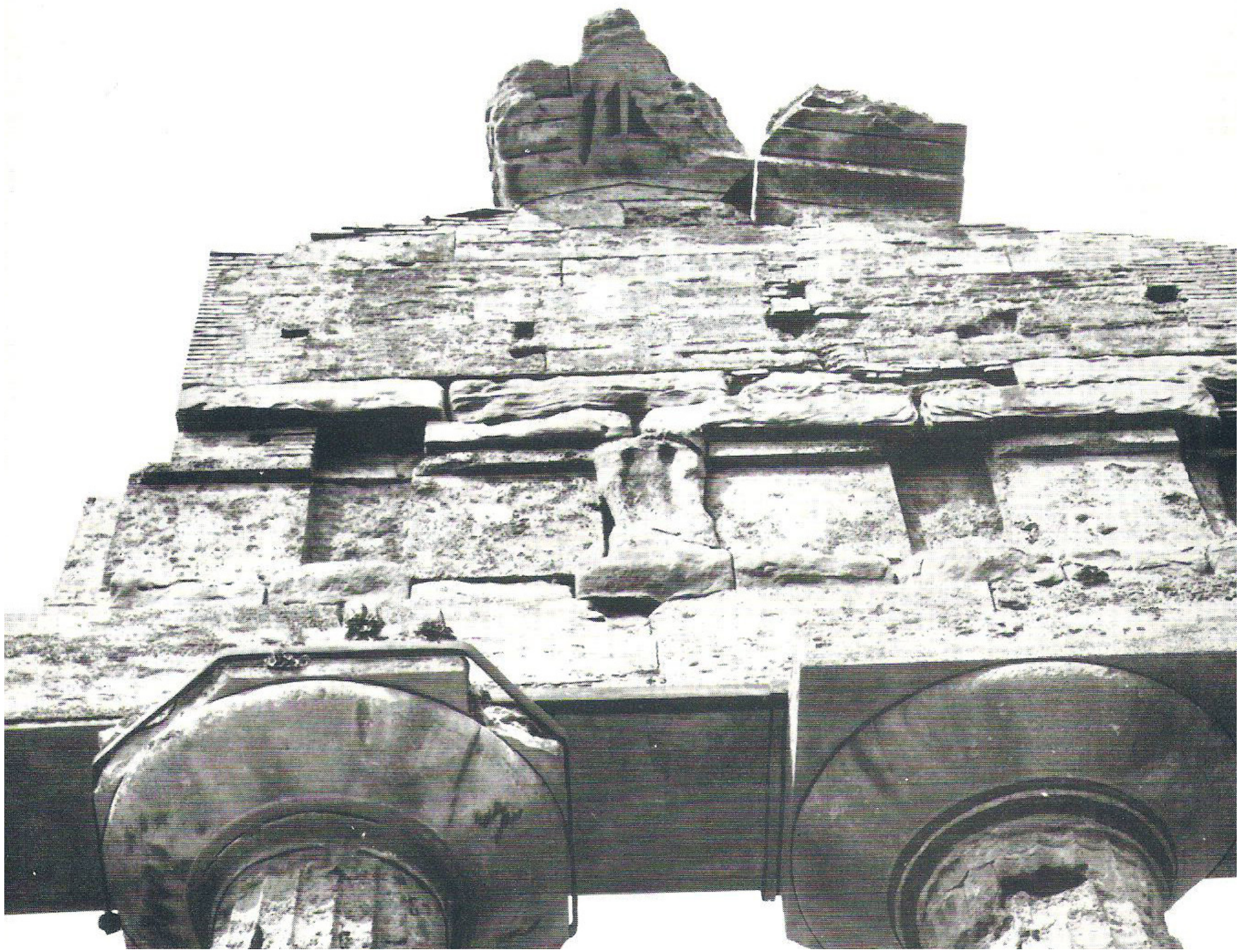


Abb. 61 Ceres Tempel Ostgiebel

2.2 Architektur der Gegenwart - Daniel Libeskind

Das Thema Architektur und Musik betrachtet Daniel Libeskind, der zu den wohl bekanntesten Architekten der Gegenwart zählt, von einem architektonischen und graphischen Standpunkt aus. Er ist der Meinung, dass "das Verhältnis zwischen Architektur und Musik [...] sehr tief und vielschichtig [ist], weil es sehr schwer vorstellbar ist."[133]
Er versuchte die Musik mit verschiedenen anderen Interessen zu verknüpfen. "Chamberworks"[134] (1983) ist eine bedeutende Studie zu diesem Thema, in dem die vier folgenden Projekte unter dem Eindruck dieser Idee entstanden sind: "City Edge" (Projekt für IBA-Wettbewerb 1987 in Berlin-Tiergarten), das Jüdische Museum Berlin, Bremer Philharmonie und das Projekt für den Erweiterungsbau Victoria Et Albert Museum in London.

2.2.1 Daniel Libeskind - Lebenslauf

Daniel Libeskind (*1946), der jüdischer Abstammung ist, wurde in der Nachkriegszeit in Polen geboren und ist in Israel und in den USA aufgewachsen. In jungen Jahren war er ein erfolgreicher virtuoser Berufsmusiker und galt als Wunderkind am Akkordeon, das er deswegen studierte, "weil das Akkordeon die Form eines Koffers hat und somit praktisch war."[135]

In den 1950er Jahren wanderte er mit seiner Familie nach Israel aus. Im Jahr 1960 emigrierte Libeskind mit seinen Eltern ein zweites Mal. Die Familie ging nach New York, wo Daniel seine musikalische Laufbahn aufgab, womit seine Architekturkarriere begann.

Bei vielen Interviews oft danach gefragt, warum er seine musikalische Karriere aufgegeben habe, antwortete er, nur die Konzerte, aber nicht die Musik aufgegeben zu haben.[136] Er versucht sein musikalisches Interesse nicht mehr auf der Bühne, sondern "mit der Mathematik, mit den Zahlen, mit Dingen, die mit Zahlen zu tun haben, mit Grafik und Kunst im allgemeinen"[137] in seinen Bauwerken umzusetzen. Die Musik in der Architektur sei für ihn unsichtbar, äußert er sich in einem Interview in der Zeitschrift "Die Welt" in New York.

133 Libeskind 1997, 28.
134 Chamberworks ist ein Studio, in dem er seine Collage mit 28 sorgfältig konstruierten Architekturzeichnungen entworfen hat. "Der Architekt DANIEL LIBESKIND versuchte in seiner Studie 'chamberworks' die Ursprünge der Architektur und Musik weiter zu ergründen. Er sieht einen Umkehrschluss im Körperlosen der Musik und der Körperlichkeit der Materie und meint, dass die musikalische Erfahrung oft einen weit tieferen Eindruck hinterlässt als das höchste aller Gebäude!" Online unter: http://www.architektur-hoeren.at/blog/ (Stand: 03.08.2015).
135 Libeskind 1997, 28.
136 Vgl. ebda, 28.
137 Ebda., 28.

> "Wenn Sie ein Stück komponieren, dann spielen Sie nicht die Instrumente. Sie sind unsichtbar. Sie liefern die Noten. Der eine Violinenspieler mag ein G-Moll etwas anders interpretieren als ein anderer Violinenspieler, aber es bleibt doch G-Moll. Und mein Entwurf bleibt mein Entwurf."[138]

Er redet nicht nur wie andere Architekten über die Kosten und Detailgestaltung eines Bauwerkes, sondern hat einen multidisziplinären Zugang zur Architektur und spricht auch vom Innenleben, von der Seele eines Gebäudes.

> "Sie leben und atmen und besitzen genau wie wir Menschen ein Inneres und ein Äußeres, einen Körper und eine Seele. Wie schafft man es also, ein Gebäude zu entwerfen, das singen kann? Ein Gebäude, das Charakter, Menschlichkeit und Schönheit ausstrahlt? Wie fängt man an?"[139]

Daniel Libeskind gewann 1989 einen Architektenwettbewerb für die Erweiterung des Berlin-Museums aus dessen jüdischer Abteilung er das Jüdische Museum errichtete, ein Denkmal für die während der NS-Zeit umgekommenen Juden. Obwohl als Architekt ein Spätberufener, erhielt er zahlreiche Auszeichnungen und Architekturpreise. Mit 53 hat er das erste Gebäude, das Jüdische Museum, in Berlin, realisiert.[140]

Er hat an vielen Universitäten der Welt gelehrt und hat Projekte auf jedem Kontinent, wie z. B. Museumsgebäude in Toronto, San Francisco, Dresden, Kopenhagen und Denver, ein Universitätsgebäude in Hong Kong, ein Einkaufs- und Wellnesscenter in der Schweiz, ein Studentenzentrum in Tel Aviv und in London und ein Stadtentwicklungsprojekt in Mailand.

2.2.2 Chamberworks - Nicht-originale Zeichen

Mit der Studie "Chamberworks" will der Architekt Daniel Libeskind eine andere Sicht der Architektur vermitteln. Die Bedeutung vom Verhältnis zwischen beiden Disziplinen (Architektur und Musik) ist für ihn weder konzeptionell noch rein praktisch.[141] Musik ist unsichtbar und nicht greifbar. Aus diesem Grund fragte Libeskind, wie man die körperlose Musik in eine haptische Materie umsetzen kann. Sogar große Denker wie Schopenhauer und Hegel sind der Meinung, "daß das, was als objektives Phänomen am wenigsten tastbar und greifbar ist, die Grundlage der Kultur bildet."[142]

[138] Kaiser/Stein: "Dieses Haus hat sogar Toiletten!" in: Die Welt, 28.02.2015, online unter: http://www.welt.de/wirtschaft/article137933825/Dieses-Haus-hat-sogar-Toiletten.html (Stand: 03.08.2015)
[139] Libeskind/Crichton 2004,14.
[140] Vgl. ebda., 15-16.
[141] Vgl. Libeskind 1997, 28.
[142] Ebda, 31.

Libeskind hat zu diesem Thema anhand seiner Reihe „Mikromegas“ versucht dem Verhältnis zwischen der Zeichnung und dem Prozess des Bauens auf den Grund zu gehen. Dazu erklärte er, dass seine Zeichnungen “Micromegas” nicht unbedingt Entwürfe für Gebäude seien.[143] (Abb. 62)

> “[...] Micromegas sind in diesem Sinne nicht unbedingt Entwürfe, aber sie greifen eine sehr alte Tradition der Koordination, der Mathematik, auf: Die Zeichnung als musi(kali)sche Ordnung oder musi(kali)sches Medium. Musi(kali)sch im Sinne der Musen, etwas, das in allen Gebieten mitschwingt.”[144]

In einer bestimmten Hinsicht sind die Menschen von Musik umgeben und manche Wissenschaftler behaupten sogar, dass die Tonarten selbst das Fundament der materiellen Welt darstellen. Für Libeskind sei Architektur gleich wie Musik grenzenlos, weil “wir das Ohr nicht als den Grund oder Ursprung für die Musik ansehen können.”[145]

Es besteht ein Gleichgewicht zwischen Architektur und Musik. Durch die Suche nach dem Ursprung von Architektur und Musik entdeckte er bei mehreren Untersuchungen an Chamberworks einen Prozess, bzw. den Zugang zu einem Prozess, nämlich dass der Pfad, auf dem man einem Werk folgt, immer auch mit dem Inhalt dessen zusammenhängt, was man verfolgt.[146]

> “Meine Erkundungen fanden natürlich sowohl in einem schalltoten als auch in einem hoch technologischen Raum statt, etwa in einem Raum, in dem Teilchen extrem beschleunigt werden. Deswegen habe ich Chamberworks genannt.”[147]

In seiner Forschung stieß er auf verschiedenste sprachliche Zeichen der Architektur, in der die Musik des Geistes wohnt. Des Weiteren führt er aus, dass der Maßstab der Instrumentalität der Musik- und Architekturproduktion eine wichtige Rolle spielt.

143 Vgl. Libeskind 1997, 31.
144 Ebda, 31.
145 Ebda, 31.
146 Vgl. ebda., 31.
147 Ebda., 31.

“Die Musik wird von Instrumenten hervorgebracht, deren Physiognomie mächtig und deren Verbindung zur Architektur mystisch ist, und vice versa. Die Architektur hingegen wird oft mit Instrumenten produziert, die keine nennens- oder erinnernswerte Form zur Bildung von städtischen oder auch anderen Lebensräumen besitzen.”[148]

Liebeskind ist beeindruckt von der Biographie von Helen Keller, die taubblind war. In ihrem Buch zeigt sie, dass sie trotzdem sehen und hören konnte. Ihr Buch beeinflusste Libeskind sehr und brachte ihn zum Denken,

“[...] ob man, wenn man stumm wäre und blind und die Architektur nicht messen könnte, ob man dann die Räumlichkeit der Disziplin verlieren würde oder ob sie erhalten bliebe, uns auf die gleiche tiefe und archaische, gegenwärtige Weise erhalten bliebe, auf die wir sie heutzutage auf der ganzen Welt wahrnehmen?”[149]

Für ihn sind Gebäude mathematisch nicht von der kinästhetischen Erfahrung zu trennen. Architektur wird als lineare Verbindung zur Musik dargestellt. Die Verbindung ist mehrdimensional und figürlich.

Töne, Orchester, Musik, Lieder und die gesprochene Sprache haben nach Libeskinds Meinung eine ganz bestimmte Gestalt, welche in der Architektur gespenstisch und geisterhaft erscheint.

“Architektur ist nicht frei von Musik, so rein sie auch dastehen möchte, so gern sie sich auch auf berechenbare Proportionen reduziert sähe.”[150]

[148] Libeskind 1997, 31-32.
[149] Ebda., 32.
[150] Ebda., 33.

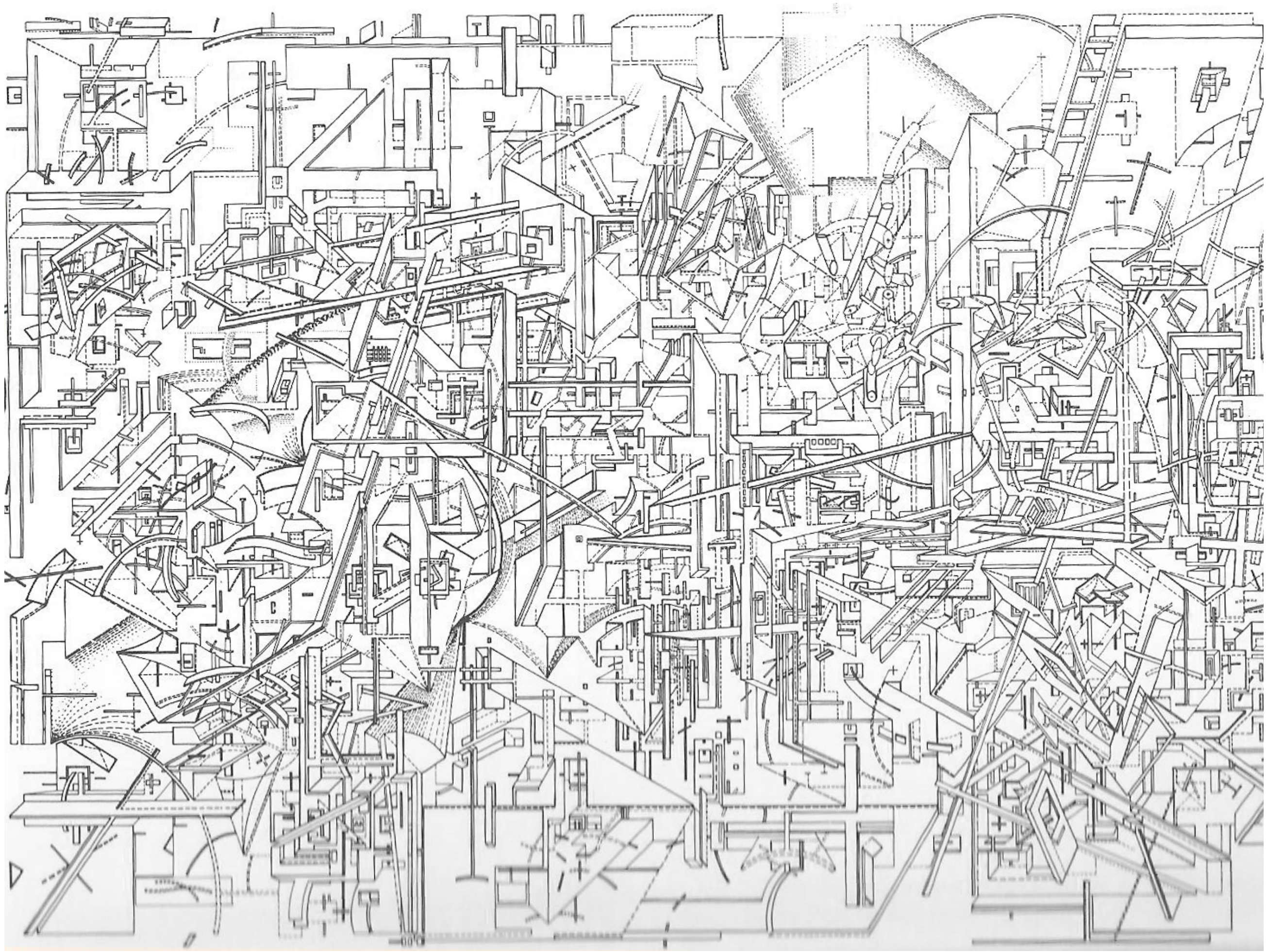


Abb. 62 Micromegas - Dream Calculus

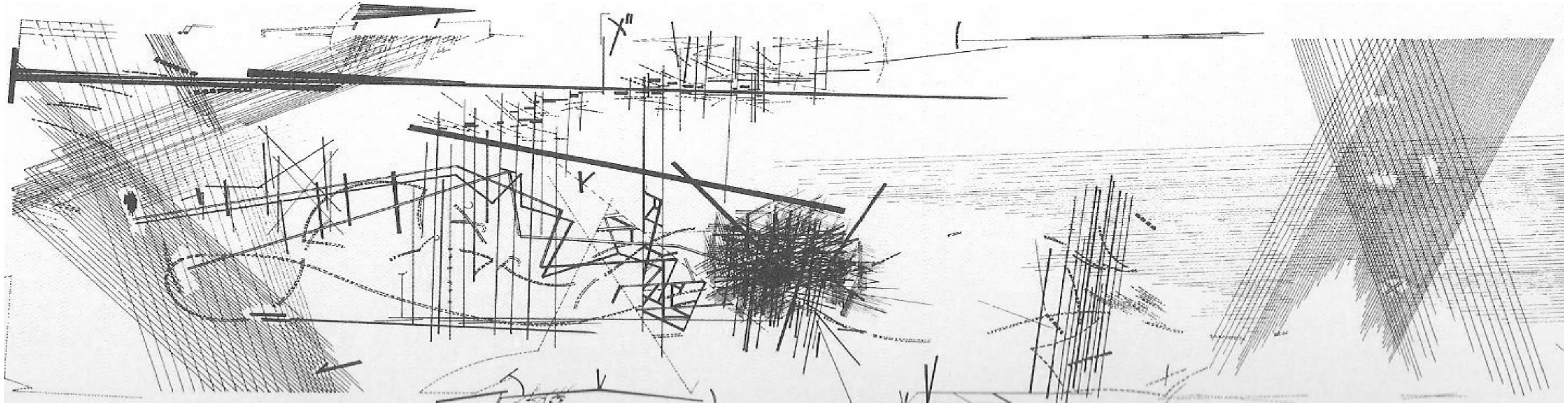


Abb. 63 Chamberworks IV. horizontale Zeichnung

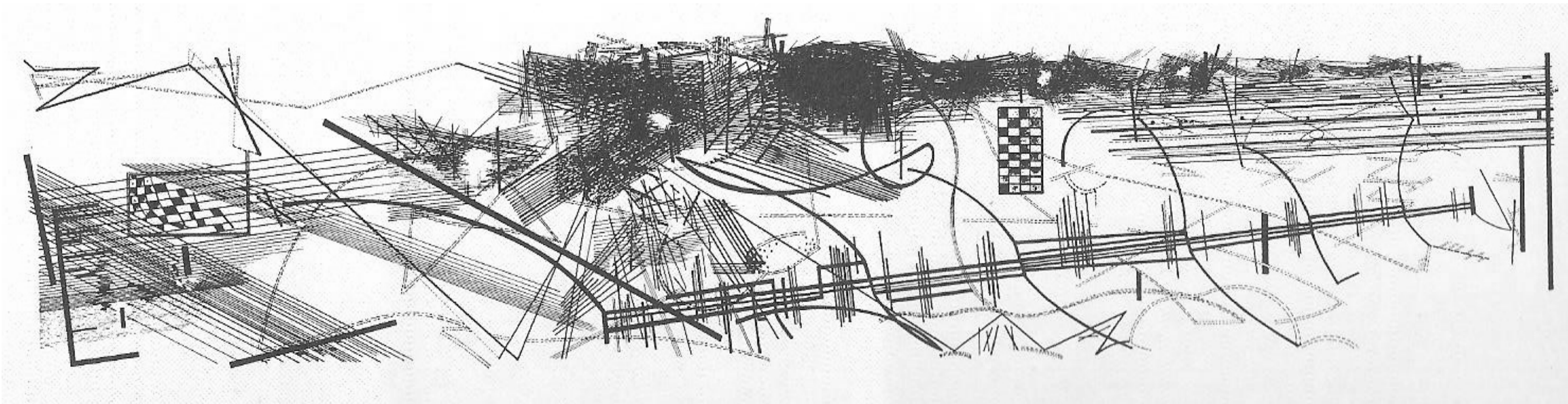


Abb. 64 Chamberworks VI. horizontale Zeichnung

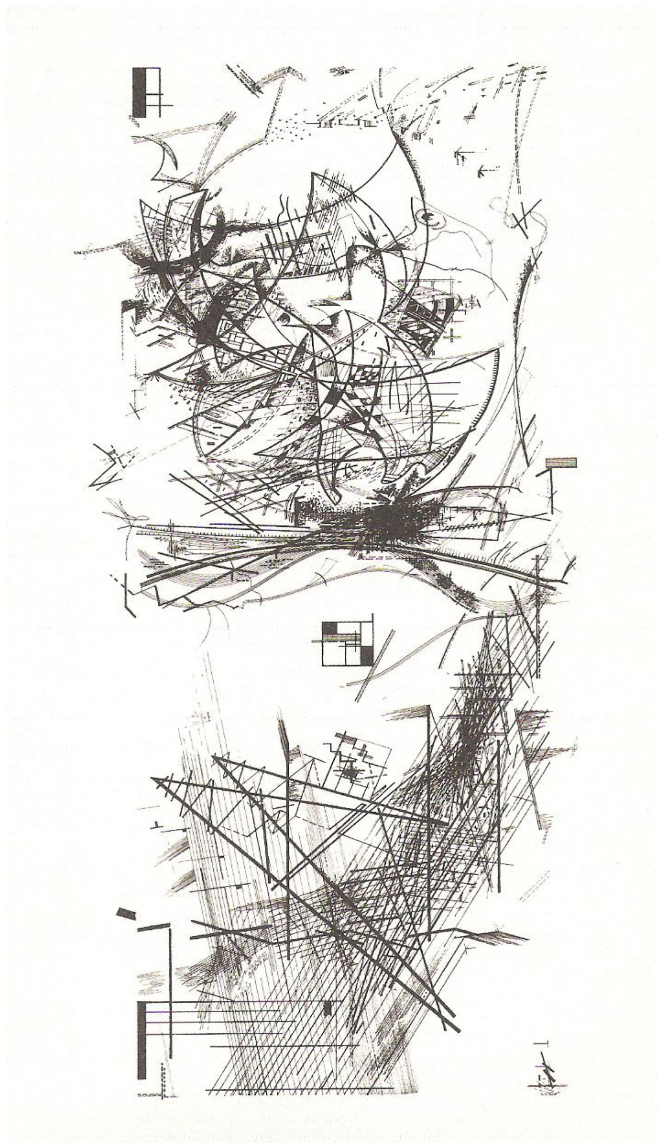


Abb. 65 Chamberworks IV. vertikale Zeichnung

2.2.3 *Das Jüdische Museum Berlin*

"Das Jüdische Museum ist als ein Bau konzentriert, in dem das Unsichtbare und das Sichtbare die strukturellen Merkmale bilden, die in diesem Raum Berlins angesammelt wurden und in einer Architektur offengelegt werden, der das Namenlose einbeschrieben ist wie ein Name, der stumm bleibt."[151]

Abb. 66 Blick auf die Lindenstraße. Links das ehemalige Kollegienhaus

[151] Libeskind 1999, 6.

Libeskind liebte Notenpapiere und deswegen hat er die gesamte Projektbeschreibung auf einem leeren Notenblatt geschrieben. Er meinte, dass das Papier einen gelblichen Ton und Zeilen habe und er wegen der horizontalen Linien sich mit dem Papier sorgfältig auseinandersetzen müsse.

Bei der Planung für das Jüdische Museum berücksichtigte er diese horizontale Linie auf dem Notenpapier besonders, weil sie eine Fluchtlinie zur Straße hin darstellte, die niemals überschritten werden sollte. Seit damals müssen die Berliner Bauten nach dieser Fluchtlinie ausgerichtet sein.

Er hat die Spitze des Gebäudes, das über diese Linie hinausgeht und in dem sich eines der Hauptstiegenhäuser befindet, geplant. Bei der Projektbesprechung wurde er von einem Beamten gefragt, warum er auf Notenpapier schreibe. Libeskind erklärte:

> "Wenn man Notenpapier auffaltet, so kann man Dinge darauf sehen, die man auf einem normalen unlinierten Papier oder auf einem Architekturplan niemals sieht."[152]

Obwohl er über die Fluchtlinie hinaus geplant hat und während der Projektbesprechung nie über die Fluchtlinie gesprochen hatte, erhielt er die Zustimmung vom Planungsamt des Berliner Senats. Nach dieser Mitteilung war er fest überzeugt, dass es eine Verbindung zwischen Architektur und Musik gibt. Die Notenzeilen drangen sogar in die Baubesprechungen des Berliner Senats ein.

Durch die Zickzack-Form des Entwurfs zieht sich eine Schneise aus Räumen. Diese Art Leerräume werden "Voids" genannt, in denen es - weil fensterlos - vollkommen finster ist. Dadurch sollen die BesucherInnen zum Nachdenken angeregt werden. "Dieser Void verlief in gerader, aber gebrochener Linie durch den ganzen Bau - durch Galerien, über Durchgänge, in die Büros hinein und wieder hinaus"[153], schreibt Libeskind in seinem Tagebuch. Im Untergeschoß verläuft sogar eine Achse, die in einer Sackgasse endet.

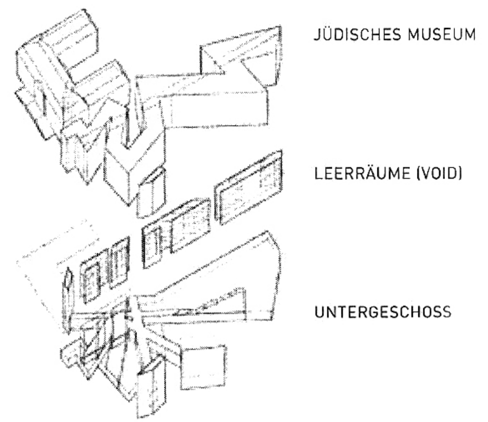


Abb. 67 Entwurfskonzept

[152] Libeskind 1997, 39.
[153] Libeskind/Crichton 2004, 100.

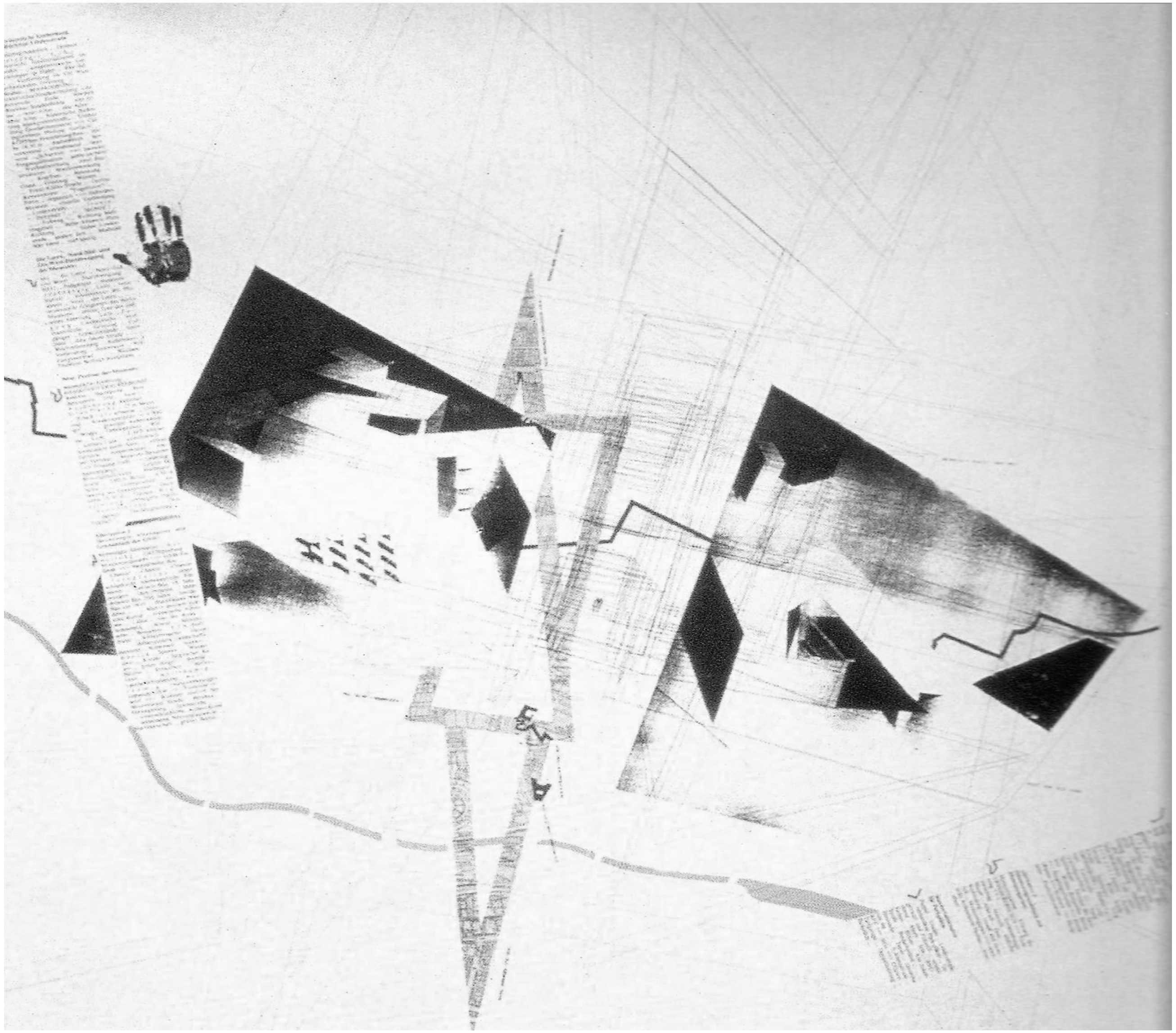


Abb. 68 Entwurfsskizze

Auf die berühmte, von Le Corbusier gestellte Frage: „Was ist Architektur?“,[154] antwortete Libeskind Folgendes: „Architektur ist die perfekt proportionierte Harmonie der Formen im Licht.“[155] Dazu führte er noch näher aus:

> „Es bedeutet im Wesentlichen, dass die Perfektion weit über das hinausgeht, was wir uns vorstellen können. Es scheint fast wie ein von außen eingenommener Blickwinkel, wie die Perspektive Gottes.“[156]

Einmal hatte sich Libeskind mit seiner Frau und Freunden irgendwo südlich von Neapel in der Nacht verlaufen. Sie schliefen vor einem verschlossenen Straßencafé. Als ihn das erste Morgenlicht weckte, fiel sein Blick auf die Tempel von Paestum vor ihm. Die Tempel leuchteten in der Morgendämmerung in einem schimmernden Goldrosaton. „Ihre Schönheit war einzigartig, fast paralysierend“[157], äußerte Libeskind sich in seinem Tagebuch. In diesem Moment begriff er,

> „dass Tempel nicht nur als Form der Architektur verehrt wurden, sondern als zu Stein gewordene Götter. Die Strahlen der Sonne schienen sie mit Leben zu erfüllen, mit Ideen und Idealen zu beseelen. Licht ist göttlich.“[158]

Licht ist ein wichtiger Bestandteil der Gebäude, der Räume und der Stimmungen. Das ist der zweite Aspekt, den Libeskind sehr wichtig findet. Er versucht das Licht im Raum ganz exakt und genau zu konzipieren. „Licht ist das Maß aller Dinge. Es ist absolut, mathematisch, physikalisch, unvergänglich.“[159]

Libeskind konnte sich kaum vorstellen, dass er den Wettbewerb für den Bau des Jüdischen Museums gewonnen hatte. „Das mächtige Gebäude ist der erste Realisierungsentwurf des 1946 geborenen Architekten.“[160]

> „Das Jüdische Museum hat einen vielschichtigen Bezug zu seinem Kontext. Es wirkt als eine Linse, die die Vektoren der Geschichte vergrößert, um die Kontinuität der Räume sichtbar zu machen.“[161]

Es ist somit für ihn ein Beweis für die mystische Kraft der Musik, „daß man in der Architektur und in der Musik nicht allein ist.“[162]

[154] Libeskind /Crichton 2004, 68.
[155] Ebda., 68.
[156] Ebda., 68.
[157] Ebda., 68.
[158] Ebda., 69.
[159] Ebda., 70.
[160] Libeskind 1999, 25.
[161] Ebda., 27.
[162] Libeskind 1997, 37.

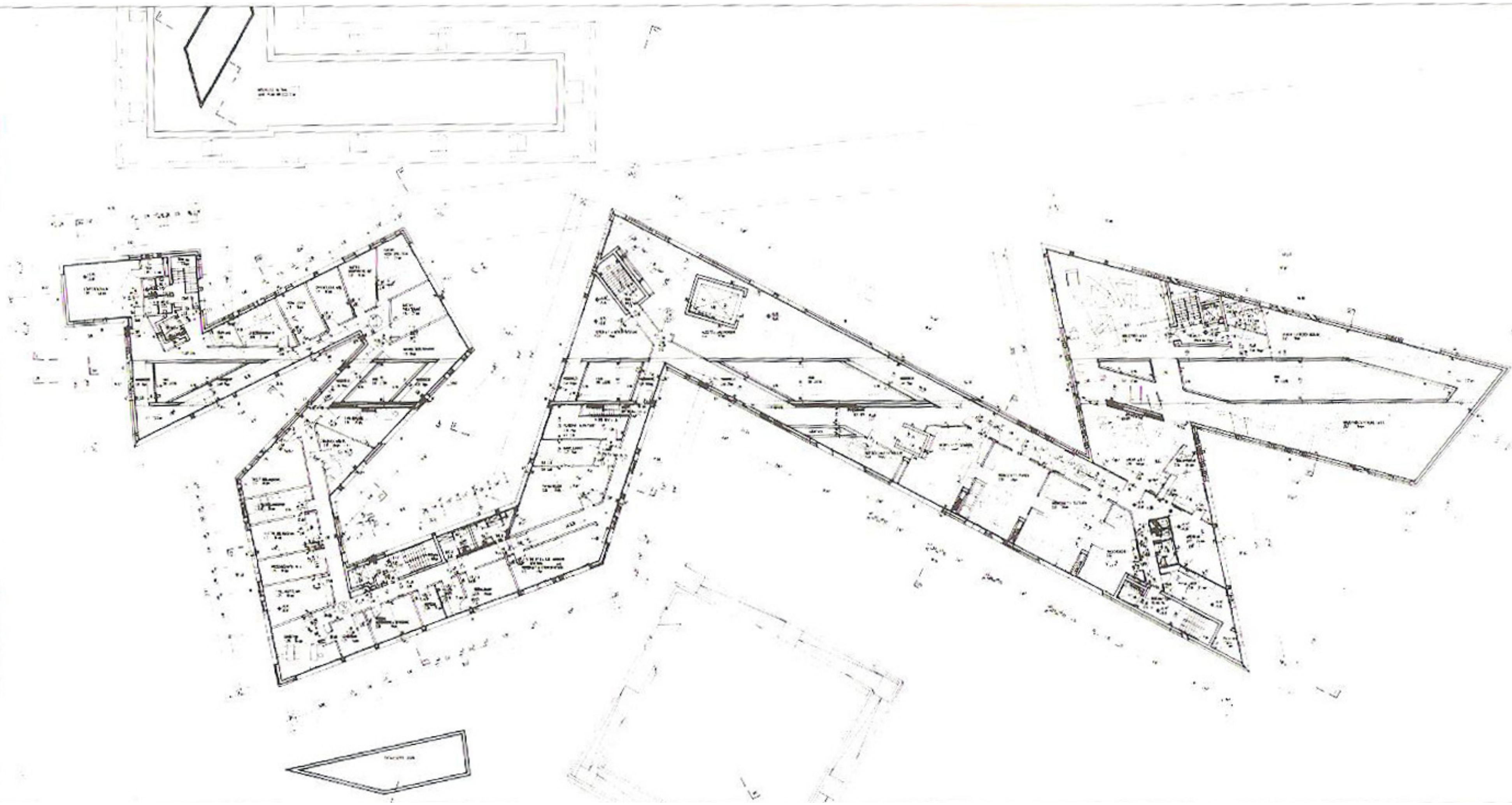


Abb. 69 Grundriss Erdgeschoß

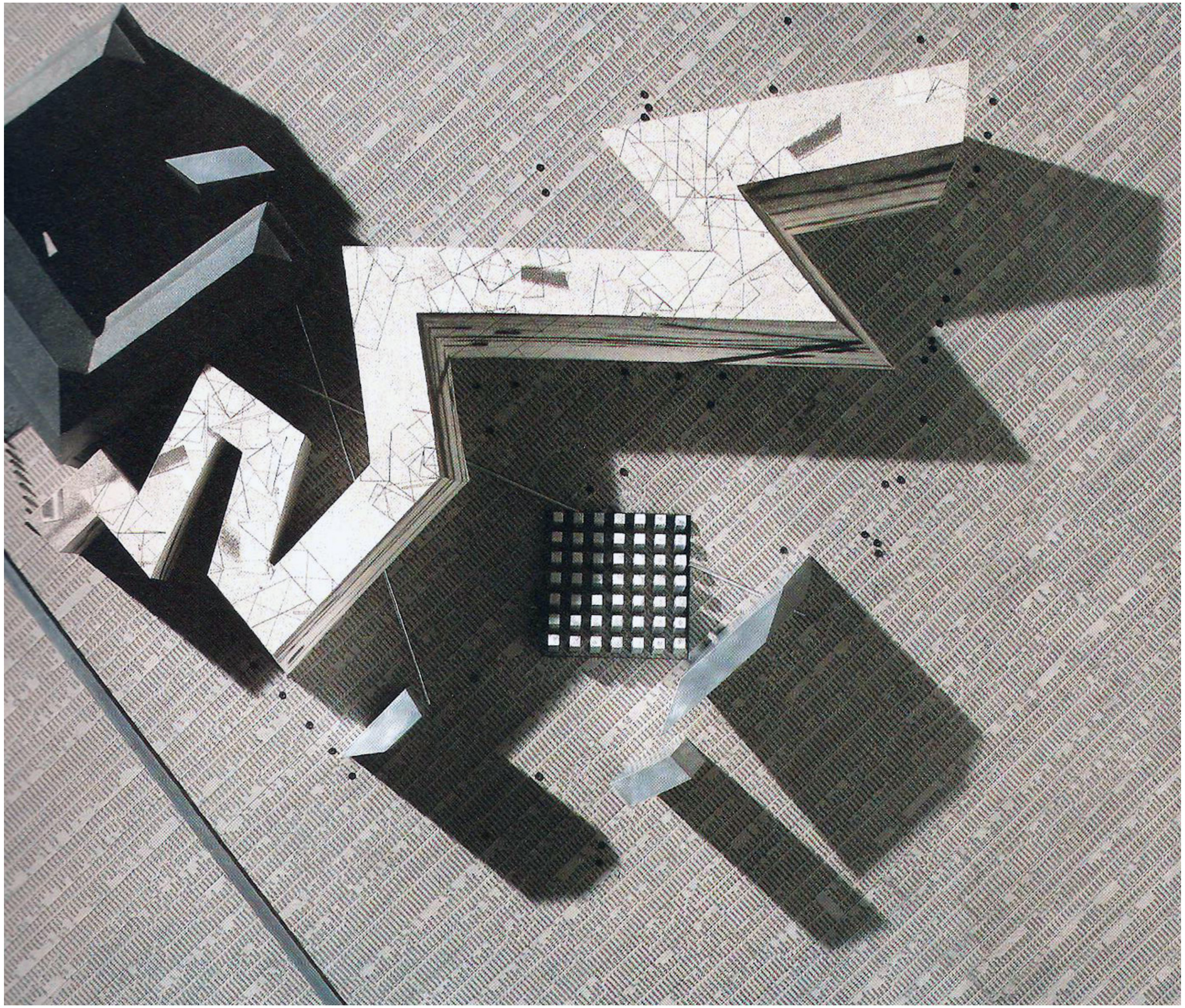


Abb. 70 >Names< - Modell

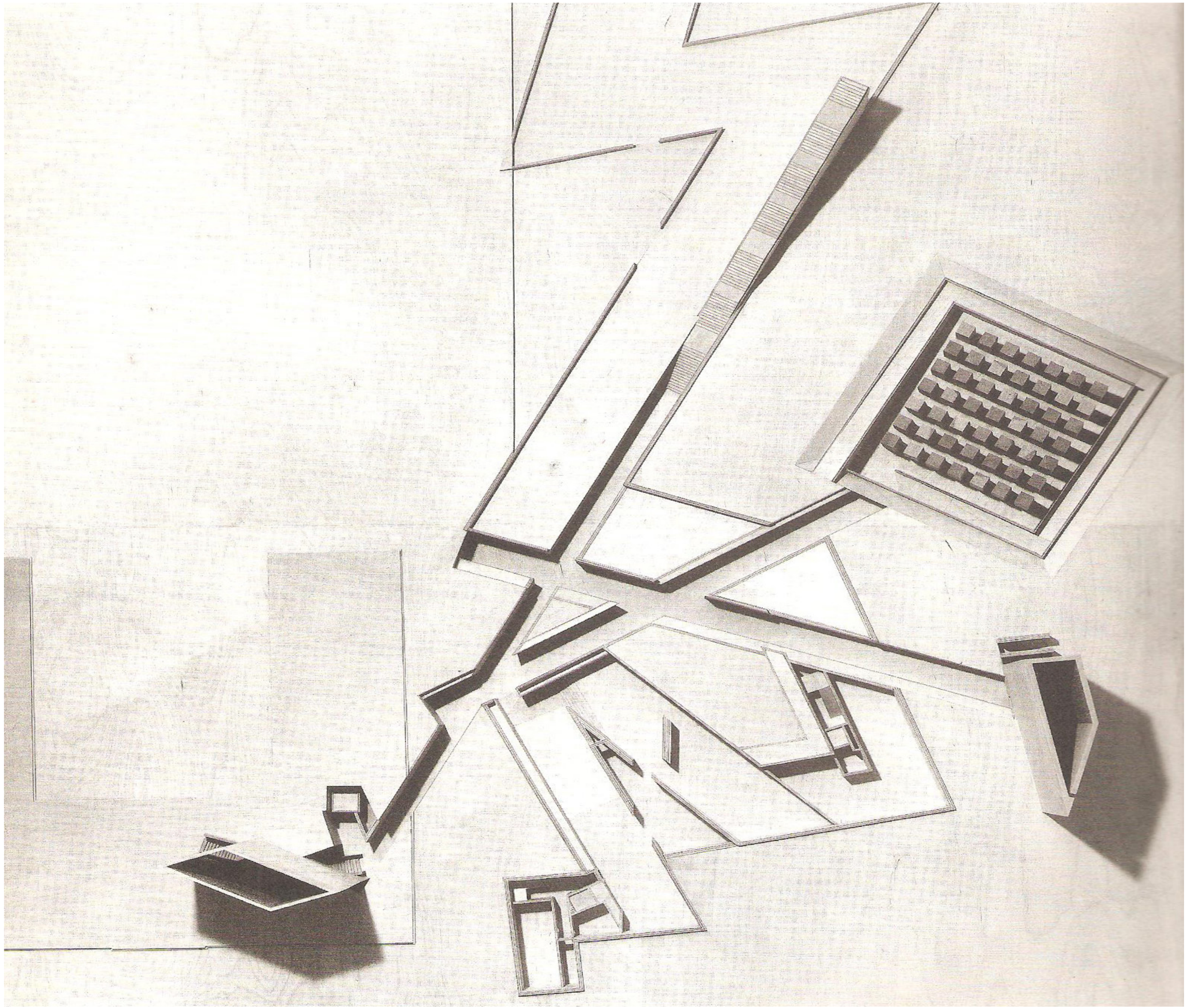


Abb. 71 >Underground<-Modell, Aufsicht ohne Voids

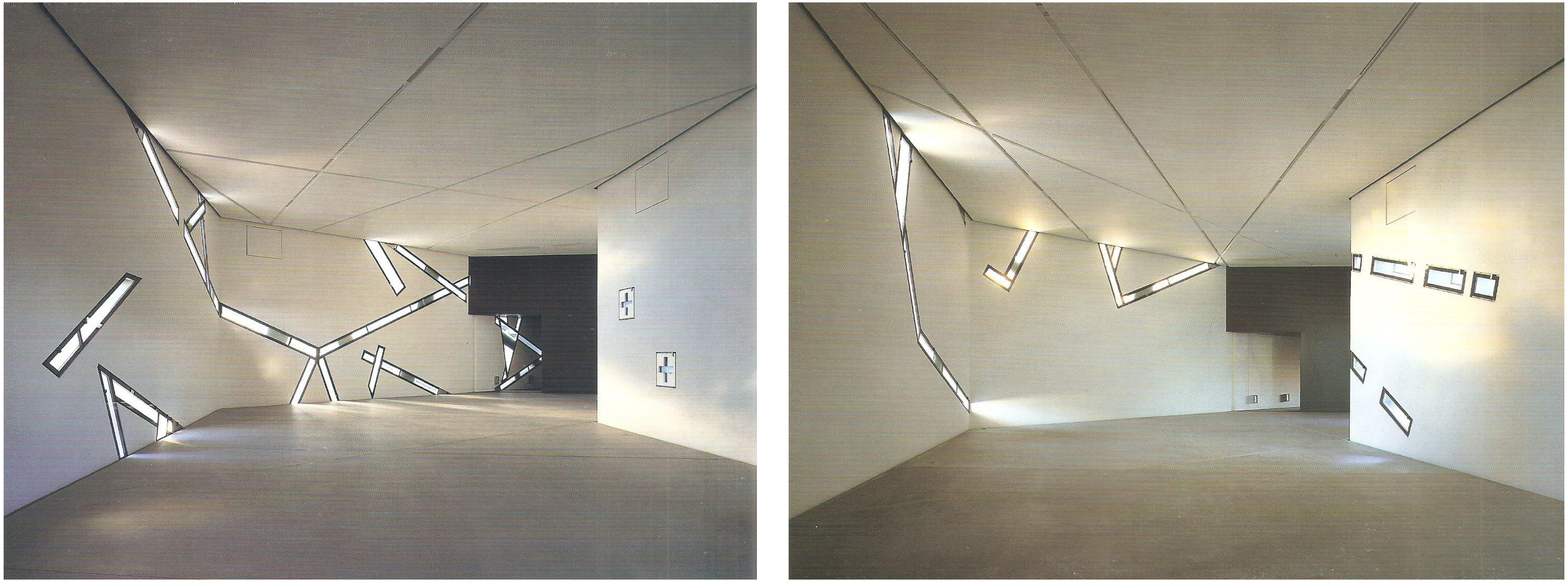


Abb. 72 Zweites (rechts) und erstes (links) Geschoß

Abb. 73 Haupttreppe

2.3 „Bloch City“ von Peter Cook

Es ist etwas Besonderes, wenn man ein Musikstück in eine städtebauliche Struktur umsetzt. Diese außergewöhnliche Idee hat der berühmte britische Architekt Peter Cook (*1936), der Mitbegründer und führender Kopf der Architektengruppe „Archigram“[163] ist, in seinem Entwurf „Bloch City“ verwirklicht. Die musikalische Notenform, Rhythmus und Notenwerte dienten als Grundlagen für die Stadtstruktur. Cook beschreibt selbst in der Zeitschrift „Daidalos“ aus dem Jahr 1985, wie er auf diese Idee gekommen ist und wie er sie im Detail umgesetzt hat.

> „Das Musikstück wurde aus ästhetischen Gründen ausgesucht. Die Rolle, die in der Musik die Notenlinien [gleiche Einstellung wie bei Libeskind, Anmk. d. Verf.] spielen, wird in Analogie bei der Stadt von der Straße ausgefüllt. [...] Die Verkehrsstraße ist in vier Bahnen unterteilt. Die Taktstriche dienen als Brücken.“[164]

Peter Cook hat die Notenschrift aus Ernest Blochs Violinkonzert (Abb. 75) als Basis genommen und versuchte sie unmittelbar in eine städtebauliche Struktur zu übertragen. Notenlinien sind ein wichtiger Bestandteil in der Stadt, da sie als Begrenzung einer wichtigen Verkehrsstraße dienen und sie sogar von einer anderen Notenlinie gekreuzt werden. (Abb. 76) Bloch City ergibt mit seinen vielen Musiktürmen ein mächtiges Bild. (Abb. 77)

Peter Cook erklärt im Detail,

> „daß in den Autobahnwänden Wohnungen untergebracht sind, deren Fenster auf den Park hinausgehen. Die Akzentuierungszeichen sind zu senkrechten Gärten geworden, in denen Obst und Gemüse unter strenger Aufsicht wachsen.“[165]

Er extrudiert die Notation vom Zweidimensionalen ins Dreidimensionale. Außerdem ignoriert er die akustische Erscheinung des Musikstücks. Seine volle Konzentration gilt der grafischen Darstellung. Für ihn ist diese Grafik ein Kunstbild. Nach seinem Entwurf wird nicht die Musik in den Städtebau übertragen, sondern das die Musik beschreibende grafische Zeichensystem, das er einfach optisch in die Höhe transformiert.

[163] Archigram ist eine Gruppe von britischen Architekten, die von 1960 bis 1974 ihre Entwürfe von Wohnkapseln in der gleichnamigen Zeitschrift veröffentlichten. Archigram verkörperte eine Strömung der utopischen Avantgarde-Architektur der 1960er Jahre in den westlichen Ländern.

[164] Cook, in: Daidalos Nr. 17, 1985, 26.

[165] Ebda., 27.

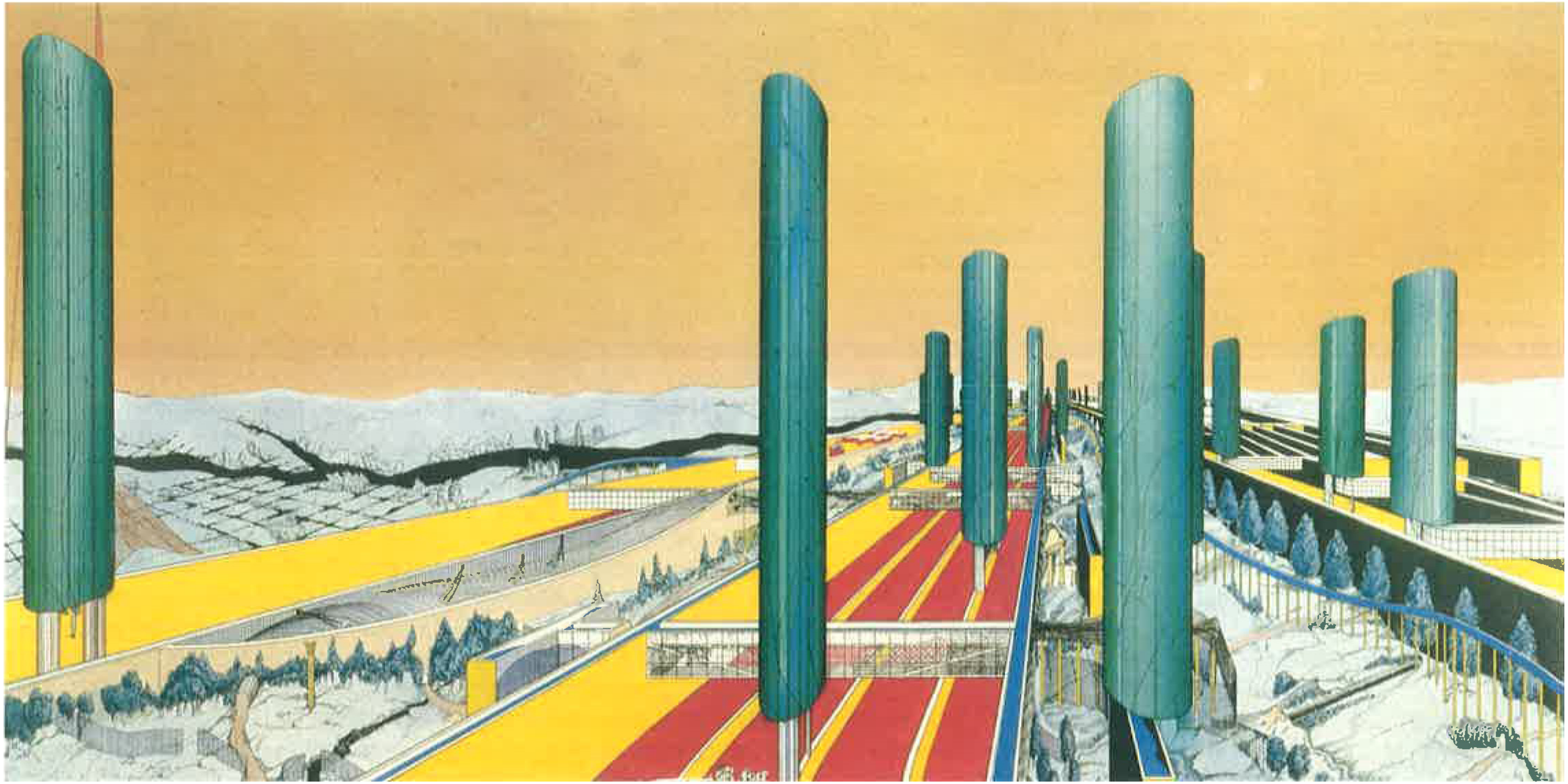


Abb. 74 Peter Cook “Bloch City” 1983, Perspektive

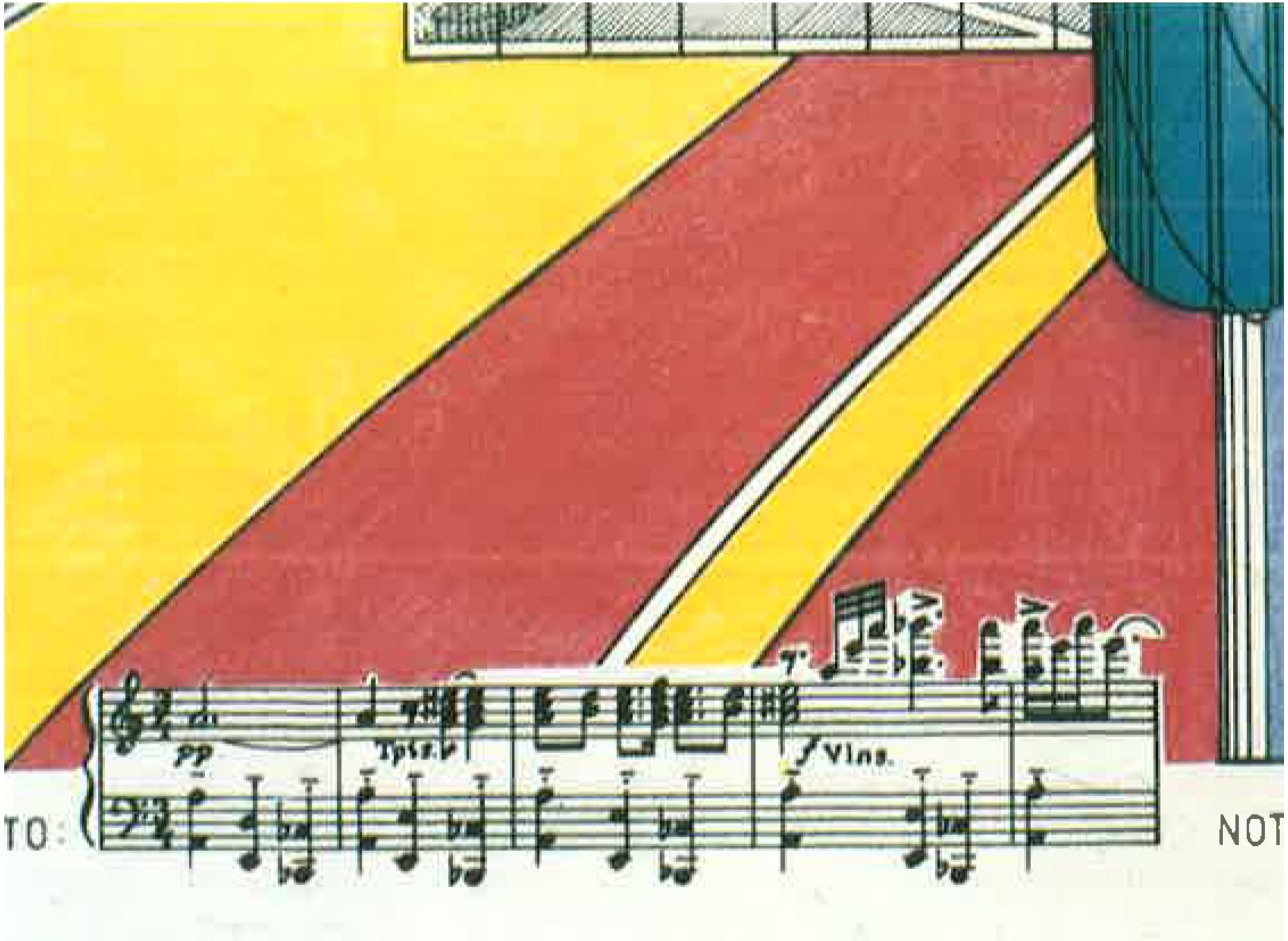


Abb. 75 Notenschrift aus Ernest Blochs Violinkonzert

Abb. 76 Peter Cook "Bloch City", Notation von Ernest Bloch's Violinkonzert

Abb. 77 Peter Cook “Bloch City” Ansicht

Die bisher angeführten Bauwerksbeispiele aus der Antike und der Moderne hatten immer einen engen Bezug zur Musik, egal ob der Entwurfsprozess von harmonikalen Intervallen oder von Notenlinien ausgegangen ist. Hier in diesem Kapitel möchte ich ein ausgesuchtes Musikstück mit Hilfe der harmonikalen Intervalle in Architektur umsetzen. W. A. Mozart (1756-1791) komponierte zu seinem Werk „Ah, vous dirai-je, Maman“ KV 265 in Paris im Jahr 1778 insgesamt zwölf Variationen. Das Variationsthema ist auch bekannt als „Morgen kommt der Weihnachtsmann“ oder „Twinkle, twinkle little star“.

Ich habe deswegen eine Variation für mein Entwurfsexperiment genommen, weil ich sehen will, wie eine in sich abgeschlossene Melodie in abgeänderter Form sich in einem architektonischen Gebilde darstellt. Aus diesem Thema werde ich versuchen, meine eigenen Gebäudevariationen zu entwerfen.

Die Definition von Variation findet man im dtv-Atlas Musik:

> “Variation ist als Veränderung eines Gegebenen ein Grundprinzip musikal. Gestaltung. [...] Verändert werden Rhythmus, Dynamik, Artikulation, Melodik, Harmonik, Tonfarbe, Besetzung usw., nie aber alle Faktoren gleichzeitig.”[166]

Es gibt mehre Variationstechniken. Sie werden in eigenen Variationsreihen vorgeführt. Mozarts zwölf Variationen sind Melodievariationen mit Verzierungen. Die Haupttöne bleiben als Basistöne konstant erhalten. Diese werden auch als Gerüsttöne bezeichnet.

Die Hauptnotenwerte werden in kleinere Notenwerte aufgelöst. Dadurch entstehen mehrere Varianten, wie zum Beispiel:
(Abb. 78)
die Umspiegelung (Var. I)
die rhythmische Veränderung (Var. V)
Änderung des Stimmverlaufs (Var. III)
die harmonische Veränderung (Var. VIII)
die kontrapunktische Variation (Var. VIII) und C.- f.- Variation (VII).[167]

[166] Michels 2001, 157.
[167] Vgl. ebda., 157.

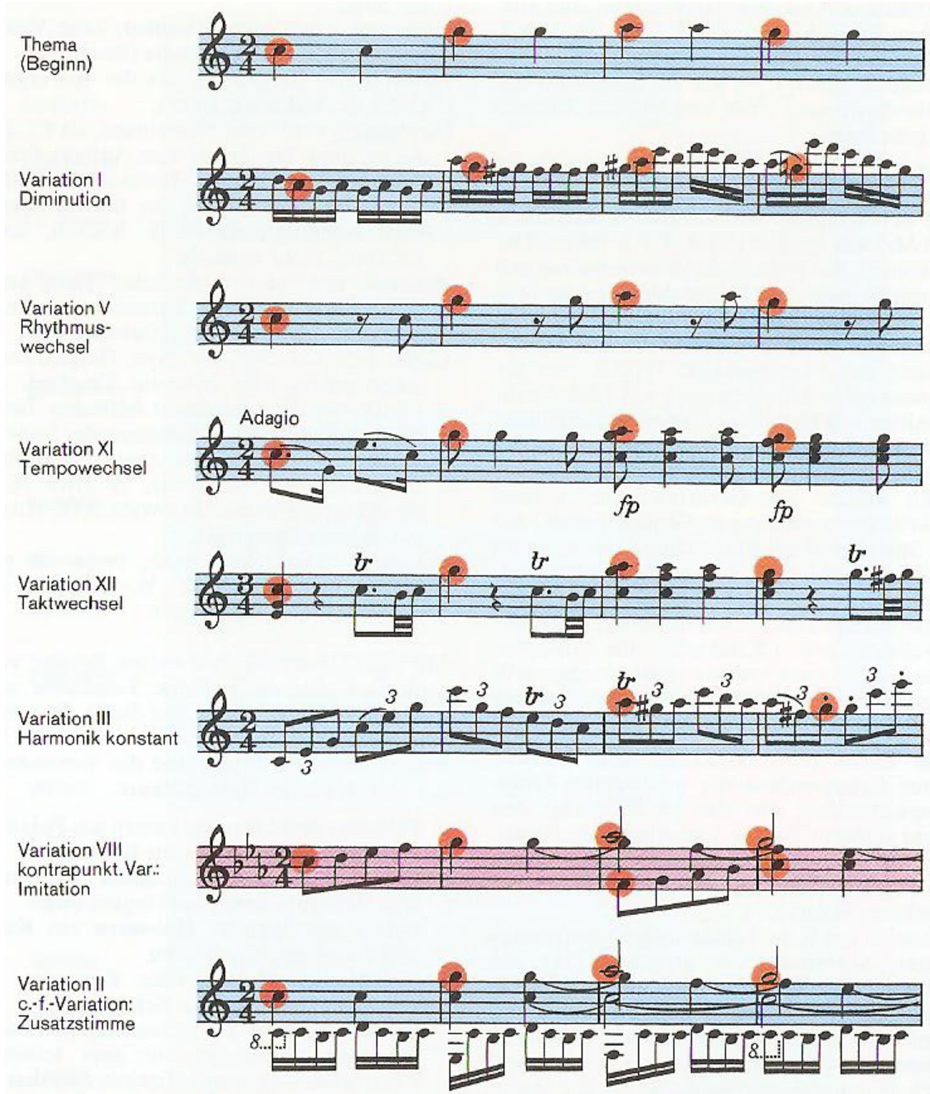


Abb. 78 Melodie-Variation,
W.A. Mozart, Variationen über
>>Ah! vous dirai - je, Maman<<, KV265

Das ist das Thema, auf das sich die folgenden Variationen beziehen:

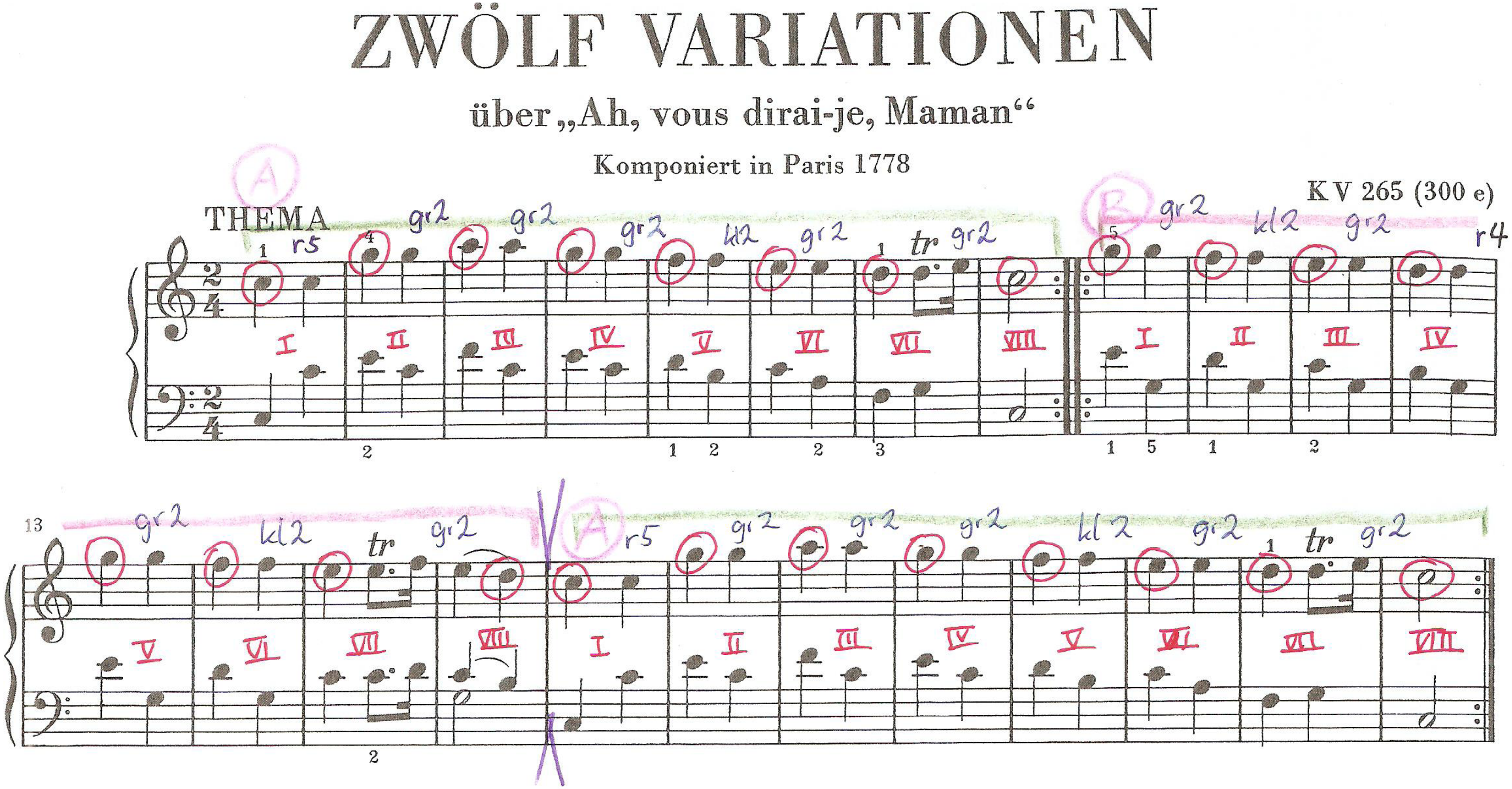


Abb. 79 Das Thema der Variation

Das Thema gliedert sich in drei Abschnitte A-B-A. Jeder Abschnitt hat jeweils 8 Takte. Mein erster Schritt bei der musikalischen Analyse ist, die Haupttöne des Themas heraus zu suchen. Danach füge ich zugeordnete Intervalle und dazu gehörende harmonikale Verhältnisse hinzu. (Abb. 80)

Die harmonikalen Intervalle in dem Variationsthema sind folgende:

2:3 = Quinte => in X- und Z-Achsen => Breite zu Höhe

3:4 = Quarte => in Y- und Z-Achsen => Höhe zu Länge

8:9 = große Sekunde => Gebäudeöffnung

15:16 = kleine Sekunde => Gebäudeöffnung

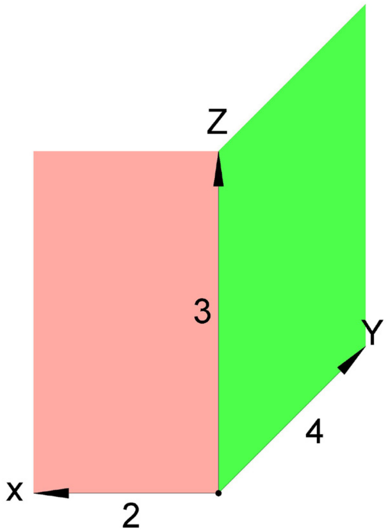


Abb. 81 Verhältnisse in X-Y-Z-Achse

Abb. 80 Die Haupttöne mit harmonikalen Verhältnissen

Die Verhältnisse 2:3 und 3:4 habe ich als die Gebäudebreite zu Gebäudehöhe bzw. Gebäudelänge zu Gebäudehöhe angenommen. Dazu plane ich mit restlichen Intervallen, nämlich fünf mal große und einmal kleine Sekunde, meine Gebäudeöffnung. Ich bin zuerst von dem Verhältnis 2:3 ausgegangen und habe es im Verhältnis 240:360 umgerechnet. Danach habe ich den Wert 240 als meinen Ausgangswert genommen, der durch 8 und 15 teilbar ist. Die Werte zu jeweiligen Verhältnissen lauten:

2:3 = 240:360
=> Gebäudebreite u. -höhe

3:4 = 360:480
=> Gebäudelänge u. -höhe

8:9 = 60:67,5
=> Gebäudeöffnungen

15:16 = 30:32 = 240:256
=> Gebäudeöffnungen

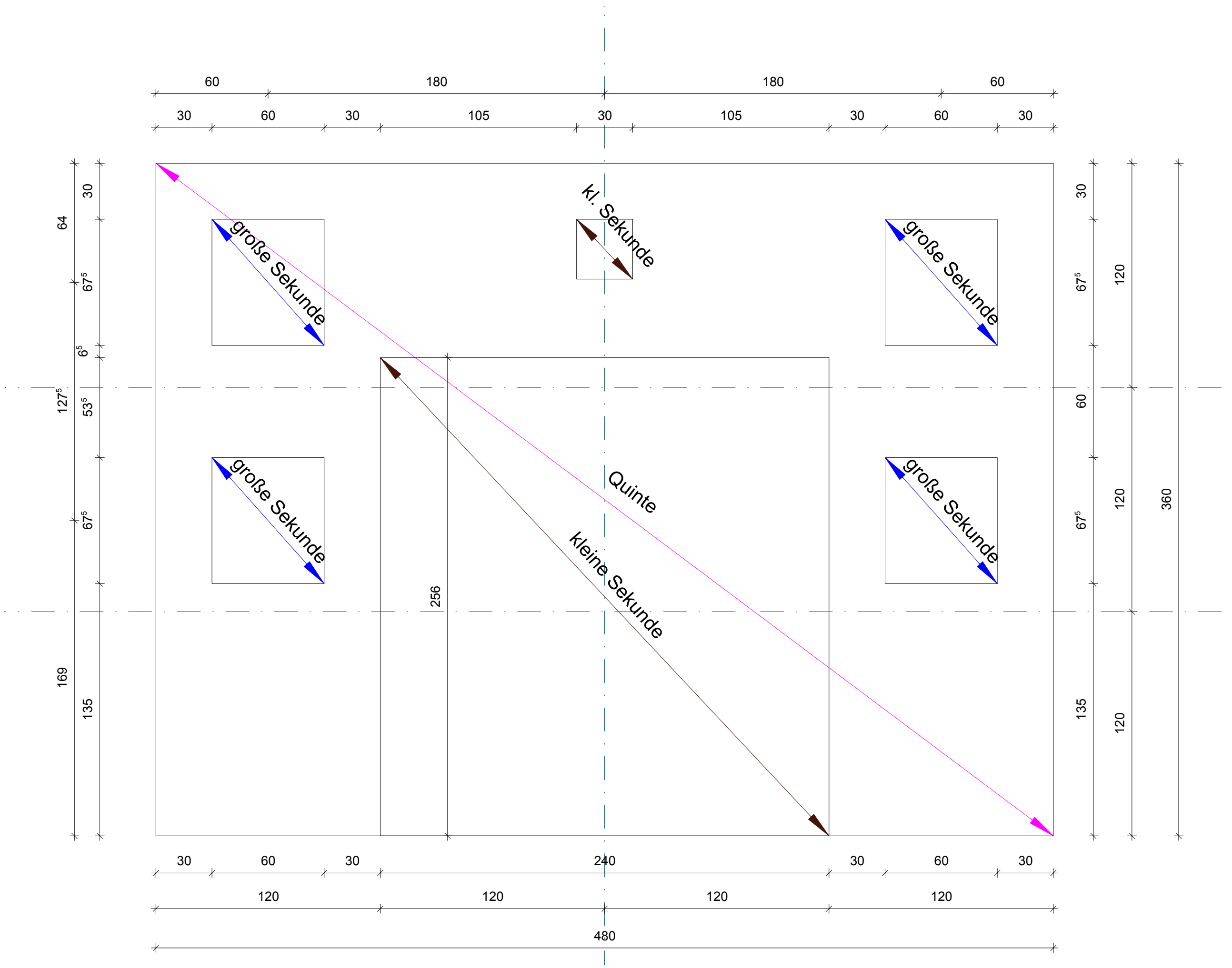


Abb. 82 Musikabschnitt A im harmonikalen Verhältnis 3:4, 8:9, 15:16

Dieses Gebäude hat keine Einheit. Es kann je nach der Funktion nach seiner Größe skalieren. Es ist sozusagen ein Modul, das sich verkleinern, vergrößern und vermehren kann.

Es ist wie eine Variation und kann sich nach verschiedenen Techniken bzw. Bedürfnissen verändern, z.B. für ein öffentliches Gebäude (Abb. 85), ein dreigeschoßiges Wohnhaus (Abb. 86) oder ein Hochhaus. (Abb. 88)

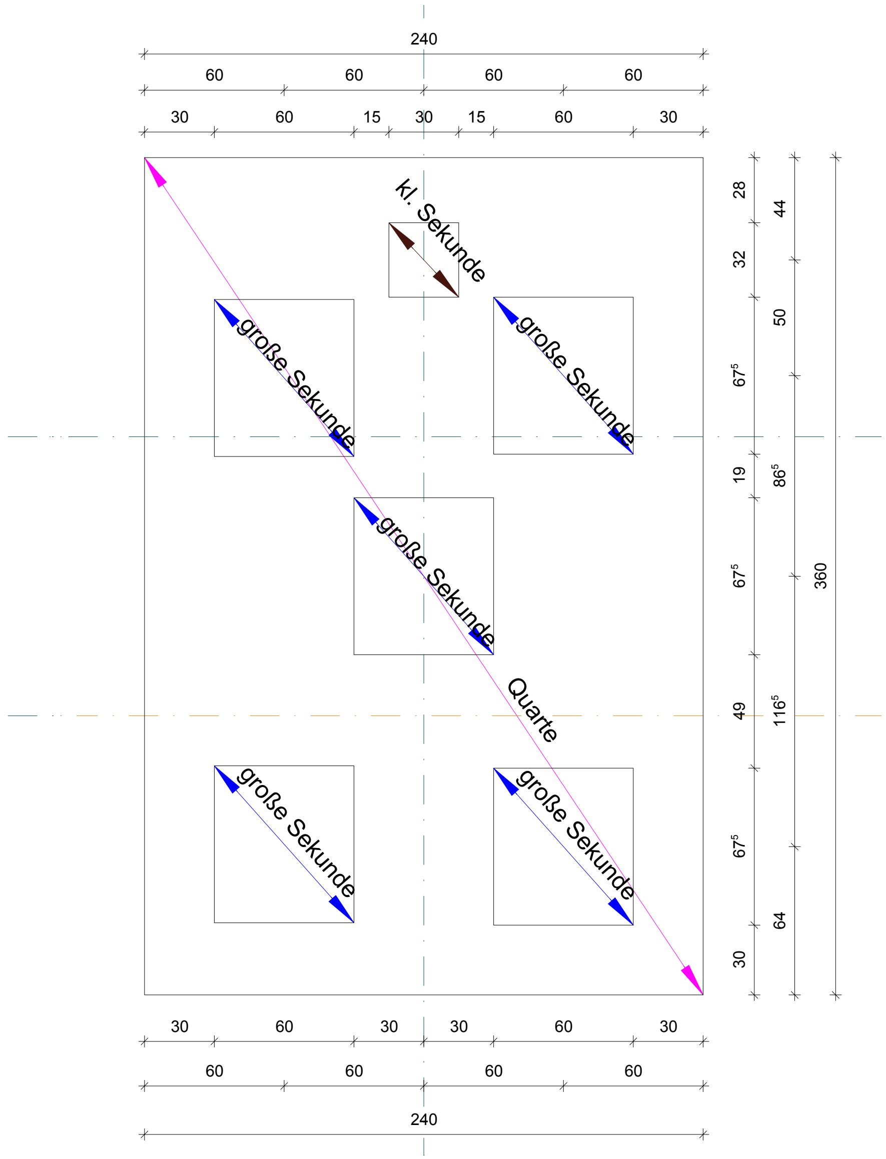


Abb. 83 Musikabschnitt A im harmonikalen Verhältnis 2:3, 8:9, 15:16

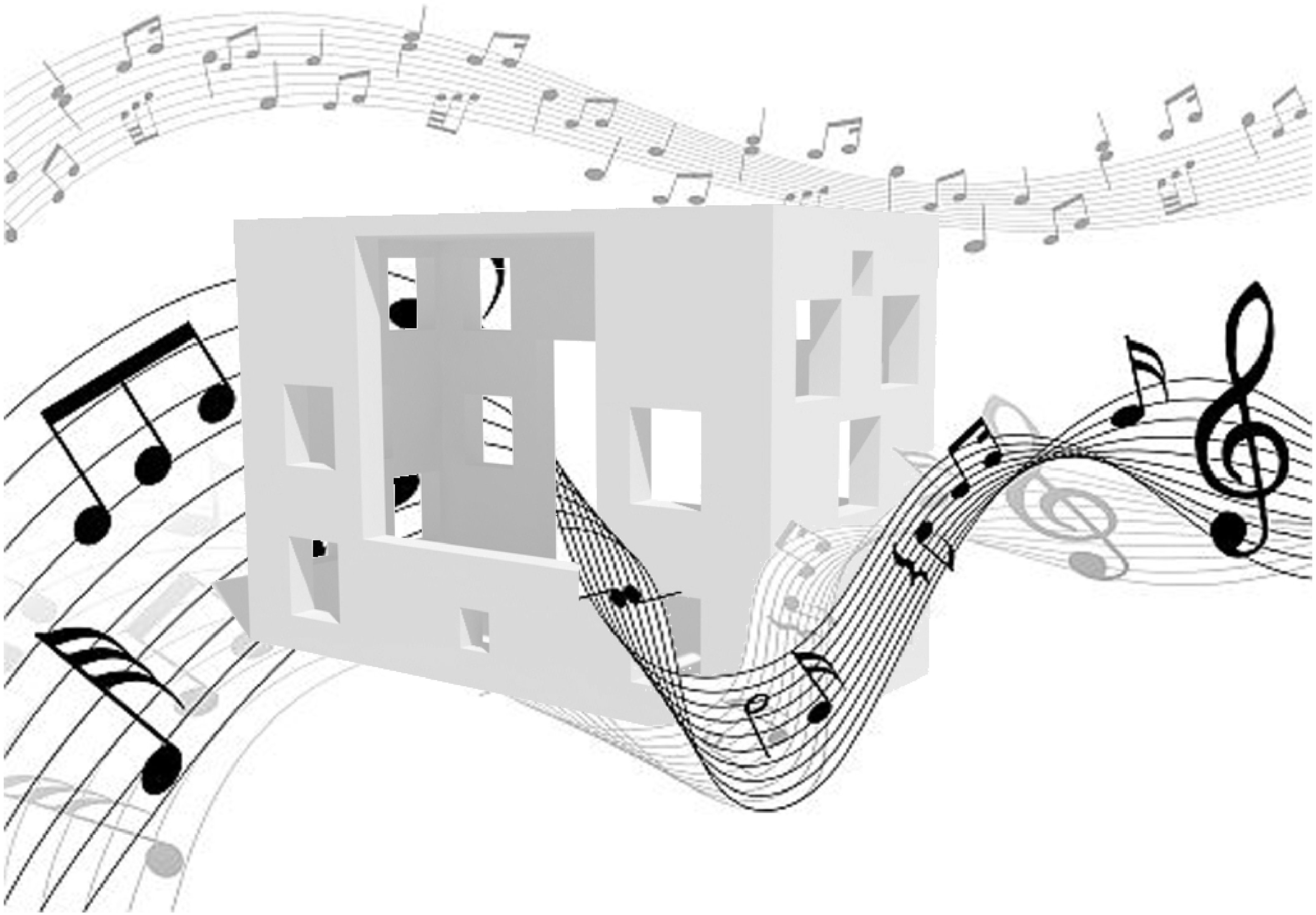


Abb. 84 Fassadensimulation eines Musikhauses

Abb. 85 Innenraumsimulation für ein öffentliches Gebäude

Abb. 86 Dreigeschoßiges Wohnhaus

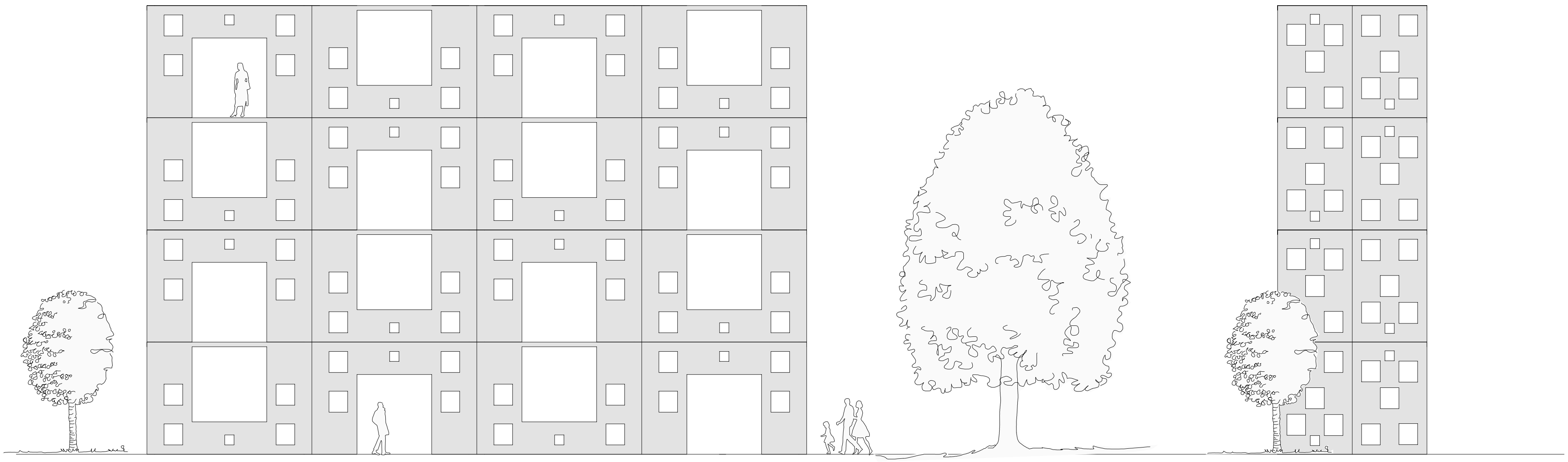


Abb. 87 Variante für ein Hochhaus

Abb. 88 Fassadengestaltung für ein Hochhaus

Kapitel 4 _ Konklusion

Am Anfang dieser Arbeit sprechen wir über den Ursprung der Harmonie, in der die Geometrie eines Kirchen-Querschnitts bzw. die Säulenordnung durch die harmonikalen Verhältnisse und den Goldenen Schnitt bestimmt wird.[168]

Harmonie ist Wohlklang und proportioniert. Und in der Musik ist Harmonie der geordnete Zusammenklang mehrerer Töne. Sie ist körperlos, aber hörbar und wird durch Noten auf den Notenlinien im Rhythmus dargestellt.

Im Jahr 1802/03 hielt Friedrich Wilhelm Joseph Schelling (1775-1854) in Jena eine Vorlesung zur Philosophie der Kunst, wo er die Architektur als „erstarrte Musik“ bezeichnet:

> „Der ursprünglichste Schematismus ist die Zahl, wo das Geformte, Besondere durch die Form oder das Allgemeine selbst symbolisiert wird. Was also in dem Gebiet des Schematismus liegt, ist der arithmetischen Bestimmung unterworfen in der Natur und Kunst, die Architektur, als die Musik der Plastik, folgt also nothwendig [!] arithmetischen Verhältnissen, da sie aber die Musik im Raume, gleichsam die erstarrte Musik ist, so sind diese Verhältnisse zugleich geometrische Verhältnisse.“[169]

Architektur und Musik sind integrale Wesensbestandteile aller Künste, die im unterschiedlichen Zahlenverhältnis zusammengesetzt werden, wo sie schließlich entweder eine stärker plastische oder eine stärker musikalische Ausdrucksform schaffen.

Die Suche nach dem Zusammenhang von Architektur und Musik ist wohl von der Antike bis zur Gegenwart geklärt. Die Proportionslehren der Pythagoreer und von Platon haben einen tieferen Einfluss auf die Wirkung der fortlaufenden Epochen. Alle Künstler, Maler und Architekten, die einen engeren Bezug zur Musik haben, versuchen immer einen Prozess zu entwickeln, um die Verbindung zwischen den beiden Künsten nachzuweisen.

[168] Vgl. Moog 2013, 26.

[169] Friedrich Wilhelm Schelling, »Philosophie der Kunst«, Nachdr. Darmstadt 1976, § 107, S. 220 [576]. Da das Originalmanuskript sowohl im Berliner Schellingarchiv als auch bei der »Kommission zur Herausgabe der Schriften von Schelling« in München nicht mehr aufzutreiben ist, konnte der Nachweis nur aus den posthum veröffentlichen Manuskripten erfolgen. Laut Aussage von Dr. Paul Ziche, Mitglied der Schelling-Kommission der Bayerischen Akademie der Wissenschaften ist das Manuskript bereits lange vor den Kriegseinwirkungen 1944, als große Teile des Schellingnachlasses zerstört wurden, verlustig gegangen. Zit. n.: Khaled Saleh 2004, 37.

Sie planten mit Hilfe der musikalischen Mittel ein Gebäude vom Grundriss bis zum Aufriss durch. Es werden sogar die Fassadengestaltung und Säulen- und Stützenordnung in den Entwurf miteinbezogen. Auch in der Moderne versuchen die Architekten Libeskind und Cook mittels des musikalischen Parameters einen neuen Einstieg in den architektonischen Entwurfsprozess zu finden.

Abschließend kann ich feststellen, dass die inhaltliche Auseinandersetzung mit der Musik und ihren Konzepten durch ihre abstrakten Formen viel Potential für eine neue Architektursprache und für neue Architekturformen bietet.

Es gibt natürlich auch noch andere Zugänge zu einer musikalischen Entwurfsentwicklung. So kann man auch über die Themen der Musikwahrnehmung im Raum, der musikalischen Frequenzen, der Notenwerte, des Rhythmus usw. seinen eigenen Entwurf gestalten.

ABBILDUNG

QUELLEN

Bücher

Beutelspacher, Albrecht/Petri, Bernhard: Der Goldene Schnitt, Mannheim u. a. [2]1995

Binding, Günther/Linscheid-Burdich, Susanne: Planen und Bauen im frühen und hohen Mittelalter: nach den Schriftquellen bis 1250. In Zusammenarbeit mit Julia Wippermann, Darmstadt 2002

Brandt, Sigrid/Gottdang, Andrea: Rhythmus. Harmonie. Proportion. Zum Verhältnis von Architektur und Musik, Worms 2012

Dermietzel, Markus: Musik als Entwurfsgrundlage für Architektur? Überlegungen zum "musikalisch-räumlichen" Entwerfen für Architekten, Köln 2003

Ditzig-Engelhardt, Ursula: Durch Bilder Musik verstehen. Theorie und Praxis der Musikvermittlung, Prof. Dr. Maria Luise Schulten (Hg.), Bd. 4, Münster 2004

Eimert, Herbert: Grundlagen der musikalischen Reihentechnik, Bücher der Reihe Information über serielle Musik, Wien 1964

Enders, Bernd: Mathematische Musik - musikalische Mathematik, Saarbrücken 2005

Ermatinger, Erhardt: Bildhafte Musik. Entwurf einer Lehre von der musikalischen Darstellungskunst, Tübingen 1928

Kayser, Hans: Paestum. Die Nomoi der drei altgriechischen Tempel zu Paestum, Heidelberg 1958

Kayser Hans: Akróasis. Die Lehre von der Harmonik der Welt, Basel/Stuttgart [3]1976

Khaled, Saleh Pascha: Gefrorene Musik. Das Verhältnis von Architektur und Musik in der ästhetischen Theorie. Diss., Berlin 2004

Koehler, Laurie: Pythagoreisch-platonische Proportionen in Werken der ars nova und ars subtilior, Bd. 12, Kassel u. a. 1990

Le Corbusier: Der Modulor. Darstellung eines in Architektur und Technik allgemein anwendbaren harmonischen Maszes im menschlichen Maszstab, Übertragung aus dem Französischen von Richard Herre, Le Modulor, Stuttgart [2]1953

Leonhardt, Fritz: Zu den Grundfragen der Ästhetik bei Bauwerken, Vorgetragen in der Sitzung vom 23. April 1983, Berlin u. a. 1984

Libeskind, Daniel: Radix-Matrix. Architekturen und Schriften, München-New York, 1994

Libeskind, Daniel: Kein Ort an seiner Stelle. Schriften zur Architektur - Visionen für Berlin, Dresden-Basel 1995

Libeskind, Daniel: Jüdisches Museum Berlin. Zwischen den Linien. München-London-New York 1999

Libeskind, Daniel/Crichton, Sarah: Breaking Ground. Entwürfe meines Lebens. Autobiografie. Aus dem Englischen von Franca Fritz und Heinrich Koop, Köln 2004

Michels, Ulrich: dtv-Atlas Musik. Systematischer Teil. Musikgeschichte von den Anfängen bis zur Renaissance, Bd.1, Kassel u. a. [20]2001

Moog, Tom: Ordnung. Kontrast. Reduktion. Der sichere Weg zu einer guten Gestaltung. Wien-New York 2013

Naredi-Rainer, Paul von: Architektur und Harmonie: Zahl, Maß und Proportion in der abendländischen Baukunst, Köln 1982

Natter, Tobias G./Fehr, Michael/Habsburg-Lothringen, Bettina (Hg.): Die Praxis der Ausstellung: Über museale Konzepte auf Zeit und auf Dauer, Bielefeld 2012

Nerlich, Luise: Entwurfsgrammatik in Architektur und Musik, Diss., Weimar 2011

Vitruvius, Pollio Marcus: Zehn Bücher über Architektur, übersetzt und erläutert von Jakob Perstel, mit 72 Tafeln, Baden [3]1987

Walser, Hans: Der Goldene Schnitt, Stuttgart u. a. 1993

Wedepohl, Edgar: Eumetria. Das Glück der Proportionen. Maßgrund und Grundmaß in der Baugeschichte. Beiträge zur musischen Geometrie, Essen 1967

Wittkower, Rudolf: Grundlagen der Architektur im Zeitalter des Humanismus, München [2]1990

Zipp, Friedrich: Vom Urklang zur Weltharmonie. Werden und Wirken der Idee der Sphärenmusik, Kassel 1985

Zeitschriften

Cook, Peter: Bloch City, in: Daidalos, 17/1985, 26-27

Dahlhaus, Carl: Musik und Zahl. Zur Geschichtlichkeit eines metaphysischen Prinzips, in: Daidalos 17/1985, 18-25

Das Werk: Zeitschrift und Schriftenreihe für Architektur und Kunst, 01.03.1968

Sammelbände

Libeskind, Daniel: „Chamberworks“, in: music architecture (1997), Haus der Architektur (Hg.), 28-43

Pehnt, Wolfgang: Verstummte Tonkunst, in: Vom Klang der Bilder. Die Musik in der Kunst des 20. Jahrhunderts, Karin v. Maur (Hg.), München 1985, 394-399

Sack, Manfred: Über die geheimnisvolle Verwandtschaft von Musik und Architektur, in: music architecture (1997), Haus der Architektur (Hg.), 12-27

Internetdokumente

Architektur ist erstarrte Musik, in: Academic dictionaries and encyclopedias, Universal-Lexika, 2012, online unter: http://universal_lexikon.deacademic.com/207539/Architektur_ist_erstarrte_Musik, in: http://www.deacademic.com/ (Stand: 01.08.2015)

Byrne, David: How architecture helped music evolve. Architektur ist gefrorene Musik, Südtirol 2010 (Die Werk Bank. Kunst Kultur Kommunikation im Kontext. Das Portal der Südtiroler Gestalter 2010); 16/07/2010, online unter: http://diewerkbank.com/2010/07/16/architektur-ist-gefrorene-musik/ (Stand: 01.08.2015)

Der Liebeskind-Bau, http://www.jmberlin.de/main/DE/04-Rund-ums-Museum/01-Architektur/01-libeskind-Bau.php (Stand: 03.08.2015)

Gerhards, Hans-Michael (09.02.2004): Formen in der Musik: Die Variation. http://home.arcor.de/hm-gerhards/schule/variationen.html (Stand: 30.08.2015)

Kaiser, Tina/ Stein, Hannes (28.02.2015): „Dieses Haus hat sogar Toiletten!“ http://www.welt.de/wirtschaft/article137933825/Dieses-Haus-hat-sogar-Toiletten.html, in: http://www.welt.de/wirtschaft (Stand: 03.08.215)

Klonblog: Archimusic City - so sähe Musik als Architektur aus, http://www.klonblog.com/2014/07/04/archimusic-city-so-saehe-musik-als-architektur-aus/, in http://www.klonblog.com/, (Stand: 01.08.2015)

Libeskind, Daniel: Biographie, in: http://www.musicon-bremen.de/libeskind.html (Stand: 03.08.2015)

O.A, (05.03.2015), Architekt Libeskind plant 24-Stunden-Konzert, online unter: http://www.kleinezeitung.at/k/kultur/4678225/MUSIK-ARCHITEKTUR_Architekt-Libeskind-plant-24StundenKonzert, in: www.kleinezeitung.at. (Stand: 03.08.2015)

Pons Bildwörterbuch: griechischerTempel: http://bildwoerterbuch.pons.com/kunst-und-architektur/architektur/griechischer-tempel/griechischer-tempel.php, in: http://bildwoerterbuch.pons.com/ (Stand: 01.08.2015)

Spun by Caroline Moore: Sound of Architecture/ HARMONIC SPACES, BLM,14.10.2013, http://soa.building-lifecycle-management.de/, in: http://soa.building-lifecycle-management.de/?page_id=2 (Stand: 01.08.2015)

Studio Liebeskind: http://libeskind.com/work/chamber-works/ (Stand: 03.08.2015)

Tanaka, Jun: Das Andere der Architektur: Daniel Libeskind, Architekt am Ende der Architektur, Köln 1993, http://before-and-afterimages.jp/files/libeskind.html (Stand: 03.08.2015)

Winko, Ulrich: Architektur und Musik. 3 Architektur als gefrorene Musik, in: http://beta.see-this-sound.at/kompendium/text/75/3 (Stand: 01.08.2015)