

## Zwölfter Abschnitt.

## Kolbenstangen.

## 1. Zweck der Kolbenstangen.

An Kraftmaschinen mit Kurbeltrieb besteht die Aufgabe der Kolbenstangen darin, die an den Kolben wirkenden Kräfte auf den Kreuzkopf und dadurch auf das Triebwerk zu übertragen; an Arbeitsmaschinen haben sie den Zweck, die Triebwerkkräfte an die Kolben abzugeben. Manchmal übertragen die Stangen die Kraft von einem Kolben auf einen anderen, wie an Hubpumpen, manchmal, wie an Pressen und Dampfhämmern, durch einen Kopf oder den Bären auf das zu bearbeitende Stück.

## 2. Baustoffe und Querschnitt der Kolbenstangen.

Als Baustoff kommt vor allem härterer Flußstahl in Frage, der infolge seiner glatteren und reinen Oberfläche geringere Reibung und Abnutzung in den Stopfbüchsen bedingt als weicher Flußstahl, Gußeisen und Stahlguß, die seltener gebraucht werden. Neben Flußstahl werden gelegentlich auch noch Bronze und Messing verwandt.

Der Querschnitt ist in den meisten Fällen der vollrunde; hohle Stangen kreisringförmigen Querschnitts finden sich bei großen Maschinen, um an Gewicht zu sparen und insbesondere an Gasmaschinen, um das Wasser oder Öl zur Kühlung des Kolbens zu- und abzuführen.

## 3. Berechnung der Kolbenstangen.

Die Berechnung der Stangen hat je nach der Wirkung der Kräfte auf Zug, Druck oder Knickung, bei liegenden Maschinen mit schweren schwebenden Kolben auch auf eine genügend kleine Durchbiegung hin zu erfolgen.

## a) Berechnung auf Festigkeit.

Der Berechnung auf Knickung pflegte man bisher die Eulersche Formel für den Belastungsfall II, Seite 16, unter Annahme von hohen, sonst im Maschinenbau nicht üblichen Sicherheitsgraden  $\mathcal{C}$  zugrunde zu legen. Ist  $P$  die im Betriebe auftretende größte Belastung, so wurde das Trägheitsmoment so groß genommen, daß erst bei der  $\mathcal{C}$ -fachen Kraft Knickgefahr eintrat und dementsprechend:

$$\frac{\pi^2 \cdot J}{\alpha \cdot l^2} = \mathcal{C} \cdot P = P_k \quad \text{oder} \quad J = \frac{\alpha \cdot l^2 \cdot \mathcal{C} \cdot P}{\pi^2} \quad (274)$$

gewählt, wobei für  $l$  z. B. im Falle der Abb. 1004 und 1005 die Entfernung von Kolben- bis Kreuzkopfmitte gesetzt wurde. Für die Sicherheit nahm man:

$\mathcal{C} = 8$  bis  $11$ , wenn die Belastung zwischen  $0$  und  $P$  schwankt,

$\mathcal{C} = 15$  bis  $22$ , wenn die Kraft zwischen  $+P$  und  $-P$  wechselt.

Das Trägheitsmoment voller Kolbenstangen ist:

$$J = \frac{\pi d^4}{64},$$

dasjenige hohler:

$$J = \frac{\pi (d_a^4 - d_i^4)}{64}.$$

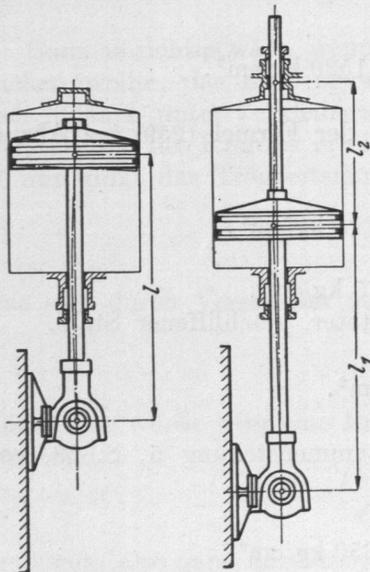


Abb. 1004 und 1005. Vergleich einer nicht durchgeführten mit einer durchgeführten Kolbenstange an stehenden Maschinen.

Diese Berechnung ist in zweifacher Hinsicht nicht immer einwandfrei. Erstens fallen viele Stangen in das Gebiet der unelastischen Knickung, Abb. 20, sind also nicht nach der Eulerschen, sondern nach der Tetmajerschen Formel zu beurteilen, nach der sie oft wesentlich geringere Sicherheitsgrade besitzen. Zweitens trifft die der Eulerschen und der Tetmajerschen Formel zugrunde liegende Annahme eines an den Enden gelenkig gelagerten Stabes nur auf Stangen nach Fall A der Zusammenstellung 111 zu, nicht aber auf solche, die an den Enden geführt oder durch mehrere Kräfte belastet sind, wie in den Fällen B bis F, in denen weder die Eulersche noch die Tetmajersche Formel gilt.

Ist es bei Neuberechnungen im Falle A nicht von vornherein sicher, daß die Stange in das Gebiet der elastischen Knickung und unter die Eulersche Formel fällt, so empfiehlt es sich, den Stangendurchmesser zu schätzen und an dem Verhältnis  $\frac{l}{\lambda}$  festzustellen, welche Formel für die Bestimmung des Sicherheitsgrades in Betracht kommt, vgl. Berechnungsbeispiel 1.

Die Belastungsfälle B bis F hat Mies [XII, 1, 2] genauer untersucht. Einzylindermaschinen mit fester Führung, Fall B, und mit Schlittenführung, Fall C, sind gleichwertig, weil auf eine Einspannwirkung der Führung keineswegs gerechnet werden darf, die Durchbiegung der Stange also in

Zusammenstellung 111. Zur Berechnung von Kolbenstangen nach Mies.

A	Einzylindermaschine		$J = \frac{\alpha \cdot l^2 \cdot \odot \cdot P}{\pi^2} \text{ (Euler) bzw.}$ $\odot \cdot P = f \cdot K \left( 1 - e_{\frac{l}{i}} \right) \text{ (Tetmajer)}$	$\odot = 8 - 12$
B	Einzylindermaschine mit fester Führung		$J_1 = \frac{\alpha \cdot l_1^2 \cdot \odot \cdot P}{\varphi^2}$ <p><math>\varphi</math> aus Abb. 1006</p>	$\odot = 4 - 8$ Außerdem Nachrechnung auf Sicherheit gegen Überschreiten der Fließspannung $\sigma_s$ .
C	Einzylindermaschine mit Schlittenführung		$J_1 = \frac{\alpha \cdot l_1^2 \cdot \odot \cdot (P_1 + P_2)}{\varphi^2}$ $J_2 = \frac{\alpha \cdot l_2^2 \cdot \odot \cdot P_2}{\varphi^2}$ <p>Näherungsformel:</p> $J_1 = \frac{\alpha \cdot (l_1 + l_2)^2 \cdot \odot \cdot (P_1 + P_2)}{\pi^2}$ <p><math>\varphi</math> und <math>\psi</math> aus Abb. 1007</p>	$\odot = \frac{\sigma_s \cdot f_1}{P}$ (Fall B und C), $\odot = \frac{\sigma_s \cdot f_1}{P_1 + P_2}$ (Fall D, E, F).
D	Reihenmaschine mit fester Führung		$J_1 = \frac{\alpha \cdot l_1^2 \cdot \odot \cdot (P_1 + P_2)}{\varphi^2}$ $J_2 = \frac{\alpha \cdot l_2^2 \cdot \odot \cdot P_2}{\varphi^2}$ <p>Näherungsformel:</p> $J_1 = \frac{\alpha \cdot (l_1 + l_2)^2 \cdot \odot \cdot (P_1 + P_2)}{\pi^2}$ <p><math>\varphi</math> und <math>\psi</math> aus Abb. 1007</p>	$\odot = \frac{\sigma_s \cdot f_1}{P}$ (Fall B und C), $\odot = \frac{\sigma_s \cdot f_1}{P_1 + P_2}$ (Fall D, E, F).
E	Reihenmaschine mit Schlittenführung		$J_1 = \frac{\alpha \cdot l_1^2 \cdot \odot \cdot (P_1 + P_2)}{\varphi^2}$ $J_2 = \frac{\alpha \cdot l_2^2 \cdot \odot \cdot P_2}{\varphi^2}$ <p>Näherungsformel:</p> $J_1 = \frac{\alpha \cdot (l_1 + l_2)^2 \cdot \odot \cdot (P_1 + P_2)}{\pi^2}$ <p><math>\varphi</math> und <math>\psi</math> aus Abb. 1007</p>	$\odot = \frac{\sigma_s \cdot f_1}{P}$ (Fall B und C), $\odot = \frac{\sigma_s \cdot f_1}{P_1 + P_2}$ (Fall D, E, F).
F	Vordere Kolbenstange der Reihenmaschine mit Schlittenführung		$J_1 = \frac{\alpha \cdot l_1^2 \cdot \odot \cdot (P_1 + P_2)}{\varphi^2}$ $J_2 = \frac{\alpha \cdot l_2^2 \cdot \odot \cdot P_2}{\varphi^2}$ <p>Näherungsformel:</p> $J_1 = \frac{\alpha \cdot (l_1 + l_2)^2 \cdot \odot \cdot (P_1 + P_2)}{\pi^2}$ <p><math>\varphi</math> und <math>\psi</math> aus Abb. 1007</p>	$\odot = \frac{\sigma_s \cdot f_1}{P}$ (Fall B und C), $\odot = \frac{\sigma_s \cdot f_1}{P_1 + P_2}$ (Fall D, E, F).

derselben Art und Weise erfolgen wird. Im Fall *E* einer Reihenmaschine mit Schlittenführung und geteilter Kolbenstange läßt sich die hintere Stange auf Form *C*, die vordere auf *F* zurückführen, so daß sich Mies auf die Untersuchung der Fälle *C*, *D* und *F* beschränken konnte. Er zeigt, daß für sie der Eulerschen ähnliche Formeln mit

Berichtigungszahlen  $\varphi$  und  $\psi$  an Stelle von  $\pi$  gelten.

$\varphi$  ist in den Fällen *B* und *C* im wesentlichen von dem Verhältnis der Stangenlängen hinter und vor dem Kolben  $\frac{l_2}{l_1}$  abhängig und kann aus Abb. 1006 bestimmt werden. Für  $\frac{l_2}{l_1} = 0$  nimmt  $\varphi$  den Wert  $\pi$  an; die Formel geht also in die zweite Eulersche [vgl. (16) und (274)]

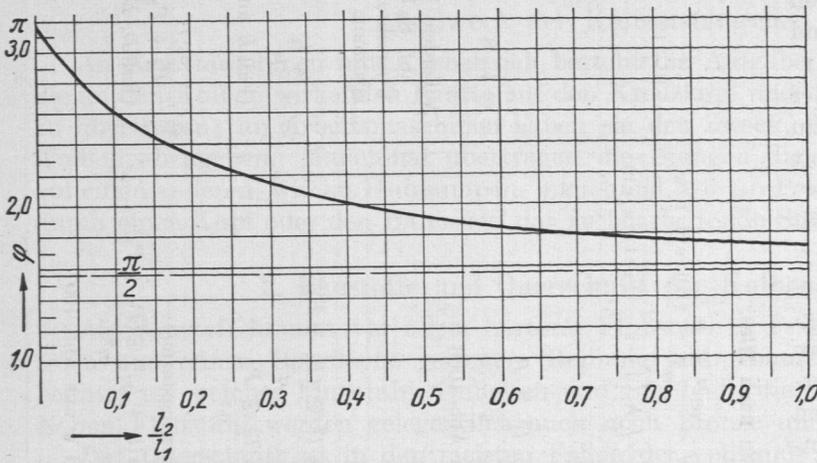


Abb. 1006. Werte für  $\varphi$  in Abhängigkeit von  $\frac{l_2}{l_1}$ .

über. Für große Werte von  $\frac{l_2}{l_1}$  nähert sich  $\varphi$  asymptotisch dem Werte  $\frac{\pi}{2}$ . Nur geringen Einfluß hat eine etwaige Verschiedenheit der Trägheitsmomente  $J_1$  und  $J_2$  der beiden Stangenteile.

In den Fällen *D* bis *F* ist die vordere Kolbenstange auf die Summe der Kolbenkräfte  $P_1 + P_2$  zu berechnen und die Sicherheit nach der Knickkraft:

$$P_{k1} = \frac{\varphi^2 \cdot J_1}{\alpha \cdot l_1^2} \tag{275}$$

zu beurteilen, die Stange zwischen den beiden Kolben aber nach  $P_2$  und der Knickkraft:

$$P_{k2} = \frac{\psi^2 \cdot J_2}{\alpha \cdot l_2^2} \tag{276}$$

zu bemessen. Näherungsweise für alle drei Fälle gültige Werte für  $\varphi$  und  $\psi$  enthält Abb. 1007, deren Anwendung weiter unten erläutert wird.

Wenn sich die Trägheitsmomente der Stangenteile wie die in ihnen wirkenden Kräfte verhalten, also  $\frac{J_1}{J_2} = \frac{P_1 + P_2}{P_2}$  gilt, ist nach Mies die Knickkraft der gesamten Stange durch:

$$\zeta \cdot (P_1 + P_2) = P_k = \frac{\pi^2 \cdot J_1}{\alpha \cdot (l_1 + l_2)^2}, \tag{277}$$

also diejenige einer nach der Eulerschen Formel zu berechnenden Stange gegeben, die durchweg die gleiche Stärke wie im vorderen Teile hat, deren Länge der Entfernung der Führungen entspricht und die durch die Summe der Kolbenkräfte  $P_1 + P_2$  beansprucht wird. Die Gleichung kann selbst dann als Näherungsformel benutzt werden, wenn die Bedingung:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{P_1 + P_2}{P_2} \tag{278}$$

nur annähernd erfüllt ist, weil auch hier der Einfluß verschiedener Trägheitsmomente nicht groß ist. Sie erleichtert die Neuberechnung der Stangen in den Fällen *D* bis *F*.

Sind nämlich  $P_1$  und  $P_2$ ,  $l_1$  und  $l_2$  gegeben, so berechnet man zunächst das Trägheitsmoment des vorderen Teils aus:

$$J_1 = \frac{\zeta \cdot (P_1 + P_2) \cdot a \cdot (l_1 + l_2)^2}{\pi^2}, \tag{279}$$

nimmt  $J_2 = J_1 \frac{P_2}{P_1 + P_2}$  und entwirft damit die ganze Stange. Für die Nachrechnung, bei der etwaige, bei der konstruktiven Durchbildung nötige Abänderungen berücksichtigt werden, benutzt man Abb. 1007, ermittelt zunächst das Verhältnis:

$$\frac{\varphi}{\psi} = \frac{l_1}{l_2} \sqrt{\frac{P_1 + P_2}{P_2} \cdot \frac{J_2}{J_1}}, \tag{280}$$

sucht den zugehörigen Strahl in dem von  $O$  ausgehenden Büschel der Abb. 1007 und auf ihm den Schnittpunkt mit der Kurve, die dem Längenverhältnis der Stangenteile  $\frac{l_2}{l_1}$  entspricht. Werte, die

zwischen den in der Abbildung eingetragenen Linien liegen, lassen sich genügend genau schätzen. Die Ordinate des Schnittpunktes liefert  $\varphi$ , seine Abszisse  $\psi$  zur genaueren Berechnung, sowohl der Knickkräfte  $P_{k1}$  und  $P_{k2}$ , als auch der Sicherheiten der beiden Stangenteile.

Im Falle  $D$  genügt es, als Länge  $l_2$  die Entfernung von Mitte Kolben bis Mitte Führung in der Mittelstellung des Kolbens, einzusetzen.

Hervorgehoben sei, daß die Formeln von Mies, ähnlich wie die von Euler, nur für den Fall der elastischen Knickung gelten. Es kommt aber nicht selten vor, daß die Stangen in das Gebiet der unelastischen fallen.

Die Sicherheit kann man dann annähernd, solange noch die der Tetmajerschen entsprechenden Formeln für die Belastungsfälle  $B$  bis  $F$  fehlen, durch Vergleich der in der Stange auftretenden Druckspannung  $\sigma = \frac{P}{f}$  mit der Spannung an der Fließgrenze  $\sigma_s$  nach:

$$\zeta' = \frac{\sigma_s}{\sigma} = \frac{\sigma_s \cdot f}{P} \tag{281}$$

beurteilen. Naturgemäß ist der kleinere der in den beiden Rechnungsgängen (auf Knickung und auf Druck) ermittelten Sicherheitsgrade entscheidend.

Beim Vergleich der Bauarten  $A$ , Abb. 1004 und  $B$  und  $C$ , Abb. 1005 fällt auf, daß die durchlaufende und an beiden Enden geführte Stange geringere Sicherheit bieten soll als die einfachere. Es ist aber zu bedenken, daß das Ausknicken nach den strichpunktiierten Mittel-

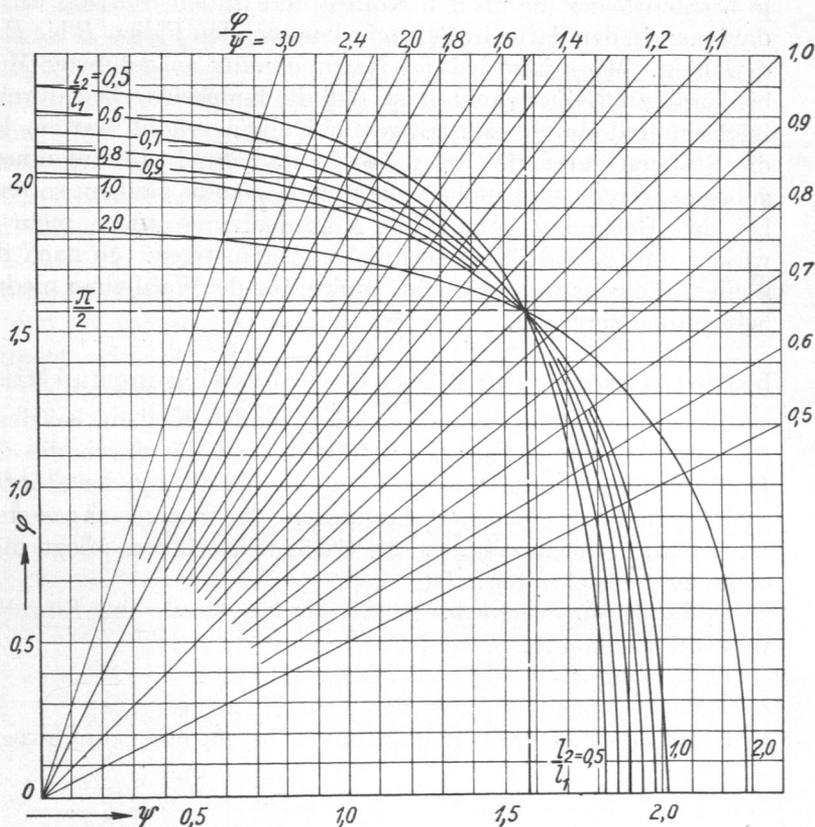


Abb. 1007. Werte von  $\varphi$  und  $\psi$  zur Berechnung von Kolbenstangen.

linien erfolgen wird, aus denen die größere Knicklänge im zweiten Falle anschaulich hervorgeht. An liegenden Maschinen wird man unter Benutzung selbsttragender Kolben die kürzere, leichtere und billigere Bauweise, Abb. 1004, vorziehen. An stehenden verlangen dagegen die schwebenden Kolben wegen des allseitigen Spiels eine sichere Führung der Stange; soweit sie bei kurzen Hüben nicht durch den Kreuzkopf und eine Büchse im Zylinderboden gewährleistet erscheint, muß die Kolbenstange durchgeführt und genügend kräftig gehalten, sowie die zweite Stopfbüchse und die größere Bauhöhe in Kauf genommen werden.

Was die Wahl des Sicherheitsgrades anlangt, so wird man im Falle *A*, der hauptsächlich für kleinere Kräfte in Frage kommt, etwas höhere Werte,  $\mathfrak{S} = 8$  bis 12, nehmen, damit die Stangen auch etwaigen Nebenbeanspruchungen gewachsen sind, z. B. den Biegespannungen durch einseitig auftretende Kolbenreibung oder Klemmungen. Bei größeren Maschinen pflegen die Nebenbeanspruchungen um so mehr zurückzutreten, je beträchtlicher die an den Kolben und in den Stangen wirkenden Kräfte sind. Daher darf man in den dafür in Betracht kommenden Fällen *B* bis *F* Sicherheitsgrade  $\mathfrak{S} = 8$  bis 4 wählen. Mies fand bei der Nachrechnung ausgeführter Maschinen auch einige Werte bis herab zu 3. Zu beachten ist, daß die Knicksicherheit durch die Führung in den Stopfbüchsen und durch selbsttragende Kolben erhöht werden kann, daß aber andererseits die Stangen durch ihr Eigengewicht und durch die auf ihnen sitzenden Kolben durchgebogen werden und nicht vollkommen gerade bleiben, so daß die Kräfte, entgegen der bei der Rechnung gemachten Voraussetzung, nicht mehr in der Stangenmittellinie wirken und deshalb das Ausknicken begünstigen. Je nach den besonderen Umständen können die genannten Gesichtspunkte für die Wahl eines niedrigeren oder höheren Sicherheitsgrades sprechen.

#### b) Die Durchbiegung infolge Gewichtswirkung und Mittelzu ihrer Vermeidung.

Bei größeren Maschinen mit schwebenden Kolben, bei denen man gezwungen ist, die Stangen an beiden Enden zu führen, sind die durch die Gewichtswirkung bedingten Durchbiegungen mit Rücksicht auf die Erhaltung der Stopfbüchsen, die sich den verschiedenen Neigungen und Stellungen der Stange anpassen müssen, sorgfältig zu beachten und nachzurechnen. An Großgasmaschinen pflegt die Durchbiegung 1 bis 2 mm nicht zu überschreiten. Ist

$G_k$  das Eigengewicht des Kolbens in kg, das als eine Einzellast in der Mitte der Stange wirkend angenommen werde,

$G_s$  das Eigengewicht der Stange in kg,

$l$  deren Länge zwischen den Stützen in cm,

so berechnet sich die Durchbiegung  $y$  in cm einer durchweg gleich starken Stange aus:

$$y = \left( G_k + \frac{5}{8} G_s \right) \frac{\alpha \cdot l^3}{48 J} \quad (282)$$

Im Falle verschiedener Durchmesser vor und hinter dem Kolben kann das Mohrsche Verfahren, siehe den Abschnitt über die Berechnung statisch unbestimmter Wellen, zur genaueren Ermittlung angewendet werden.

Collmann vermeidet die Schwierigkeiten infolge der Durchbiegung, indem er die Stange unter Belastung durch das Kolbengewicht in der Lage, die sie in der Maschine haben soll, auf einem genauen Drehbankbett festspannt und mittels eines umlaufenden Stichelgehäuses abdreht. Er erhält so eine im Betriebe genau gerade Stange.

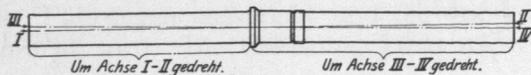


Abb. 1008. Abdrehen der Kolbenstange nach dem Verfahren der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg.

Annähernd erreicht die Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg das gleiche Ziel dadurch, daß sie nach Abb. 1008 den linken Teil der Stange um die Achse *I—II*, den rechten um *III—IV* abdrehen läßt. Die beiden Achsen sind so gewählt, daß die Stangenmittellinie