

Zum Vergleich sind in der strichpunktiierten Linie ee die Werte der Näherungs-
gleichung (56) aufgetragen. Die Kurve verläuft bei größerem Verhältnis von $\frac{r_a}{r_i}$ weit
unter den Linien a und b und kennzeichnet dadurch die bedeutende Unterschätzung der
Anstrengung bei der Anwendung der Näherungsformel (56) auf starkwandige Zylinder.
(Im voranstehenden Beispiel würden sich nur 800 kg/cm^2 Zugspannung ergeben.)

3. Geschlossener Hohlzylinder, äußerem Überdruck p_a ausgesetzt. Maßgebend
ist die Tangentialspannung an der Innenfläche, solange nicht ein Einknicken der Wandung
zu erwarten ist.

$$\sigma_d = \frac{1,7 \cdot r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} \cdot p_a, \quad (60)$$

$$r_a = r_i \sqrt{\frac{k}{k - 1,7 p_a}}$$

Bei kleinem s darf

$$\sigma_d = \frac{d_a \cdot p_a}{2s}, \quad s = \frac{d_a \cdot p_a}{2 \cdot k} \quad (61)$$

gesetzt werden.

XIII. Festigkeit ebener Platten.

Die Belastung erzeugt eine räumliche Wölbung. An vollen, sowie an längs des Um-
fanges eingespannten Platten treten dabei die größten Spannungen an der Platten-
oberfläche in radialer Richtung auf, derart, daß auf der erhabenen Seite Zug-, auf der
vertieften Seite gleich große Druckspannungen entstehen. Die Spannungsverteilung ent-
spricht also derjenigen an geraden, auf Biegung beanspruchten Balken, so daß es zu-
lässig erscheint, die radialen Spannungen im folgenden gelegentlich als Biegespannungen
zu bezeichnen. Ist die Platte durchlocht, am Lochumfang aber nicht eingespannt, so
können die dort entstehenden tangentialen Spannungen, die sich durch die ganze Blech-
stärke hindurch gleichmäßig verteilen, maßgebend werden.

Ensslin [I, 13, 14] hat gezeigt, daß sich die ziemlich verwickelten Formeln für die
Spannungen in ebenen Platten, die gleichmäßig durch $p \text{ kg/cm}^2$ oder durch eine Kraft
von $P \text{ kg}$, gleichmäßig längs eines Kreisumfangs verteilt, belastet sind, auf die Form
 $\sigma = \varphi \cdot p \cdot \frac{r_a^2}{s^2}$ oder $\sigma = \varphi \cdot \frac{P}{s^2}$ bringen lassen, wodurch die Berechnung außerordentlich ver-
einfacht wird. Der Beiwert φ ist von der Art der Stützung und der Befestigung des Platten-
randes, sowie vom Halbmesserverhältnis $\frac{r_i}{r_a}$ kreisförmiger oder dem Achsenverhältnis $b:a$
länglicher Platten abhängig und kann den Abb. 65 und 72 entnommen werden. Zahlen-
werte zur genauen Aufzeichnung der Kurven, sämtlich mit einer Querdehnungszahl
 $m = \frac{10}{3}$ berechnet, geben die beigefügten Zusammenstellungen.

Wie bei den Gefäßen können Rücksichten auf Abnutzung, Herstellung, Versand und
Aufstellung größere Stärken notwendig machen als sich rechnermäßig ergeben.

A. Kreisförmige Platten.

1. Ebene, kreisrunde, am Umfang aufliegende Scheibe, gleichmäßig mit $p \text{ kg/cm}^2$
belastet, Abb. 61. Nach dem Verlauf der Radialspannungen, den die Linie $I-I$ der
Abb. 63 wiedergibt, tritt die größte Biegespannung in der Plattenmitte auf. Sie beträgt

$$\sigma = \pm 1,24 p \cdot \frac{r_a^2}{s^2} \quad (62)$$

und sucht den Bruch längs eines Durchmessers zu erzeugen. Die Durchbiegung, die die Scheibe in der Mitte erfährt, ist

$$\delta = 0,7 p \cdot \frac{r_a^4}{s^3} \cdot \alpha. \quad (63)$$

2. Ebene, kreisrunde, am Umfang vollkommen eingespannte Platte, gleichmäßig mit p kg/cm² belastet, Abb. 62. Die größte Spannung tritt nach der Linie *II II* der Abb. 63 am eingespannten Umfang in radialer Richtung auf, sucht also einen Randraiß hervorzubringen. Sie ist

$$\sigma = \pm 0,75 \cdot p \cdot \frac{r_a^2}{s^2}. \quad (64)$$

Durchbiegung in der Plattenmitte:

$$\delta = 0,17 \cdot p \cdot \frac{r_a^4}{s^3} \cdot \alpha. \quad (65)$$

Ist der Rand einer Platte nicht vollkommen eingespannt, so liegt die Spannungskurve zwischen den Linien *I I* und *II II* der Abb. 63, parallel zu diesen verschoben.

3. Volle, kreisrunde Platte, am äußeren Umfange frei aufliegend, belastet durch eine zentrische, längs des Kreisumfanges $2\pi r_i$ gleichmäßig verteilte Last von P kg, Abb. 64, in der die Platte halb durchschnitten, perspektivisch dargestellt ist. Die größten Radialspannungen an der Plattenoberfläche und die Tangentialspannungen sind innerhalb des Gebietes vom Halbmesser r_i gleich groß:

$$\sigma = \varphi_1 \cdot \frac{P}{s^2}. \quad (66)$$

φ_1 kann in Abhängigkeit vom Verhältnis der Halbmesser $\frac{r_i}{r_a}$ der Abb. 65 entnommen werden.

4. Zentrisch durchbrochene, kreisrunde Platte, Abb. 66, am äußeren und inneren Umfang vollkommen eingespannt, durch gleichmäßig verteilte Lasten P längs der Umfänge $2\pi r_i$ und $2\pi r_a$ belastet. Einer der Umfänge sei gestützt, der andere in der Lastrichtung beweglich. Die größten Biegespannungen

$$\sigma_i = \pm \varphi_2 \frac{P}{s^2} \quad (67)$$

treten am inneren Umfange in radialer Richtung auf und können an Hand der Kurve φ_2 , Abb. 65, ermittelt werden. Am äußeren Umfange ist

$$\sigma_a = \pm \varphi_3 \frac{P}{s^2}. \quad (68)$$

5. Eine zentrisch durchbrochene Kreisplatte, Abb. 67, am äußeren und inneren Umfange vollkommen eingespannt, am äußeren gestützt, trägt gleichmäßig verteilte Oberflächenlast von p kg/cm². Größte Biegespannung am äußeren Umfange

$$\sigma_a = \pm \varphi_4 \frac{p \cdot r_a^2}{s^2}, \quad (69)$$

während am inneren

$$\sigma_i = \pm \varphi_5 p \cdot \frac{r_a^2}{s^2} \quad (70)$$

herrscht, beide in radialer Richtung wirkend.

6. Platte, wie laufende Nummer 5, aber längs des inneren Umfanges gestützt, Abb. 68. Die größte Biegespannung am inneren Umfange wird

$$\sigma_i = \pm \varphi_6 \cdot p \cdot \frac{r_a^2}{s^2}. \quad (71)$$

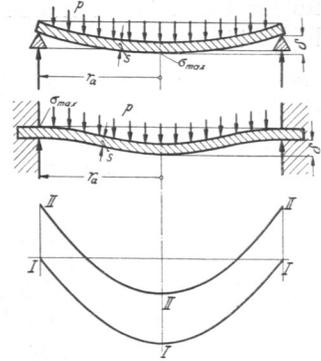


Abb. 61—63. Spannungsverteilung an kreisrunden, am Umfang frei aufliegenden, (*I—I*) und eingespannten Platten (*II—II*).

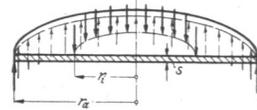


Abb. 64.

7. Zentrisch durchbrochene, kreisförmige Platte, am äußeren oder inneren Umfange durch eine gleichmäßig verteilte Randlast P belastet, am anderen frei gestützt, Abb. 69. Die größte, tangential gerichtete Umfangsspannung am Lochrande ist

$$\sigma = \varphi_7 \frac{P}{s^2}; \tag{72}$$

sie wird bei kleinem r_i rund doppelt so groß wie in der vollen, in der gleichen Weise belasteten Platte laufende Nummer 3. Durch eine selbst kleine zentrische Bohrung wird die im Fall 3 vorhandene Radialspannung Null, die Tangentialspannung dagegen verdoppelt!

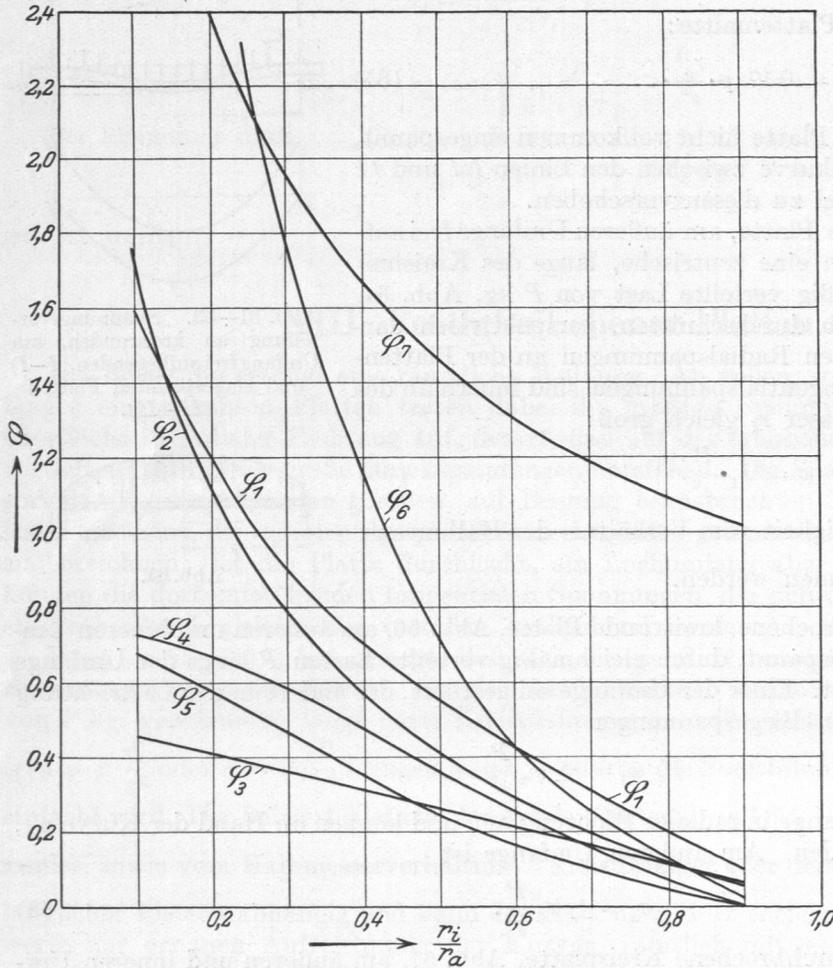


Abb. 65. Werte φ zur Berechnung ebener, kreisrunder Platten nach Ensslin.

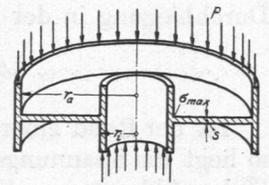


Abb. 66.

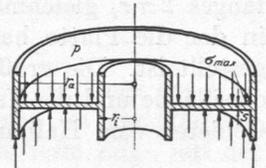


Abb. 67.

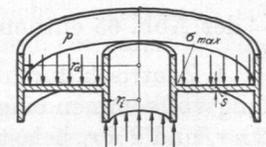


Abb. 68.

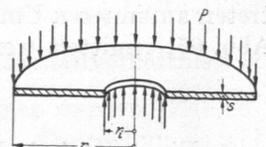


Abb. 69.

An flußeisernen, vollen und durchlochten kreisförmigen Platten hat Ensslin durch Messen der Durchbiegungen nachgewiesen, daß die Formeln gut mit der Wirklichkeit übereinstimmen, solange die bei ihrer Ableitung vorausgesetzte Verhältnigleichheit zwischen Spannungen und Formänderungen vorhanden ist.

Ein viel benutztes Näherungsverfahren zur Berechnung ebener Platten hat Bach angegeben. Man denke sich beispielweise eine kreisförmige, gleichmäßig belastete und am Rande frei aufliegende Platte, Abb. 70 oben, in ihrem gefährlichen Querschnitt, nämlich längs eines Durchmessers, eingespannt und durch die äußere Belastung und die Auflagerkräfte auf Biegung beansprucht. In der darunter stehenden Abbildung sind diese Kräfte zu ihren, ein Kräftepaar bildenden Mittelkräften zusammengefaßt. Die

Zusammenstellung 13. Werte φ zur Berechnung ebener kreisrunder Platten nach Ensslin.

$r_i : r_a =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
φ_1	1,59	1,207	0,89	0,702	0,55	0,422	0,307	0,197	0,097
φ_2	1,75	1,125	0,79	0,565	0,407	0,282	0,194	0,115	0,047
φ_3	0,455	0,413	0,365	0,308	0,259	0,200	0,157	0,101	0,058
φ_4	0,727	0,67	0,58	0,47	0,36	0,248	0,15	0,07	0
φ_5	0,687	0,579	0,46	0,347	0,245	0,161	0,088	0,041	0
φ_6	4,73	2,805	1,79	1,154	0,712	0,412	0,268	0,12	0,015
φ_7	3,22	2,405	1,96	1,673	1,468	1,316	1,183	1,096	1,006

obere wirkt im Schwerpunkt der halbkreisförmigen Belastungsfläche, die untere in demjenigen der Halbkreislinie, längs welcher die Platte aufliegt. Die auf der Grundlage abgeleiteten Formeln haben die gleiche Form wie die oben angeführten:

$$\sigma = \varphi_0 \cdot p \cdot \frac{r^2}{s^2}, \tag{73}$$

wobei φ_0 als eine durch Versuche zu ermittelnde Berichtigungszahl aufzufassen ist, die wieder von der Art der Stützung, der Befestigung der Plattenränder, sowie vom Werkstoff abhängig ist. Nach solchen Versuchen von Bach kann φ_0 an gußeisernen Scheiben zu 1,2 bis 0,8 angenommen werden, je nachdem, ob die Stützung dem freien Aufliegen oder dem Eingespanntsein näher liegt. Bei zähem Flußeisen fand sich φ_0 , wenn die Platte frei auflag, gleich 0,75 bis 0,67, wenn dagegen die Scheibe am Rande eingespannt war und sich die größte Spannung am Scheibenrande ausbildete, gleich 0,5 bis 0,45.

Daß die erwähnte Berechnung nur eine angenäherte sein kann, geht aus der Betrachtung der Formänderungen, die die Scheiben erleiden, hervor. Durch die Belastung nehmen sie eine räumlich gewölbte Gestalt an, wobei sich auch die Form des gefährlichen Querschnittes ändert, also nicht, wie in der Ableitung an Hand der Abb. 70 vorausgesetzt ist, erhalten bleibt.

Stark gewölbte Platten, die wegen der gleichmäßigeren Inanspruchnahme des Baustoffes — entweder nur auf Druck oder nur auf Zug — vorteilhafter als ebene Platten sind, darf man in erster Annäherung als Teile von Zylindern oder Kugeln auffassen und unter sorgfältiger Einschätzung der Nebenwirkungen nach den Formeln für Gefäßwände berechnen. Einiges Nähere siehe unter Berechnung von Deckeln.



Abb. 70. Zur Berechnung ebener Platten nach Bach.

B. Elliptische und rechteckige Platten.

1. Elliptische Platte, mit einer großen Halbachse a , einer kleinen b , am Umfange vollkommen eingespannt, durch eine gleichmäßig verteilte Last von p kg/cm² belastet, Abb. 71. Größte Biegespannungen am eingespannten Rande in Richtung der kleinen Achse

$$\sigma = \pm \varphi_8 \cdot p \cdot \frac{b^2}{s^2}. \tag{74}$$

φ_8 ist der Abb. 72 oder der umstehenden Zusammenstellung zu entnehmen. In der Mitte der Platte herrscht in der gleichen Richtung

$$\sigma' = \pm \varphi_9 \cdot p \cdot \frac{b^2}{s^2}, \text{ senkrecht dazu } \sigma'' = \mp \varphi_{10} \cdot p \cdot \frac{b^2}{s^2}. \tag{75}$$

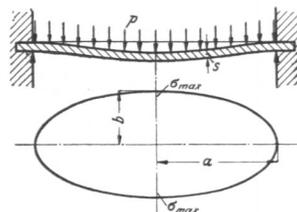


Abb. 71.

2. Elliptische Platte, wie unter Nummer 8, aber am Rande frei aufliegend, Abb. 73. Größte Biegespannung in der Plattenmitte

$$\sigma = \pm \varphi_{11} \cdot p \cdot \frac{b^2}{s^2}. \tag{76}$$

3. Rechteckige Platte mit den Seitenlängen $2a$ und $2b$ ($a > b$), am Rande frei aufliegend, gleichmäßig durch p kg/cm² belastet, Abb. 74. Größte Biegespannung in der Plattenmitte in Richtung der kleinen Achse

$$\sigma = \pm \varphi_{12} \cdot p \cdot \frac{b^2}{s^2} \tag{77}$$

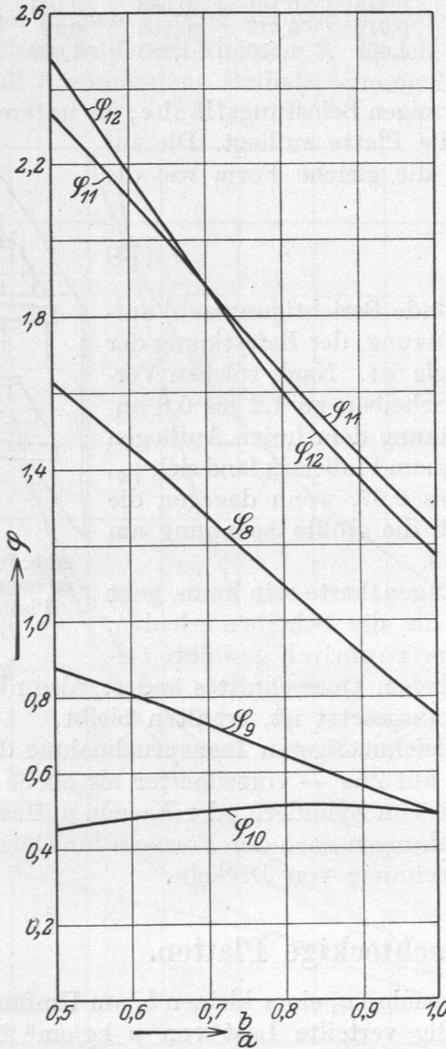


Abb. 72. Werte φ zur Berechnung elliptischer und rechteckiger Platten.

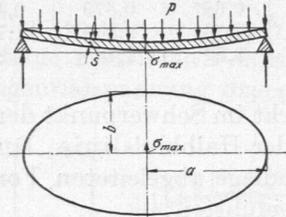


Abb. 73.

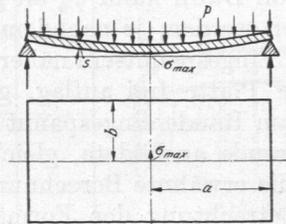


Abb. 74.

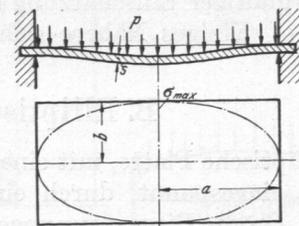


Abb. 75.

Zusammenstellung 14. Beiwerte zur Berechnung ebener elliptischer und rechteckiger Platten nach Ensslin.

$b : a$	0	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
φ_8	2	1,63	1,46	1,28	1,09	0,91	0,75
φ_9	1	0,875	0,81	0,732	0,648	0,566	0,488
φ_{10}	0,3	0,448	0,482	0,5	0,513	0,506	0,488
φ_{11}	3	2,34	2,12	1,89	1,65	1,44	1,24
φ_{12}	3	2,485	2,18	1,89	1,61	1,37	1,17

Für eine vollkommen eingespannte, gleichmäßig belastete, rechteckige Platte, Abb. 75, ist keine brauchbare Lösung bekannt. Ensslin empfiehlt, die größte Beanspruchung der Scheibe in der Mitte in erster Annäherung nach den Formeln für elliptische Platten zu berechnen. Die so ermittelte Biegebeanspruchung dürfte etwas zu niedrig ausfallen.