

$$d^3 = \frac{P \cdot r}{0,1963 \cdot k_d} = \frac{1500 \cdot 6}{0,1963 \cdot 6000} = 7,64;$$

$$d = 1,97 \sim 2 \text{ cm.}$$

$$n = \frac{\delta \cdot d}{4 \beta \cdot \pi \cdot r^2 \cdot k_d} = \frac{3,07 \cdot 2 \cdot 850000}{4 \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 6000} = 1,92.$$

Gewicht rund 3,3 kg unter Berücksichtigung der beiden Endwindungen.

XII. Festigkeit der Gefäßwände.

Die folgenden Formeln sind unter der Annahme einer unveränderlichen Dehnungszahl α abgeleitet. Gefäße aus Gußeisen, bei dem α mit steigenden Zugspannungen zunimmt, erfahren durch inneren Druck etwas geringere Zugbeanspruchungen und weisen eine gleichmäßigere Spannungsverteilung auf als die Formeln erwarten lassen.

Eine etwaige Gußhaut wirkt besonders an den Stellen größter Zugspannungen schädlich.

Bei zusammengesetzten Gefäßen ist naturgemäß die Sicherheit der Verbindungsnahte durch Löten, Nieten, Schweißen usw. zu beachten und häufig entscheidend.

Widerstandsfähige Böden versteifen die anschließenden zylindrischen Wandungen, und zwar um so mehr, je kürzer die Zylinder sind. Besondere Sorgfalt verdienen die Übergänge zwischen beiden; scharfe Absätze, Eindrehungen, Bohrungen oder sonstige Unterbrechungen führen zu oft beträchtlichen Spannungserhöhungen und selbst zu Brüchen. Häufig sind besondere Zuschläge zu den rechnerisch ermittelten Wandstärken in Rücksicht auf die Herstellung, Aufstellung oder die Abnutzung im Betrieb nötig.

A. Kugelige Gefäße.

1. Hohlkugel durch inneren Überdruck von p_i kg/cm² beansprucht. Die größte Anstrengung auf Zug tritt an der Innenfläche in tangentialer Richtung auf und beträgt bei einem Außenhalbmesser r_a und einem Innenhalbmesser r_i in cm

$$\sigma_{z \max} = \frac{0,65 r_a^3 + 0,4 r_i^3}{r_a^3 - r_i^3} \cdot p_i. \quad (49)$$

Die Spannungen nehmen nach außen hin ab. Ist die zulässige Beanspruchung k_z und der Innenhalbmesser r_i gegeben, so wird

$$r_a = r_i \sqrt[3]{\frac{k_z + 0,4 p_i}{k_z - 0,65 p_i}}. \quad (50)$$

Bei $k_z = 0,65 p_i$ wird der Nenner des Bruches Null und $r_a = \infty$. Mithin ist in

$$p_i = \frac{k_z}{0,65}$$

die Grenze der Verwendbarkeit des Werkstoffes gegeben.

Bei geringer Wandstärke s im Verhältnis zum Durchmesser darf man gleichmäßige Verteilung der Spannungen in der ganzen Wandung annehmen und nach

$$\sigma_z = \frac{d_i \cdot p_i}{4 \cdot s}, \quad (51)$$

oder

$$s = \frac{d_i \cdot p_i}{4 k_z}$$

rechnen.

2. Hohlkugel, durch äußeren Druck von p_a kg/cm² beansprucht. Unter der Voraussetzung, daß Einknicken der Wandung nicht zu fürchten ist, wird die größte

Druckbeanspruchung in tangentialer Richtung an der Innenfläche der Kugel:

$$\sigma_{d \max} = \frac{1,05 \cdot r_a^3}{r_a^3 - r_i^3} \cdot p_a \quad (52)$$

Daraus folgt:

$$r_a = r_i \sqrt[3]{\frac{k}{k - 1,05 p_a}} \quad (53)$$

p_a muß kleiner als $\frac{k}{1,05}$ sein.

Für geringe Wandstärken ist

$$\sigma_a = \frac{d_a \cdot p_a}{4 \cdot s}; \quad s = \frac{d_a \cdot p_a}{4 \cdot k} \quad (54)$$

Formel (49) läßt sich umformen in:

$$\frac{\sigma_{z \max}}{p_i} = \frac{0,65 \left(\frac{r_a}{r_i}\right)^3 + 0,4}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^3 - 1}$$

und zeigt dann, daß das Verhältnis der Anstrengung zum inneren Druck $\frac{\sigma_{z \max}}{p_i}$ nur von dem Verhältnis $\frac{r_a}{r_i}$ abhängt. Die Beziehung, in der Kurve *aa* der Abb. 57 aufgetragen, vereinfacht die Berechnung kugelförmiger Gefäße ganz wesentlich.

Ist beispielweise eine Kugel von 200 mm

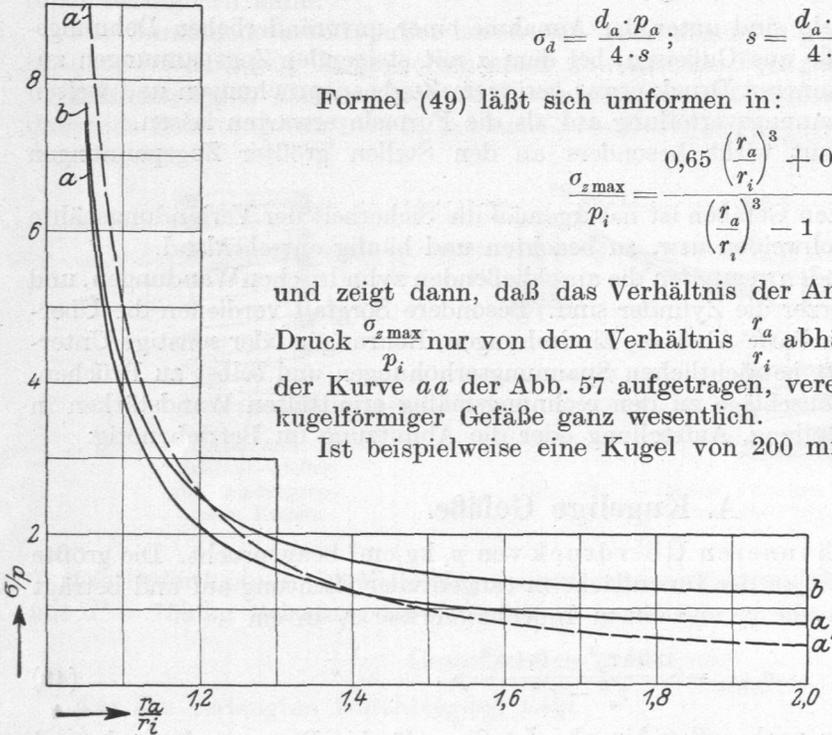


Abb. 57. Zur Berechnung kugelförmiger Gefäße, *a-a* innerem Überdruck ausgesetzt, Formel (49), *b-b* äußerem Überdruck ausgesetzt, Formel (52), *a'-a'* innerem Überdruck ausgesetzt, Formel (51).

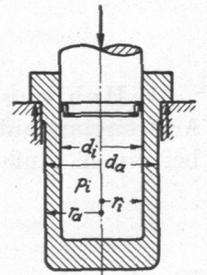


Abb. 58. Hohlzylinder, innerem Druck ausgesetzt.

lichtem und 300 mm äußerem Durchmesser, also $\frac{r_a}{r_i} = \frac{150}{100} = 1,5$ einer Innenpressung von 400 at ausgesetzt, so gibt die zur Abszisse 1,5 gehörige Ordinate

$$\frac{\sigma_{z \max}}{p_i} = 1,09 \quad \text{oder} \quad \sigma_{z \max} = 1,09 \cdot 400 = 436 \text{ kg/cm}^2$$

als größte Anstrengung.

Linie *bb* erleichtert in ähnlicher Weise die Berechnung von Kugelwandungen nach Formel (52), die durch äußeren Druck belastet sind, während Linie *a'a'* Werte der Näherungsformel (51) wiedergibt.

B. Zylinder.

1. Hohlzylinder, geschlossen oder so gestützt, daß die Wandung durch den Bodendruck auf Zug beansprucht wird, Abb. 58, innerem Überdruck p_i ausgesetzt. An der Innenfläche des Zylinders wird in tangentialer Richtung:

die größte Anstrengung:

$$\sigma_{z \max} = p_i \frac{0,4 r_i^2 + 1,3 r_a^2}{r_a^2 - r_i^2}; \quad (55a)$$

Linie *aa* der Abb. 59.

die größte Schubspannung:

$$\tau_s = p_i \frac{r_a^2}{r_a^2 - r_i^2}; \quad (55b)$$

Linie *ff* der Abb. 59.

p_i darf nach der Formel für die größte Anstrengung $\frac{k_z}{1,3}$ nicht erreichen.

Bei geringer Wandstärke wird die mittlere Spannung in Richtung des Umfanges Linie *ee* der Abb. 59)

$$\sigma_z = \frac{d_i \cdot p_i}{2s} \quad \text{oder} \quad \text{die Wandstärke } s = \frac{d_i \cdot p_i}{2 \cdot k_z}. \quad (56)$$

In axialer Richtung ist die mittlere Spannung, die durch den Druck auf den Zylinderboden hervorgerufen wird, nur halb so groß:

$$\sigma'_z = \frac{d_i \cdot p_i}{4s}. \quad (57)$$

2. Hohlzylinder, beiderseits offen, oder so gestützt, daß die Wandung vom Bodendruck entlastet ist, Abb. 60, innerem Überdruck p_i ausgesetzt. An der Zylinderinnenfläche entsteht in tangentialer Richtung:

eine größte Anstrengung:

$$\sigma_{z \max} = p_i \frac{0,7 r_i^2 + 1,3 r_a^2}{r_a^2 - r_i^2}; \quad (58a)$$

Linie *bb* der Abb. 59.

eine größte Schubspannung:

$$\tau_s = p_i \frac{r_a^2}{r_a^2 - r_i^2}; \quad (58b)$$

Linie *ff* der Abb. 59.

An der Zylinderaußenfläche wird die Anstrengung

$$\sigma_z = 2 p_i \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2}. \quad (59)$$

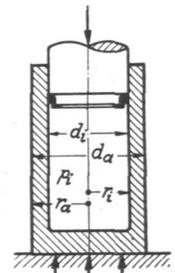
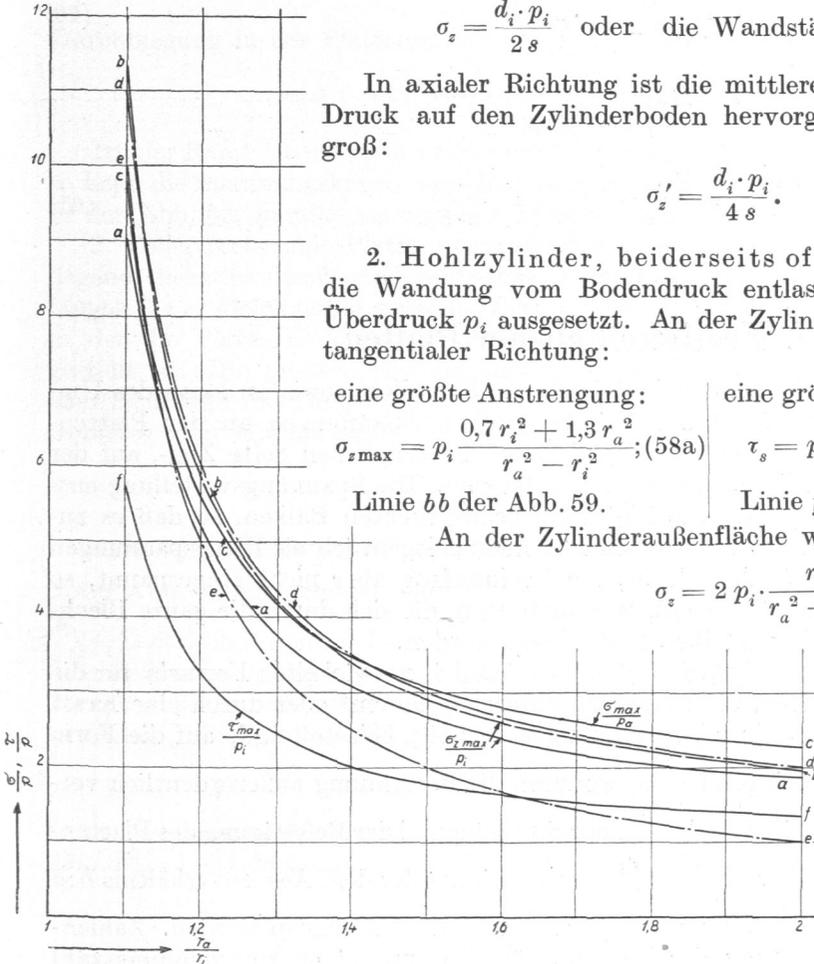


Abb. 60. Hohlzylinder, vom Bodendruck entlastet.

Abb. 59. Zur Berechnung von Hohlzylindern. *a-a* Geschlossene Zylinder, innerem Überdruck ausgesetzt, Formel (55a); *b-b* beiderseits offene Zylinder, innerem Überdruck ausgesetzt, Formel (58a); *c-c* Zylinder, äußerem Überdruck ausgesetzt, Formel (60); *d-d* Zylinder, äußerem Überdruck ausgesetzt, Formel (61); *e-e* Zylinder, innerem Überdruck ausgesetzt, Formel (56); *f-f* Zylinder, innerem Überdruck ausgesetzt, Formeln (55b) und (58b).

Berechnungsbeispiel. An einem Zylinder nach Abb. 60 von 200 mm lichtem und 300 mm äußerem Durchmesser, also mit $\frac{r_a}{r_i} = \frac{150}{100} = 1,5$, für 400 at Betriebsdruck bestimmt, gibt die zur Abszisse 1,5 gehörige Ordinate der Linie *bb*, Abb. 59, $\frac{\sigma_{z \max}}{p_i} = 2,90$ oder $\sigma_{z \max} = 2,90 \cdot 400 = 1160 \text{ kg/cm}^2$ als größte Anstrengung, während Linie *ff* zu $\tau_s = 1,8 \cdot 400 = 720 \text{ kg/cm}^2$ größter Schubspannung führt.

Zum Vergleich sind in der strichpunktierten Linie ee die Werte der Näherungsgleichung (56) aufgetragen. Die Kurve verläuft bei größerem Verhältnis von $\frac{r_a}{r_i}$ weit unter den Linien a und b und kennzeichnet dadurch die bedeutende Unterschätzung der Anstrengung bei der Anwendung der Näherungsformel (56) auf starkwandige Zylinder. (Im voranstehenden Beispiel würden sich nur 800 kg/cm^2 Zugspannung ergeben.)

3. Geschlossener Hohlzylinder, äußerem Überdruck p_a ausgesetzt. Maßgebend ist die Tangentialspannung an der Innenfläche, solange nicht ein Einknicken der Wandung zu erwarten ist.

$$\sigma_d = \frac{1,7 \cdot r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} \cdot p_a, \quad (60)$$

$$r_a = r_i \sqrt{\frac{k}{k - 1,7 p_a}}$$

Bei kleinem s darf

$$\sigma_d = \frac{d_a \cdot p_a}{2s}, \quad s = \frac{d_a \cdot p_a}{2 \cdot k} \quad (61)$$

gesetzt werden.

XIII. Festigkeit ebener Platten.

Die Belastung erzeugt eine räumliche Wölbung. An vollen, sowie an längs des Umfangs eingespannten Platten treten dabei die größten Spannungen an der Plattenoberfläche in radialer Richtung auf, derart, daß auf der erhabenen Seite Zug-, auf der vertieften Seite gleich große Druckspannungen entstehen. Die Spannungsverteilung entspricht also derjenigen an geraden, auf Biegung beanspruchten Balken, so daß es zulässig erscheint, die radialen Spannungen im folgenden gelegentlich als Biegespannungen zu bezeichnen. Ist die Platte durchlocht, am Lochumfang aber nicht eingespannt, so können die dort entstehenden tangentialen Spannungen, die sich durch die ganze Blechstärke hindurch gleichmäßig verteilen, maßgebend werden.

Ensslin [I, 13, 14] hat gezeigt, daß sich die ziemlich verwickelten Formeln für die Spannungen in ebenen Platten, die gleichmäßig durch $p \text{ kg/cm}^2$ oder durch eine Kraft von $P \text{ kg}$, gleichmäßig längs eines Kreisumfangs verteilt, belastet sind, auf die Form $\sigma = \varphi \cdot p \cdot \frac{r_a^2}{s^2}$ oder $\sigma = \varphi \cdot \frac{P}{s^2}$ bringen lassen, wodurch die Berechnung außerordentlich vereinfacht wird. Der Beiwert φ ist von der Art der Stützung und der Befestigung des Plattenrandes, sowie vom Halbmesserverhältnis $\frac{r_i}{r_a}$ kreisförmiger oder dem Achsenverhältnis $b:a$ länglicher Platten abhängig und kann den Abb. 65 und 72 entnommen werden. Zahlenwerte zur genauen Aufzeichnung der Kurven, sämtlich mit einer Querdehnungszahl $m = \frac{10}{3}$ berechnet, geben die beigefügten Zusammenstellungen.

Wie bei den Gefäßen können Rücksichten auf Abnutzung, Herstellung, Versand und Aufstellung größere Stärken notwendig machen als sich rechnermäßig ergeben.

A. Kreisförmige Platten.

1. Ebene, kreisrunde, am Umfang aufliegende Scheibe, gleichmäßig mit $p \text{ kg/cm}^2$ belastet, Abb. 61. Nach dem Verlauf der Radialspannungen, den die Linie $I-I$ der Abb. 63 wiedergibt, tritt die größte Biegespannung in der Plattenmitte auf. Sie beträgt

$$\sigma = \pm 1,24 p \cdot \frac{r_a^2}{s^2} \quad (62)$$