gleichmäßiger Verteilung der Spannungen über den ganzen Querschnitt. Die nach Formel (33) errechnete Scherspannung hat lediglich die Bedeutung eines Vergleichswertes und gibt für die tatsächlich auftretenden Beanspruchungen keinen Anhalt; doch ist die Anwendung der Formel um so eher angängig, wenn die zulässigen Spannungen k_s für die einzelnen Werkstoffe aus Scherversuchen, Abb. 43, nach der gleichen Formel ermittelt werden, wie das für die Zahlen der Zusammenstellung 2 Seite 13 zutrifft. Durchschnittlich ergibt sich die aus der Bruchbelastung berechnete Scherfestigkeit K_s zu 0,8 der Zugfestigkeit K_z der Werkstoffe.

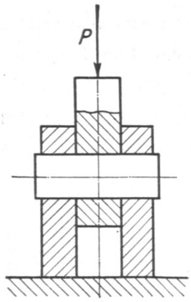


Abb. 43. Scherversuch.

Berechnungsbeispiele. 1. Ermittlung der Schubspannungen in dem auf Biegung beanspruchten Unterzug rechteckigen Querschnitts, Abb. 34 oben. Höhe 60, Breite 46 mm. Belastung durch $P = 1000$ kg in der Mitte des Trägers.

Die den Balken beanspruchenden Querkräfte sind gleich den Auflagerkräften $A = B = \frac{P}{2} = 500$ kg. Mithin ist die größte Schubspannung in den mittleren Fasern des Querschnitts nur

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2}\frac{A}{F} = \frac{3}{2}\frac{500}{6 \cdot 4{,}6} = 27{,}2 \text{ kg/cm}^2.$$

Sie kann gegenüber den Biegespannungen vernachlässigt werden.

2. Mindesthöhe des gußeisernen Trägers gleichen Widerstandes, Abb. 36, an den Auflagerstellen. Belastung $P = 20000$ kg in der Mitte, Stützweite 2 m. Querschnitt in der Mitte, Abb. 35. Die Stegstärke soll durchweg $s = 25$ mm betragen.

An den Auflagerstellen muß nach Nr. 3 der Zusammenstellung 8 der Steg allein imstande sein, die Querkräfte, das sind die Auflagerdrucke $A = B = \frac{P}{2} = 10000$ kg, durch Schubspannungen aufzunehmen. Läßt man im Gußeisen bei ruhender Wirkung der Last $\tau = 300$ kg/cm² zu, so wäre seine Mindesthöhe

$$h = \frac{A}{s \cdot \tau} = \frac{10000}{2{,}5 \cdot 300} = 13{,}3 \text{ cm}.$$

Die Gesamthöhe des Trägers an den Auflagerstellen setzt sich aus h und den beiden Flanschstärken von 30 und 25 mm zusammen und wird dadurch rund 190 mm.

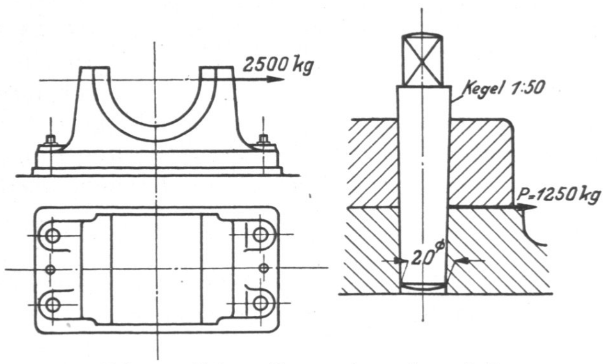


Abb. 44. Scherstifte an einem Lagerfuß.

3. Der wagrechte wechselnde Druck von 2500 kg an einem Lager, Abb. 44, soll durch Paßstifte am Lagerfuß übertragen werden.

Gewählt: Zwei Stifte aus Stahl. Sie sind auf Abscheren, auf je $P = 1250$ kg bei wechselnder Beanspruchung zu berechnen. Angenommen $k_s = 400$ kg/cm².

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{P}{k_s} = \frac{1250}{400} = 3{,}13 \text{ cm}^2.$$

Stiftdurchmesser $d = 20$ mm.

Beispiele für die Zusammensetzung von Längs- und Schubspannungen bietet u. a. die Berechnung der Kurbelarme im Abschnitt Achsen und Wellen.

VIII. Drehfestigkeit.

Ein Körper ist auf Drehung beansprucht, wenn die äußeren Kräfte sich auf ein Kräftepaar, $P \cdot a$, Abb. 6, dessen Ebene senkrecht zur Körperachse steht, zurückführen lassen.

$P \cdot a = M_d$ heißt Drehmoment. Es sucht die Querschnitte des Stabes gegeneinander zu verdrehen und ruft Schubspannungen τ_d in ihnen hervor, über deren Größe und Verteilung Zusammenstellung 9 Aufschluß gibt.

An Stäben runden Querschnitts, Abb. 45, bleiben die Querschnitte eben. Teilt man die Oberfläche eines solchen Körpers durch Längs- und Querlinien in Rechtecke ein, so gehen diese bei der Verdrehung in durchweg gleiche Rhomben über, eine Erscheinung, die auf überall gleich große Spannungen an der Oberfläche von Zylindern schließen läßt. Ein Drehversuch an einem Gummistück rechteckigen Querschnitts, Abb. 46, zeigt dagegen, daß sich die ursprünglich ebenen Querschnitte werfen, indem sich die Rechtecke in der Mitte der Seitenflächen am stärksten verzerren — dort treten die größten Spannungen auf —, während die Querschnittlinien an den Kanten senkrecht zu diesen bleiben, so daß die Teilchen dort keine gegenseitige Verschiebung erfahren, und die Schubspannungen Null sind.

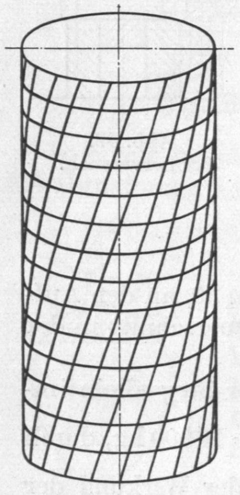


Abb. 45. Körper runden Querschnitts auf Drehung beansprucht.

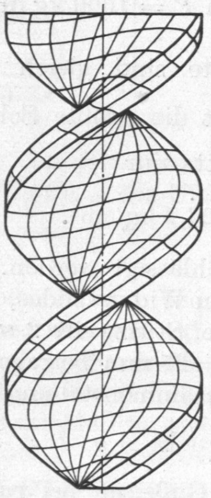


Abb. 46. Körper rechteckigen Querschnitts auf Drehung beansprucht.

$\tau_{d\max}$ insbesondere ist von dem kleinsten Trägheitsmoment des Querschnittes $J_{\min}$ abhängig:

$$\tau_{\max} = \frac{M_d}{c \cdot J_{\min}} \cdot e, \tag{34}$$

wobei e den Abstand des der Achse am nächsten liegenden Punktes des Stabumfanges vom Schwerpunkte, c einen von der Querschnittform abhängigen Festwert bedeutet. Die größten auftretenden Spannungen dürfen die auf Seite 13 angegebenen Werte der zulässigen Beanspruchungen k_d in den einzelnen Belastungsfällen nicht überschreiten.

Die Formänderung wird durch den Verdrehungswinkel ψ, den zwei um die Länge l voneinander abstehende Querschnitte erfahren, gekennzeichnet. Bis zur Proportionalitätsgrenze nimmt der Winkel ψ geradlinig mit den Spannungen zu; bis zur Elastizitätsgrenze bleiben die Formänderungen federnd und verschwinden bei der Entlastung wieder völlig. Die auf die Längeneinheit bezogene Verdrehung oder Schiebung

$$\vartheta = \frac{\psi}{l}, \tag{35}$$

im Bogenmaß gemessen, entspricht der Dehnung ε bei Zugversuchen, die durch die Spannungseinheit erzeugte Schiebung

$$\beta = \frac{\vartheta}{\tau_d} \tag{36}$$

der Dehnungszahl α. Die Größe β heißt Gleit- oder Schubzahl, ihr reziproker Wert $G = \frac{1}{\beta}$ Gleit- oder Schubmodul. Beide Werte sind unterhalb der Proportionalitätsgrenze unveränderlich. Zwischen β und α besteht die Beziehung

$$\beta = 2\,\frac{m+1}{m} \cdot \alpha, \tag{37}$$

die mit der Querdehnungszahl $m = 10/3$ in

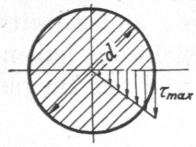
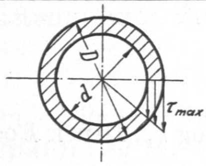
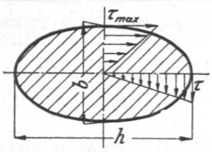
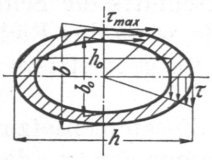
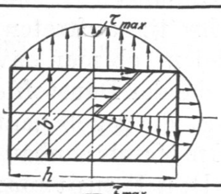
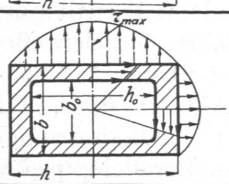
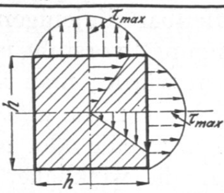
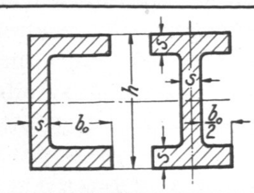
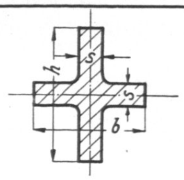
$$\beta = 2{,}6\,\alpha$$

übergeht. Die eben abgeleiteten Begriffe ermöglichen die Berechnung der Formänderung aus den auftretenden Spannungen, indem

$$\psi = \vartheta \cdot l = \beta\,\tau_d \cdot l \tag{38}$$

wird. Werte für ψ enthält die Zusammenstellung 9.

Zusammenstellung 9. Größe und Verteilung der Drehspannungen, sowie Verdrehungswinkel für die wichtigsten Querschnittformen.

Lfde. Nr.	Querschnitt und Spannungsverteilung	c	Spannung	Verdrehungswinkel
1		2	$\tau_{\max} = \dfrac{M_d}{\dfrac{\pi}{16}\,d^3}$	$\psi = \dfrac{32}{\pi\, d^4} \cdot M_d \cdot \beta \cdot l$
2		2	$\tau_{\max} = \dfrac{16\, M_d \cdot D}{\pi (D^4 - d^4)}$	$\psi = \dfrac{32}{\pi\,(D^4 - d^4)} \cdot M_d \cdot \beta \cdot l$
3		2	$\tau_{\max} = \dfrac{M_d}{\dfrac{\pi}{16}\, b^2 \cdot h}$ $\dfrac{\tau}{\tau_{\max}} = \dfrac{b}{h} \ldots (h > b)$	$\psi = \dfrac{16}{\pi}\,\dfrac{b^2 + h^2}{b^3 \cdot h^3} \cdot M_d \cdot \beta \cdot l$
4		2	$\tau_{\max} = \dfrac{M_d}{\dfrac{\pi}{16}\,\dfrac{b^3 \cdot h - b_0{}^3 \cdot h_0}{b}}$ $(h > b;\ h : h_0 = b : b_0)$	—
5		$\dfrac{4}{3}$	$\tau_{\max} = \dfrac{9}{2}\,\dfrac{M_d}{b^2\, h}$ $(h > b)$	$\psi = 3{,}6 \cdot \dfrac{b^2 + h^2}{b^3 \cdot h^3} \cdot M_d \cdot \beta \cdot l$
6		$\dfrac{4}{3}$	$\tau_{\max} = \dfrac{9}{2}\,\dfrac{M_d}{\dfrac{b^3 \cdot h - b_0{}^3 \cdot h_0}{b}}$ $(h > b,\ h : h_0 = b : b_0)$	—
7		$\dfrac{4}{3}$	$\tau_{\max} = \dfrac{9}{2} \cdot \dfrac{M_d}{h^3}$	$\psi = 7{,}2 \cdot \dfrac{1}{h^4} \cdot M_d \cdot \beta \cdot l$
8		—	$\tau_{\max} = \dfrac{9}{2}\,\dfrac{M_d}{s^2 \cdot (h + 2\, b_0)}$	—
9		—	$\tau_{\max} = \dfrac{9}{2}\,\dfrac{M_d}{s^2\,(h + b - s)}$	—