durch die Spannung σ_b beanspruchten Fasern in der Entfernung e von der Nullinie nach Formel (6a) eine Verlängerung $aa_1 = \alpha \cdot \sigma_b \cdot dx$ erlitten, so daß

$$d\gamma = \frac{aa_1}{e} = \frac{\alpha \cdot \sigma_b \cdot dx}{e}$$

wird, das mit

$$\sigma_b = \frac{M_x}{J_x} \cdot e$$

in

$$d\gamma = \alpha \cdot \frac{M_x \cdot dx}{J_x}$$

übergeht. Für eine endliche Stablänge wird

$$\gamma = \int \frac{\alpha \cdot M_x \cdot dx}{J_x} = \alpha \int \frac{M_x}{J_x} \cdot dx\,, \tag{31}$$

wenn die Dehnungszahl α als unveränderlich angenommen wird.

Abb. 40 und 41. Formänderungen gebogener Stäbe.

An einem einseitig eingespannten Stabe, Abb. 41, hat nun die besprochene Formänderung des in der Entfernung x vom freien Ende liegenden Elementes dx eine Durchbiegung

$$d\delta = d\gamma \cdot x$$

zur Folge, so daß sich die Gesamtdurchbiegung δ durch

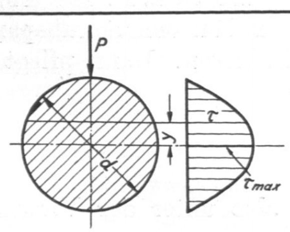
$$\delta = \int d\gamma \cdot x = \alpha \int \frac{M_x \cdot x \cdot dx}{J_x} \tag{32}$$

darstellen läßt. Den meist vorliegenden Fall eines Stabes auf zwei Stützen kann man auf zwei Freiträger zurückführen, die im Scheitel der Biegelinie eingespannt sind. Für die häufiger vorkommenden Belastungsfälle sind die Neigungswinkel der elastischen Linie und die Durchbiegungen in der Zusammenstellung 5, Seite 24, aufgeführt.

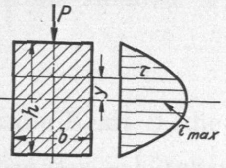
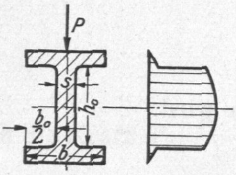
VII. Schub und Abscherung.

Beanspruchung auf Schub liegt vor, wenn die Kraft in der Querschnittebene wirkt und unmittelbar benachbarte Querschnitte gegeneinander zu verschieben sucht (Quer- oder Schubkräfte). Die Größe und Verteilung der entstehenden Schubspannungen τ hängt von der Querschnittform ab; für die wichtigeren ist sie in der Zusammenstellung 8 enthalten.

Zusammenstellung 8. **Größe und Verteilung der Schubspannungen.**

Lfde. Nr.	Querschnittform und Spannungsverteilung	Schubspannung im Abstande y von der Schwerlinie τ	Größte Schubspannung $\tau_{\max}$
1		$\pi = \frac{4}{3} \cdot \frac{P}{F} \sqrt{1 - 4\frac{y^2}{d^2}}$	$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{P}{F}$

Zusammenstellung 8 (Fortsetzung).

Lfde. Nr.	Querschnittform und Spannungsverteilung	Schubspannung im Abstande y von der Schwerlinie τ	Größte Schubspannung $\tau_{\max}$
2		$\tau = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{F}\left(1 - 4\frac{y^2}{h^2}\right)$	$\tau_{\max} = \frac{3}{2}\frac{P}{F}$
3		—	Im Steg $\tau \approx \frac{P}{s \cdot h_0}$

In einem beliebigen, zur Kraftlinie SO symmetrischen Querschnitt, Abb. 42, ist die Schubspannung τ im Punkte A des Umfanges im Abstande y von der Schwerlinie durch

$$\tau = \frac{P \cdot S_y}{2x \cdot J \cdot \cos\varphi}$$

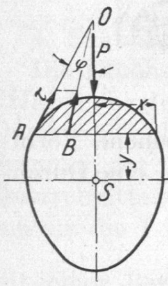


Abb. 42. Zur Ermittlung der Schubspannungen.

gegeben. Hierin bedeutet S_y das statische Moment der gestrichelten Fläche, bezogen auf die zur Kraftlinie senkrechte Schwerlinie. Der Winkel φ, durch die Tangente AO am Umfange bestimmt, gibt die Richtung der Schubspannung an. Für einen Punkt B im Innern des Querschnitts im gleichen Abstande y liefert BO die Richtung der Spannung; ihre Größe folgt daraus, daß die Seitenkraft parallel zu SO gleich groß derjenigen von τ ist.

An einem I-Querschnitt wird nach Nr. 3 der Zusammenstellung 8 der größte Teil der Querkraft durch den Steg, in welchem annähernd gleich große Spannungen entstehen, aufgenommen, während die Flanschen nur niedrig beansprucht sind, so daß es berechtigt erscheint, mit

$$\tau = \frac{P}{s \cdot h_0}$$

zu rechnen.

Die aufgeführten Formeln werden hauptsächlich angewendet, wenn es sich darum handelt, die größten Spannungen bei der Inanspruchnahme auf zusammengesetzte Festigkeit zu ermitteln.

Vielfach spielen freilich die Schubspannungen eine untergeordnete Rolle und können vernachlässigt werden. So pflegen an auf Biegung und Schub beanspruchten Teilen die größten Schubspannungen an den Stellen sehr geringer Biegespannungen und umgekehrt aufzutreten. Im Falle des unten folgenden Beispiels 1 haben sie ihren größten Wert in den Fasern der Nullinie, in denen die Biegespannung Null ist und den Wert Null in den äußersten Fasern, wo die Biegespannung ihren Höchstwert erreicht.

Wird ein Maschinenteil in einer Weise in Anspruch genommen, die der Wirkung einer Schere beim Abschneiden eines Bleches entspricht, wie es z. B. für eingepaßte, quer zu ihrer Längsachse belastete Bolzen gilt, so treten neben den Schubspannungen Biegebeanspruchungen auf, die sich nicht genau ermitteln lassen. Dann pflegt die Beanspruchung auf „Abscheren" nach der Formel

$$\sigma_s = \frac{P}{F}, \tag{33}$$

oder der Querschnitt aus $F = \frac{P}{k_s}$ bestimmt zu werden, also unter der Voraussetzung gleichmäßiger Verteilung der Spannungen über den ganzen Querschnitt. Die nach Formel (33) errechnete Scherspannung hat lediglich die Bedeutung eines Vergleichswertes und gibt für die tatsächlich auftretenden Beanspruchungen keinen Anhalt; doch ist die Anwendung der Formel um so eher angängig, wenn die zulässigen Spannungen k_s für die einzelnen Werkstoffe aus Scherversuchen, Abb. 43, nach der gleichen Formel ermittelt werden, wie das für die Zahlen der Zusammenstellung 2 Seite 13 zutrifft. Durchschnittlich ergibt sich die aus der Bruchbelastung berechnete Scherfestigkeit K_s zu 0,8 der Zugfestigkeit K_z der Werkstoffe.

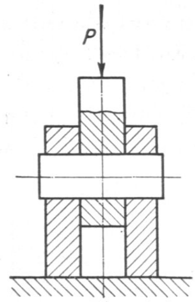


Abb. 43. Scherversuch.

Berechnungsbeispiele. 1. Ermittlung der Schubspannungen in dem auf Biegung beanspruchten Unterzug rechteckigen Querschnitts, Abb. 34 oben. Höhe 60, Breite 46 mm. Belastung durch $P = 1000$ kg in der Mitte des Trägers.

Die den Balken beanspruchenden Querkräfte sind gleich den Auflagerkräften $A = B = \frac{P}{2} = 500$ kg. Mithin ist die größte Schubspannung in den mittleren Fasern des Querschnitts nur

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2}\frac{A}{F} = \frac{3}{2}\frac{500}{6 \cdot 4{,}6} = 27{,}2 \text{ kg/cm}^2.$$

Sie kann gegenüber den Biegespannungen vernachlässigt werden.

2. Mindesthöhe des gußeisernen Trägers gleichen Widerstandes, Abb. 36, an den Auflagerstellen. Belastung $P = 20000$ kg in der Mitte, Stützweite 2 m. Querschnitt in der Mitte, Abb. 35. Die Stegstärke soll durchweg $s = 25$ mm betragen.

An den Auflagerstellen muß nach Nr. 3 der Zusammenstellung 8 der Steg allein imstande sein, die Querkräfte, das sind die Auflagerdrucke $A = B = \frac{P}{2} = 10000$ kg, durch Schubspannungen aufzunehmen. Läßt man im Gußeisen bei ruhender Wirkung der Last $\tau = 300$ kg/cm² zu, so wäre seine Mindesthöhe

$$h = \frac{A}{s \cdot \tau} = \frac{10000}{2{,}5 \cdot 300} = 13{,}3 \text{ cm}.$$

Die Gesamthöhe des Trägers an den Auflagerstellen setzt sich aus h und den beiden Flanschstärken von 30 und 25 mm zusammen und wird dadurch rund 190 mm.

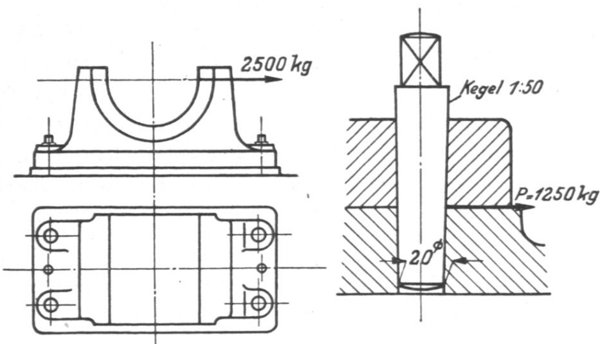


Abb. 44. Scherstifte an einem Lagerfuß.

3. Der wagrechte wechselnde Druck von 2500 kg an einem Lager, Abb. 44, soll durch Paßstifte am Lagerfuß übertragen werden.

Gewählt: Zwei Stifte aus Stahl. Sie sind auf Abscheren, auf je $P = 1250$ kg bei wechselnder Beanspruchung zu berechnen. Angenommen $k_s = 400$ kg/cm².

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{P}{k_s} = \frac{1250}{400} = 3{,}13 \text{ cm}^2.$$

Stiftdurchmesser $d = 20$ mm.

Beispiele für die Zusammensetzung von Längs- und Schubspannungen bietet u. a. die Berechnung der Kurbelarme im Abschnitt Achsen und Wellen.

VIII. Drehfestigkeit.

Ein Körper ist auf Drehung beansprucht, wenn die äußeren Kräfte sich auf ein Kräftepaar, $P \cdot a$, Abb. 6, dessen Ebene senkrecht zur Körperachse steht, zurückführen lassen.