Ein zeichnerisches Verfahren hat Mohr angegeben. Der Querschnitt, Abb. 33, vom Gesamtflächeninhalte F, wird in eine Anzahl Streifen parallel zu der Achse BCD zerlegt, in bezug auf welche das Trägheitsmoment gesucht werden soll. Ihre einzelnen Flächeninhalte faßt man als Kräfte auf, denkt sie sich in den Schwerpunkten gleichlaufend zu BCD wirkend und zeichnet den zugehörigen Kräfte- und Seilzug unter Benutzung der Polweite $F/2$. Der Schnittpunkt A der äußersten Polstrahlen liefert die Schwerlinie SS; der Inhalt der schräg gestrichelten Fläche f, multipliziert mit F, ergibt annähernd das Trägheitsmoment J in bezug auf SS.

$$J = f \cdot F,$$

wenn der Querschnitt in wirklicher Größe aufgezeichnet war. Genau erhält man das Trägheitsmoment, wenn an Stelle des Seilecks die von ihm eingehüllte, in Abb. 33 strichpunktierte Seilkurve als obere Begrenzung von f benutzt wird, die das Seileck unter den Trennungslinien der Streifen berührt.

Ist der Längenmaßstab, in welchem der Querschnitt aufgetragen wurde, $1 : m_l$, so wird

$$J = f \cdot F \cdot m_l^4.$$

Für die zu SS parallele Achse BCD vergrößert sich das Trägheitsmoment entsprechend dem Inhalt des wagrecht gestrichelten Dreiecks ABC.

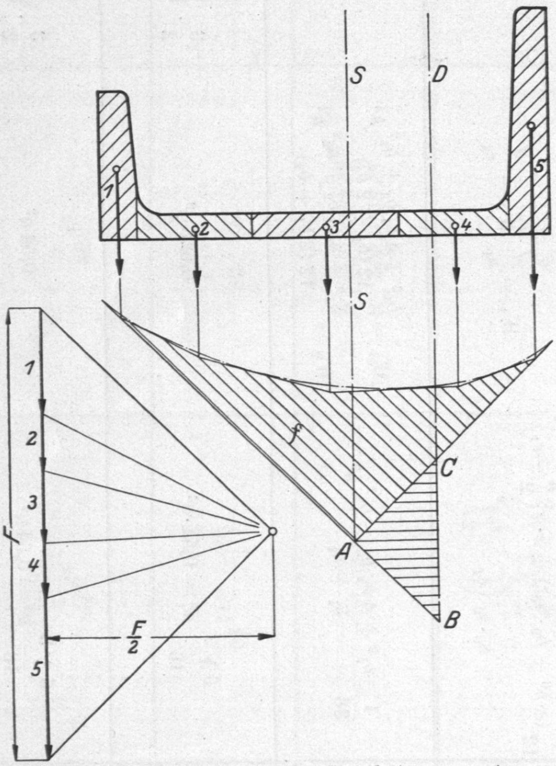


Abb. 33. Bestimmung des Trägheitsmomentes nach Mohr.

Beispiel. An dem in Abb. 33 im Maßstabe $\frac{1}{m_l} = 1 : 3$ dargestellten Querschnitte beträgt der Flächeninhalt $F = 3{,}98$ cm², derjenige der Mohrschen Fläche unterhalb der Seilkurve $f = 5{,}10$ cm², so daß das Trägheitsmoment

$$J = f \cdot F \cdot m_l^4 = 3{,}98 \cdot 5{,}10 \cdot 3^4 = 1640 \text{ cm}^4$$

wird. Bezogen auf die Achse BCD würde das Trägheitsmoment gemäß dem Inhalte des Dreiecks ABC von $1{,}14$ cm² um $3{,}98 \cdot 1{,}14 \cdot 3^4 = 368$ cm⁴ wachsen. (Für die Ermittlung auf dem Reißbrett empfiehlt es sich im vorliegenden Falle, den Querschnitt in natürlicher Größe aufzuzeichnen.)

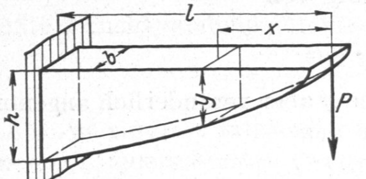
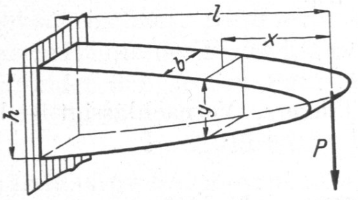
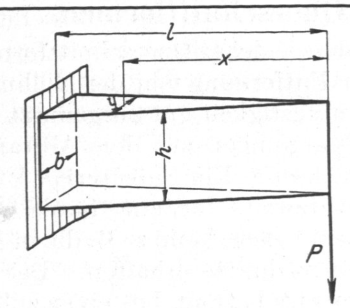
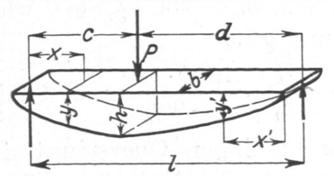
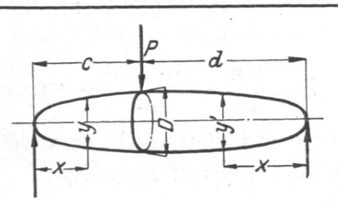
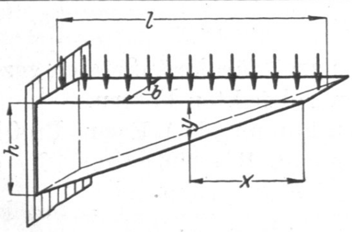
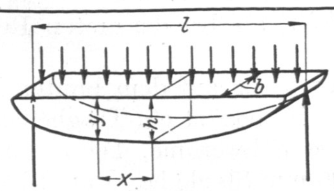
Fällt die Kraftlinie nicht mit einer der Hauptachsen des Querschnitts zusammen, so steht die Nullinie schief zu jener. Die Bestimmung der auftretenden Spannungen erfolgt dann am einfachsten in der Weise, daß das Biegemoment nach den Hauptachsen zerlegt, die durch die Einzelmomente hervorgerufenen Spannungen ermittelt und für die zu untersuchenden Fasern, wie später gezeigt, wieder zusammengesetzt werden.

C. Körper gleichen Widerstandes gegen Biegung.

Wählt man die Form der auf Biegung beanspruchten Teile derart, daß die größte Beanspruchung in allen Querschnitten die gleiche ist, so entstehen Körper gleichen Widerstandes, die man vorteilhafterweise bei der Gestaltung von Maschinenteilen benutzen kann, weil sie den geringsten Aufwand an Baustoff verlangen. Sie sind durch die Gleichung

$$\sigma_b = \frac{M_x}{W_x} = \text{konst.} \tag{29}$$

Zusammenstellung. 7. **Körper gleichen Widerstandes gegen Biegung.**

Lfde. Nr.		Art des Trägers und der Belastung	Querschnitt	Begrenzungslinie
1	 	Freiträger durch Einzelkraft am freien Ende belastet	Rechteck mit konstanter Breite	Parabel, $y^2 = x \cdot \frac{h^2}{l}$
2		Freiträger durch Einzelkraft am freien Ende belastet	Rechteck mit konstanter Höhe	Gerade, $y = x \cdot \frac{b}{l}$
3		Träger auf 2 Stützen durch Einzelkraft belastet	Rechteck mit konstanter Breite	Parabeln, links von P: $y^2 = \frac{x \cdot h^2}{c}$, rechts von P: $y'^2 = \frac{x' \cdot h^2}{d}$
4		Träger auf 2 Stützen durch Einzelkraft belastet	Kreis	Kubische Parabeln links von P: $y^3 = \frac{x \cdot D^3}{c}$, rechts von P: $y'^3 = \frac{x' \cdot D^3}{d}$
5		Freiträger, gleichmäßig belastet	Rechteck mit konstanter Breite	Gerade, $y = x \cdot \frac{h}{l}$
6		Träger auf 2 Stützen, gleichmäßig belastet	Rechteck mit konstanter Breite	Ellipse, $\frac{y^2}{h^2} + \frac{4\,x^2}{l^2} = 1$

gekennzeichnet. Beispielweise ergibt sich für den Fall Nr. 1 der Zusammenstellung 7 über die Hauptformen, nämlich für einen Freiträger rechteckigen Querschnitts von der Länge l, der am Ende durch eine Einzelkraft P belastet ist, im Einspannungsquerschnitt von b cm Breite und h cm Höhe eine Biegespannung von

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{6 \cdot P \cdot l}{b\,h^2}\,.$$

Wird die Breite des Trägers durchweg gleich, die Höhe y aber veränderlich angenommen, so folgt die Größe von y im Abstande x vom Ende aus

$$\frac{M_x}{W_x} = \frac{6 \cdot P \cdot x}{b \cdot y^2} = \text{konst.} = \frac{6 \cdot P \cdot l}{b\,h^2}\,,$$

$$\frac{x}{y^2} = \frac{l}{h^2} \quad \text{oder} \quad y^2 = \frac{h^2}{l} \cdot x\,.$$

Mithin ergibt sich eine parabolische Begrenzung des Trägers. Vernachlässigt ist bei den Ableitungen die Wirkung der Querkräfte.

D. Gegenüber Biegung günstige Querschnittformen.

Zur Aufnahme von Biegemomenten sind besonders solche Querschnittformen geeignet, bei denen die Mehrzahl der Fasern in größerer Entfernung von der Nullinie liegt, weil dann deren Festigkeit gut ausgenutzt werden kann, da die Spannungen mit dem Abstande von der Nullinie wachsen. Ein flußeiserner Unterzug von $l = 1$ m Stützweite für eine Säule, auf der $P = 1000$ kg Last ruhen, kann z. B. die in Abb. 34 dargestellten Querschnitte erhalten. Das nötige Widerstandsmoment beträgt bei einer zulässigen Beanspruchung von $k_b = 900$ kg/cm², wie sie für ruhende Belastung gilt,

$$W = \frac{M_b}{k_b} = \frac{P \cdot l}{4 \cdot k_b} = \frac{1000 \cdot 100}{4 \cdot 900} = 27{,}8 \text{ cm}^3\,.$$

Für einen rechteckigen Querschnitt folgt die Breite b, wenn man seine Höhe h zu 60 mm annimmt, aus

$$\frac{b\,h^2}{6} = W\,; \quad b = \frac{6\,W}{h^2} = \frac{6 \cdot 27{,}8}{6^2} = 4{,}63 \text{ cm}.$$

Rundet man sie auf 46 mm ab, so wird die tatsächliche Beanspruchung auf Biegung:

$$\sigma_b = \frac{6 \cdot P \cdot l}{4 \cdot b\,h^2} = \frac{6 \cdot 1000 \cdot 100}{4 \cdot 4{,}6 \cdot 6^2} = 906 \text{ kg/cm}^2\,,$$

und zwar ebenso groß für die äußersten gezogenen wie die äußersten gedrückten Fasern.

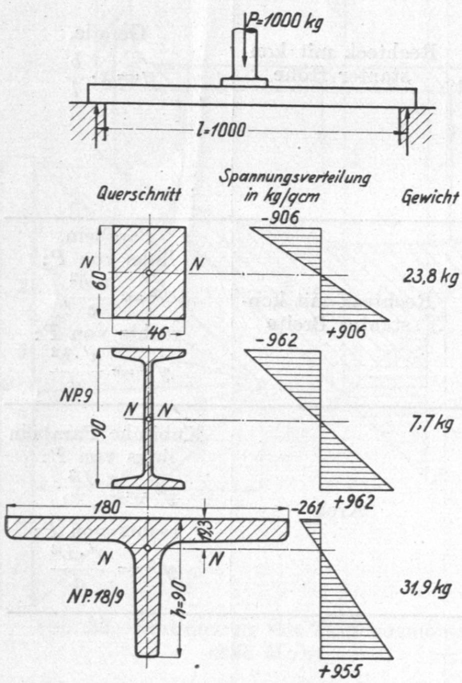


Abb. 34. Unterzugquerschnitte.

Das dem geforderten Trägheitsmoment am nächsten kommende I-Eisen, Profil Nr. 9, hat eine Höhe von 90 mm und ein Widerstandsmoment $W = 26{,}0$ cm³. Es erfährt mithin durch die Belastung eine Beanspruchung von $\sigma_b = \frac{P \cdot l}{4 \cdot W} = \frac{1000 \cdot 100}{4 \cdot 26{,}0} = 962$ kg/cm², in den äußersten Fasern, die zwar etwas größer ausfällt, als bei der ersten Rechnung angenommen war, aber noch zulässig ist.

Ein T-Eisen, das wegen der besseren Stützung der Säule auf dem breiten Flansch vorteilhaft sein kann, müßte Normalprofil 18/9 haben. Es besitzt ein Trägheitsmoment $J = 185$ cm⁴, bezogen auf die zum Flansch parallele Schwerlinie, bei $e = 19{,}3$ mm Schwerpunktabstand von der Flanschfläche und $h = 90$ mm Steghöhe. Damit berechnet