Biegemomente M_{max}	Durchbiegung	Neigungswinkel der elastischen Linie	Bemerkungen
$M_{max} = M_C = \frac{Q}{2} \cdot \left(\frac{l}{2} - \frac{b}{4}\right)$	—	—	—
$M_{max} = \frac{Q \cdot l}{12}$ in der Mitte	$\delta = \frac{3}{320} \cdot \frac{\alpha \cdot Q \cdot l^3}{J}$	—	—
$M_B = P \cdot b$	—	—	—
$M_{max} = \frac{Q \cdot L}{8}$ in der Mitte	—	—	—

äußersten Fasern die Festigkeit des Baustoffes, in der Regel die Zugfestigkeit, erreicht wird.

Geht man von der zulässigen Beanspruchung auf Biegung k_b aus, so wird das nötige Widerstandsmoment

$$W = \frac{M_b}{k_b}. \tag{28}$$

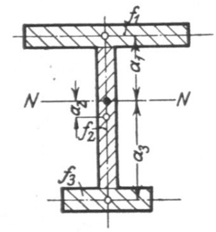


Abb. 32. Zur Ermittelung des Trägheitsmoments.

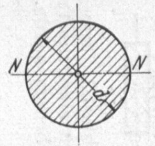
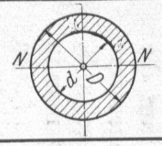
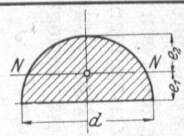
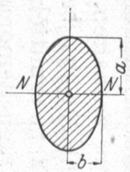
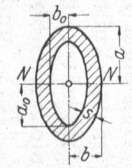
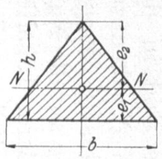
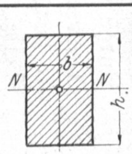
B. Trägheits- und Widerstandsmomente.

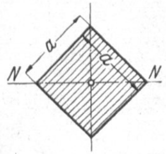
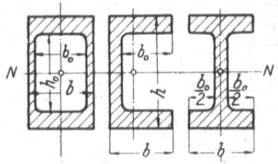
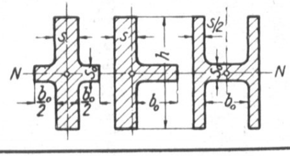
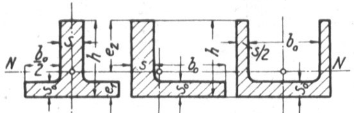
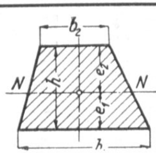
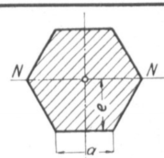
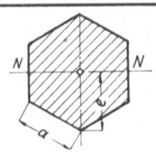
Die Trägheits- und Widerstandsmomente der wichtigsten Querschnitte sind in der folgenden Zusammenstellung, bezogen auf die durch $N\ N$ gekennzeichneten Nullinien, enthalten. Zusammengesetzte Querschnitte, deren Trägheitsmoment für eine beliebige Achse, z. B. in bezug auf die Nullinie NN, Abb. 32, zu ermitteln ist, zerlegt man in Teile, deren Inhalte $f_1, f_2 \ldots$ und Trägheitsmomente $J_1, J_2, \ldots$ um die zu NN parallelen Schwerachsen leicht bestimmbar sind. Dann ergibt sich das Trägheitsmoment des gesamten Querschnitts aus

$$J = J_1 + a_1^2 \cdot f_1 + J_2 + a_2^2 \cdot f_2 + \cdots,$$

wenn $a_1, a_2 \ldots$ die Abstände der Schwerlinien der Teilquerschnitte von NN bedeuten.

Zusammenstellung 6. **Flächeninhalte, Trägheits- und Widerstandsmomente und Abstände der äußersten Fasern für die wichtigsten Querschnitte.**

Lfde. Nr.	Querschnittform	Trägheitsmoment J	Widerstandsmoment W	Flächeninhalt F	Abstände der äußersten Fasern e_1, e_2
1		$\frac{\pi}{64} d^4$	$\frac{\pi}{32} d^3$	$\frac{\pi d^2}{4}$	$e_1 = e_2 = \frac{d}{2}$
2		$\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$	$\frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}$	$\frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$	$e_1 = e_2 = \frac{D}{2}$
3		$0{,}0069\, d^4$	$W_1 = 0{,}0323\, d^3$ $W_2 = 0{,}0238\, d^3$	$\frac{\pi}{8} d^2$	$e_1 = 0{,}212\, d$ $e_2 = 0{,}288\, d$
4		$\frac{\pi}{4} a^3 \cdot b$	$\frac{\pi}{4} a^2 \cdot b$	$\pi\, a \cdot b$	$e_1 = e_2 = a$
5		$\frac{\pi}{4} (a^3 b - a_0^3 \cdot b_0)$	$\approx \frac{\pi}{4} a\, (a + 3\, b) \cdot s$	$\pi\, (a\, b - a_0\, b_0)$	$e_1 = e_2 = a$
6		$\frac{b\, h^3}{36}$	$W_1 = \frac{b\, h^2}{12}$ $W_2 = \frac{b\, h^2}{24}$	$\frac{b \cdot h}{2}$	$e_1 = \frac{h}{3}$ $e_2 = \frac{2}{3} h$
7		$\frac{b\, h^3}{12}$	$\frac{b\, h^2}{6}$	$b \cdot h$	$e_1 = e_2 = \frac{h}{2}$

Lfde. Nr.	Querschnittform	Trägheitsmoment J	Widerstandsmoment W	Flächeninhalt F	Abstände der äußersten Fasern e_1, e_2
8		$\frac{a^4}{12}$	$\frac{\sqrt{2}\cdot a^3}{12}=0{,}118\,a^3$	a^2	$e_1=e_2=\frac{a}{\sqrt{2}}=0{,}707\,a$
9		$\frac{1}{12}(b\,h^3-b_0\,h_0^3)$	$\frac{1}{6}\,\frac{(b\,h^3-b_0\,h_0^3)}{h}$	$b\cdot h-b_0\cdot h_0$	$e_1=e_2=\frac{h}{2}$
10		$\frac{1}{12}(s\cdot h^3+b_0\cdot s_0^3)$	$\frac{1}{6}\,\frac{(s\,h^3+b_0\,s_0^3)}{h}$	$s\cdot h+b_0\cdot s_0$	$e_1=e_2=\frac{h}{2}$
11		$\frac{1}{12}(s\cdot h^3+b_0\cdot s_0^3)+s\cdot h\left(\frac{h}{2}-e_1\right)^2$ $+\,b_0\cdot s_0\left(e_1-\frac{s_0}{2}\right)^2$	$W_1=\frac{J}{e_1}\quad W_2=\frac{J}{e_2}$	$s\cdot h+b_0\,s_0$	$e_1=\frac{1}{2}\,\frac{s\,h^2+b_0\,s_0^2}{s\cdot h+b_0\,s_0}$ $e_2=h-e_1$
12		$\frac{1}{36}\cdot\frac{b_1^2+4\,b_1\,b_2+b_2^2}{b_1+b_2}h^3$	$W_1=\frac{b_1^2+4\,b_1\,b_2+b_2^2}{12\,(b_1+2\,b_2)}h^2$ $W_2=\frac{b_1^2+4\,b_1\,b_2+b_2^2}{12\,(2\,b_1+b_2)}h^2$	$\frac{b_1+b_2}{2}\cdot h$	$e_1=\frac{b_1+2\,b_2}{b_1+b_2}\,\frac{h}{3}$ $e_2=\frac{2\,b_1+b_2}{b_1+b_2}\,\frac{h}{3}$
13		$\frac{5\sqrt{3}}{16}\,a^4=0{,}54\cdot a^4$	$0{,}625\,a^3$	$\frac{3}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot a^2=2{,}6\,a^2$	$e_1=e_2=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ $=0{,}866\cdot a$
14		$\frac{5\sqrt{3}}{16}\,a^4=0{,}54\,a^4$	$0{,}54\,a^3$	$\frac{3}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot a^2=2{,}6\,a^2$	$e_1=e_2=a$

Ein zeichnerisches Verfahren hat Mohr angegeben. Der Querschnitt, Abb. 33, vom Gesamtflächeninhalte F, wird in eine Anzahl Streifen parallel zu der Achse BCD zerlegt, in bezug auf welche das Trägheitsmoment gesucht werden soll. Ihre einzelnen Flächeninhalte faßt man als Kräfte auf, denkt sie sich in den Schwerpunkten gleichlaufend zu BCD wirkend und zeichnet den zugehörigen Kräfte- und Seilzug unter Benutzung der Polweite $F/2$. Der Schnittpunkt A der äußersten Polstrahlen liefert die Schwerlinie SS; der Inhalt der schräg gestrichelten Fläche f, multipliziert mit F, ergibt annähernd das Trägheitsmoment J in bezug auf SS.

$$J = f \cdot F,$$

wenn der Querschnitt in wirklicher Größe aufgezeichnet war. Genau erhält man das Trägheitsmoment, wenn an Stelle des Seilecks die von ihm eingehüllte, in Abb. 33 strichpunktierte Seilkurve als obere Begrenzung von f benutzt wird, die das Seileck unter den Trennungslinien der Streifen berührt.

Ist der Längenmaßstab, in welchem der Querschnitt aufgetragen wurde, $1 : m_l$, so wird

$$J = f \cdot F \cdot m_l^4.$$

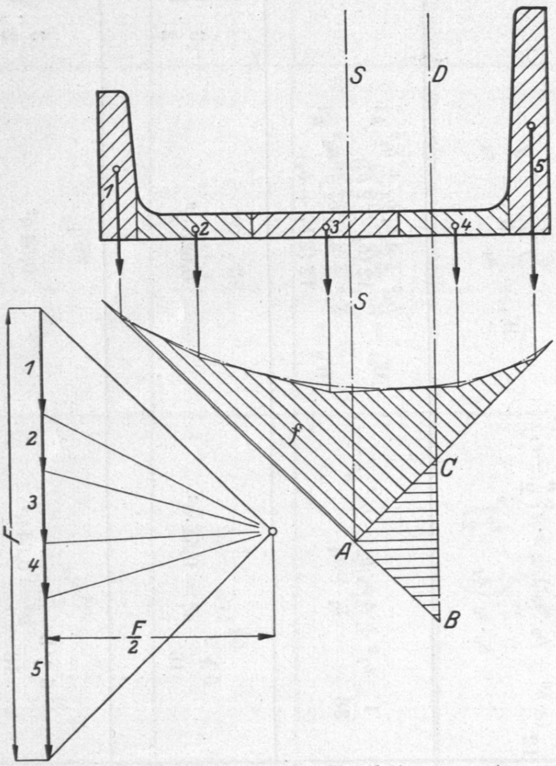


Abb. 33. Bestimmung des Trägheitsmomentes nach Mohr.

Für die zu SS parallele Achse BCD vergrößert sich das Trägheitsmoment entsprechend dem Inhalt des wagrecht gestrichelten Dreiecks ABC.

Beispiel. An dem in Abb. 33 im Maßstabe $\frac{1}{m_l} = 1 : 3$ dargestellten Querschnitte beträgt der Flächeninhalt $F = 3{,}98\ \text{cm}^2$, derjenige der Mohrschen Fläche unterhalb der Seilkurve $f = 5{,}10\ \text{cm}^2$, so daß das Trägheitsmoment

$$J = f \cdot F \cdot m_l^4 = 3{,}98 \cdot 5{,}10 \cdot 3^4 = 1640\ \text{cm}^4$$

wird. Bezogen auf die Achse BCD würde das Trägheitsmoment gemäß dem Inhalte des Dreiecks ABC von $1{,}14\ \text{cm}^2$ um $3{,}98 \cdot 1{,}14 \cdot 3^4 = 368\ \text{cm}^4$ wachsen. (Für die Ermittlung auf dem Reißbrett empfiehlt es sich im vorliegenden Falle, den Querschnitt in natürlicher Größe aufzuzeichnen.)

Fällt die Kraftlinie nicht mit einer der Hauptachsen des Querschnitts zusammen, so steht die Nullinie schief zu jener. Die Bestimmung der auftretenden Spannungen erfolgt dann am einfachsten in der Weise, daß das Biegemoment nach den Hauptachsen zerlegt, die durch die Einzelmomente hervorgerufenen Spannungen ermittelt und für die zu untersuchenden Fasern, wie später gezeigt, wieder zusammengesetzt werden.

C. Körper gleichen Widerstandes gegen Biegung.

Wählt man die Form der auf Biegung beanspruchten Teile derart, daß die größte Beanspruchung in allen Querschnitten die gleiche ist, so entstehen Körper gleichen Widerstandes, die man vorteilhafterweise bei der Gestaltung von Maschinenteilen benutzen kann, weil sie den geringsten Aufwand an Baustoff verlangen. Sie sind durch die Gleichung

$$\sigma_b = \frac{M_x}{W_x} = \text{konst.} \tag{29}$$