D. Das Arbeitsvermögen der Werkstoffe.

Der Flächeninhalt der Schaulinie, Abb. 10, stellt die zur Formänderung nötig gewesene Arbeit, das Arbeitsvermögen $\mathfrak{A}$ des Baustoffes, dar, das vergleichshalber gewöhnlich auf die Raumeinheit des untersuchten Stabstückes bezogen und dann als spezifisches Arbeitsvermögen $\mathfrak{a}$ bezeichnet wird. In Abb. 10 beträgt der Flächeninhalt 39,9 cm², und da ein Quadratzentimeter $2000 \cdot 0{,}667 = 1333$ kg cm darstellt, so ist die gesamte Formänderungsarbeit

$$\mathfrak{A} = 39{,}9 \cdot 1333 = 53190 \text{ kgcm}.$$

Sie war an einem Stabstücke von 2 cm Durchmesser und 20 cm Meßlänge, mithin von $V = 62{,}82$ cm³ Inhalt ermittelt worden, so daß die spezifische Formänderungsarbeit

$$\mathfrak{a} = \frac{\mathfrak{A}}{V} = \frac{53190}{62{,}82} = 847 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}^3}$$

wird.

Während das eben ermittelte Arbeitsvermögen, ähnlich wie die Bruchdehnung einen Vergleichswert für die Zähigkeit der Baustoffe abgibt, ist das elastische Arbeitsvermögen, welches durch das der Elastizitätsgrenze entsprechende Formänderungsdreieck dargestellt ist, wichtig für die Aufnahme von Stößen.

Der Baustoff kann eine entsprechende Stoßarbeit durch seine Elastizität, also ohne bleibende Formänderung, auffangen. Für das Flußeisen, Abb. 10, berechnet sich die elastische Formänderungsarbeit, wenn die Elastizitätsgrenze schätzungsweise in Höhe der unteren Fließgrenze, also bei einer Belastung des Stabes von $P_E = 6310$ kg angenommen wird, und die zugehörige Verlängerung aus Formel (6b) zu

$$\lambda_E = \frac{\alpha \cdot P_E \cdot l}{F} = \frac{6310 \cdot 20}{2100000 \cdot 3{,}14} = 0{,}0191 \text{ cm}$$

bestimmt ist, zu

$$\mathfrak{A}_E = \frac{P_E \cdot \lambda_E}{2} \tag{7}$$

$$= \frac{6310 \cdot 0{,}0191}{2} = 60{,}3 \text{ kgcm}.$$

Auf die Raumeinheit bezogen, wird die spezifische elastische Formänderungsarbeit

$$\mathfrak{a}_E = \frac{\mathfrak{A}_E}{V} \tag{8}$$

$$= \frac{60{,}3}{62{,}8} = 0{,}96 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}^3}.$$

Mit $V = F \cdot l$, $\frac{P_E}{F} = \sigma_E$, $\frac{\lambda_E}{l} = \varepsilon_E$ geht $\mathfrak{a}_E$ übrigens in

$$\mathfrak{a}_E = \frac{P_E \cdot \lambda_E}{2F \cdot l} = \frac{\sigma_E \cdot \varepsilon_E}{2} \tag{9}$$

über, ist also durch das halbe Produkt aus der Spannung und Dehnung an der Elastizitätsgrenze gegeben.

Zahlenbeispiel. Wenn die Stange der Abb. 9 zwischen Kopf und Innenfläche der Mutter gemessen, eine Länge $L = 150$ cm und dementsprechend

$$V = F \cdot L = 3{,}141 \cdot 150 = 471 \text{ cm}^3 \text{ Inhalt}$$

hat, so kann sie, aus dem Flußeisen nach Abb. 10 hergestellt, eine Arbeit

$$\mathfrak{A}_E = V \cdot \mathfrak{a}_E = 471 \cdot 0{,}96 = 452 \text{ cmkg}$$

elastisch aufnehmen. Um eine Vorstellung über die Wirkung von Stößen zu geben, sei erwähnt, daß das an der Stange hängende Gewicht von 1500 kg diese elastische Formänderungsarbeit erschöpft hätte, wenn es nach einem Fall von nur 1,6 mm durch die

Stange aufgefangen würde. Bei stärkeren Stößen wird die Elastizitätsgrenze überschritten, und müssen bleibende Formänderungen entstehen. Dabei ist auf die Kerbwirkung im Gewinde und an der Ansatzstelle des Kopfes, welche die Widerstandsfähigkeit der Stange gegen Stoß noch wesentlich herabsetzt, (vergl. den Abschnitt 3) noch gar nicht Rücksicht genommen.

Der Rechnungsgang ist folgender. Es bezeichne x die Strecke, um welche das Gewicht P herabfällt. Nach Durchlauf dieser Strecke trifft P auf den Kopf der Schraube und erzeugt in deren Schaft bei der weiteren Bewegung Spannungen, die höchstens bis zur Elastizitätsgrenze heranreichen dürfen, wenn keine bleibenden Formänderungen auftreten sollen. Die zu dieser Spannung σ_E gehörige Verlängerung des Stabes sei λ_E. Dann ist der gesamte Weg, den das Gewicht zurücklegt, $x + \lambda_E$ und die von ihm geleistete Arbeit $P \cdot (x + \lambda_E)$. Sie muß gleich der Formänderungsarbeit des Stabes $\frac{P_E \cdot \lambda_E}{2}$ sein, wenn P_E die Kraft bedeutet, die der Spannung σ_E entspricht. Aus

$$P(x + \lambda_E) = \frac{P_E \cdot \lambda_E}{2}$$

folgt

$$x = \frac{\lambda_E (P_E - 2P)}{2P},$$

das sich mit $P_E = \sigma_E \cdot F$ und $\lambda_E = \frac{\alpha \cdot P_E \cdot l}{F} = \alpha \cdot \sigma_E \cdot l$ auf die Spannung an der Elastizitätsgrenze σ_E zurückführen läßt:

$$x = \frac{\alpha \cdot \sigma_E \cdot l (\sigma_E \cdot F - 2P)}{2P}.$$

Mit den gegebenen und oben ermittelten Zahlenwerten wird

$$x = \frac{2010 \cdot 150\,(2010 \cdot 3{,}14 - 2 \cdot 1500)}{2100000 \cdot 2 \cdot 1500} = 0{,}158 \text{ cm}.$$

Die Verlängerung λ_E, die der Stab bei der stoßweisen Belastung erleidet, ist

$$\lambda_E = \alpha \cdot \sigma_E \cdot l = \frac{2010 \cdot 150}{2100000} = 0{,}144 \text{ cm},$$

während bei ruhiger Einwirkung der Belastung P nur eine Verlängerung von

$$\lambda = \frac{\alpha \cdot P \cdot l}{F} = \frac{1500 \cdot 150}{2100000 \cdot 3{,}14} = 0{,}0342 \text{ cm}$$

entsteht. Dadurch gerät der Stab in Längsschwingungen, bis er sich allmählich auf den zuletzt berechneten Wert einstellt. Tritt aber Resonanz ein, so können die Schwingungen verstärkt werden und zu bleibenden Formänderungen und schließlich zum Bruch führen!

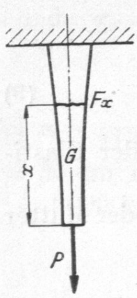

Abb. 14. Zur Berechnung des Körpers gleicher Zugfestigkeit.

Besitzt ein auf Zug beanspruchter Körper verschiedene Querschnitte, so ändern sich die Spannungen umgekehrt verhältnisgleich den Flächeninhalten, so daß der **gefährliche Querschnitt**, in dem die größten Spannungen auftreten, durch den kleinsten Querschnitt gekennzeichnet ist.

Unter Berücksichtigung des Eigengewichtes ist die Spannung in einem beliebigen Querschnitte F_x an der Stelle x des Stabes Abb. 14,

$$\sigma_z = \frac{P + G}{F_x},$$

wenn G das Eigengewicht des unter dem betrachteten Querschnitt liegenden Stabteiles bedeutet. Wird die Form des Stabes so gewählt, daß in allen Querschnitten gleiche Spannungen vorhanden sind, so entsteht der **Körper gleicher Zugfestigkeit**, der bei dem Einheitsgewicht s des Baustoffes der Gleichung

$$F_x = \frac{P}{\sigma_z} \cdot e^{\frac{s x}{\sigma_z}} \tag{10}$$

entsprechen müßte. e ist die Basis der natürlichen Logarithmen.

Beispiel. Ein Förderseil von 17 mm Durchmesser, aus sechs Litzen zu je sechs Drähten von 1,8 mm Durchmesser und sieben Hanfseelen bestehend und von 0,88 kg/m Eigengewicht hält bei einer Zugfestigkeit des Drahtes $K_z = 12000$ kg/cm² eine Bruchlast von 10970 kg aus. Auf das reine Drahtvolumen bezogen, hat es ein Einheitsgewicht $s = 0{,}00861$ kg/cm³. Bei achtfacher Sicherheit oder $k_z = 1500$ kg/cm² zulässiger Spannung, könnte es mit $\frac{10970}{8} = 1372$ kg belastet werden und bei 1000 kg Nutzlast $G = 372$ kg Eigengewicht haben. Das entspricht einer Länge von $\frac{372}{0{,}88} = 423$ m. Wenn es als Seil gleicher Festigkeit den theoretischen Anforderungen entsprechend genau hergestellt werden könnte, erhielte es einen Endquerschnitt

$$F_0 = \frac{P}{k_z} = \frac{1000}{1500} = 0{,}667 \text{ cm}^2$$

und eine Länge $l = 550$ m, die sich aus

$$F_1 = \frac{P}{k_z} \cdot e^{\frac{s l}{k_z}} = F_0 \cdot e^{\frac{s l}{k_z}}$$

ergibt, wenn F_1 den obersten Querschnitt von

$$36 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}18^2 = 0{,}916 \text{ cm}^2$$

bedeutet. Durch Logarithmieren folgt

$$\log F_1 = \log F_0 + \frac{s \cdot l}{k_z} \cdot \log e,$$

$$l = \frac{k_z}{s} \frac{\log F_1 - \log F_0}{\log e} = \frac{1500}{0{,}00861} \frac{\log 0{,}916 - \log 0{,}667}{\log e} = 55000 \text{ cm}.$$

II. Die zulässigen Spannungen bei der Berechnung von Maschinenteilen.

Grundsätzlich ist zu beachten, daß an den Maschinenteilen weniger die entstehenden Spannungen als die auftretenden Formänderungen maßgebend und entscheidend sind. Letztere müssen im wesentlichen elastischer Art sein; größere bleibende sind unbedingt zu vermeiden, da sie nicht allein die Gefahr einer Beschädigung oder des Bruches näherrücken, sondern auch zu anderer Wirkung und Verteilung der Kräfte und zu Überanstrengungen weiterer Teile führen können. Wenn man bei der Berechnung meist die Bestimmung der Formänderungen umgeht, so geschieht das aus zwei Gründen: weil die Berechnung der Spannungen mittels einfacherer Formeln und unter Vermeidung der Elastizitätsziffer möglich ist und weil unsere Festigkeitslehre nach dem Hookeschen Gesetz Verhältnisgleichheit zwischen Spannungen und Formänderungen voraussetzt, so daß — nicht immer in Übereinstimmung mit den tatsächlichen Verhältnissen — die Spannungen den Formänderungen gleichwertig werden. Sollen die Formänderungen klein sein, so hilft man sich dadurch, daß man niedrige Beanspruchungen einsetzt.

Der Berechnung von Konstruktionsteilen werden die zulässigen Spannungen zugrunde gelegt. Bei ihrer Wahl sind drei Gesichtspunkte zu beachten:

1. die mechanischen Eigenschaften der zu verwendenden Werkstoffe,
2. die Sicherheit, mit der die Spannungen durch die Rechnung ermittelt werden können,
3. die Art der Kraftwirkung.