5. auf **Drehung**, Abb. 6. Ein Kräftepaar in einer zur Stabachse senkrechten Ebene verdreht die Stabquerschnitte gegeneinander. In den Fällen 4 und 5 entstehen Schubspannungen.

Treten mehrere Belastungsfälle gleichzeitig auf, so wird der Körper auf zusammengesetzte Festigkeit beansprucht. So wirkt auf den Querschnitt x des einseitig einge-

Abb. 5. Inanspruchnahme auf Abscherung.

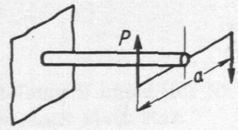

Abb. 6. Beanspruchung auf Drehung.

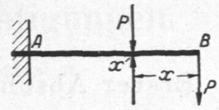

Abb. 7. Beanspruchung auf zusammengesetzte Festigkeit, auf Biegung und Schub.

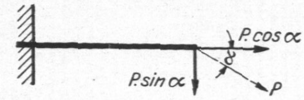

Abb. 8. Belastung auf Zug, Biegung und Schub.

spannten, am freien Ende belasteten Balkens AB der Abb. 7 neben dem Biegemoment $P \cdot x$ die Schubkraft P, deren Einfluß allerdings bei größerer Balkenlänge vernachlässigt werden darf. Der Stab, Abb. 8, erfährt durch $P \cdot \cos\alpha$ eine Belastung auf Zug, durch $P \cdot \sin\alpha$ eine solche auf Biegung und Schub.

I. Zugfestigkeit und Grundbegriffe der Festigkeitslehre.

A. Zugspannung. Proportionalitäts-, Fließ-, Bruch- und Zerreißgrenze, Zugfestigkeit, Elastizitätsgrenze.

Die Stange in Abb. 9 wird durch das angehängte, in der Stabachse wirkende Gewicht von P kg auf Zug beansprucht. Schneidet man ein beliebiges Stück aus dem Stabe heraus, so kann in diesem bei Vernachlässigung des Eigengewichtes die gleiche Wirkung durch zwei entgegengesetzt gerichtete, an den Enden angreifende Kräfte P erzeugt werden, die den Stab zu verlängern suchen. Unter der Annahme gleichmäßiger Verteilung über den Querschnitt von der Größe F ergibt sich die auf die Flächeneinheit bezogene innere Kraft, die **Zugspannung**

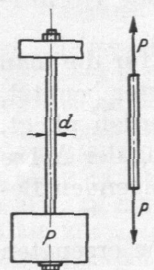

Abb. 9. Auf Zug beanspruchte Stange.

$$\sigma_z = \frac{P}{F}. \tag{1}$$

Bei $d = 2$ cm Durchmesser und $P = 1500$ kg würde z. B.

$$\sigma_z = \frac{P}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{1500}{3{,}14} = 477\ \text{kg/cm}^2$$

betragen.

σ_z muß geringer als die für den betreffenden Stoff und Belastungsfall **zulässige Spannung** k_z nach S. 12 sein.

Formeln für die Flächeninhalte verschiedener Querschnitte enthält die Zusammenstellung 6, S. 30.

Jeder Einwirkung einer Kraft entspricht eine **Formänderung**. Zugkräfte rufen Verlängerungen und gleichzeitig Querschnittverminderungen hervor. Abb. 10 zeigt in den Abszissen die Verlängerungen λ in Abhängigkeit von den als Ordinaten aufgetragenen Kräften P, wie sie bei einem Zugversuche an einem ausgeglühten, weichen Flußstahlstabe von 20 mm Durchmesser und 200 mm Meßlänge, Abb. 11, erhalten wurden. Als Meßlänge gilt dabei die Strecke l des Stabes, an der die Formänderungen beobachtet und festgestellt werden. Die Verlängerungen nehmen zunächst verhältnisgleich den Belastungen zu. Die Linie, Abb. 10, ist dementsprechend bis P gerade. Über P krümmt sich die Linie ein wenig, fällt bei F_o plötzlich auf F_u und verläuft bis G annähernd parallel zur Abszissenachse. Der Stab verlängert sich also, ohne daß die Kraft zunimmt; der Baustoff **fließt**. P heißt **Proportionalitätsgrenze**, F_o **obere**, F_u **untere Fließ- oder Streckgrenze**. Vom Punkte G ab sind größere Kräfte nötig, um weitere Formänderungen zu erzeugen; die Linie steigt an. In B erreicht die Belastung ihren Höchstwert, schließlich zerreißt der Stab in Z. Der Abfall von B nach Z ist in der Einschnürung, Abb. 12, der örtlich starken Querschnittverminderung, die zum Bruch bei abnehmenden Kräften führt, begründet. B kennzeichnet die Bruch-, Z die Zerreißgrenze. Die aus der Höchst- oder Bruchlast P_B berechnete und auf den ursprünglichen Querschnitt bezogene Spannung ist die Zugfestigkeit K_z des Stoffes, die in dem betrachteten Falle

$$K_z = \frac{P_B}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{11500}{3{,}14} = 3660\,\text{kg/cm}^2$$

betrug.

Entlastet man bei Beginn des Versuchs den Stab, so verschwinden die Formänderungen wieder vollständig. Der Baustoff ist vollkommen elastisch. Bei höheren Be-

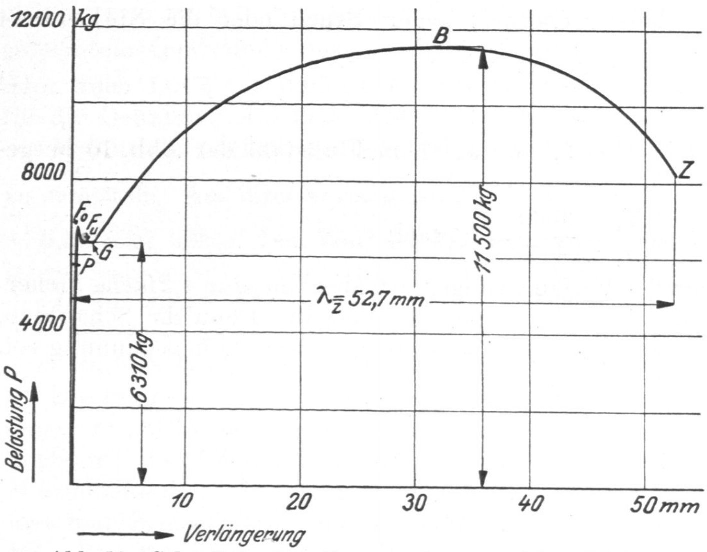

Abb. 10. Schaulinie eines Zugversuchs an weichem Flußstahl.

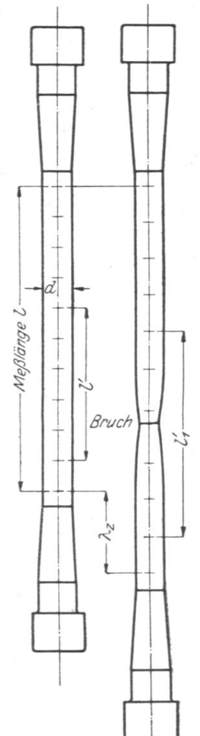

Abb. 11/12. Probestab vor und nach dem Zugversuch.

lastungen treten zunächst geringe bleibende Verlängerungen auf; nach dem Überschreiten der Fließgrenze überwiegen die bleibenden gegenüber den elastischen. Die Elastizitätsgrenze, d. i. der Punkt, bis zu welchem sich der Baustoff vollkommen elastisch verhält, ist, da die bleibenden Formänderungen ganz allmählich auftreten, schwierig nachzuweisen. Man läßt ein bestimmtes, noch sicher zu beobachtendes Maß bleibender Formänderung zu und hat demgemäß durch einen Beschluß des internationalen Verbandes der Materialprüfungen der Technik in Brüssel 1906 die Elastizitätsgrenze bei einer bleibenden Verlängerung von 0,001% der Meßlänge festgelegt. Krupp benutzt 0,03%.

Bei vielen Stoffen prägt sich die Fließgrenze weniger scharf aus, wie bei weichem Flußstahl nach Abb. 10. An härteren Flußstahlsorten ist sie nur durch einen kurzen Absatz parallel zur Abszissenachse oder, wie auch an Messing, Bronze usw., durch allmähliches Abbiegen der Schaulinie ohne besonderen Knick oder Absatz, Abb. 127, gekennzeichnet. Zur Bestimmung der Fließgrenze benutzt man in solchen Fällen nach dem Beschluß des eben erwähnten Verbandes 0,5% bleibende Verlängerung. Die deutschen Industrienormen haben dieses Maß in Dinorm 1602 auf 0,2% herabgesetzt und bezeichnen die zugehörige Spannung kurz mit 0,2-Grenze und durch $\sigma_{0,2}$.

B. Die Sicherheit von Konstruktionsteilen.

Merkbare bleibende Formänderungen sind an den Maschinenteilen unzulässig. Die in den letzteren auftretenden Beanspruchungen dürfen deshalb die Elastizitätsgrenze, sicher aber die Fließgrenze, nicht erreichen. Die Sicherheit $\mathfrak{S}'$ eines Konstruktionsteiles gegenüber dem Auftreten dauernder Formänderungen ist demgemäß nach dem

Verhältnis der Spannungen an der Elastizitäts- bzw. Fließgrenze σ_s des Baustoffes zu den tatsächlich auftretenden Spannungen σ_z zu beurteilen. Nun ist die Ermittlung der Elastizitätsgrenze wegen der notwendigen Feinmessungen umständlich und zeitraubend und wird selten ausgeführt. Leichter ist die Fließgrenze an Hand einer während des Versuches aufgenommenen Schaulinie oder bei ausgeprägter oberer Fließgrenze durch Beobachten des Absinkens der Kraft zu bestimmen. Da außerdem beide Grenzen nahe beieinander zu liegen pflegen, kann die erwähnte Sicherheit genügend genau nach der Fließgrenze des Baustoffes, also nach $\mathfrak{S}' = \frac{\sigma_s}{\sigma_z}$ beurteilt werden.

Meist begnügt man sich damit, die Festigkeit der Baustoffe vorzuschreiben und ihr gegenüber die Bruchsicherheit des Konstruktionsteiles, die durch das Verhältnis der Bruchfestigkeit zur auftretenden Spannung gegeben ist, zu berechnen. Im Falle der Beanspruchung auf Zug würde diese Sicherheit gegen Bruch oder die Sicherheit schlechthin

$$\mathfrak{S} = \frac{K_z}{\sigma_z} \tag{2}$$

sein.

Wäre die Stange des Beispiels, Abb. 9, aus weichem Flußstahl der Abb. 10 hergestellt, so würde die Bruchsicherheit

$$\mathfrak{S} = \frac{K_z}{\sigma_z} = \frac{3660}{477} = 7{,}7 \text{ fach}$$

sein. Gegen das Auftreten bleibender Verlängerungen ist aber nur eine 4,2fache Sicherheit vorhanden, wenn man von der unteren Fließgrenze ausgeht. Denn die Schaulinie, Abb. 10, ergibt an dieser Stelle eine Belastung $P_f = 6310$ kg und eine Fließspannung von

$$\sigma_s = \frac{P_f}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{6310}{3{,}14} = 2010 \text{ kg/cm}^2,$$

so daß

$$\mathfrak{S}' = \frac{\sigma_s}{\sigma_z} = \frac{2010}{477} = 4{,}2$$

wird.

Die Beurteilung einer Konstruktion an Hand des Sicherheitsgrades gegen Bruch ist für Baustoffe, die nicht kalt bearbeitet, gehärtet oder vergütet sind, immerhin zulässig, weil dann das Verhältnis der Spannungen an der Bruchgrenze zu denen an der Fließ- bzw. Elastizitätsgrenze bei ein und demselben Baustoffe annähernd unveränderlich zu sein pflegt. Durch Ziehen, Walzen, Hämmern, Pressen usw. im kalten Zustande, ferner durch Härten oder Vergüten kann dagegen das genannte Verhältnis wesentlich beeinflußt werden. Beispielweise wird die Streckgrenze von Flußstahldraht durch Kaltziehen ganz bedeutend gehoben und der Bruchgrenze näher gebracht. Die übliche Sicherheitszahl gegenüber Bruch kann daher niedriger sein, weil die hohe Streckgrenze das Auftreten bleibender Formänderungen verhindert.

Die Sicherheit hoch beanspruchter oder aus Sonderbaustoffen hergestellter Konstruktionsteile sollte deshalb stets an Hand der Fließgrenze und nicht nach der Bruchfestigkeit des Werkstoffes beurteilt werden.

Dagegen ist man bei Stoffen, die so geringe Formänderungen aufweisen, daß sich die Fließgrenze $\sigma_{0,2}$ im Sinne der DIN 1602 nicht ermitteln läßt, wie bei Gußeisen, Beton und Steinen, nach wie vor auf die Benutzung der Sicherheit gegenüber Bruch angewiesen.

C. Dehnung und Einschnürung, Dehnungszahl.

Um die Formänderungen verschieden langer Stäbe miteinander vergleichen zu können, bezieht man die Verlängerung λ auf die Längeneinheit und erhält so die Dehnung

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{l}, \tag{3}$$

wenn l die ursprüngliche Meßlänge des Stabes, an welcher λ festgestellt wurde, bedeutet. Bei gewöhnlichen Zugversuchen pflegt nur die Dehnung an der Zerreißgrenze, also nach dem Bruch, bestimmt zu werden. Nach Abb. 10 betrug

$$\lambda_z = 5{,}27 \text{ cm}, \qquad l = 20 \text{ cm},$$

mithin die Bruchdehnung

$$\delta = \frac{\lambda_z}{l} = \frac{5{,}27}{20} = 0{,}263 \quad \text{oder} \quad 26{,}3\%.$$

Da sich die Dehnung, wie Abb. 12 zeigt, über die Stablänge ungleichmäßig verteilt, indem die durch Querstriche gekennzeichneten, am ursprünglichen Stab gleich langen Strecken, Abb. 11, in der Nähe des Bruches am meisten an Länge zugenommen haben, erhält man für die Dehnung je nach Wahl der Meßlänge l verschiedene Zahlen. Um Vergleichswerte zu bekommen, wird l deshalb an Rundstäben gleich $10\,d$ oder bei beliebig geformtem Querschnitt von der Größe F zu $l = 11{,}3\sqrt{F}$ gewählt. Neuerdings benutzt man auch $l = 5\,d = 5{,}65\sqrt{F}$ als normale Meßlänge, erhält dabei aber größere Werte für die Dehnung. Am Probestab, Abb. 12, wäre in dem Falle die Dehnung an den fünf der Bruchstelle nächstliegenden Teilstrecken, die ursprünglich $l' = 100$ mm lang waren, zu ermitteln. Aus ihrer Verlängerung $\lambda' = 36$ mm ergibt sich die Dehnung $\delta_5 = \frac{\lambda'}{l'} = \frac{36}{100} = 0{,}36$ oder 36%. Der Wert ist 1,37mal größer als der an $l = 10\,d = 200$ mm Meßlänge festgestellte. Zur richtigen Beurteilung der Dehnungswerte ist es daher immer notwendig, die benutzte Meßlänge oder ihr Verhältnis zum Stabquerschnitt zu kennen.

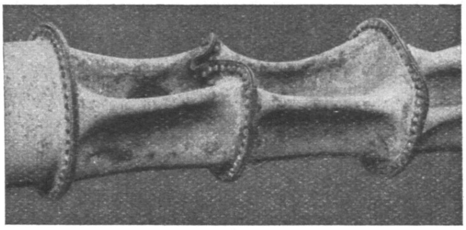

Abb. 13. Eingebeultes Flammrohr.

Die Dehnung gilt als ein Maß der Zähigkeit, einer sowohl bei der weiteren Verarbeitung, wie auch bei der Verwendung der Werkstoffe zu Maschinenteilen sehr wichtigen Eigenschaft. So legt man beispielweise Wert auf große Dehnung bei allen Kesselbaustoffen, obgleich die Beanspruchungen durch den normalen Betrieb weit unter der Fließgrenze liegen, die Ausnutzung der Dehnbarkeit also gar nicht in Frage kommt. Wohl aber wird diese entscheidend im Falle von Überbeanspruchungen, wie sie an Flammrohrkesseln bei zu tiefem Sinken des Wasserspiegels, Steigerung der Temperatur bis zum Glühendwerden und Einbeulen der Flammrohre vorkommen. Nur sehr zähes Flußeisen hält Formänderungen, wie sie Abb. 13 zeigt, aus, ohne zu reißen. Flammrohre aus Stahl von hoher Festigkeit böten die Möglichkeit, mit viel geringerem Konstruktionsgewicht auszukommen und sehr leichte Kessel zu bauen, würden aber bei Inanspruchnahmen, wie eben geschildert, wegen zu geringer Zähigkeit sicher zum Bruch und mindestens zum plötzlichen Ausströmen großer Wasser- und Dampfmengen führen. Ein anderes Beispiel bietet das Einziehen größerer Nieten. Die Bleche werden um die Nieten herum, wie am Abspringen des Zunders zu erkennen ist, über die Fließgrenze hinaus beansprucht. In Baustoffen von geringer Dehnbarkeit entstehen dabei oft äußerlich nicht erkennbare Anrisse, die aber im Betriebe leicht größer und sehr bedenklich werden können.

Sehr wichtig sind zähe Baustoffe im Falle plötzlicher oder stoßweiser Belastung. So sollen die Verbindungsschrauben offener Schubstangenköpfe aus zähem Werkstoffe hergestellt werden, damit sie bei Überlastungen, wie sie gelegentlich eines Wasserschlags vorkommen können, zwar nachgeben und sich längen, aber nicht brechen. Der Bruch einer solchen Schraube kann die völlige Zerstörung der Maschine zur Folge haben. An solchen Teilen ist ferner sorgfältig auf die Vermeidung von Einschnürungen, Kerben und plötzlichen Querschnittverminderungen, die die Ausbildung der Formänderungen beeinträchtigen, zu achten.

In ähnlicher Weise wie die Dehnung dient die Querschnittverminderung oder Einschnürung ψ zur Beurteilung der Zähigkeit. War der ursprüngliche Querschnitt eines Probestabes F cm², der Bruchquerschnitt F_1 cm² so ist die Einschnürung durch

$$\psi = \frac{F - F_1}{F} \cdot 100 \tag{3a}$$

in Hundertteilen ausgedrückt.

Trägt man die bei einem Zugversuch ermittelten Spannungen als Ordinaten, die zugehörigen Dehnungen als Abszissen auf, so wird man in der so erhaltenen Spannungsdehnungslinie unabhängig von dem Querschnitt und der Länge der verwandten Probe. Bei ein und demselben Baustoffe findet man den gleichen Linienzug, gleichgültig, ob er etwa an einem Stabe von 20 mm Durchmesser und 200 mm Meßlänge oder an einem solchen von 10 mm Durchmesser und 100 mm Meßlänge ermittelt wurde, wenn die Proben nur geometrisch ähnlich waren. Dagegen sind die Kräfte im ersten Falle viermal, die Formänderungen doppelt so groß wie im zweiten, so daß bei Anwendung gleicher Maßstäbe für die Kräfte und Formänderungen zwei ganz verschiedene Kurven entstehen. Im folgenden ist aus dem Grunde meist von der Spannungsdehnungslinie Gebrauch gemacht.

Die oben erwähnte Eigenschaft weichen Flußstahls, daß die Verlängerungen bis zum Punkte P, Abb. 10, verhältnisgleich den Belastungen sind, bildet als Hookesches Gesetz die Grundlage für die Berechnung der Formänderungen aus den wirkenden Kräften oder Spannungen oder umgekehrt. Bezeichnet λ die Verlängerung, c einen Festwert, so kann man das Gesetz durch $\lambda = c \cdot P$ ausdrücken. Aus Gleichung (1) folgt $P = F \cdot \sigma_z$ und damit $\lambda = c \cdot F \cdot \sigma_z$ oder da der Querschnitt F an einem prismatischen Stabe innerhalb der Proportionalitätsgrenze als unveränderlich angesehen werden darf, $\lambda = c' \cdot \sigma_z$. Die Verlängerung ist also auch verhältnisgleich der im Stabe vorhandenen Zugspannung. Setzt man nach Gleichung (3) $\lambda = \varepsilon \cdot l$, so wird $\varepsilon \cdot l = c' \cdot \sigma_z$ oder

$$\frac{\varepsilon}{\sigma_z} = \frac{c'}{l} = \text{konst.} = \alpha. \tag{4}$$

α heißt Dehnungs- oder Elastizitätszahl und ist nach der linken Seite der Gleichung die auf die Spannungseinheit bezogene Dehnung. Sie gibt die Verlängerung an, die ein Körper von der Länge 1 und dem Querschnitt 1 durch die Spannungseinheit erfährt. Ihr reziproker Wert ist das Elastizitätsmaß oder der Elastizitätsmodul

$$E = \frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma_z}{\varepsilon}. \tag{5}$$

Mit $\varepsilon = \alpha \cdot \sigma_z$ gibt die Gleichung (4)

$$\lambda = \alpha \cdot l \cdot \sigma_z \tag{6a}$$

und da $\sigma_z = \frac{P}{F}$ ist,

$$\lambda = \frac{\alpha \cdot P \cdot l}{F}. \tag{6b}$$

Bei $\alpha = \frac{1}{2100000}$ kg/cm² errechnet sich z. B. die Verlängerung, die die Meßstrecke $l = 20$ cm des oben erwähnten weichen Flußstahlstabes von 2 cm Durchmesser bei $P = 3000$ kg erfahren hat, zu

$$\lambda = \frac{\alpha \cdot P \cdot l}{F} = \frac{1 \cdot 3000 \cdot 20}{2100000 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 2^2} = 0{,}0091 \text{ cm}.$$

Manche Stoffe, wie Gußeisen, Leder, Steine und Beton, zeigen keine Verhältnisgleichheit zwischen den Spannungen und den Formänderungen, so daß auch die zugehörige Dehnungsziffer α von Anfang an veränderlich ist. Für die Zwecke des Maschinenbaues pflegt jedoch die Annahme eines Mittelwertes für α meist genügend genau und daher auch die Benutzung der auf dem Hookeschen Gesetz begründeten Festigkeitsformeln zulässig zu sein.

D. Das Arbeitsvermögen der Werkstoffe.

Der Flächeninhalt der Schaulinie, Abb. 10, stellt die zur Formänderung nötig gewesene Arbeit, das Arbeitsvermögen $\mathfrak{A}$ des Baustoffes, dar, das vergleichshalber gewöhnlich auf die Raumeinheit des untersuchten Stabstückes bezogen und dann als spezifisches Arbeitsvermögen $\mathfrak{a}$ bezeichnet wird. In Abb. 10 beträgt der Flächeninhalt 39,9 cm^2, und da ein Quadratzentimeter $2000 \cdot 0{,}667 = 1333$ kg cm darstellt, so ist die gesamte Formänderungsarbeit

$$\mathfrak{A} = 39{,}9 \cdot 1333 = 53190 \text{ kgcm}.$$

Sie war an einem Stabstücke von 2 cm Durchmesser und 20 cm Meßlänge, mithin von $V = 62{,}82 \text{ cm}^3$ Inhalt ermittelt worden, so daß die spezifische Formänderungsarbeit

$$\mathfrak{a} = \frac{\mathfrak{A}}{V} = \frac{53190}{62{,}82} = 847 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}^3}$$

wird.

Während das eben ermittelte Arbeitsvermögen, ähnlich wie die Bruchdehnung einen Vergleichswert für die Zähigkeit der Baustoffe abgibt, ist das elastische Arbeitsvermögen, welches durch das der Elastizitätsgrenze entsprechende Formänderungsdreieck dargestellt ist, wichtig für die Aufnahme von Stößen.

Der Baustoff kann eine entsprechende Stoßarbeit durch seine Elastizität, also ohne bleibende Formänderung, auffangen. Für das Flußeisen, Abb. 10, berechnet sich die elastische Formänderungsarbeit, wenn die Elastizitätsgrenze schätzungsweise in Höhe der unteren Fließgrenze, also bei einer Belastung des Stabes von $P_E = 6310$ kg angenommen wird, und die zugehörige Verlängerung aus Formel (6b) zu

$$\lambda_E = \frac{\alpha \cdot P_E \cdot l}{F} = \frac{6310 \cdot 20}{2100000 \cdot 3{,}14} = 0{,}0191 \text{ cm}$$

bestimmt ist, zu

$$\mathfrak{A}_E = \frac{P_E \cdot \lambda_E}{2} \tag{7}$$

$$= \frac{6310 \cdot 0{,}0191}{2} = 60{,}3 \text{ kgcm}.$$

Auf die Raumeinheit bezogen, wird die spezifische elastische Formänderungsarbeit

$$\mathfrak{a}_E = \frac{\mathfrak{A}_E}{V} \tag{8}$$

$$= \frac{60{,}3}{62{,}8} = 0{,}96 \frac{\text{kgcm}}{\text{cm}^3}.$$

Mit $V = F \cdot l$, $\frac{P_E}{F} = \sigma_E$, $\frac{\lambda_E}{l} = \varepsilon_E$ geht $\mathfrak{a}_E$ übrigens in

$$\mathfrak{a}_E = \frac{P_E \cdot \lambda_E}{2F \cdot l} = \frac{\sigma_E \cdot \varepsilon_E}{2} \tag{9}$$

über, ist also durch das halbe Produkt aus der Spannung und Dehnung an der Elastizitätsgrenze gegeben.

Zahlenbeispiel. Wenn die Stange der Abb. 9 zwischen Kopf und Innenfläche der Mutter gemessen, eine Länge $L = 150$ cm und dementsprechend

$$V = F \cdot L = 3{,}141 \cdot 150 = 471 \text{ cm}^3 \text{ Inhalt}$$

hat, so kann sie, aus dem Flußeisen nach Abb. 10 hergestellt, eine Arbeit

$$\mathfrak{A}_E = V \cdot \mathfrak{a}_E = 471 \cdot 0{,}96 = 452 \text{ cmkg}$$

elastisch aufnehmen. Um eine Vorstellung über die Wirkung von Stößen zu geben, sei erwähnt, daß das an der Stange hängende Gewicht von 1500 kg diese elastische Formänderungsarbeit erschöpft hätte, wenn es nach einem Fall von nur 1,6 mm durch die

Stange aufgefangen würde. Bei stärkeren Stößen wird die Elastizitätsgrenze überschritten, und müssen bleibende Formänderungen entstehen. Dabei ist auf die Kerbwirkung im Gewinde und an der Ansatzstelle des Kopfes, welche die Widerstandsfähigkeit der Stange gegen Stoß noch wesentlich herabsetzt, (vergl. den Abschnitt 3) noch gar nicht Rücksicht genommen.

Der Rechnungsgang ist folgender. Es bezeichne x die Strecke, um welche das Gewicht P herabfällt. Nach Durchlauf dieser Strecke trifft P auf den Kopf der Schraube und erzeugt in deren Schaft bei der weiteren Bewegung Spannungen, die höchstens bis zur Elastizitätsgrenze heranreichen dürfen, wenn keine bleibenden Formänderungen auftreten sollen. Die zu dieser Spannung σ_E gehörige Verlängerung des Stabes sei λ_E. Dann ist der gesamte Weg, den das Gewicht zurücklegt, $x + \lambda_E$ und die von ihm geleistete Arbeit $P \cdot (x + \lambda_E)$. Sie muß gleich der Formänderungsarbeit des Stabes $\frac{P_E \cdot \lambda_E}{2}$ sein, wenn P_E die Kraft bedeutet, die der Spannung σ_E entspricht. Aus

$$P(x + \lambda_E) = \frac{P_E \cdot \lambda_E}{2}$$

folgt

$$x = \frac{\lambda_E (P_E - 2P)}{2P},$$

das sich mit $P_E = \sigma_E \cdot F$ und $\lambda_E = \frac{\alpha \cdot P_E \cdot l}{F} = \alpha \cdot \sigma_E \cdot l$ auf die Spannung an der Elastizitätsgrenze σ_E zurückführen läßt:

$$x = \frac{\alpha \cdot \sigma_E \cdot l (\sigma_E \cdot F - 2P)}{2P}.$$

Mit den gegebenen und oben ermittelten Zahlenwerten wird

$$x = \frac{2010 \cdot 150\,(2010 \cdot 3{,}14 - 2 \cdot 1500)}{2100000 \cdot 2 \cdot 1500} = 0{,}158 \text{ cm}.$$

Die Verlängerung λ_E, die der Stab bei der stoßweisen Belastung erleidet, ist

$$\lambda_E = \alpha \cdot \sigma_E \cdot l = \frac{2010 \cdot 150}{2100000} = 0{,}144 \text{ cm},$$

während bei ruhiger Einwirkung der Belastung P nur eine Verlängerung von

$$\lambda = \frac{\alpha \cdot P \cdot l}{F} = \frac{1500 \cdot 150}{2100000 \cdot 3{,}14} = 0{,}0342 \text{ cm}$$

entsteht. Dadurch gerät der Stab in Längsschwingungen, bis er sich allmählich auf den zuletzt berechneten Wert einstellt. Tritt aber Resonanz ein, so können die Schwingungen verstärkt werden und zu bleibenden Formänderungen und schließlich zum Bruch führen!

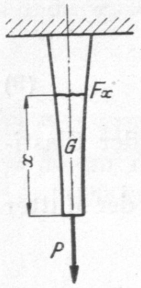

Abb. 14. Zur Berechnung des Körpers gleicher Zugfestigkeit.

Besitzt ein auf Zug beanspruchter Körper verschiedene Querschnitte, so ändern sich die Spannungen umgekehrt verhältnisgleich den Flächeninhalten, so daß der gefährliche Querschnitt, in dem die größten Spannungen auftreten, durch den kleinsten Querschnitt gekennzeichnet ist.

Unter Berücksichtigung des Eigengewichtes ist die Spannung in einem beliebigen Querschnitte F_x an der Stelle x des Stabes Abb. 14,

$$\sigma_z = \frac{P + G}{F_x},$$

wenn G das Eigengewicht des unter dem betrachteten Querschnitt liegenden Stabteiles bedeutet. Wird die Form des Stabes so gewählt, daß in allen Querschnitten gleiche Spannungen vorhanden sind, so entsteht der Körper gleicher Zugfestigkeit, der bei dem Einheitsgewicht s des Baustoffes der Gleichung

$$F_x = \frac{P}{\sigma_z} \cdot e^{\frac{s\,x}{\sigma_z}} \tag{10}$$

entsprechen müßte. e ist die Basis der natürlichen Logarithmen.

Beispiel. Ein Förderseil von 17 mm Durchmesser, aus sechs Litzen zu je sechs Drähten von 1,8 mm Durchmesser und sieben Hanfseelen bestehend und von 0,88 kg/m Eigengewicht hält bei einer Zugfestigkeit des Drahtes $K_z = 12000$ kg/cm² eine Bruchlast von 10970 kg aus. Auf das reine Drahtvolumen bezogen, hat es ein Einheitsgewicht $s = 0{,}00861$ kg/cm³. Bei achtfacher Sicherheit oder $k_z = 1500$ kg/cm² zulässiger Spannung, könnte es mit $\frac{10970}{8} = 1372$ kg belastet werden und bei 1000 kg Nutzlast $G = 372$ kg Eigengewicht haben. Das entspricht einer Länge von $\frac{372}{0{,}88} = 423$ m. Wenn es als Seil gleicher Festigkeit den theoretischen Anforderungen entsprechend genau hergestellt werden könnte, erhielte es einen Endquerschnitt

$$F_0 = \frac{P}{k_z} = \frac{1000}{1500} = 0{,}667 \text{ cm}^2$$

und eine Länge $l = 550$ m, die sich aus

$$F_1 = \frac{P}{k_z} \cdot e^{\frac{sl}{k_z}} = F_0 \cdot e^{\frac{sl}{k_z}}$$

ergibt, wenn F_1 den obersten Querschnitt von

$$36 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}18^2 = 0{,}916 \text{ cm}^2$$

bedeutet. Durch Logarithmieren folgt

$$\log F_1 = \log F_0 + \frac{s \cdot l}{k_z} \cdot \log e,$$

$$l = \frac{k_z}{s} \, \frac{\log F_1 - \log F_0}{\log e} = \frac{1500}{0{,}00861} \, \frac{\log 0{,}916 - \log 0{,}667}{\log e} = 55000 \text{ cm}.$$

II. Die zulässigen Spannungen bei der Berechnung von Maschinenteilen.

Grundsätzlich ist zu beachten, daß an den Maschinenteilen weniger die entstehenden Spannungen als die auftretenden Formänderungen maßgebend und entscheidend sind. Letztere müssen im wesentlichen elastischer Art sein; größere bleibende sind unbedingt zu vermeiden, da sie nicht allein die Gefahr einer Beschädigung oder des Bruches näherrücken, sondern auch zu anderer Wirkung und Verteilung der Kräfte und zu Überanstrengungen weiterer Teile führen können. Wenn man bei der Berechnung meist die Bestimmung der Formänderungen umgeht, so geschieht das aus zwei Gründen: weil die Berechnung der Spannungen mittels einfacherer Formeln und unter Vermeidung der Elastizitätsziffer möglich ist und weil unsere Festigkeitslehre nach dem Hookeschen Gesetz Verhältnisgleichheit zwischen Spannungen und Formänderungen voraussetzt, so daß — nicht immer in Übereinstimmung mit den tatsächlichen Verhältnissen — die Spannungen den Formänderungen gleichwertig werden. Sollen die Formänderungen klein sein, so hilft man sich dadurch, daß man niedrige Beanspruchungen einsetzt.

Der Berechnung von Konstruktionsteilen werden die zulässigen Spannungen zugrunde gelegt. Bei ihrer Wahl sind drei Gesichtspunkte zu beachten:

1. die mechanischen Eigenschaften der zu verwendenden Werkstoffe,
2. die Sicherheit, mit der die Spannungen durch die Rechnung ermittelt werden können,
3. die Art der Kraftwirkung.