## **Dirk Schlicke**

Mindestbewehrung für zwangbeanspruchten Beton

## **Monographic Series TU Graz**

## Schriftenreihe des Instituts für Betonbau SIB

Herausgeber

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue

## **Monographic Series TU Graz**

Sc	hriften	reihe	des	Inctitute	für	<b>Betonbau</b>
Ju	HILLE		ucs	เมอแนเอ	ıuı	Delonbau

Volume 4

#### **Dirk Schlicke**

## Mindestbewehrung für zwangbeanspruchten Beton

Festlegung unter Berücksichtigung der erhärtungsbedingten Spannungsgeschichte und der Bauteilgeometrie

## 2. überarbeitete Auflage

Mit einem Geleitwort von Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue

Diese Schrift wurde unter dem Titel "Mindestbewehrung zwangbeanspruchter Betonbauteile unter Berücksichtigung der erhärtungsbedingten Spannungsgeschichte und der Bauteilgeometrie" als Dissertation an der Fakultät für Bauingenieurwissenschaften der Technischen Universität Graz im Jahr 2014 vorgelegt.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.ddb.de abrufbar.

#### © 2014 Verlag der Technischen Universität Graz

Umschlagbild Mit freundlicher Genehmigung TU Graz / Institut für Betonbau

Layout Wolfgang Karl, TU Graz / Universitätsbibliothek

Druck TU Graz / Büroservice

2. überarbeitete Auflage 2016

**Print:** 

ISBN: 978-3-85125-363-4

E-Book:

ISBN: 978-3-85125-473-0

DOI: 10.3217/978-3-85125-473-0



Dieses Werk ist lizenziert unter einer

Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

#### Geleitwort

Die Forschungstätigkeit am Institut für Betonbau der TU Graz ist facettenreich wie das Bauwesen selbst. Sowohl visionäre Aufgaben, wie die Entwicklung von innovativen Werkstoffen und Konstruktionen (Titelbild: Ein modulares Fachwerk aus UHPC als Ersatz für Stahlkonstruktionen) als auch die Erstellung von Bemessungsregeln auf Grundlage besserer Verständnisse zum Werkstoff- und Bauteilverhalten finden bei uns große Aufmerksamkeit. Mit dieser Schriftreihe sollen unsere wesentlichen Ergebnisse in unregelmäßigen Abständen dokumentiert und der Fachwelt präsentiert werden. Mögen unsere Ergebnisse einen Beitrag zur Weiterentwicklung der Betonbauweise leisten. Wir danken allen Förderern für die Unterstützung und wünschen interessierten Lesern großen Erkenntnisgewinn. Über Anregungen und Diskussionen zu unserer Arbeit würden wir uns sehr freuen.

Nguyen Viet Tue

## Wissenschaftlicher Werdegang

10/2000 - $06/2006$	Studium des Wirtschaftsingenieurwesens in der Fachrichtung Bauwese		
	Universität Leipzig, Schwerpunkte: Massivbau und Baustofftechnologie,		
	Geotechnik und Betriebswirtschaftslehre		
11/2006 - $12/2008$	Wissenschaftlicher Assistent an der Universität Leipzig, Institut für		
	Massivbau und Baustofftechnologie, Prof. DrIng. habil. N.V. Tue		
01/2009 - $12/2009$	Tragwerksplaner bei der König und Heunisch Planungsgesellschaft mbH,		
	Beratende Ingenieure für Bauwesen, Leipzig		
seit $01/2010$	Universitätsassistent an der Technischen Universität Graz,		
	Institut für Betonbau, Prof. DrIng. habil. N.V. Tue		
08/2013 - $10/2013$	Gast-Dozent und Wissenschaftler an der NTNU Trondheim,		
	Department of Structural Engineering, Prof. Dr. T. Kanstad		

#### Kurzfassung

Die Bestimmung der Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite von zwangbeanspruchten Betonbauteilen wird in der aktuellen Bemessungsnorm EN 1992-1-1 (2011) über eine Begrenzung der Stahlspannung bei Aufnahme der Risskraft des Querschnitts oder relevanten Querschnittsteilen geregelt. Insbesondere bei massigen Querschnitten und Systemen, bei denen der Abstand der primären Risse nicht von der Bewehrung sondern geometrisch vorgegeben wird und die zulässige Rissbreite nur über die Erzeugung von Sekundärrissen im Umfeld der Primärrisse eingehalten werden kann, liefert dieser Ansatz aufgrund seiner notwendigen Kalibrierung an Erfahrungswerten keine zufriedenstellenden Ergebnisse, vgl. Bödefeld et al. (2012a). Kontrovers erscheint darüber hinaus auch die übliche Bemessungspraxis mit einer reduzierten Zugfestigkeit aufgrund des als früh angenommen Auftretens von erhärtungsbedingtem Zwang. Insbesondere bei massigen Bauteilen, bei denen diese Mindestbewehrung oft maßgebend ist, tritt die Rissbildung nämlich erst relativ spät ein und damit ist die Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt deutlich höher ausgeprägt, als die normativ vorgeschlagenen 50 % der mittleren Zugfestigkeit.

Mit der Entwicklung eines Bemessungsmodells auf Grundlage der Verformungskompatibilität gemäß Bödefeld et al. (2012b) wurde für die Bestimmung der Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite von zwangbeanspruchten Betonbauteilen bereits ein mechanisch konsistenter Ansatz geschaffen, der mit der Einführung von MFZ (2011) schon heute Stand der Technik für massige Betonbauteile des Wasserbaus ist.

Für die allgemeingültige Anwendung der verformungsbasierten Bemessung liefert die vorliegende Arbeit mechanisch basierte Grundlagen zur Quantifizierung der beiden Ausgangsgrößen dieses Modells - der maßgebenden Zwangbeanspruchung und dem Abstand der primären Risse.

Mit der zeitdiskreten Betrachtung der maßgebenden Verformungseinwirkungen im erhärtenden Beton und dessen gleichzeitiger Festigkeitsentwicklung sowie unter Beachtung der Bauteilart und der Querschnittsmassigkeit werden für beide Ausgangsgrößen die Einflüsse aus erhärtungsbedingter Spannungsgeschichte und geometrischen Randbedingungen erfasst. Darüber hinaus wird die zu erwartende Rissbildung je nach Zwängungssituation, Intensität der Rissbildung und Anforderung an die Rissbreite bewertet, um das wirtschaftlich optimale Bemessungsergebnis zu finden.

Die Verifizierung des Modells erfolgt über Bauwerksmessungen und experimentelle Untersuchungen sowie analytische und numerische Berechnungsmethoden. Hierbei wird die widerspruchsfreie Abbildung der viskoelastischen Effekte im erhärtenden Beton durch die Entwicklung eines verformungsbasierten Materialmodells gewährleistet, dass die durchlaufene Spannungsgeschichte zeitdiskret berücksichtigt ohne die Steifigkeitsverhältnisse im Berechnungsmodell zu verfälschen.

Die angestellten Überlegungen beziehen sich zunächst auf den Erhärtungszeitraum des Bauteils. Die erarbeiteten Ansätze sind allerdings so konstruiert, dass eine Überlagerung mit zusätzlichen Verformungseinwirkungen in der Lebensdauer des Bauwerks möglich ist. Eine sichere Ausweitung des Bemessungsmodells erfordert in diesem Zusammenhang die zukünftige Untersuchung der beiden wesentlichen Einflussgrößen auf die Entwicklung der Rissbreite im Nutzungszeitraum. Zum einen handelt es sich hierbei um den günstigen Einfluss einer etwaigen Abnahme der Systemsteifigkeit durch das Rissbild aus frühem Zwang, zum anderen ist aber auch der ungünstige Einfluss von Verbundkriechen auf die Entwicklung der Rissbreite noch zu quantifizieren.

#### Abstract

The estimation of minimum reinforcement for crack width control of restrained concrete members is directed in the actual design code EN 1992-1-1 (2011) by a limitation of the steel strain at taking up of the cracking force of the cross section or relevant parts of it. But with the simplification of a restricted view on the cross section, this approach is not able to cover the central problem of restraint stressing. Especially in cases of massive cross sections or large dimensions, where the minimum reinforcement for crack width control is often decisive, this approach provides implausible results and was therefore modified on base of empirical values to avoid uneconomic reinforcements, see Bödefeld et al. (2012a). In particular, the main modification of a limited tensile strength seems very dubious as the primarily affected members are thick and have therefore a late cracking time with a strong developed tensile strength. Finally, this circumstance leaves the structural designer in the dilemma of being uneconomic or having no mechanical proof in a possible case of damage.

The investigation of crack mechanics in thick concrete members with edge-near reinforcement by Bödefeld (2010) enables already now a mechanically consistent estimation

of the minimum reinforcement for crack width control, if the deformation impact is known. This deformation based design concept became state of the art for massive concrete members of water buildings with the introduction of MFZ (2011). For a general application of the deformation based design concept this thesis provides mechanical basics for the quantification of both input values of the model - the decisive restraint stresses and the spacing of primary cracks.

Both parameters are strongly dependent on the material behaviour in the hardening process as well as on the geometric conditions of the member. To consider the influence of the material behaviour a time discrete material model was composed regarding hydration heat release, shrinkage as well as the evolution of mechanical material properties and viscoelasticity of the hardening concrete, which was verified by recalculations of in-situ measurements and laboratory experiments. Mainly because of the significant influence of viscoelasticity the reliable quantification of the decisive restraint stresses has to be achieved still numerically. To simplify the practical work with this approach, analytical design tools should be developed in future. The advantage of this is demonstrated exemplarily by empirical formulas derived from a numerical parameter study. However, the distance between the primary cracks will be determined by engineering models with respect to member type and geometric conditions.

Based on those results the crack formation to be expected is evaluated with regard to the restraint situation, the intensity of crack formation and the requirements on the crack width. Finally, the required minimum reinforcement will be determined under consideration of the deformation compatibility to find the economically optimal design result.

Although the undertaken investigations were all done for the deformation impacts within the hardening period of the member, the constructed approaches allow a superposition with additional deformation impacts in the period of usage. But for a secured expansion of this approach further investigation on the both main influence factors of crack width changing during life time is needed. On the one hand this focuses on the beneficial influence of stiffness reduction by possible crack formation caused by early restraint, on the other hand the unfavourable influence of bond creep on further crack opening with time has to be quantified.

# Inhaltsverzeichnis

1.	$\mathbf{Z}\mathbf{w}$	angbea	nspruchungen von Betonbauteilen / Einführung	1
	1.1.	Minde	stbewehrung zur Rissbreitenbegrenzung	9
		1.1.1.	Derzeitige Bemessungsregel nach EUROCODE 2	9
		1.1.2.	Bemessung auf Basis der Verformungskompatibilität	4
	1.2.	Ziel de	er Arbeit	7
2.	Zwa	ngbea	nspruchungsrelevante Materialeigenschaften des Betons	ę
	2.1.	Tempe	eraturgeschichte und Festigkeitsentwicklung	11
		2.1.1.	Effektives Betonalter	11
		2.1.2.	Wärmeentwicklung infolge Hydratation	12
		2.1.3.	Wärmespeicherkapazität und Wärmeleitfähigkeit	14
		2.1.4.	Festigkeitsentwicklung	15
	2.2.	Einflu	ss des Schwindens auf die Höhe der Zwangbeanspruchungen	20
		2.2.1.	Trocknungsschwinden	20
		2.2.2.	Autogenes Schwinden	22
	2.3.	Berücl	ksichtigung der viskoelastischen Betoneigenschaften	23
		2.3.1.	Ursache und quantitative Beschreibung	26
		2.3.2.	Rechenansatz zur Berücksichtigung der Viskoelastizität $\ \ . \ \ . \ \ .$	31
3.	Qua	ntifizi	erung der Zwangbeanspruchungen von Betonbauteilen	42
	3.1.	Messte	echnische Bestimmung	42
		3.1.1.	In-situ Messungen auf der Baustelle	43
		3.1.2.	Messungen mittels experimentellen Versuchsaufbauten	49
	3.2.	Rechn	erische Ermittlung	51
		3.2.1.	Analytische Berechnung	52
		3 9 9	Numerische Simulation	5.5

4.	Riss	sgefahr	und Rissbild typischer Bauteile	<b>73</b>			
	4.1. Rissgefahr infolge Zwangbeanspruchung						
		4.1.1.	Zerlegung der Spannungsverteilung im Querschnitt	75			
		4.1.2.	Maßgebende Zugfestigkeit	76			
	4.2.	1.2. Bodenplatten					
		4.2.1.	Bauteilverhalten am Beispiel der Bodenplatte Boxberg	77			
		4.2.2.	Maßgebende Zwangbeanspruchung	80			
		4.2.3.	Zu erwartendes Rissbild	88			
	4.3.	Wände	9	92			
		4.3.1.	Bauteilverhalten am Beispiel der Kammerwand Sülfeld	93			
		4.3.2.	Maßgebende Zwangbeanspruchung	95			
		4.3.3.	Zu erwartendes Rissbild	107			
<b>5.</b>	Vor	$_{ m schlag}$	zur Ermittlung der Mindestbewehrung	110			
5.	<b>Vor</b> 5.1.	O	zur Ermittlung der Mindestbewehrung lspezifische Eingangsgrößen für die Bemessung				
5.		Bautei		111			
5.		Bautei 5.1.1.	lspezifische Eingangsgrößen für die Bemessung	111 112			
5.		Bautei 5.1.1. 5.1.2.	lspezifische Eingangsgrößen für die Bemessung	111 112 114			
5.	5.1.	Bautei 5.1.1. 5.1.2. Erford	lspezifische Eingangsgrößen für die Bemessung	111 112 114 117			
<ol> <li>6.</li> </ol>	<ul><li>5.1.</li><li>5.2.</li><li>5.3.</li></ul>	Bautei 5.1.1. 5.1.2. Erford Abbau	lspezifische Eingangsgrößen für die Bemessung	111 112 114 117			
	<ul><li>5.1.</li><li>5.2.</li><li>5.3.</li><li>Anv</li></ul>	Bautei 5.1.1. 5.1.2. Erford Abbau	lspezifische Eingangsgrößen für die Bemessung	111 112 114 117 119 <b>121</b>			
	<ul><li>5.1.</li><li>5.2.</li><li>5.3.</li><li>Anv</li></ul>	Bautei 5.1.1. 5.1.2. Erford Abbau  vendur Pumpe	llspezifische Eingangsgrößen für die Bemessung	111 112 114 117 119 <b>121</b>			
	5.1. 5.2. 5.3. <b>Anv</b> 6.1.	Bautei 5.1.1. 5.1.2. Erford Abbau vendur Pumpe Monol	llspezifische Eingangsgrößen für die Bemessung	111 112 114 117 119 <b>121</b> 121 128			

# 1. Zwangbeanspruchungen von Betonbauteilen

Unter Zwangbeanspruchung werden all jene Spannungen in einem Bauteil verstanden, die aus behinderten Verformungseinwirkungen resultieren. Verformungseinwirkungen sind vor allem Temperaturdehnungen, die in den Betonbauteilen neben den klimatischen Einwirkungen auch aus der exothermen Betonerhärtung resultieren. Hinzu kommen Schwindverkürzungen infolge Hydratation und Austrocknung. Charakteristisch für die Zwangspannungen ist, dass deren Größe nur über den behinderten Anteil der Verformungseinwirkung und die Steifigkeit des Betons zutreffend beschrieben werden kann.

Dieser Zusammenhang muss zeitdiskret betrachtet werden. Im Erhärtungszeitraum unterliegt der Elastizitätsmodul des Betons  $E_{\rm c}$  sehr starken Veränderungen, sodass sich zum einen der Systembehinderungsgrad deutlich verändert. Zum Anderen muss deshalb auch der Auftrittszeitpunkt der Verformungseinwirkung beachtet werden, weil die Spannungsantwort von der Größe des Elastizitätsmoduls abhängt. Gleichzeitig wirken im Zeitverlauf viskoelastische Verformungsanteile, sodass eine globale Erfassung der Spannungsgeschichte selbst bei konstantem Elastizitätsmodul im Nutzungszeitraum nicht ohne Weiteres möglich ist. Allgemein gilt für die Zwangspannung:

$$\sigma_{\rm beh}(t) = \int_{0}^{t} \varepsilon_0(t) \cdot a(t) \cdot E_{\rm c}(t) dt$$
(1.1)

 $\sigma_{\rm beh}$  Zwangspannung

 $\varepsilon_0$  Verformungseinwirkung

a Behinderungsgrad

 $E_{\rm c}$  Elastizitätsmodul des Betons

Für Betonbauteile existieren i.d.R. zwei Situationen, in denen maßgebende Zwangbeanspruchungen auftreten können. Zum einen kann das Betonbauteil im Erhärtungszeitraum durch Abbindewärme und Schwindverkürzungen erhebliche Verformungseinwirkungen erfahren, wobei daraus resultierende Zwangspannungen sehr stark von der Massigkeit des Bauteils und der in diesem Zeitraum erst parallel entstehenden Steifigkeit abhängen. In diesem Zusammenhang spricht man von frühem Zwang. Zum anderen können aber auch im Nutzungszeitraum veränderliche klimatische Randbedingungen

bei großflächigen Geometrien zu nennenswerten Zwangbeanspruchungen führen. In diesem Zusammenhang spricht man von spätem Zwang.

Ein anderer wesentlicher Faktor bei der Betrachtung von Zwangspannungen in Betonbauteilen ist die Rissbildung. Durch die Rissbildung wird die zuvor aufgetretene Zwangkraft teilweise abgebaut. Vor allem kann aber auch die Systemsteifigkeit deutlich abnehmen, sodass die darauffolgenden Verformungseinwirkungen zu geringeren Zwangspannungen führen.

Zur Sicherstellung der Dauerhaftigkeit und Gebrauchstauglichkeit von Stahlbetonbauteilen wird im Allgemeinen eine Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite angeordnet. Zwar ermöglicht die derzeitige Norm EN 1992-1-1 (2011) in Kombination mit Erfahrungen aus der Praxis eine sichere und wirtschaftliche Auslegung bei üblichen Bauteilgeometrien des Hochbaus, hingegen ist die Einschätzung der Zwangbeanspruchungen bei massigen Bauteilen, großflächigen Geometrien oder beim Einsatz innovativer Betone oft umstritten, vgl. Bödefeld et al. (2012a).

Für die Bemessung ist häufig der frühe Zwang maßgebend und der späte Zwang wird im Allgemeinen mit der Begründung der abnehmenden Systemsteifigkeit infolge Rissbildung und Abbau der Zwangkraft infolge Kriechen des Betons nicht detailliert überprüft. Insgesamt ist die Einschätzung dieser Zusammenhänge bei der Dimensionierung von Betonbauteilen jedoch eine komplexe Aufgabe und Fehleinschätzungen führen schnell zu unwirtschaftlichen Bewehrungsmengen oder aber auch zu schadhaften Bauteilen.





Abb. 1.1.: Motivation der Arbeit: Vermeiden von unwirtschaftlichen Bewehrungsmengen bei gleichzeitigem Sicherstellen der Dichtheit der Konstruktion

Im Vorfeld dieser Arbeit wurden deshalb eingehende Untersuchungen der hydratationsbedingten Zwangbeanspruchung von Betonbauteilen mit Hilfe verschiedener Bauwerkmonitorings und rechnerischer Untersuchung der Messergebnisse durchgeführt. Im Detail handelt es sich hierbei um Untersuchungen an der Bodenplatte Schleuse Sülfeld, Tue et al. (2007); Kammerwand Schleuse Sülfeld, Tue und Schlicke (2009b) und Tue und Schlicke (2009a); Bodenplatte Kraftwerk Boxberg, Tue et al. (2009); Bodenplatte Kraftwerk Moorburg; Kühlturm Westfalen Schlicke et al. (2011); Pumpenhaus Klärwerk Lerchensteg Potsdam, Schlicke und Tue (2012b) und Kammerwand der Schleuse Wusterwitz, Tue et al. (2012).

### 1.1. Mindestbewehrung zur Rissbreitenbegrenzung

Für die weiteren Betrachtungen wird die derzeit gültige Bemessungsregel kritisch hinterfragt und ein mechanisch konsistentes Bemessungskonzept auf Grundlage der Verformungskompatibilitätvorgestellt.

#### 1.1.1. Derzeitige Bemessungsregel nach EUROCODE 2

Grundlage der aktuellen Bemessungsregel ist die durch vielseitige Forschungsaktivität gewonnene Erkenntnis, dass die Zwangschnittgröße bei Verformungseinwirkungen bis ca. 0.8%0 dank sukzessiver Rissbildung auf die Rissschnittgröße begrenzt ist, vgl. Abb. 1.2.

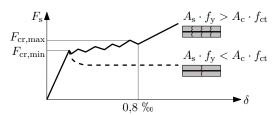


Abb. 1.2.: Sukzessive Rissbildung auf Risskraftniveau je nach Bewehrungsmenge

Eine Verformungseinwirkung bis  $0.8\,\%$  entspricht einer äquivalenten Temperatureinwirkung von  $80\,^{\circ}\mathrm{C}$  und da in gewöhnlichen Betonbauteilen weder im Erhärtungszeitraum noch in der Nutzungsphase Verformungseinwirkungen dieser Größenordnung erfahren, wird die Mindestbewehrung  $A_{\mathrm{s,min}}$  für die Aufnahme der Rissschnittgröße ausgelegt. Unter Berücksichtigung des günstigen Einflusses von Eigenspannungen, der Spannungsverteilung im Querschnitt vor Rissbildung und der Änderung des inneren Hebelarms bei Rissbildung gilt:

$$A_{\text{s,min}} = k \cdot k_{\text{c}} \cdot f_{\text{ct,eff}} \cdot \frac{A_{\text{ct}}}{\sigma_{\text{s,zul}}}$$
(1.2)

- k Faktor zur Berücksichtigung der nicht-linear verteilten Betonzugspannungen (Eigenspannungen)
- $k_{\rm c}$  Faktor zur Berücksichtigung der Spannungsverteilung im Querschnitt vor Erstrissbildung sowie Änderung des inneren Hebelarms
- $f_{\rm ct,eff}$  mittlere Zugfestigkeit des Betons zum Risszeitpunkt
  - $A_{\rm ct}$  Fläche der Betonzugzone im ungerissenen Zustand (im Gegensatz zur Angabe in der Norm, nur für reine Biegung anzusetzen)
- $\sigma_{\rm s,zul} {\rm max}.$  Stahlspannung zur Einhaltung des Rissbreitenkriteriums

Eine konsequente Übertragung dieses Modells auf dicke Bauteile wie Bodenplatten von Hochhäusern oder Widerlagerwände von Brückenbauwerken führt jedoch zu großen Bewehrungsmengen und widerspricht den Beobachtungen der Praxis, dass die erforderliche Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite nicht proportional mit der Bauteildicke ansteigen muss. In der Fachwelt wird die relative Abnahme der Zwangkraft im Allgemeinen auf den Einfluss der Eigenspannungen bei zunehmender Bauteildicke zurückgeführt. Zahlreiche Forschungsarbeiten, wie z.B. Paas (1998) oder Rostásy und Krauß (2001), konnten diese These jedoch nicht bestätigen.

Kontrovers erscheint darüber hinaus auch die übliche Bemessungspraxis mit einer reduzierten Zugfestigkeit aufgrund des frühen Auftretens von erhärtungsbedingtem Zwang. Insbesondere bei massigen Bauteilen, bei denen diese Mindestbewehrung oft maßgebend ist, tritt die Rissbildung nämlich erst relativ spät ein und damit ist die Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt oftmals deutlich höher ausgeprägt, als die normativ vorgeschlagenen 50 % der mittleren Zugfestigkeit. Eine Begrenzung der Bewehrungsmengen über die Reduzierung der Zugfestigkeit ist zumindest aus mechanischer Sicht deshalb nicht zufriedenstellend.

Bei dicken Bodenplatten oder massiven Wand-Fundament-Systemen werden unwirtschaftliche Bewehrungsmengen aber auch oftmals durch die Begrenzung der Risskraft auf die effektive Betonfläche vermieden. Die Lage der primären Risse wird bei diesen Bauteilen hauptsächlich durch geometrische Randbedingungen vorgegeben und übersteigt die Einleitungslänge des Betonstahls zunächst deutlich. Bei großen Verformungseinwirkungen müssen deshalb weitere Sekundärrisse im Umfeld des Primärrisses erzeugt werden. Zwar ist deren Risskraft tatsächlich auf die effektive Betonfläche begrenzt, doch zeigt die Modellvorstellung in Bödefeld (2010), dass die hierfür erforderliche Stahlspannung im Primärriss mit zunehmenden Sekundärrissen weiter ansteigt. Die zulässige Rissbreite im Primärriss kann dann nicht mehr eingehalten werden.

Insgesamt muss festgestellt werden, dass die derzeitig gültige Bemessungsregel zur Bestimmung der Mindestbewehrung bei dicken Betonbauteilen mehr auf Pragmatismus und Erfahrung als auf mechanischer Grundlage basiert. Das ist nicht zufriedenstellend, zumal den Tragwerksplanern die Fragen bezüglich der Wirtschaftlichkeit (bei Schadensfreiheit) bzw. des Stands der Technik (bei Auftreten von Schäden) schon oft gestellt wurden. Eine detailliertere Aufarbeitung der angesprochenen Zusammenhänge zeigt Bödefeld et al. (2012a).

#### 1.1.2. Bemessung auf Basis der Verformungskompatibilität

Die Bemessungsregel auf Grundlage der Verformungskompatibilität wurde im Rahmen der Dissertation Bödefeld (2010) entwickelt. Ziel war die Erarbeitung eines mechanisch konsistenten Bemessungskonzepts zur Ermittlung der Mindestbewehrung bei massigen Bauteilen. Hierbei wird die Zwangsbeanspruchung auf eine behinderte Verformung

umgerechnet und als vom System aufzunehmende Verformung betrachtet, welche durch die Rissbildung und die vom Stahl aufzunehmende Kraft kompatibel gemacht wird. Betrachtet wird stets die von einem Primärriss aufzunehmende Längenänderung  $w_{\rm beh}$ , die aus der behinderten Verformung  $\varepsilon_{\rm beh}$  im Einzugsbereich eines Primärrisses resultiert. Ersteres korreliert mit der im Bauteil gespeicherten Zwangspannung über den zum letztmöglichen Risszeitpunkt vorhandenen Elastizitätsmodul und der Einzugsbereich eines Primärrisses ist definiert über den jeweils halben Abstand zu dem links und rechts benachbarten nächsten Primärrisse. Letztendlich gilt:

$$w_{\rm beh} = \frac{\sigma_{\rm beh}}{E_{\rm c} (t_{\rm cr})} \cdot l_{\rm cr} \tag{1.3}$$

 $\sigma_{\rm beh}$  maßgebende Zwangspannung

 $E_{\rm c}\left(t_{\rm cr}\right)$  Elastizitätsmodul des Betons zum letztmöglichen Risszeitpunkt

Der Abstand der primären Risse ist hierbei abhängig von den geometrischen Randbedingungen, der Art der Zwangeinwirkung und den Materialeigenschaften des Betons. Dessen Bestimmung ist nicht trivial und wird i.d.R. vereinfachend für ideale Randbedingungen formuliert. Abb. 1.3 zeigt schematisch die Lage von primären Rissen für die beiden klassischen Fälle einer hauptsächlich durch Biegezwang beanspruchten Bodenplatte und einer exzentrisch am Fuß gezwängten Wand.

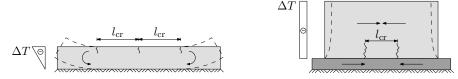


Abb. 1.3.: Abstand der primären Risse in gezwängten Bauteilen; **links:** durch Biegezwang beanspruchte Bodenplatte; **rechts:** zentrisch gezwängte Wand

Überschreitet die aufzunehmende Längenänderung  $w_{\text{beh}}$  die im Primärriss zulässige Breite  $w_{\text{zul}}$ , so wird die Erzeugung weiterer Risse erforderlich. Für Bauteile, deren Dicke die Wirkungszone der Bewehrung übersteigt, bedeutet dies die Erzeugung von Sekundärrissen. Abb. 1.4 verdeutlicht dies schematisch im Falle von zentrischem Zwang.

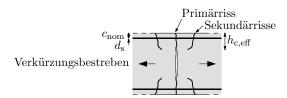


Abb. 1.4.: Sekundärrisse in der Wirkungszone der Bewehrung bei zentrischem Zwang

Durch eingehende Untersuchungen zur Rissmechanik von massigen Querschnitten mit randnaher Bewehrungsanordnung kann die Anzahl der notwendigen Sekundärrisse nach Bödefeld (2010) wie folgt bestimmt werden:

$$n \ge \left(\frac{w_{\text{beh}}}{w_{\text{zul}}} - 1\right) \cdot 1,1\tag{1.4}$$

Auf Grundlage der zulässigen Stahlspannung im Primärriss und der Wirkungszone der Bewehrung nach EN 1992-1-1 (2011) gilt letztendlich für die erforderliche Bewehrung:

$$A_{s,\min} = \sqrt{\frac{d_s \cdot b^2 \cdot d_1^2 \cdot f_{ct,eff} \cdot (0.69 + 0.34 \cdot n)}{w_{zul} \cdot E_s}}$$
(1.5)

d<sub>s</sub> Durchmesser der Bewehrung

b Breite des Bauteils in der Fläche

d<sub>1</sub> Abstand zwischen Rand und Schwerpunkt der Bewehrung

 $f_{\rm ct,eff}$  mittlere Zugfestigkeit des Betons zum Risszeitpunkt

n Anzahl der erforderlichen Sekundärrisse, wobei n eine natürliche Zahl sein sollte

 $w_{\rm zul}$  zulässige Rissbreite

Es Elastizitätsmodul der Betonstahlbewehrung

Heute ist dieses Bemessungsverfahren im Bereich des Wasserbaus der Bundesrepublik Deutschland durch die Aufnahme in das MFZ (2011) Stand der Technik. Allerdings werden hierbei für den Wasserbau übliche Annahmen unterstellt. Im Detail handelt es sich um die auf der sicheren Seite liegenden Annahmen, dass:

- zum Zeitpunkt des Erreichens der Ausgleichstemperatur stets die 28-Tage-Festigkeiten erreicht sind und somit gilt  $E_{\rm c}\left(t_{\rm cr}\right)=E_{28}$ ,
- die aufzunehmende Verformung am voll gezwängten Stab ermittelt werden kann, jedoch niemals größer als 55 % der adiabatischen Temperaturerhöhung beträgt,
- die Bauteilabmessungen immer so groß sind, dass die maximal mögliche Verformungsbehinderung aufgebaut wird und
- die Zwängungssituation in Wand-Fundament-Systemen stets so groß ist, dass Primärrisse immer bis zur Wandkrone durchlaufen und ihr Abstand somit in jedem Fall der 1,2-fachen Wandhöhe des Bauabschnitts entspricht.

Des weiteren berücksichtigt Glg. (1.4) noch nicht den Abbau der Zwangkraft durch die Rissbildung selbst und Glg. (1.5) ist mit Blick auf die Sekundärrissbildung so

hergeleitet worden, dass auch im Falle des Einzelrisses (n=0) die Zugfestigkeit im Wirkungsbereich der Bewehrung erreicht wird. Außerdem wurde das viskoelastische Verhalten des Betons gemäß der üblichen Ingenieurpraxis auf der sicheren Seite liegend vermutet und somit vernachlässigt.

Für Bauteile, die außerhalb dieser Berechnungsannahmen liegen, könnte das Bemessungsmodell zu sehr konservativen Bewehrungsmengen führen. Insbesondere im Übergangsbereich zu massigen Bauteilen, aber auch bei geometrisch üblichen Wand-Fundament-Systemen des Hochbaus bietet eine Weiterentwicklung dieses Ansatzes ein enormes Optimierungspotential.

Die spezifische Ermittlung der zugrunde liegenden Zwangspannungen erfordert jedoch eine gute Kenntnis der Systemzusammenhänge und der relevanten Materialeigenschaften des Betons, insbesondere bei der Berücksichtigung seiner viskoelastischen Eigenschaften. Möglichkeiten für eine solche Ermittlung bieten zum einen die messtechnische Erfassung der Zwangbeanspruchung bei vorlaufenden Bauteilen oder Bauvorhaben. Zum anderen können sie aber auch rechnerisch mit Hilfe von analytischen Modellen oder Finite Elemente Simulationen bestimmt werden.

Abgesicherte Modelle zur Festlegung des zu erwartenden Abstands zwischen den geometrisch vorgegebenen Primärrissen - insbesondere bei Wand-Fundament-Systemen mit Primärrissen, die nicht bis zur Wandkrone durchlaufen - sind nicht bekannt.

Letztendlich kann die projektspezifische Festlegung der zugrunde liegenden Zwangspannungen bzw. aufzunehmenden Verformungen nach derzeitigem Wissenstand sehr aufwendig werden und erfordert ein hohes Maß an Expertise.

#### 1.2. Ziel der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines allgemeingültigen und mechanisch konsistenten Bemessungsmodells für die Bestimmung der Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten von zwangbeanspruchten Betonbauteilen. Insbesondere sollen hierbei der Einfluss der erhärtungsbedingten Spannungsgeschichte und der Bauteilgeometrie berücksichtigt werden.

Die Rissmechanik wird über die vorgestellte Bemessungsregel auf Basis der Verformungskompatibilität abgebildet. Hierfür ist der Einfluss der Spannungsgeschichte und der Einfluss der Bauteilgeometrie allgemeingültig und mechanisch konsistent zu erfassen.

Für die Beschreibung der Spannungsgeschichten in erhärtenden Betonbauteilen soll neben der zeitdiskreten Behandlung der Temperaturgeschichte und der Festigkeitsentwicklung im Bauteil insbesondere die Bedeutung der viskoelastischen Betoneigenschaften geklärt werden. Jüngste Erkenntnisse aus einem laufenden Forschungsvorhaben lassen vermuten, dass eine praxisübliche Vernachlässigung der viskoelastischen Effekte nicht immer auf der sicheren Seite liegen muss.

Letztendlich soll ein Ansatz geschaffen werden, der eine widerspruchsfreie und realitätsnahe Quantifizierung der Zwangbeanspruchung gewährleistet. Basierend auf einem allgemeingültigen Materialmodell und Berechnungsansatz soll diese Quantifizierung für verschiedene Betrachtungen und Berechnungsmethoden ineinander überführbar möglich sein. Im Detail handelt es sich dabei um die Auswertung von verschiedenen Bauwerksmessungen (in situ) sowie deren Nachrechnung mit numerischen Simulationen und die analytische Auswertung von Messergebnissen aus eigenen Laboruntersuchungen mit sogenannten Zwangrahmen. Darauf aufbauend ist der Einfluss der Bauteilgeometrie durch Parameterstudien und Betrachtungen an geeigneten Ingenieurmodellen zu untersuchen.

Das Ergebnis dieser Untersuchungen sollen Modelle sein, die sowohl eine Vorhersage des zu erwartenden Rissbilds als auch die Quantifizierung der aufzunehmenden Verformung im Primärriss ermöglichen.

Die erforderliche Mindestbewehrung ist aus diesen Ergebnissen abzuleiten. In Abhängigkeit von der Zwängungssituation, der Intensität der Rissbildung und der Anforderung an die Rissbreite soll hierbei das wirtschaftlich optimale Bemessungsergebnis gefunden werden. Hierfür muss die Aufgabe der Bewehrung bei der Rissbildung und der sich einstellenden Rissbreite genauer untersucht werden. Bei Einzelrissbildung und geringer aufzunehmender Verformung hat die Bewehrung wenig Bedeutung für die Rissbreite infolge Zwangbeanspruchung. Demgegenüber sind bei einem abgeschlossenen Rissbild oftmals weitere Sekundärrisse im Umfeld des Primärrisses zu erzeugen. Die Anforderungen an die Bewehrung wurden für diesen Fall bereits in Bödefeld (2010) eingehend untersucht.

Das Bemessungsmodell soll zunächst die erhärtungsbedingten Zwangbeanspruchungen erfassen (früher Zwang). Es muss jedoch so konzipiert sein, dass es eine Überlagerung mit weiteren Verformungseinwirkungen im Nutzungszeitraum möglich ist (später Zwang).

## 2. Zwangbeanspruchungsrelevante Materialeigenschaften des Betons

Die Größe der Zwangbeanspruchung im Bauteil wird von den Materialeigenschaften des Betons sowohl auf der Einwirkungs- als auch auf der Widerstandsseite beeinflusst. Gegenüber stehen die Größe der Verformungseinwirkung, die im Wesentlichen aus der Temperaturänderung des Bauteils und dem Schwinden des Betons resultiert und die Steifigkeit des Betons, welche vom Elastizitätsmodul und viskoelastischen Effekten im Beton abhängt. Darüber hinaus ermöglicht der Vergleich von aufgebauter Spannung mit vorhandener Zugfestigkeit die Bewertung der Rissgefahr.

Die temperaturbedingten Verformungseinwirkungen werden insbesondere bei massigen Bauteilen von der freiwerdenden Hydratationswärme dominiert, hinzu kommen aber auch die thermischen Eigenschaften wie Wärmespeicherfähigkeit und Wärmeleitfähigkeit. Gleichzeitig schwindet der Beton durch die Volumenreduktion infolge Erhärtung (autogenes Schwinden) und infolge der Austrocknung (Trocknungsschwinden).

Werden diese Verformungseinwirkungen behindert, so bauen sich im Beton Spannungen auf, deren Größe sehr stark vom Elastizitätsmodul des Betons abhängt. Gleichzeitig ruft diese Beanspruchung entgegengesetzte Verformungen infolge der viskoelastischen Eigenschaften des Betons hervor, welche die letztendlich im Material vorhandene Spannung deutlich reduzieren können. Glg. (2.1) veranschaulicht diesen Zusammenhang anhand der Verformungskompatibilität.

$$\alpha_{\rm T} \cdot \Delta T + \varepsilon_{\rm cs} + \varepsilon_{\rm cc} = \varepsilon_{\rm frei} - \frac{\sigma_{\rm c}}{E_{\rm c}}$$
 (2.1)

 $\alpha_{\rm T}$  Temperaturausdehnungskoeffizient

 $\Delta T$  Temperaturänderung

 $\varepsilon_{\rm cs}$  Verformungseinwirkung infolge Schwinden

 $\varepsilon_{\rm cc}$  zeitabhängige Verformungsänderung infolge Viskoelastizität

 $\varepsilon_{\text{frei}}$  frei einstellbare Verformungsantwort im System

 $\sigma_{\rm c}$  Zwangspannung im Beton infolge behinderter Verformungseinwirkung

 $E_{\rm c}$  Elastizitätsmodul des Betons

Während der Erhärtung (früher Zwang) unterliegen die relevanten Materialeigenschaften sehr starken Veränderungen, die eine zeitdiskrete Auswertung von Glg. (2.1) erfordern. Dabei sind die jeweiligen Eigenschaften und deren zeitliche Entwicklungen sehr stark an den Erhärtungszustand des Betons gekoppelt und bedürfen einer zeitlichen Synchronisation in der Betrachtung. Es muss sichergestellt sein, dass die berechneten Verformungseinwirkungen im Zeitschritt die zu diesem Zeitpunkt vorhandenen thermischen Eigenschaften und Schwindverkürzungen widerspiegeln und gleichzeitig auch auf die zugehörige Steifigkeit im Beton treffen.

Im Nutzungszeitraum (später Zwang) ist das zwangbeanspruchungsrelevante Materialverhalten des Betons deutlich weniger komplex, da die thermischen Eigenschaften des Betons als konstant betrachtet werden können und auch der Elastizitätsmodul des Betons nur noch vernachlässigbare Veränderungen aufweist. Je nach Betrachtungsfall muss allerdings abgewogen werden, ob eine Berücksichtigung von viskoelastischen Effekten sinnvoll ist und/ oder zusätzliche Verkürzungen infolge Trocknungsschwinden von Bedeutung sind.

Für die zeitdiskrete Abbildung der Materialeigenschaften des erhärtenden Betons wurde in der Vergangenheit der auf der Temperaturfreisetzung basierende Hydratationsgrad definiert, vgl. u.a. Laube (1990), Gutsch (1998), Rostásy und Krauß (2001) oder Eierle und Schikora (2000). Jüngste Erkenntnisse zeigen aber, dass dieser Ansatz keine allgemeingültige Formulierung zulässt. Zum einen kann gemäß Tigges (2010) bei Verwendung von Hüttensandzement oder Flugasche infolge deren latent hydraulischer Reaktion keine sichere Kopplung von Wärmefreisetzung und Festigkeitsentwicklung vorausgesetzt werden. Zum anderen unterliegt die Modellierung von Nacherhärtung ohne erkennbare Temperaturfreisetzung bei hydratationsgradbasierten Ansätzen deutlichen Einschränkungen.

In dieser Arbeit wird die zeitdiskrete Beschreibung aller relevanten Materialeigenschaften deshalb auf Grundlage des effektiven Betonalters durchgeführt. Dieses fiktive Alter spiegelt neben der voranschreitenden Zeit auch den Einfluss der Betontemperatur auf den Erhärtungszustand des Betons wider und gewährleistet somit eine allgemeingültige Formulierung vom Zusammenhang zwischen der Temperaturgeschichte im erhärtenden Beton und dessen Festigkeitsentwicklung.

Generell ermöglichen freie Parameter in den einzelnen Ansätzen die Anpassung an das spezifische Verhalten einer bestimmten Betonsorte. Visualisiert wird es hier für einen Referenzbeton C25/30 mit 300 kg CEM III A, wobei die Laboruntersuchungen durch die MPA Braunschweig im Rahmen eines Verbundprojektes zwischen dem Institut für Betonbau der TU Graz und dem Institut für Betontechnologie der TU Braunschweig durchgeführt wurden.

# 2.1. Temperaturgeschichte und Festigkeitsentwicklung im Erhärtungszeitraum

Aus materialtechnologischer Sicht wird die Temperaturgeschichte in erhärtendem Beton von der Reaktionswärme bei Hydratation des Zements und den relevanten thermischen Eigenschaften aller Betonbestandteile bestimmt. Auf Bauteilebene wird die resultierende Temperaturgeschichte zudem durch die Frischbetontemperatur, die Massigkeit des Bauteils sowie den klimatischen Randbedingungen unter Berücksichtigung der thermisch wirksamen Nachbehandlungsmaßnahmen beeinflusst. Gleichzeitig entsteht im Bauteil Festigkeit, dessen zeitliche Entwicklung von der Temperaturgeschichte im Beton abhängt. Die Modellierung des Erhärtungsfortschritts des Betons wird in diesem Modell auf Basis des effektiven Betonalters durchgeführt.

#### 2.1.1. Effektives Betonalter

Das effektive Betonalter kann mit der Reifefunktion von Freiesleben et al. (1977) nach Glg. (2.2) auf Grundlage der tatsächlichen Zeit und der Temperaturgeschichte im Materialpunkt bestimmt werden. Dies basiert auf den Überlegungen von Arrhenius, wobei dies die ohnehin nur wenig bedeutende Zusatzmodifikation der Aktivierungsenergie für Materialtemperaturen unterhalb von  $20\,^{\circ}\mathrm{C}$  vereinfachend vernachlässigt.

$$t_{\text{eff}} = \int \exp\left\{\frac{E_{A}}{R} \cdot \left[\frac{1}{293} - \frac{1}{273 + T(t)}\right]\right\} dt \tag{2.2}$$

 $t_{\rm eff}$  effektives Betonalter

t tatsächliche Zeit

 $E_{\rm A}$  Aktivierungsenergie, Referenzbeton:  $E_{\rm A} = 38.500 \,\mathrm{J/mol}$ 

R universelle Gaskonstante,  $R = 8.3143 \,\mathrm{J/(mol~K)}$ 

T Betontemperatur

Die Aktivierungsenergie ist abhängig von der Zementart und sollte für das eingesetzte Bindemittel spezifisch bestimmt werden. Da dies aber sehr unüblich ist, wird diese Größe oft mit  $33.500\,\mathrm{J/mol}$  angenommen. Im Falle von hohem Hüttensandgehalt und dem damit einhergehenden Anstieg der Temperaturabhängigkeit der Reaktionskinetik des Zements sollte die generelle Anwendbarkeit dieses Ansatzes jedoch projektspezifisch diskutiert werden, vgl. Röhling (2009).

Insgesamt wird damit die Erhärtungsgeschwindigkeit - und damit auch die Alterung des Betons - je nach Temperaturniveau im Beton verändert. Bei zunehmender Betontemperatur wird hierdurch das Freiwerden der Hydratationswärme wiederum beschleunigt und

es kommt zu einer so genannten Selbstbeschleunigung des Betons. Allgemein können durch diesen Zusammenhang nicht nur relativ früh schon beachtliche Festigkeiten im Material entstehen, sondern auch erhebliche Festigkeitsunterschiede zwischen Randzone und Kernbereich in massigen Querschnitten auftreten. Je nach Einbauablauf sind aber i.d.R. zeitweise noch größere Unterschiede über die Querschnittshöhe vorhanden.

#### 2.1.2. Wärmeentwicklung infolge Hydratation

Die Wärmeentwicklung eines erhärtenden Betons und insbesondere deren zeitlicher Verlauf kann auf verschiedenem Wege ermittelt werden. Üblicherweise wird hierfür die adiabatische Temperaturentwicklung mit Hilfe der Kalorimetrie bestimmt. Unter adiabatisch versteht man die vollständige Unterbindung von Wärmeverlust an die Umgebung und ein Kalorimeter versucht, diese Randbedingung über eine Temperaturegelung des Probenumfelds zu gewährleisten. Dies liefert mit der Zeit die maximal mögliche Temperaturerhöhung des Betons. Gleichzeitig wird die Geschwindigkeit der Wärmefreisetzung von der sich ändernden Betontemperatur beeinflusst. Unter adiabatischen Randbedingungen spricht man von maximaler Selbstbeschleunigung.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der adiabatischen Temperaturentwicklung bietet die Messung an einem großformatigen Betonblock entsprechend ZTVW-LB215 (2004). Dieser Probeblock mit je 2 m Kantenlänge liefert durch eine allseitig angeordnete Wärmedämmung ( $d \ge 36$  cm, Wärmeleitgruppe 040 oder geringer) quasi-adiabatische Randbedingungen. In verschiedenen Forschungsvorhaben wurde der großformatige Probeblock oft erfolgreich eingesetzt, für den hier betrachteten Referenzbeton wurden hingegen Messungen mit einem Kalorimeter durchgeführt.



Abb. 2.1.: Probewürfel zur Ermittlung der quasi-adiabatischen Temperaturerhöhung

Bei diesen Messungen wird die Temperaturänderung im Beton gegenüber der Zeit aufgetragen. Für das Materialmodell muss diese Zeitachse in Abhängigkeit von der Betontemperatur gemäß Glg. (2.2) auf das effektive Betonalter transformiert werden. Für die Modellierung des zeitlichen Verlaufs der Wärmefreisetzung im Hydratations-

prozess stehen verschiedene Entwicklungsfunktionen zur Verfügung, welche sich in der Anzahl der Regressionsparameter unterscheiden. Als geeignet hat sich hierfür der Ansatz nach Jonasson (1984) entsprechend Glg. (2.3) erwiesen. Für die Temperaturänderung des Betons gilt dabei:

$$\Delta T (t_{\text{eff}}) = \Delta T_{\infty} \cdot \exp \left\{ A \cdot \left( \ln \left[ 1 + \frac{t_{\text{eff}}}{t_{\text{k}}} \right] \right)^{c_1} \right\}$$
 (2.3)

 $\Delta T\left(t_{\mathrm{eff}}\right)$  Temperaturerhöhung bezogen auf das effektive Betonalter

 $\Delta T_{\infty}$  maximale Temperaturerhöhung des Betons

 $A, t_k, c_1$  freie Parameter zur Anpassung an den Versuchsbeton

Abb. 2.1 zeigt das Ergebnis dieser Vorgehensweise für den Referenzbeton inklusive Besetzung der freien Parameter für die zeitliche Entwicklung.

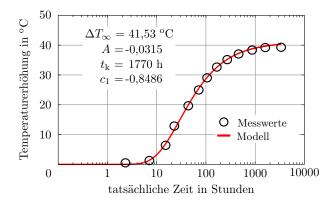


Abb. 2.2.: Temperaturentwicklung des Referenzbetons infolge Betonerhärtung

Dieser Ansatz bezieht sich ausschließlich auf die Temperatur. Die Wärmequellfunktion von Beton wird aber auch oftmals über die Wärmemenge definiert. Die im Beton maximal freiwerdende Wärme  $Q_{\rm max}$  entspricht hierbei:

$$Q_{\text{max}} = \int_{0}^{\infty} S_{c}(t) \cdot \Delta T(t) dt$$
(2.4)

 $\Delta T(t)$  Temperaturerhöhung im Zeitverlauf

 $S_{\rm c}\left(t\right)$  Wärmespeicherkapazität des Betons im Zeitverlauf

Diese im Beton maximal freiwerdende (und damit messbare) Wärmemenge  $Q_{\text{max}}$  ist aber von dem theoretisch im Zement vorhandenen Wärmepotential  $Q_{\text{pot}}$  zu unterscheiden. Ursache ist die nicht vollständige Durchhydratisierung von großen Zementpartikeln und das begrenzte Wasserangebot im Beton, vgl. Röhling (2009).

Zudem unterliegt der Zusammenhang von freigesetzter Hydratationswärme und Temperaturerhöhung im Beton einer zeitlichen Veränderung der Wärmespeicherkapazität des Betons, vgl. Abs. 2.1.3 Darauf ist beim Vergleich zwischen Messgrößen und Literaturangaben sowie bei der Anwendung von Berechnungsprogrammen zu achten. Für zeitschrittbasierte Ansätze kann in der Regel von einer konstanten Wärmespeicherkapazität ausgegangen werden, wenn der Einfluss der veränderlichen Wärmespeicherkapazität bereits in der Wärmequellfunktion auf Basis der Temperaturänderung berücksichtigt wurde. Der gezeigte Verlauf für den Referenzbeton wurde auf diese Weise ermittelt. Die freien Parameter für die Temperaturentwicklung gemäß Glg. (2.3) und Abb. 2.2 beinhalten bereits den Einfluss einer veränderlichen Wärmespeicherkapazität. Im Berechnungsprogramm wird deshalb Folgendes verwendet:

Wärmequellfunktion: 
$$Q(t_{\text{eff}}) = Q_{\text{max}} \cdot \exp\left\{A \cdot \left(\ln\left[1 + \frac{t_{\text{eff}}}{t_{\text{k}}}\right]\right)^{c_1}\right\}$$
 (2.5)

mit: 
$$Q_{\text{max}} = S_{\text{c}} \cdot \Delta T_{\infty}$$
 und:  $S_{\text{c}} = \text{const.}$  (2.6)

#### 2.1.3. Wärmespeicherkapazität und Wärmeleitfähigkeit

Wie zuvor gezeigt, ist die sich im Bauteil einstellende Betontemperatur auch von der Wärmespeicherkapazität  $S_{\rm c}$  abhängig. Mit zunehmender Massigkeit des Bauteils gewinnt außerdem die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  an Bedeutung, da sie die Form des Temperaturfelds beeinflusst. Beide Materialeigenschaften weisen eine Feuchte- und Temperaturabhängigkeit auf und unterliegen Veränderungen im Hydratationsprozess. Zwar unterscheiden sich diese Entwicklungen je nach Betonsorte, doch stehen deren Verläufe selten zur Verfügung.

Gemäß Eierle und Schikora (2000) kann der Zeitverlauf beider Eigenschaften synchron zur Wärmefreisetzung des Betons beschrieben werden. Basierend auf Erfahrungswerten vorangegangener Forschungsvorhaben wird dies für die Wärmeleitfähigkeit des Betons nachfolgend gemäß Glg. (2.7) berücksichtigt.

$$\lambda (t_{\text{eff}}) = \lambda_0 - (\lambda_0 - \lambda_{\text{R}}) \cdot \frac{Q(t_{\text{eff}})}{Q_{\text{max}}}$$
(2.7)

 $\lambda (t_{\text{eff}})$  Wärmeleitfähigkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt

 $\lambda_0$  Wärmeleitfähigkeit bei Beginn der Hydratation ( $\lambda_0$ =3,0 W/mK)

 $\lambda_{\rm R}$  theoretischer Endwert der Wärmeleitfähigkeit ( $\lambda_{\rm R}$ =2,1 W/mK)

Die Wärmespeicherkapazität wird in Übereinstimmung mit den Überlegungen zu Glg. (2.6) als unveränderlich berücksichtigt. In Berechnungsprogrammen werden aber neben der Wärmequellfunktion des Betons meist auch der Wärmeaustausch mit angrenzenden Baukörpern und die Einwirkung von veränderlichen klimatischen Randbedingungen an den Bauteiloberflächen simuliert. Hierfür ist anzumerken, dass der Einfluss einer veränderlichen Wärmespeicherkapazität im frühen Betonalter auf die Temperaturantwort des Bauteils infolge thermischer Wechselwirkung mit der Umgebung vernachlässigt wird, wobei dieser Einfluss i.d.R. auch unbedeutend ist.

#### 2.1.4. Festigkeitsentwicklung

Diese Festigkeitsentwicklung von erhärtendem Beton kann durch verschiedene Modelle beschrieben werden. Neben den in EN 1992-1-1 (2011) vorgeschlagenen Ansätzen gibt es eine Vielzahl unterschiedlicher Funktionen, die meist über freie Parameter an Messwerte angepasst werden können und dementsprechend gute Abbildungen des tatsächlichen Materialverhaltens liefern. Bei der Arbeit mit diesen Modellen hat sich gezeigt, dass es von großem Vorteil ist, wenn der gewählte Ansatz die einzelnen Festigkeitseigenschaften (Druckfestigkeit, Elastizitätsmodul und Zugfestigkeit) und deren zeitliche Entwicklung geschlossen abbilden kann.

In dieser Arbeit wird die Festigkeitsentwicklung gemäß der Empfehlung in MFZ (2004) über das Modell von Wesche (1993) modelliert, da es für den hier im Vordergrund stehenden Normalbeton erfahrungsgemäß gute Ergebnisse liefert. Außerdem gewährleistet dieser Ansatz durch seinen Bezug auf das effektive Betonalter die geforderte Synchronisation von Wärmefreisetzung und Festigkeitsentwicklung.

Außerdem sind das Querdehnungsverhalten und der Wärmeausdehnungskoeffizient vom erhärtenden Beton zu betrachten. Beides wird näherungsweise konstant mit den für erhärteten Beton gültigen Werten  $\mu=0,2$  und  $\alpha_{\rm T}=10^{-5}$  angenommen. Zwar weichen diese Größen im sehr frühen Alter deutlich von erhärtetem Beton ab, doch werden diese Veränderungen bis zum Beginn der Festigkeitsentwicklung weitgehend abgebaut.

Im Modell von Wesche wird der Beginn der Festigkeitsentwicklung nicht explizit bestimmt. Das hat zwar auf die konstante Berücksichtigung von Querdehnzahl und Wärmeausdehnungskoeffizient keine Auswirkung, doch kann dessen exakte Kenntnis auch von Bedeutung sein, um beispielsweise den frühestmöglichen Belastungszeitpunkt bei der Bewertung eines Bauverfahrens festzulegen. Außerdem benötigen einige Materialmodelle diesen Zeitpunkt als Eingangsgröße.

#### Beginn der Festigkeitsentwicklung

Der Beginn der Festigkeitsentwicklung ist jener Zeitpunkt, ab dem eine messbare Festigkeit im erhärtenden Beton vorhanden ist und Spannung aufgebaut werden kann. Er

wird von dem Wasser-Bindemittel-Wert des Betons (w/b), der verwendeten Zementart und der Betontemperatur beeinflusst. Eine mögliche Rissbildung vor diesem Zeitpunkt kann somit nicht auf die Spannung zurückgeführt werden und ist nur durch sachgemäße Nachbehandlung vermeidbar.

Die Definition des Beginns der Festigkeitsentwicklung erfolgt üblicherweise über das Erreichen eines kritischen Hydratationsgrads  $\alpha_{\rm crit}$ . Der Einfluss der Betontemperatur wird hierbei durch die Ermittlung des Hydratationsgradverlaufs auf Basis des effektiven Betonalters abgebildet. Hierbei ist allerdings zu unterscheiden zwischen dem realen Beginn der Festigkeitsentwicklung (Erstarrung) und dem für hydratationsgradbasierte Materialmodelle erforderlichen rechnerischen Beginn der Festigkeitsentwicklung. Der reale Beginn der Festigkeitsentwicklung kann mittels Penetrationsversuchen quantifiziert werden. Gemäß Untersuchungen in ASTM/C-303-88 (1999) liegt dieser Zeitpunkt in dem folgenden Hydratationsgradbereich:

Erstarrungsbeginn: 
$$\alpha_i = 0.15 \ w/b$$
 bis Erstarrungsende:  $\alpha_f = 0.26 \ w/b$  (2.8)

Demgegenüber ist der rechnerische Beginn der Festigkeitsentwicklung jener Punkt, ab dem eine lineare Beziehung zwischen Hydratationsgradverlauf und Festigkeitsentwicklung besteht und ab dem hydratationsgradbasierte Materialmodelle ihre Gültigkeit besitzen. Gemäß Byfors (1980) liegt dieser kritische Hydratationsgrad zwischen:

$$0.34 \dots 0.4 \ w/b \le \alpha_{\text{crit}} \le 0.46 \ w/b$$
 (2.9)

Die Verschiebung der unteren Grenze auf bis zu 0,34 kann bei der Verwendung von Zementen mit hohem Hüttensandgehalt erforderlich werden.

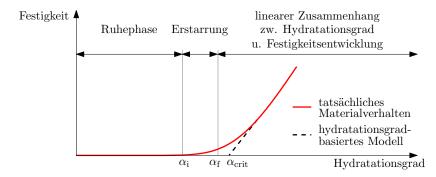


Abb. 2.3.: Hydratationsgrad bei Erstarrung des Betons und rechnerischem Beginn der Festigkeitsentwicklung von hydratationsgradbasierte Materialmodellen

Für eine auf dem effektiven Betonalter basierende Ermittlung der Zwangspannungen ist eine Definition des Beginns der Festigkeitsentwicklung nicht zwingend erforderlich. Sollte die Kenntnis dieses Zeitpunkts dennoch von Interesse sein, muss er in dem Zeitraum zwischen  $t_{\rm eff}(\alpha_{\rm i})$  bis  $t_{\rm eff}(\alpha_{\rm f})$  abgeschätzt werden. Die Berechnung dieses Zeitpunkts kann über die Wärmequellfunktion gemäß Glg. (2.5) erfolgen. Hierfür gilt:

$$t_{\text{crit}} = t_{\mathbf{k}} \cdot \left[ \exp \left\{ \left( \frac{\ln \left[ k_{\mathbf{s}} \cdot w/b \right]}{A} \right)^{\frac{1}{c_1}} \right\} - 1 \right]$$
 (2.10)

 $t_{\rm crit}$  effektives Betonalter zum gesuchten (kritischen) Zeitpunkt

 $k_{\rm s}$  Faktor zur Ermittlung des Hydratationsgrads aus dem w/b-Wert

w/b Wasser-Bindemittel-Wert der Betonrezeptur

 $A, c_1, t_k$  Parameter zur Beschreibung der Wärmequellfunktion

Der vorgestellte Referenzbeton hat einen Wasser-Bindemittel-Wert von 0,47 und damit ergibt sich gemäß Glg. (2.10) ein effektives Betonalter bei Erstarrungsbeginn von  $t_{\rm eff}=9,5\,{\rm h}$  und ein effektives Betonalter bei Erstarrungsende von  $t_{\rm eff}=12,5\,{\rm h}$ . Für den Referenzbeton würde der Beginn der Festigkeitsentwicklung auf ein effektives Betonalter von  $t_{\rm crit}=10\,{\rm h}$  festgelegt werden.

Das Alter des Betons zum Zeitpunkt des frühestmöglichen Spannungsaufbaus könnte zunächst groß erscheinen, allerdings muss es in Bezug zur tatsächlichen Zeit gesehen werden. Im Falle isothermer Randbedingungen von 20 °C liegt dieser Zeitpunkt zwar unverändert bei  $t=10\,\mathrm{h}$ , von adiabatischen Randbedingungen und einer Frischbetontemperatur von 20 °C ausgehend reduziert sich dies aber beispielsweise auf eine echte Zeit von  $t\approx6\,\mathrm{h}$ . Dies könnte bei dicken Bauteilen hinsichtlich der vom Erstbelastungsalter abhängigen viskoelastischen Eigenschaften von großer Bedeutung sein.

#### Zeitliche Entwicklung der einzelnen Festigkeitseigenschaften

Die Festigkeitsentwicklung des Betons wurde mit dem Modell von Wesche (1993) beschrieben. Dieses Modell ermöglicht die geschlossene Beschreibung von Druck- und Zugfestigkeitsentwicklung sowie Entwicklung des Elastizitätsmoduls auf Grundlage eines Zeitbeiwerts  $f_{\beta}$ . Für diesen Zeitbeiwert gilt:

$$f_{\beta}\left(t_{\text{eff}}\right) = \exp\left\{-a \cdot w/b \cdot \left[t_{\text{eff}}^{-b} - 28^{-b}\right]\right\}$$
(2.11)

w/b Wasser-Bindemittel-Wert der Betonrezeptur

a, b Beiwerte zur Festigkeitsentwicklung

 $t_{\rm eff}$  effektives Betonalter in Tagen

Die Beiwerte zur Festigkeitsentwicklung können mit den Angaben in Wesche (1993) je nach Zementfestigkeitsklasse besetzt werden. Für den hier dargestellten Referenzbeton wurden diese Werte allerdings durch Anpassung der Gleichung zur Druckfestigkeitsentwicklung an die gemessene Würfeldruckfestigkeit festgelegt. Die zugrunde liegenden Messergebnisse sind dabei Mittelwerte aus mindestens 3 Proben. Die Gleichung zur Druckfestigkeitsentwicklung lautet:

$$f_{\rm c}\left(t_{\rm eff}\right) = f_{\rm c,28} \cdot f_{\beta}\left(t_{\rm eff}\right)$$
 (2.12)  
 $f_{\rm c,28}$  jeweilige Druckfestigkeit nach 28 Tagen

Abb. 2.4 zeigt das Ergebnis der Anpassung an die Messwerte.

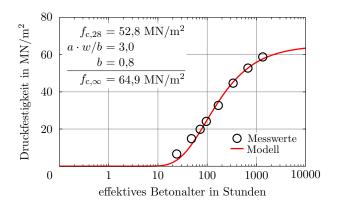


Abb. 2.4.: Materialmodell zur Entwicklung der Druckfestigkeit, angepasst an die messtechnisch bestimmte Würfeldruckfestigkeit des Referenzbetons

Gemäß dem Materialmodell können die Entwicklungen von Elastizitätsmodul und Zugfestigkeit ebenfalls auf Basis dieses Zeitbeiwerts  $f_{\beta}$  modelliert werden. Hierfür gilt:

$$E_{\rm cm}\left(t_{\rm eff}\right) = E_{\rm cm} \cdot \left[f_{\beta}\left(t_{\rm eff}\right)\right]^{1/3} \quad \text{und} \quad f_{\rm ctm}\left(t_{\rm eff}\right) = f_{\rm ctm} \cdot \left[f_{\beta}\left(t_{\rm eff}\right)\right]^{2/3} \quad (2.13)$$

$$E_{\rm cm} \quad \text{mittlerer Elastizitätsmodul nach 28 Tagen}$$

 $f_{\rm ctm}$  mittlere Zugfestigkeit nach 28 Tagen

Abb. 2.5 zeigt die resultierenden Modellverläufe für Elastizitätsmodul und mittlere Zugfestigkeit. Diesen werden jeweils Messergebnisse für den Referenzbeton gegenübergestellt. Im Falle der Zugfestigkeit hinterliegen zudem Werte aus einer Umrechnung von Spaltzugversuchen. Außerdem werden beiden Verläufen die in EN 1992-1-1 (2011)

vorgeschlagenen Entwicklungen gemäß der Betonfestigkeitsklasse gegenübergestellt. Für den Referenzbeton wurde hierfür gemäß den bestimmten Würfeldruckfestigkeiten die Betonfestigkeitsklasse C 35/45 festgelegt und für die Bestimmungsgleichungen gilt:

$$E_{\rm cm} \left( t_{\rm eff} \right) = 22 \cdot \left[ \frac{f_{\rm cm} \cdot \beta_{\rm cc} \left( t_{\rm eff} \right)}{10} \right]^{0.3} \tag{2.14}$$

$$f_{\rm ctm}(t_{\rm eff}) = 0.3 \cdot (f_{\rm cm} - 8)^{2/3} \cdot [\beta_{\rm cc}(t_{\rm eff})]^{\alpha}$$
 (2.15)

 $\beta_{\rm cc}\left(t_{\rm eff}\right)$  Zeitbeiwert der Druckfestigkeitsentwicklung, mit:  $\beta_{\rm cc}=f_{\rm c}\left(t_{\rm eff}\right)/f_{\rm c,28}$ 

 $\alpha$  Exponent,  $\alpha = 1$  für  $t_{\rm eff} < 28 \, {\rm d}$  und  $\alpha = 2/3$  für  $t_{\rm eff} \ge 28 \, {\rm d}$ 

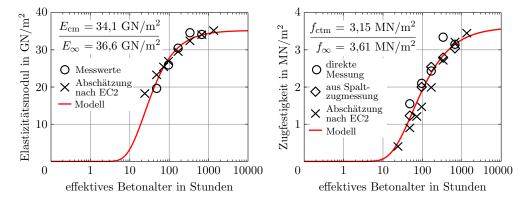


Abb. 2.5.: Materialmodell zur Entwicklung des Elastizitätsmoduls (links) und der Zugfestigkeit (rechts) auf Basis des Zeitbeiwerts  $f_{\beta}$  sowie Gegenüberstellung mit verschiedenen Messwerten

Wie Abb. 2.5 zeigt, liefert das Materialmodell eine gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten. Im Gegensatz dazu weichen aber die aus der Betonfestigkeitsklasse abgeleiteten Werte vor allem im sehr frühen Stadium von den Messwerten ab. Zwar liegt die normative Abschätzung auf Grundlage der Betonfestigkeitsklasse in diesem Fall sehr wahrscheinlich auf der sicheren Seite, doch würde eine Anpassung des Models an diese Werte zu einer Fehleinschätzung der Zwangbeanspruchung führen. Bei Betrachtungen von erhärtendem Beton ist deshalb stets eine umfassende messtechnische Bestimmung der Festigkeitsentwicklung zu empfehlen.

Für die Untersuchung der Rissgefahr ist zudem der 5%-Fraktilwert der Zugfestigkeit von Interesse. Dieser lässt sich gemäß EN 1992-1-1 (2011) wie folgt aus der mittleren Zugfestigkeit bestimmen:

$$f_{\text{ctk, 0.05}}(t_{\text{eff}}) = 0.7 \cdot f_{\text{ctm}}(t_{\text{eff}})$$
 (2.16)

In den weiteren Betrachtungen wird außerdem von einer linear-elastischen Zugbruchdehnung im Beton ausgegangen. Je nach Erhärtungszustand variiert diese zwischen 0.01 % direkt nach dem Erstarren bis 0.1 % bei Erreichen der 28-Tage-Zugfestigkeit. Diese Annahme liegt weit auf der sicheren Seite, da die Zugbruchdehnung im Normalbeton bis auf das 1.5-fache ansteigen kann, vgl. fib (2012).

## 2.2. Einfluss des Schwindens von Beton auf die Höhe der Zwangbeanspruchungen

Neben den thermischen Verformungseinwirkungen wird die Zwangbeanspruchung auch durch Schwindverformungen des Betons hervorgerufen, welche sich aus autogenem Schwinden  $\varepsilon_{\rm ca}$  und Trocknungsschwinden  $\varepsilon_{\rm cd}$  zusammensetzen. Beide haben unterschiedliche Ursachen und wirken in unterschiedlichen Zeiträumen. Während das autogene Schwinden eine Folge der Hydratation ist und maßgeblich im Erhärtungszeitraum auftritt, beginnt das Trocknungsschwinden erst mit Ausschalen bzw. Beendigung der Nachbehandlungsmaßnahme und wirkt weit über diesen Zeitraum hinaus. Aufgrund der Zeitabhängigkeit einer Untersuchung von Zwangbeanspruchungen müssen beide Anteile getrennt voneinander betrachtet werden.

Generell ist Größe und zeitlicher Verlauf des Schwindens in EN 1992-1-1 (2011) geregelt, jüngste Untersuchungen von Raphael et al. (2012) empfehlen aber eine Skalierung der normativen Vorgabe. Für den Zeitraum bis zwei Wochen kann die normative Regelung zu einer Überschätzung der tatsächlichen Schwindeinwirkung von bis zu 30 % führen, für das Endschwindmaß werden normative Unterschätzungen von bis zu 20 % angegeben.

#### 2.2.1. Trocknungsschwinden

Trocknungsschwinden wird durch das Ausdiffundieren von chemisch nicht gebundenem Wasser hervorgerufen. Spezifische Angaben oder gar Messungen zum Trocknungsschwinden liegen in der Planungsphase aber nur in Ausnahmefällen vor, weshalb gewöhnlich auf normative Angaben zurückgegriffen wird. In EN 1992-1-1 (2011) wird das Endmaß des Trocknungsschwindens je nach Betonfestigkeitsklasse, relativer Luftfeuchtigkeit der Umgebung und Querschnittsdicke festgelegt und hat eine Bandbreite von 0,00 bis 0,62%.

Mit der Betonfestigkeitsklasse C 35/45 hat der Referenzbeton somit unter Annahme einer relativen Luftfeuchtigkeit von 40% ein Endschwindmaß zwischen 0.34 bis 0.49%. Der Zeitverlauf, mit dem sich das Trocknungsschwinden im Querschnitt einstellt, ist abhängig von der Massigkeit und kann wie folgt beschrieben werden:

$$\beta_{\rm ds}(t,t_{\rm s}) = \frac{(t-t_{\rm s})}{(t-t_{\rm s}) + 0.04 \cdot \sqrt{h_0^3}} \tag{2.17}$$

- t Betonalter zum Betrachtungszeitpunkt in Tagen
- $t_{\rm s}$  Betonalter zu Beginn des Trocknungsschwindens (i.d.R. Ende der Nachbehandlung)
- $h_0$  Beiwert zur Beschreibung der Querschnittsmassigkeit  $h_0 = 2 \cdot A_{\rm c}/u$  mit  $A_{\rm c} =$  Querschnittsfläche und u = der dem Trocknen ausgesetzte Querschnittsumfang

Das Endmaß des Trocknungsschwindens unterstellt zunächst sehr große Verformungseinwirkungen. Allerdings muss das Eintreten dieser Verformung sehr differenziert betrachtet werden, da sich die Geschwindigkeit des Austrocknens überproportional zur Querschnittsmassigkeit reduziert.

Bei üblichen Geometrien des Hochbaus kann davon ausgegangen werden, dass bei Erreichen der Ausgleichstemperatur weniger als  $10\,\%$  der Austrocknung stattgefunden haben. Und da das Austrocknen erst mit Nachbehandlungsende beginnt und sich zunächst sehr zögerlich einstellt, ist das Trocknungsschwinden im Erhärtungszeitraum solcher Bauteile unbedeutend.

Bei massigen Querschnitten hingegen kann die Austrocknung aufgrund eines begrenzten Feuchtetransports zunächst nur an der Randzone stattfinden. Demgegenüber ist die Austrocknung der Kernzone je nach Massigkeit und Exposition projektspezifisch zu bewerten, aber in den meisten Fällen nicht relevant.

Beispielsweise kann die Austrocknung der Kernzone von Wasserbauwerken im europäischen Raum ausgeschlossen werden, da die Wassersättigungsgrade aller Oberflächen hierfür infolge Regen an der Luftseite, anstehendem Wasser oder Wechselwasser an der Wasserseite und Erdfeuchte an der Erdseite zu hoch sind.

Bei deutlich trockenerer Umgebung aber massigeren Bauwerken, beispielsweise Staudämmen in Wüstengebieten, ist der Querschnitt zu massig, um die Ausgleichsfeuchte in einem erfassbaren Zeitraum zu erreichen. Beispielsweise erreicht die Kernzone einer Gewichtsmauer mit einer Höhe von  $300\,\mathrm{m}$  und einer Dicke von  $200\,\mathrm{m}$  am Fuß und  $20\,\mathrm{m}$  am Kopf innerhalb von  $100\,\mathrm{Jahren}$  rechnerisch weniger als  $0,10\,\%$  dieser Ausgleichsfeuchte.

Generell ist festzustellen, dass Trocknungsschwinden bei üblichen Hochbauquerschnitten eine nennenswerte Einwirkung während der Nutzung ist, bei massigen Querschnitten aber als Oberflächenproblem betrachtet werden kann. Zuletzt sollte in diesem Zusammenhang angemerkt werden, dass die späteren Einwirkungen infolge Trocknungsschwinden im Falle von Rissbildung im Erhärtungszeitraum auf deutlich weichere Systeme treffen. Dies ist bei der Untersuchung der Zwangbeanspruchung im Nutzungszeitraum zu berücksichtigen.

#### 2.2.2. Autogenes Schwinden

Autogenes Schwinden tritt maßgeblich im Erhärtungszeitraum auf. Es resultiert aus der Volumenreduktion des Hydratationsprodukts gegenüber dem Volumen der Ausgangsstoffe und Unterdruck im Porensystem der Zementsteinmatrix während der Hydratation. Größe und zeitlicher Verlauf der autogenen Schwinddehnungen sind normativ in EN 1992-1-1 (2011) geregelt. Sind die autogenen Schwindverformungen von Bedeutung für das Bauteil, werden diese aber auch oft messtechnisch ermittelt. Zudem zeigen jüngste Untersuchungen eine starke Temperaturabhängigkeit an, die mit dem Konzept der Reife nicht mehr erfasst werden können, vgl. Bjøntegaard (2011).

Für den Referenzbeton liegen keine Messungen vor, weshalb das autogene Schwinden mit den normativen Vorgaben berücksichtigt werden soll. Für das gesamte autogene Schwindmaß gilt dann:

$$\varepsilon_{\rm ca,\infty} = 2.5 \cdot (f_{\rm ck} - 10) \cdot 10^{-6}$$
 (2.18)  
 $f_{\rm ck}$  Zylinderdruckfestigkeit nach 28 Tagen

Der Referenzbeton (C 35/45) hätte somit eine autogene Schwinddehnung von ca.  $0.0625\,\%$ . Der zeitliche Verlauf, mit dem sich diese Verformungseinwirkung einstellt, wird ebenfalls normativ vorgegeben. Da es sich hierbei aber um einen empirischen Ansatz handelt und der relevante Teil des autogenen Schwindens an den Hydratationsprozess gekoppelt ist, wurde der zeitliche Verlauf entsprechend Glg. (2.19) auf Basis der Wärmefreisetzung modelliert.

$$\varepsilon_{\rm ca} \left( t_{\rm eff} \right) = \varepsilon_{\rm ca, \infty} \cdot \frac{Q \left( t_{\rm eff} \right)}{Q_{\rm max}}$$
 (2.19)

Für die Berechnung der Zwangspannungen ist zu berücksichtigen, dass sich Teile dieser Verformungseinwirkung bereits vor dem Beginn der Festigkeitsentwicklung einstellen und somit nicht spannungswirksam sind. Im Falle des Referenzbetons mit  $t_{\rm crit}=10\,{\rm h}$  sind das ca.  $10\,\%$  der gesamten autogenen Schwindverformung.

Des weiteren ist anzumerken, dass sich diese Verformungseinwirkung zu großen Teilen gleichmäßig im Querschnitt verteilt einstellt und somit bei gegebener Behinderungssituation einen erkennbaren Einfluss auf die Zwangkraft haben kann. Je nach Massigkeit des

Querschnitts kann das Auftreten der autogenen Schwindverkürzungen hauptsächlich auf den Zeitraum der Erwärmung beschränkt sein und ist somit der Temperatureinwirkung entgegengesetzt. In diesem Fall wird der anfängliche Druckspannungsaufbau reduziert und der mit voranschreitender Abkühlung einsetzende Aufbau von Zugspannungen findet früher statt. Abb. 2.6 zeigt diesen Effekt schematisch. Insgesamt wirkt das autogene Schwinden stets ungünstig und sollte nicht vernachlässigt werden.

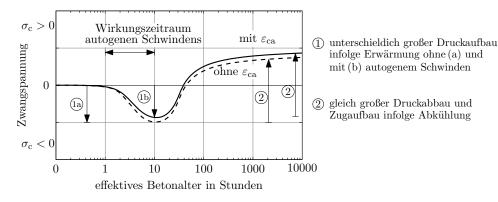


Abb. 2.6.: Schematische Darstellung einer möglichen Unterschätzung der Zug-Zwangspannungen im Erhärtungszeitraum infolge Vernachlässigung des autogenen Schwindens

# 2.3. Berücksichtigung der viskoelastischen Betoneigenschaften

Die viskoelastischen Betoneigenschaften beschreiben dessen zeitlich abhängige Volumenänderung bei Beanspruchung. Deren Größe ist abhängig von der im System vorhandenen Spannung und kann oftmals ein Vielfaches von der elastischen Verformungen betragen. Generell ruft diese Materialeigenschaft eine Zustandsänderung im System hervor, die wiederum abhängig von den Randbedingungen des Systems ist.

In der Praxis des Bauingenieurwesens werden die viskoelastischen Betoneigenschaften meist in Form von Kriechen und Relaxation als reine Werkstoffeigenschaft unter idealen Randbedingungen definiert. Hierbei erfordert das Kriechen ein konstantes Spannungsniveau und vollständige Verformungsfreiheit, demgegenüber bedarf die Relaxation der vollständigen Verformungsbehinderung, die selbst bei Spannungsabbau keine Verformungsänderung zulässt.

Für klassische Fälle wie der zunehmenden Verkürzung von Stützen oder Durchbiegungszunahmen von Balken ist diese Definition sehr zutreffend. Demgegenüber erfordern

Zwangbeanspruchungen eine differenzierte Betrachtung, da Systeme mit vollständiger Verformungsbehinderung im Allgemeinen nicht vorhanden und somit auch keine reine Relaxation vorhanden ist. Und reines Kriechen kann hier nicht stattfinden, da die Zwangbeanspruchung für ihr Entstehen eine Verformungsbehinderung voraussetzt, die auch etwaige Kriechverformungen wieder behindern würde. Somit kann behauptet werden, dass reines Kriechen nur in Systemen mit reiner Lastbeanspruchung auftreten kann. In der Realität ist deshalb immer eine Mischform, die sogenannte teilweise Behinderung, anzutreffen, wie Abb. 2.7 schematisch verdeutlicht.

Wesentliches Merkmal der teilweisen Verformungsbehinderung ist, dass Kriechverformungen und Spannungsrelaxation gleichzeitig wirken und sich gegenseitig beeinflussen. Relaxation reduziert die Systemspannung und infolgedessen die damit einhergehenden Kriechverformungen. Damit erfordert die Beschreibung der viskoelastischen Effekte des Bauteils aufwendiger Superpositionen.

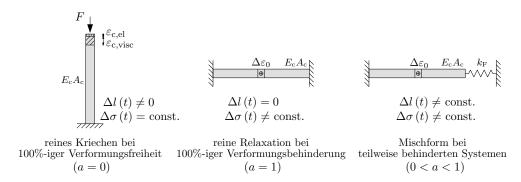


Abb. 2.7.: Schematische Darstellung des Einflusses des Behinderungsgrads a auf die Systemantwort infolge viskoelastischer Eigenschaften des Betons

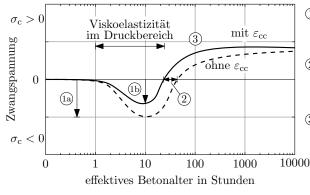
In der Praxis wird der Einfluss der Relaxation auf das Kriechen oft mit dem Relaxationsbeiwert  $\rho$  nach Trost (1967) berücksichtigt. Dieser Beiwert ist allerdings abhängig vom Behinderungsgrad des Systems, welcher über den gesamten Betrachtungszeitraum als konstante Größe einfließt. In teilweise gezwängten Systemen ist der Behinderungsgrad jedoch an die Steifigkeit des behinderten Bauteils gekoppelt, sodass die Steifigkeitsentwicklung bei erhärtenden Betonbauteilen zu einer starken Variation des Behinderungsgrads führt. Die Auswirkung von viskoelastischen Effekten bei Zwangbeanspruchung erfordert deshalb eine steifigkeitsabhängige Verfolgung. Eine verschmierte Abbildung mit dem Relaxationsbeiwert  $\rho$  ist deshalb für zeitdiskrete Betrachtungen von teilweise gezwängten Systemen ungeeignet.

Des weiteren wird die Viskoelastizität von Beton in der Praxis oft mit einem um die Kriechzahl modifizierten Elastizitätsmodul verwendet. Dies führt aber bei Betrachtung von sich gegenseitig behindernden Bauteilen zu einer Verfälschung des Systembehinde-

rungsgrads, wodurch auch die Zwängungssituation nicht mehr zutreffend beschrieben wird. Eine solche Vorgehensweise bietet dann im Falle der Betrachtung von Zwangspannungen keine allgemeingültige Lösung mehr und erfordert weitere Überlegungen sowie eine Absicherung über Versuchsdaten, vgl. Tue et al. (2007) oder Tue et al. (2009).

Hinzu kommt, dass sich auch das viskoelastische Verhalten des Betons mit dem Hydratationsfortschritt und dem Feuchtegehalt ändert. Gleichzeitig treten die Temperaturänderungen im Bauteil nicht plötzlich auf, sondern unterliegen ebenfalls einer zeitlichen Abhängigkeit. Die damit einhergehenden Zwangspannungsänderungen müssen somit differenziert verfolgt werden. Außerdem beeinflusst der Globalspannungszustand die viskoelastische Systemantwort, sodass zwischen be- und entlastend wirkenden Temperaturänderungen unterschieden werden muss. Weitere Einzelheiten zu diesen Überlegungen geben Schlicke und Tue (2010), Nietner et al. (2011), Schlicke und Tue (2012a) und Schlicke und Tue (2013).

Außerdem muss angemerkt werden, dass die viskoelastischen Betoneigenschaften hinsichtlich der Rissgefahr nicht nur eine spannungsreduzierende Wirkung haben. Erfährt das Bauteil zunächst einen bedeutenden Druckspannungsaufbau infolge erhärtungsbedingter Temperaturerhöhung, so wird dieser infolge stark ausgeprägter Viskoelastizität im jungen Beton merklich reduziert. Anschließend wird der mit einsetzender Abkühlung stattfindende Druckspannungsabbau durch voranschreitenden Spannungsabbau infolge Viskoelastizität verkürzt, sodass Zugspannungen deutlich früher aufgebaut werden und auch deutlich höher ausfallen können. Abb. 2.8 stellt diesen Zusammenhang schematisch dar. Letztendlich kann eine Vernachlässigung der viskoelastischen Betoneigenschaften zu Ergebnissen auf der unsicheren Seite führen.



- ① unterschieldich großer Druckaufbau infolge Erwärmung ohne (a) und mit (b) Viskoelastizität
- ② beschleunigter Druckabbau und früherer Zugspannungsaufbau infolge Viskoelastizität und Abkühlung
- ③ Möglichkeit eines früheren und größeren Zugspannungsmaximums infolge Viskoelastizität

Abb. 2.8.: Schematische Darstellung einer möglichen Unterschätzung der Zugbeanspruchung im Erhärtungszeitraum bei Vernachlässigung der Viskoelastizität

## 2.3.1. Ursache und quantitative Beschreibung der Viskoelastizität des Betons

Die Ursachen des viskoelastischen Verhaltens von Beton sind bis heute nicht restlos geklärt. Bei Normalbeton kann man davon ausgehen, dass die Hauptursache in den Eigenschaften der Zementsteinmatrix liegt, die viskoelastischen Eigenschaften der Zuschlagsstoffe haben dagegen keinen Einfluss, vgl. Grübl et al. (2001). Im Detail werden die viskoelastischen Eigenschaften der Zementsteinmatrix auf die unter Spannung hervorgerufene Bewegung und Umlagerung des Wassers in den Kapillarporen des Zementsteins und auf die Veränderung der Mikrostruktur der CSH-Phase zurückgeführt, vgl. König und Tue (2008). Aber auch Vorgänge im Feststoffbereich, wie interkristallines Gleiten und Mikrorissbildung haben einen Einfluss, Grübl et al. (2001).

Trotz umfangreicher Forschungsarbeiten existieren aber bis heute keine Werkstoffgesetze zur Beschreibung des viskoelastischen Betonverhaltens auf Strukturebene. Nicht zuletzt auch deshalb, weil das viskoelastische Betonverhalten in Rückkopplung zur Feuchtesättigung im Zementstein steht und damit nicht losgelöst vom Trocknungsschwinden betrachtet werden kann. Jüngste Arbeiten konzentrieren sich auf die Entwicklung solcher geschlossenen Werkstoffgesetze auf Mikroebene, vgl. Sellier et al. (2012).

Durch zahlreiche Versuche in der Vergangenheit konnten allerdings empirische Näherungslösungen aufbereitet werden. Hierbei sind zwei grundlegend voneinander zu unterscheidende Ansätze von Bedeutung. Im Detail handelt es sich hierbei um den Summationsansatz, der die Kriechverformung aus einer additiven Verknüpfung von Fließen  $\varphi_{\rm F}$  und verzögert elastischer Verformung  $\varphi_{\rm V}$  bestimmt, und den Produktansatz, der die Kriechverformung unter Berücksichtigung sämtlicher Einflussfaktoren mit einer Zeitfunktion faktoriell abbildet. Der Summationsansatz beschreibt vor allem das Verformungsverhalten unter Entlastung besser, während der Produktansatz den Einfluss des Belastungsalters besser erfasst, Grübl et al. (2001).

Darüber hinaus wurden spezielle Modelle für den erhärtenden Beton entwickelt, insbesondere sind in diesem Zusammenhang die Arbeiten von Laube (1990) und Gutsch (1998) hervorzuheben. Diese Modelle wurden jedoch immer aus eigenen Versuchen abgeleitet, weshalb ihre allgemeingültige Anwendung nicht vorausgesetzt werden kann. Des weiteren basieren sie auf dem Hydratationsgrad, auf dessen Bezug in dieser Arbeit aus bereits genannten Gründen verzichtet wird.

Eine andere Möglichkeit bietet die Abbildung der Systemantwort mittels rheologischer Modelle wie Kelvin- oder Maxwell-Ketten, die eine exakte Einstellung der Viskoelastizität mittels diskreter Federsteifigkeiten und Dämpferviskositäten im Einzelkörper ermöglichen. Dies erfordert aber spezifische Eingangsgrößen und kann im Falle von gezwängten Bauteilen die Steifigkeitsverhältnisse beeinflussen, sodass der Systembehinderungsgrad verfälscht wird.

Für die angestrebte Ermittlung von Zwangspannungen ist vor allem die zeitdiskrete Be-

trachtung im sehr jungen Beton unter Berücksichtigung des Belastungsalters bedeutend. Hingegen wird der Einfluss von reversiblen Anteilen im viskoelastischen Verhalten auf die hier im Vordergrund stehenden Zwangspannungen als vernachlässigbar eingeschätzt.

In dieser Arbeit wird das viskoelastische Verhalten deshalb auf Basis eines modifizierten Produktansatzes gemäß EN 1992-1-1 (2011) modelliert und damit eine phänomenologisch allgemeingültige Anwendung ermöglicht.

Für die zeitdiskrete Abbildung des viskoelastischen Verhaltens wurde der verformungsbasierte Ansatz in Abs. 2.3.2 entwickelt. Dabei handelt es sich um eine zeitschrittbasierte Superposition von viskoelastischen Zusatzverformungen, deren Größe für jeden Zeitschritt in Abhängigkeit von dem Erhärtungszustand des Betons und der bisher eingeprägten Spannungsgeschichte berechnet wird. Je nach Behinderungsgrad im System führen diese viskoelastischen Zusatzverformungen dann zu Verformungszunahme und Spannungsreduktion. Der Einfluss einer sich ändernden Systemspannung infolge Spannungsreduktion sowie eine mögliche Alterung des Betons wird hierbei zeitdiskret berücksichtigt.

Insgesamt bildet dieser Ansatz die Funktionsweise rheologischer Modelle ab und erfüllt somit die Anforderungen einer mechanisch korrekten Formulierung des Zusammenhangs zwischen Kriechen und Relaxation. In den nachfolgenden Punkten werden die grundlegenden Überlegungen zu dieser Vorgehensweise aber auch deren Anwendungsgrenzen näher betrachtet.

## Zusammenhang zwischen Kriechen und Relaxation

Bei der klassischen Betrachtung von Kriechen und Relaxation als reine Werkstoffeigenschaften unter idealen Randbedingungen wird gefordert, dass beide Eigenschaften ineinander überführbar sind, vgl. Gutsch (1998). Ausgehend von einem viskoelastischen Potential im Beton werden Kriechen und Relaxation in dieser Arbeit nur als Systemantworten betrachtet und sind für Behinderungsgrade von "0" und "1" eindeutig ineinander überführbar. Umgekehrt kann somit das viskoelastische Verhalten von Beton aus dessen Kriechkurven abgeleitet werden.

#### Größe des viskoelastischen Potentials unter Druck- und Zugbelastung

Die Größenunterschied des viskoelastischen Potentials unter Druck- und Zugbeanspruchung wird in der Fachwelt kontrovers diskutiert. In Grübl et al. (2001) wird beschrieben, dass die viskoelastischen Effekte bei Zugbeanspruchung durch die bereits genannte Mikrorissbildung größer werden können, als unter Druckbeanspruchung. Die Versuche von Atrushi (2003) bestätigen diese Beobachtung, wobei das Zugkriechen dort erst mit zunehmender Belastungsdauer über das sich stetig verlangsamende Druckkriechen anwächst. Demgegenüber wurde in Dauerstandsversuchen von Kordina et al. (2000) beobachtet, dass Druck- und Zugkriechen ungefähr in der gleichen Größenordnung

auftreten, was wiederum die Regelungen in EN 1992-1-1 (2011) bestätigt. Und jüngste Ergebnisse in Tailhan et al. (2013) zeigen sogar, dass die viskoelastischen Effekte unter Zug unabhängig vom Belastungsniveau bis zu 80 % niedriger ausfallen, als unter Druck. Generell muss an dieser Stelle angemerkt werden, dass die messtechnische Bestimmung von Zugkriechen gegenüber dem Druckkriechen mit deutlich größeren Unsicherheiten behaftet ist. Die Messgröße unter Zug beträgt ungefähr nur ein Zehntel gegenüber der Messgröße unter Druck und ist damit zum einen anfälliger für Messungenauigkeiten und reagiert zum anderen viel sensibler auf die Kompensation gleichzeitiger Schwinddehnungen, da diese in der Größenordnung der Verformung infolge Zugbeanspruchung liegen. Die zutreffende Ermittlung der Schwindverformung ist deshalb von entscheidender Bedeutung, wobei die Lagerung des Begleitkörpers zur Schwindkompensation nicht zuletzt so zu konzipieren ist, dass zusätzliche Kriechverformungen aus dem Probeneigengewicht in Messrichtung des Schwindens ausgeschlossen werden können.

In dieser Arbeit wurde das viskoelastische Verhalten gemäß den Beobachtungen mit eigenen Versuchen an teilweise gezwängt erhärtenden Stahlbetonstäben formuliert. Der Versuchsaufbau und erste Ergebnisse sind in Abs. 3.1 dargestellt. Generell hat sich bei der Durchführung von mittlerweile 5 Serien gezeigt, dass der Zwangkraftabbau unter Zugbeanspruchung gegenüber dem Zwangkraftabbau unter Druckbeanspruchung deutlich geringer ausgeprägt ist, wenngleich dieser auch zeitlich beschleunigt eintritt. Dahinter werden unterschiedliche Ursachen für das viskoelastische Verhalten unter Druck- und Zugbeanspruchung vermutet. Während das Verhalten unter Druck maßgeblich von der Bewegung des Kapillarporenwassers im gedrückten Zementstein abhängt, wirkt diese Erklärung für das Verhalten unter Zug wenig plausibel, da der Kapillarporenraum unter Zugbeanspruchung eher größer wird. Demgegenüber wird das Zugkriechen hauptsächlich als eine Folge von Mikrorissbildung betrachtet. Für die Bestätigung dieser These laufen derzeit eigene Zugkriechversuche an aufgehängten Betonzylindern. Letztendlich wurden Größe und zeitliche Entwicklung des viskoelastischen Potentials in dieser Arbeit mittels der Kriechfunktionen in EN 1992-1-1 (2011) modelliert, wobei

Letztendlich wurden Größe und zeitliche Entwicklung des viskoelastischen Potentials in dieser Arbeit mittels der Kriechfunktionen in EN 1992-1-1 (2011) modelliert, wobei alle Angaben für die Druckseite übernommen wurden. Für das Zugkriechen wurden gemäß den Versuchsbeobachtungen folgende Modifikationen vorgenommen:

- $\bullet$ Reduktion der Endkriechzahl für Zugbelastungen auf 30 % gegenüber der Endkriechzahl bei Druckbelastungen und
- Beschleunigung der zeitlichen Entwicklung auf der Zugseite mit einer Änderung des im Zeitbeiwert  $\beta_{\rm c} (t-t_0)$  enthaltenen Exponenten von 0,3 auf 0,17.

An dieser Stelle ist anzumerken, dass in dieser Arbeit stets der unter Druckbelastung ermittelte Elastizitätsmodul berücksichtigt wird. Für Zugbeanspruchungen ergeben sich hierbei Abweichungen, die aber mit der Modifikation der Kriechfunktionen für die Zugseite ausgeglichen werden. Abb. 2.9 zeigt das Ergebnis dieser Modifikation am Vergleich der relativen Kriechzahlentwicklung bei identem Erstbelastungszeitpunkt

nach einem Tag. Während beiden Fälle vergleichbares Anfangskriechen unterstellen, ist das Druckkriechen im weiteren Verlauf deutlich ausgeprägter.

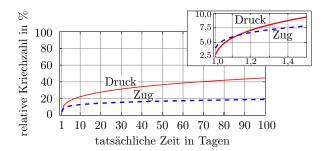


Abb. 2.9.: Relative Kriechzahlentwicklungen für Druck- und Zugbelastung

## Proportionalität von Beanspruchungsniveau und Viskoelastizität

Gemäß EN 1992-1-1 (2011) kann auf der Druckseite bis zu einem Beanspruchungsniveau von  $0.4\,f_{\rm c}$  von einem linearen Zusammenhang zwischen Beanspruchung und Viskoelastizität ausgegangen werden. Oberhalb dieser Grenze ist eine überproportionale Zunahme der viskoelastischen Effekte infolge Überschreitung der Haftzugfestigkeit und Mikrorissbildung in der Zementsteinmatrix zu erwarten. In dieser Arbeit kann dieser Zusammenhang aber vernachlässigt werden, da sich das Beanspruchungsniveau auf der Druckseite gewöhnlich unterhalb von  $0.4\,f_{\rm c}$  bewegt.

Für die Zugseite wurde ebenfalls von linearer Viskoelastizität ausgegangen. Dieses Vorgehen steht im Einklang mit den Regelungen in CEB (1980) und wurde bei den bereits genannten Versuchen übereinstimmend bis zum Niveau des 5 % - Fraktilwerts der Zugfestigkeit bestätigt. Lediglich in Grübl et al. (2001) wird die Proportionalität auf ein Niveau von 0,6  $f_{\rm ct}$  begrenzt, danach stiegen die gemessenen Verformungen beträchtlich an, was mit voranschreitender Mikrorissbildung erklärt wird. Die Untersuchungen von Zugkriechverformungen oberhalb des 5 % - Fraktilwerts der Zugfestigkeit sind aufgrund der Makrorissbildung nicht möglich.

## Superponierbarkeit viskoelastischer Effekte im Zeitverlauf

Die Superponierbarkeit von viskoelastischen Effekten zu einer Spannungsgeschichte wird durch die Ausführungen von Gutsch (1998) bestätigt bzw. durch den Ansatz in Trost (1967) bewiesen. Voraussetzung für die Superponierbarkeit ist, dass die Globalspannung im System in einem linearen Zusammenhang zur Viskoelastizität steht. Hierbei sind Superpositionen bei Entlastungen allerdings eine theoretische Überlegung und haben keinen direkten Bezug zur tatsächlichen Beanspruchung des Materials. Betrachtet man beispielsweise ein druckbeanspruchtes Element bei teilweiser Entlastung, so wird dieses

Element auch nicht gezogen sondern nur weniger gedrückt und erfährt somit in der Realität auch keine Zugbeanspruchung mit einhergehendem Zugkriechen.

Letzteres wird in dem hier formulierten Ansatz auch nicht abgebildet, da sich die hier formulierten Superposition ausschließlich auf viskoelastische Zusatzverformungen einer Belastungsrichtung beschränken. Kommen später äußere Verformungseinwirkungen mit entlastender Wirkung hinzu, so haben diese kein eigenes viskoelastisches Verhalten sondern bewirken nur eine Reduktion der bereits wirkenden viskoelastischen Zusatzverformungen.

Einzelheiten zur Superposition von be- und entlastenden Einwirkungsinkrementen sind bereits in Schlicke und Tue (2010), Schlicke und Tue (2012a) und Schlicke und Tue (2013) zu finden und werden detailliert in Abs. 2.3.2 behandelt.

Zusammenfassend werden in dieser Arbeit folgende Annahmen bei der rechnerischen Abbildung des viskoelastischen Verhaltens von Beton zugrunde gelegt:

- Relaxation und Kriechen sind zeitdiskrete Systemantworten auf ein spannungsabhängiges Verformungsbestreben und stehen mit dem Systembehinderungsgrad in Zusammenhang.
- Die zu einer Spannungserhöhung gehörige Größe des viskoelastischen Potentials kann mittels der modifizierten Kriechkurven aus EN 1992-1-1 (2011) abgebildet werden und bietet für die hier angestrebte phänomenologische Beschreibung dieses Effekts ausreichende Genauigkeit.
- Für die betrachteten Spannungsgeschichten herrscht Linearität zwischen Beanspruchungsniveau und Viskoelastizität. Für die Druckseite ist dies durch die Ausnutzung kleiner  $0.4\,f_{\rm c}$  gegeben. Auf der Zugseite kann von linearer Viskoelastizität bis zum Einsetzen der Rissbildung bei  $f_{\rm ctk,0.05}$  ausgegangen werden.
- Viskoelastische Effekte können im Zeitverlauf superponiert werden und lassen sich mit der Unterscheidung zwischen belastend und entlastend wirkenden Verformungseinwirkungen zeitdiskret gemäß Schlicke und Tue (2013) berücksichtigen.
- Weitere Berechnungsannahmen, zu denen sich nähere Informationen in Bjøntegaard (1999) und Bosnjak (2000) finden lassen, sind:
  - Viskoelastizität und Schwinden sind unabhängig voneinander, auch wenn sich das Gegenteil bis zu einem bestimmten Grad beweisen ließe.
  - Der Einfluss der Reife auf das viskoelastische Potential wird hinreichend genau über die Berechnung der Endkriechzahl auf Grundlage des effektiven Betonalters berücksichtigt.
  - Die Temperaturabhängigkeit der zeitlichen Entwicklung des viskoelastischen Potentials kann bei den betrachteten Temperaturgeschichten bis max. 55 °C vernachlässigt werden.

## 2.3.2. Rechenansatz zur Berücksichtigung der Viskoelastizität

Im Wesentlichen besteht der Ansatz zur rechnerischen Berücksichtigung der Viskoelastizität des Betons aus einer zeitschrittbasierten Superposition von viskoelastischen Zusatzverformungen entsprechend der Zwangbeanspruchung, die im Berechnungsmodell zeitdiskret und verformungsbasiert implementiert werden. Vorgestellt wird dieser Ansatz anhand des teilweise gezwängten Stabelements aus Abb. 2.10. Die reine viskoelastische Materialeigenschaft wird nachfolgend auf Grundlage der modifizierten Kriechkurven aus EN 1992-1-1 (2011) ermittelt, generell könnte der Ansatz aber auch jedes andere Materialgesetz berücksichtigen.

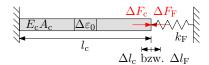


Abb. 2.10.: System zur Veranschaulichung des Berechnungsansatzes; der Stab bildet die gezwängte Betonelement ab, die Feder symbolisiert die Zwängungssituation

Infolge einer konstant im Querschnitt verteilten Verformungseinwirkung  $\varepsilon_0$  strebt das dargestellte Stabelement aus Beton eine Längenänderung an. Infolge der Wechselwirkung mit einer fest angebundenen Feder der Steifigkeit  $k_{\rm F}$  können Teile dieser Verformungseinwirkung behindert werden. Aufgrund der Steifigkeit des Betons führen die behinderten Verformungseinwirkungen zum Aufbau von Spannungen im Beton. Deren Größe kann auf Grundlage des Kräftegleichgewichts und der Verformungskompatibilität bestimmt werden. Hierfür gilt allgemein:

$$\Delta F_{\rm c} = \Delta F_{\rm F} \quad \text{und} \quad \Delta l_{\rm c} = -\Delta l_{\rm F}$$
 (2.20)

Die Längenänderungen beider Elemente können bei Auftreten einer Verformungseinwirkung  $\Delta \varepsilon_0$  im Betonelement zum Zeitpunkt  $t_k$  wie folgt bestimmt werden:

$$\Delta l_{c}(t_{k}) = \Delta \varepsilon_{0}(t_{k}) \cdot l_{c} + \frac{\Delta F_{c}(t_{k})}{A_{c}E_{c}(t_{k})} \cdot l_{c}$$

$$(2.21)$$

$$\Delta l_{c}(t_{k}) = \Delta \varepsilon_{0}(t_{k}) \cdot l_{c} + \frac{\Delta F_{c}(t_{k})}{A_{c}E_{c}(t_{k})} \cdot l_{c}$$

$$\Delta l_{F}(t_{k}) = \Delta F_{F}(t_{k}) \cdot \frac{1}{k_{F}}$$
(2.21)

Mit Glg. (2.21), Glg. (2.22) und Glg. (2.20) folgt für die Spannungsänderung  $\Delta \sigma_c$ infolge Einwirkung von  $\Delta \varepsilon_0(t_k)$  zum Zeitpunkt  $t_k$ :

$$\frac{\Delta F_{c}}{A_{c}} = \Delta \sigma_{c} (t_{k}) = -\Delta \varepsilon_{0} (t_{k}) \cdot E_{c} (t_{k}) \cdot \left[ 1 + \frac{A_{c} E_{c} (t_{k})}{k_{F} l_{c}} \right]^{-1}$$
(2.23)

Unter Einführung der zeitlich vom Elastizitätsmodul abhängenden Größe des Behinderungsgrads  $a\left(t\right)$  mit:

$$a(t) = \left[1 + \frac{A_{c}E_{c}(t)}{k_{F}l_{c}}\right]^{-1}$$
(2.24)

vereinfacht sich Glg. (2.23) zu:

$$\Delta\sigma_{c}(t_{k}) = -\Delta\varepsilon_{0}(t_{k}) \cdot a(t_{k}) \cdot E_{c}(t_{k})$$
(2.25)

Das initiale Spannungsinkrement  $\Delta \sigma_{\rm c} \left( t_k \right)$  spricht nun die viskoelastischen Materialeigenschaften des Betons an, die im ungezwängten System zu einer Kriechverformung führen würden. Im gezwängten System ist zunächst das gleiche viskoelastische Verformungspotential vorhanden. Ausgedrückt durch eine Dehnung kann das gesamte viskoelastische Verformungsbestreben einer Spannungsänderung  $\Delta \sigma_{\rm c}$  mit Belastungszeitpunkt  $t_k$  über die zugehörige Endkriechzahl zum Zeitpunkt  $t_\infty$  bestimmt werden. Zu jedem Zeitpunkt  $t_i$  gilt deshalb:

$$\varepsilon_{\text{cc},\infty}\left(t_{i},t_{k}\right) = \frac{\Delta\sigma_{c}\left(t_{k}\right)}{E_{c}\left(t_{k}\right)} \cdot \varphi_{\infty}\left(t_{k}\right) \tag{2.26}$$

 $\varphi_{\infty}\left(t_{k}\right)$  Endkriechzahl für den Belastungszeitpunkt  $t_{k}$ 

Diese Endkriechzahl beschreibt das Verhältnis zwischen der elastischen Anfangsverformung und der sich letztendlich einstellenden Kriechverformung. Stehen diese Endkriechzahlen für eine leichtere Handhabung in stetem Bezug zum Elastizitätsmodul nach 28 Tagen  $(E_{\rm c,28})$  - wie im Falle von EN 1992-1-1 (2011) - so sind sie für eine Verwendung in Glg. (2.26) entsprechend Glg. (2.27) auf den zum Belastungszeitpunkt vorherrschenden Elastizitätsmodul umzurechnen. Hierfür gilt:

$$\varphi_{\infty}(t_k) = \varphi_{\infty, \text{EC28}}(t_k) \cdot \frac{E_{\text{c}}(t_k)}{E_{\text{c},28}}$$
(2.27)

 $\varphi_{\infty, \text{EC28}}(t_k)$  Endkriechzahl, bezogen auf den 28-Tage-Elastizitätsmodul des Betons

Das ermittelte viskoelastische Verformungspotential wirkt nun in dem gezwängten Betonelement. Der zeitliche Verlauf, mit dem diese Verformungspotential entfaltet wird, kann mit Hilfe des Zeitbeiwerts  $\beta_{\rm c}\left(t_i,t_k\right)$  gemäß den Berechnungsannahmen beschrieben werden. Bei inkrementeller Betrachtung beträgt die Einwirkung in einem Zeitschritt  $t_i-t_{i-1}$  demzufolge:

$$\Delta \varepsilon_{cc} \left( t_i - t_{i-1}, t_k \right) = \varepsilon_{cc,\infty} \left( t_i, t_k \right) \cdot \left[ \beta_c \left( t_i, t_k \right) - \beta_c \left( t_{i-1}, t_k \right) \right] \tag{2.28}$$

Die Spannungsantwort auf diese zusätzliche Einwirkung im Zeitschritt  $t_i - t_{i-1}$  kann mit Glg. (2.25) bestimmt werden. Zunächst reduziert der behinderte Anteil des viskoelastischen Verformungsbestrebens die initiale Spannungsänderung um den Betrag:

$$\Delta \sigma_{\text{cc.a}} \left( t_i - t_{i-1}, t_k \right) = -\Delta \varepsilon_{\text{cc}} \left( t_i - t_{i-1}, t_k \right) \cdot a \left( t_i \right) \cdot E_{\text{c}} \left( t_i \right) \tag{2.29}$$

Gleichzeitig führt der unbehinderte Anteil des viskoelastischen Verformungsbestrebens zu einer echten Längenänderung im Betonelement, mit dem sich dieses der Belastung entzieht. Dies entspannt die behindernde Randbedingung und es wird eine zusätzliche Änderung der Gesamtspannung im System hervorgerufen. Deren Größe beträgt:

$$\Delta \sigma_{\text{cc,k}} \left( t_i - t_{i-1}, t_k \right) = -\Delta \varepsilon_{\text{cc}} \left( t_i - t_{i-1}, t_k \right) \cdot \left( 1 - a \left( t_i \right) \right) \cdot k \cdot l_c \cdot \frac{1}{A_c}$$
 (2.30)

In Summe gilt für die Spannungsänderung eines Zeitschritts  $t_i - t_{i-1}$ :

$$\Delta\sigma_{\rm cc}\left(t_{i}-t_{i-1},t_{k}\right) = -\Delta\varepsilon_{\rm cc}\left(t_{i}-t_{i-1},t_{k}\right) \cdot \left[a\left(t_{i}\right) \cdot E_{\rm c}\left(t_{i}\right) + \left(1-a\left(t_{i}\right)\right) \cdot k \cdot l_{\rm c} \cdot \frac{1}{A_{\rm c}}\right]$$
(2.31)

Durch Kombination von Glg. (2.25) und Glg. (2.31) kann die Spannungsgeschichte eines zwangbeanspruchten Betonelements infolge einer initialen Verformungseinwirkung aber noch nicht beschrieben werden.

Existiert nur eine einzige initiale Spannungsänderung, so führt der zunehmende Rückgang der Gesamtspannung im System auch zu einer Reduktion des viskoelastischen Ausgangspotentials für die weiteren Zeitschritte. Dies muss ab dem zweiten Zeitschritt dann für den jeweils folgenden Zeitschritt über eine Modifikation von  $\varepsilon_{\text{cc},\infty}$   $(t_i,t_k)$  berücksichtigt werden. Generell gilt für das gesamte viskoelastische Verformungsbestreben im Zeitverlauf:

$$i < 2: \quad \varepsilon_{\text{cc},\infty} \left( t_{i+1}, t_k \right) = \varepsilon_{\text{cc},\infty} \left( t_i, t_k \right)$$
 (2.32)

$$i \ge 2: \quad \varepsilon_{\text{cc},\infty}(t_{i+1},t_k) = \varepsilon_{\text{cc},\infty}(t_i,t_k) \cdot \min\left\{1; \frac{\sigma_{\text{c}}(t_i)}{\sigma_{\text{c}}(t_{i-1})}\right\}$$
 (2.33)

Für die Spannungsgeschichte eines zwangbeanspruchten Betonelements infolge einer einzigen initialen Verformungseinwirkung zum Zeitpunkt  $t_0$  folgt letztendlich:

$$\sigma_{\rm c}(t_n) = \Delta \sigma_{\rm c}(t_0) + \sum_{i=1}^n \Delta \sigma_{\rm cc}(t_i - t_{i-1}, t_0)$$
 (2.34)

Abb. 2.11 zeigt den zugehörigen zeitlichen Verlauf schematisch. Zu beachten ist hierbei, dass die viskoelastische Lösung zeitabhängig ist und zum Startzeitpunkt  $t_0$  noch spannungsfrei sein muss. Das erste Spannungsergebnis wird erst am Ende des ersten Zeitschritts ausgegeben, wobei die Länge des ersten Zeitschritts die Dauer des Aufbaus der äußeren Verformungseinwirkung repräsentiert.

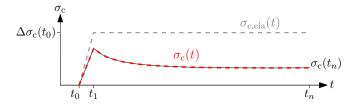


Abb. 2.11.: Spannungsgeschichte eines zwangbeanspruchten Betonelements infolge einer einzigen initialen Verformungseinwirkung zum Zeitpunkt  $t_0$ 

Bei dem gezeigten Beispiel handelt es sich allerdings um einen sehr seltenen Betrachtungsfall. In der Realität treten Verformungseinwirkungen bis auf wenige Ausnahmen immer kontinuierlich auf, sodass mit jedem weiteren Zeitschritt auch eine neue Spannungsänderung infolge einer neuen äußeren Verformungseinwirkung eingeprägt wird.

Betrachtet man zunächst den Fall der ausschließlichen Belastung, der durch gleiche Vorzeichen aller initialen Spannungsänderungen im Zeitverlauf definiert ist, so hat jede neue Spannungsänderung ein eigenes viskoelastisches Verformungspotential gemäß Glg. (2.26) und diese stellen sich gemäß ihrem jeweiligen Zeitverlauf nebeneinander ein. Für die Gesamtspannung im System gilt:

$$\sigma_{c}(t_{n}) = \sum_{k=0}^{n-1} \left[ \Delta \sigma_{c}(t_{k}) + \sum_{i=k+1}^{n} \Delta \sigma_{cc}(t_{i} - t_{i-1}, t_{k}) \right]$$
(2.35)

Abb. 2.12 veranschaulicht das Ergebnis von Glg. (2.35) schematisch. Der Zeitraum kontinuierlicher Verformungseinwirkung wird durch den Bereich  $(t_0...t_3)$  dargestellt, wo in jedem Zeitschritt auch eine äußerlich hervorgerufene Spannungsänderung wirkt. In diesen drei Zeitschritten handelt es sich um den Fall einer ausschließlichen Zunahme der Gesamtspannung (in jedem Zeitschritt ist die Spannungsänderung infolge äußerer Verformungseinwirkung größer als der Spannungsabbau aller vorhandenen Spannungsinkremente), und das viskoelastische Verformungspotential  $\varepsilon_{cc,\infty}(t_i,t_k)$  bleibt für alle vorhanden Spannungsinkremente zunächst erhalten. Nach dem Zeitpunkt  $t_3$  kommen keine äußerlich hervorgerufene Spannungsänderung hinzu und die Gesamtspannung im System fällt ab. Ab diesem Zeitpunkt nimmt das viskoelastische Verformungspotential der vorherigen Spannungsinkremente im Zeitverlauf entsprechend Glg. (2.33) ab.

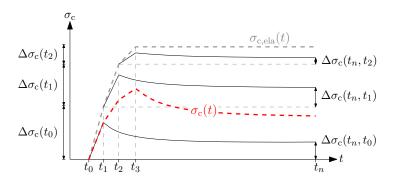
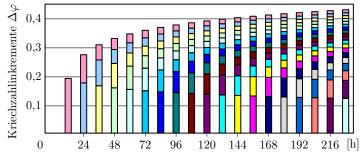


Abb. 2.12.: Spannungsgeschichte eines zwangbeanspruchten Betonelements infolge schrittweise zunehmender äußerer Verformungseinwirkung

Die hierbei schrittweise berücksichtigten Kriechzahlinkremente sind abhängig vom Auftrittszeitpunkt der jeweiligen Spannungsänderung und der Schrittweite. Sie sind unabhängig von der Größe der jeweiligen Spannungsänderung und lassen sich damit zwischen den einzelnen Zeitschritten vergleichen. Abb. 2.13 veranschaulicht dies am Beispiel der Kriechzahlinkremente für die Druckseite, wobei diese zur besseren Anschaulichkeit mit einer großen Schrittweite von 12 Stunden berechnet wurden. Der Bezug auf den tatsächlich vorhandenen Elastizitätsmodul gemäß Glg. (2.27) ist hierbei gewahrt.



Betonalter und Auftrittszeitpunkt der einzelnen Spannungsänderungen

Abb. 2.13.: Kriechzahlinkremente für Schrittweiten von 12 Stunden, wobei in jedem Zeitschritt das Auftreten einer neuen Verformungseinwirkung unterstellt wird (die Balken einer Farbe sind jeweils einander zugehörig)

Eine weiterer Aspekt ist die Entlastung infolge entgegengesetzt wirkender äußerer Verformungseinwirkungen. Das entlastende Spannungsinkrement besitzt hierbei kein eigenes viskoelastisches Verformungspotential sondern wirkt nur reduzierend auf die bisherig im System vorhandenen viskoelastischen Verformungspotentiale. Es wird

vermutet, dass diese Reduktion jeweils den energetisch attraktivsten Zustand sucht, was bei der rechnerischen Berücksichtigung allerdings zu einem hohen Aufwand führt. Im Rahmen von Heinrich (2012) konnte gezeigt werden, dass eine betragsmäßig gleiche Reduktion aller vorhandenen viskoelastischen Ausgangspotentiale zunächst ausreichende Genauigkeit bietet. Mit n als Anzahl aller im System vorhandenen viskoelastischen Verformungspotentiale gilt für deren Abminderung je nach Wirkungsrichtung:

$$\Delta \sigma_{c}(t_{i}) > 0: \quad \varepsilon_{cc,\infty}(t_{i+1},t_{k}) = \max \left\{ \varepsilon_{cc,\infty}(t_{i},t_{k}) - \frac{\Delta \sigma_{c}(t_{i})}{n \cdot E_{c}(t_{i})}; \ 0 \right\}$$
 (2.36)

$$\Delta \sigma_{c}(t_{i}) < 0: \quad \varepsilon_{cc,\infty}(t_{i+1},t_{k}) = \min \left\{ \varepsilon_{cc,\infty}(t_{i},t_{k}) - \frac{\Delta \sigma_{c}(t_{i})}{n \cdot E_{c}(t_{i})}; \ 0 \right\}$$
 (2.37)

Die Funktionsweise des vorgestellten Ansatzes wird zunächst mit einem vollständig behinderten Element mit konstantem Elastizitätsmodul von  $30\,\mathrm{GN/m^2}$  veranschaulicht. Hierfür wurde das räumliche Finite-Elemente-System in Abb. 2.14 erstellt. Die vollständige Behinderung wird über eine hydrostatische Lagerung mit unendlicher Steifigkeit realisiert (alle Knoten der Außenseiten werden normal zur jeweiligen Angrenzungsfläche festgehalten, sodass eine Volumenänderung des Modells nicht eintreten kann).

In dem Berechnungsmodell wird die Spannungsgeschichte eines jeden Elements verfolgt und die Viskoelastizität über schrittweise Verformungseinwirkungen im Zeitverlauf implementiert. Dieses Vorgehen erfolgt für alle drei globalen Richtungen des Koordinatensystems getrennt voneinander. Da angenommen werden kann, dass die Querdehnzahl für Langzeitbelastung der elastischen Querdehnzahl entspricht, wird keine zusätzliche Modifikation des Elementansatzes bei Beeinflussung einer jeden Richtung mit den Querrichtungen erforderlich, vgl. Grübl et al. (2001).



Abb. 2.14.: FEM-Modell zur Veranschaulichung des Rechenansatzes zur Viskoelastizität

Den Volumenelementen dieses FE-Modells werden unterschiedliche Verformungseinwirkungen aufgezwungen. Die Spannungsantwort zeigt Abb. 2.15. Erst sind die Verformungseinwirkungen so ausgeprägt, dass sich der Beton ausschließlich unter Druckbeanspruchung befindet, wobei zwischen beanspruchungssteigernden (a) und beanspruchungsreduzierenden (b) Einwirkungen unterschieden wird. Zwischen diesen sprunghaften Einwirkungen befinden sich stets Zeiträume, in denen keine weitere Verformungseinwirkung auftritt  $(t_v)$  und die Spannungsänderung rein durch das viskoelastische Materialverhalten verursacht wird.

An Tag 4 wird dann die vollständige Entlastung des Systems von außen aufgezwungen und anschließend erneut konstant gehalten  $(t_z)$ . Damit wird der Übergang zwischen Entlastung und Wiederbelastung veranschaulicht, wobei hier definitionsgemäß ein spannungsfreier Zustand ohne ungewolltes Weiterwirken von vorher aufgebrachten Spannungsänderungen existieren muss.

An Tag 6 wird der Beton auf der Zugseite beansprucht. Betragsmäßig sind die Verformungseinwirkungen von Tag 0 und Tag 6 ident, jedoch führt die Modifikation der Kriechkurven auf der Zugseite zu einer betragsmäßig anderen Spannungsantwort im ersten Zeitschritt und im Zeitverlauf.

Der Einfluss der Spannungsgeschichte wird außerdem im Vergleich mit einer erst am Tag 8 aufgebrachten Zwangspannung (strich-punktierte schwarze Linie) in gleicher Höhe wie die Zwangspannung mit Vorgeschichte ersichtlich. Während die zuvor eingeprägte Spannungsgeschichte ihr viskoelastisches Verformungsbestreben im Zeitverlauf schon teilweise aufbrauchte, zieht eine vollständig neue Belastung in gleicher Höhe, jedoch zu einem späteren Zeitpunkt aufgebracht, einen größeren viskoelastischen Effekt nach sich.

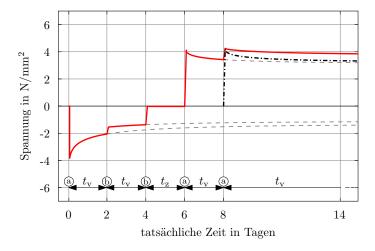


Abb. 2.15.: Spannungsgeschichte eines mehrfach sprunghaft beanspruchten Elements infolge zunehmender (a) und abnehmender (b) Verformungseinwirkung

Für eine Einordnung dieser Ergebnisse zeigt Abb. 2.16 den Vergleich der viskoelastischen Lösung mit der zugehörigen elastischen Lösung.

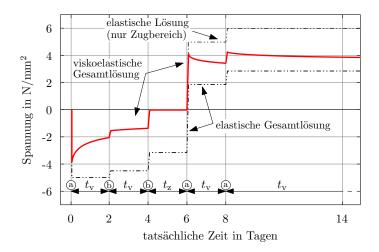


Abb. 2.16.: Vergleich der betrachteten Spannungsgeschichte mit der elastischen Lösung

In diesen Ergebnissen wird die Höhe und der zeitliche Verlauf der Gesamtspannung im System auch sehr stark vom Behinderungsgrad geprägt. Zur Veranschaulichung dieses Einflusses wurde das Berechnungsmodell gemäß Abb. 2.17 unter Ausnutzung der Symmetrie erstellt.

Die teilweise Verformungsbehinderung wird mit allseitig umgebenden Volumenelementen simuliert. Die Knoten der Außenseiten sind hierbei wieder so gehalten, dass eine globale Volumenänderung des Gesamtmodells unmöglich ist. Für die folgende Betrachtung ist die Steifigkeit der umgebenden Volumenelemente so eingestellt, dass im betrachteten Element eine Verformungsbehinderung in Höhe von 60% wirkt.

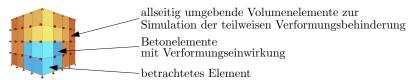


Abb. 2.17.: FEM-Modell zur Veranschaulichung der Wirkungsweise des Rechenansatzes zur Viskoelastizität bei teilweiser Verformungsbehinderung

Die Ergebnisse für eine idente Einwirkungsgeschichte zeigt Abb. 2.18. Hervorzuheben ist hierbei, dass der zeitliche Abbau der Zwangspannung bei teilweiser Behinderung abnimmt. In diesem Beispiel wird zwar zunächst eine geringere Anfangsspannung aufgebaut, doch ist der zeitliche Abbau ebenfalls geringer. Letztendlich führt die gleiche Entlastung an Tag 4 nicht zu einer vollständigen Entlastung, zum Nulldurchgang kommt es hier erst an Tag 6.

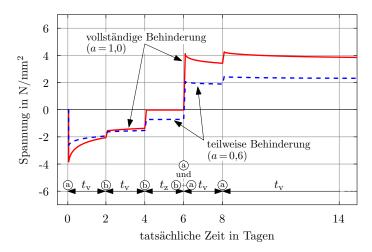


Abb. 2.18.: Einfluss des Behinderungsgrads auf die viskoelastische Spannungsgeschichte, Vergleich zwischen vollständiger und 60%-iger Verformungsbehinderung

Zur besseren Veranschaulichung sind die bisher betrachteten Verformungseinwirkungen betragsmäßig groß und haben auch große zeitliche Abstände zueinander. Die Schrittweite in den Berechnungen ist jedoch klein gehalten worden, um die inkrementelle Simulation der viskoelastischen Effekte im Zeitverlauf zu ermöglichen.

In der Realität treten die Verformungseinwirkungen allerdings fast immer allmählich auf, sodass in jedem Berechnungszeitschritt neue Verformungseinwirkungen zu berücksichtigen sind. Bei der Betrachtung von erhärtendem Beton kommt die Steifigkeitsentwicklung im Zeitverlauf hinzu. Letztendlich ist die Schrittweite der Berechnung so zu wählen, dass sowohl die Kontinuität der Verformungseinwirkung realitätsnah erfasst werden kann als auch die Annahme von nahezu konstanten elastischen Materialeigenschaften im Zeitschritt gerechtfertigt ist.

Die nachfolgende Abb. 2.19 zeigt beispielhaft die berechnete Spannungsentwicklung bei einer kontinuierlichen Verformungseinwirkung am Beispiel der adiabatischen Temperaturentwicklung des Referenzbetons. Die gezeigten Spannungen wurden hierbei mit dem vollständig behinderten Berechnungsmodell aus Abb. 2.14 ermittelt. Die viskoelastischen Lösungen basieren jeweils auf den Kriechkurven von EN 1992-1-1 (2011) mit RH = 60% und  $h_0 = 2.000\,\mathrm{mm}$ , wobei die hinterlegten Kurven aufgrund ausschließlicher Druckspannungen unmodifiziert blieben.

Des weiteren wurde die Berechnung ohne und mit Berücksichtigung der Steifigkeitsentwicklung des Referenzbetons durchgeführt. Zur Einordnung des Berechnungsergebnisses sind außerdem die elastischen Lösungen gegenübergestellt worden.

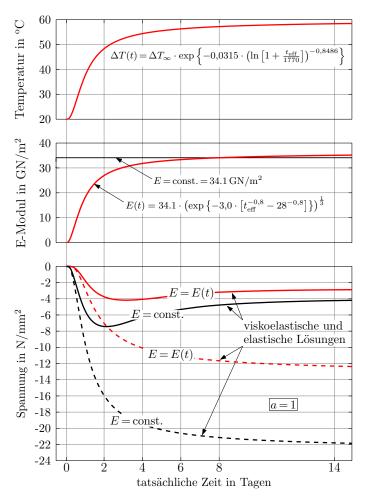


Abb. 2.19.: Spannungsgeschichte bei kontinuierlicher Verformungseinwirkung am Beispiel der adiabatischen Temperaturentwicklung unter vollständiger Behinderung mit und ohne Berücksichtigung der Entwicklung des Elastizitätsmoduls

Wird das Beispiel der adiabatischen Temperaturentwicklung im teilweise verformungsbehinderten Berechnungsmodell aus Abb. 2.18 simuliert, ändern sich die Ergebnisse deutlich. Wie Abb. 2.20 zeigt, sinken die elastisch ermittelten Spannungen generell um den Faktor des Behinderungsgrads. Bei Berücksichtigung der Steifigkeitsentwicklung ist der Unterschied der endgültigen Spannungen jedoch kleiner, da der Behinderungsgrad erst im Zeitverlauf abfällt. Zu Beginn der Festigkeitsentwicklung, wenn der Elastizitätsmodul des erhärtenden Betons noch sehr klein ist, ist die Behinderung trotz endlicher

Steifigkeit der Randbedingung immer noch fast  $100\,\%$ . Erst später wird der Einfluss eines abnehmenden Behinderungsgrads erkennbar.

Außerdem zeigt diese Betrachtung, dass der spätere Zwangkraftabbau bei teilweiser Behinderung geringer ausfällt, als bei der theoretischen Randbedingung einer vollständigen Behinderung über die gesamte Zeit. Die Ursache dafür ist, dass das viskoelastische Potential bei teilweiser Behinderung nicht ausschließlich zu einem Zwangkraftabbau führt, sondern auch eine tatsächliche Verformungsänderung hervorruft.

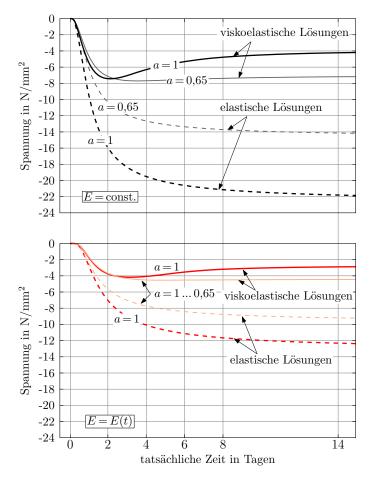


Abb. 2.20.: Einfluss des Behinderungsgrads auf die Spannungsgeschichte, veranschaulicht am Beispiel aus Abb. 2.19 (adiabatische Temperaturentwicklung) mit einer teilweisen Verformungsbehinderung in Höhe von 65%

## 3. Quantifizierung der Zwangbeanspruchungen von Betonbauteilen

Die Größe der Zwangbeanspruchung von Betonbauteilen kann zum einen messtechnisch erfasst und untersucht werden, zum anderen ist aber auch die rechnerische Bestimmung möglich. Beides kann sowohl für den Erhärtungszeitraum sowie für die Nutzungsphase zu aufschlussreichen Ergebnissen führen. Im Falle der messtechnischen Erfassung ist zu unterscheiden zwischen in-situ Messungen an Bauteilen auf der Baustelle, bei denen realistische Behinderungssituationen vorliegen, und experimentellen Versuchsaufbauten, die eine gewünschte Behinderungssituation künstlich erschaffen. Generell unterscheiden sich diese beiden Ansätze in der begrenzten Möglichkeit bei der Erfassung bestimmter Messgrößen auf der Baustelle und dem Abbild einer realistischen Behinderungssituation im Experiment.

Für die rechnerische Bestimmung stehen analytische und numerische Methoden zur Verfügung. Die Qualität beider Ansätze ist sehr stark vom Materialmodell und hierbei insbesondere vom Ansatz zur Berücksichtigung der Viskoelastizität abhängig. Unterschiede bestehen vor allem bei der zutreffenden Abbildung des Behinderungsgrads und dem Berechnungsaufwand. Während die analytische Lösung i.d.R. einen überschaubaren Rechenaufwand hat, bedarf sie stets einer zutreffenden Beschreibung des Behinderungsgrads. Demgegenüber stellt die numerische Lösung diese Größe implizit zur Verfügung, erfordert aber oftmals aufwendige Modellierungen und kann sehr rechenintensiv sein. Nachfolgend werden diese Möglichkeiten im Detail vorgestellt und mittels Beispielen demonstriert. Da der Schwerpunkt dieser Arbeit auf mechanisch basierten Methoden liegt, werden probabilistische Verfahren in diesem Zusammenhang nicht betrachtet.

## 3.1. Messtechnische Bestimmung

Wie bereits gezeigt wurde, kann Zwangbeanspruchung als ein Kompatibilitätsproblem betrachtet werden, d.h. über die Materialeigenschaft und den Behinderungsgrad im System besteht ein Zusammenhang zwischen Verformungseinwirkung, Verformungszustand und Zwangspannung. Zur Verifikation der Messergebnisse muss diese Kompatibilität mit den Messergebnissen selbst nachgewiesen werden können.

Bei in-situ Messungen auf der Baustelle ist für diese Kompatibilitätskontrolle der Einsatz von geschlossenen Messsystemen erforderlich. Das heißt, es muss die Verformungseinwirkung, der Verformungszustand und die Zwangspannung unabhängig voneinander erfasst werden, während die Materialeigenschaft und der Verformungsbehinderungsgrad nur rechnerisch zur Verfügung stehen. Hingegen ist die verformungsbehindernde Wirkung des Versuchsaufbaus bei experimentellen Aufbauten i.d.R. bekannt und rechnerisch erfassbar. Da aber der Behinderungsgrad auch vom Elastizitätsmodul des Betons abhängt, ist auch hier der Einsatz von geschlossenen Messsystemen empfehlenswert.

## 3.1.1. In-situ Messungen auf der Baustelle

Bei in-situ Messungen auf der Baustelle sollten also in einem ausgewählten Messquerschnitt an verschiedenen Punkten gleichzeitig Temperatur, Dehnung und Spannung erfasst werden. Dabei sind möglichst all jene Punkte im Querschnitt zu beobachten, die generell unterschiedliches Verhalten aufweisen. Gemeint sind hier vor allem Punkte im Randbereich des Bauteils (luft- und erdseitig) sowie Punkte in der Kernzone. Zusätzliche Punkte in den Übergangsbereichen zwischen Rand- und Kernzone geben oft wertvolle Informationen zu den nicht-linearen Anteilen von Temperaturänderung und Spannung. Für die Temperaturmessung sind Thermoelemente oder PT100-Sensoren üblich. Für die Dehnungsmessung stehen Schwingsaiten zur Verfügung und zur Spannungsmessung können Stressmeter herangezogen werden. Abb. 3.1 zeigt die Messinstrumente.

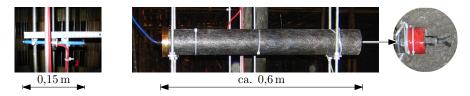


Abb. 3.1.: Messinstrumente zur Erfassung von Dehnung und Spannung im Beton; links: Schwingsaite (Dehnung); rechts: Stressmeter (Spannung)

Die Möglichkeit der gleichzeitigen Applikation von Temperatursensor, Schwingsaite und Stressmeter in einem Messpunkt hängt stark von der Querschnittgeometrie ab, denn sie müssen allesamt in einem Bereich liegen, der gleiches Verhalten aufweist ohne sich untereinander gegenseitig zu beeinflussen. Aus Kosten- und Platzgründen werden gewöhnlich nur zwei Messpunkte eines Querschnitts mit einem vollständigen Setup ausgestattet, alle weiteren Messpunkte erhalten nur Temperatursensoren und Schwingsaiten. Üblich ist auch eine zusätzliche Anordnung von weiteren Temperatursensoren zwischen diesen Messpunkten, um das Temperaturprofil noch genauer zu erfassen. Abb. 3.2 zeigt die Anordnung der Messinstrumente in den Haupt-Messquerschnitten von zwei Messvorhaben, mit denen die Auswertung der Messgrößen demonstriert wird.

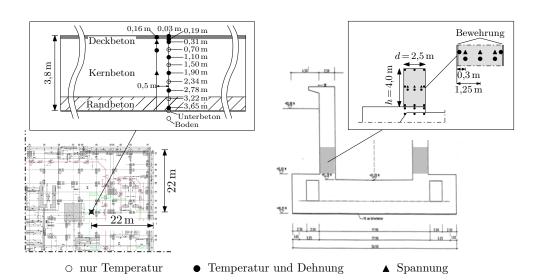


Abb. 3.2.: Anordnung der Messinstrumente im Messquerschnitt; **links:** Bodenplatte Kraftwerk Boxberg; **rechts:** Kammerwand Schleuse Sülfeld

Bei der Auswertung solcher Messprogramme muss berücksichtigt werden, dass die Verformungseinwirkung im System je nach Behinderungsgrad zu einer Änderung der freien Verformung und zu einer Änderung der Spannung führt. Beide Teile werden je nach Einwirkung von den Sensoren vermischt erfasst. Tab. 3.1 gibt eine Übersicht zu diesem Zusammenhang.

Tabelle 3.1.: Messgrößen der Sensoren bei frühem Zwang

Sensor	Messgröße	Einheit
Temperatursensor	Temperatur	°C
Schwingsaite	behinderte Temperaturdehnung	
	freie Schwindverformung	mm/m
	Kriechdehnung	
Stressmeter	behinderte Temperaturdehnung	
	behinderte Schwindverformung	mm/m
	Relaxation	

Hintergrund ist die Wirkungsweise der Schwingsaite. Das Messprinzip basiert auf der Messung der Frequenz einer schwingenden Stahlsaite, die zwischen zwei Endplatten gespannt ist und durch eine Spule zur Schwingung angeregt wird. Damit die Stahlsaite frei schwingen kann, wird sie von einem Hohlzylinder umgeben. Bewegen sich die End-

platten aufeinander zu oder voneinander weg, so ändert sich die Kraft in der Stahlsaite und demzufolge auch deren Eigenfrequenz. Die Messgröße der Eigenschwingung lässt auf die Relativbewegung der Endplatten schließen.

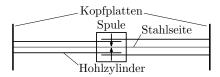


Abb. 3.3.: schematischer Aufbau einer Schwingsaite

Beim Einsatz in Beton wird zwar das unterschiedliche Wärmedehnungsverhalten von Beton und Messgerät mit einer herstellerseitig vorgegebenen Umrechnung berücksichtigt, jedoch entspricht die bereinigte Temperaturdehnung des Messgerätes dann der Temperaturdehnung des Betons. Dementsprechend wird mit diesem verformungsbasierten System gemäß Abb. 3.4 lediglich der behinderte Anteil der Verformungseinwirkung erfasst. In einem frei gelagerten System wird kein Messwert aufgezeichnet, da die Relativbewegung der Schwingsaitenkopfplatten infolge Temperaturdehnung des Betons durch die Temperaturdehnung der Schwingsaite kompensiert wird. Der Messwert beträgt Null, während die tatsächliche Dehnung  $\alpha_{\rm T} \cdot \Delta T$  entspricht. Hingegen wird bei einem vollständig verformungsbehinderten System durch die Temperaturdehnung der Schwingsaite im Schutzrohr ein Messwert aufgezeichnet, obwohl tatsächlich keine Dehnung stattfindet.

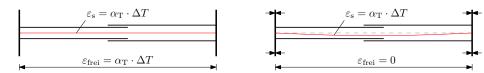


Abb. 3.4.: Verhalten der Schwingsaite je nach Einbauzustand; **links:** bei vollständiger Verformungsfreiheit; **rechts:** bei vollständiger Verformungsbehinderung

Für eine Aussage zur tatsächlich im System stattfindenden Dehnung  $\varepsilon_{\text{frei}}$  muss die Temperaturbeanspruchung an der Messstelle hinzugezogen werden. Es gilt:

$$\varepsilon_{\text{frei}} = \varepsilon_{\text{mess}} + \alpha_{\text{T}} \cdot \Delta T_{\text{mess}}$$
 (3.1)

Zwar werden Temperatur und Dehnungsänderungen bereits ab dem Einbau des Betons erfasst, doch dürfen die Dehnungsänderungen aus der Schwingsaite erst ab dem rechnerischen Beginn der Festigkeitsentwicklung des umgebenden Betons aufintegriert werden. Die Betonspannung infolge Verformungseinwirkung kann dann aus dem Messwert der Schwingsaite unter Berücksichtigung der dazugehörigen Werkstoffeigenschaften

des umgebenden Betons berechnet werden. Hierfür müssen zunächst die Messgrößen zugeordnet werden. Mit Glg. (2.1) und Glg. (3.1) kann allgemein geschrieben werden:

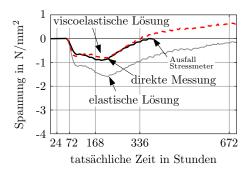
$$\sigma_c = (\varepsilon_{\text{mess}} - \varepsilon_{\text{cs}} - \varepsilon_{\text{cc}}) \cdot E_c \tag{3.2}$$

Für die Betrachtung von erhärtendem Beton muss dieser Zusammenhang unter Berücksichtigung der Entwicklung des Elastizitätsmoduls des Betons, seinen viskoelastischen Eigenschaften und seinen Schwindverformungen formuliert werden.

Während die Entwicklung des Elastizitätsmoduls gemäß Abs. 2.1.4 aus dem isothermen Probenverhalten unter Laborbedingungen unter Berücksichtigung der Alterung des Betons gemäß der Temperaturgeschichte in der Messumgebung für jeden Zeitschritt ermittelt werden kann, lassen sich die viskoelastischen Eigenschaften über das vorgestellte Modell aus Abs. 2.3.2 zeitschrittbasiert beschreiben. Eine Möglichkeit zur Berücksichtigung der Schwindverformungen des Betons ist mit Abs. 2.2 gegeben.

Das Ergebnis einer solchen Vorgehensweise zeigt Abb. 3.5 am Beispiel der Kompatibilitätskontrolle der vorgestellten Messprogramme. Zu sehen ist der Vergleich zwischen der mittels Stressmeter direkt gemessenen Spannung und der aus der Schwingsaitenmessung ermittelten Spannung gemäß Glg. (3.2).

In beiden Fällen erfolgt die Berücksichtigung der Entwicklung des Elastizitätsmoduls auf Versuchsergebnissen unter Berücksichtigung der Betonalterung mittels Glg. (2.2), die Viskoelastizität wurde gemäß Abs. 2.3 mit dem dort vorgestellten Ansatz zeitdiskret implementiert und das autogene Schwinden wurde auf Basis der Betonfestigkeitsklasse gemäß Abs. 2.2 berücksichtigt.



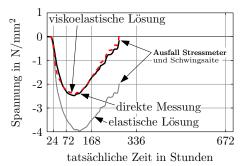


Abb. 3.5.: Kompatibilitätskontrolle der vorgestellten Messvorhaben mittels direkter Spannungsmessung und aus Schwingsaitenmessung ermittelter Spannung; links: Bodenplatte Kraftwerk Boxberg; rechts: Kammerwand Sülfeld

Die berechnete Betonspannung aus dem Messergebnis der Schwingsaite gemäß Glg. (3.2) zeigt eine gute Übereinstimmung zum Messergebnis der direkten Spannungsmessung.

Allerdings ist der Bereich einer funktionstüchtigen Spannungsmessung in beiden Messvorhaben begrenzt. Im Falle der Bodenplatte werden nach dem vollständigen Abbau der Druckspannungen keine Zugspannungen gemessen, obwohl der Dehnungssensor eine solche Entwicklung anzeigt. Im Falle der Kammerwand kommt es bei  $t=390\,\mathrm{h}$  zur Rissbildung im Umfeld des Sensors, sodass Spannungs- und Dehnungssensor ab diesem Zeitpunkt keine verlässlichen Werte mehr liefern. Generell bestätigen diese Ergebnisse nochmals die Notwendigkeit einer Berücksichtigung der Viskoelastizität.

Abb. 3.6 zeigt die Ergebnisse für jeweils drei ausgewählte Messpunkte der vorgestellten Messvorhaben. Diese befinden sich in der Mittelachse des Bauteils jeweils an Unterseite, im Kernbereich und Oberseite. Diese Punkte werden in Abs. 3.2.2 für einen Vergleich mit den Berechnungsergebnissen der numerischen Simulation herangezogen.

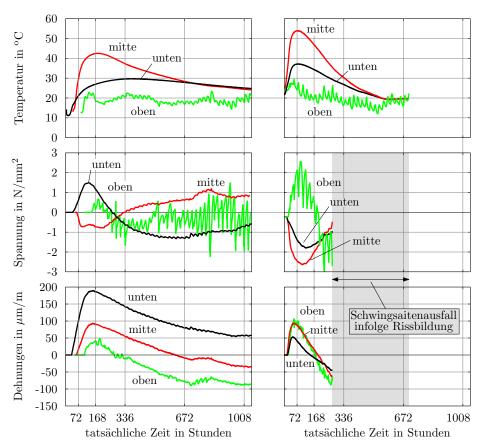


Abb. 3.6.: Messergebnisse der vorgestellten Messprogramme; **links:** Bodenplatte Kraftwerk Boxberg; **rechts:** Kammerwand Schleuse Sülfeld

## Übertragung der Messtechnik auf Monitorings im Nutzungszeitraum

Leider lässt sich der für erhärtenden Beton vorgestellte Messaufbau nicht sicher in die Nutzungsphase des Bauwerks übertragen. Wie verschiedene Messprogramme der Vergangenheit zeigten, ist die Funktionstüchtigkeit der Schwingsaiten und Stressmeter ist auf der Zugseite - insbesondere nach der Rissbildung - eingeschränkt und liefert nicht immer zuverlässige Werte.

Wird im Bauteil eine kritische Spannung erreicht, sind Schwingsaite und Stressmeter eine Störstelle und die Rissbildung (auch Mikrorissbildung) trat vorzugsweise im Umfeld dieser Sensoren auf. Und nach Rissbildung im Sensorumfeld sind deren Messergebnisse wenig aufschlussreich. Für die Erfassung von Zwangbeanspruchungen im Nutzungszeitraum sind daher weitere Maßnahmen erforderlich, wie beispielsweise beim Monitoringprogramm der Kammerwand Schleuse Wusterwitz, vgl. Weisner et al. (2013) oder Tue et al. (2012). Dort wird mittels Temperaturaufzeichnungen im Querschnitt sowie umfangreicher Setzdehnungsmessungen und Risskartierungen auf der Wandkrone der Einfluss der jahreszeitlichen Temperaturänderung erfasst. Abb. 3.7 gibt einen Eindruck von der Vorgehensweise bei diesem Vorhaben.

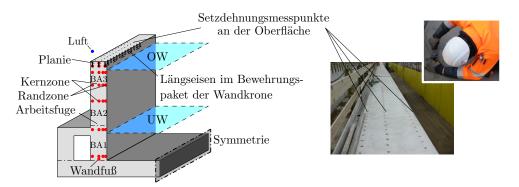


Abb. 3.7.: Rissmonitoring Kammerwand Schleuse Wusterwitz zur Erfassung der Zwangbeanspruchung in der Nutzungsphase mittels Setzdehnungsmesspunkten

Alternativ wird bei diesen Messaufgaben auch die Eignung von Lichtwellenleitern diskutiert. Allerdings scheint die Entwicklung von Rissbreitenmonitorings mittels Lichtwellenleitern mit sehr hohen Kosten verbunden zu sein und deshalb spricht deren Kosten-Nutzen-Verhältnis nicht zuletzt aufgrund eingeschränkter Praxistauglichkeit und unsicherem Erkenntnisgewinn derzeit noch gegen den Baustelleneinsatz.

## 3.1.2. Messungen mittels experimentellen Versuchsaufbauten

Eine weitere Möglichkeit zur Quantifizierung der Zwangspannungen in Betonbauteilen besteht in Messungen mittels experimentellen Versuchsaufbauten. Zunächst sind hierbei Versuche zur Bestimmung des reinen Werkstoffverhaltens von Versuchen zur Analyse des Bauteilverhaltens zu unterscheiden.

Ersteres kann heutzutage sehr erfolgreich mit einer Temperatur-Spannungs-Prüfmaschine (TSTM) durchgeführt werden. Einfachere Möglichkeiten zur Bestimmung der Reißneigung auf Materialebene bieten außerdem so genannte Belastungsrahmen (Berücksichtigung von realen Temperaturbedingungen bei hoher Zwängung) oder Restrained Ring Tests analog ASTM/C1581-04 (2004) (hauptsächlich Betrachtung von Schwindverkürzungen), Abb. 3.8.

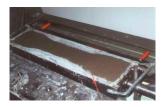




Abb. 3.8.: Möglichkeiten experimenteller Untersuchung erhärtungsbedingter Zwangspannungen; links: Belastungsrahmen MPA Braunschweig [mpa.tu bs.de (2012)]; rechts: Restrained Ring Test [cement.org (2012)]

Demgegenüber kann die experimentelle Untersuchung der Zwangspannungen auf Bauteilebene mit so genannten Reißrahmen durchgeführt werden. Aufgrund der erforderlichen Steifigkeit ist deren Aufbau zwar sehr massiv und aufwendig, dafür liefert dieser Versuchsstand aber zusätzliche Informationen zum Zusammenspiel von Temperaturentwicklung und Spannungsgeschichte. In der Vergangenheit lag der Fokus dieser Untersuchungen aber hauptsächlich auf der Untersuchung der Rissempfindlichkeit und der Ermittlung der so genannten Risstemperatur, vgl. Plannerer (1998).

Aktuell wird am Institut für Betonbau der Technischen Universität Graz ein Versuchsprogramm durchgeführt, dass die experimentelle Untersuchung der gesamten Spannungsgeschichte im gesamten Lebenszeitraum eines Betonbauteils mit Hilfe von zwei Zwangrahmen ermöglicht. Hierbei steht vor allem die Analyse der Spannungsgeschichte unter wirklichkeitsnaher Zwängungssituation im Vordergrund. Im Detail wurden hierfür zwei idente massive Stahlrahmen konstruiert, zwischen deren Häuptern jeweils ein hängend gelagerter Stahlbetonstab betoniert werden kann.



Abb. 3.9.: Versuchsaufbau der TU Graz zur experimentellen Untersuchung der Zwangspannungen in Erhärtungsphase und Nutzungszeitraum

Durch Wärmedämmungsmaßnahmen werden in den erhärtenden Stäben Temperaturgeschichten erreicht, die vergleichbar mit Massenbeton sind. Die damit einhergehende Temperaturdehnung in den Stäben wird durch die Rahmen behindert und die resultierende Zwangkraft mittels Kraftmessdosen im Rahmen jeweils kontinuierlich aufgezeichnet. Gleichzeitig erlauben Wegaufnehmer die Verfolgung der tatsächlichen Verformung. Durch die gleichzeitige Ausführung der Versuche in den unabhängig voneinander funktionierenden Rahmen mit Variation der Zeiträume thermischer Nachbehandlung in beiden Betonstäben erlaubt eine Bewertung des Einflusses klimatischer Randbedingungen und thermischer Nachbehandlungsmaßnahmen im direkten Vergleich.

Nach der Erhärtungsphase können den Betonstäben mittels Hubzylindern weitere Verformungseinwirkungen aufgezwungen werden. Dies ermöglicht nicht nur die Betrachtung des Verhaltens unter Zwangbeanspruchung in der Nutzungsphase, sondern erlaubt auch

Die Messergebnisse im Erhärtungszeitraum der ersten Versuchsserie zeigt Abb. 3.10. Gegenüber stehen sich jeweils der konstant im Querschnitt wirkende Temperaturanteil sowie die resultierende Betonspannung im Versuchskörperquerschnitt. Beide Körper wurden nahezu zeitgleich mit Beton aus derselben Charge hergestellt und bis zum Erreichen der Maximaltemperatur ident nachbehandelt. Anschließend wurde bei einem Versuchskörper die Wärmedämmung plötzlich entfernt und ein sofortiges Auskühlen hervorgerufen. Hierdurch nimmt die Zwangspannung auf der Zugseite deutlich zu. Die Zugfestigkeit wird hierbei aber nicht erreicht. Parallel verbleibt der zweite Versuchskörper in der Wärmedämmung und kühlt kontrolliert aus. Die Zwangspannung steigt gemäß der vorhandenen Steifigkeit. Ein Zwangkraftabbau mit zunehmender Zeit ist in beiden Körpern nicht zu beobachten.

eine Untersuchung der realen Überlagerung von frühem und spätem Zwang.

Hinsichtlich einer tieferen Auswertung sei an dieser Stelle auf die nachfolgenden Betrachtungen in Abs. 3.2.1 verwiesen.

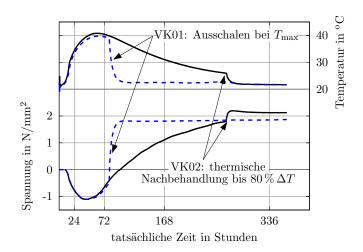


Abb. 3.10.: Temperaturen und Spannungen in den Probekörpern von Versuchsserie 01

Im Rahmen dieser Arbeit liegt der Fokus bei der Auswertung der Zwangrahmen vor allem auf der Untersuchung des Einflusses der viskoelastischen Betoneigenschaften auf die Spannungsgeschichte im Erhärtungszeitraum des Betons. Darüber hinaus kann mit diesem Aufbau aber auch die Spannungsgeschichte sowie die Entwicklung der Rissbreite im gesamten Lebenszyklus eines Bauteils untersucht werden.

## 3.2. Rechnerische Ermittlung

Die rechnerische Ermittlung der Zwangbeanspruchung beruht ebenfalls im Wesentlichen auf der Einhaltung der Verformungskompatibilität. Grundlegend kann hierbei zwischen integrativen Lösungen und zeitschrittbasierten Betrachtungen unterschieden werden. Aufgrund der parallelen Veränderung verschiedener Eingangsgrößen, aber insbesondere wegen des Vorzeichenwechsels in der Spannungsgeschichte und den zugehörigen viskoelastischen Effekten im System, gelingt die exakte Erfassung dieses Problems aus Sicht des Autors nur mit einem zeitschrittbasierten Ansatz. Demgegenüber können integrative Formulierungen stets nur Näherungslösungen liefern, wenngleich der deutlich geringere Rechenaufwand solcher Ansätze sehr attraktiv ist. Für die rechnerische Ermittlung der Zwangspannungen werden deshalb zunächst nur zeitschrittbasierte Lösungen betrachtet. Nachfolgend wird dies sowohl für analytische als auch numerische Ansätze näher vorgestellt.

## 3.2.1. Analytische Berechnung

Generell liegen der analytischen Berechnung die Betrachtungen gemäß Abs. 2.3.2 zu Grunde, wobei die Herausforderung in der zutreffenden Beschreibung der Verformungseinwirkung und einer exakten Abbildung des Behinderungsgrads besteht. Nach einer kurzen Übersicht zur Definition der erforderlichen Eingangswerte und Abschätzung der Randbedingungen einer solchen Berechnung werden die experimentell im vorgestellten Zwangrahmen gemessenen Zwangspannungen auf analytischem Wege nachgerechnet.

Während die Schwindeinwirkung i.d.R. sehr zutreffend gemäß Abs. 2.2 auf Grundlage der Betonalterung beschrieben werden kann, stehen für die Abschätzung der Temperaturgeschichte des erhärtenden Bauteils unterschiedliche Formelwerke zur Verfügung. Neben der gleichmäßig im Querschnitt verteilten Temperaturänderung (Ausdehnung / Verkürzung des Bauteils) sind hier auch Temperaturunterschiede im Querschnitt (Verwölbung / Aufschüsseln des Bauteils bzw. nicht-linear verteilte Einwirkungen) von Bedeutung. Röhling (2009, S.112 ff.) bietet für deren Abschätzung umfangreiche Möglichkeiten unter Berücksichtigung von Betonrezeptur, Querschnittsmassigkeit, Nachbehandlungsmaßnahmen und klimatischen Randbedingungen. In Kombination mit den Einwirkungen aus Schwinden und gegebenenfalls auch Setzungen kann letztendlich die Einwirkungsgeschichte angenähert werden.

Für die Vorhersage des Behinderungsgrads im System ist außerdem der Verlauf der Steifigkeitsentwicklung des Betons erforderlich. Grundsätzlich richtet sich der Behinderungsgrad nach:

- Verteilung der Einwirkung im Querschnitt (gleichmäßig und/oder graduell),
- Art der Zwängung (äußerer zentrischer oder exzentrischer Zwang und/oder Biegezwang mit oder ohne Eigenspannungen) und
- Steifigkeitsverhältnis von behindertem Bauteil zu Verformungsbehinderung.

Letztendlich ergeben sich hierdurch sehr unterschiedliche Situationen, die einer bauteilspezifischen Einschätzung bedürfen. Betrachtet man beispielsweise ein Bauteil mit gleichmäßig im Querschnitt verteilter Einwirkung, dass einer ausschließlich zentrisch wirkenden Verformungsbehinderung ausgesetzt ist, so kann diese Situation mit dem in Abb. 2.10 gezeigten teilweise eingespannten Stab beschrieben werden. Dies gilt auch für die geometrischen Randbedingungen des vorgestellten Zwangrahmens. Dessen Behinderungsgrad bewegt sich somit in einer Bandbreite von:

$$a\left(t\right) = \frac{1}{1 + \frac{A_{c}E_{c}\left(t\right)}{k_{\text{Rahmen}}l_{c}}} = \frac{1}{1 + \frac{0.0625\,\text{m}^{2} \cdot E_{c}\left(t_{\text{eff}}\right)}{1053\,\text{MN/m} \cdot 3.7\,\text{m}}} = \frac{1}{1 + 1.6 \cdot 10^{-5} \cdot E_{c}\left(t_{\text{eff}}\right)} = 1.0 \dots 0.65$$

$$(3.3)$$

Der zeitliche Verlauf dieses Behinderungsgrads folgt der Entwicklung des Elastizitätsmoduls des Betons. Und durch dessen Abhängigkeit vom effektiven Betonalter, das wiederum an die Temperatur im Bauteil gekoppelt ist, entsteht ein zeitdiskretes Zusammenspiel dieser Größen. Abb. 3.11 zeigt alle drei Größen im Zeitverlauf für den Versuchskörper VK02 der Versuchsserie 01. Anschließend wird die Vorgehensweise bei analytischer Bestimmung der Zwangspannungen mit der Nachrechnung dieser Ergebnisse demonstriert. Diese Ergebnisse wurden aufgrund des ausgeprägten Zeitraums des Zugspannungsaufbaus und der damit verbundenen besseren Anschaulichkeit gewählt.

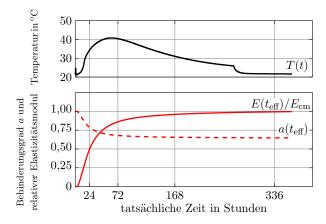


Abb. 3.11.: Zwangrahmenversuchsserie 01/VK02: Temperaturverlauf im Beton, Entwicklung des Elastizitätsmoduls und zugehöriger Behinderungsgrad

Auf Grundlage von Glg. (2.25) kann mit diesen Eingangsgrößen zunächst die elastische Spannungsantwort im Zeitverlauf inkrementell bestimmt werden. Hierfür gilt:

$$\sigma_{c}(t_{n}) = \sum_{k=0}^{n-1} -\Delta\varepsilon_{0}(t_{k}) \cdot a(t_{k}) \cdot E_{c}(t_{k})$$
(3.4)

Die mit dieser Spannungsgeschichte einhergehenden viskoelastischen Effekte im Beton lassen sich im Zeitverlauf gemäß Glg. (2.35) rechnerisch integrieren. Die Materialparameter entsprechen dem Referenzbeton in Kapitel 2.

Diese Vorgehensweise führt zu der guten Übereinstimmung zwischen Messung und Berechnungsergebnis, vgl. Abb. 3.12. Bei Entfernen der thermischen Nachbehandlung wird die tatsächliche Systemantwort jedoch etwas überschätzt. Die Ursache hierfür wird vor allem in der bei Beendigung der Nachbehandlungsmaßnahme erreichten Gesamtspannung im Betonstab gesehen. Diese erreicht das Niveau des  $5\,\%$ - Fraktilwerts der Zugfestigkeit, sodass von Nicht-Linearität in der Zugbruchdehnung des Betons auszugehen ist, was aber vom Modell noch nicht erfasst wird.

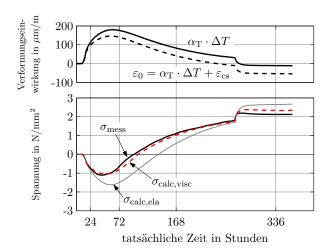


Abb. 3.12.: Zwangrahmenversuchsserie 01/VK02: Verformungseinwirkung und Vergleich zwischen analytisch berechneter Spannung und gemessener Spannung

Insgesamt zeigt dieses Beispiel, dass die analytische Herangehensweise prinzipiell gute Ergebnisse ermöglicht. Jedoch ist die Definition des zeitlichen Verlaufs der Verformungseinwirkung nicht trivial und auch die Beschreibung des Behinderungsgrads im Zeitverlauf komplex - insbesondere bei der Betrachtung von Bauteilen, bei denen eine Verformungseinwirkung zu unterschiedlich stark behinderten Verformungsbestrebungen führt bzw. unterschiedliche Typen von Verformungseinwirkungen gleichzeitig auftreten, die unterschiedlich stark behindert werden.

Betrachtet man beispielsweise den Regelfall einer Wand auf einem Fundament, wobei die Wand gegenüber dem Fundament ein gleichmäßig im Querschnitt verteiltes Verkürzungsbestreben aus  $\Delta T_{\rm N}$  aufweist, so wird dieses Verkürzungsbestreben zunächst über das Dehnsteifigkeitsverhältnis von Wand zu Fundament behindert. Der Grad dieser Behinderung muss im Zeitverlauf kleiner als eins werden. Gleichzeitig wirkt diese Verformungsbehinderung aber exzentrisch am Wandfuß. Das ruft eine zusätzliche Verkrümmung des Gesamtquerschnitts hervor, die mit zunehmender Wandlänge und Aktivierung des Eigengewichts bis zu 100 % behindert wird.

Mit zunehmender Massigkeit in den Querschnitten von Wand und Bodenplatte wird außerdem eine Temperaturgradiente  $\Delta T_{\rm M}$  eingeprägt, die neben Verkrümmung oder Verwölbung und damit Biegespannungen noch weitere mit dem Dehnsteifigkeitsverhältnis in Zusammenhang stehende Normalspannungsanteile erzeugt. Abb. 3.13 verdeutlicht diese Zusammenhänge grafisch.

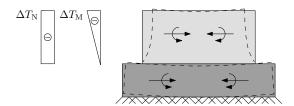


Abb. 3.13.: Verformungseinwirkungen und deren Behinderung bei Wand-Fundament-Systemen

Dies alles muss von der analytischen Betrachtung nun aber in einem Rechengang erfasst werden, da die viskoelastischen Effekte eines jeden Materialpunkts von dessen Gesamtspannung abhängig sind. Nicht zuletzt aus diesem Grund bieten sich numerische Lösungsmethoden an, da sie eine Abbildung des globalen Bauteilverhaltens unter Berücksichtigung der echten Geometrie ermöglichen. Darüber hinaus kann auch der Scheibenspannungszustand erfasst werden, der insbesondere bei praxisüblichen Geometrieverhältnissen von Bedeutung sein kann.

### 3.2.2. Numerische Simulation

Die numerische Simulation der Zwangbeanspruchung von Betonbauteilen besteht in der Regel aus zwei Teilen. Zunächst wird die Temperaturgeschichte des Bauteils simuliert und anschließend wird die mit dieser Verformungseinwirkung einhergehende Spannungsentwicklung berechnet. Beide Teile unterliegen Veränderungen im Zeitverlauf, wobei die Berechnung schrittweise erfolgt. Für erhärtenden Beton ist hierbei große Aufmerksamkeit auf die zeitliche Synchronisation von Verformungseinwirkung (Wärmefreisetzung, Schwinden, klimatische Randbedingung) und mechanischer Eigenschaft (Festigkeitsentwicklung und Viskoelastizität) zu legen.

Darüber hinaus hängt die Güte einer numerischen Simulation von verschiedenen anderen Punkten ab, die nachfolgend detailliert betrachtet werden.

## Notwendigkeit von Volumenmodellen

Die numerische Simulation der Zwangbeanspruchung von Betonbauteilen ist generell unabhängig vom Elementansatz, doch sind ingenieurmäßige Betrachtungsweisen an Stäben oder Scheiben oft nur begrenzt geeignet. Insbesondere bei massigen Bauteilen ist eine volumetrische Abbildung oft unumgänglich, da sich der Wärmefluss hauptsächlich in der Querschnittsfläche einstellt, die maßgebliche Beanspruchungsrichtung i.d.R. aber quer dazu liegt. Abb. 3.14 verdeutlicht dies am Beispiel einer Bodenplatte, deren Wärmefluss hauptsächlich vertikal ausgerichtet ist und die größten Spannungen aber in

horizontaler Richtung auftreten, bzw. einer dicken Wand auf einem Fundament, deren Wärmefluss hauptsächlich in der Querschnittsebene stattfindet, die größten Spannungen aber horizontal in Längsrichtung entstehen.

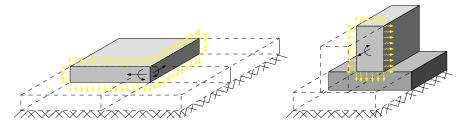


Abb. 3.14.: Erforderlichkeit von volumetrischen Berechnungsmodellen aufgrund unterschiedlicher Ausrichtung von Wärmefluss und Zwangbeanspruchung

#### Netzfeinheit und Symmetrie

Die notwendige Netzfeinheit in solchen Modellen ist vor allem von der Temperaturgradiente im Querschnitt abhängig, die maßgeblich von den klimatischen Randbedingungen und dem Baufortschritt geprägt wird. Dadurch erfahren Randzone und Kernbereich des Bauteils unterschiedliche Temperaturgeschichten, sodass Betonalter, Wärmefreisetzung und Festigkeitsentwicklung sowie Schwinden und Viskoelastizität im Querschnitt unterschiedlich verteilt sind. Letztendlich muss die Elementteilung so ausgelegt sein, das diese Verteilung realitätsnah erfasst wird. Während die Randbereiche damit eine sehr feine Diskretisierung benötigen, kann die Länge einer Elementkante im Mittenbereich deutlich größer ausfallen.

Um den Berechnungsaufwand möglichst gering zu halten, sollten diese Modelle außerdem unter Ausnutzung der Symmetrie erstellt werden, wobei auf eine realitätsnahe Randbedingung in den Symmetrieflächen zu achten ist. In der Regel wird dies gewährleistet, wenn alle Knoten dieser Symmetriefläche normal zur Symmetriefläche unverschieblich gehalten sind. Die zudem erforderliche Einspannung in der Symmetriefläche wird hierbei durch die Knotenfesthaltung über die Höhe realisiert.

## Lagerung in Eigengewichtsrichtung

Während das Berechnungsmodell durch die Symmetrieausnutzung in horizontaler Richtung bereits geeignet gehalten ist, muss die Lagerung in Eigengewichtsrichtung zusätzlich vorgegeben werden. In der Regel erfordert dies eine Definition von Bettungsfedern in der Lagerebene, sodass die Verkrümmungsbehinderung durch Aktivierung des Eigengewichts erst mit zunehmenden Randabstand aufgebaut werden kann. Demgegenüber würden vertikale Knotenfesthaltungen jedes Verkrümmungsbestreben vollständig behindern und zu einer Zugbeanspruchung in der Lagerebene führen, die in der Realität nur in

Ausnahmefällen aufgenommen werden könnte. In Abhängigkeit der Bauteilschlankheit führt die Vernachlässigung dieses Zusammenhangs bei Platten zu einer Überschätzung des Biegezwangs, hingegen wird die kritische Zwangspannung am Wandfuß bei üblichen Wand-Fundament-Systemen unterschätzt. Die Hintergründe dafür werden in Abs. 4.2.2 und Abs. 4.3.2 detailliert behandelt.

Die Bettungssteifigkeit kann im Berechnungsmodell auf der sicheren Seite als unendlich drucksteif angenommen werden. Auf der sicheren Seite liegt diese Vereinfachung deshalb, weil das Verkrümmungsbestreben in der Realität auf eine Nachgiebigkeit im Baugrund trifft. Das führt zu einer weiteren Abnahme des Behinderungsgrads durch Ausbildung einer Mulden- bzw. Sattelform in der Lagerebene, was sich rechnerisch jedoch nur schwer erfassen lässt.

Durch die drucksteife Bettung wird der Effekt zusätzlicher Biegespannungen aus der Boden-Bauwerk-Interaktion infolge Eigengewicht noch nicht erfasst. Wenn die Gesamtquerschnittshöhe erst allmählich aufgebaut wird, führt die Boden-Bauwerk-Interaktion infolge Baufortschritt im Vergleich zu einer Betrachtung am Eingusssystem zu einer starken Zunahme der Spannungen an der Unterseite des Bauteils. Eine kombinierte Betrachtung von Zwang und Eigengewichtslast kann jedoch erforderlich sein, da die viskoelastischen Eigenschaften stets von der Gesamtspannung im Material abhängen. In diesem Fall sollte die Bettung gemäß der Bodennachgiebigkeit unter Eigengewicht definiert werden. Zu beachten ist hierbei, dass selbst bei homogenen Baugrundverhältnissen in der Fläche die Definition einer inhomogen Bettungsverteilung erforderlich sein kann, um die Setzungsmulde bzw. den Setzungssattel realitätsnah abbilden zu können.

## Horizontale Boden-Bauwerk-Interaktion

Die realistische Abbildung der horizontalen Behinderung in der Lagerfuge des erhärtenden Bauteils ist von großer Bedeutung für die Einschätzung der Zwangbeanspruchung. Nach den Überlegungen in Abs. 4.2.2 ist hierfür die tatsächliche Behinderung unter Berücksichtigung der möglichen Reibung abzubilden. Für praktikable Berechnungsmodelle mit einer starren Kopplung von Baugrund und Bauteil kann dies vereinfacht über eine Steifigkeitsmodifikation des Baugrunds gemäß Glg. (4.6) erfolgen.

## Implementierung der Materialmodelle und weiterer Einwirkungen

Die bereits angesprochenen Alterungsunterschiede je nach Lage im Querschnitt erfordern eine elementweise Wärmefreisetzung und Festigkeitsentwicklung im Berechnungsmodell. Aufgrund der Abhängigkeit der Viskoelastizität von der Spannungsgeschichte im Element ist das zugehörige Materialverhalten ebenfalls für jedes Element in jedem Zeitschritt individuell zu bestimmen.

Oftmals stellt die verwendete Software ein Materialmodell für die elementweise Berücksichtigung der Wärmefreisetzung und Festigkeitsentwicklung programmseitig zur Verfügung, hingegen ist der elementweise Ansatz zur Abbildung des viskoelastischen Materialverhaltens über einen parallelen Berechnungsalgorithmus und gleichzeitiges

Recording der Spannungsgeschichte eines jeden Elements zu berücksichtigen. Demgegenüber lässt sich die Verformungseinwirkung infolge autogenen Schwindens für Elementcluster annähernd gleichen Betonalters implementieren.

#### Schrittweite in der Berechnung

Die Schrittweite der einzelnen Berechnungsschritte im Zeitverlauf muss einerseits so eingestellt sein, dass mit jedem Berechnungsschritt der Zeitverlauf der Verformungseinwirkung realitätsnah erfasst wird. Andererseits unterstellt ein Berechnungsprogramm konstante Verhältnisse im Berechnungsschritt, sodass die Schrittweite stets so klein gewählt sein muss, dass die zeitlichen Veränderungen im Materialverhalten des Betons in diesem Berechnungsschritt als nahezu konstant angesehen werden können. Da diese Berechnungen aber sehr aufwendig und zeitspielig sind, ist eine Optimierung der Schrittweite anzustreben. In den folgenden Betrachtungen von erhärtendem Beton wird die Schrittweite in der Erwärmungsphase auf 1 h festgelegt, im daran anschließenden Zeitraum des Abfließens der Hydratationswärme beträgt die Schrittweite 3 h und mit Annäherung an die Ausgleichstemperatur wird die Schrittweite auf 6-12 h eingestellt.

## Mittlere Elementspannungen als Ergebnisgröße

Die Ergebnisse der Spannungsberechnung werden hier auf Grundlage der mittleren Elementspannung dargestellt. Zum einen ist die punktuelle Höhe der Zwangspannung abhängig von der Homogenität des Betons im betrachteten Bereich, sodass punktuelle Spannungsspitzen in den Knoten des Berechnungsmodells in der Realität nicht zu erwarten sind. Zum anderen wird eine Verwendung des Berechnungsergebnisses für eine Aussage zur Risswahrscheinlichkeit des Bauteils angestrebt. Da die Rissbildung in Beton aber ein gewisses Spannungspotential voraussetzt, muss für die Rissbildung in einem Element mindestens dessen mittlere Elementspannung die mittlere Zugfestigkeit überschreiten.

## Einfluss von massiven Bewehrungslagen im Querschnitt

Die erhärtungsbedingte Zwangbeanspruchung wird bei Vorhandensein massiver Bewehrungslagen im Querschnitt sowohl thermisch wie auch mechanisch beeinflusst. Im Vordergrund stehen hierbei vor allem die bei massigen Querschnitten konzentriert im Randbereich angeordnete Bewehrung parallel zum Rand.

Thermisch bewirkt die deutlich größere Wärmeleitfähigkeit des Betonstahls einen beschleunigten Wärmeabfluss am Bauteilrand sowie in der Arbeitsfuge zu bereits fertiggestellten Bauabschnitten aufgrund durchlaufender Anschlussbewehrung. Außerdem wird die Wärmeentwicklung in diesen Bereichen durch die vorhandene Bewehrung verringert, weil sich zum einen in diesem Bereich weniger Beton befindet und zum anderen die viel größere Wärmespeicherkapazität von Stahl die freiwerdende Hydratationswärme stark absorbiert.

Aus mechanischer Sicht wird infolge der größeren Steifigkeit des Betonstahls eine zusätzliche Behinderung der Verformungseinwirkungen hervorgerufen. Zwar hat Stahl einen ähnlichen Wärmeausdehnungskoeffizient wie Beton, sodass es keine Verformungsbehinderung zwischen Bewehrung und dem unmittelbar umgebenden Beton gibt, doch erhöht die Bewehrung die Steifigkeit der Randbereiche, was die Wechselwirkung mit dem unbewehrten Kernbereich beeinflusst und sich insbesondere bei der Ausbildung von Eigenspannungen niederschlägt.

Ist eine direkte Abbildung der Bewehrungsstäbe im Berechnungsmodell zu aufwendig, so kann der Einfluss in den betroffenen Bereichen näherungsweise über verschmierte Materialeigenschaften im Volumenelement berücksichtigt werden. Tab. 3.2 schlägt hierfür Ansätze vor, mit denen die Materialeigenschaften der betroffenen Bereiche modifiziert werden könnten.

Tabelle 3.2.: Ansätze zur verschmierten Berücksichtigung von massiven Bewehrungslagen

Eigenschaft	Ansatz		Einheit	
Wärmeleitung	$\lambda_{ m eq}$	=	$rac{\lambda_{ m c}(t_{ m eff})\!\cdot\! V_{ m c}\!+\!\lambda_{ m s}\!\cdot\! V_{ m s}}{V_{ m ges}}$	W/mK
Wärmespeicherung	$S_{ m eq}$	=	$\frac{S_{\rm c} \cdot V_{\rm c} + S_{\rm s} \cdot V_{\rm s}}{V_{\rm ges}}$	$W/hm^2$
Hydratationswärme	$Q_{ m max,eq}$	=	$Q_{ m max,c} \cdot rac{V_{ m c}}{V_{ges}}$	${ m kJ/m^3}$
Steifigkeit	$E_{ m eq}\left(t_{ m eff} ight)$	=	$E_{\mathrm{c}}\left(t_{\mathrm{eff}}\right)\cdot\left(1+\alpha_{\mathrm{E}}\left(t_{\mathrm{eff}}\right)\cdot\rho_{\mathrm{s}}\right)$	$N/\mathrm{mm}^2$

Wird das Vorhandensein von massiven Bewehrungslagen im Querschnitt durch verschmierte Materialmodelle in den betroffenen Bereichen abgebildet, so sind bei der Berücksichtigung von zusätzlichen Verformungen im Beton weitere Überlegungen erforderlich. Dies betrifft vor allem die Abbildung von Schwindeinwirkungen sowie die verformungsbasierte Berücksichtigung der viskoelastischen Eigenschaften des Betons. Da beide Effekte eine auf den Beton begrenzte Volumenänderung darstellen, entsteht innerhalb der massiv bewehrten Bereiche eine starke Wechselwirkung zwischen Beton und Bewehrungsstahl. Hierbei kann die Bewehrung als Behinderung dieser Volumenänderung angesehen werden, wobei diese aufgrund der hohen Bewehrungsgrade innerhalb des bewehrten Bereichs sehr ausgeprägt ist. Letztlich sind in den Elementen des massiv bewehrten Bereichs nur jene Verformungsanteile aufzubringen, die sich als tatsächliche Verformung in dieser Verbundschicht einstellen würden. Hingegen haben die von der Bewehrung behinderten Volumenänderungen des Betons innerhalb der bewehrten Schicht keinen Einfluss auf die Spannungsentwicklung am Gesamtquerschnitt. Dieser Anteil wird nachträglich bei der Spannungsauswertung hinzugezogen. Im Falle des behinderten Anteils der Schwindspannung ist außerdem der Spannungsabbau infolge Viskoelastizität je nach Globalspannung im Element zu berücksichtigen.

Abb. 3.15 veranschaulicht diese Zusammenhänge anhand einer autogenen Schwindeinwirkung  $\Delta \varepsilon_{\rm ca}$ . Hierbei ist  $\Delta l \left( \Delta \varepsilon_{\rm ca} \right)$  das resultierende Verformungsbestreben der Verbundschicht, welches im Berechnungsmodell als zusätzliche Verformungseinwirkung zu berücksichtigen ist und  $\Delta \sigma_{\rm c} \left( \Delta \varepsilon_{\rm ca} \right)$  der durch Wechselwirkung innerhalb der Schicht entstehende Betonspannungsanteil, welcher erst nachträglich bei der Spannungsauswertung hinzugezogen wird.

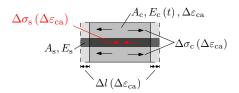


Abb. 3.15.: resultierende Verformungsbestrebung infolge zusätzlicher Volumenänderung des Betons für Elemente mit verschmierter Berücksichtigung der Bewehrung

Diese Vorgehensweise liefert in den Schichten mit Bewehrung auch ein verschmiertes Ergebnis. Für die Betrachtung der Betonspannungen in diesen Schichten muss deshalb auf diese zurückgerechnet werden.

#### Software

Die numerischen Simulationen wurden im Rahmen dieser Arbeit mit den Modulen AQUA, SOFiMSHA, HYDRA und ASE der Programmgruppe SOFiSTiK durchgeführt. Insbesondere in Bezug auf die elementweise Implementierung der Materialmodelle übernahm dieses Programm eine Vorreiterrolle. Heute existieren aber eine übersichtliche Anzahl weiterer Programme, die diese Berechnungen auf gleichem Niveau erlauben. Der Ansatz zur Berücksichtigung der Viskoelastizität wurde über einen parallelen Algorithmus und gleichzeitiges Recording der Spannungsgeschichte eines jeden Elements realisiert und ist aufgrund seiner einwirkungsbasierten Implementierung programmunabhängig. In Bezug auf Recheneffizienz bietet die bisherige Implementierung allerdings noch Optimierungspotential.

## Berechnungsbeispiele und Verifikation der Modellierung

Nachfolgend wird die numerische Simulation von erhärtungsbedingten Zwangbeanspruchungen in Betonbauteilen an den bereits im Rahmen der Messprogramme betrachteten Bauteile "Bodenplatte Boxberg" und "Kammerwand Schleuse Sülfeld" veranschaulicht. Bei den Berechnungsmodellen handelt es sich jeweils um räumliche Diskretisierungen mit Volumenelementen und die Abbildung der zeitlich veränderlichen Betoneigenschaften erfolgte elementweise mit den vorgestellten Materialmodellen - jeweils angepasst an den verwendeten Beton.

#### Bodenplatte auf Baugrund am Beispiel der Bodenplatte KW Boxberg

Bei dem Berechnungsmodell der Bodenplatte Boxberg handelt es sich um ein quaderförmiges Schichtenmodell, wobei die Schichten die jeweiligen Einbauschichten repräsentieren. Das Modell wurde unter Ausnutzung der Symmetrie erstellt und bildet die freie Ecke von Bauabschnitt 4 ab. Abb. 3.16 zeigt die Lage des Berechnungsmodells im Bauwerk sowie das Temperaturfeld zum Zeitpunkt der maximalen Bauteiltemperatur.

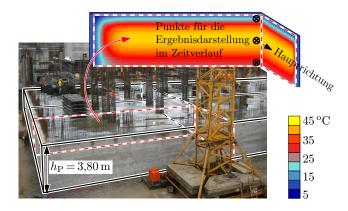


Abb. 3.16.: Bodenplatte Boxberg; Lage des betrachteten Bauabschnitts im Bauwerk und berechnetes Temperaturfeld zum Zeitpunkt maximaler Bauteiltemperatur

Die FE-Idealisierung besteht aus einem Betonkörper auf einem Erdkörper mit Sauberkeitsschicht, wie in Abb. 3.17 dargestellt. Der Erdkörper mit Sauberkeitsschicht bildet zunächst die Wärmespeicherwirkung des Baugrunds ab, in der anschließenden Spannungsberechnung stellt er die äußere horizontale Verformungsbehinderung dar. Die Lagerung in Eigengewichtsrichtung wird demgegenüber aus genannten Gründen auf Federelemente in der Fuge zwischen Betonplatte und Sauberkeitsschicht übertragen.

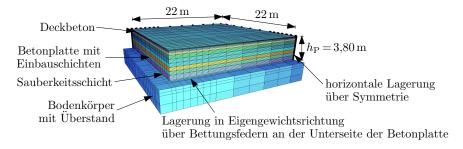


Abb. 3.17.: Bodenplatte Boxberg: Finite Elemente Diskretisierung von BA 4

Die größere Netzfeinheit im Randbereich eines Berechnungsmodells ist hier hauptsächlich an der Oberseite der Betonplatte erforderlich, da der Temperaturabfluss im untersuchten Bereich fast ausschließlich vertikal stattfindet. Außerdem ist zwischen den jeweiligen Einbauschichten eine feinere Netzteilung vorhanden, um den Übergangsbereich besser zu erfassen.

Darüber hinaus wurde der Einfluss der massiven Bewehrungsanordnung an Ober- und Unterseite der Bodenplatte sowohl thermisch wie auch spannungswirksam berücksichtigt. Im Detail befanden sich an der Unterseite der Bodenplatte je Richtung jeweils 10 Lagen  $\varnothing$  28 mm mit einem Verlegemaß von 15 cm, an der Oberseite reduzierte sich das horizontale Bewehrungspaket auf jeweils 4 Lagen  $\varnothing$  28 mm – 15 cm je Richtung. Abb. 3.18 gibt einen Eindruck von der Dimension einer solchen Bewehrungsanordnung.



Abb. 3.18.: Massive Bewehrungslagen an Ober- und Unterseite der Bodenplatte Boxberg

Da die explizite Abbildung der einzelnen Bewehrungsstäbe in diesem Modell aufgrund zu hohen Berechnungsaufwands nicht realisiert werden konnte, wurde dieser Einfluss über eine Modifikation der Materialeigenschaften in den betroffenen Bereichen gemäß Tab. 3.2 verschmiert berücksichtigt. Abb. 3.19 zeigt die Lage der betroffenen Bereiche sowie das nochmals das Lagerkonzept schematisch im Schnitt.

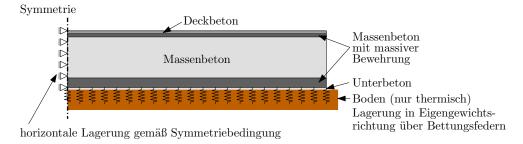


Abb. 3.19.: Berechnungsmodell Bodenplatte Boxberg: Bereiche mit Berücksichtigung der massiven Bewehrungslagen und Lagerung

Hinsichtlich der Lagerung der Bodenplatte in Eigengewichtsrichtung liegt im Falle der Bodenplatte Boxberg eine homogene Bettungsverteilung in der Größe von  $5000\,\mathrm{kN/m^2}$  vor. Infolge des Eigengewichts treten deshalb keine bedeutenden Zuwächse in den Horizontalspannungen auf.

Die schichtweise Herstellung der Bodenplatte wurde in der Simulation durch zeitlich verzögertes Einschalten der einzelnen Einbauschichten berücksichtigt. Die jeweiligen Verzögerungen richten sich nach der echten Betoniergeschwindigkeit und betragen zwischen 4 bis 17 Stunden. Die Alterung der Elemente einer Schicht beginnt mit dem Einschalten, sodass hinsichtlich der Wärmefreisetzung und der Festigkeitsentwicklung sehr große Unterschiede über die Querschnittshöhe auftreten. Abb. 3.20 verdeutlicht dies am Beispiel der Entwicklungen der Elastizitätsmodule der einzelnen Schichten, die im Bereich von 24 bis 168 Stunden sehr große Unterschiede zueinander aufweisen.

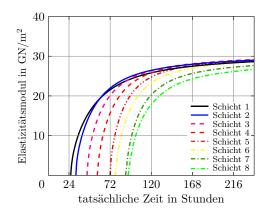


Abb. 3.20.: Bodenplatte Boxberg: Steifigkeitsentwicklung der einzelnen Einbauschichten

Ein weitere Einflussgröße ist das Wirken der klimatischen Randbedingungen an der jeweils offen liegenden Schicht im Baufortschritt. In dieser Simulation wurden die tatsächlichen klimatischen Randbedingungen unter Berücksichtigung der Verschattung und des Windschutzes durch die obere Bewehrungslage abgebildet. Nach Abschluss des Betoneinbaus unterliegt das Wirken der klimatischen Randbedingungen dann zunächst der Nachbehandlung. Erst nach Ausschalen der Seitenflächen und Beendigung der Nachbehandlungsmaßnahme an der Oberseite haben die klimatischen Randbedingungen ihre volle Wirksamkeit. Abb. 3.21 zeigt die messtechnisch gewonnenen und rechnerisch berücksichtigten Eingangswerte der klimatischen Randbedingungen sowie die rechnerisch angesetzten Wärmeübergangswerte an der Oberfläche der Bodenplatte.

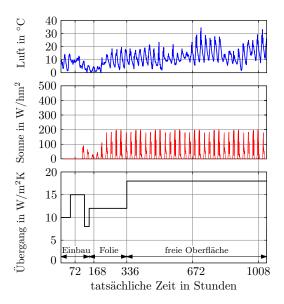


Abb. 3.21.: Bodenplatte Boxberg: klimatische Randbedingungen

Nachfolgende Abb. 3.22 zeigt die Berechnungsergebnisse der vorgestellten Simulation im Vergleich zu den Messergebnissen. Durch die konsequente Umsetzung der vorgestellten Materialmodelle und der elementweisen Implementierung der zeitlich veränderlichen Betoneigenschaften konnte eine gute Übereinstimmung erreicht werden. Die Geschlossenheit dieser Verifikation wird durch die gleichzeitige Betrachtung von Temperatur, tatsächlicher Dehnung und Spannung gewahrt.

Neben den zeitlichen Verläufen der Ergebnisgrößen an ausgewählten Materialpunkten liefern numerische Simulationen auch Aussagen zur Verteilung der Ergebnisgröße im Querschnitt. Daraus leiten sich wichtige Informationen für die Bewertung der Zwangspannungszustände des Bauteils ab. Dies gilt insbesondere für die Verteilung der Temperaturen und die Verteilung der Betonspannung in einem Querschnitt. Abb. 3.23 zeigt diese Verteilungen für ausgewählte Zeitpunkte.

Für die Bewertung dieser Profile interessiert vor allem deren Änderung im Zeitverlauf. Abb. 3.24 zeigt deshalb diese Änderungen für die zwischen den ausgewählten Zeitpunkten liegenden Zeiträume.

Eine weitere Ergebnisgröße ist die Zugfestigkeitsentwicklung im Beton. Analog der Entwicklung des Elastizitätsmoduls existieren auch hier anfänglich große Unterschiede über die Höhe, wie Abb. 3.25 zeigt.

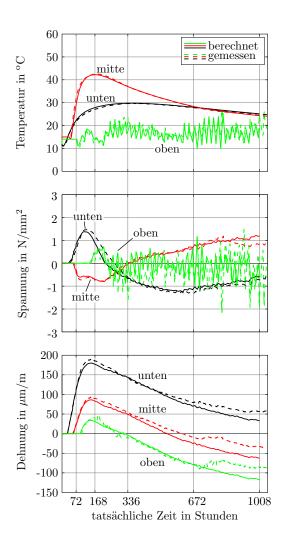


Abb. 3.22.: Bodenplatte Boxberg: punktueller Vergleich der Ergebnisse von Berechnung und Messung; **oben:** Temperaturen im Knoten; **mittig:** Spannungen in der Elementmitte; **unten:** Dehnung aus Knotenverschiebung

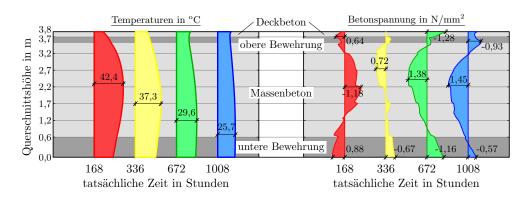


Abb. 3.23.: Bodenplatte Boxberg: Querschnittsverteilung der Berechnungsergebnisse

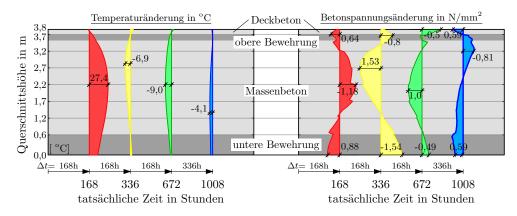


Abb. 3.24.: Bodenplatte Boxberg: Änderung der Querschnittsverteilung

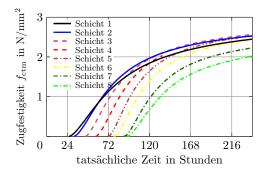


Abb. 3.25.: Bodenplatte Boxberg: Entwicklung der Zugfestigkeit je Einbauschicht

#### Wand auf Fundament am Beispiel der Kammerwand Schleuse Sülfeld

Mit dem Berechnungsmodell Kammerwand Schleuse Sülfeld wurden die herstellungsbedingten Zwangbeanspruchungen eines Bauabschnitts zur Errichtung der 12,5 m hohen Schleusenkammerwand untersucht. Diese Kammerwand wurde mit Raumfugen ausgestattet, wobei jeder Wandabschnitt eine Länge von 45 m besitzt. Die Beurteilung der Zwangbeanspruchungen kann somit für jeden Wandabschnitt getrennt erfolgen. Hergestellt wurden diese Wandabschnitte der Schleusenkammerwand mit jeweils drei Bauabschnitten über die Höhe, wobei diese Untersuchung den unteren Bauabschnitt mit einer Höhe von 4,10 m betrachtet. Da dieser untere Bauabschnitt direkt mit der massiven Bodenplatte verbunden ist und demzufolge einer starken Zwängung in Längsrichtung ausgesetzt ist (L/H>10), wurde dieser erste Bauabschnitt in wiederum drei kleine Bauabschnitte über die Länge geteilt. Deren Länge beträgt jeweils 15 m. Die Herstellung erfolgte im Pilgerschritt, wobei diese Untersuchung jenen Bauabschnitt betrachtet, der zwischen zwei bereits fertiggestellte Bauabschnitte eingebracht wurde. Abb. 3.26 zeigt die Lage des Berechnungsmodells im Bauwerk und die Temperaturen zum Zeitpunkt der maximalen Bauteiltemperatur.

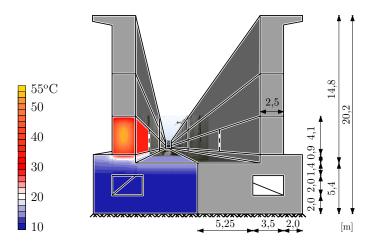


Abb. 3.26.: Kammerwand Sülfeld: Lage des betrachteten Bauabschnitts im Bauwerk und berechnetes Temperaturfeld zum Zeitpunkt maximaler Bauteiltemperatur

Dieser erhärtende Bauabschnitt wurde mittels quaderförmigem Schichtenmodell idealisiert, wobei auch hier die Schichten die jeweiligen Einbauschichten repräsentieren. Ergänzt wird dieses Modell durch die Bodenplatte und die angrenzenden, bereits fertiggestellten Bauabschnitte. Da der Messquerschnitt sowohl in der Mitte des betrachteten Bauabschnitts als auch der Mitte eines Wandabschnitts zwischen zwei Raumfugen liegt, wurde das Modell mit halber Länge unter Ausnutzung der Symmetrie erstellt.

Außerdem wird in der Bodenplatte unterhalb des untersuchten Bauabschnitts das Grundlaufsystem der Schleuse in Längskanäle überführt, vgl. Abb. 3.27. Aus diesem Grund unterliegen sowohl die Breite der Bodenplatte als auch die Lage und Größe des Grundlaufs im Messbereich starken Veränderungen. Zur Vereinfachung wurden die geometrischen Veränderungen in Längsrichtung im FE-Modell nicht abgebildet. Die Voruntersuchungen haben gezeigt, dass die tatsächlichen Randbedingungen über einen Vergleichsquerschnitt mit ausreichender Genauigkeit abgebildet werden können.

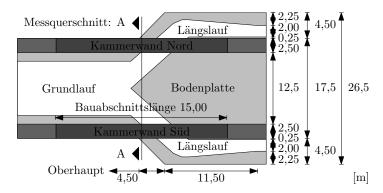


Abb. 3.27.: Veränderung des Grundlaufs unterhalb des Messquerschnitts

Des weiteren wurde auf eine Diskretisierung des Baugrunds verzichtet, da sich thermische und mechanische Wechselwirkung auf die angrenzende Bodenplatte beschränkt. Für eine realistische Einbindung der Bodenplatte in den Baugrund ist diese in Längsrichtung zwängungsfrei gelagert, hingegen wird das Eigengewicht auf Federelemente in der Lagerfuge übertragen. Abb. 3.28 fasst diese Informationen schematisch zusammen und Abb. 3.29 zeigt das Berechnungsmodell in seiner Gesamtheit.

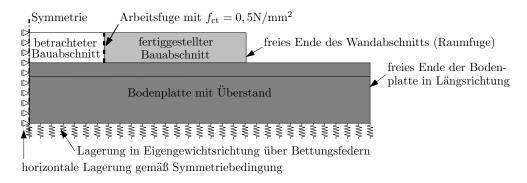


Abb. 3.28.: Lage des betrachteten Bauabschnitts im Berechnungsmodell und Lagerung

Wie in Abb. 3.28 zu erkennen ist, wird in diesem Berechnungsmodell die Zugfestigkeit der vertikalen Arbeitsfuge zum angrenzenden, bereits fertiggestellten Bauabschnitt berücksichtigt, um eine realistische Abbildung des Einspanngrads der Wand zu ermöglichen. Hierfür wurden in der Kontaktfläche Volumenelemente mit einer sehr geringen Dicke angeordnet, deren Elementspannung permanent kontrolliert wird, um bei Erreichen der kritischen Größe ( $\sigma_{\rm c}>0.5\,{\rm N/mm^2}$ ) die Steifigkeit des betroffenen Elements dauerhaft zu reduzieren. Das Kräftegleichgewicht bleibt hierbei erhalten, da die im System gespeicherte Energie ausschließlich aus Verformungseinwirkungen resultiert und beim Umschalten eines Elements keine Einwirkungsreduktion verursacht wird. Für eine Abschätzung der Rissbreite in der Fuge oder der Stahlspannung in der horizontalen Bewehrung ist dieses Verfahren allerdings ungeeignet, da der entfestigende Bereich vollständig unterschlagen wird.

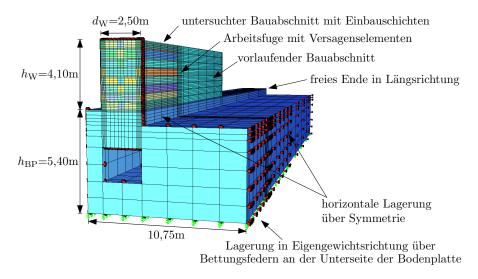


Abb. 3.29.: FE-Diskretisierung des untersuchten Bauabschnitts der Kammerwand Sülfeld

Wie sich das Vorhandensein der Versagenselemente in der vertikalen Arbeitsfuge äußert, zeigt Abb. 3.30. Wenn es im Abkühlungszeitraum und der dabei auftretenden Verkürzung der Wand zu Zugspannungen im gesamten Fugenquerschnitt kommt, löst sich der Verbund in der Arbeitsfuge auf bis beide Bauabschnitte nur noch durch die horizontal durchlaufende Bewehrung in den beiden Seitenflächen der Kammerwand verbunden sind. Die Steifigkeit des Bewehrungsstahls in den Randbereichen erfasst das Berechnungsmodell verschmiert.

Dieses Auflösen des Verbunds in der Arbeitsfuge ist nicht schlagartig im gesamten Querschnitt sondern stellt sich sukzessive ein. Bei Erreichen der Ausgleichstemperatur ist dieser Verbund in der Arbeitsfuge jedoch vollständig aufgelöst.

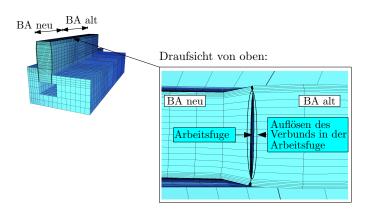


Abb. 3.30.: Wechselwirkung in der vertikalen Arbeitsfuge zum vorhergehenden Abschnitt

Auch in diesem Berechnungsmodell wurde der schichtweise Einbau simuliert. Aber aufgrund deutlich geringerer Kubaturen als im Falle der Bodenplatte Boxberg und den viel kürzen Abständen zwischen dem Einbau der einzelnen Schichten, ist der Einfluss in diesem Fall deutlich geringer, vgl. Abb. 3.31. Dennoch ist ein Einfluss erkennbar, der für eine bessere Übereinstimmung mit den Messergebnissen zu berücksichtigen war.

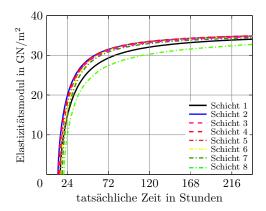


Abb. 3.31.: Kammerwand Sülfeld: Steifigkeitsentwicklung der einzelnen Einbauschichten

Das Wirken der klimatischen Randbedingungen wurde analog unter Berücksichtigung der jeweils offen liegenden Schicht im Baufortschritts implementiert. Nach Abschluss des Betoneinbaus unterliegt das Wirken der klimatischen Randbedingungen dann zunächst den Nachbehandlungsmaßnahmen. An den Seitenflächen bedeutet dies Belassen in der Schalung für 7 Tage und die Oberseite wurde mit Folien abgedeckt. Nach dem Ausschalen der Seitenflächen und Beendigung der Nachbehandlungsmaßnahme an der Oberseite

haben die klimatischen Randbedingungen ihre volle Wirksamkeit. Abb. 3.32 zeigt die messtechnisch gewonnenen und rechnerisch berücksichtigten Eingangswerte der klimatischen Randbedingungen sowie die rechnerisch angesetzten Wärmeübergangswerte an den Schalseiten und der Oberseite des betrachteten Bauabschnitts der Kammerwand.

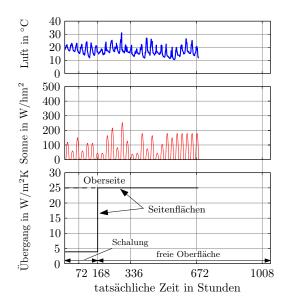


Abb. 3.32.: Klimatische Randbedingungen im Falle der Kammerwand Sülfeld

Abschließend zeigt Abb. 3.33 die ermittelte Zugfestigkeitsentwicklung und Abb. 3.34 die Berechnungsergebnisse der Simulation im Vergleich mit den Messergebnissen.

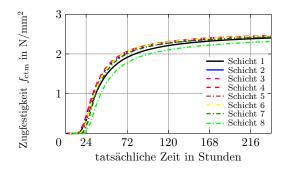


Abb. 3.33.: Kammerwand Sülfeld: Entwicklung der Zugfestigkeit je Einbauschicht

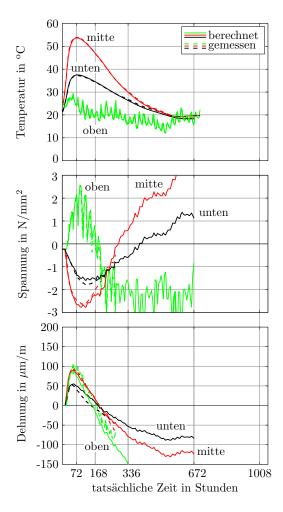


Abb. 3.34.: Kammerwand Sülfeld: punktueller Vergleich der Ergebnisse von Berechnung und Messung; **oben:** Temperaturen im Knoten; **mittig:** Spannungen in der Elementmitte; **unten:** Dehnung aus Knotenverschiebung

# 4. Rissgefahr infolge Zwangbeanspruchung und zu erwartendes Rissbild bei typischen Bauteilen

# 4.1. Rissgefahr infolge Zwangbeanspruchung

Unter Rissgefahr wird in dieser Arbeit die Bewertung eines Bauteils hinsichtlich des Auftretens von Rissbildung im maßgebenden Querschnitt unter maßgebender Zwangbeanspruchung verstanden. Hierbei wird stets ein spezifischer Anwendungsfall mit auf der sicheren Seite liegenden Annahmen betrachtet. Im Gegensatz dazu ist die Risswahrscheinlichkeit als eine stochastische Aussage zu sehen, die das Rissereignis in Abhängigkeit von der Streuung der Material- und Bodenkennwerte, den Annahmen zu klimatischen und geometrischen Randbedingungen sowie der Authentizität der Bestimmungsmethode beschreibt.

Die Bewertung der Rissgefahr basiert auf den Spannungsergebnissen im maßgebenden Querschnitt des ungerissenen Systems. Mit der Gesamtspannung im Materialpunkt kann beurteilt werden, ob überhaupt mit Rissbildung gerechnet werden muss. Kann diese nicht generell ausgeschlossen werden, so wird die Art und Intensität der Rissbildung durch eine Analyse der Spannungsverteilung im Querschnitt bewertet. Dafür wird die Spannungsverteilung in die idealtypische Spannungsanteile in Abb. 4.1 zerlegt.

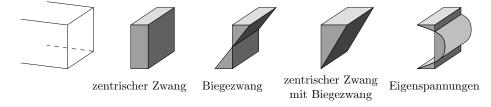


Abb. 4.1.: idealtypische Anteile einer Spannungsverteilung im Querschnitts am Beispiel eines Rechteckquerschnitts mit homogenem Verhalten in Querrichtung

Für eine zutreffende Beurteilung der Rissgefahr muss die Spannungsverteilung im Querschnitt ausgewertet werden, da eine ausschließliche Betrachtung der Gesamtspannung

im Materialpunkt zur Über- bzw. Unterschätzung der Rissgefahr führen kann. Betrachtet man beispielsweise die Spannungsverteilung im maßgebenden Querschnitt einer Wand, die sich zum Zeitpunkt des Erreichens der Ausgleichstemperatur im ungerissenen System einstellt, so weist diese gewöhnlich Druckspannungen im Bereich der Wandkrone und Zugspannungen im restlichen Wandbereich auf, wobei das Zugspannungsmaximum in der Nähe des unteren Drittelpunkts der Wand liegt. Diese Verteilung setzt sich aus Zug-Normalspannungen, Biegespannungen infolge eines positiven Moments und Druck-Eigenspannungen am Rand bzw. Zug-Eigenspannungen im Kern zusammen. Stellt sich nun eine lokale Rissbildung im Zugspannungsmaximum ein, so werden zunächst die Zug-Eigenspannungen im Wandkern abgebaut. Da Eigenspannungen aber eine Gleichgewichtsgruppe bilden, entfallen nun auch die Druck-Eigenspannungen im Querschnitt. Kritisch ist hierbei die damit einhergehende Erhöhung der Zugspannungen am Wandfuß über das Gesamtspannungsmaximum im ungerissenen Zustand hinaus. Durch die ausschließliche Korrelation mit äußeren Schnittgrößen bildet sich anschließend ein Makroriss, der in Richtung der Wandkrone aufsteigt.

Letztendlich kann eine Betrachtung nur auf Grundlage der Gesamtspannungen zu einer deutlichen Unterschätzung der tatsächlichen Rissgefahr führen. Abb. 4.2 skizziert diesen Zusammenhang an einem Beispiel, bei dem die Betrachtung der Gesamtspannungen auf lokal begrenzte Rissbildung schließen lässt. Hingegen zeigt die Bewertung auf Grundlage der mit äußeren Schnittgrößen korrelierenden Spannungsanteile die Gefahr von Makrorissbildung an.



Abb. 4.2.: Einfluss der Eigenspannungen auf die Bewertung der Rissgefahr

Die Art der Zwangbeanspruchung hängt neben den Materialeigenschaften auch sehr stark von der Bauteilgeometrie und Bauteilart ab. Dabei resultiert die Ausprägung der idealtypischen Anteile immer aus einem Zusammenspiel von Temperaturänderungsprofil und Verformungsbehinderung. Nur bei Vorhandensein einer konstant im Querschnitt verteilten Temperaturänderung und einer gleichzeitig von außen wirkenden Verformungsbehinderung kann auch der zentrische Zwang aufgebaut werden. Demgegenüber ist der Biegezwang an einen linearen Temperaturanteil bei gleichzeitiger Verkrümmungsbehinderung gebunden und Eigenspannungen resultieren aus den nicht-linearen Temperaturanteilen unter der Bedingung des Ebenbleiben des Querschnitts.

## 4.1.1. Zerlegung der Spannungsverteilung im Querschnitt

Die Zerlegung der Spannungsverteilung im Querschnitt kann allgemein durch Integration über die Querschnittsfläche durchgeführt werden. Der konstante Anteil entspricht dann dem Mittelwert der Verteilung, die linearen Anteile resultieren aus den Unterschieden in den Teilquerschnitten jenseits der Schwerachsen und der nicht-lineare Anteil ist jener Rest aus der Differenz von Ausgangsverteilung abzüglich der zuvor bestimmten Anteile.

In vielen Fällen ist aber sowohl die Querschnittbreite konstant wie auch die Spannungsverteilung über die Querschnittbreite annähernd gleichmäßig, sodass die Zerlegung vereinfachend durch Integration über die Querschnittshöhe durchgeführt werden kann, wie in Abb. 4.3 dargestellt.

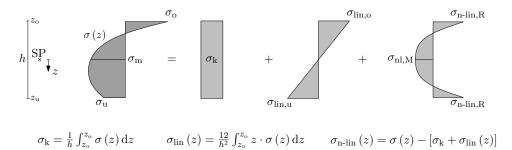


Abb. 4.3.: Zerlegung der tatsächlichen Spannungsverteilung im Querschnitt in die idealtypischen Anteile bei gleichmäßigen Verhältnissen in der Querschnittbreite

Ist der Verlauf des nicht-linearen Spannungsanteils im Querschnitt außerdem annähernd symmetrisch und ähnelt die Verteilung einem parabolischen Verlauf, so können die idealtypischen Anteile gemäß Eierle und Schikora (2000) wie folgt abgeschätzt werden:

$$\sigma_{k} = \frac{4 \cdot \sigma_{m} + \sigma_{o} + \sigma_{u}}{6} \tag{4.1}$$

$$\sigma_{\rm lin} = \frac{\sigma_{\rm u} - \sigma_{\rm o}}{2} \tag{4.2}$$

$$\sigma_{\text{n-lin,R}} = \frac{\sigma_o + \sigma_{\text{u}} - 2 \cdot \sigma_{\text{m}}}{3}$$
 bzw.  $\sigma_{\text{n-lin,M}} = -\frac{\sigma_{\text{n-lin,R}}}{2}$  (4.3)

Diese Zusammenhänge lassen sich analog auf die Auswertung von Temperaturänderungsprofilen im Querschnitt übertragen. Zu beachten ist, dass hierbei nur die spannungswirksamen Anteile berücksichtigt werden.

Bei Bodenplatten sind die Voraussetzungen für die Formeln nach Eierle und Schikora (2000) i.d.R. gegeben, solange die Einflüsse von lagenweisem Einbau und massiven Bewehrungslagen in der Randzone auf Temperatur- und Steifigkeitsentwicklung im Querschnitt gering sind.

Bei Wänden steigt die Inhomogenität der Querverteilung von Temperaturänderung und Längsspannung mit zunehmender Wanddicke, da die Wärme hauptsächlich über die Wandseiten abfließt und somit Eigenspannungsprofile in Querrichtung aufgebaut werden. Sind keine weiteren linearen Anteile in Querrichtung vorhanden, so kann die Zerlegung gemäß Abb. 4.4 auch durch Kombination der vereinfachten Formelwerke angewandt werden. Zunächst wird die Querverteilung einer jeden Höhenlage mit dem Ansatz nach Eierle und Schikora (2000) um die nicht-linearen Anteile bereinigt. Anschließend werden die hierbei jeweils resultierenden konstanten Anteile über die Höhe aufgetragen und der daraus resultierende Verlauf über die Höhe analog Abb. 4.3 ausgewertet.

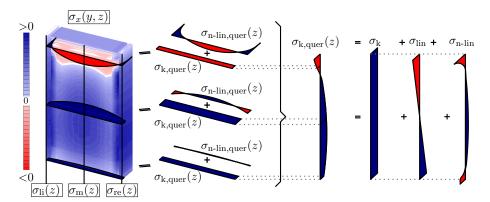


Abb. 4.4.: Zerlegung der Spannungsverteilung eines Wandquerschnitts in die Idealformen

Hintergrund dieser Überlegungen ist, dass die nicht-linearen Anteile in Querrichtung im Gleichgewicht stehen und keine tatsächliche Verformung anstreben. Damit treten diese Anteile auch nicht in Wechselwirkung mit der äußeren Behinderung. Demgegenüber haben die in Querrichtung konstant verlaufenden Anteile diese Bestrebung, doch unterscheidet sich deren Größe stark über die Wandhöhe und ist ebenfalls zu zerlegen.

#### 4.1.2. Maßgebende Zugfestigkeit

Die maßgebende Zugfestigkeit wird realistisch, aber auf der sicheren Seite liegend festgelegt. Neben der zeitlichen Entwicklung im Erhärtungszeitraum wird deshalb auch die Streuung der Zugfestigkeit über den Ansatz der 5%-Fraktile oder der mittleren Zugfestigkeit berücksichtigt.

Für die Bewertung der Rissgefahr ist in der Regel die 5%-Fraktile der Zugfestigkeit ausreichend. Allerdings erfordert das spätere Bemessungsmodell dieser Arbeit, dass die Rissbildung mit Sicherheit ausgeschlossen werden kann oder nicht. Deshalb wird ein zusätzlicher Sicherheitsfaktor in Höhe von 0,8 eingeführt. Die Zugfestigkeit zur Beurteilung der Rissgefahr  $f_{\rm ct,risk}$  beträgt damit:

$$f_{\text{ct,risk}} = 0.8 \cdot 0.7 \cdot f_{\text{ctm}}(t_{\text{eff}}) \tag{4.4}$$

Ist Rissbildung nicht sicher auszuschließen, so wird für die Ermittlung der Bewehrung die mittlere Zugfestigkeit angesetzt. Es gilt:

$$f_{\text{ct.design}} = f_{\text{ctm}}(t_{\text{eff}})$$
 (4.5)

Wie später gezeigt wird, liegt der Ansatz der mittleren Zugfestigkeit zur Abschätzung des zu erwartenden Rissbilds für die Bodenplatte auf der sicheren Seite, im Falle der Wand liefert er jedoch keine konservativen Ergebnisse. Trotzdem wird diese Vorgehensweise als vertretbar angesehen, da das günstige Vorhandensein der unteren Zugfestigkeitsgrenze am gewünschten Ort in der Bodenplatte nicht mit Sicherheit vorausgesetzt bzw. das ungünstige Vorhandensein der unteren Zugfestigkeitsgrenze im gesamten Wandquerschnitt auch ausgeschlossen werden kann.

# 4.2. Bodenplatten

Bodenplatten sind flächig auf dem Baugrund gelagerte Bauteile. Über die Querschnittshöhe können sich Verformungseinwirkung, Festigkeitsentwicklung und Zwangbeanspruchung erheblich unterscheiden, in horizontaler Richtung sind diese aber bis auf die seitlichen Randbereiche homogen. Bodenplatten treten horizontal und vertikal in Wechselwirkung mit dem Baugrund, des weiteren beeinflusst die Wärmespeicherung des Baugrunds die Temperaturgeschichte im Bauteil.

#### 4.2.1. Bauteilverhalten am Beispiel der Bodenplatte Boxberg

Das Temperaturänderungsprofil von Bodenplatten wird maßgeblich von den unterschiedlichen thermischen Randbedingungen an Ober- und Unterseite geprägt. Betrachtet man beispielsweise den Erhärtungszeitraum, so führt die anfängliche Speicherung der in den Baugrund abfließenden Hydratationswärme zu einer gedämpften Erwärmung an der Unterseite und anschließend zu einer sehr verzögerten Abkühlung dieses Randes. Hingegen orientieren sich die Temperaturänderungen an der Oberseite an den klimatischen

Randbedingungen unter Berücksichtigung des Einflusses etwaiger Nachbehandlungsmaßnahmen. Im selben Zeitraum erreicht der Kernbereich der Platte oft deutlich höhere Temperaturen, da der Wärmeabfluss in die Randbereiche durch die geringe Wärmeleitfähigkeit des Betons begrenzt ist. Infolge dieses größeren Wärmepotentials im Kern ist aber die nach dem Erreichen der Maximaltemperatur einsetzende Temperaturabnahme in diesem Bereich auch deutlich ausgeprägter und schneller. Abb. 3.6 veranschaulicht dieses Verhalten sehr eindrucksvoll anhand der Temperaturmessungen in der Bodenplatte Boxberg. Diese Abläufe können aber auch schon bei Bodenplattendicken ab 50 cm beobachtet werden.

Werden die zugehörigen Temperaturfeldänderungen im Querschnitt in die vorgestellten Anteile zerlegt, so lassen sich deren Änderungen im Zeitverlauf betrachten. Abb. 4.5 zeigt dies für die Temperaturfeldänderungen im Erhärtungszeitraum der Bodenplatte Boxberg, wobei diese unter Berücksichtigung der tatsächlichen Verteilung der nichtlinearen Temperaturanteile gemäß Abb. 4.3 berechnet wurden, da deren nicht-linearer Anteil der Temperaturfeldänderungen nicht symmetrisch-parabolisch verläuft.

Aufgrund des stark verzögerten lagenweisen Einbaus müssen die Temperaturfeldänderungen in diesem Fall unter Berücksichtigung der einzelnen Einbauschichten ausgewertet werden. Erst ab Erstarren einer Schicht fließen die Temperaturen derselben in die Betrachtung ein.

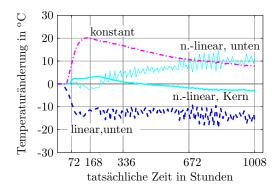


Abb. 4.5.: Bodenplatte Boxberg: erhärtungsbedingte Temperaturänderungsanteile im Querschnitt

Deutlich zu erkennen ist, dass der konstante Temperaturanteil im Querschnitt sowohl in der Erwärmungsphase wie auch im Zeitraum der Abkühlung sehr ausgeprägt ist. Gleichzeitig zeigt der lineare Anteil an der Unterseite zu Beginn eine starke Abkühlung an. In der Realität wird der Rand in dieser Zeit zwar nicht kälter, doch haben alle darüber liegenden Schichten eine deutlich stärkere Erwärmung. Außerdem ist der Auswertung zu entnehmen, dass die nicht-linearen Temperaturanteile im Querschnitt beachtenswert sind. Die zugehörigen Spannungsanteile wurden ebenfalls analog Abb. 4.3

ausgewertet und werden in nachfolgender Abb. 4.6 für die folgenden Zeitpunkte gezeigt:

- 1. Biegezwang mit Zug unten und Eigenspannungszustand I  $(t = 120 \,\mathrm{h})$ ,
- 2. Biegezwang mit Zug oben und Eigenspannungszustand II  $(t = 672 \,\mathrm{h})$  und
- 3. max. zentrischer Zwang bei Annäherung an die Ausgleichstemperatur ( $t = 1008 \,\mathrm{h}$ ).

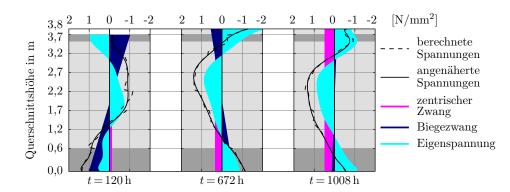


Abb. 4.6.: Bodenplatte Boxberg: erhärtungsbedingte Spannungsanteile im Querschnitt zu den maßgebenden Zeitpunkten

Hierbei fällt auf, dass der konstante Spannungsanteil im Querschnitt im Vergleich zur Dominanz des konstanten Temperaturanteils sehr gering ausfällt. Demgegenüber sind Biegezwang und Eigenspannungen analog der zugehörigen Temperatureinwirkungen vorhanden.

Diese Beobachtung lässt sich mit einer sehr geringen äußeren Verformungsbehinderung erklären. Die horizontale Steifigkeit des Baugrunds ist im Vergleich zum Beton so klein, dass die Längenänderung des Bauteils infolge konstantem Temperaturanteil selbst bei vollem Verbund in der Lagerfuge kaum behindert wird.

Demgegenüber rufen die linearen Temperaturanteile eine Verkrümmung der Platte hervor, die infolge der Aktivierung des Eigengewichts fast vollständig behindert wird. Gleichzeitig kann bei diesen großflächigen Abmessungen vom Ebenbleiben des Querschnitts ausgegangen werden, sodass die nicht-linearen Temperaturanteile fast vollständig zu Eigenspannungen führen.

Diese Schlussfolgerung wird sehr eindrucksvoll bestätigt, wenn man die Soll-Dehnung infolge des konstanten Temperaturanteils mit der Ist-Dehnung vergleicht. Hierfür wurden die gemessenen Längenänderungen aus Abb. 3.6 je nach Beginn der Festigkeitsentwicklung auf den in der Bodenplatte vorhandenen Ausdehnungszustand verschoben und der zeitliche Verlauf des konstanten Temperaturanteils mit dem Temperaturausdehnungskoeffizient von Beton multipliziert. Das Ergebnis ist in Abb. 4.7 dargestellt. Des weiteren

zeigt diese Darstellung, dass die gemessenen Längenänderungen sehr parallel zueinander verlaufen und somit keine Verkrümmung über die Querschnittshöhe stattfinden konnte bzw. der Biegezwang und das Ebenbleiben des Querschnitts fast vollständig wirkten.

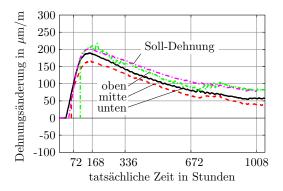


Abb. 4.7.: Bodenplatte Boxberg: Vergleich von Soll-Dehnung mit Ist-Dehnung an ausgewählten Punkten des Querschnitts

Werden die ermittelten Spannungen mit Bezug auf die entstehende Zugfestigkeit gemäß Abb. 3.25 bewertet, so kann erhärtungsbedingte Rissbildung bei der Bodenplatte Boxberg ausgeschlossen werden. Für die Oberseite der Bodenplatte kann diese Schlussfolgerung durch Beobachtungen auf der Baustelle bestätigt werden, da diese rissfrei blieb.

#### 4.2.2. Maßgebende Zwangbeanspruchung

Bei der Zwangbemessung von Bodenplatten wird die maßgebende Spannungsverteilung i.d.R. ingenieurmäßig und auf Grundlage von Erfahrungswerten festgelegt. Generell besteht bei Bodenplatten die Gefahr von Biegerissen, insbesondere für Biegerisse ausgehend von der Oberseite. Hier wird der Temperaturunterschied über die Plattendicke oftmals maximal, wenn die Temperatur an der Oberseite der Platte sehr früh auf das Niveau der Umgebungstemperatur abfällt, während die Temperatur an der Unterseite der Platte noch infolge der Hydratationswärme steigt. Gleichzeitig wirkt aber stets auch die konstant im Querschnitt verteilte Temperaturänderung, die bei äußerer Behinderung den zentrischen Zwang hervorruft.

Für die Bewertung des zentrischen Zwangs bei Bodenplatten existiert in der Bemessungspraxis die Modellvorstellung gemäß Abb. 4.8. Zunächst wir die Zwangkraft über Reibung in der Lagerfuge in Abhängigkeit von Bauteillänge und Eigengewicht aktiviert. Hierbei wird aber die Größe der Verformungseinwirkung sowie die Nachgiebigkeit des Baugrunds vernachlässigt, sodass dieser Ansatz bei großen Längsabmessungen oder sehr dicken Platten zu unwirtschaftlichen Ergebnissen führen kann. Deshalb wurde

als Obergrenze für die Bewehrungsermittlung die Zwangkraft unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit des Bodens eingeführt, wobei hier allerdings von vollem Verbund zwischen Bodenplatte und Baugrund ausgegangen wird.

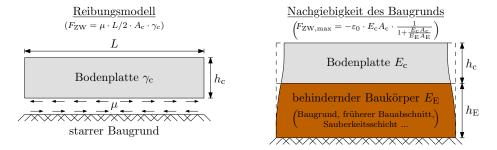


Abb. 4.8.: Modelle zur äußeren Behinderung von Bodenplatten, König und Tue (2008)

Bei Untersuchungen auf Grundlage der FE-Methode wird i.d.R. nur das Modell zur Nachgiebigkeit des Baugrunds abgebildet. Bei dünnen Bodenplatten mit kurzen Längsabmessungen, bei denen die maximale Reibungskraft deutlich unterhalb der Zwangkraft aus gegenseitiger Behinderung mit dem Baugrund liegt, kann der hierbei unterstellte volle Verbund zu einer deutlichen Überschätzung der zentrischen Zwangbeanspruchung führen, insbesondere wenn eine Sauberkeitsschicht mit hoher Steifigkeit verwendet wird. Die Steifigkeit des behindernden Baukörpers sollte deshalb über das Verhältnis von Zwangkraft aus dem Reibungsmodell und Zwangkraft aus der Nachgiebigkeit des Baugrunds modifiziert werden. Vereinfacht gilt für diese Modifikation:

$$E_{\rm E,mod} = \min \left\{ E_{\rm E}; \ \frac{h_{\rm c}}{h_{\rm E}} \cdot \left( \frac{-\varepsilon_0}{\mu \cdot L/2 \cdot \gamma_{\rm c}} - \frac{1}{E_{\rm c}} \right)^{-1} \right\}$$
 (4.6)

Die Auswertung dieser Modellvorstellung zeigt, dass der zentrische Zwang mit zunehmender Plattendicke schnell an Bedeutung verlieren kann. Je nach Dickenverhältnis gilt dies auch für die abschnittsweise Herstellung übereinanderliegender Bauabschnitte. Hingegen überwiegt der zentrische Zwang bei dünnen Bodenplatten mit großen Längsabmessungen. Dünne Bodenplatten werden deshalb meist auf zentrischen Zwang bemessen, während die Mindestbewehrung bei dicken Bodenplatten nur zur Aufnahme des Biegezwangs ausgelegt wird.

In der Realität treten zentrischer Zwang und Biegezwang jedoch stets kombiniert auf. Für ein allgemeines Verständnis von diesem Zusammenwirken wurde eine Parameterstudie mit dem in Abb. 4.9 gezeigten FE-Modell durchgeführt. Für eine realitätsnahe Aktivierung des Biegezwangs lagert die Bodenplatte auf nicht-linearen Druckfedern. Der günstige Einfluss des Baufortschritts (lagenweiser Einbau) wurde allerdings vernachlässigt.

Die Parameterstudie wurde mit den Materialeigenschaften des Referenzbetons geführt, wobei diese über das vorgestellte Materialmodell elementweise implementiert wurden. Die jeweiligen Berechnungen unterstellen stets sommerliche Randbedingungen mit 25 °C Frischbetontemperatur und 20 °C mittlere Umgebungstemperatur und die Dauer der oberseitigen Nachbehandlung mit Folie wurde abhängig von der Plattendicke gesteuert. Für dünne Bodenplatten bis zu einer Dicke von 1,0 m wurde die Dauer der Folienabdeckung gemäß der üblichen Baupraxis auf 72 h eingestellt, bei dickeren Bodenplatten beträgt sie 168 h, wie in ZTVW-LB215 (2004) gefordert.

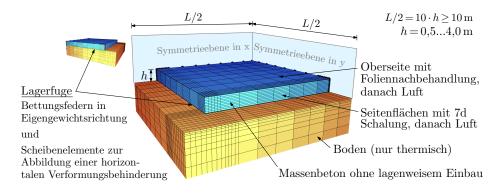


Abb. 4.9.: FE-Modell zur Parameterstudie der Spannungsgeschichte in Bodenplatten

In der Parameterstudie wurde neben der Plattendicke auch die Horizontalsteifigkeit in der Lagerfuge variiert. Der erste Berechnungslauf unterstellt zunächst eine vollständige Bewegungsfreiheit in der Lagerfuge, um den reinen Biegezwang bewerten zu können. Anschließend wurde die Horizontalsteifigkeit in der Lagerfuge mit starr gekoppelten Scheibenelementen gesteigert, bis eine Spannungsverteilung vorliegt, die zu Trennrissen führt. Aufgrund der stets vorhandenen Biegespannungen wurden als Grenze die drei in Abb. 4.10 gezeigten Spannungsverteilungen definiert, die sich nach Dominanz und Richtung des Biegezwangs unterscheiden.

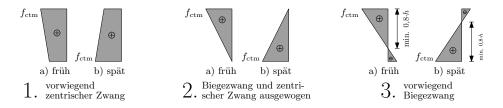


Abb. 4.10.: kritische Spannungsverteilungen für die Bildung von Trennrissen

Unabhängig von der Lagerungsbedingung stellen sich aber zunächst je nach Plattendicke sehr unterschiedliche Temperaturfeldänderungen ein. Nach Bereinigung um die nicht-linearen Anteile zeigt sich erwartungsgemäß, dass sowohl die konstant verteilte Temperaturänderung als auch die Temperaturgradiente mit zunehmender Dicke steigt (Abb. 4.11).

Gleichzeitig steigt aber der Einfluss der Frischbetontemperatur bei dünneren Bodenplatten, da hier der Temperaturunterschied zwischen Frischbeton und Umgebungsluft im Verhältnis zur Gesamttemperaturänderung zunimmt. Berücksichtigt man noch den Erstarrungszeitpunkt, so hat der Temperaturunterschied zwischen Frischbeton und Umgebungsluft im Falle der 0,5 m dicken Platte die gleiche Größenordnung wie die Temperaturänderung aus Hydratationswärme.

Insgesamt würden die hier betrachteten Platten bei rein elastischem Werkstoffverhalten und vollständiger Behinderung in der Lagerfuge allesamt Trennrisse aufweisen. Hintergrund ist die Steifigkeitsentwicklung des Betons, sodass infolge der behinderten Ausdehnung bei Erwärmung viel kleinere Druckspannungen aufgebaut werden, als infolge der behinderten Verkürzung bei Abkühlung an Zugspannungen entsteht.

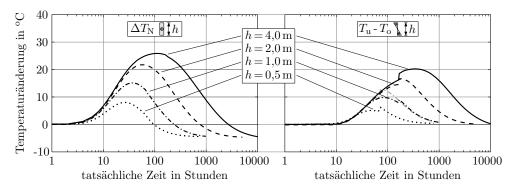


Abb. 4.11.: Temperaturänderungen für unterschiedliche Plattendicken (Sommerszenario)

Nachfolgend werden die Spannungen ausgewertet, die aus den berechneten Temperaturänderungen und den gleichzeitig auftretenden autogenen Schwindverformungen resultieren würden. Bei vollständiger Verformungsfreiheit in der Lagerfuge stellen sich zunächst an Ober- und Unterseite der Platte die Randspannungen aus Abb. 4.12 ein. Demgegenüber treten in diesem Szenario im Kernbereich nur Eigenspannungen auf, die unbedeutend sind.

In diesem Szenario übersteigen die Spannungen an der Oberseite die Zugfestigkeit zur Beurteilung der Rissgefahr ab einer Plattendicke von ca. 2,0 m. Dies führt aber noch nicht sofort zu einer ausgeprägten Rissbildung, da die hier betrachtete Gesamtspannung noch erhebliche Anteile an Eigenspannungen beinhaltet. Außerdem unterstellen die Be-

rechnungen eine linear-elastische Rissdehnung. Erst ab einer Plattendicke von ca. 4,0 m ist sicher von Mikrorissbildung an der Oberfläche auszugehen. Hingegen kann die Gefahr von Rissbildung für Plattendicken zwischen 2,0 bis 4,0 m nur unter Berücksichtigung der tatsächlichen Rissdehnung realistisch eingeschätzt werden. Einzelheiten zu dieser Vorgehensweise sind in Tue et al. (2014) dargestellt.

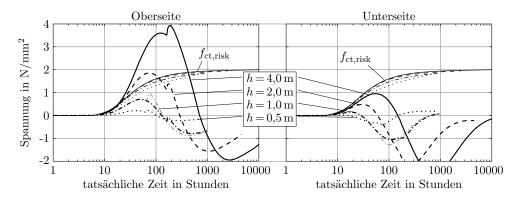


Abb. 4.12.: Randspannungen gegenüber der Zugfestigkeit zur Beurteilung der Rissgefahr für unterschiedliche Plattendicken (Sommerszenario, freie Verschieblichkeit in der Lagerfuge)

Um den Biegezwang genauer bewerten zu können, zeigt Abb. 4.13 die reinen Biegespannungen. Generell zeigen sich hierbei hinsichtlich des Biegezwangs zwei Zwangzustände. Anfänglich wird infolge der Abkühlung der Oberseite auf Umgebungstemperatur bei gleichzeitiger Erwärmung der Unterseite infolge wärmespeichernder Wirkung des Baugrunds ein Zwangmoment mit Zugbeanspruchung an der Oberseite aufgebaut. Bis zu einer Plattendicke von ca. 1,0 m fällt die größte Biegezugspannung an der Oberseite ungefähr mit dem Maximum der gleichmäßigen Temperaturänderung zusammen und wird mit zunehmender Plattendicke auf den Zeitpunkt der Beendigung der Nachbehandlungsmaßnahme verlagert. Die absolute Größe nimmt hierbei deutlich mit der Plattenstärke zu, wobei im Falle des Referenzbetons erst ab einer Plattenstärke von ca. 2,0 m mit Biegerissen zu rechnen ist.

Mit der Auskühlung der Unterseite wird dann ein gegenläufiges Zwangmoment eingetragen und das Vorzeichen der bisherigen Biegespannungen umgekehrt. Die größten Biegezugspannungen an der Unterseite werden mit Erreichen der Ausgleichstemperatur aufgebaut, die aber aufgrund der Spannungsgeschichte sowie dem späteren Auftreten deutlich unterhalb der Zugfestigkeit bleiben.

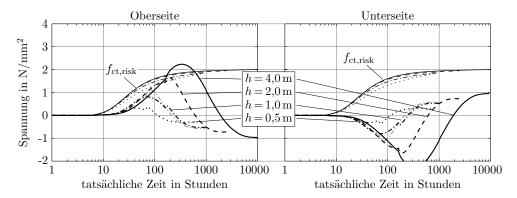


Abb. 4.13.: Biegespannungen gegenüber der Zugfestigkeit zur Beurteilung der Rissgefahr für unterschiedliche Plattendicken (Sommerszenario, freie Verschieblichkeit in der Lagerfuge)

Zwar sind diese Ergebnisse theoretisch, da eine vollständige horizontale Verformungsfreiheit in der Lagerfuge nie gegeben ist, doch zeigen die betrachteten Fälle, dass die Verformungsbehinderung in der Lagerfuge zunächst günstig auf die obere Randzugspannung wirken wird. Die Bodenplatte befindet sich stets noch in der Erwärmungsphase, wenn die oberen Randzugspannungen erreicht werden, sodass äußerer Zwang zu günstigen Druckspannungen im Gesamtquerschnitt führt.

Demgegenüber verschiebt sich das Erreichen der maximalen Biegezugspannungen an der Oberseite mit zunehmender Plattendicke in die Abkühlungsphase, da der Biegezwang auch vom Temperaturmaximum an der Plattenunterseite beeinflusst wird. Zwar könnten die günstigen Druckspannungen aus äußerem Zwang zu diesem Zeitpunkt dann bereits schon abgebaut sein, doch bleibt der Biegezwang zu diesem Zeitpunkt stets maßgebend. Damit ist die Gefahr von Biegerissen an der Oberseite nahezu unabhängig von der Baugrundbeschaffenheit. Abb. 4.14 veranschaulicht diesen Zusammenhang schematisch.

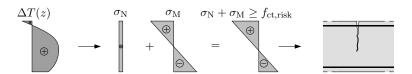


Abb. 4.14.: Bildung von Biegerissen an der Oberseite der Bodenplatte

Die Gefahr von Trennrissen infolge äußerem Zwang entsteht erst mit voranschreitender Abkühlung. Da die Biegezugspannungen an der Unterseite aber sehr begrenzt sind, muss der zentrische Zwang einen wesentlichen Beitrag liefern bis die Zugfestigkeit erreicht wird. Diese zentrische Zugspannung überlagert sich dann ungünstig mit den Biegezugspannungen an der Unterseite der Bodenplatte. Die kleinstmögliche horizontale

Behinderung für die Bildung von Trennrissen führt deshalb stets zu Trennrissen, die von der Unterseite der Platte ausgehen.

Abb. 4.15 veranschaulicht diesen Zusammenhang, wobei anzumerken ist, dass dieses Szenario eine sehr große Verformungsbehinderung in der Lagerfuge erfordert und deshalb untypisch ist.

Abb. 4.15.: Bildung von Trennrissen ausgehend von der Unterseite der Bodenplatte

Um die Größenordnung der kritischen Verformungsbehinderung in der Lagerfuge zu ermitteln, wurde die horizontale Behinderung in der Lagerfuge über die 2D-Elemente in Abb. 4.9 soweit gesteigert, bis die um die Eigenspannung bereinigte Spannungsverteilung bei Erreichen der Ausgleichstemperatur an einem beliebigen Punkt die Zugfestigkeit erreicht und von Trennrissbildung auszugehen ist. Erwartungsgemäß ist dies an der Unterseite ( $\sigma_{\rm N+M,u}$ ). Abb. 4.16 veranschaulicht diese Vorgehensweise am Beispiel der 2,0 m dicken Platte.

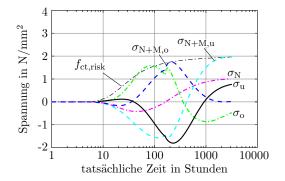


Abb. 4.16.: Zwangspannungen in der 2,0 m dicken Bodenplatte mit einer horizontalen Behinderung in der Lagerfuge, die unter sommerlichen Einbaubedingungen Trennrisse hervorruft

Diese Darstellung zeigt deutlich, wie sich die frühen Randzugspannungen bei äußerem Zwang reduzieren, auch wenn hierbei die Rissbildung noch nicht ausgeschlossen werden kann. Des weiteren stellt die 2,0 m dicke Platte den Sonderfall dar, bei dem sowohl frühe Biegerisse an der Oberseite als auch spätere Trennrisse ausgehend von der Unterseite angezeigt werden.

Das Ergebnis aller Berechnungen ist in Abb. 4.17 als Gegenüberstellung der für die betrachteten Plattendicken kritischen Verformungsbehinderungen in der Lagerfuge zusammengefasst.

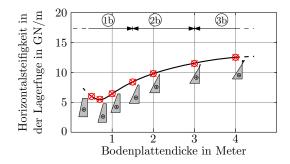


Abb. 4.17.: horizontale Behinderung in der Lagerfuge der Bodenplatte, ab der unter sommerlichen Einbaubedingungen mit Trennrissen zu rechnen ist (ohne Trocknungsschwinden)

Die kritische Verformungsbehinderung ist als Federsteifigkeit angegeben, welche die Behinderung zwischen allen benachbarten Knoten in der Lagerfuge beschreibt. Die Modellierung dieser Federn müsste relativ erfolgen und wurde hier über die feste Kopplung mit 2D-Elementen realisiert. Aus diesen Federsteifigkeiten kann bei bekannter Steifigkeit des Bodens auf die zu aktivierende Fläche im Bodenkörper geschlossen werden. Unterstellt man vereinfachend eine gleichmäßige Spannungsverteilung im Bodenkörper unterhalb der Bodenplatte, wobei die Ausdehnung in Querrichtung dann der Bodenplatte gleichgesetzt wird, so kann die Gefahr von Trennrissen in der 2,0 m dicken Platte bei einer gewöhnlichen Bodensteifigkeit von  $50\,\mathrm{MN/m^2}$  ausgeschlossen werden, bevor der Boden nicht bis zu einer Tiefe von mindestens  $200\,\mathrm{m}$  aktiviert wird. Demgegenüber minimieren sehr steife Baugrundverhältnisse diese erforderliche Tiefe enorm. Bei kompaktem Fels mit einer Steifigkeit von beispielsweise  $10\,\mathrm{GN/m^2}$  reduziert sich diese Tiefe auf  $1,0\,\mathrm{m}$ .

Das Ergebnis dieser Betrachtungen zeigt außerdem, dass die horizontale Behinderung in der Lagerfuge der Bodenplatte, ab der mit Trennrissen zu rechnen ist, in keinem linearen Verhältnis zur Plattendicke steht. Die Gründe hierfür sind das Zusammenspiel von einwirkender Verformung und Dehnsteifigkeit der Bodenplatte sowie der Einfluss der Biegezwangspannungen in Abhängigkeit von der Plattendicke.

Dünne Platten mit einer Dicke bis 0,5 m haben nur geringe Biegezwangspannungen, weshalb Trennrisse maßgeblich durch zentrischen Zwang hervorgerufen werden. Ist Trocknungsschwinden nicht maßgebend, so erfordert der kritische zentrische Zwang anfangs einen vergleichsweise großen Behinderungsgrad, da der konstante Temperaturanteil bei diesen dünnen Platten ebenfalls begrenzt ist. Ist das Trocknungsschwinden bei dünnen Platten sehr ausgeprägt, so sind weitere Betrachtungen erforderlich.

Mit zunehmender Plattendicke bis ca. 0,7 m fällt der kritische Behinderungsgrad dann zunächst ab, da der zentrische Temperaturanteil hier überproportional anwächst. Anschließend steigt der kritische Behinderungsgrad wieder an, da der zentrische Temperaturanteil mit zunehmender Dicke einem absoluten Endwert zustrebt, während die Dehnsteifigkeit der Platte stets proportional zur Dicke zunimmt. Gleichzeitig nehmen aber auch die maximalen Biegespannungen an der Unterseite mit der Dicke zu, sodass sich letztendlich ein abgeflachter Verlauf einstellt.

Quantitativ beziehen sich diese Ergebnisse auf den Einsatz des Referenzbetons unter sommerlichen Einbaubedingungen. Qualitativ können hieraus aber folgende allgemeine Feststellungen für die erhärtungsbedingte Rissgefahr bei Bodenplatten abgeleitet werden:

- 1. Mit zunehmender Plattendicke steigt generell die Gefahr von oberseitiger Mikrorissbildung.
- 2. Ist mit Rissbildung zu rechnen, so sind Biegerisse stets bemessungsrelevant, da nicht ausgeschlossen werden kann, dass der Biegezwang das Rissmoment erreicht.
- 3. Der geometrisch vorgegebene Abstand der primären Risse resultiert aus dem Biegezwang.
- 4. Die Gefahr von Trennrissen ist i.d.R. klein, da die kritische Behinderung in der Lagerfuge praxisübliche Angaben um Größenordnungen übersteigt. Hiervon ausgenommen sind:
  - a) Betonagen auf kompaktem Fels mit gewollt gutem Verbund in der Lagerfuge (wie bspw. im Fußbereich von Staumauern) und
  - b) Dünne Platten auf steifem Untergrund mit entsprechend großem Verkürzungsbestreben, deren Länge darüber hinaus eine starke Wechselwirkung mit dem Baugrund hervorruft.

Im Falle abschnittsweiser Herstellung übereinanderliegender Bauabschnitte, wie bspw. bei Schleusen mit Überführung des Grundlaufs in Längskanäle innerhalb der Bodenplatte, ist die Gefahr von Trennrissen ebenfalls begrenzt, da hier von Nachgiebigkeiten in der Lagerfuge auszugehen ist. Diese werden hervorgerufen durch Temperaturverformungen aus dem Wärmeabfluss in den Altbeton und den viskoelastischen Effekten im Altbeton infolge gegenseitiger Behinderung.

#### 4.2.3. Zu erwartendes Rissbild

Gemäß der vorherigen Schlussfolgerungen wird an dieser Stelle das zu erwartende Rissbild von biegezwangbeanspruchten Bodenplatten betrachtet. Deren Rissbildung setzt ein, wenn das Rissmoment erreicht wird. In Bereichen, in denen eine volle Ver-

krümmungsbehinderung herrscht, kann der kritische Temperaturunterschied  $\Delta T_{\rm M,krit}$ , bei dem Biegerisse entstehen, somit aus Gleichsetzen von Moment infolge Temperaturunterschied und Rissmoment ermittelt werden:

$$\frac{\alpha_{\rm T} \cdot \Delta T_{\rm M}}{h} \cdot EI = M_{\rm cr}: \quad \Delta T_{\rm M,krit} = \frac{f_{\rm ct,risk}}{3 \cdot E_{\rm c,eff} \cdot \alpha_{\rm T}} \cdot k_{\rm SF} \quad \text{mit: } k_{\rm SF} = 6 \tag{4.7}$$

Diese kritischen Temperaturunterschiede unterliegen nur der zeitlichen Entwicklung der Zugbruchdehnung. Abb. 4.18 zeigt eine Auswertung dieses Zusammenhangs auf Grundlage der normativ angegebenen Festigkeitseigenschaften, wobei die Einflüsse aus ungünstiger Festigkeitsentwicklung gegenüber günstigen viskoelastischen Effekten für diese Betrachtung vernachlässigt wurden. Geht man davon aus, dass die Rissbildung bei dicken Bodenplatten frühestens erst nach Erreichen von etwa  $70\,\%$  der Zugfestigkeit auftritt, so ist eine ausgeprägte Rissbildung bei Verwendung von gewöhnlichen Betonrezepturen sehr unwahrscheinlich.

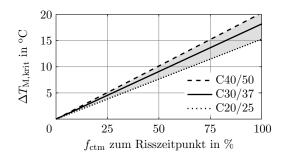


Abb. 4.18.: kritischer Temperaturunterschied  $\Delta T_{\rm M,krit}$  für Erstrissbildung im vollständig verkrümmungsbehinderten Mittenbereich

Im Randbereich wirkt demgegenüber zunächst keine volle Verkrümmungsbehinderung und die Bodenplatte kann sich je nach Temperaturgefälle entweder aufschüsseln (Unterseite wird wärmer und/oder Oberseite kälter) oder im umgekehrten Fall verwölben. Mit zunehmendem Randabstand führt dies zur Aktivierung des Eigengewichts und der resultierende Verformungsverlauf entspricht der Verformung infolge Temperaturunterschied abzüglich der Rückverformung aus Aktivierung des Eigengewichts. Gemäß den Modellvorstellungen in Abb. 4.19 kann der Randbereich im Falle von Aufschlüsseln wie ein Kragträger betrachtet werden, im umgekehrten Fall der Verwölbung ist ein einseitig eingespannter und auf der eingespannten Seite vertikal verschieblich gelagerter Einfeldträger zutreffend.

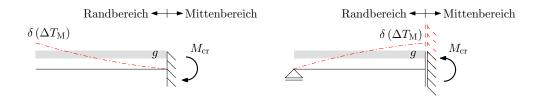


Abb. 4.19.: Systeme zur Erfassung des Verformungsverlaufs am Rand von Bodenplatten bei unendlich steifer Bettung; **links:** Aufschüsseln; **rechts:** Verwölben

Sowohl für das Aufschüsseln als auch für das Verwölben lässt sich der erforderliche Randabstand zum Aufbau des Rissmomentes durch Gegenüberstellung von Rissmoment und Einspannmoment bei voller Aktivierung des Eigengewichts auf der sicheren Seite angeben zu:

$$l_{\rm cr} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{f_{\rm ct, design} \cdot h}{\gamma_{\rm c}}} \tag{4.8}$$

Biegerisse entstehen dann, wenn der Temperaturunterschied über die Höhe den freien Rand über die Länge  $l_{\rm cr}$  aus der Lagerebene zu heben vermag. Da die Aktivierung des Eigengewichts zumindest im Falle des Aufschüsselns deutlich größere Schnittgrößen hervorruft als ein vollständig behinderter Temperaturunterschied im Mittenbereich, gehen die Temperaturunterschiede für die Gefahr von Biegerissen im Randbereich teils deutlich zurück. Je nach Richtung im Temperaturgefälle gilt:

$$\Delta T_{\rm M,krit} = \frac{f_{\rm ct,risk}}{3 \cdot E_{\rm c,eff} \cdot \alpha_{\rm T}} \cdot k_{\rm SF} \ \ {\rm mit:} \ k_{\rm SF} = 3 \, ({\rm Aufschüsseln}) \ {\rm und} \ 5 \, ({\rm Verw\"{o}lben}) \ (4.9)$$

Zum Vergleich zeigt Abb. 4.20 eine Auswertung dieser Gleichung ebenfalls vereinfacht ohne Einfluss der Festigkeitsentwicklung und ohne Berücksichtigung viskoelastischer Effekte.

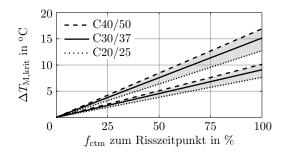


Abb. 4.20.: kritischer Temperaturunterschied  $\Delta T_{\mathrm{M,krit}}$  für Erstrissbildung am Rand

Abb. 4.21 zeigt die Überlegungen zur Erstrissbildung am Rand am Beispiel einer 1,0 m dicken Bodenplatte mit einem Beton C20/25 ( $E_{\rm c}=28.800\,{\rm N/mm^2}, f_{\rm ctm}=2.2\,{\rm N/mm^2}$ ). Dargestellt sind die resultierenden Verformungen, wobei der Momentenverlauf der behinderten Verformung aus Eigengewicht  $\delta_{\rm rest}(g)$  folgt.

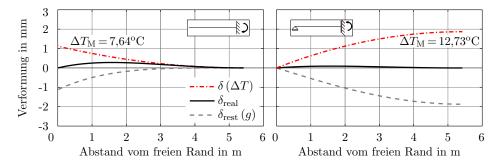


Abb. 4.21.: Verformungsanteile infolge Temperaturunterschied im Randbereich einer 1 m dicken Bodenplatte; **links:** Aufschüsseln; **rechts:** Verwölbung

Der Randabstand des ersten Biegerisses ist theoretisch der maximal mögliche Abstand der primären Risse in einer Bodenplatte, da die verbleibende Biegesteifigkeit in einem gerissen Querschnitt im Übergang zum Mittenbereich bei voranschreitender Rissbildung stets zu einem kleineren Abstand führt. Abb. 4.22 zeigt die Auswertung der Glg. (4.8) für beide Fälle unter Annahme realistischer Zugfestigkeiten zum Risszeitpunkt.

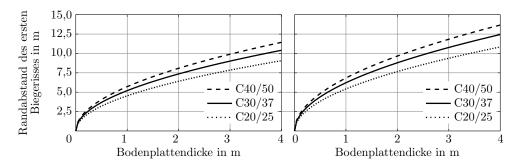


Abb. 4.22.: maßgebender Primärrissabstand (theoretischer Randabstand des ersten Biegerisses); links: Aufschüsseln ( $f_{\rm ctm}(t_{\rm eff}) = 0.7 \cdot f_{\rm ctm}$ ); rechts: Verwölbung ( $f_{\rm ctm}(t_{\rm eff}) = f_{\rm ctm}$ )

Bei diesem Rissabstand handelt es sich jedoch um theoretische Ergebnisse unter Annahme einer unendlich drucksteifen Bettung. Zur Quantifizierung des Einflusses aus der Boden-Bauwerk-Interaktion wurde anschließend eine FEM-basierte Parameterstudie mit

einem Berechnungsmodell gemäß Abb. 4.9 durchgeführt. Abb. 4.23 zeigt die Auswertung des wahrscheinlichen Falls von Rissbildung an der Oberseite. Erwartungsgemäß steigt der Rissabstand mit weicher werdendem Baugrund, zunehmender Querschnittshöhe der Platte und zunehmender Betonzugfestigkeit. Biegerisse an der Unterseite wurden in weiterer Folge nicht betrachtet, obwohl diese nicht generell ausgeschlossen werden können.

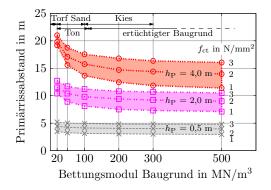


Abb. 4.23.: Einfluss von Baugrund, Querschnittshöhe und Betonzugfestigkeit auf den Abstand des ersten Biegerisses vom freien Rand bei Bodenplatten

Für die Modellbildung zur verformungsbasierten Bemessung wird in weiterer Folge zunächst ein theoretischer Abstand bei unendlich steifer Bettung zugrunde gelegt. Daraus resultiert zwar ein kürzerer Rissabstand, doch wird gleichzeitig auch konstante Biegebeanspruchung zwischen den Primärrissen unterstellt. Letztendlich wird davon ausgegangen, dass die hieraus für die Bemessung resultierende aufzunehmende Verformung auf der sicheren Seite liegt, da die tatsächliche Bettung beide Größen (Rissabstand und Spannungsverteilung zwischen den Rissen) gegenläufig beeinflusst.

## 4.3. Wände

Wände sind Bauteile, deren Länge mindestens das Dreifache der Querschnittshöhe beträgt. Definitionsgemäß soll deren Höhe auch die Querschnittsdicke mindestens um den Faktor vier übersteigen, was jedoch bei Bauabschnitten sehr dicker Wände nicht immer erfüllt ist. Bei dem untersuchten unteren Bauabschnitt der Kammerwand Schleuse Sülfeld beträgt dieses Verhältnis bspw. nur  $h_{\rm W}/b_{\rm W}=1,6$ . Darüber hinaus werden Wände bzw. Wandabschnitte in der Regel auf Fundamenten oder darunterliegenden Wandabschnitten errichtet und treten somit in thermische wie auch mechanische Wechselwirkung mit ihrem Untergrund.

#### 4.3.1. Bauteilverhalten am Beispiel der Kammerwand Sülfeld

Die Temperaturgeschichte von erhärtenden Wänden wird maßgeblich vom Wärmeabfluss an den Wandaußenseiten geprägt. Mit zunehmender Massigkeit gewinnen überdies die unterschiedlichen thermischen Randbedingungen von Ober- und Unterseite an Bedeutung. Während der Wärmefluss hauptsächlich in der Querschnittsebene stattfindet, wirken die Verformungsbestrebungen infolge Temperaturänderung hauptsächlich in Längsrichtung. Auch bei Wänden ist diese Temperaturänderung innerhalb eines Querschnitts nicht gleichmäßig verteilt und kann für den Gesamtquerschnitt in die vorgestellten idealtypischen Anteile zerlegt werden. Beispielhaft zeigt Abb. 4.24 diese Entwicklungen für den Erhärtungszeitraum des untersuchten Bauabschnitts der Kammerwand Schleuse Sülfeld, die gemäß den Überlegungen in Abb. 4.4 unter Bereinigung der Querrichtung um die nicht-linearen Anteile berechnet wurden.

Für einen späteren Vergleich mit der Spannungsentwicklung im Querschnitt werden bei diesen Temperaturanteilen aber nur die spannungswirksamen Temperaturfeldänderungen berücksichtigt, d.h. erst mit dem Erstarren einer jeden Schicht fließen die Temperaturen derselben in den weiteren Verlauf der einzelnen Anteile ein. Auswirkung hat dies auf den konstanten Anteil und den linearen Anteil an der Unterseite im Zeitraum der Erwärmungsphase. Demgegenüber beginnt der Verlauf des nicht-linearen Anteils erst, wenn der gesamte Querschnitt erstarrt ist.

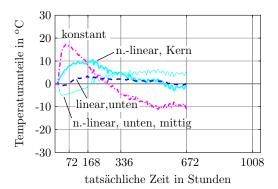


Abb. 4.24.: Kammerwand Sülfeld: erhärtungsbedingte Temperaturänderungsanteile im Querschnitt

Der konstante Temperaturanteil ist sowohl in der Erwärmungsphase wie auch im Zeitraum der Abkühlung sehr ausgeprägt. Gleichzeitig hat der lineare Temperaturanteil nur eine untergeordnete Bedeutung, während die nicht-linearen Temperaturanteile im Querschnitt beachtenswert sind.

Den zeitlichen Verlauf der zugehörigen Spannungsanteile zeigt Abb. 4.25. Deutlich zu erkennen ist, dass sich der konstante Spannungsanteil formgleich dem konstanten Temperaturanteil einstellt, wenngleich dessen Größe deutlich unterhalb der zu erwartenden Spannungsantwort bei vollständiger Verformungsbehinderung liegt. Hintergrund ist der begrenzte äußere Verformungsbehinderungsgrad aufgrund der endlichen Steifigkeit der Bodenplatte.

Gleichzeitig sind im Querschnitt ausgeprägte Biegespannungen vorhanden, denen zwar keine lineare Temperatureinwirkung vorausgeht, die aber aus dem exzentrischen Angriff der äußeren Verformungsbehinderung resultieren. Dabei werden über die Wandhöhe Verkrümmungen hervorgerufen, die zum einen durch die Biegesteifigkeit der darunterliegenden Bodenplatte und zum anderen mit zunehmender Länge infolge der Aktivierung des Eigengewichts behindert werden.

Zudem entstehen erhebliche Eigenspannungen, weil das Ebenbleiben des Querschnitts bei diesen großflächigen Abmessungen die nicht-linearen Temperaturanteile fast vollständig behindert.

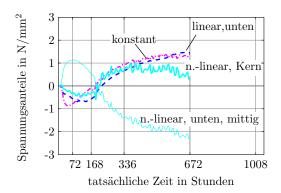


Abb. 4.25.: Kammerwand Sülfeld: erhärtungsbedingte Spannungsanteile im Querschnitt

Abb. 4.26 bestätigt diese Schlussfolgerung mit dem Vergleich von Soll-Dehnung infolge des konstanten Temperaturanteils aus Abb. 4.24 mit der berechneten Ist-Dehnung in den Messpunkten gemäß Abb. 3.34. Der Behinderungsgrad des konstanten Temperaturverformungsbestrebens kann aus dem Vergleich der Soll-Dehnung mit der Ist-Dehnung in der Mitte abgeschätzt werden und beträgt im Zeitraum der Zugkraftbildung ca. 30%. Des weiteren zeigen die unterschiedlichen Neigungen der Ist-Dehnungen eine Verkrümmung über die Wandhöhe an, welche der tatsächlichen Verformung der massiven Bodenplatte folgen. Durch den Wärmeaustausch zwischen erhärtendem Wandabschnitt und der Oberflächenzone der Bodenplatte wird in der Bodenplatte eine Verwölbung mit anschließendem Rückgang initiiert, welcher der Wandquerschnitt durch den Mitnahme-Effekt folgt.

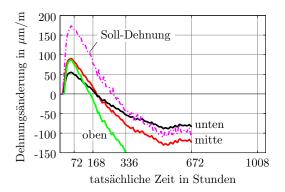


Abb. 4.26.: Kammerwand Sülfeld: Vergleich von Soll-Dehnung mit Ist-Dehnung an ausgewählten Punkten des untersuchten Bauabschnitts

#### 4.3.2. Maßgebende Zwangbeanspruchung

Eine allgemeine Aussage zu Zwangspannungszuständen bei Wänden infolge der Wechselwirkung mit dem Fundament unterliegt einem komplexen Zusammenspiel verschiedener Einflussgrößen. Nach einer voneinander unabhängigen Betrachtung dieser Einflussgrößen wird ein Lösungsansatz zur Erfassung von deren Zusammenwirken vorgestellt.

#### Verformungseinwirkungen

Die Verformungseinwirkungen von Wänden resultieren maßgeblich aus thermischen Dehnungen und Schwindverkürzungen. Neben den Temperaturunterschieden aus Frischbetontemperatur und klimatischen Randbedingungen werden die thermischen Dehnungen maßgeblich durch ein Zusammenspiel von Bauteilmassigkeit und Hydratationswärme infolge Erhärtung vorgegebenen. Bei dünnen Wänden mit exponierten Außenseiten können zusätzliche Verkürzungen infolge Trocknungsschwinden an Bedeutung gewinnen. In diesem Zusammenhang interessieren aber nur diejenigen Verformungseinwirkungen, die zu einer äußerlich messbaren Verformungsänderung führen und in Wechselwirkung mit angrenzenden, behindernden Bauteilen (i.d.R. Fundament) treten. Im Detail handelt es sich hierbei um die konstant und linear im Querschnitt verteilten Verformungseinwirkungen, die durch äußere Behinderung zu einer Zwangnormalkraft und einem Zwangmoment führen. Hingegen rufen die nicht-linear im Querschnitt verteilten Verformungseinwirkungen nur Eigenspannungen hervor, die als Oberflächenproblem behandelt werden.

Für das Erkennen kritischer Spannungszustände sind hierbei nur all jene Verformungseinwirkungen relevant, die zu einer Zugbeanspruchung im Beton führen. Die Berücksichtigung der Spannungsgeschichte gewinnt deshalb vor allem bei dicken Bauteilen

mit ausgeprägten Druckspannungen in der Erwärmungsphase an Bedeutung, da diese zunächst auch erst wieder abgebaut werden müssen. Im Falle des untersuchten Bauabschnitts der Kammerwand Sülfeld rufen beispielsweise nur  $70\,\%$  der konstant im Querschnitt verteilten Abkühlung eine Zugspannung hervor.

#### Spannungsantwort bzw. aufzunehmende Verformung

Generell ist bei Wänden eine zentrische Verformungseinwirkung zu berücksichtigen. Gewöhnlich wird diese durch das Fundament exzentrisch am Wandfuß behindert, sodass in der Wand eine Zugbeanspruchung entsteht, die linear zur Wandkrone hin abnimmt. Eigenspannungen gewinnen erst mit zunehmender Wanddicke an Bedeutung. Die Größe der Zwangbeanspruchung ist abhängig von dem Zusammenspiel aus Höhe der Verformungseinwirkung und der Ausprägung der Verformungsbehinderung. Gleichzeitig haben aber auch die Steifigkeitsentwicklung des Betons und dessen viskoelastische

#### Geometrische Verhältnisse

Effekte großen Einfluss.

Neben der Wechselwirkung von Wand und behinderndem Fundament auf Querschnittsebene hat auch der Einleitungsbereich der Verformungsbehinderung einen großen Einfluss auf die Ausprägung der Zwangspannungen. Beide Effekte wurden in der Vergangenheit nur vereinfacht und getrennt voneinander untersucht. Rostásy und Henning (1990) hat die Zwangbeanspruchung infolge Querschnittwechselwirkung untersucht. Dieses Ergebnis beschreibt die tatsächlichen Verhältnisse nicht ausreichend. Die dortige Annahme, dass die Längsrichtung für eine unendlich lange Wand vernachlässigt werden kann, ist unzutreffend. Hingegen zeigt König und Tue (1996) die Auswirkungen des Zwangeinleitungsbereichs, wobei hier aber durch die vollständige Längsdehnungsbehinderung am Wandfuß die Querschnittswechselwirkung nicht abgebildet wird. Mittels FEM-Studien in Tue und Schlicke (2009a) und Schlicke und Tue (2012b) wurde

Mittels FEM-Studien in Tue und Schlicke (2009a) und Schlicke und Tue (2012b) wurde unter Berücksichtigung von Materialeigenschaften, Querschnittsverhältnissen und den Einflüssen des Zwangeinleitungsbereichs gezeigt, dass die Zwangbeanspruchung in der Wand nur mit einer kombinierten Betrachtung von Wechselwirkung im Querschnitt und Zwangeinleitung in Längsrichtung zutreffend beschrieben werden kann.

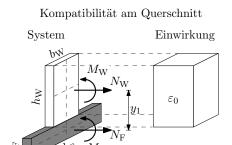
#### Lösungsansatz zur Beschreibung der Zwangbeanspruchung in Wänden

Zur Beschreibung der maßgebenden Zwangbeanspruchung in Wänden wird in dieser Arbeit eine analytische Lösung für eine symmetrisch auf dem Fundament angeordnete Wand entwickelt. Wie in Abb. 4.27 dargestellt wird hierbei zum einen die Wechselwirkung zwischen Wand- und Fundamentquerschnitt auf Grundlage der Verformungskompatibilität berücksichtigt. Zum anderen wird der Zwangeinleitungsbereich in Längsrichtung erfasst, welcher die bei exzentrischem Angriff der Verformungsbehinderung hervorgerufene Verkrümmung des Gesamtquerschnitts und damit einhergehende

Aktivierung des Eigengewichts über die Bauteillänge beschreibt. Dies wiederum erzeugt ein äußeres Moment, welches entgegen der Biegespannungen aus Wechselwirkung der Teilquerschnitte wirkt und die Spannungsverteilung über die Wandhöhe mit zunehmendem L/H-Verhältnis letztendlich stark vergleichmäßigt.

Bei dieser analytischen Lösung wurde das Ebenbleiben des Querschnitts vorausgesetzt. Im Anfangsbereich einer Wand liegt jedoch stets ein Scheibenspannungszustand vor, sodass diese Lösung für all jene Wand-Fundament-Systeme konservative Ergebnisse liefert, bei denen das äußere Moment infolge Aktivierung des Eigengewichts noch nicht in voller Höhe aufgebaut wurde.

Zwar bieten andere Lösungsansätze, wie insbesondere auch eine numerische Abbildung, gute Möglichkeiten zur Untersuchung dieses Effekts, für eine allgemeingültige Aussage wurde jedoch der nachfolgende ingenieurmäßige Ansatz entwickelt.



Äußeres Moment bei exzentrischer Behinderung infolge der Aktivierung des Eigengewichts beim Aufschüsseln

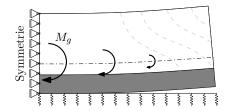


Abb. 4.27.: Zwangschnittgrößen bei Wand-Fundament-Systemen

Für die Verformungskompatibilität im Gesamtquerschnitt gilt:

$$\varepsilon_{\rm W} = \varepsilon_{\rm F}$$
 (4.10)

$$\kappa_{\rm W} = \kappa_{\rm F}$$
(4.11)

Für das Kräftegleichgewicht am Gesamtsystem gilt:

$$N_{\rm W} + N_{\rm F} = 0$$
 (4.12)

$$M_{\rm W} + M_{\rm F} - N_{\rm W} \cdot y_1 = 0 \tag{4.13}$$

Aus Glg. (4.11) folgt:

$$\frac{M_{\rm W}}{E_{\rm W}I_{\rm W}} = \frac{M_{\rm F}}{E_{\rm F}I_{\rm F}} \tag{4.14}$$

Mit Hilfe von Glg. (4.12) bis Glg. (4.14) folgt für das Moment in der Wand  $M_W$ :

$$M_{\rm W} = N_{\rm W} \cdot y_1 \cdot \frac{1}{1 + \frac{E_{\rm F}I_{\rm F}}{E_{\rm W}I_{\rm W}}} \tag{4.15}$$

Gleichzeitig gilt für die Dehnung am Schwerpunkt des Fundaments:

$$\varepsilon_{\rm W,F} = \varepsilon_0 + \frac{N_{\rm W}}{E_{\rm W}A_{\rm W}} + \frac{M_{\rm W}}{E_{\rm W}I_{\rm W}} \cdot y_1 \tag{4.16}$$

$$\varepsilon_{\rm F,F} = \frac{N_{\rm F}}{E_{\rm F}A_{\rm F}} \tag{4.17}$$

Durch Gleichsetzen von Glg. (4.16) und Glg. (4.17) unter der Bedingung von Glg. (4.10) folgt für die resultierende Normalkraft in der Wand:

$$N_{\rm W} = -\frac{\varepsilon_0}{\frac{1}{E_{\rm F}A_{\rm F}} + \frac{1}{E_{\rm W}A_{\rm W}} + \frac{y_1^2}{E_{\rm F}I_{\rm F} + E_{\rm W}I_{\rm W}}}$$
(4.18)

Mit diesen Schnittgrößen geht eine Verdrehung des Gesamtquerschnitts einher, wodurch das Längssystem ein Herausheben aus der Lagerebene anstrebt. Mit zunehmendem Abstand vom freien Rand wird dies durch die Aktivierung des Eigengewichts zurückgedrückt. Dabei entsteht ein äußeres Moment, dass auf den Gesamtquerschnitt wirkt und sich mit den Beanspruchungen der Teilquerschnitte aus deren innerer Wechselwirkung überlagert.

Dieses äußere Moment wächst mit zunehmenden Randabstand solange an, bis die Rückverformung aus der Aktivierung des Eigengewichts ein gleichmäßiges Aufliegen in der Lagerfuge erzwungen hat. Ab diesem Punkt bleibt das äußere Moment mit weiterem Randabstand konstant. Abb. 4.28 veranschaulicht diese Zusammenhänge schematisch.

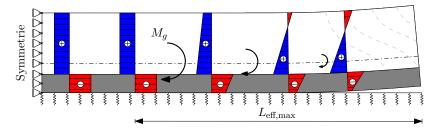


Abb. 4.28.: Grenze einer möglichen Aktivierung des Eigengewichts in Längsrichtung

Die Ermittlung des Beginns eines gleichmäßigen Aufliegens ist jedoch nicht trivial, da dieser Punkt nicht durch den ersten Bodenkontakt des Systems markiert wird, sondern durch das gegenseitige Aufheben der Verdrehungen aus Temperaturwechselwirkung und Aktivierung des Eigengewichts. Dies findet aber in der Regel einmal vor und einmal hinter dem Punkt des ersten Bodenkontakts statt. Mit der praktikablen Herleitung über das Gleichsetzen der Querschnittverkrümmungen aus Temperaturwechselwirkung und Aktivierung des Eigengewichts kann jedoch nur der Randabstand zum ersten Punkt gefunden werden. Dieser führt aber ebenfalls zur exakten Ermittlung der maßgebenden Spannungsverteilung. Der tatsächliche Randabstand zum gleichmäßig aufliegenden Mittenbereich wird aber unterschätzt, was sich aber bei der Einordnung von kurzen Wänden, die im Übergangsbereich liegen, auf der sicheren Seite befindet.

Letztendlich folgt für die effektive Wandlänge  $L_{\rm eff,max}$  aus Gleichsetzen von der Verkrümmung infolge  $M_{\rm W}$  und der Verkrümmung infolge des äußeren Moments aus aktiviertem Eigengewicht über genau diese Länge:

$$L_{\text{eff,max}} = \sqrt{\frac{2 \cdot M_{\text{W}}}{\gamma \cdot A_{\text{ges}}} \cdot \frac{I_{\text{i}}}{I_{\text{W}}}} \le \frac{L}{2}$$

$$(4.19)$$

Ist  $L_{\rm eff,max}$  bekannt, so kann die Spannungsverteilung im maßgebenden Querschnitt berechnet werden. Gemäß den Annahmen der Herleitung verläuft diese linear über die Wandhöhe und kann somit über die absolute Spannung an Wandfuß und -krone ausgedrückt werden. Es gilt:

$$\sigma_{\rm W,u/o} = \frac{N_{\rm W}}{A_{\rm W}} + \frac{M_{\rm W}}{I_{\rm W}} \cdot z_{\rm W,u/o} + \frac{M_g}{I_{\rm i}} \cdot z_{\rm i,u/o}$$
(4.20)

Eine dimensionslose Aufbereitung von Glg. (4.20) gelingt nur für lange Wände, bei denen die Grenze einer möglichen Eigengewichtsaktivierung  $L_{\rm eff,max}$  überschritten ist. Hintergrund ist die Abhängigkeit dieser Grenze von der Verformungseinwirkung selbst. Diese Grenze kann aber wiederum über ein Grenz-L/H ausgedrückt werden, wobei sich der Einfluss der Geometrie- und Steifigkeitsverhältnisse auch dimensionslos in Form eines Beiwertes  $k_1$  separieren lässt. Es gilt:

$$\operatorname{Grenz-}L/H = \sqrt{-\frac{\varepsilon_0 \cdot E_{\mathrm{W}}}{\gamma \cdot h_{\mathrm{W}}}} \cdot k_1 \quad \operatorname{mit:} k_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot \left(1 + \frac{h_{\mathrm{W}}}{h_{\mathrm{F}}}\right) \cdot \frac{b_{\mathrm{W}}}{b_{\mathrm{F}}}}{\left(1 + \frac{h_{\mathrm{W}}}{h_{\mathrm{F}}} \frac{b_{\mathrm{W}}}{b_{\mathrm{F}}}\right) \cdot \left(1 + \frac{h_{\mathrm{W}}}{h_{\mathrm{F}}} \frac{b_{\mathrm{W}}}{b_{\mathrm{F}}} \frac{E_{\mathrm{W}}}{E_{\mathrm{F}}}\right)}} \quad (4.21)$$

Abb. 4.29 zeigt die Größe von  $k_1$  für relevante Geometrie- und Steifigkeitsverhältnisse.

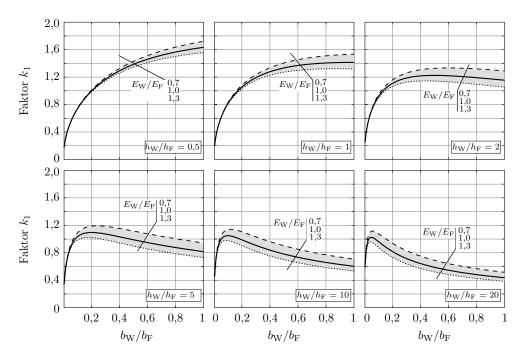


Abb. 4.29.: Faktor  $k_1$  zur Ermittlung von Grenz-L/H für unterschiedliche Höhenverhältnisse; **oben:** gedrungene Verhältnisse  $(h_{\rm W}/h_{\rm F} \le 2)$ ; **unten:** schlanke Verhältnisse  $(h_{\rm W}/h_{\rm F} > 2)$ 

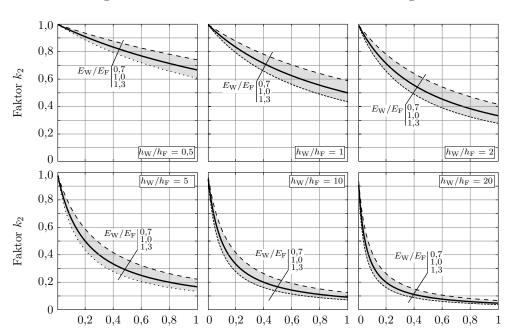
Je nach Höhenverhältnis von Wand und Fundament sind zwei Verhaltensweisen zu beobachten. Bei eher gedrungenen Höhenverhältnissen bis ca.  $h_{\rm W}/h_{\rm F}=2$  steigt die sich bei Aktivierung des Eigengewichts maximal beteiligende Wandlänge mit zunehmendem Dickenverhältnis  $b_{\rm W}/b_{\rm F}$  kontinuierlich an, bei schlanken Höhenverhältnissen nimmt diese Länge nur anfänglich zu, schlägt ab Erreichen eines Maximalwerts durch und nimmt anschließend kontinuierlich ab.

Insgesamt weist das Grenz - L/H eine große Bandbreite auf. Im Falle einer 5 m hohen Wand mit einem Beton C20/25 ( $E_{\rm c}=28.800\,{\rm N/mm^2}$ ) und einer angenommenen zentrischen Abkühlung von  $\Delta T_{\rm N}=-20\,{\rm ^oC}$  erstreckt sich diese Bandbreite in praktikablen Fällen von 3 bis über 10.

Wird diese Grenze im Bauteil überschritten, so kann die resultierende Spannung in der Wand auch mittels eines dimensionslosen Beiwerts  $k_2$  ermittelt werden. Für die absolute Spannung an Wandfuß und -krone gilt dann:

$$\sigma_{W,u} = \sigma_{W,o} = -\varepsilon_0 \cdot E_W \cdot k_2 \tag{4.22}$$

 $b_{
m W}/b_{
m F}$ 



Die Ermittlung von  $k_2$  führt jedoch zu sehr komplizierten Ausdrücken, weshalb dessen Verlauf hier nur grafisch für die bereits betrachteten Verhältnisse dargestellt wird.

Abb. 4.30.: Faktor  $k_2$  zur Spannungsermittlung in langen Wänden mit  $L_{\rm eff,max} \ge L/2$ ; **oben:** gedrungene Verhältnisse  $(h_{\rm W}/h_{\rm F} \le 2)$ ; **unten:** schlanke Verhältnisse  $(h_{\rm W}/h_{\rm F} > 2)$ 

 $b_{
m W}/b_{
m F}$ 

 $b_{\rm W}/b_{\rm F}$ 

Auch in diesem Fall kann ein Einfluss vom Höhenverhältnis von Wand und Fundament beobachtet werden. Bei eher gedrungenen Höhenverhältnissen bis ca.  $h_{\rm W}/h_{\rm F}=2$  fällt die Zwangspannung mit zunehmendem Dickenverhältnis  $b_{\rm W}/b_{\rm F}$  eher linear ab, bei schlankeren Höhenverhältnissen fällt die Spannung im Bereich  $b_{\rm W}/b_{\rm F}<0.4$  zunehmend überproportional ab.

Insgesamt zeigt das Ergebnis aber deutlich, dass Behinderungsgrade oberhalb von 0.8 kaum praktische Relevanz besitzen. Standardgeometrien im Schleusenbau erreichen Behinderungsgrade um 0.7 wohingegen übliche Abmessungen des Hochbaus unter 0.5 liegen.

Die Annahme einer langen Wand, welche die Grenze einer möglichen Eigengewichtsaktivierung  $L_{\rm eff,max}$  überschreitet, kann bei üblichen L/H- Verhältnissen jedoch nicht allgemein vorausgesetzt werden. Um die gesamte Bandbreite möglicher Spannungsverteilungen in der Wand aufzuzeigen, zeigt Abb. 4.31 die zum gegenüberliegenden,

theoretischen Grenzfall ohne äußeres Moment aus aktiviertem Eigengewicht gehörenden Spannungen auf Grundlage von Glg. (4.23).

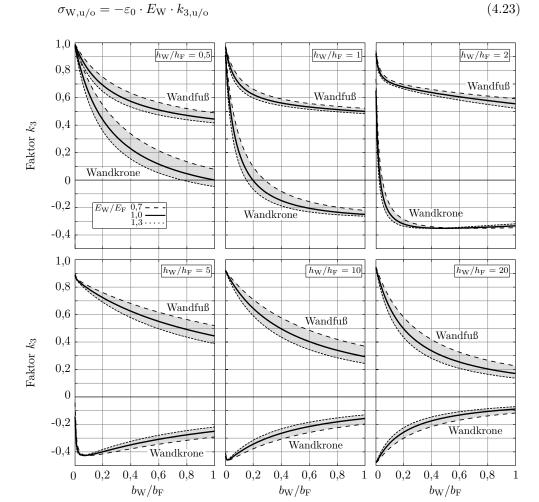


Abb. 4.31.: Faktor  $k_3$  zur Spannungsermittlung bei Vernachlässigung des Eigengewichts; **oben:** gedrungene Verhältnisse  $(h_{\rm W}/h_{\rm F}{\le}2)$ ; **unten:** schlanke Verhältnisse  $(h_{\rm W}/h_{\rm F}{>}2)$ 

Auch dieser theoretische Fall lässt unterschiedliches Verhalten bei der zuvor festgestellten Grenze beim Höhenverhältnis  $h_{\rm W}/h_{\rm F}=2$  erkennen. Bei schlanken Höhenverhältnissen

werden an der Wandkrone stets deutliche Druckspannungen erreicht, bei gedrungenen Höhenverhältnissen liegt die Querschnittsfläche der Wand oftmals schon aus Temperaturwechselwirkung gänzlich unter Zugspannung. Für die Beurteilung der Rissgefahr muss aber die Spannung am Wandfuß betrachtet werden, da hier stets die größten Spannungen in der Wand erreicht werden. Dabei zeigt sich, dass bei Annahme einer unendlich langen Wand gemäß Abb. 4.30 nur dann die größte Spannung am Wandfuß ausgewiesen wird, wenn der Wandfuß oberhalb des Gesamtschwerpunkts liegt.

Insgesamt bestätigt die Auswertung von Glg. (4.20) die in der Praxis des Bauingenieurwesens bekannten Zusammenhänge. Im Detail handelt es sich dabei um folgende Tatsachen:

- 1. Bereits übliche Verformungseinwirkungen  $\varepsilon_0$  sind ausreichend, um kritische Spannungen über die Wandhöhe aufzubauen.
- 2. Die resultierende Spannungsverteilung setzt sich aus verschiedenen Anteilen zusammen, die je nach geometrischer Randbedingung unterschiedlich stark ausgebildet sind.
  - a) Der zentrische Zwang wird vom Dehnsteifigkeitsverhältnis von Wand- und Fundamentquerschnitt bestimmt.
  - b) Die Biegespannungen infolge exzentrischer Verformungsbehinderung sind zum einen abhängig vom inneren Hebelarm und zum anderen vom Biegesteifigkeitsverhältnis von Wand- und Fundamentquerschnitt.
  - c) Die größte Zugspannung wird stets am Wandfuß aufgebaut.
- 3. In Wänden ist generell von zentrischem Zwang auszugehen, wobei die Höhe und Verteilung der Zwangbeanspruchung sehr unterschiedlich ausgeprägt sein kann.

Neben der qualitativen Bestätigung bekannter Zusammenhänge in Wand-Fundament-Systemen bietet dieser Ansatz vor allem eine praktikable Lösung zur realistischen Quantifizierung der Zwangbeanspruchung auf Grundlage der Verformungseinwirkung. Ermöglicht wird dies durch eine kombinierte Betrachtung von Querschnittswechselwirkung und Zwangeinleitungsbereich.

Darüber hinaus wird eine Unsicherheit bei der Beurteilung der Rissgefahr unter Annahme einer unendlich langen Wand aufgezeigt. In üblichen Fällen, wo der Wandfuß fast immer unterhalb des Gesamtschwerpunkts liegt, wird die größte Spannung am Wandfuß unter Berücksichtigung der tatsächlich möglichen Aktivierung des Eigengewichts erreicht. Die generelle Annahme einer unendlich langen Wand führt in diesen Fällen zu Ergebnissen auf der unsicheren Seite, da die für die Beurteilung der Rissgefahr sehr bedeutende Spannung am Wandfuß dann unterschätzt wird.

Für die möglichst breite Anwendbarkeit dieses Lösungsansatzes werden nachfolgend weitere Einflüsse betrachtet, die in der Herleitung zunächst unberücksichtigt blieben.

#### Effektive Fundamentbreite bei Betonagen auf breiten Bodenplatten

Aufgrund von begrenzten Spannungsausbreitungswinkeln sowie einer begrenzten Aktivierbarkeit des Eigengewichts der Fundamentplatte infolge Durchbiegungen und somit früherem Aufliegen in Querrichtung sollte die rechnerisch berücksichtigte Breite begrenzt werden. Legt man für die Bestimmung von  $b_{\mathrm{F,max},i}$  die in Längsrichtung maximal aktivierbare Länge in Höhe des größtmöglichen Rissabstands von  $1,2 \cdot h_{\mathrm{W}}$  gemäß Abs. 4.3.3 zugrunde und unterstellt man einen Spannungsausbreitungswinkel von 60°, so gilt für die im Mittel maximal aktivierbare Breite im Fundamentüberstand:

$$b_{F,\text{max}} = b_{W} + \sum b_{F,\text{max},i} \quad \text{mit:} \quad b_{F,\text{max},i} = \frac{1,2 \cdot h_{W} \cdot \tan 60^{\circ}}{2} \le b_{F,i}$$
 (4.24)

#### Außermittige Lage der Wand auf dem Fundament

Gemäß eigener Untersuchungen mit dem Programm CrackTestCOIN (Schlicke (2013b)) kann der entwickelte Lösungsansatz bei außermittiger Lage der Wand auf dem Fundament auf der sicheren Seite verwendet werden. Die Zwangbeanspruchung in der Wand reduziert sich im Vergleich zu einer symmetrischen Anordnung auf einer gleich breiten Fundamentplatte, während der Aufbau eines zusätzlichen Moments über die Querschnittbreite der Wand gering ist.

#### Bodenplattenüberstand und/ oder Wandecke am freien Rand

Ist der freie Rand der erhärtenden Wand nicht gleichzeitig auch Außengrenze des betrachteten Systems oder handelt es sich um eine Wandecke, so erhöht sich das bei Aufschüsseln aktivierte Eigengewicht. Dieser Effekt kann in Glg. (4.19) berücksichtigt werden, wobei der frei stehende Rand einer Bodenplatte und die quer stehende Wand wie eine Einzellast am freien Rand wirken. Hingegen ist ein vollständig verkrümmungsbehinderter Mittenbereich einer Bodenplatte als Einspannung zu sehen.

Die zusätzliche Längsdehnungsbehinderung durch eine querstehende Wand ist demgegenüber vernachlässigbar klein. Die Biegesteifigkeit der querstehenden Wand hat bei üblichen Geometrien keine nennenswerte Auswirkung auf die Behinderung der betrachteten Wand. Die Anforderung an eine geeignete konstruktive Ausbildung der Wandecke bleibt hiervon aber unberührt.

#### Einfluss von Wärmedämmung an einer Wandseite

Unterscheiden sich die thermische Randbedingungen an den Wandseiten, so kann über die Wanddicke eine linear stark veränderliche Verformungseinwirkung eingetragen werden. Auf der sicheren Seite kann die Querschnittverkrümmung in diese Richtung als vollständig behindert betrachtet werden. Eine Interaktion mit dem Längssystem bleibt hiervon unberührt.

Diese ingenieurmäßige Vorgehensweise wurde aus jüngsten Untersuchungen mit einem räumlichen Berechnungsmodell abgeleitet, mit dem die erhärtungsbedingten Zwangbean-

spruchungen in einer Tunnelaußenwand nachgerechnet wurden. Die über die Wanddicke linear stark veränderliche Verformungseinwirkung wird in diesem Fall durch eine dauerhafte Außendämmung hinter der verlorenen Schalung hervorgerufen. Einzelheiten hierzu sind in Schlicke (2013a) aufgeführt.

#### Einfluss der Wärmespeicherung in massigen Fundamenten

Bei zunehmend massigen Querschnitten gewinnt außerdem die Wärmespeicherung im Fundament an Bedeutung. Aus diesem Grund kann die Berücksichtigung von linear über die Querschnittshöhe verteilten Temperaturbeanspruchungen erforderlich sein. Abb. 4.32 zeigt diese Verformungseinwirkungen qualitativ sowie die daraus resultierenden Schnittgrößen.

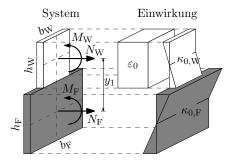


Abb. 4.32.: Zwangschnittgrößen bei massigen Wandquerschnitten

Durch Erweiterung von Glg. (4.14) auf:

$$\frac{M_{\rm W}}{E_{\rm W}I_{\rm W}} - \kappa_{0,\rm W} = \frac{M_{\rm F}}{E_{\rm F}I_{\rm F}} - \kappa_{0,\rm F} \tag{4.25}$$

folgt für das Moment in der Wand:

$$M_{\rm W} = \frac{N_{\rm W} \cdot y_1 + (\kappa_{0,\rm W} - \kappa_{0,\rm F}) \cdot E_{\rm F} I_{\rm F}}{1 + \frac{E_{\rm F} I_{\rm F}}{E_{\rm W} I_{\rm W}}}$$
(4.26)

Im Falle der Wand verändert sich die Dehnung am Schwerpunkt des Fundaments somit auf:

$$\varepsilon_{\text{W,F}} = \varepsilon_0 + \frac{N_{\text{W}}}{E_{\text{W}}A_{\text{W}}} + \frac{M_{\text{W}}}{E_{\text{W}}I_{\text{W}}} \cdot y_1 - \kappa_{0,\text{W}} \cdot y_1$$
(4.27)

Durch Gleichsetzen von Glg. (4.27) und Glg. (4.17) unter der Bedingung von Glg. (4.10) folgt letztendlich für die resultierende Normalkraft in der Wand:

$$N_{W} = -\frac{\varepsilon_{0} + \left(\frac{(\kappa_{0,W} - \kappa_{0,F}) \cdot E_{F} I_{F}}{E_{W} I_{W} + E_{F} I_{F}} - \kappa_{0,W}\right) \cdot y_{1}}{\frac{1}{E_{F} A_{F}} + \frac{1}{E_{W} A_{W}} + \frac{y_{1}^{2}}{E_{F} I_{F} + E_{W} I_{W}}}$$
(4.28)

Abb. 4.33 veranschaulicht die Auswertung von Glg. (4.20) auf Grundlage von Glg. (4.26) und 4.28 am Beispiel des untersuchten Bauabschnitts der Kammerwand Sülfeld. Zugrunde liegen die berechneten Temperaturanteile im Zeitraum der Zugkraftbildung gemäß Abb. 4.24. Vereinfachend wurden hierbei der Einfluss der Viskoelastizität durch eine Reduktion der Verformungseinwirkungen im erhärtenden Beton auf 80 % berücksichtigt und die geometrischen Unregelmäßigkeiten im Gesamtquerschnitt verschmiert erfasst. Dennoch liefert das Ergebnis eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der FEM-Simulation. Voraussetzung hierfür ist jedoch eine genaue Kenntnis der konstant und linear im Querschnitt verteilten Temperatureinwirkungen.

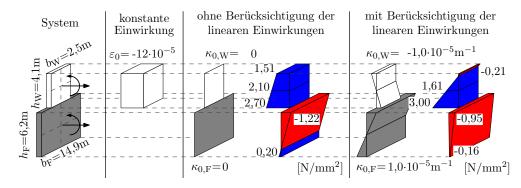


Abb. 4.33.: Einfluss einer Berücksichtigung der linearen Temperaturanteile bei der analytischen Ermittlung der Zwangbeanspruchung aus  $\varepsilon_0$ 

Durch den Vergleich von Berechnungsergebnissen ohne und mit Berücksichtigung der linearen Temperaturänderungsanteile kann hier außerdem gezeigt werden, dass die Wärmespeicherung in massigen Fundamenten zu einen deutlichen Einfluss auf die Spannungsverteilung in der Wand hat. In diesem Fall beträgt die Überschätzung der zentrischen Zwangbeanspruchung ca. 30 % (von 1,61 auf 2,10 N/mm²). Dieser Effekt rückt allerdings mit abnehmender Bodenplattendicke in den Hintergrund, da sich der Verkrümmungsanteil  $\kappa_{0,\mathrm{F}}$  infolge des Durchwärmens der Bodenplatte verringert und die Bodenplatte mit abnehmender Höhe an Biegesteifigkeit verliert.

#### 4.3.3. Zu erwartendes Rissbild

Bemessungsrelevante Rissbildung ist erst ab einem Verhältnis von L/H>2 zu erwarten, was gemäß Rostásy und Henning (1990) und König und Tue (1996) mit der hierfür erforderlichen Zwangeinleitungslänge über die schubfeste Verbindung zwischen Wand und Fundament sowie dem zwangreduzierenden Scheibenspannungszustand im Anfangsbereich der Wand erklärt wird.

Bei dieser Rissbildung werden infolge der Zwangbeanspruchung vertikal über die Wandhöhe verlaufende Trennrisse hervorgerufen. Diese steigen stets vom Wandfuß auf und wachsen vertikal in Richtung der Wandkrone. Ob sie die Wandkrone erreichen (Durchriss) oder ob sie bei einer bestimmten Höhe zum Stillstand kommen (Anriss) wurde in Rostásy und Henning (1990) sehr grundlegend für die Zwangschnittgrößen infolge Wechselwirkung zwischen Wand und Fundament untersucht. Der Einfluss eines äußeren Moments infolge Aktivierung des Eigengewichts mit zunehmendem L/H wurde hierbei als vernachlässigbar angenommen. Aus Sicht des Autors führt diese Vereinfachung zu einer deutlichen Unterschätzung der Durchrissgefahr, weshalb die nachfolgenden Betrachtungen auf der Spannungsverteilung gemäß Abs. 4.3.2 basieren. Übersteigt die Spannung am Wandfuß  $\sigma_{\rm W,u}$  die Zugfestigkeit, so bilden sich Risse in der Wand. Die Risshöhe (Höhe der Anrisse oder Durchriss) kann gemäß den Überlegungen in Abb. 4.34 bestimmt werden. Die wesentlichen Berechnungsannahmen sind das Ebenbleiben des Querschnitts und eine unveränderliche Krümmung des Querschnitts während der Rissbildung.

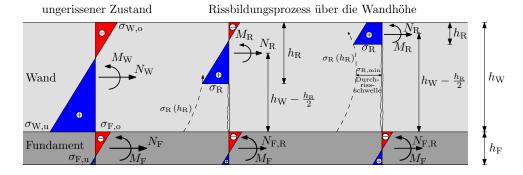


Abb. 4.34.: Spannungen und Schnittkräfte im Rissbildungsprozess, basierend auf den Überlegungen in Rostásy und Henning (1990)

Für das globale Gleichgewicht im gesamten Rissbildungsprozess gilt:

$$M_{\rm W} + M_{\rm F} - N_{\rm W} \cdot \frac{h_{\rm W} + h_{\rm F}}{2} = M_{\rm R} + M_{\rm F} - N_{\rm R} \cdot \left(h_{\rm W} + \frac{h_{\rm F} - h_{\rm R}}{2}\right)$$
 (4.29)

bzw.

$$N_{\rm R} = \frac{M_{\rm R} - M_{\rm W} + N_{\rm W} \cdot \frac{h_{\rm W} + h_{\rm F}}{2}}{h_{\rm W} + \frac{h_{\rm F} - h_{\rm R}}{2}}$$
(4.30)

Da ein Anriss zunächst nicht zum Abbau der äußeren Zwangkraft  $(N_{\rm W})$  führt, muss diese in voller Höhe über die Restfläche im angerissenen Querschnitt übertragen werden. Ihre Größe beträgt im gesamten Rissbildungsprozess gemäß der zuvor berechneten Spannungsverteilung:

$$N_{W} = \left(\sigma_{W,u} - \frac{\sigma_{W,u} - \sigma_{W,o}}{2}\right) \cdot h_{W} \cdot b_{W}$$

$$(4.31)$$

Und aufgrund der konservativen Annahme eines ebenbleibenden Querschnitts nach dem Anriss hat die Krümmung des abnehmenden Restquerschnitts stets eine Größe von:

$$\kappa_{\rm R} = \frac{\sigma_{\rm W,u} - \sigma_{\rm W,o}}{E_{\rm W} \cdot h_{\rm W}} \tag{4.32}$$

Mit diesen Größen kann die Spannung in der Risswurzel abhängig von der im Rissbildungsprozess verbleibenden Resthöhe  $h_{\rm R}$  ermittelt werden zu:

$$\sigma_{\rm R}(h_{\rm R}) = \frac{\kappa_{\rm R} \cdot E_{\rm W} \cdot b_{\rm W} \cdot \left(h_{\rm R}^3 - h_{\rm W}^3\right) + 6 \cdot N_{\rm W} \cdot (h_{\rm W} + h_{\rm F})}{6 \cdot b_{\rm W} \cdot h_{\rm R} \cdot (2 \cdot h_{\rm W} - h_{\rm R} + h_{\rm F})} + \frac{\kappa_{\rm R} \cdot E_{\rm W} \cdot h_{\rm R}}{2}$$
(4.33)

Im Gegensatz zu Rostásy und Henning (1990), welche die Definition eines Durchrisskriteriums anstrebten, soll hier die Risshöhe direkt ermittelt werden. Eine Auflösung von Glg. (4.33) nach  $h_{\rm R}$  führt jedoch zu sehr komplizierten Ausdrücken, weshalb die Ermittlung der Risshöhe grafisch erfolgt. Hierfür wird der Verlauf von  $\sigma_{\rm R}$  ( $h_{\rm R}$ ) über die Wandhöhe aufgetragen und der Zugfestigkeit gegenübergestellt. Der Verlauf von  $\sigma_{\rm R}$  ( $h_{\rm R}$ ) kann hierbei ein Minimum aufweisen, welches den sogenannten Durchrissschwellenwert markiert. Endet die Rissbildung unterhalb dieses Durchrissschwellenwertes, so entstehen stabile Anrisse. Erreicht sie diesen Punkt, so schnürt sich die Spannung in der verbleibenden Restfläche ein und es kommt zum schlagartigen Versagen des Querschnitts.

Da die Rissbildung endet, wenn die Spannung in der Risswurzel die Zugfestigkeit unterschreitet, kann zwischen Anriss und Durchriss wie folgt unterschieden werden:

- 1. **Stabiler Anriss:** Der Verlauf von  $\sigma_{\rm R}$  ( $h_{\rm R}$ ) schneidet die Zugfestigkeit und nimmt nach dem Schnittpunkt ab. Die Rissbildung endet in diesem Punkt und die Anrisshöhe kann aus der Differenz von Wandhöhe und der Höhe der zugehörigen Restfläche berechnet werden.
- 2. **Durchriss:** Der Verlauf von  $\sigma_{\rm R}$  ( $h_{\rm R}$ ) findet nach Anriss keinen stabilen Zustand für das Ende der Rissbildung und der Querschnitt reißt schlagartig durch. Dies ist erreicht, wenn  $\sigma_{\rm R}$  ( $h_{\rm R}$ ) die Zugfestigkeit nur tangiert oder gar über die gesamte Wandhöhe überschreitet.

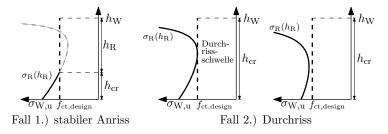


Abb. 4.35.: Veranschaulichung möglicher Ergebnisse einer grafischen Auswertung von Glg. (4.33)

Lage bzw. horizontaler Abstand dieser sogenannten Primärrisse wird hierbei geometrisch über die Zwangeinleitungslänge vorgegeben, wobei der Abstand mit der Risshöhe bei Erstrissbildung korreliert. Abb. 4.36 veranschaulicht dies für Systeme mit Anrissen oder Durchrissen.

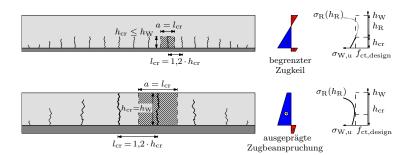


Abb. 4.36.: geometrisch vorgegebener Abstand der primären Risse bei Erstrissbildung; **oben:** ohne Durchriss; **unten:** mit Durchrissen

# 5. Vorschlag zur Ermittlung der Mindestbewehrung

Aufgrund des Zusammenhangs von Bauteiltyp und Art der Zwangbeanspruchung ist es sinnvoll, die Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite bauteilspezifisch festzulegen. Basierend auf der vorangegangenen Untersuchung und damit auch den Beobachtungen in der Praxis folgend wird für Bodenplatten bei gewöhnlichen Baugrundverhältnissen der Biegezwang abgedeckt, in Wänden ist der zentrische Zwang aufzunehmen.

Die Bemessung wird auf Grundlage der Verformungskompatibilität gemäß den Überlegungen in Bödefeld (2010) durchgeführt. Hierbei wird die vom System in Form von Zwangbeanspruchung aufzunehmende Verformung im Riss durch die Stahldehnung kompatibel gemacht. Zur Einhaltung der zulässigen Rissbreite kann dafür die Erzeugung von n zusätzlichen Sekundärrissen links und rechts vom Primärriss erforderlich werden.

Für die Bemessung ist der ungünstigste Zeitpunkt maßgebend. Bei biegezwangbeanspruchten Bodenplatten ist dies der Zeitpunkt der maximalen Biegezugspannungen, im Falle von zentrischem Zwang in der Wand ist der ungünstigste Zeitpunkt das Erreichen der Ausgleichstemperatur. Generell kann die im Bemessungszeitpunkt vorhandene Zugfestigkeit in Abhängigkeit von der Bauteildicke ermittelt werden, wobei die Bauwerksfestigkeit gemäß Tue et al. (2007) mit dem Faktor von 0,8 berücksichtigt werden sollte. Eine weitere Reduzierung infolge Eigenspannungen wird auf der sicheren Seite liegend nicht vorgenommen.

Grundsätzlich kann die Rissbildung nur ausgeschlossen werden, wenn die Zwangspannungen im ungerissenen Zustand den 5 % - Fraktilwert der Zugfestigkeit mit einer gewissen Sicherheit nicht erreichen. Kann Rissbildung nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden, so entsteht zunächst ein Einzelriss. Die Zwangbeanspruchung kann i.d.R. erst wieder mit zunehmendem Abstand von diesem Riss aufgebaut werden, sodass bei ausreichend großen Bauteilabmessungen ein neuer Einzelriss unter geometrischen Randbedingungen entsteht, wobei der Abstand zwischen den primären Rissen mit den Überlegungen aus Abs. 4.2.3 für Bodenplatten und Abs. 4.3.3 für exzentrisch am Fuß behinderte Wände theoretisch bestimmt werden kann.

Im geometrisch vorgegebenen Rissbild sind die primären Risse unabhängig voneinander, weshalb die Rissbreitenbegrenzung über die Verformungskompatibilität im Einzugsbereich des Primärrisses erfolgen kann. Ist die Verformungskompatibilität in diesem

Bereich bereits durch die Bildung eines Einzelrisses unter Einhaltung der zulässigen Rissbreite  $w_{\rm zul}$  erfüllt, so ist keine gezielte Rissbreitenbegrenzung mehr erforderlich. Die Mindestbewehrung muss wie bei Bauteilen ohne Rissgefahr nur eine robuste Oberflächenzone sicherstellen.

Ist die in einem Primärriss aufzunehmende Verformung  $w_{\rm beh}$  jedoch deutlich größer als die zulässige Rissbreite  $w_{\rm zul}$ , so muss die Verformungskompatibilität durch die Erzeugung von Sekundärrissen links und rechts neben dem Primärriss erreicht werden. Die hierfür erforderliche Bewehrung lässt sich mittels Glg. (1.5) unter Bezug auf die benötigte Anzahl an Sekundärrissen bestimmen.

Über die Eingangsgrößen der aufzunehmenden Verformung und der Bemessungszugfestigkeit kann die erforderliche Mindestbewehrung mit diesem Bemessungsansatz unter Berücksichtigung der Materialeigenschaften und der Bauteilgeometrie bestimmt werden. Nachfolgend wird die Festlegung dieser Eingangsgrößen für biegezwangbeanspruchte Bodenplatten und exzentrisch gezwängte Wände behandelt und der Bemessungsablauf formuliert.

Für die Überlagerung der erhärtungsbedingten Zwangbeanspruchung mit Zwangbeanspruchungen im Nutzungszeitraum wird außerdem der Zwangkraftabbau infolge der Rissbildung betrachtet.

## 5.1. Bauteilspezifische Eingangsgrößen für die Bemessung

Die im gezwängten Bauteil aufzunehmende Verformung und die zum Bemessungszeitpunkt vorhande Zugfestigkeit unterliegen komplexen zeitabhängigen Wechselwirkungen. Analytische Ansätze für deren allgemeingültige und mechanisch basierte Quantifizierung liegen nicht vor und wurden in dieser Arbeit auch nicht näher betrachtet. Für die Randbedingungen des Wasserbaus gibt MFZ (2011) die Größe der aufzunehmenden Verformung relativ zur Querschnittsdicke an, die Bemessungszugfestigkeit wird für die dort betrachteten massigen Bauteile auf der sicheren Seite liegend generell auf die 28-Tage-Zugfestigkeit festgelegt.

Generell kann die erhärtungsbedingte Zwangbeanspruchung eines Bauteils mit dem vorgestellten Materialmodell und den Überlegungen in Kapitel 4 numerisch gut erfasst werden, sodass die aufzunehmende Verformung und die maßgebende Zugfestigkeit im Einzelfall zutreffend festgelegt werden kann. Zu erwarten ist, dass eine exakte Ermittlung dieser Eingangsgrößen zu einem optimalen Bemessungsergebnis führt.

Für die Praxis sollten diese Eingangsgrößen jedoch zukünftig in Form von allgemeingültigen Bemessungshilfen bereitgestellt werden. Um den Nutzen einer umfassenden Quantifizierung dieser Eingangsgrößen aufzuzeigen, werden in dieser Arbeit empiri-

sche Formeln aus einer numerischen Parameterstudie abgeleitet. Die Parameterstudie wurde zunächst mit einem linear-elastischen Materialverhalten durchgeführt, wobei der Einfluss der viskoelastischen Eigenschaften nachträglich über konservativ gewählte Faktoren absolut berücksichtigt wird. Die zeitliche Abhängigkeit der Viskoelastizität wurde hierbei trotz der je nach Massigkeit stark unterschiedlichen Zeitdauern von Erwärmungs- und Abkühlungsphase vernachlässigt, da sich die viskoelastischen Effekte maßgeblich mit der Spannungsänderung einstellen, der zeitliche Abbau im Falle von teilweiser Verformungsbehinderung jedoch gering ausfällt. Insgesamt liefern diese empirischen Formeln konservative Eingangsgrößen gemäß den Randbedingungen der Parameterstudie.

### 5.1.1. Bodenplatten/vorwiegend Biegezwang

#### Aufzunehmende Verformung

Für Bodenplatten wurde die aufzunehmende Verformung zunächst unter Vernachlässigung einer horizontalen Wechselwirkung mit dem Baugrund untersucht. Von Bedeutung ist deshalb nur der Temperaturunterschied zwischen Ober- und Unterseite, wobei Glg. (5.1) und 5.2 die Ergebnisse der Parameterstudie in Form einer äquivalenten Temperatureinwirkung wiedergeben.

Der Einfluss der Tagestemperaturschwankungen wird für Plattendicken bis  $1,0\,\mathrm{m}$  berücksichtigt. Dagegen wird für Plattendicken ab  $1,0\,\mathrm{m}$  die zunehmende Erwärmung an der Unterseite abgebildet. Für die Oberseite gilt mit einer generellen Abminderung infolge Viskoelastizität um  $20\,\%$ :

$$\Delta T_{\rm M,eq,o} = -0.8 \cdot \left[ T_{\rm F} - T_{\rm a,m} + \frac{a}{3} \cdot \Delta T_{\rm adi} \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + h_{\rm P})^2} \right) + \frac{\Delta T_{\rm a,var}}{(0.8 + h_{\rm P})^4} \right] (5.1)$$

 $T_{\rm F}$  Frischbeton temperatur

 $T_{\text{a.m}}$  mittlere Umgebungstemperatur

 $\Delta T_{\rm adi}$  adiabatische Temperaturerhöhung des Betons

Beiwert zur Berücksichtigung der Steifigkeitsentwicklung des Betons, für langsam-/normal-/schnellerhärtende Betone gilt a = 0.35/0.40/0.45

 $\Delta T_{\text{a,var}}$  Amplitude der Tagestemperaturschwankung

 $h_{\rm P}$  Plattendicke mit  $0.2\,\mathrm{m} \le h_{\rm P} \le 5.0\,\mathrm{m}$ 

Für die spätere Rissbildung an der Plattenunterseite ist der Einfluss der Spannungsgeschichte zu berücksichtigen. Zuvor eingeprägte Druckspannungen am unteren Rand wirken günstig, auch wenn diese im Falle von Rissbildung an der Oberseite abgebaut werden, da das Schließen der Risse an der Oberseite ebenfalls Verformungsanteile kompensiert. Für die Unterseite wurde der Einfluss von Viskoelastizität als sich zwischen Entlastung und Wiederbelastung gegenseitig angenommen.

$$\Delta T_{\text{M,eq,u}} = \Delta T_{\text{M,eq,o}} + \left[ \frac{\Delta T_{\text{adi}}}{3} \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + h_{\text{P}})^2} \right) + 2 \cdot \frac{\Delta T_{\text{a,var}}}{(0.8 + h_{\text{P}})^4} \right]$$
(5.2)

Ferner sollte der reduzierende Einfluss eines niederen Temperaturniveaus bei Winterbetonagen ( $\Delta T_{\rm F} \leq 15\,^{\rm o}$ C und  $\Delta T_{\rm a,m} \leq 5\,^{\rm o}$ C) insbesondere bei dicken Bodenplatten gemäß MFZ (2011) durch eine Reduktion der äquivalenten Temperaturunterschiede auf 70% berücksichtigt werden.

Letztendlich kann die aufzunehmende Verformung innerhalb eines Primärrisses unter Bestimmung des Primärrissabstands gemäß Glg. (4.8) ermittelt werden zu:

$$w_{\text{beh,Pl,u/o}} = \alpha_{\text{T}} \cdot \Delta T_{\text{M,eq,u/o}} \cdot l_{\text{cr,Pl}}$$
(5.3)

#### Maximale Zwangspannung und Bemessungszugfestigkeit

Ubersteigt die Längen- und Breitenausdehnung der Bodenplatte den 2-fachen Wert von  $l_{\rm cr,Pl}$ , so existiert ein Mittenbereich mit vollständiger Verkrümmungsbehinderung. In diesem Bereich erreicht die maximale Biegezugspannung je Richtung eine Größe von:

$$\sigma_{\text{max,u/o}} = \alpha_{\text{T}} \cdot \Delta T_{\text{M.eq.u/o}} \cdot E_{\text{c.28}} \tag{5.4}$$

Liegt die Längen- und/oder Breitenausdehnung der Bodenplatte unterhalb des 2-fachen Werts von  $l_{\rm cr,Pl}$ , so liegt die Obergrenze der maximalen Biegezugspannung je Richtung bei:

$$\sigma_{\text{max,u/o}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\gamma_{\text{c}} \cdot l_{\text{x/y}}^2}{h} \tag{5.5}$$

Mit der analytischen Spannungsermittlung ohne Betrachtung der Eigenspannungen kann die Rissgefahr nicht generell ausgeschlossen werden. Deshalb beginnt die Bemessung in diesem Fall direkt mit der Untersuchung der Makrorissbildung. Erfordert die aufzunehmende Verformung eine aktive Rissbreitenbegrenzung mit Bewehrung, so ist die Kenntnis der zum Risszeitpunkt vorhandenen Zugfestigkeit erforderlich. An der Oberseite fällt dieser Zeitpunkt mit dem Auftreten der maximalen Kerntemperatur oder bei zunehmender Bodenplattendicke mit dem Ende der Nachbehandlung zusammen, an der Unterseite ist die maximal mögliche Biegezugspannung bei Erreichen der Ausgleichstemperatur aufgebaut.

Die Ergebnisse der Parameterstudie für praxisrelevante Plattendicken zwischen 0,2 bis 5,0 m können mit Glg. (5.6) und Glg. (5.7) beschrieben werden. Die Verläufe veranschaulicht Abb. 5.1.

$$f_{\text{ct,design,o}} = f_{\text{ctm}} \cdot \left[ 0.50 + 0.25 \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + h_{\text{P}})^2} \right) \right]$$
 (5.6)

$$f_{\text{ct,design,u}} = f_{\text{ctm}} \cdot \left[ 0.75 + 0.25 \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + h_{\text{P}})^2} \right) \right]$$
 (5.7)

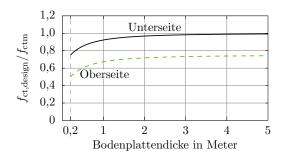


Abb. 5.1.: Bemessungszugfestigkeit von Bodenplatten, bezogen auf die 28-Tage-Festigkeit

#### 5.1.2. Wände/ vorwiegend zentrischer Zwang

#### Verformungseinwirkung und aufzunehmende Verformung

Bei Wänden resultiert die aufzunehmende Verformung maßgeblich aus den gleichmäßig über die Wanddicke verteilten Temperaturänderungen sowie zusätzlichen Verkürzungen aus Schwinden. Neben einem bedeutenden Einfluss der Steifigkeitsentwicklung, wobei eine langsame Festigkeitsentwicklung aufgrund geringerer Druckspannungen in der Erwärmungsphase ungünstig wirkt, ist hierbei vor allem auf die gegensätzlichen Effekte der viskoelastischen Betoneigenschaften zu achten. Zum einen werden die günstigen Druckspannungen aus der Erwärmungsphase bis zum Nulldurchgang stark reduziert, was die Verformungseinwirkung im Zeitraum der Zugkraftbildung erhöht und in Glg. (5.8) mit dem Faktor 1,75 abgebildet wird. Zum anderen unterliegen die Verformungseinwirkungen im Zeitraum der Zugkraftbildung aber ebenfalls der Viskoelastizität, was wiederum mit der generellen Abminderung infolge Viskoelastizität um 20 % berücksichtigt wird. Der Temperaturunterschied zwischen Frischbeton und Umgebung sowie das autogene Schwinden vergrößern ebenfalls die Verformungseinwirkungen im

Zeitraum der Zugkraftbildung und werden deshalb konsequent den viskoelastischen Effekten in diesem Zeitraum zugeordnet.

Die Schwankungen der Tagestemperatur beeinflussen die gleichmäßig im Querschnitt verteilten Temperaturänderungen nur bis zu einer Wanddicke von maximal 1,0 m und werden bis dahin mit zunehmender Dicke abnehmend gewichtet. Aufgrund vergleichbarer Auftretensgeschwindigkeit unterliegen sie aber ebenfalls den viskoelastischen Effekten.

Das Ergebnis der Parameterstudie wurde letztendlich in Form einer konstant im Querschnitt verteilten äquivalenten Temperaturänderung aufbereitet. Es gilt:

$$\Delta T_{\rm N,0} = -0.8 \cdot \left( T_{\rm F} - T_{\rm a,m} + (1-a) \cdot \Delta T_{\rm k} \cdot 1.75 - a \cdot \frac{\Delta \varepsilon_{\rm ca}}{\alpha_{\rm T}} + \frac{\Delta T_{\rm a,var}}{(0.8 + b_{\rm W})^4} \right) (5.8)$$

 $T_{\rm F}$  Frischbetontemperatur

 $T_{\rm a,m}$  mittlere Umgebungstemperatur

a Beiwert zur Berücksichtigung der Steifigkeitsentwicklung des Betons, für langsam-/normal-/schnellerhärtende Betone gilt a = 0.35/0.40/0.45

 $\Delta T_{\rm k}$  konstant im Querschnitt verteilte Erwärmung der Wand

 $\Delta \varepsilon_{\rm ca}$  spannungswirksamer Teil des autogenen Schwindens

 $\alpha_{\rm T}$  – Temperatur<br/>ausdehnungskoeffizient zur Umrechnung auf eine äquivalente Temperatur;<br/>  $\alpha_{\rm T}=10^{-6}$ 

 $\Delta T_{\rm a,var}$  Amplitude der Tagestemperaturschwankung

 $b_{\rm W}$  Wanddicke mit  $0.2 \,\mathrm{m} \le b_{\rm W} \le 3.0 \,\mathrm{m}$ 

Die konstant im Querschnitt verteilte Erwärmung der Wand infolge Hydratationswärme kann in Abhängigkeit von der Wanddicke ermittelt werden. Der Einfluss der Zementklasse auf die Hydratationsgeschwindigkeit ist bei dieser absoluten Betrachtung vernachlässigbar, hingegen ist der günstige Einfluss eines niederen Temperaturniveaus bei Winterbetonagen abzubilden:

$$\Delta T_{\rm k} = \Delta T_{\rm adi} \cdot \left( k_{\rm JZ} - \frac{0.4}{\left( b_{\rm W} \right)^{0.35}} \right) \tag{5.9}$$

mit Sommer:  $k_{\rm JZ} = 0.95$ 

Winter:  $k_{\rm JZ} = 0.80 \ (\Delta T_{\rm F} \le 10 \,{\rm ^oC} \ {\rm und} \ \Delta T_{\rm a,m} \le 10 \,{\rm ^oC})$ 

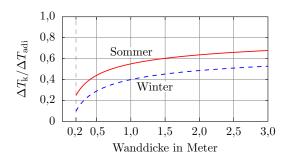


Abb. 5.2.: konstante Temperaturzunahme im Wandquerschnitt in Abhängigkeit von der Wanddicke, bezogen auf die adiabatische Temperaturerhöhung

Die autogenen Schwindeinwirkungen können gemäß Abs. 2.2 bestimmt werden, wobei der angesprochenen normativen Überschätzung mit dem Faktor 0,8 Rechnung getragen wird. Zudem werden die sich bis zum Beginn der Festigkeitsentwicklung spannungsfrei einstellenden Anteile der autogenen Schwindverformungen unter Annahme eines mittleren Erstarrungsbeginns bei  $\alpha_{\rm if} = 0, 2 \cdot w/b$  berücksichtigt. Es gilt:

$$\Delta \varepsilon_{\rm ca} = 0.8 \cdot 2.5 \cdot (f_{\rm ck} - 10) \cdot 10^{-6} \cdot \left(1 - \frac{0.35 + w/b}{6.5 \cdot w/b}\right)$$
 (5.10)

Insgesamt betragen die spannungswirksamen Verformungseinwirkungen für die Bestimmung der resultierenden Zwangspannungen im Wandquerschnitt somit:

$$\varepsilon_0 = \alpha_{\rm T} \cdot \Delta T_{\rm N,0} \tag{5.11}$$

Die Berechnung der Spannungsverteilung erfolgt auf Grundlage des 28-Tage-E-Moduls, da der Einfluss der Steifigkeitsentwicklung bereits in Glg. (5.8) enthalten ist. Das Ergebnis liefert neben der Größe der behinderten Verformung auch den Abstand der primären Risse analog den Überlegungen in Abs. 4.3.3. Das Grundmaß der aufzunehmenden Verformung innerhalb eines Primärrisses beträgt letztendlich:

$$w_{\rm beh,W} = \left(\sigma_{\rm w,u} - \frac{\sigma_{\rm w,u} - \sigma_{\rm w,o}}{2}\right) \cdot \frac{1}{E_{\rm c}} \cdot l_{\rm cr,W}$$
(5.12)

Eine Bewehrungsabstufung über die Wandhöhe unter Berücksichtigung der linear über die Wandhöhe verteilten Spannungsanteile steht zur Diskussion.

#### Maximale Zwangspannung und Bemessungszugfestigkeit

Mit der analytischen Spannungsermittlung ohne Betrachtung der Eigenspannungen kann die Rissgefahr nicht generell ausgeschlossen werden. Deshalb beginnt die Bemessung in diesem Fall direkt mit der Untersuchung der Makrorissbildung. Diese beginnt mit dem Vergleich von der Spannung am Wandfuß  $\sigma_{\rm W,u}$  mit der Zugfestigkeit  $f_{\rm ct,design}$ . Dies erfordert die Kenntnis der vorhandenen Zugfestigkeit zum letztmöglichen Risszeitpunkt, was mit dem Erreichen der Ausgleichstemperatur zusammenfällt. Gemäß der Studie kann die maßgebende Zugfestigkeit für praxisrelevante Wanddicken ab  $b_{\rm W} \geq 0.2\,{\rm m}$  mit Glg. (5.13) und Glg. (5.14) abgeschätzt werden. Im Gegensatz zu Bodenplatten wird bei Wänden zwischen Sommer und Winter unterschieden, da bei Wandquerschnitten eine größere Zugfestigkeit zu einem günstigeren Rissabstand führt.

$$f_{\text{ct,design,So}} = f_{\text{ctm}} \cdot \left[ 0.65 + 0.40 \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + b_{\text{W}})^2} \right) \right]$$
 (5.13)

$$f_{\text{ct,design,Wi}} = f_{\text{ctm}} \cdot \left[ 0.30 + 0.70 \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + b_{\text{W}})^2} \right) \right]$$
 (5.14)

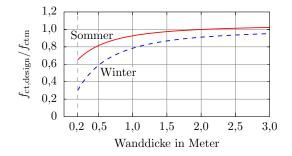


Abb. 5.3.: Bemessungszugfestigkeit von Wänden, bezogen auf die 28-Tage-Festigkeit

## 5.2. Erforderliche Mindestbewehrung

Die erforderliche Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite infolge erhärtungsbedingter Zwangbeanspruchung wird auf Grundlage der Verformungskompatibilität im Einzugsbereich eines Primärrisses festgelegt. Besteht für das Bauteil keine Rissgefahr ( $\sigma_{\rm max} < f_{\rm ct,risk}$ ) oder ist die Verformungskompatibilität bereits durch die Bildung von Einzelrissen erfüllt ( $n \le 0$ ) so wird als Untergrenze für die Mindestbewehrung die

Gewährleistung einer robusten Oberflächenzone zugrunde gelegt. Hierfür ist lediglich sicherzustellen, dass die Mindestbewehrung infolge etwaiger Rissbildung nicht fließt. Bezogen auf die freiwerdende Kraft im Wirkungsbereich der Bewehrung gilt:

$$A_{\text{s,min}} = \frac{f_{\text{ctm}}}{f_{\text{vk}}} \cdot A_{\text{c,eff}} \tag{5.15}$$

 $f_{\rm ctm}$  mittlere Zugfestigkeit des Betons

 $A_{\text{c.eff}}$  Wirkungsbereich der Bewehrung gemäß EN 1992-1-1 (2011)

 $f_{\rm vk}$  charakteristische Fließgrenze der Betonstahlbewehrung

Für alle anderen Fälle ist eine Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite erforderlich. Gemäß Bödefeld (2010) gilt hierfür:

$$A_{\text{s,min}} = \sqrt{\frac{d_{\text{s}} \cdot b^2 \cdot d_1^2 \cdot f_{\text{ct,design}} \cdot (0.69 + 0.34 \cdot n)}{w_{\text{zul}} \cdot E_{\text{s}}}}$$
(5.16)

 $f_{\rm ct,design}$  Bemessungszugfestigkeit des Betons nach Glg. (4.5)

 $d_{\rm s}$  Durchmesser der Bewehrung

b Breite des Bauteils für die betrachtete Richtung (i.d.R. lfm)

d<sub>1</sub> Abstand zwischen Rand und Schwerpunkt der Bewehrung

 $n\,\,$  Anzahl der erforderlichen Sekundärrisse, wobei neine natürliche Zahl sein sollte

 $w_{\rm zul}$  zulässige Rissbreite

 $E_{\rm s}$  Elastizitätsmodul der Betonstahlbewehrung

Je nach Größe der Zwangbeanspruchung, ausgedrückt über die Anzahl der erforderlichen Sekundärrisse, kann die Mindestbewehrung gemäß Abb. 5.4 veranschaulicht werden.

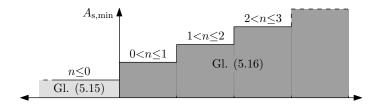


Abb. 5.4.: Mindestbewehrung in Abhängigkeit der erforderlichen Sekundärrisse

## 5.3. Abbau der Zwangkraft infolge der Rissbildung

Mit der Rissbildung kann sich ein Teil der im ungerissenen Bauteil behinderten Verformung in Form der Rissbreite einstellen und es kommt zu einem Abbau der Zwangkraft. Die Quantifizierung dieses Zwangkraftabbaus ist allerdings nicht trivial, da er je nach Rissbild und vorhandener Bewehrung sehr unterschiedlich ausfällt und sich auch nicht allgemeingültig geschlossen lösen lässt. Für den Einzugsbereich eines Primärrisses gilt:

$$\frac{\sigma^{\text{II}}}{\sigma^{\text{I}}} = \left\{ 0.8 \cdot \frac{l_{\text{e}}}{l_{\text{cr}}} \cdot (1+n) \cdot \left[ \frac{1 + 0.9 \cdot n \cdot (1 + \alpha_{\text{E}} \cdot \rho_{\text{s}})}{\alpha_{\text{E}} \cdot \rho_{\text{s}}} \right] + 1 \right\}^{-1}$$
(5.17)

 $\sigma^{\mathrm{II}}/\sigma^{\mathrm{I}}$  Zwangkraftabbau infolge der Rissbildung

 $l_{\rm e}/l_{\rm cr}$  Verhältnis Einleitungslänge zum Primärrissabstand

 $\alpha_{\rm E}$  Verhältnis der Elastizitätsmodule von Bewehrung und Beton

 $\rho_{\rm s}$  Bewehrungsgrad bezogen auf den Betonquerschnitt

Die Größe des Zwangkraftabbaus bei Rissbildung ist von großem Interesse für die Überlagerung der erhärtungsbedingten Zwangbeanspruchung mit den Zwangeinwirkungen im Nutzungszeitraum.

Im Falle von Einzelrissen  $(n \le 0)$  hängt die verbleibende Zwangspannung vor allem von dem Beitrag der Oberflächenbewehrung gemäß Glg. (5.15) ab. Da der Bewehrungsgrad in diesen Fällen mit zunehmender Querschnittsdicke abnimmt, ist davon auszugehen, dass der Zwangkraftabbau mit zunehmender Querschnittsdicke immer deutlicher ausfällt. Außerdem nimmt der Zwangkraftabbau mit späteren Risszeitpunkten zu. Abb. 5.5 veranschaulicht dies mit einer Auswertung von Glg. (5.17) für diese Systeme.

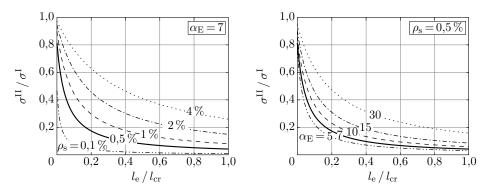


Abb. 5.5.: Zwangkraftabbau infolge der Rissbildung für Systeme mit Einzelrissen  $(n \leq 0)$ 

Im Gegensatz dazu kann der rissbildungsbedingte Zwangkraftabbau bei Sekundärrissbildung bereits zu einer Reduzierung der erforderlichen Sekundärrissanzahl führen, da ein Teil der aufzunehmenden Verformung schon während der Rissbildung abgebaut wird. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die gesamte Rissbreite dieses Risssystems deutlich zunimmt und sich auch die Einleitungslänge bis hinter den letzten Sekundärriss ausweitet. Glg. (5.17) veranschaulicht diesen Zwangkraftabbau anhand der zuvor festgelegten Materialkennwerte für  $\alpha_{\rm E}$  und  $\rho_{\rm s}$ .

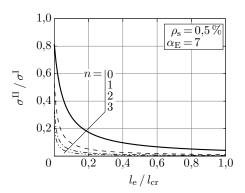


Abb. 5.6.: Zwangkraftabbau infolge der Rissbildung für Systeme mit Sekundärrissen (n > 0)

Insgesamt zeigen diese Ergebnisse einen beachtenswerten Zwangkraftabbau infolge der Rissbildung an. In dem hier vorgestellten Bemessungsmodell für die erhärtungsbedingte Zwangbeanspruchung wird diese Beobachtung nicht weiter verfolgt. Da der Einfluss im praxisrelevanten Bereich zwischen  $0.05 < l_{\rm e} / l_{\rm cr} < 0.2$  schon nach dem ersten Sekundärriss sehr deutlich ist, sollte dieser Effekt mit zukünftigen Untersuchungen für die Bestimmung der Mindestbewehrung infolge erhärtungsbedingter Zwangbeanspruchung genutzt werden.

## 6. Anwendungsbeispiele

Das entwickelte Bemessungsmodell für die Festlegung der Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite infolge erhärtungsbedingter Zwangbeanspruchung wird nachfolgend anhand von drei Bemessungsbeispielen veranschaulicht. Hierbei sind sowohl die Abmessungen der Bauteile als auch die Betoneigenschaften so gewählt worden, dass deren Bemessung mit der derzeit gültigen Bemessungsnorm auf Grundlage der Risskraft zu hohen Bewehrungsgehalten führen könnte.

## 6.1. Pumpenkammer aus säureresistentem Beton

Bei der vorliegenden Pumpenkammer handelt es sich um ein kastenförmiges Bauwerk mit verhältnismäßig schlanken Querschnitten und hochbauüblichen Abmessungen. Die Kammer steht innerhalb des Klärbeckens und ist dem Säureangriff ausgesetzt, wobei die Besonderheit darin besteht, dass die Dauerhaftigkeit nicht durch nachträgliche Abdichtung, sondern bereits durch die Verwendung von hochfestem Beton sichergestellt werden soll. Diese Betone haben gleichzeitig aber auch eine sehr große Zugfestigkeit, was die Risskraft und damit die normativ vorgeschriebenen Mindestbewehrungsmengen sehr stark erhöhen kann.

In diesem Beispiel werden sowohl die Herstellung der Bodenplatte wie auch die später darauf zu errichtende Wand betrachtet. Tab. 6.1 zeigt die Eingangsgrößen im Detail.

Geometrie Wand:	$h_{ m W}/b_{ m W}/L$	8 / 0,45 / 10	m	h 0.45
Geometrie Platte:	$h_{ m P}$ / $b_{ m P}$ / $L$	0,45 / 3,0 / 10	m	$b_{\rm W} = 0.45$
Beton C 60/70:	$f_{ m ctm}$	4,0	$N/mm^2$	
$\operatorname{CEMIII/A} 32.5$	$E_{ m cm}$	39.000	$N/mm^2$	<b>†</b>
langsamerhärtend	w/b	0,42	[-]	0,8-
	$\Delta T_{ m adi}$	40	°C	$  \mathbf{w}_{\mathbf{w}}  $
Mindestbewehrung:	$w_{ m zul}$	0,15		
BSt 500	$d_{ m s}$	14	mm	$z_i$ $b_P = 3,0$ [m]
	$c_{ m nom}$	30		21 0P=5,0 [m]
Temperaturen:	$T_{ m F}$	28 / 13		
Sommer / Winter	$T_{ m a,m}$	20 / 5	°C	betrachteter
	$\Delta T_{ m a,var}$	10 / 10		Abschnitt

Tabelle 6.1.: Eingangsgrößen Beispiel Pumpenhaus

#### Mindestbewehrung für die Bodenplatte

Mit Glg. (5.1) und (5.2) betragen die äquivalenten Temperaturunterschiede im Sommer:

$$\Delta T_{\text{M,eq,o}} = -0.8 \cdot \left[ 8 + \frac{0.35}{3} \cdot 40 \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + 0.45)^2} \right) + \frac{10}{(0.8 + 0.45)^4} \right] = -11 \, {}^{\circ}\text{C}$$

und

$$\Delta T_{\mathrm{M,eq,u}} = -11 + \left[ \frac{40}{3} \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + 0.45)^2} \right) + 2 \cdot \frac{10}{(0.8 + 0.45)^4} \right] = 2.0 \, ^{\circ}\mathrm{C}$$

Die bemessungsrelevante Zugfestigkeit unterscheidet sich an Ober- und Unterseite infolge zeitlich versetzter Risszeitpunkte und beträgt gemäß Glg. (5.6) und Glg. (5.7):

$$f_{\text{ct,design,o}} = 4.0 \cdot \left[ 0.50 + 0.25 \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + 0.45)^2} \right) \right] = 2.36 \text{ N/mm}^2$$

und

$$f_{\text{ct,design,u}} = 4.0 \cdot \left[ 0.75 + 0.25 \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + 0.45)^2} \right) \right] = 3.36 \text{ N/mm}^2$$

Aufgrund der Abhängigkeit vom Rissmoment und damit von der Zugfestigkeit unterscheidet sich der Abstand der primären Biegerisse ebenfalls an Ober- und Unterseite. Es gilt gemäß Glg. (4.8):

$$l_{\rm cr,o} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{2,36 \cdot 0,45}{0,025}} = 3,76 \text{ m} \quad \text{und} \quad l_{\rm cr,u} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{3,36 \cdot 0,45}{0,025}} = 4,49 \text{ m}$$

In Längsrichtung sind die Abmessungen der Platte so groß, dass in der Plattenmitte ein vollständig verkrümmungsbehinderter Bereich existiert und Primärrisse entstehen können. Die theoretischen Maximalspannungen im ungerissenen Zustand werden deshalb mit Glg. (5.4) berechnet zu:

$$\sigma_{\rm max,o,l} = 10^{-5} \cdot 11,0 \cdot 39.000 = 4,3 \text{ N/mm}^2$$

und

$$\sigma_{\rm max,u,l} = 10^{\text{-}5} \cdot 2.0 \cdot 39.000 = 0.8 \text{ N/mm}^2$$

In Querrichtung sind die Abmessungen viel kleiner und in Plattenmitte kann kein vollständig verkrümmungsbehinderter Bereich aufgebaut werden. Die theoretischen Maximalspannungen im Zustand I werden deshalb über Glg. (5.5) ermittelt zu:

$$\sigma_{\mathrm{max,o/u,q}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{0.025 \cdot 3.0^2}{0.45} = 0.375 \text{ N/mm}^2$$

Aufgrund der Vernachlässigung der Eigenspannungen kann Rissbildung von vornherein nicht ausgeschlossen werden. Der Nachweis erfolgt über die Verformungskompatibilität. Die in Längsrichtung an Ober- und Unterseite aufzunehmende Verformung in den primären Rissen beträgt gemäß Glg. (5.3):

$$w_{\rm beh, Pl, o} = 10^{-5} \cdot 11,0 \cdot 3,76 = 0,41 \,\mathrm{mm}$$
 und  $w_{\rm beh, Pl, u} = 10^{-5} \cdot 2,0 \cdot 4,49 = 0,09 \,\mathrm{mm}$ 

Die erforderliche Anzahl von Sekundärrissen zur Einhaltung der zulässigen Rissbreite in den Primärrissen kann mit Glg. (1.4) bestimmt werden. Es gilt:

$$n_{\rm o} = \left(\frac{0.41}{0.15} - 1\right) \cdot 1.1 = 1.93 \rightarrow n = 2 \text{ und } n_{\rm u} = \left(\frac{0.09}{0.15} - 1\right) \cdot 1.1 = -0.45 \rightarrow n = 0$$

Die Oberseite benötigt eine Mindestbewehrung gemäß Glg. (5.16). Unter der Annahme, dass nur eine Bewehrungslage erforderlich ist, beträgt der Abstand von Bewehrungsschwerpunkt zum äußeren Rand  $d_1 = 3.7$  cm. Für die erforderliche Mindestbewehrung an der Oberseite gilt:

$$a_{\text{s,min,o,l}} = \sqrt{\frac{14 \cdot 100^2 \cdot 3,7^2 \cdot 2,36 \cdot (0,69 + 0,34 \cdot 2)}{0,15 \cdot 210.000}} = 14,03 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Hingegen ist an der Unterseite in Längsrichtung keine aktive Rissbreitenbegrenzung erforderlich, da die aufzunehmende Verformung unterhalb der zulässigen Rissbreite liegt. Hier reicht die Sicherstellung einer robusten Oberflächenzone mit Glg. (5.15):

$$a_{\rm s,min,u,l} = 4.0 \cdot \frac{2.5 \cdot 3.7 \cdot 100}{500} = 7.4 \text{ cm}^2/\text{m}$$
 mit:  $A_{\rm c,eff} = 2.5 \cdot d_1 \cdot b$ 

In Querrichtung kann erhärtungsbedingte Rissbildung ausgeschlossen werden, selbst wenn die Eigenspannungen unberücksichtigt bleiben. Hier ist die Längenabmessung so gering, dass keine nennenswerte Biegebeanspruchung aufgebaut werden kann. Die Mindestbewehrung leitet sich hier ebenfalls aus der Sicherstellung einer robusten Oberflächenzone ab, wobei hier der Einbau als innere Lage mit einem Abstand von

Bewehrungsschwerpunkt zum äußeren Rand von  $d_1 = 5,1\,\mathrm{cm}$  zu berücksichtigen ist.

$$a_{\rm s,min} = 4.0 \cdot \frac{2.5 \cdot 5.1 \cdot 100}{500} = 10.2 \text{ cm}^2/\text{m}$$
 mit:  $A_{\rm c,eff} = 2.5 \cdot d_1 \cdot b$ 

Insgesamt kann der erforderlichen Mindestbewehrung in Längsrichtung durch den Einbau von einer Lage  $\emptyset$  14 mm im Abstand  $s=10\,\mathrm{cm}$  an der Oberseite und einer Lage  $\emptyset$  14 mm im Abstand  $s=20\,\mathrm{cm}$  an der Unterseite entsprochen werden. Diese Bewehrung ist als äußere Bewehrung anzuordnen.

In Querrichtung ist an beiden Seiten der Einbau von einer Lage  $\emptyset$  14 mm im Abstand  $s=15\,\mathrm{cm}$  erforderlich. Diese Bewehrung ist als innere Bewehrung anzuordnen.

#### Mindestbewehrung für die Wand

Im Sommerszenario beträgt die konstant im Querschnitt verteilte Temperatureinwirkung unter Berücksichtigung des autogenen Schwindens gemäß Glg. (5.8):

$$\begin{split} \Delta T_{\mathrm{N},0} &= -0.8 \cdot \left(8 + (1 - 0.35) \cdot 16.9 \cdot 1.75 - 0.35 \cdot \frac{-7.2 \cdot 10^{-5}}{10^{-5}} + \frac{10}{\left(0.8 + 0.45\right)^4}\right) \\ &= -27.1 \, ^{\mathrm{o}}\mathrm{C} \\ &\mathrm{mit:} \ \, \Delta T_{\mathrm{k}} = 40 \cdot \left(0.95 - \frac{0.4}{\left(0.45\right)^{0.35}}\right) = 16.9 \, ^{\mathrm{o}}\mathrm{C} \\ &\mathrm{und:} \ \, \varepsilon_{\mathrm{cas}} = -0.8 \cdot 2.5 \cdot (60 - 10) \cdot 10^{-6} \cdot \left(1 - \frac{0.35 + 0.42}{6.5 \cdot 0.42}\right) = -7.2 \cdot 10^{-5} \end{split}$$

Die zu berücksichtigende Verformungseinwirkung hat somit eine Größe von:

$$\varepsilon_0 = 10^{-5} \cdot -27.1 = -2.71 \cdot 10^{-4}$$

Für die Bemessung ist nur der vom System behinderte Anteil dieser Verformungseinwirkung relevant. Er kann aus der resultierenden Spannungsverteilung gemäß Glg. (4.20) ermittelt werden. Die Spannung am Wandfuß in der maßgebenden langen Seite des Kastens beträgt:

$$\sigma_{\text{W,u}} = \frac{5.42}{8.0 \cdot 0.45} + \frac{22.9}{8.0^2 \cdot 0.45} \cdot 6 - \frac{1.55}{36.8} \cdot (2.85) = 6.15 \text{ N/mm}^2$$

Und die Spannung an der Wandkrone hat eine Größe von:

$$\sigma_{\rm W,o} = \frac{5{,}42}{8.0 \cdot 0.45} - \frac{22{,}9}{8.0^2 \cdot 0.45} \cdot 6 - \frac{1{,}55}{36.8} \cdot (2{,}85 - 8{,}0) = -3{,}04 \text{ N/mm}^2$$

Erwartungsgemäß ist die Spannungsverteilung stark linear, da das sehr kleine L/H-Verhältnis das Verkrümmungsbestreben des Querschnitts nicht aufzuhalten vermag. Dennoch ist eine Berechnung des äußeren Moments erforderlich, da es in diesem Fall eine Erhöhung der Zug-Normalspannungen im Wandquerschnitt erzeugt.

Die Ermittlung der bei dieser Berechnung berücksichtigten Eingangsgrößen wird nachfolgend gezeigt. Dabei wurde die zur langen Seite gehörige mitwirkende Fundamentbreite gemäß Glg. (4.24) berücksichtigt. Für diese gilt:

$$b_{
m F,max}=0.45+2.55=3.0\,{
m m}~\leq~3.0\,{
m m}$$
 mit:  $b_{
m max,1}=0.5\cdot1.2\cdot8.0\cdot\tan60^{
m o}=8.3\,{
m m}~\leq~3.0-0.45=2.55\,{
m m}$  und:  $b_{
m max,2}=0\,{
m m}$  !

Für die Normalkraft in der Wand infolge Wechselwirkung aus Temperatur gilt:

$$N_{\rm W} = -\frac{\frac{-2,71 \cdot 10^{-4}}{\frac{1}{39.000 \cdot 0,45 \cdot 3,0} + \frac{1}{39.000 \cdot 8,0 \cdot 0,45} + \frac{4,23^2 \cdot 12}{39.000 \cdot 0,45^3 \cdot 3,0 + 39.000 \cdot 8,0^3 \cdot 0,45}} = 5,42 \,\rm MN$$

Das gleichzeitig über den Wandquerschnitt wirkende Moment hat eine Größe von:

$$M_{\rm W} = 5.42 \cdot 4.23 \cdot \frac{1}{1 + \frac{39.000 \cdot 0.45^3 \cdot 3.0}{39.000 \cdot 8.0^3 \cdot 0.45}} = 22.9 \,\rm MNm$$

Und das aus Verkrümmung des Gesamtquerschnitts resultierende Moment beträgt:

$$M_g = \frac{0,025 \cdot (8,0 \cdot 0,45 + 0,45 \cdot 3,0) \cdot 5,0^2}{2} = 1,55 \, \text{MNm}$$
 mit:  $L_{\text{eff,max}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 18,3}{0,025 \cdot (8,0 \cdot 0,45 + 0,45 \cdot 3,0)} \cdot \frac{36,8}{19,2}} = 23,8 \ > \ \frac{10}{2} = 5,0 \ !$  und:  $I_{\text{i}} = 36,8 \, \text{m}^4$  mit:  $z_{\text{i}} = -2,85 \, \text{m}$ 

Die bemessungsrelevante Zugfestigkeit beträgt im Sommerszenario gemäß Glg. (5.13):

$$f_{\text{ct,design}} = 4.0 \cdot \left[ 0.65 + 0.40 \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + 0.45)^2} \right) \right] = 3.18 \text{ N/mm}^2$$

Die Zwangspannung im ungerissenen Zustand übersteigt am Wandfuß die Zugfestigkeit um den Faktor 2, sodass hier ein Anriss entsteht. Ob dieser Anriss bis zur Wandkrone durchläuft (Durchriss) kann grafisch ermittelt werden. Zwar ist die Längsabmessung mit L/H < 2 so gering, dass im ungünstigsten Fall nur mit einem Primärriss gerechnet werden muss, doch ergeben sich mit dieser Untersuchung eventuelle Einsparungen über die Wandhöhe. Nachfolgend wird die Spannungsverteilung im ungerissenen Zustand und die Gegenüberstellung des Spannungsverlaufs in der Risswurzel mit der Zugfestigkeit gemäß Glg. (4.33) und 4.35 gezeigt.

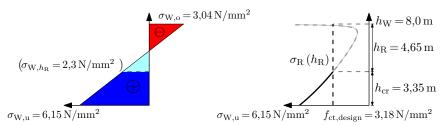


Abb. 6.1.: Spannungsverteilung im ungerissenen Zustand und Verlauf der Spannung in der Risswurzel mit rechnerischer Höhe des Anrisses

Bei einer Höhe von 3,35 m kommt der Riss rechnerisch zum Stillstand und erreicht die Wandkrone nicht. In Analogie mit 4.36 kann die Einzugslänge dieses Anrisses angenommen werden zu:

$$l_{\rm cr} = 1.2 \cdot h_{\rm cr} = 1.2 \cdot 3.35 = 4.0 \text{ m}$$

Die aufzunehmende Verformung im Primärriss wird hier ingenieurmäßig auf Grundlage des Mittelwerts der Spannungen, die im ungerissenen Zustand über die Anrisshöhe verteilt sind, ermittelt. Hierbei wird außerdem analog König und Tue (1996) berücksichtigt, dass die Spannung direkt am Wandfuß durch die Wechselwirkung mit der Bodenplatte nicht vollständig in Rissbreite umgewandelt wird. Für die Höhe  $h_1$ , ab der dieser günstige Einfluss nicht mehr vorhanden ist und die Rissbreite nur noch mit Bewehrung begrenzt werden kann, gilt auf der sicheren Seite liegend:

$$h_1 = 0.6 \cdot \frac{w_{\text{zul}}}{\sigma_{\text{W,u}}/E_{\text{cm}}} = 0.6 \cdot \frac{0.15 \cdot 10^{-3}}{6.15/39.000} = 0.57 \text{ m}$$

Die maximal aufzunehmende Verformung im Riss hat damit eine Größe von:

$$w_{\text{beh}} = \left(6.15 - \frac{6.15 + 3.04}{8} \cdot 0.57 + 2.3\right) / 2 \cdot \frac{1}{39.000} \cdot 4.0 \cdot 10^3 = 0.4 \text{ mm}$$

Hierbei wurde der günstige Einfluss der zusätzlichen Verkrümmungsanteile aus Wärmespeicherung in der Bodenplatte vernachlässigt, da dieser Effekt aufgrund der geringen Dicke der Bodenplatte in diesem Fall keinen nennenswerten Einfluss hat. Die erforderliche Anzahl von Sekundärrissen, um die zulässige Rissbreite in den Primärrissen einzuhalten, kann mit Glg. (1.4) bestimmt werden. Es gilt:

$$n = \left(\frac{0.4}{0.15} - 1\right) \cdot 1.1 = 1.84 \qquad \longrightarrow \quad n = 2$$

Mit n > 0 ist die erforderliche Mindestbewehrung über Glg. (5.16) zu bestimmen. Unter der Annahme, dass je Seite eine Bewehrungslage ausreichend ist, beträgt der Abstand von Bewehrungsschwerpunkt zum äußeren Rand  $d_1 = 3.7$  cm. Die erforderliche Mindestbewehrung beträgt:

$$a_{\text{s,min}} = \sqrt{\frac{14 \cdot 100^2 \cdot 3.7^2 \cdot 3.18 \cdot (0.69 + 0.34 \cdot 2)}{0.15 \cdot 210.000}} = 16.3 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Erfüllt wird diese Forderung durch den Einbau von einer Lage Ø 14 mm im Abstand  $s=10\,\mathrm{cm}$  je Seite. Diese Bewehrung muss nur bis zu einer Wandhöhe von 3,35 m geführt werden, oberhalb kann die Bewehrung mit Glg. (5.15) reduziert werden. Hierfür kann die Bewehrung analog der Unterseite der Bodenplatte in Längsrichtung auf Ø 14 mm,  $s=20\,\mathrm{cm}$  je Seite reduziert werden.

Generell ist bei der Herstellung der Wand auf eine ausreichende konstruktive Durchbildung der Wandecken zu achten. Die dort auftretenden räumlichen Behinderungen werden an dieser Stelle nicht weiter verfolgt, da sie von diesem Berechnungsmodell nicht erfasst werden.

Der Effekt einer Winterbetonage wird für diesen Fall nicht weiter verfolgt sondern anhand der folgenden Beispiele dargestellt.

Beton C20/25:

#### 6.2. Monolithisch errichtete Schleusenkammerwand

Kammerwände von Schleusen zeichnen sich vor allem durch ihre Massigkeit aus. Die monolithische Bauweise führt außerdem zu großen Bauabschnittslängen, die durch die Wechselwirkung mit der massiven Bodenplatte der Schleuse hohe Zwangbeanspruchungen erfahren können.

In diesem Beispiel soll der untere, direkt auf der Bodenplatte stehende Bauabschnitt mit den Randbedingungen gemäß Tab. 6.2 betrachtet werden. Weil es sich um eine Schleusenkammer mit außenliegenden Längskanälen handelt, beträgt der Abstand der Wand zum äußeren Rand 3,0 m.

 $h_{\mathrm{W}} / b_{\mathrm{W}} / L$ Geometrie: 4.5 / 1.8 / 60 $\mathbf{m}$ Beton C 25/30:  $N/mm^2$  $f_{\rm ctm}$ 2,6 CEMIII/A 32.5  $E_{\rm cm}$  $N/mm^2$ 31.000 w/bnormalerhärtend 0,48[-]  $^{\circ}\mathrm{C}$  $\Delta T_{\rm adi}$ 30 Wand Mindestbewehrung: 0,25  $w_{\mathrm{zul}}$ BSt 500  $d_{\rm s}$ 20 mm60  $c_{\text{nom}}$ Temperaturen:  $T_{\rm F}$ 28 / 13Sommer / Winter  $T_{\rm a,m}$ 20 / 5 $^{\mathrm{o}}\mathrm{C}$  $\Delta T_{\rm a,var}$ 10 / 10 $h_{\rm F} / b_{\rm F} / L$ Geometrie: 1.8 / 20 / 200 $\mathbf{m}$ betrachteter Platte

Tabelle 6.2.: Eingangsgrößen Bemessungsbeispiel Schleusenkammerwand

Im Sommerszenario beträgt die konstant im Querschnitt verteilte Temperatureinwirkung unter Berücksichtigung des autogenen Schwindens gemäß Glg. (5.8):

30.000

 $N/mm^2$ 

Abschnitt

 $E_{\rm cm}$ 

$$\begin{split} \Delta T_{\mathrm{N},0} &= -0.8 \cdot \left(8 + (1 - 0.4) \cdot 18.7 \cdot 1.75 - 0.4 \cdot \frac{-2.2 \cdot 10^{-5}}{10^{-5}} + \frac{10}{\left(0.8 + 1.8\right)^4}\right) \\ &= -23.0 \, ^{\circ}\mathrm{C} \\ &\mathrm{mit:} \ \, \Delta T_{\mathrm{k}} = 30 \cdot \left(0.95 - \frac{0.4}{\left(1.8\right)^{0.35}}\right) = 18.7 \, ^{\circ}\mathrm{C} \\ &\mathrm{und:} \ \, \varepsilon_{\mathrm{cas}} = -0.8 \cdot 2.5 \cdot (25 - 10) \cdot 10^{-6} \cdot \left(1 - \frac{0.35 + 0.48}{6.5 \cdot 0.48}\right) = -2.2 \cdot 10^{-5} \end{split}$$

Die zu berücksichtigende Verformungseinwirkung hat somit eine Größe von:

$$\varepsilon_0 = 10^{-5} \cdot -23.0 = -2.30 \cdot 10^{-4}$$

Der behinderte Anteil dieser Verformungseinwirkung lässt sich aus der resultierenden Spannungsverteilung gemäß Glg. (4.20) ermitteln. Die Spannung am Wandfuß beträgt:

$$\sigma_{W,u} = \frac{9,75}{4,5 \cdot 1.8} + \frac{23,2}{4,5^2 \cdot 1.8} \cdot 6 - \frac{122}{72} \cdot 0,14 = 4,79 \text{ N/mm}^2$$

Und die Spannung an der Wandkrone hat eine Größe von:

$$\sigma_{W,o} = \frac{9.75}{4.5 \cdot 1.8} - \frac{23.2}{4.5^2 \cdot 1.8} \cdot 6 - \frac{122}{72} \cdot (0.14 - 4.5) = 4.79 \text{ N/mm}^2$$

Erwartungsgemäß weist die Wand eine konstante Spannungsverteilung auf, da das sehr große L/H-Verhältnis eine vollständige Verkrümmungsbehinderung des Querschnitts erzeugt. Dennoch muss das äußere Moment berechnet werden, da die Höhenlage von Wandfuß und Schwerpunkt des Gesamtquerschnitts voneinander abweichen und somit die Normalspannung in der Wand hierdurch verändert wird.

Die Ermittlung der bei dieser Berechnung berücksichtigten Eingangsgrößen wird nachfolgend gezeigt. Dabei wurde die maximal mitwirkende Fundamentbreite gemäß Glg. (4.24) berücksichtigt. Für diese gilt:

$$b_{\rm F,max}=1.8+4.7+3.0=9.5\,{
m m}~\leq~20\,{
m m}$$
 mit:  $b_{{
m max},1}=0.5\cdot 1.2\cdot 4.5\cdot {
m tan}\,60^{
m o}=4.7\,{
m m}~\leq~20-1.8-3.0=15.2\,{
m m}$  und:  $b_{{
m max},2}=0.5\cdot 1.2\cdot 4.5\cdot {
m tan}\,60^{
m o}=4.7\,{
m m}~>~3.0\,{
m m}~!$ 

Für die Normalkraft in der Wand infolge Wechselwirkung aus Temperatur gilt:

$$N_{\rm W} = -\frac{-2,30\cdot 10^{-4}}{\frac{1}{30.000\cdot 1,8\cdot 9,5} + \frac{1}{31.000\cdot 4,5\cdot 1,8} + \frac{3,15^2\cdot 12}{30.000\cdot 1,8^3\cdot 9,5+31.000\cdot 4,5^3\cdot 1,8}} = 9,75\,{\rm MN}$$

Das gleichzeitig über den Wandquerschnitt wirkende Moment hat eine Größe von:

$$M_{\rm W} = 9.75 \cdot 3.15 \cdot \frac{1}{1 + \frac{30.000 \cdot 1.8^3 \cdot 9.5}{31.000 \cdot 4.5^3 \cdot 1.8}} = 23.2 \,\rm MNm$$

Und das aus Verkrümmung des Gesamtquerschnitts resultierende Moment beträgt:

$$\begin{split} M_g &= \frac{0,025 \cdot (4,5 \cdot 1,8 + 1,8 \cdot 9,5) \cdot 19,7^2}{2} = 122 \, \text{MNm} \\ &\text{mit: } L_{\text{eff,max}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 23,2}{0,025 \cdot (4,5 \cdot 1,8 + 1,8 \cdot 9,5)} \cdot \frac{72}{13,7}} = 19,7 \ < \ \frac{60}{2} = 30 \\ &\text{und: } I_{\text{i}} = 72 \, \text{m}^4 \\ &\text{mit: } z_{\text{i}} = 0,14 \, \text{m} \end{split}$$

Die bemessungsrelevante Zugfestigkeit beträgt im Sommerszenario gemäß Glg. (5.13):

$$f_{\text{ct,design}} = 2.6 \cdot \left[ 0.65 + 0.40 \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + 1.8)^2} \right) \right] = 2.6 \text{ N/mm}^2$$

Die Zwangspannung im Zustand I übersteigt die Zugfestigkeit über die gesamte Wandhöhe um den Faktor 2, sodass ein Durchriss in diesem Fall unvermeidlich ist. Das geometrisch vorgegebene Rissbild ist maßgebend und der Rissabstand muss maximal angenommen werden zu:

$$l_{\rm cr} = 1.2 \cdot h_{\rm W} = 1.2 \cdot 4.5 = 5.4 \text{ m}$$

Die aufzunehmende Verformung im Primärriss beträgt gemäß Glg. (5.12):

$$w_{\rm beh} = \frac{4.79}{31.000} \cdot 5.4 = 0.83 \text{ mm}$$

Hierbei wurde allerdings der günstige Einfluss von weiteren Verkrümmungsanteilen infolge der Wärmespeicherung in der Bodenplatte vernachlässigt, weil die mäßige Dicke der Bodenplatte erfahrungsgemäß noch keinen großen Effekt hat.

Die erforderliche Anzahl von Sekundärrissen zur Einhaltung der zulässigen Rissbreite in den Primärrissen kann mit Glg. (1.4) bestimmt werden. Es gilt:

$$n = \left(\frac{0.83}{0.25} - 1\right) \cdot 1.1 = 2.57 \longrightarrow n = 3$$

Da n>0 ist die erforderliche Mindestbewehrung mittels Glg. (5.16) zu bestimmen. Unter der Annahme, dass je Seite nur eine Bewehrungslage ausreichend ist, beträgt der Abstand von Bewehrungsschwerpunkt zum äußeren Rand  $d_1=7\,\mathrm{cm}$ . Die erforderliche Mindestbewehrung beträgt:

$$a_{\text{s,min}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 100^2 \cdot 7^2 \cdot 2,6 \cdot (0,69 + 0,34 \cdot 3)}{0,25 \cdot 210.000}} = 28,7 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Insgesamt kann die erforderliche Mindestbewehrungsmenge durch die Anordnung von einer Lage  $\varnothing$  20 mm im Abstand  $s=10\,\mathrm{cm}$  je Seite entsprochen werden.

Für das Winterszenario weist dieser Bemessungsansatz eine geringere Verformungseinwirkung infolge geringerer Temperaturzunahme im Bauteil aus. Zwar könnte dann die leicht reduzierte Bemessungszugfestigkeit gleichzeitig zu einem größeren Rissabstand führen, doch ist dieser hier aufgrund des großen L/H-Verhältnisses ohnehin schon maximal und bringt keine Verschlechterung. Demgegenüber wirkt aber die leicht reduzierte Bemessungszugfestigkeit in Glg. (5.16) günstig. Insgesamt beträgt die erforderliche Bewehrungsmenge bei Winterbetonage 24,4 cm²/m. Dies erlaubt eine Redurzierung der Bewehrung auf eine Lage  $\varnothing$  20 mm im Abstand s=12,5 cm je Seite, woraus sich Einsparungen von ca. 20 % ergeben.

Generell ist bei der Herstellung der Wand auf eine ausreichende Verankerungslänge im neuen Bauabschnitt zu achten, um große Rissöffnungen an den Grenzen von zwei aufeinander treffenden Bauabschnitten zu vermeiden.

## 6.3. Massive Kraftwerksbodenplatte

Massive Kraftwerksbodenplatten zeichnen sich vor allem durch ihre große Dicke aber auch durch ihre großen flächigen Abmessungen aus. In diesem Beispiel soll der erste von vier Bauabschnitten mit den Randbedingungen gemäß Tab. 6.3 betrachtet werden.

0 0 0		0 1		1		
Geometrie:	$h_{ m P}$ / $b$ / $L$	3,0 / 50 / 50	m			
Beton C 30/37:	$f_{ m ctm}$	2,6	$N/mm^2$			
CEMII/A32.5	$E_{\rm cm}$	33.000	$N/mm^2$			
normalerhärtend	$\Delta T_{ m adi}$	40	°C	$h_{\rm P} = 3 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = $		
Mindestbewehrung:	$w_{ m zul}$	0,2				
BSt 500	$d_{ m s}$	20 (28 / 14)	mm			
	$c_{ m nom}$	50				
Temperaturen:	$T_{ m F}$	28 / 13				
Sommer / Winter	$T_{ m a,m}$	20 / 5	°C	betrachteter Abschnitt		
	$\Delta T_{a \text{ var}}$	10 / 10		betrachtetel Abschiltt		

Tabelle 6.3.: Eingangsgrößen Bemessungsbeispiel Kraftwerksbodenplatte

Gemäß Glg. (5.1) und Glg. (5.2) betragen die äquivalenten Temperaturunterschiede im Sommer:

$$\Delta T_{\text{M,eq,o}} = -0.8 \cdot \left[ 8 + \frac{0.4}{3} \cdot 40 \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + 3.0)^2} \right) + \frac{10}{(0.8 + 3.0)^4} \right] = -10.4 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

und

$$\Delta T_{\text{M,eq,u}} = -10.4 + \left[ \frac{40}{3} \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + 3.0)^2} \right) + 2 \cdot \frac{10}{(0.8 + 3.0)^4} \right] = 2.1 \text{ °C}$$

Die bemessungsrelevante Zugfestigkeit unterscheidet sich an Ober- und Unterseite infolge zeitlich versetzter Risszeitpunkte und beträgt gemäß Glg. (5.6) und Glg. (5.7):

$$f_{\text{ct,design,o}} = 2.6 \cdot \left[ 0.50 + 0.25 \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + 3.0)^2} \right) \right] = 1.90 \text{ N/mm}^2$$

und

$$f_{\rm ct,design,u} = 2.6 \cdot \left[ 0.75 + 0.25 \cdot \left( 1 - \frac{1}{(0.8 + 3.0)^2} \right) \right] = 2.55 \text{ N/mm}^2$$

Die bemessungsrelevante Zugfestigkeit unterscheidet sich an Ober- und Unterseite und damit unterscheidet sich auch der Abstand eventueller Biegerisse an beiden Seiten.

Für den Abstand der primären Biegerisse gilt gemäß Glg. (4.8):

$$l_{\rm cr,o} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{1,90 \cdot 3,0}{0,025}} = 8,73 \text{ m}$$
 und  $l_{\rm cr,u} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{2,55 \cdot 3,0}{0,025}} = 10,11 \text{ m}$ 

Die Länge und Breite der Platte übersteigen diesen Wert um ein Vielfaches, sodass in der Plattenmitte ein vollständig verkrümmungsbehinderter Bereich existiert und das Rissmoment in voller Höhe aufgebaut werden kann. Die theoretischen Maximalspannungen im Zustand I betragen je Seite gemäß Glg. (5.4):

Aufgrund der Vernachlässigung der Eigenspannungen kann Rissbildung von vornherein nicht ausgeschlossen werden. Der Nachweis erfolgt über die Verformungskompatibilität. Die in Längsrichtung an Ober- und Unterseite aufzunehmende Verformung in den primären Rissen beträgt gemäß Glg. (5.3):

$$w_{\rm beh, Pl, o} = 10^{-5} \cdot 10.4 \cdot 8.73 = 0.91 \,\mathrm{mm}$$
 und  $w_{\rm beh, Pl, u} = 10^{-5} \cdot 2.1 \cdot 10.11 = 0.21 \,\mathrm{mm}$ 

Die erforderliche Anzahl von Sekundärrissen, um die zulässige Rissbreite in den Primärrissen einzuhalten, kann mit Glg. (1.4) bestimmt werden. Es gilt:

$$n_{\rm o} = \left(\frac{0.91}{0.2} - 1\right) \cdot 1.1 = 3.9 \rightarrow n = 4 \text{ und } n_{\rm u} = \left(\frac{0.21}{0.2} - 1\right) \cdot 1.1 = 0.1 \rightarrow n = 1$$

In beiden Fällen ist n>0 und die erforderliche Mindestbewehrung muss mittels Glg. (5.16) bestimmt werden. Da diese Bewehrung von der Risskraft des Sekundärrisses - und damit auch vom Wirkungsbereich der Bewehrung mitbestimmt wird, würden sich aufgrund der unterschiedlichen Randabstände von Längs- und Querbewehrung bei konsequenter Umsetzung auch unterschiedliche Bewehrungsmengen für beide Richtungen ergeben. Für die praktische Umsetzung sollte die Bewehrung allerdings pragmatisch auf Grundlage des Mittelwerts des Randabstands beider Richtungen festgelegt werden.

Unter der Annahme, dass an der Oberseite je Richtung 2 Bewehrungslagen erforderlich werden, beträgt der Mittelwert der Randabstande für beide Richtungen  $d_{1,m} = 9 \text{ cm}$ . Für die erforderliche Mindestbewehrung gilt:

$$a_{\text{s,min,o}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 100^2 \cdot 9^2 \cdot 1,90 \cdot (0,69 + 0,34 \cdot 4)}{0,2 \cdot 210.000}} = 38,8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

An der Unterseite wird angenommen, dass je Richtung nur eine Bewehrungslage mit  $\emptyset$  20 mm erforderlich ist. Somit beträgt der mittlere Randabstand von Bewehrungsschwerpunkt zum äußeren Rand nur  $d_1 = 7,0$  cm. Für die erforderliche Mindestbewehrung gilt:

$$a_{\rm s,min,u} = \sqrt{\frac{20 \cdot 100^2 \cdot 7,0^2 \cdot 2,55 \cdot (0,69 + 0,34 \cdot 1)}{0,2 \cdot 210.000}} = 24.8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Insgesamt kann der erforderlichen Mindestbewehrung an der Oberseite durch den Einbau von je 2 Lagen  $\varnothing$  20 mm im Abstand von  $s=15\,\mathrm{cm}$  in beiden Richtungen entsprochen werden. An der Unterseite genügen jeweils eine Lage  $\varnothing$  20 mm im Abstand von  $s=12,5\,\mathrm{cm}$  in beiden Richtungen.

Die Erforderlichkeit von konstruktiven Bewehrungen, wie bspw. an den Grenzen von zwei aufeinandertreffenden Bauabschnitten, ist von diesen Betrachtungen ausgenommen und erfordert zusätzliche Überlegungen.

Kann sichergestellt werden, dass die Herstellung der Bodenplatte unter Winterbedingungen gemäß Abs. 5.1.1 erfolgt, so können die zu berücksichtigenden Temperaturgradienten auf  $70\,\%$  reduziert werden. In den primären Rissen beträgt die aufzunehmende Verformung dann:

$$w_{\rm beh, Pl, o} = 10^{-5} \cdot 0.7 \cdot 10.4 \cdot 8.73 = 0.64 \text{ mm}$$

und

$$w_{\rm beh, Pl, u} = 10^{-5} \cdot 0.7 \cdot 2.1 \cdot 10.11 = 0.15 \text{ mm}$$

Für die erforderliche Anzahl von Sekundärrissen gilt:

$$n_{\rm o} = \left(\frac{0.64}{0.2} - 1\right) \cdot 1.1 = 2.4 \rightarrow n = 3 \quad {\rm und} \quad n_{\rm u} = \left(\frac{0.15}{0.2} - 1\right) \cdot 1.1 < 0 \rightarrow n = 0$$

An der Oberseite bleibt n>0 und die erforderliche Mindestbewehrung ist mit Glg. (5.16) zu bestimmen. Mit der Annahme, dass der erforderlichen Mindestbewehrung an der Oberseite unter günstigen Winterbedingungen nun mit einer Bewehrungslage  $\varnothing$  25 mm je Richtung entsprochen werden kann, ändert sich der mittlere Randabstand von

Bewehrungsschwerpunkt zum äußeren Rand auf  $d_{1,m} = 7.5$  cm. Für die erforderliche Mindestbewehrung unter Sicherstellung von winterlichen Randbedingungen gilt:

$$a_{\text{s,min,o,Winter}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 100^2 \cdot 7,5^2 \cdot 1,9 \cdot (0,69 + 0,34 \cdot 3)}{0,2 \cdot 210.000}} = 33,0 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Die reduzierte Bewehrung an der Oberseite kann für beide Richtungen durch eine Anordnung von  $\varnothing$  25 mm im Abstand von  $s=15\,\mathrm{cm}$  in beiden Richtungen entsprochen werden

An der Unterseite kann die Verformungskompatibilität im Winterfall bereits mit der Bildung von Primärrissen erfüllt werden. Die Bewehrung darf in diesem Fall dann mit Glg. (5.15) ermittelt werden. Unter der Annahme, dass der Nachweis nun mit je einer Bewehrungslage  $\varnothing$  14 mm erfüllt werden kann, gilt für den mittleren Randabstand  $d_{1,\mathrm{m}}=6,4\,\mathrm{cm}$ . Für die Mindestbewehrung folgt somit:

$$a_{\rm s,min,u,Winter} = 2.6 \cdot \frac{2.5 \cdot 6.4 \cdot 100}{500} = 8.3 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Der reduzierten Bewehrung an der Unterseite kann für beide Richtungen durch den Einbau von jeweils einer Lage  $\varnothing$  14 mm im Abstand von  $s=15\,\mathrm{cm}$  entsprochen werden.

Insgesamt kann eine Winterbetonage in diesem Fall somit Bewehrungseinsparungen von bis zu  $40\,\%$ ermöglichen.

## 7. Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit präsentiert ein allgemeingültiges und mechanisch konsistentes Bemessungsmodell für die Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten von zwangbeanspruchten Betonbauteilen. Hierbei werden insbesondere der Einfluss von der erhärtungsbedingten Spannungsgeschichte und der Einfluss der Bauteilgeometrie berücksichtigt. Außerdem ist dieses Bemessungsmodell so ausgearbeitet, dass es neben den Betrachtungen der erhärtungsbedingten Zwangbeanspruchungen auch die Möglichkeit zur Erfassung von Zwangbeanspruchungen im Nutzungszeitraum ermöglicht.

Hierfür wurde ein Ansatz entwickelt, der eine widerspruchsfreie Quantifizierung der Zwangbeanspruchung erlaubt. Mit einem allgemeingültigen Materialmodell und einem mechanisch basiertem Berechnungsansatz ist diese Quantifizierung für unterschiedliche Betrachtungsweisen und Berechnungsmethoden ineinander überführbar möglich, was mit der Auswertung von in-situ Messungen an verschiedenen Bauwerken sowie deren numerischer Nachrechnung und anhand der analytischen Auswertung von Messergebnissen aus eigenen Laboruntersuchungen mit sogenannten Zwangrahmen gezeigt wird. Für die Beschreibung der Spannungsgeschichten in erhärtenden Betonbauteilen wurde neben der zeitdiskreten Behandlung von Temperaturgeschichte und Festigkeitsentwicklung im Bauteil vor allem die Bedeutung der viskoelastischen Betoneigenschaften erarbeitet und deren quantitative Auswirkungen geklärt. Gleichzeitig wurde der Einfluss der Bauteilgeometrie auf die Ausbildung der Zwangbeanspruchung durch Parameterstudien untersucht. Anschließend wurden auf Grundlage dieser Erkenntnisse geeignete Ingenieurmodelle zu Vorhersage der Zwangbeanspruchung und dem zu erwartenden Rissbild entwickelt.

Für die Praxis könnten diese Erkenntnisse in Form von allgemeingültigen Bemessungshilfen bereitgestellt werden. Die Ergebnisgrößen sind hierbei die beiden wesentlichen Eingangsparameter der verformungsbasierten Bemessung - die aufzunehmende Verformung und der Primärrissabstand. Um den Nutzen einer umfassenden Quantifizierung dieser Eingangsgrößen aufzuzeigen, wurden in dieser Arbeit bereits empirische Formeln aus einer numerischen Parameterstudie abgeleitet.

Die erforderliche Mindestbewehrung wird aus diesen Ergebnissen abgeleitet. Je nach Zwängungssituation, Intensität der Rissbildung und Anforderung an die Rissbreite wird das wirtschaftlich optimale Bemessungsergebnis gefunden. Hierbei wird vor allem die Notwendigkeit von Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreite berücksichtigt. Kann die Gefahr von Rissbildung auf der sicheren Seite liegend ausgeschlossen oder die

Verformungskompatibilität bereits durch Einzelrissbildung erreicht werden, so ist es unter Berücksichtigung des Zwangkraftabbaus im Allgemeinen ausreichend, wenn die Bewehrung die Robustheit der Oberflächenzone gewährleistet. Kann die zulässige Rissbreite im Primärriss nur eingehalten werden, wenn weitere Sekundärrisse im Umfeld des Primärrisses erzeugt werden, so ist für die Bestimmung der Mindestbewehrung der in Bödefeld (2010) dargestellte Zusammenhang zwischen Rissbreite im Primärriss und Anzahl der Sekundärrisse zutreffend.

Die Eignung des entwickelten Bemessungsmodells wird an drei Bemessungsbeispielen demonstriert. Diese wurden so gewählt, dass eine risskraftbasierte Bemessung auf Grundlage der derzeit gültigen Bemessungsregel zu unplausiblen Bewehrungsgehalten führen würde. Aufgrund der Massigkeit der Querschnitte aber auch bei Verwendung von innovativen Betonen, die mit einer deutlichen Erhöhung der Zugfestigkeit einhergehen, kann die Bemessung auf Grundlage der Risskraft solcher Querschnitte zu einer deutlichen Überschätzung der tatsächlichen Zwangbeanspruchungen im Bauteil führen.

Für den Fortschritt bei den angestellten Untersuchungen und Entwicklungen wurden aber auch verschiedene Annahmen getroffen, deren genaue Untersuchung in weiterer Forschungsarbeit zu empfehlen ist. Insbesondere geht es dabei um eine klare Definition von Größe und zeitlichem Verlauf des Zugkriechens sowie einer sicheren Erfassung des Einflusses der Spannungsgeschichte auf den späteren Zwangkraftabbau bei teilweiser Verformungsbehinderung. Darüber hinaus zeigten erste Betrachtungen zum Zwangkraftabbau infolge der Rissbildung, dass eine Berücksichtigung dieses Effekts bei Systemen mit Sekundärrissbildung zu weiteren Bewehrungseinsparungen führt.

Des weiteren werden mit dem entwickelten Ansatz zunächst ausschließlich erhärtungsbedingte Zwangbeanspruchungen infolge hydratationsbedingter Temperaturfeldänderungen und Schwinden betrachtet. Eine rechnerische Berücksichtigung von Zwangbeanspruchungen im Nutzungszeitraum ist zwar prinzipiell möglich, indem die aufzunehmende Verformung um diesen Wert erhöht und über den Rissabstand aus dem frühen Zwang gelegt wird, doch bleiben hierbei zwei wesentliche Einflussgrößen auf die Entwicklung der Rissbreite im Nutzungszeitraum unberücksichtigt. Zum einen handelt es sich hierbei um den günstigen Einfluss einer Abnahme der Systemsteifigkeit durch das Rissbild aus frühem Zwang, zum anderen bleibt aber auch der ungünstige Einfluss von Verbundkriechen auf die Entwicklung der Rissbreite bei dieser Überlagerung unberücksichtigt.

Unabhängig vom zukünftigen Forschungsbedarf ermöglicht der vorgestellte Ansatz in seiner aktuellen Fassung aber schon heute eine mechanisch basierte Festlegung der Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite infolge erhärtungsbedingter Zwangbeanspruchung. Nicht zuletzt durch eine direkte Berücksichtigung der Materialeigenschaften des erhärtenden Betons sowie der Bauteilgeometrie und den Randbedingungen im Herstellungsprozess fördert das verformungsbasierte Nachweiskonzept die Zusammenarbeit zwischen Betontechnologie, Tragwerksplanung und Baustelle, was einen entscheidenden Beitrag bei der Begrenzung der Rissbreite infolge erhärtungsbedingter Zwangbeanspruchung liefert.

## Literaturverzeichnis

- ASTM/C-303-88 (1999). American Society for Testing and Materials Standard Test Method for Time of Setting for Concrete Mixtures by Penetration Resistance. ASTM International.
- ASTM/C1581-04 (2004). American Society for Testing and Materials Standard Test Method for Determining Age at Cracking and Induced Tensile Stress Characteristics of Mortar and Concrete under Restrained Shrinkage. ASTM International.
- Atrushi, D. S. (2003). Tensile and Compressive Creep of Early Age Concrete: Testing and Modelling. Dissertation, Department of Structural Engineering, NTNU Trondheim.
- Bjøntegaard, Ø. (1999). Thermal Dilation and Autogenous Deformation as Driving Forces to Self-Induced Stresses in High Performance Concrete. Dissertation, Department of Structural Engineering, NTNU Trondheim.
- Bjøntegaard, Ø. (2011). Basis for practical approaches to stress calculations and crack risk estimation in hardening concrete structures. COIN report 31-2011, Norway. ISBN 978-82-536-1236.
- Bödefeld, J. (2010). Rissmechanik in dicken Stahlbetonbauteilen bei abfließender Hydratationswärme. Dissertation, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Leipzig.
- Bödefeld, J., Ehmann, R., Schlicke, D. und Tue, N. V. (2012a). Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten in Stahlbetonbauteilen infolge des Hydratationsprozesses Teil 1: Risskraftbasierter Nachweis nach DIN EN 1992-1-1. In Beton- und Stahlbetonbau, Heft 1 S.32–37. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.
- Bödefeld, J., Ehmann, R., Schlicke, D. und Tue, N. V. (2012b). Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten in Stahlbetonbauteilen infolge des Hydratationsprozesses Teil 2: Neues Konzept auf Grundlage der Verformungskompatibilität. In Beton- und Stahlbetonbau, Heft 2 S.79–85. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.
- Bosnjak, D. (2000). Self-Induced Cracking Problems in Hardening Concrete Structures. Dissertation, Department of Structural Engineering, NTNU Trondheim.
- Byfors, J. (1980). *Plain concrete at early ages*. Swedish Cement and Concrete Institute, Stockholm.

- CEB (1980). Structural effects of time-dependant behaviour of concrete. CEB Bulletin No. 136.
- cement.org (2012). Restrained Ring. http://www.cement.org/tech/images/cracking\_3a.jpg.
- Eierle, B. und Schikora, K. (2000). Zwang und Rissbildung infolge Hydratationswärme Grundlagen, Berechnungsmodelle und Tragverhalten, Heft 512. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton.
- EN 1992-1-1 (2011). Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Normenausschuss Bauwesen (NABau). Ausgabe: 20011-01-00.
- fib (2012). Modelcode 2010. fib Bulletin No. 65, Final draft.
- Freiesleben, H., Hansen, P. und Pedersen, E. J. (1977). *Maleinstrument til Kontrol af befons haerding*, Nr. 1. Nordisk Beton, Stockholm.
- Grübl, P., Weigler, H. und Karl, S. (2001). Beton Arten, Herstellung und Eigenschaften, 2. Auflage. Ernst und Sohn Verlag.
- Gutsch, A.-W. (1998). Stoffeigenschaften jungen Betons Versuche und Modelle. Dissertation, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Technische Universität Braunschweig.
- Heinrich, P. (2012). Analytische Berücksichtigung viskoelastischer Betoneigenschaften bei der Ermittlung der Zwangsspannungen von erhärtenden Betonbauteilen unter teilweiser Verformungsbehinderung, Diplomarbeit. Institut für Betonbau, Technische Universität Graz.
- Jonasson, J.-E. (1984). Slipform construction calculations for assessing protection against early freezing. Swedish Cement and Concrete Institute, Stockholm.
- König, G. und Tue, N. V. (1996). Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton, Heft 466. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton.
- König, G. und Tue, N. V. (2008). *Grundlagen des Stahlbetonbaus*, 3. Auflage. Vieweg + Teubner Verlag.
- Kordina, K., L.Schubert und Troitzsch, U. (2000). Kriechen von Beton unter Zugbeanspruchung, Heft 498. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton.
- Laube, M. (1990). Werkstoffmodell zur Berechnung von Temperaturspannungen in massigen Betonbauteilen im jungen Alter. Dissertation, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Technische Universität Braunschweig.

- MFZ (2004). Rissbreitenbegrenzung für frühen Zwang in massiven Wasserbauwerken. Bundesanstalt für Wasserbau, Referat Massivbau, Karlsruhe. Ausgabe: September 2004 rev.
- MFZ (2011). Rissbreitenbegrenzung für frühen Zwang in massiven Wasserbauwerken. Bundesanstalt für Wasserbau, Referat Massivbau, Karlsruhe. Ausgabe: April 2011.
- mpa.tu bs.de (2012). Materialprüfanstalt für Bauwesen Braunschweig. http://www.mpa.tu-bs.de/.
- Nietner, L., Schlicke, D. und Tue, N. V. (2011). Berücksichtigung von Viskoelastizität bei der Beurteilung von Zwangbeanspruchungen erhärtender Massenbetonbauteile. In Beton- und Stahlbetonbau, Heft 3 S.169–177. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.
- Paas, U. (1998). Mindestbewehrung für verformungsbehinderte Betonbauteile im jungen Alter, Heft 489. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton.
- Plannerer, M. (1998). Temperaturspannungen in Betonbauteilen während der Erhärtung. Dissertation, Lehrstuhl für Baustoffprüfung und Werkstoffkunde, Technische Universität München.
- Raphael, W., Faddoul, R., Geara, F. und Chateaneuf, A. (2012). Improvements to the Eurocode 2 shrinkage model for concrete using a large experimental database. In Structural Concrete, Heft 3 S.175–181. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.
- Röhling, S. (2009). Zwangsspannungen infolge Hydratationswärme. Verlag Bau + Technik, Düsseldorf.
- Rostásy, F. S. und Henning, W. (1990). Zwang und Rissbildung in Wänden auf Fundamenten, Heft 407. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton.
- Rostásy, F. S. und Krauß, M. (2001). Frühe Risse in massigen Betonbauteilen Ingenieurmodelle für die Planung von Gegenmasnahmen, Heft 520. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton.
- Schlicke, D. (2013a). Crack Formation in the Walls of Møllenbertunnelen, Trondheim. Research project during visiting research stay, NTNU Trondheim, Norway. (unpublished).
- Schlicke, D. (2013b). Investigation on Reliability of 2D Restraint Analysis with Crack-TestCOIN. Research project during visiting research stay, NTNU Trondheim, Norway. (unpublished).
- Schlicke, D. und Tue, N. V. (2010). Measurement of thermal restraint in hardening mass concrete a new approach exemplified by a thick foundation slab. In Concrete Structures for Challenging Times, S.179–184. Marianske Lazne 2010, CZ, 6th Central European Congress on Concrete Engineering.

- Schlicke, D. und Tue, N. V. (2012a). Approach for Consideration of Viscoelasticity in Time Step FEM based Restraint Analyses of Hardening Concrete. In Numerical Modeling Strategies for Sustainable Concrete Structures, S.53. Aix-en-Provence 2012, F, 1th Int. Conference on Numerical Modeling Strategies for Sustainable Concrete Structures.
- Schlicke, D. und Tue, N. V. (2012b). Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite infolge erhärtungsbedingter Zwangbeanspruchung bei Bauteilen aus Beton mit erhöhtem Säurewiderstand (ESW-Beton). FuE-Vorhaben, Technische Universität Graz, Institut für Betonbau, Graz. (unveröffentlicht).
- Schlicke, D. und Tue, N. V. (2013). Consideration of Viscoelasticity in Time Step FEM-Based Restraint Analyses of Hardening Concrete. In Journal of Modern Physics, 4 S.9–14. SCIRP.
- Schlicke, D., Turner, K., Tue, N. V. und Schneider, H. (2011). Abschätzung der erhärtungsbedingten Risswahrscheinlichkeit einer Kühlturmschale aus säureresistentem Beton. FuE-Vorhaben, KHP-Zerna Planungsgesellschaft mbH, Leipzig. (unveröffentlicht).
- Sellier, A., Buffo-Lacarriere, L., Multon, S., Vidal, T. und Bourbon, X. (2012). Nonlinear basic creep and drying creep modelling. In Numerical Modeling Strategies for Sustainable Concrete Structures, S.54. Aix-en-Provence 2012, F, 1th Int. Conference on Numerical Modeling Strategies for Sustainable Concrete Structures.
- Tailhan, J. L., Boulay, C., Rossi, P., Maou, F. L. und Martin, E. (2013). Compressive, tensile and bending basic creep behaviour related to the same concrete. In Structural Concrete 14, Heft 2 S.124–130. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.
- Tigges, V. E. (2010). Die Hydratation von Hüttensanden und Möglichkeiten ihrer Beeinflussung zur Optimierung von Hochofenzementeigenschaften, Schriftenreihe der Zementindustrie; 76. Verlag Bau und Technik.
- Trost, H. (1967). Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton. In Beton- und Stahlbetonbau, Heft 10 S.230–238. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.
- Tue, N. V., Bödefeld, J. und Dietz, J. (2007). Einfluss der Eigenspannung auf die Rissbildung bei dicken Bauteilen im jungen Betonalter. In Beton- und Stahlbetonbau, Heft 4 S.215–222. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.
- Tue, N. V. und Schlicke, D. (2009a). Untersuchungen zum Rissabstand bei massiven Wand-Fundamentsystemen infolge der Beanspruchung aus der Hydratationswärme. FuE-Vorhaben, König und Heunisch Planungsgesellschaft mbH, Leipzig. (unveröffentlicht).

- Tue, N. V. und Schlicke, D. (2009b). Zwangbeanspruchung massiver Schleusenkammerwände infolge der Hydratationswärme. FuE-Vorhaben, König und Heunisch Planungsgesellschaft mbH, Leipzig. (unveröffentlicht).
- Tue, N. V., Schlicke, D. und Bödefeld, J. (2007). Beanspruchungen in dicken Bodenplatten infolge des Abfließens der Hydratationswärme. In Bautechnik 84, Heft 10 S.702–710. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.
- Tue, N. V., Schlicke, D. und Rückriem, T. (2012). FuE 101.700002/2 Messprogramm später Zwang an der 2. Schleuse Wusterwitz / Rissmonitoring Kammerwand Installation und Inbetriebnahme des Messprogramms. FuE-Vorhaben, KHP-Planungsgesellschaft mbH, Leipzig. (unveröffentlicht).
- Tue, N. V., Schlicke, D. und Schneider, H. (2009). Zwangsbeanspruchung massiver Kraftwerks-Bodenplatten infolge der Hydratationswärme. In Bautechnik 86, Heft 3 S.142–149. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.
- Tue, N. V., Schlicke, D., Turner, K. und Heinrich, P. J. (2014). Herstellungsbedingte Zwangbeanspruchung von Kellerkästen aus WU-Faserbeton. FuE-Vorhaben, Technische Universität Graz, Institut für Betonbau, Graz. (unveröffentlicht).
- Weisner, A., Tue, N. V. und Schlicke, D. (2013). Dehnfugenlose Schleuse Wusterwitz Betontechnologische und konstruktive Erfahrungen. In Beton, 12 S.484–491. Bau + Technik.
- Wesche, K. (1993). Baustoffe für tragende Bauteile, Band 2: Beton und Mauerwerk. Vieweg+Teubner Verlag.
- ZTVW-LB215 (2004). Zusätzliche Technische Vertragsbedingungen Wasserbau (ZTV-W) für Wasserbauwerke aus Beton und Stahlbetonbau (Leistungsbereich 215). Bundesministerium für Verkehr, Bau- und Wohnungswesen, Bonn. Ausgabe: 2004.