

10. Wenn die Maßgröße als Funktion mehrerer voneinander abhängiger Veränderlicher dargestellt werden kann:

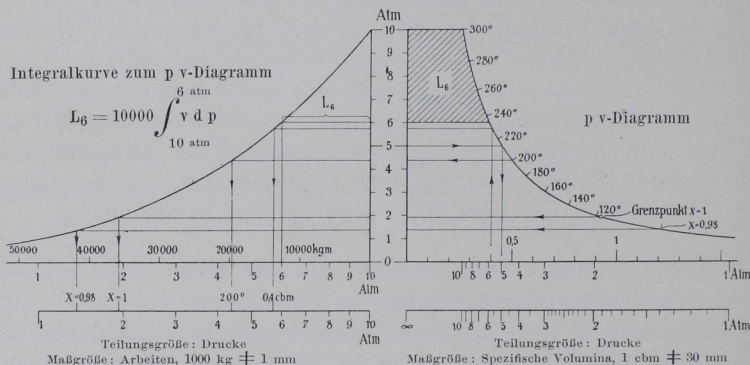
$$y = f(x); \quad y = \varphi(z); \quad y = F(t),$$

so können an einer Maßlinie mehrere Funktionsskalen angebracht werden. Unterscheidung der Skalen durch verschiedene Farben oder durch die Richtung der Teilstriche gegen die Maßlinie, oder bei nur zwei Skalen durch Anbringung der Skalen auf beiden Seiten der Maßlinie. Zuviel Skalen an einer Maßlinie machen die Darstellung unübersichtlich. Es besteht jedoch nicht selten ein Bedürfnis, eine größere Anzahl Teilungen anzubringen. Wie man sich in solchen Fällen helfen kann, ist in Art. 25 gezeigt.

Behandlung thermodynamischer Vorgänge mit Hilfe von Funktionsskalen.

11. Sehr geeignet ist die Funktionsskala für die Darstellung thermodynamischer Vorgänge: In Fig. 271 rechts ist zunächst das p - v -Diagramm für adiabatisch von dem Anfangszustand 10 Atm. und

Fig. 271.



300° expandierenden Wasserdampf dargestellt und daraus eine Funktionsskala $v = f(p)$ mit v als Maßgröße, p als Teilungsgröße entwickelt. Die Gleichteilung für die v ist auf der Abszissenachse durch nach oben gerichtete Teilstriche ausgeführt, während die

Kurven die Interpolation zwischen weitläufigen Rechnungswerten mittels Kurvenlinealen gestattet. Für selbstgefertigte Funktionsdarstellungen kann daher doch die Kurventafel oft den Vorzug verdienen, zumal durch die Möglichkeit, mattquadrirtes Papier verwenden und die Tafel für den Gebrauch auf ein Zeichenbrett aufspannen zu können, die Nachteile gedruckter und eingebundener Kurventafeln fortfallen.

Teilstriche für die ungleiche p -Teilung nach unten gerichtet sind. Für 5 Atm. ist die Aufsuchung des Teilungspunktes 5 auf der v -Linie durch einen Linienzug dargestellt: Von dem Punkt 5 auf der senkrechten Atmosphärenlinie geht man zur p v -Kurve horizontal herüber und dann senkrecht zur v -Linie herab; die Linie trifft die Abszissenachse zwischen 0,4 und 0,5 cbm. Auf die gleiche Weise kann man sich die anderen (nach unten gerichteten) p -Teilstriche auf der v -Linie gefunden denken.

Die v -Teilung kann dann wieder fortgelassen werden (Art. 4), wenn man eine Angabe des v -Maßstabes zu der Funktionsskala setzt, wie das in der unten herausgezeichneten und mit einer ausführlicheren p -Teilung versehenen Funktionsskala geschehen ist.

Es ersetzt diese Skala das darüber stehende p v -Diagramm vollständig, soweit letzteres nur die Beziehung zwischen p und v darstellt: Will man z. B. das Volumen finden, welches bei Expansion auf den Druck 2,1 Atm. erreicht ist, so mißt man von dem Anfangspunkt der v -Teilung ($p = \infty$) bis zum Teilpunkt 2,1, findet die Länge 28 mm, welche entsprechend der Maßstabsanschrift = 28/30 = 0,933 cbm ist.

12. Da das p v -Diagramm nicht nur die Beziehung zwischen p und v , sondern in den Flächen auch noch die Arbeiten darstellt, so eignet es sich weniger zur Darstellung durch eine einfache Funktionsskala, weil die Arbeitsdarstellung damit verloren geht. Man könnte freilich auf der v -Linie eine zweite Funktionsteilung anbringen, welche die bei Erreichung der verschiedenen v geleisteten Arbeiten angibt, doch soll auf diese Darstellung nicht weiter eingegangen werden und eine andere Form der Arbeitsdarstellung besprochen werden.

13. Trägt man die Arbeit

$$L = 10\,000 \int_{p_1}^{p_x} v \, dp$$

für einen festen Ausgangsdruck p_1 und verschiedene Enddrucke p_x als Funktion des Druckes p_x auf, so erhält man die Integralkurve zum p v -Diagramm (Fig. 271 links), die man rechnermäßig bestimmen wird, sich aber auch graphisch so entstanden denken kann, wie das für $p_x = 6$ in der Figur angedeutet ist: Die schräg schraffierte Fläche im p v -Diagramm stellt die zwischen den Druckgrenzen $p = 10$ und $p = 6$ geleistete Arbeit L_6 dar. Den Flächenwert dieser Arbeit trägt man in irgend einem geeignet scheinenden Maßstab

senkrecht zur p -Achse in 6 auf (Fig. 271 links). In gleicher Weise kann man für andere Enddrucke und den gleichen Ausgangsdruck $p_1 = 10$ Atm. die Arbeit bestimmen und als Länge in demselben Maßstab auftragen. Der Maßstab für L ist in Fig. 271 so gewählt, daß 1 mm eine Arbeit von 1000 kgm darstellt, geleistet von 1 kg Dampf bei adiabatischer Expansion.

Die Integralkurve ist dann mit L als Maßgröße und zunächst nur mit p_x als Teilungsgröße in eine Funktionsskala umgewandelt. Die Teilstriche für die gleichmäßige Arbeitsteilung sind auf der Abszissenachse nach oben, die Teilstriche für die ungleichmäßige Druckteilung nach unten gerichtet. Für die Arbeit L_6 ist der Linienzug verzeichnet, der auf den Punkt der L -Linie führt, dem die Beischrift 6 Atm. zu geben ist.

14. Unter das Diagramm ist dann die Funktionsskala $L = f(p)$ ohne die gleichmäßige L -Teilung, welche durch die Maßstabsbeischrift ersetzt ist, noch einmal aufgetragen. Die nach oben gerichteten Teilstriche lasse man zunächst außer acht. Will man die Arbeit finden, welche 1 kg Dampf verrichtet, z. B. zwischen 10 Atm. und 3 Atm. bei der angenommenen Anfangstemperatur von 300° , so mißt man von 10 Atm. auf der horizontalen Funktionsskala bis 3 Atm., findet 27,6 mm entsprechend 27 600 kgm; oder will man wissen, bis zu welchem Druck der Dampf expandieren muß, um 30 000 kgm zu leisten, so mißt man 30 mm ab und kommt auf 2,6 Atm.

Für die Interpolation nach Augenmaß sind noch weitere Zwischenpunkte erforderlich, die bei der Figur fortgelassen sind.

Man kann auch die Arbeit von einer anderen oberen Druckgrenze, z. B. von 8 Atm. aus bestimmen, indem man die Länge vom Teilpunkt 8 bis zu der fraglichen unteren Druckgrenze mißt, hat aber zu beachten, daß in der vorliegenden Auftragung die gefundene Arbeit für eine Anfangstemperatur (ca. 271°) gilt, wie sie bei Expansion von 10 Atm. bis 8 Atm. bei 8 Atm. erreicht wird, wenn sie bei 10 Atm. 300° betrug. Für andere Ausgangstemperaturen sind weitere Funktionsskalen erforderlich.

15. Entsprechend Art. 10 kann man noch andere interessierende Größen durch Funktionsskalen an derselben Maßlinie darstellen, womit dann nicht nur die Beziehung der verschiedenen Teilungsgrößen zur Maßgröße, sondern auch der Teilungsgrößen untereinander ausgedrückt wird. So könnte man z. B. eine Volumenteilung anbringen. Wie ein solcher Volumenteilpunkt graphisch gefunden werden kann, ist in Fig. 271 durch einen Linienzug für 0,4 cbm

gezeigt: Von dem Teilpunkt 0,4 auf der Basis der Volumina im $p v$ -Diagramm geht man herauf nach der $p v$ -Kurve, von da aus horizontal herüber nach der $p L$ -Kurve, von da senkrecht herab nach der Funktionsskala, in welcher der Punkt durch die Anschrift 0,4 cbm gekennzeichnet wird. Genauer werden die Punkte wieder durch Rechnung und Eintragung mittels der Teilmaschine gefunden.

16. Weiter interessieren noch die Temperatur t im Überhitzungsgebiet und die Dampfmasse $(1 - x)$ oder die spezifische Dampfmenge x im Naßdampfgebiet¹⁾ und schließlich der Wärmehalt i . Die Temperaturen und spezifischen Dampfmenngen sind, um den Vorgang zu verdeutlichen, an die mit entsprechenden Marken versehene $p v$ -Linie herangeschrieben. Je ein Punkt ($t = 200^\circ$, $x = 0,98$ sowie der Grenzpunkt $x = 1$) sind in die Funktionsskala links unten herübergenommen. Praktisch werden die betreffenden Punkte in der L -Skala viel einfacher direkt durch Rechnung gefunden, wegen der einfachen Beziehung t zu i und x zu i (Anhang VIII Art. 16); i steht wieder in einer sehr einfachen Beziehung zu L : der Wärmehalt nimmt bei Arbeitsleistung einfach um das Wärmeäquivalent der geleisteten Arbeit ab. Wenn L Maßgröße ist, ist auch i Maßgröße. Es genügt die Eintragung eines Punktes mit Beischrift von i und die Beigabe eines i -Maßstabes (siehe die Linie für $i = 700$ -WE und den kleinen Maßstab rechts oben neben der Tafel auf S. 359). Bei dem Wärmeäquivalent 427 stellen in der Funktionsskala Fig. 271 links unten 0,427 mm eine Wärmeeinheit dar, d. h. es stellt 1 mm 2,3419 Wärmeeinheiten dar.

17. Von den Größen t oder x , p , v , L , i kann jede einzelne als Maßgröße gewählt werden, woraus sich dann verschiedene Funktionsskalen ergeben werden, die für die besonderen Zwecke, denen sie dienen sollen, mehr oder weniger geeignet sein werden. Bisher haben die Skalen mit t als Maßgröße (TS-Diagramm mit der Teilung von Stodola) und mit L und i als Maßgröße (JS-Diagramm von Mollier) weitere Verbreitung gefunden.

Deutung des JS-Diagramms und des TS-Diagramms als eine Serie von Funktionsskalen.

18. Die Funktionsskala Fig. 271 mit L als Maßgröße stellt nur für eine ganz bestimmte Serie von Anfangszuständen die Beziehung

¹⁾ Die Eintragung der Temperatur kann im Naßdampfgebiet wegen der festen Beziehung $t = f(p)$, die jeder Dampftabelle entnommen werden kann oder auch durch eine besondere Skala ausgedrückt werden kann, entbehrt werden.

zwischen Expansionsenddruck und adiabatischer Arbeit dar. Für den Anfangsdruck von 10 Atm. gilt die Skala nur mit der gleichzeitigen Anfangstemperatur von 300° , die willkürlich dem Entwurf der Fig. 271 zugrunde gelegt wurde. Für andere Anfangsdrucke gilt sie nur in Verbindung mit denjenigen Anfangstemperaturen, welche sich bei einer gedachten vorausgegangenen adiabatischen Arbeit von dem Zustande $p = 10$ Atm., $t = 300^{\circ}$ ergeben. So z. B. gemäß Art. 14 für den Anfangsdruck von 8 Atm. in Verbindung mit einer Anfangstemperatur von 271° .

Es können aber jedem Druck von der Sättigungstemperatur ab unendlich viele Temperaturen zugehören, je nach der Überhitzung; daher ist für den praktischen Gebrauch die Aufstellung einer größeren Zahl von Funktionsskalen erforderlich, zwischen welchen dann noch weitere interpoliert werden können. Man wird die Funktionsskalen parallel nebeneinander anordnen und die gleichbenannten Teilpunkte miteinander verbinden.

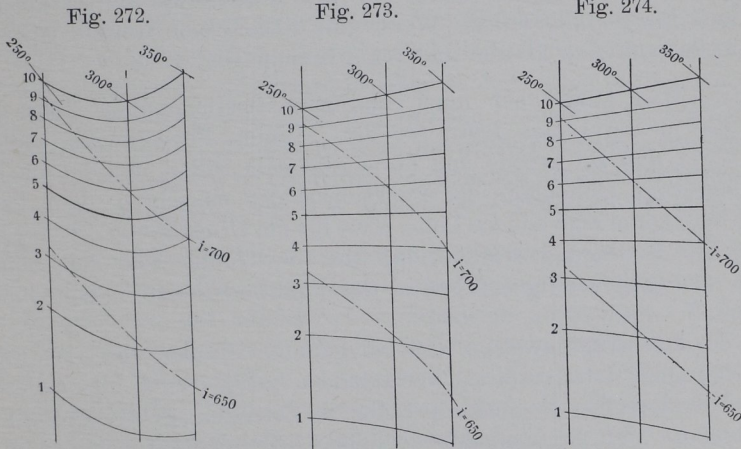
19. Die Verbindungslinien haben einen mehrfachen Zweck: Einmal wird durch dieselben die jedesmalige Anschrift der zugehörigen Zahl an jede Funktionsskala vermieden; es genügt, dieselbe ein- oder zweimal an die Verbindungslinie anzuschreiben; ferner gestatten sie, zwischen zwei festgestellten Funktionsskalen eine neue zu interpolieren, ohne eine Einteilung vornehmen zu müssen, da die Verbindungslinien diese Einteilung ohne weiteres ergeben, wenn man eine Parallele zu den vorhandenen Funktionsskalen einschaltet; und schließlich gestatten sie, indem man auf der Verbindungslinie entlang wandert, zu einem neuen Dampfzustande überzugehen, in welchem nur die Übergangsgröße unverändert bleibt.

20. Die Funktionsskala wird bei thermodynamischen Vorgängen in der Regel senkrecht gestellt. In Fig. 272 ist zunächst die Funktionsskala $L = f(p)$ aus Fig. 271 entnommen und mit dem Anfangsdruck nach oben senkrecht aufgestellt; links daneben ist eine Funktionsskala mit dem Anfangszustand $p = 10$ Atm., $t = 250^{\circ}$, und rechts daneben eine solche mit dem Anfangszustand $p = 10$ Atm., $t = 350^{\circ}$ gesetzt.

In der gegenseitigen Höhenlage sowohl wie in dem gegenseitigen Abstände der Funktionsskalen ist man vollständig frei. Man wird diese Freiheit dazu benutzen, den einzelnen Verbindungslinien eine möglichst einfache Form zu geben, sowohl zur einfachen Zeichnung und Berechnung der Tafel, für welche um so weniger

Rechnungswerte erforderlich sind, je glatter die Verbindungslinien verlaufen, als auch zur bequemen Interpolation bei der Benutzung der Tafel.

Die gegenseitige Höhenlage und der gegenseitige Abstand der erwähnten 3 Funktionsskalen ist in Fig. 272 zunächst ganz beliebig gewählt. Es sind dann die Punkte gleichen Drucks miteinander



verbunden und außerdem die Verbindungslinien der Punkte gleichen Wärmeinhalts auf den Funktionsskalen für $i = 650$ und $i = 700$ gezogen.

21. Sämtliche i -Linien sind, welches auch immer die gegenseitige Höhenlage der verschiedenen Funktionsskalen und ihr gegenseitiger Abstand sein mag, einander kongruent und nur parallel gegeneinander in der Skalenmefrichtung verschoben; denn die Abnahme des Wärmeinhalts ist proportional der verrichteten Arbeit (Art. 16), welche in allen Funktionsskalen in gleichem Maßstabe als Maßgröße enthalten ist.

22. Über den Verlauf zweier Verbindungslinien kann man durch entsprechende Wahl der gegenseitigen Höhenlagen und der gegenseitigen Abstände verfügen. Man kann z. B. die Bestimmung treffen, daß die 5-Atmosphären-Linie eine horizontale Gerade wird, indem man die Höhenlage der noch in beliebigem Abstände belassenen Funktionsskalen so wählt, daß die 5-Atmosphären-Punkte auf einer Horizontalen liegen (Fig. 273).

Alsdann kann man durch Veränderung der Abstände der einzelnen Skalen einer anderen Bedingung genügen, z. B. der, daß die i -Linie

für 700-WE eine Gerade wird: Man legt zwei Funktionsskalen (etwa die äußersten, welche die Tafel enthalten soll und deren Abstand durch die Tafelbreite bestimmt wird) fest, verbindet die dem Wärmehalt von 700-WE entsprechenden Punkte durch eine Gerade und verschiebt seitlich die anderen Funktionsskalen mit ihren 5-Atmosphären-Punkten auf der in Fig. 273 angenommenen 5-Atmosphären-Verbindungsline, bis sie mit ihrem 700-WE-Punkte auf die festgelegte Gerade für $i = 700$ fallen. Wenn eine i -Linie eine Gerade ist, sind es auch nach Art. 21 alle anderen i -Linien (Fig. 274).

23. Man kann aber auch, ehe man Bestimmungen über den Verlauf der p -Linien trifft, für die i -Linien Forderungen stellen, z. B. die, daß sie gerade und horizontal sein sollen, und danach die gegenseitige Höhenlage der Funktionsskalen einrichten; dann kann man für irgend eine andere Linie, etwa für die Drucklinie $p = 0,05$ Atm. noch die Bedingung erfüllen, daß sie eine Gerade sein soll, indem man den gegenseitigen Abstand der Funktionsskalen entsprechend wählt.

Es läßt sich beweisen, daß bei geraden i -Linien und einer im Sättigungsgebiet geradlinig verlaufenden p -Linie auch alle anderen oberhalb derselben liegenden p -Linien im Sättigungsgebiet geradlinig verlaufen. Für die unterhalb derselben liegenden p -Linien gilt der Satz nur bis zu der Senkrechten durch den Sättigungspunkt der geradlinig angenommenen p -Linie. Um diese Grenze auszuscheiden, ist vorstehend die Geradlinigkeit für den niedrigsten praktisch vorkommenden Druck gefordert.

24. In der Tafel S. 359 sind die i -Linien nicht wie im Mollier-Diagramm horizontal, sondern geneigt gelegt, wodurch einmal für das Gebrauchsgebiet erheblich an Platz gespart wird, dann aber auch der Schnitt der p -Linien und der v -Linien mit den Funktionsskalen steiler wird, was für die Genauigkeit der Ablesung von Wert ist. Die t -Linien sind gegen die Funktionsskalen weniger steil geneigt wie im Mollier-Diagramm. Für den Gebrauch der Tafel kommt ja aber vor allem der Schnitt der t -Linien mit den p -Linien in Betracht, der nicht weniger günstig ist wie im normalen JS-Diagramm.

Von i -Linien ist nur diejenige für 700-WE eingezeichnet (strichpunktiert), um die Tafel recht klar zu halten. Da die anderen i -Linien ihr parallel sind und ihr Abstand in der Richtung der Tafelsenkrechten mit dem Wärmemaßstab (rechts oben) gemessen werden kann, wird die Gebrauchsfähigkeit durch diese Beschränkung kaum beeinträchtigt.

25. Für das Gebiet der Expansionsendvolumina von Kolbendampfmaschinen sind dann noch die Volumenlinien verzeichnet, jedoch nicht in das Hauptdiagramm eingetragen, sondern nach unten herausgezogen, weil bei der Zusammentragung wegen der flachen Neigung der v -Linien gegen die p -Linien die Übersichtlichkeit gelitten hätte. Man muß sich das untere Diagramm auf das obere gelegt denken. Um die Übertragung vornehmen zu können (welche praktisch durch die im Anhang VIII Art. 19 erläuterte Maßstabsverschiebung bewirkt wird), ist eine „Übertragungslinie“ erforderlich, als welche irgend eine in beide Diagramme einzutragende oder in dem einen vorhandene in das andere einzutragende Linie dienen kann. Gewählt ist als Übertragungslinie die 2-Atmosphären-Linie im oberen Diagramm, welche im unteren reproduziert ist und in beiden Diagrammen durch Unterbrechung an den Schnittpunkten mit der Senkrechten kenntlich gemacht ist.

26. Es wurde bei den vorstehenden Entwicklungen auf die Entropie gar nicht Bezug genommen und das ganze Diagramm aus $p v$ -Diagrammen mit adiabatischer Expansion hergeleitet. Es läßt sich beweisen, daß gerade i -Linien und im Sättigungsgebiet gerade p -Linien auf gleichmäßige Entropieteilung der Basis führen. Die Benutzbarkeit des Diagramms wird aber durch den Verzicht auf die gleichmäßige Entropieteilung nicht beeinträchtigt. Die in Art. 22 beispielsweise angenommene Verteilung der Funktionsskalen ergibt jenseits des Schnittpunktes der 5-Atmosphären-Linie mit der Grenzkurve keine gleichmäßige Entropieteilung mehr. Eine nach den willkürlichen Forderungen des Art. 22 aufgestellte ausführliche Tafel würde aber für die Verfolgung der Vorgänge in Kolbendampfmaschinen und Dampfturbinen kaum weniger geeignet wie eine Tafel mit gleichmäßiger Entropieteilung sein.

27. Für den Benutzer der fertigen Tafel hat die Herleitung derselben aus dem $p v$ -Diagramm den Vorteil, ihm den Zusammenhang der Tafel mit dieser wichtigen und allgemein gebräuchlichen und daher auch in der Vorstellung geläufigen Darstellungsform vor Augen zu halten, und ihm ferner daran zu erinnern, daß die Arbeitsleistung das Primäre und die Veränderung des Wärmeinhaltes das Sekundäre ist. Diese Vorstellung soll hier noch dadurch wachgehalten werden, daß nicht für den Wärmeinhalt, sondern für die Arbeit ein glatter Maßstab ($1000 \text{ kgm} \pm 1 \text{ mm}$) gewählt wurde.

Für die Berechnung und Aufstellung der Tafel dagegen wird man sich die Vorteile, welche die Einführung der Entropie mit sich bringt, nicht entgehen lassen.

Die Tafel S. 359 mit geneigten i -Linien kann als eine JS-Tafel in schiefwinkligen Koordinaten angesehen werden.

28. Wie in Art. 17 schon angedeutet ist, kann man auch eine andere der dort angegebenen Größen t oder x , p , v , L , i als Maßgröße wählen und für sie Funktionsskalen auf Grund des Diagramms Fig. 271 aufstellen, z. B. für t . Man kann eine größere Anzahl solcher von verschiedenen Anfangszuständen ausgehender Funktionsskalen nebeneinander stellen, zunächst in beliebiger gegenseitiger Höhenlage und beliebigem gegenseitigem Abstände, und kann dann wieder die Höhenlagen und die Abstände so wählen, daß die Verbindungslinien einen möglichst glatten Verlauf nehmen.

Für t als Teilungsgröße der adiabatischen Funktionsskalen hat eine gleichmäßige Entropieteilung der Basis so lange Bedeutung, als die Arbeitsbestimmung durch Flächenmessung erfolgen soll (TS-Diagramm). Wenn aber die Skalen mit einer Teilung für L oder i versehen sind, wie sie Stodola eingeführt hat, können die Abstände und Höhenlagen der Funktionsskalen lediglich nach der Rücksicht auf glatten Verlauf der Verbindungslinien gewählt werden.
