

K A B C L K + M F G H N M, die der Unterschale durch die Fläche
 L M E D L.

Wenn man freilich die Unterschale allein betrachtet, so ist die dort verrichtete Reibungsarbeit mit Schwungradbelastung erheblich größer wie ohne. Die Frage ist, kommt die mittlere oder die lokal stärkste Reibungsarbeit in Betracht? Da der rotierende Zapfen die Reibungswärme herumträgt, wird die mittlere örtliche Reibungswärme vielleicht mit einem kleinen, schätzungsweise einzuführenden Zuschlag maßgebend sein.

Anhang V.

Berechnung gekröpfter Wellen.

1. Im Nachstehenden soll eine Anleitung zur Berechnung zweimal gelagerter (statisch bestimmter) gekröpfter Wellen gegeben werden und einige Andeutungen über die Bemessung mehrfach gelagerter (statisch unbestimmter) Wellen gemacht werden.

Für gekröpfte Wellen gilt das, was in Art. 68 über die Notwendigkeit, zunächst vorläufige Annahmen für die Berechnung zu machen, deren Ergebnis dann nach Einkleidung in konstruktive Formen zu erneuten Grundlagen für eine wiederholte Rechnung führt, gesagt ist, in höherem Maße wie von irgend einem anderen Maschinenteil.

Die sofortige Ausrechnung der Abmessungen einer gekröpften Welle ist schon für den einfachen Fall statisch bestimmter Lagerung nicht möglich.

2. Eine Hauptaufgabe wird sein, zunächst die Unterstützungspunkte festzulegen, weil ihre Lage die Hebellängen bestimmt, die für die Biegemomente und damit für die Wellenstärke maßgebend sind. Es werden sich aber die Abstände der Unterstützungen wiederum nicht ohne ungefähre Kenntnis der Wellenstärke ermitteln lassen, weil die Zapfenlängen durch den zulässigen Flächendruck im Verein mit der Wellenstärke bestimmt sind. Man wird daher zweckmäßig für die Bestimmung der Wellenstärke eine ganz rohe, nur wenige Einflüsse berücksichtigende Formel benutzen, wie sie z. B. im Anhang IV S. 314 gegeben ist.

3. Die Aufgabe sei folgende: Stehende Einzylindermaschine mit Auspuff, 8 Atm. abs. Admissionsspannung; $N_{i \text{ normal}} = 80 \text{ PS}$; $s = 0,4$; $n = 180$. Das Diagramm möge einen mittleren indizierten Druck $p_i = 2,9$ Atm. ergeben haben.

Es möge ferner der zeitliche Dampfmitteldruck unter Berücksichtigung der Beschleunigungskräfte nach Anhang IV Art. 17 bestimmt sein zu $p_{3m} = 3,4$ Atm.

Der höchste, der Festigkeitsrechnung zugrunde zu legende Druck beträgt: bei einem Gegendruck von 1,15 Atm. $p_{\text{max}} = 8 - 1,15 = 6,85$ Atm.

Die Kolbenfläche ergibt sich aus der Gleichung:

$$N_i = F \frac{2 n s p_i}{60 \cdot 75}; \quad F = \frac{80 \cdot 60 \cdot 75}{2 \cdot 180 \cdot 0,4 \cdot 2,9} = 862 \text{ qcm};$$

$$P_i = 862 \cdot 6,85 = \sim 5900; \quad P_{sm} = 862 p_i = 2500; \quad P_{3m} = 862 p_{3m} = 2930 \text{ kg}.$$

Der Zylinderdurchmesser wird (nach Zuschlag des halben Kolbenstangenquerschnittes) $D = 335$ mm.

4. Nach diesen Feststellungen kann die vorläufige Bestimmung der Hauptwellenabmessungen erfolgen. Der Wellendurchmesser im Kurbelzapfen ergibt sich nach der oben angezogenen Formel:

$$d = 1 + 17 \sqrt[3]{\frac{N_i D}{n s}} = 1 + 17 \sqrt[3]{\frac{80 \cdot 335}{180 \cdot 400}} = 1 + 17 \sqrt[3]{0,372} = 13,2 \text{ cm}.$$

Eine Abrundung dieses Maßes möge einstweilen nicht eingeführt werden.

Der zulässige Flächendruck q_{3m} wird nach Anhang IV Art. 9 gefunden für den Kurbelzapfen $= \frac{11000}{180 \sqrt{13,2}} = 16,85 \text{ kg/qcm}$, womit sich die Länge ergibt $= \frac{2930}{13,2 \cdot 16,85} = 13,2 \text{ cm}$ (nur zufällig ebenso groß geworden wie der Durchmesser).

5. Die beiden Wellenzapfen, deren Durchmesser zunächst ebenso groß angenommen werden möge wie der des Kurbelzapfens, erhalten mit einem Flächendruck $q_{3m} = 6,9$ (aus der Gleichung $q_{3m} n \sqrt{d} = 4500$) eine Länge von 32,2, gerundet 32 cm.

Neben der Kurbel möge innerhalb des Lagers ein Exzenter sitzen. Wegen der ungleichen Lagerentfernung werde die gefundene Gesamtlagerlänge von 32 cm verteilt zu 12 + 20 cm auf die beiden Lager.

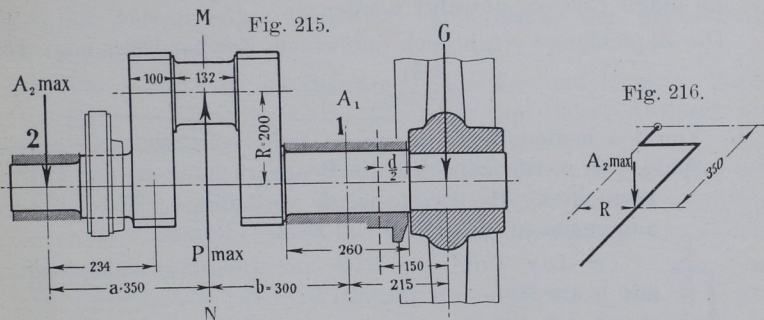
6. Auf der einen Seite wirkt noch das Gewicht des Schwungrades, welches fliegend angeordnet sei, aber keinen Riemenzug aufzunehmen

haben. Es soll vorausgesetzt werden, daß die Maschine mit elastischer Kuppelung eine Dynamo antreibe. Das Gewicht des Schwungrades sei = 1350 kg.

Nach einer vorläufigen Schätzung des Lagerabstandes und der Ausladung (vgl. Fig. 215, deren Maße jedoch erst später gefunden werden und daher hier noch nicht als feststehend zugrunde gelegt werden dürfen) wird das Schwungrad das nächstliegende Lager etwa mit dem 1,3fachen seines Gewichtes, d. h. mit rund 1750 kg belasten.

Für die Gesamtwärmeentwicklung kommt jedoch nach Anhang IV Art. 25 nur ein geringer Betrag als Zusatz zu den Kolbenkräften zur Wirkung. Eine Untersuchung nach dem dort angegebenen Verfahren möge ergeben haben, daß die Vergrößerung der Reibungsarbeit durch das Schwungrad 20 Prozent der durch die Kolbenkräfte verursachten Reibungsarbeit beträgt. Wegen des Unterschiedes zwischen mittlerer Erwärmung und örtlicher Erwärmung werde statt 20 Prozent der Sicherheit halber ein Lagerlängenzuschlag von 30 Prozent gegeben und demgemäß das Lager neben dem Schwungrad $1,3 \cdot 20 = 26$ cm lang gemacht.

7. Es werde jetzt die Welle maßstäblich aufgezeichnet, etwa 1:5 oder 1:10. Rechts werde die Kurbel unmittelbar an das Lager herangerückt; das obenerwähnte Exzenter möge links liegen. Man wird mit dem Lager 2 nicht auf das knappste an die Kurbel heran-



rücken, weil bei einer nur zweimal gelagerten Welle der sicheren Führung wegen ein gewisser Lagerabstand geboten ist. Sonst wird man die Abstände tunlichst zu beschränken suchen.

8. Genauere Berechnung des Kurbelzapfens. Man denke sich die Kurbel Fig. 215 um 90° gedreht, die Krafttrichtungen beibehalten. Dann denke man sich die Kurbel in der Ebene MN eingespannt und betrachte die Kräfte am linken Wellenstück (Fig. 216).

Es ist nur die Auflagerreaktion $A_{2 \max}$ vorhanden, welche den Kurbelzapfen mit dem Moment $A_{2 \max} \cdot 35$ auf Biegung und mit dem Moment $A_{2 \max} \cdot R$ auf Torsion (vgl. auch die perspektivische Skizze rechts) beansprucht.

$A_{2 \max}$ ist daher zuerst zu bestimmen. Der Maximalwert wird erreicht, wenn P von unten nach oben wirkt, weil dann das Moment der Kolbenkraft und des Schwungradgewichtes im gleichen Sinne (rechtsdrehend) wirken.

$$A_{2 \max} = \frac{5900 \cdot 30 + 1350 \cdot 24,5}{35 + 30} = 3190 \text{ kg.}$$

Das biegende Moment von $A_{2 \max}$ in bezug auf die Schnittebene MN (Fig. 215) ist: $M_b = 3190 \cdot 35 = 111600 \text{ kgcm}$;
das drehende Moment in demselben Schnitt: $M_d = 3190 \cdot 20 = 63800 \text{ kgcm}$;

$$M_{bi} = 0,35 \cdot M_b + 0,65 \cdot \sqrt{M_b^2 + M_d^2};$$

indem man $\sqrt{1000^2}$ vor die Wurzel nimmt, wird

$$M_{bi} = 0,35 \cdot 111600 + 650 \cdot \sqrt{124400 + 40700} = 123000 \text{ kgcm.}$$

Die Konstruktion von M_{bi} kann auch graphisch nach Art. 136 S. 75 erfolgen.

Aus $123000 = \pi/32 \cdot d^3 \cdot k_b$ folgt d , wenn $k_b = 450 \div 500$ gewählt wird, da die Annahmen schon ziemlich ungünstig sind,

$$\text{mit } k_b = 450, d = 14 \text{ cm, mit } k_b = 500, d = 13,5 \text{ cm.}$$

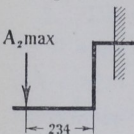
Es möge 13,5 cm gewählt werden.

Die Zapfenlänge ergibt sich (mit einem Flächendruck $q_{3m} = 16,6$)

$$l = \frac{2930}{13,5 \cdot 16,6} = \sim 13 \text{ cm.}$$

9. Von den beiden Kurbelarmen wird der linke am stärksten beansprucht. Es werde zunächst die Beanspruchung in der Totlage betrachtet. Die Breite werde vorläufig $= 0,75 d = 100 \text{ mm}$ angenommen, die Höhe $= 1,25 d = 165 \text{ mm}$.

Fig. 217.



In der Totlage tritt nur Biegebeanspruchung mit b als Höhe auf (Fig. 217):

$$M_b = 3190 \cdot 23,4 = 74600 = \frac{b^2 \cdot h}{6} \sigma_b = \frac{10^2 \cdot 16,5}{6} \sigma_b;$$

$$\sigma_b = 271 \text{ kg/qcm.}$$

Es möge hier nicht an die zulässige Grenze gegangen werden, um der Welle die erforderliche Steifigkeit zu erhalten und weil die Mehrkosten etwas größerer Armstärke kaum ins Gewicht fallen. Gewählt wird eine Breite von 8,5 cm, d. i. das 0,63fache der neu gefundenen Zapfenstärke.

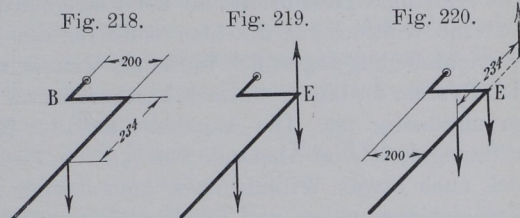
Bei nur zweifach gelagerten Wellen findet man die Armbreite oft noch größer, bis $0,8d$; bei mehrfach gelagerten Wellen mit Recht oft kleiner, nämlich $= 0,6d$ und weniger.

In der 90° -Stellung tritt wieder Beanspruchung auf Biegung und Torsion auf; jetzt aber mit h als Höhe (Fig. 218):

$$M_b = 3190 \cdot 20; \quad M_d = 3190 \cdot 23,4.$$

Die Wirkung dieser Momente im Punkte B wird noch deutlicher werden, wenn man sich in E zwei gleich große und entgegengesetzt gerichtete Kräfte $= 3190$ kg angebracht und sich die

eine mit der Auflagerreaktion zu einem Kräftepaar vereinigt denkt (Fig. 219). Das Kräftepaar darf man, sofern man den fraglichen Querschnitt nicht überschreitet, beliebig verschieben (Fig. 220). Es bleibt dann bei E eine Einzelkraft $= 3190$ kg übrig.



Es bleibt dann bei E eine Einzelkraft $= 3190$ kg übrig.

$$\frac{b \cdot h^2}{6} \cdot \sigma_b \cong 0,35 \cdot M_b + 0,65 \cdot \sqrt{M_b^2 + \left(\frac{3}{2} \cdot M_d\right)^2};$$

$$\frac{8,5 \cdot 16,5^2}{6} \cdot \sigma_b = 106\,000; \quad \sigma_b = 275 \text{ kg/qcm,}$$

weit unter der zulässigen Grenze! Eine Einschränkung von h ist wegen der erforderlichen Breite der Anlauffläche der Lagerschale nicht zu empfehlen.

10. Der linksseitige Wellenstumpf wird nur auf Biegung (nicht auf Torsion) beansprucht, dürfte also nach dem linken Auflager hin verjüngt werden, was jedoch meist nicht geschieht.

Der Zapfen am linken Wellenende dürfte als Stirnzapfen gerechnet werden, wird aber bei gekröpften Dampfmaschinenwellen meist ebenso stark gemacht wie die übrigen Zapfen, der gleichmäßigen Abnutzung wegen.

Im vorliegenden Falle erweist sich eine Absetzung von ca. 15 mm ringsum als vorteilhaft, um einen Anlauf für die Lagerschale zu gewinnen, so daß der Zapfendurchmesser auf 105 mm reduziert wird. Die Lagerlänge wird dafür von 120 auf 150 mm vergrößert (Fig. 221 S. 322). Die Welle erhält im übrigen die Stärke des Kurbelzapfens (Art. 8).

11. Das Wellenende am Schwungrad werde noch nachgerechnet. Das maximale Drehmoment ohne Berücksichtigung der meist entlastend wirkenden Beschleunigungskräfte des Kolbens usw. ist rund $= 5900 \cdot 20 = 118\,000$ kgcm.

Das biegende Moment durch das Gewicht des fliegend angeordneten Schwungrades möge mit einem Hebelarm von 15 cm gerechnet werden, dabei ist der Unterstützungspunkt um $\frac{1}{2}d$ vom Lagerrand entfernt angenommen (Fig. 215). Die ziemlich allgemein zu findende Annahme, daß der Unterstützungspunkt in der Mitte des Lagers liegt, ist zu ungünstig und würde zu dem Resultat führen, daß bei gleicher Lage des Randes lange Lager eine stärkere Biegungsbeanspruchung ergeben wie kurze, was durchaus nicht der Wirklichkeit entspricht. Die Annahme „Resultierende der Flächendrucke in der Lagermitte“ ist eine willkürliche, die man wohl für die Aufsuchung der Gleichgewichtsbedingungen der Welle als Ganzes machen darf, um dadurch das System zu einem statisch bestimmten zu machen, die aber sonst zu ungünstig ist. Die Annahme, daß die Resultierende der Unterstützungskräfte im Abstände von $\frac{1}{2}d$ vom Lagerrande liege, hat natürlich auch etwas Willkürliches, kommt aber sicher den tatsächlichen Verhältnissen näher und führt zu keinen solchen Widersprüchen.

$$M_b = 15 \cdot 1350 = 20250 \text{ kgcm};$$

$$M_{b_i} = 0,35 \cdot 20250 + 0,65 \cdot \sqrt{20250^2 + 118000^2} = 85100;$$

$$85100 = \pi/32 d^3 \sigma_b; \text{ hieraus } \sigma_b = 350 \text{ kg/qcm};$$

die Abmessungen sind also reichlich und lassen eine kleine Absetzung, die das Schwungrad auf der Welle nach links hin fixieren soll, zu.

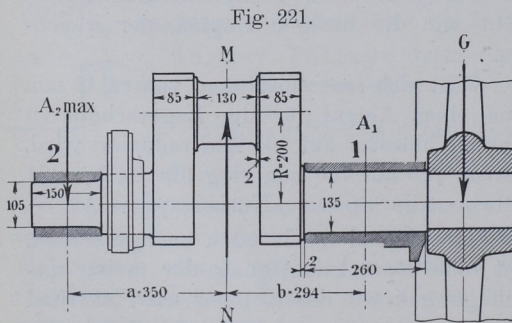
12. Die Länge des Hauptlagers mit 260 mm möge beibehalten werden. Die Fig. 221 zeigt die Welle mit den endgültigen Maßen.

Wenn an dem fliegenden Schwungrad noch eine Riemenscheibe angebracht ist oder das Schwungrad selbst als Riemenscheibe dient, ist es ratsam, auf den innen liegenden Exzenter zu verzichten und die Kurbel weiter nach links zu rücken, um dadurch das rechte

Lager zu entlasten. Den

Gesamtlagerabstand wird man auch bei Nachaußenlegung des Exzenters nicht viel einschränken dürfen, der sicheren Wellenlagerung wegen.

Anders liegen die Verhältnisse, wenn das Schwungrad nicht fliegend angeordnet ist,



sondern noch ein Außenlager vorhanden ist; dann rückt man die eigentlichen Maschinenlager so dicht wie möglich aneinander.

13. Nur zweifach gelagerte Wellen sind statisch bestimmt und lassen sich ohne Zuhilfenahme von Formänderungsrechnungen bestimmen (sofern man nicht die Unsicherheit der Lage der Resultierenden der Flächendrucke innerhalb des Lagers als eine Art statischer Unbestimmtheit auffassen will). Die Auflagerreaktionen lassen sich bei den statisch bestimmten Systemen mit Hilfe der Hebelgesetze oder graphisch mittels einfacher Momentenpläne ermitteln.

Etwas weniger einfach wie die vorstehende Aufgabe, aber ebenfalls ohne Zuhilfenahme von Formänderungsrechnungen zu lösen ist die Aufgabe der Berechnung einer nur zweifach gelagerten doppelt gekröpften Welle mit fliegendem Schwungrad. Solche Wellen ohne Lager zwischen den Kurbeln (welche um 180° versetzt sind) sind seit einiger Zeit für Verbundlokomobilen gebräuchlich geworden (Fig. 222).

Die Schwierigkeiten bestehen hier mehr in der Aufsuchung der für die einzelnen Querschnitte ungünstigsten Kurbelstellung (die bei Verbundmaschinen mit unveränderlicher Niederdruckzylinderfüllung noch durch die Rücksichtnahme auf den veränderlichen Receiverdruck erhöht werden) als in der Berechnung der Biegungs- und Torsionsmomente für eine gegebene oder angenommene Kurbelstellung selbst. Diese Berechnung wird nach Lösung der voraufgegangenen Übungsaufgabe bei einiger Überlegung leicht durchführbar sein. Die Formel auf S. 314 für Zweikurbelverbundmaschinen setzt ein Zwischenlager voraus. Man muß also, wenn das Zwischenlager fortfällt, bei der vorläufigen Annahme des Durchmessers schon einen Zuschlag zu dem Rechnungsergebnis der Formel machen, der bei einem Kurbelversatz von 90° ziemlich groß sein muß, bei einem Kurbelversatz von 180° dagegen nur gering zu sein braucht, weil die Kräfte der gegenläufigen Kolben sich zum großen Teil aufheben.

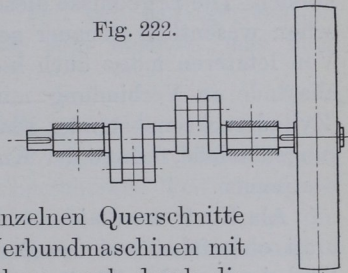
Vgl. auch die interessante graphische Berechnung einer gekröpften Lokomotivachse in „Konstrukteur“ von Reuleaux 4. Aufl. S. 430 bis 437.

Mehrfach gelagerte (statisch unbestimmte) Kurbelwellen.

14. Die exakte Berechnung von mehr wie zweimal gelagerten Wellen¹⁾ ist, besonders wenn sie noch mehrere Kröpfungen haben,

¹⁾ Vgl. Enslin, Mehrmals gelagerte Kurbelwellen, Stuttgart 1902.

Fig. 222.



schwierig und umständlich, ja wenn man noch die Nachgiebigkeit der Stützen, d. h. die Formänderungen des Gestells mit berücksichtigen will, kaum durchführbar. Schwer zu übersehen ist auch, welche Winkelstellung der Welle jeweils für die verschiedenen Querschnitte die ungünstigste ist und die höchsten Beanspruchungen ergibt.

Die Berechnung solcher Wellen kann im allgemeinen nur in einer Nachrechnung gegebener oder vorläufig berechneter Dimensionen bestehen.

Im Nachfolgenden ist ein Weg angedeutet, auf welchem man zu vorläufigen Abmessungen gelangt, die als Grundlage für die Nachrechnung und Ermittlung der auftretenden Spannungen dienen können. Die Ergebnisse dieser vorläufigen Maßbestimmungen werden schon wesentlich genauer sein wie die der Faustformeln auf S. 314. Von letzteren möge auch hier ausgegangen werden, um die Lagerabstände in Verbindung mit den anderen maßgebenden Faktoren (Zylinderachsenabstände, Placierung der Steuerung und der Steuerungsantriebe, Länge der Kurbellager und Wellenlager) ungefähr zu bestimmen.

Als Kraft werde immer die größte (statisch gerechnete) Kolbenkraft eingeführt und das Drehmoment durch Multiplikation mit dem Kurbelradius R gefunden, obwohl die Kraft durch Expansion schon abgenommen haben wird, wenn der Kurbelradius als Hebelarm voll zur Wirkung kommt. Bei mehreren Triebwerken ist jedoch eine Überlegung anzustellen, ob die Beanspruchung eines Wellenteils nicht größer ist, wenn die Kräfte in einem Nachbartriebwerk kleiner sind. Die größte Kolbenkraft werde im Folgenden mit P bezeichnet.

15. Einfach gekröppte dreifach gelagerte Welle.

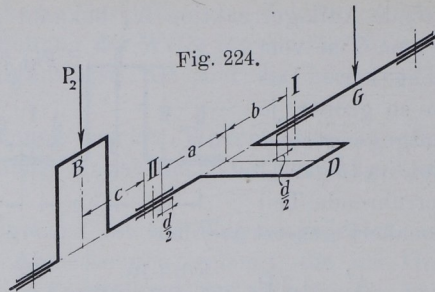
a) Momente im Schwungradsitz:

1. Biegemoment durch Schwungradgewicht und Riemenzug. Beide werden zusammengesetzt zu einem resultierenden Moment M_1 für einen frei aufliegend gedachten Träger von der Länge l (Fig. 223) gerechnet.
2. Biegemoment herrührend von P und A_2 , auf die fragliche Stelle von nicht sehr erheblichem Einfluß, mag angenähert gesetzt werden $M_2 = \frac{P}{2} b$, in der Ebene der Resultierenden der beiden vorgenannten Kräfte wirkend anzunehmen:

$$M_b = M_1 + M_2.$$

3. Verdrehendes Moment $M_d = P R$.

auch die Kurbelzapfen gleich den Wellenzapfen auszuführen, so daß es genügt, die voraussichtlich am stärksten beanspruchten Zapfen



zu rechnen. Unter dieser Voraussetzung gilt das Verfahren auch noch für mehr wie zwei Kurbeln (Fig. 224):

- a) Momente im Schwungradsitz wie oben zu rechnen; nur ist als drehendes Moment das größte aus dem zusammengesetzten Drehkraftdiagramm sich ergebende Drehmoment einzuführen.
- b) Moment im Lager I: Biegendes Moment roh zu schätzen $0,7 P b$, verdrehendes wie unter a.
- c) Kurbelzapfen D (der Kraftableitungsstelle am nächsten liegend) zu rechnen wie unter 15 c, jedoch mit folgenden Zuschlägen:
 - α) zu dem biegenden Moment: geschätzter Biegungseinfluß der Nachbarkurbel B auf die Kurbel D, Zuschlag $\frac{1}{4} P_2 c$;
 - β) zu dem von der Auflagerreaktion herrührenden Drehmoment ein Zuschlag von 0,7 der höchsten Drehkraft aller links von der fraglichen Kurbel liegenden Kurbeln (Verzeichnung des aus den Drehkraftdiagrammen der links liegenden Triebwerke zusammengesetzten partiellen Drehkraftdiagramms).

Anhang VI.

Über die Geschwindigkeit in den Ventilen und über die Kolbengeschwindigkeit von Luftwasserpumpen.

Geschwindigkeit in den Ventilen.

1. In der Literatur finden sich über die zulässige Geschwindigkeit in den Ventilen ziemlich verschiedene Angaben, besonders sind in den Lehrbüchern über Schiffsmaschinen ganz ungewöhnlich hohe