Anhang I.

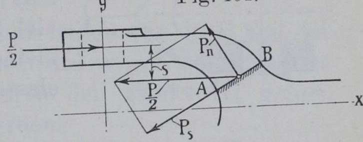
Über die Berechnung von Pleuelstangengabeln.

1. In Bachs Maschinenelementen befindet sich die Berechnung einer Stangengabel, welche in alle Lehr- und Taschenbücher, die den Gegenstand behandeln, übergegangen und meist unrichtig verallgemeinert ist.

Die in der Richtung der Zapfenachse unversteifte Gabel.

Es liegt der Rechnung folgende nicht besonders ausgesprochene Voraussetzung zugrunde: An dem Stangenauge (Fig. 191) wirkt etwa in der Mitte des Auges angreifend eine zur Stange parallele Kraft $^1/_2$ P. Die Verbindung der beiden Gabelarme durch den Zapfen ist wirkungslos, so daß außer der Kraft $^1/_2$ P am Auge keine weiteren Kräfte und Momente wirken (unversteifte Gabel).

Fig. 191.



Um hier sowohl wie auch bei Untersuchung der versteiften Gabel über die gemachten Voraussetzungen und Vernachlässigungen im klaren zu bleiben, möge für das abgetrennte Stück von den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen ausgegangen werden: Für das Gleichgewicht des durch den Schnitt AB abgeschnittenen Stückes folgt, wenn man die Richtung von $^1/_2$ P als X-Achse annimmt, mit den Gleichgewichtsbedingangen $\Sigma X = 0$; $\Sigma Y = 0$; $\Sigma M = 0$ aus $\Sigma X = 0$, daß die Summe aller Komponenten der Querschnittskräfte parallel zur X-Achse $= -\, ^1/_2$ P sein muß.

Die zweite Bedingung $\Sigma Y = 0$ lehrt (da äußere Kräfte in der Richtung von Y der Voraussetzung gemäß nicht wirken), daß die außer der erwähnten Kraft $-\, ^1/_2$ P auftretenden Querschnittskräfte nur noch Kräftepaare bilden können.

Die dritte Gleichgewichtsbedingung $\Sigma M = 0$ ergibt:

$$\text{Biegungsmoment } M_b + {}^1/_2 P \cdot s = 0; \quad M_b = -\,{}^1/_2 P \cdot s.$$

Die Gegenkraft $-\,{}^1/_2\,P$ greift im Schwerpunkt des Querschnittes AB an. Nachdem man ${}^1/_2\,P$ zerlegt hat in eine Normalkraft P_n und eine Schubkraft P_s, ergibt sich eine Druck- (oder Zug-) Beanspruchung: $\sigma_d = \frac{P_n}{F}$ und eine Biegungsbeanspruchung: $\sigma_b = {}^1/_2\,P\,s\,\frac{1}{W}$, worin F und W der Querschnitt und das Widerstandsmoment im Schnitt AB sind:

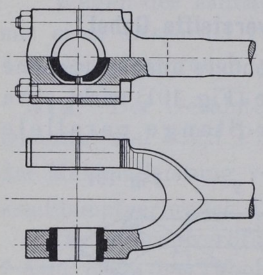
$$\sigma = \sigma_d + \sigma_b;$$

die Schubbeanspruchung läßt man außer acht.

Diese in der Literatur übliche Berechnungsweise ist richtig, wenn tatsächlich senkrecht zu ${}^1/_2\,P$ keine Kräfte am Auge wirken.

2. Der Fall liegt vor, wenn die Augen „Lageraugen“ sind, d. h. wenn sich betriebsmäßig in denselben ein Zapfen dreht; bei einer Stangengabel von nebenstehender Konstruktion, wie sie bei Schiffsmaschinen und neuerdings auch bei Großgasmaschinen (Führer 41, 40) vorkommt, ist die Rechnungsweise durchaus am Platze. Die Schale kann in axialer Richtung auf den Zapfen gleiten (Fig. 192, vgl. auch Führer S. 857, 874) und selbst wenn dieses Gleiten durch Zapfenbunde verhindert ist, tritt nach kurzer Zeit durch Abnutzung so viel Spiel ein, daß ein Ausweichen um den kleinen in Frage kommenden Betrag der elastischen Formänderung möglich ist.

Fig. 192.



Die in der Richtung der Zapfenachse versteifte Gabel.

3. Die Rechnungsweise ist jedoch als fehlerhaft zu bezeichnen, wenn die beiden Gabelzinken mit dem Zapfen derart fest verbunden sind, daß ein seitliches Ausweichen nicht möglich ist. Die Gabelaugen sind in diesen Fällen Spannaugen, welche den Zapfen mit Montagespannung umfassen. Die Spannungsverbindung kann durch Keile oder durch Konus und Schraube oder durch Klemmung des geschlitzten Auges mittels Schraube erreicht werden. (Notwendigkeit beiderseitigen Anzuges beim Konus für diese Rechnungsart vgl. Art. *6.*)[1])

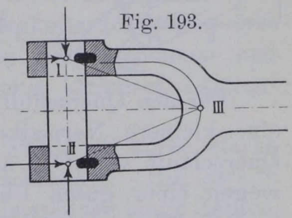
Durch die starre Verbindung beider Augen durch den Zapfen wird das System ein mehrfach statisch unbestimmtes. Es mögen

[1]) Die Artikelnummern der Anhänge sind auch bei den Hinweisen im Gegensatz zu den Artikelnummern des Haupttextes geneigt gedruckt.

daher zunächst vereinfachende Annahmen gemacht werden, welche das System zu einem statisch bestimmten machen und damit eine einfache Rechnung gestatten.

Es soll die zwischen Zapfen und Auge bestehende Biegungssteifigkeit, welche, wie wohl einleuchtet, das System noch weiter versteift, außer acht gelassen werden. Zu dem Zwecke denke man sich in I und II (Fig. 193) Gelenke angebracht.

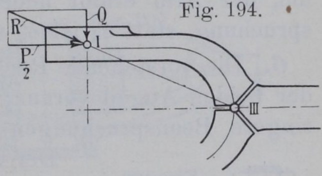
Fig. 193.



Entgegen dem vorigen Fall soll jedoch berücksichtigt werden, daß durch die feste Verbindung der Punkte I und II durch den Zapfen der Abstand der Punkte I bis II unveränderlich ist.

Um das System statisch bestimmt zu machen, ist jetzt noch die Annahme eines dritten Gelenkpunktes bei III, den man schätzungsweise auf dem Schnittpunkt der Schwerpunktlinien der beiden Gabelarme mit Stangenmittellinie annehmen wolle, erforderlich.

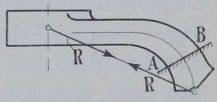
Fig. 194.



4. Man betrachte nun den einen Gabelarm zwischen den Gelenkpunkten I und III als Ganzes (Fig. 194); dann muß die Resultierende von $^1/_2$ P und der im Zapfen wirkenden Zugkraft Q, da Momente wegen der Annahme von Gelenken nicht vorhanden sind, durch den Punkt III gehen. Danach kann graphisch R bestimmt werden.

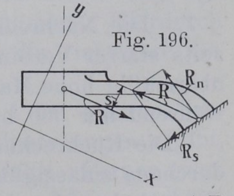
5. Jetzt betrachtet man den zu berechnenden Querschnitt AB (Fig. 195) und denkt sich das links liegende Stück bei AB senkrecht zur Schwerpunktlinie abgeschnitten.

Fig. 195.



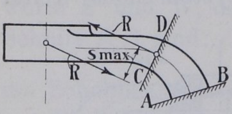
Indem man ein rechtwinkliges Achsenkreuz mit X || R annimmt (Fig. 196), ergeben sich aus den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen in der Ebene ganz gleichartige Verhältnisse wie im ersten Falle. Es tritt die Normalkraft R_n auf und erzeugt die Spannung $\sigma_d = \frac{R_n}{F}$; ferner das Moment $R \cdot s$, die Biegungsbeanspruchung $\sigma_b = \frac{R \cdot s}{W}$ erzeugend.

Fig. 196.



Es hat jedoch keinen Zweck, die Rechnung im Querschnitt AB durchzuführen. Es interessiert vielmehr vor allem der Querschnitt, für welchen das Biegungsmoment oder Abstand s ein Maximum wird. Um diesen Querschnitt zu finden, zieht man (Fig. 197) eine Tangente an die Schwerpunktlinie parallel zu R und legt durch den Berührungspunkt einen zur Tangente senkrechten Querschnitt C D, welcher nun senkrecht zu R stehen wird, so daß $R_n = R$ wird.

Fig. 197.



Man hat dann für diesen Querschnitt:

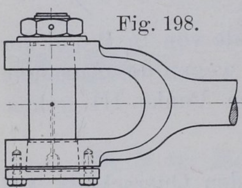
$$\sigma_d = \frac{R}{F} \text{ und } \sigma_b = \frac{R \cdot s_{max}}{W}.$$

Für den Querschnitt A B würde sich ein kleineres Moment und eine kleinere Normalkraft ergeben haben. Man wird indes den Querschnitt von C D aus nach der Stange zu verstärken, einmal wegen einer guten Übergangsform zur Stange, dann aber auch, weil in III ja tatsächlich kein Gelenk vorhanden ist und daher in Wirklichkeit noch Einspannungsmomente auftreten.

Für die entgegengesetzte Stangenkraft kehren sich auch R und Q um, der Arm erhält neben der Biegungsbeanspruchung Zugbeanspruchung, statt σ_d ist σ_z zu setzen.

6. Die vorstehende Rechnungsweise setzt eine starre Verbindung der beiden Augen voraus; mit dieser ergibt sie dann erheblich geringere Beanspruchungen wie die schulmäßige vorausgegangene.

Fig. 198.



Der vielfach gebräuchliche beiderseitig konisch eingesetzte Zapfen nur mit Mutter am kleinen Konus genügt dieser Bedingung nur für die Zugrichtung der Stange, nicht für die Druckrichtung. Um auch für die Druckrichtung eine starre Verbindung der Augen zu haben, muß der große Konus eine Druckscheibe (Fig. 198) erhalten, wie sie jetzt bei mittleren und schweren Triebwerken allgemein üblich ist. Bei der Verbindung mit Klemmauge (Führer Fig. 716, 756, 757) ist eine Sicherung gegen Ausweichen (etwa durch Anschneiden des Bolzens durch die Klemmschrauben) vorzusehen; vgl. auch Art. 100.

7. Die Nachrechnung mehrerer ausgeführter Gabeln mit beiderseits starrer Verbindung der Augen ergibt nach der ersten Methode übermäßig hohe Materialspannungen (z. B. in einem Falle 900 kg/qcm, während nur 300 bei der wechselnden Belastung zulässig sind).

Die Rückrechnung nach der zweiten Methode führt dagegen zu durchaus zulässigen Spannungen und zeigt, daß die Praxis nicht mit der schulmäßigen Methode rechnet, sondern wahrscheinlich eine ähnliche Rechnungsweise benutzt wie die zuletzt angeführte.

8. Die allgemeine Anwendung der ersten Berechnungsmethode ergibt nicht nur übermäßige Dimensionen, sondern führt auch zu unzweckmäßiger konstruktiver Formgebung der Gabel. Das wird sich am deutlichsten an einem Beispiel zeigen:

Wie bei der Berechnung der Gabelzapfen (Art. 95) näher auseinandergesetzt ist, ist das Längenverhältnis dieser Zapfen innerhalb sehr weiter Grenzen frei wählbar, weil Festigkeitsrücksichten erst bei einem sehr großen Längenverhältnis in Frage kommen und meist Formgebungsrücksichten die Anordnung kleinerer Längenverhältnisse erfordern.

Die erste Rechnungsweise (Art. *1* und *2*) würde auf kurze, starke Zapfen hinweisen, um die Größe s zu beschränken. Die zweite Rechnungsweise verlangt aber gerade unter Umständen lange Zapfen.

In untenstehender Fig. 199 ist ein verhältnismäßig langer Zapfen vorausgesetzt, die Lagerschale erhält äußere Bunde und lädt

Fig. 199.

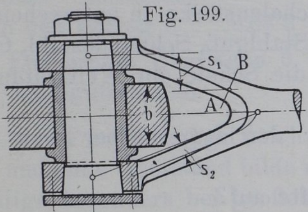
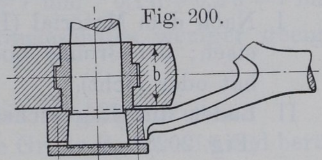


Fig. 200.



über der Kreuzkopfbreite b ziemlich weit aus, so daß die innere Begrenzung der Gabel geradlinig an der Kante des Kreuzkopfes vorbeigeführt werden kann.

Diese Formgebung ist offenbar bei Rechnungsweise 1 sehr ungünstig, indem das Maß s (hier als s_1 in den oberen Arm eingetragen) sehr groß wird; dagegen ist sie, wie die Eintragung von s_2 in dem unteren Arm zeigt, für die zweite Rechnungsweise sehr günstig.

Würde man nun mit Rücksicht auf die Rechnungsweise 1 einen kurzen, dicken Zapfen ohne weite Ausladung der Lagerschalen anwenden, wie er in der Fig. 200 dargestellt ist, so müßte man den Gabelarm zur Umgehung der Kreuzkopfkante krümmen. Hierdurch würde man gerade für Rechnungsart 2, welche die richtigere ist, ungünstige Verhältnisse schaffen.

Man erkennt also, daß die Rechnungsweise 1 bei starrer Verbindung der Augen nicht nur unnötig große Abmessungen ergibt, sondern auch auf unvorteilhafte Konstruktionen führt. Ferner zeigt sich auch hier, daß die Bindung an ein bestimmtes Längenverhältnis für den Gabelzapfen die Konstruktion verschlechtern würde.