Festigkeitsberechnungen des Rades.

179. Die Zugbeanspruchung des frei gedachten Ringes ist

$$\sigma_z = \frac{\gamma}{g} v^2,$$

wenn alle Größen auf m bezogen werden, also die Geschwindigkeit v des Schwerpunktkreises in Metern, das spezifische Gewicht in Kilogramm pro Kubikmeter, die Spannung in Kilogramm pro Quadratmeter. Mit den üblichen Maßeinheiten (γ in Kilogramm pro Liter, σ in Kilogramm pro Quadratzentimeter) ist

$$\sigma_z = 0{,}1 \frac{\gamma}{g} v^2. \tag{19}$$

Im vorliegenden Falle wird mit $v_s = 17{,}7$

$$\sigma_z = 0{,}1 \frac{7{,}25}{9{,}81} 17{,}7^2 = 23{,}15 \text{ kg/qcm}.$$

Das spezifische Gewicht des Gußeisens ist entgegen Art. 173 hier wieder mit seinem vollen Wert eingesetzt, weil eingeschlossene Blasen den Zugquerschnitt mindestens in gleichem Maße schwächen, wie sie das Gewicht vermindern.

Für die weitere Rechnung ist jedoch diese Unterscheidung des spezifischen Gewichtes unbequem. Bei Berechnung der Gesamtkräfte aus den Spannungen müßte man reduzierte Querschnittsflächen wegen der Durchsetzung mit Blasen einführen; auch entspricht eine solche Rechnungsweise nicht dem Brauch bei anderen Maschinenteilen. Man berücksichtigt ja allgemein derartige in ihrer Größe nicht vorauszusehende Schwächungen des Querschnitts schon durch die Einführung entsprechend niedrigerer zulässiger Spannungen für den voll gerechneten Querschnitt.

Es möge daher hier wie bei der Berechnung des Volumens aus dem erforderlichen Gewicht (Art. 176) mit einem spezifischen Gewicht des Gußeisens von 7,0 gerechnet werden und die größere Gefahr der Blasenbildung in den massigen Gußstücken durch Einführung niedrigerer zulässiger Materialbeanspruchungen berücksichtigt werden. Die unter diesen Annahmen berechnete, durch die Fliehkraft am frei gedachten Ringe hervorgebrachte Zugspannung möge mit σ_0 bezeichnet werden.

$$\sigma_0 = 0{,}1 \frac{7{,}0}{9{,}81} 17{,}7^2 = 22{,}35 \text{ kg/qcm}.$$

Es ist zu beachten, daß die Formel 19 den Raddurchmesser nicht enthält, sondern außer dem spezifischen Gewicht nur noch die Geschwindigkeit. Daher ergibt sich für die Zugbeanspruchung im frei gedachten Radkranz folgende einfache Tabelle mit einem spezifischen Gewicht von 7,0 für Gußeisen:

v =	10	12	15	18	20	22	25	30	35[1]	40	m/sec.
σ =	7,14	10,28	16,06	23,12	28,54	34,54	44,60	64,22	87,41	114,17	kg/qcm.

Zu der Zugbeanspruchung treten Biegungsbeanspruchungen durch die radiale Zugkraft der Arme; denn der Ring dehnt sich infolge der Tangentialspannungen, der Umfang wird größer und damit auch der Durchmesser. Dieser Vergrößerung des Durchmessers widersetzen sich die Arme mit ihrer Zugfestigkeit.

Näheres über Festigkeitsberechnung von Schwungrädern vgl. u. a.

Grashof, Theorie der Elastizität und Festigkeit S. 278÷282,
Tolle, Die Regelung der Kraftmaschinen 3. Kap.,
Demuth, Ztschr. d. V. d. Ing. 1893 S. 1077,
Goebel, „ „ „ „ „ 1898 S. 352,
„ „ „ „ „ „ 1899 S. 237,
Bredt „ „ „ „ „ 1901 S. 267,
Köchy, Über Schwungradexplosionen, Verhandlungen des Vereins für Gewerbefleiß 1886 S. 25÷80.

Hier sollen nur roh die Hauptmaße bestimmt werden, welche dann wieder die Grundlage einer Nachrechnung der Spannungen mit den genaueren Methoden bilden können.

Kranzverbindungen.

180. (Verschiedene Verbindungen vgl. Führer 40, 56÷58, ferner die Figuren daselbst S. 830 bis 832.)

Die Kranzverbindung hat die Kräfte aufzunehmen, welche bei ungeteiltem Kranz das volle Material zu übertragen hat, d. h. im vorliegenden Falle dem Querschnitte von 425,4 qcm und der Zugspannung von 22,35 kg/qcm entsprechend $425{,}4 \cdot 22{,}35 = \sim 9500$ kg.[2] Diese Kraft hat jede Schnittstelle aufzunehmen.

[1] Bei Gas- und Ölmaschinen sind Radgeschwindigkeiten von 35 m keine Seltenheit.

[2] Meist wird die Zugkraft an der Teilungsstelle (weniger zweckmäßig) ohne Bezugnahme auf die Ringspannungen so gerechnet, daß man die Fliehkraft des halben Kranzes, angreifend in dem Schwerpunkt der Halbkreislinie, mit dem Radius S (Abstand vom Mittelpunkt = 0,637 S) auf die beiden Teilungsquerschnitte verteilt.

Mit einem Kranzgewicht von 2432,5 kg, also einem Gewicht des halben Kranzes von 1216,25 kg, einem Abstande des Schwerpunktes von der Drehachse von $0{,}637 \cdot 1{,}3 = 0{,}8281$ m, einer Geschwindigkeit des Schwerpunktes von 11,27 m wird die Fliehkraft des Halbringes senkrecht zu den Teilflächen gleich rund 19 000 kg. Auf jeden der Schnitte entfällt die Hälfte dieser Kraft, also 9500 kg (wie oben).

Unbequem wird die Rechnungsweise, wenn das Rad mehrfach geteilt ist dann muß man die Schnittkräfte jedes Abschnittes zunächst paarweise zu einer

Der Schwerpunkt aller Verbindungsquerschnitte muß mit dem Schwerpunkt des Kranzprofils zusammenfallen, damit Biegungsbeanspruchungen möglichst vermieden werden. Die Erfüllung dieser Bedingung ist bei reinen Massenschwungrädern (besonders bei Verwendung des Keilankers als Verbindungsmittel) leichter möglich wie bei Treibschwungrädern. Wenn dieser Forderung nicht voll entsprochen werden kann, so müssen die Verbindungsquerschnitte erheblich verstärkt werden.

Keinesfalls dürfen die Stoßflächen an der Teilungsstelle so angeordnet sein, daß die Verbindungsteile die Biegungskräfte noch vergrößern (vgl. über eine infolge einer solchen fehlerhaften Konstruktion eingetretene Schwungradexplosion Ztschr. d. V. d. Ing. 1900 S. 605).

181. Bei erheblichen Abweichungen des Schwerpunktes der Verbindungsquerschnitte von dem des Kranzquerschnittes ist es zu empfehlen, von der Teilung des Rades zwischen den Armen abzusehen und das Rad auf einem Armpaar zu teilen oder aber bei Teilung zwischen zwei Armen die Verbindungsstelle durch eine anspannbare Verankerung mit der Nabe zu verbinden (Notbehelf bei vorhandenen Rädern, welche durch Vernachlässigung der obigen Regel und schwache Bemessung der Verbindungsteile gefährdet erscheinen). Die Verankerung nach der Nabe, welche anspannbar sein muß, braucht dabei nicht erheblich stärker zu sein, als zur Aufhebung des durch die exzentrische Lage der Kranzverbindung geschaffenen Momentes erforderlich ist. Solche Hilfsverbindungen sollten, um die statische Unbestimmtheit zurücktreten zu lassen, bei ausreichender Festigkeit möglichst elastisch sein, d. h. über die ganze Länge gleich beansprucht werden, also als Körper gleicher Festigkeit ausgeführt sein.

182. Um die Zugkraft von 9500 kg durch eine Keilankerverbindung nach Fig. 70 aufzunehmen, ist bei Verwendung von Schmiedeeisen (Flußeisen) für den Anker und Zulassung einer Zugbeanspruchung von 600 kg/qcm[1]) ein Querschnitt von $^{9500}/_{600} = 15{,}83$ qcm ausreichend,

---

radialen Resultierenden zusammensetzen und diese dann den Fliehkräften des Abschnittes gleichsetzen. Es ist daher in allen Fällen die obenangegebene Rechnungsweise vorzuziehen.

[1]) Die Zugbeanspruchung ist eine gleichsinnige und ruhende, weshalb nach den üblichen Grundsätzen für die Wahl der Beanspruchungen mit k_z noch höher gegangen werden dürfte. Angesichts der Möglichkeit einer Überschreitung der Radgeschwindigkeit durch Unvollkommenheiten in der Regulierung oder Versagen derselben und der schweren Folgen von Schwungradexplosionen möge jedoch bei einfacher Verbindung der Wert 600 nicht überschritten werden.

wenn der Schwerpunkt aller Verbindungsquerschnitte mit dem Schwerpunkt des vollen Kranzprofils zusammenfällt.

Läßt man bei Schrauben (Fig. 74) wegen unvermeidlicher Nebenbeanspruchungen nur 450 kg[1]) zu, so ist ein Querschnitt von 23,75 qcm erforderlich, der durch zwei Schrauben von $1^3/_4''$ mit einem Kernquerschnitt von $2 \cdot 11{,}3$ qcm genau genug erreicht wird.

183. Empfehlenswert ist es jedoch, die Verbindungsquerschnitte reichlicher zu bemessen, solange die Unterbringung größerer Querschnitte keine Schwierigkeiten bietet. Das trifft bei zentraler Anordnung etwa zu bis zu Radgeschwindigkeiten von 25 m. Bei 25 m ist die Zugbeanspruchung des Kranzes $\sigma_0 = 44{,}6$ kg/qcm (Art. 179).

Wenn der Baustoff der Verbindungsglieder eine Zugfestigkeit von 600 kg/qcm zuläßt, dürfte der kleinste Zugquerschnitt der Verbindungsglieder $= {}^{44,6}/_{600} \sim 0{,}0743$ des Kranzquerschnittes sein. Setzt man beim Keilanker (Fig. 70) das Verhältnis des vollen Querschnittes zu dem durch das Keilloch geschwächten $= {}^{1}/_{0,6}$, so muß der volle Querschnitt des Keilankers $= {}^{0,0743}/_{0,6} = 0{,}124$, das ist rund $^1/_8$ des Kranzquerschnittes, sein.

Für eine zentrale Schraubenverbindung ergibt sich mit einer zulässigen Zugbeanspruchung im Kern von 450 kg/qcm für 25 m Radgeschwindigkeit ein kleinster Querschnitt von ${}^{44,6}/_{450} = 0{,}099$. Wenn man bei Verwendung von feinem Kraftgewinde (vgl. Art. 74) das Verhältnis des Kernquerschnittes zum Bolzenquerschnitt im Mittel $= 0{,}8$ annimmt, ergibt sich auch hier ein Verhältnis des Bolzenquerschnittes zum Kranzquerschnitt von ${}^{0,099}/_{0,8} = 0{,}124$ = rund $^1/_8$. Bei Verwendung von Whitworthgewinde werden die Bolzen etwas stärker anzunehmen sein.

184. Mit der einfachen Regel: voller Verbindungsquerschnitt in der Teilfläche $= {}^1/_8$ des Kranzquerschnittes, wird man also für alle Räder bis zu 25 m Geschwindigkeit die Verbindung vorläufig disponieren können, um zunächst zu prüfen, ob es möglich ist, den

---

[1]) Die Einführung dieser Zugbeanspruchung setzt jedoch schon eine Bearbeitung der Schraube und der Auflageflächen voraus, welche eine axiale Kraftwirkung gewährleistet: Gewinde schneiden auf der Drehbank, Bearbeitung der Mutterauflagefläche in einer Aufspanung mit dem Muttergewinde auf der Drehbank; Fräsen der Auflageflächen am Radkörper nach einem Verfahren, durch welches mit Sicherheit Parallelismus der Auflageflächen erreicht wird (vgl. auch Führer 38, 9).

Schwerpunkt der Verbindungsquerschnitte mit dem des Kranzquerschnittes[1]) zusammenzubringen.

Eine Nachrechnung der auftretenden Beanspruchungen sollte auch dann stattfinden, wenn dies gelingt und daher bei Geschwindigkeiten unter 25 m anzunehmen ist, daß die Beanspruchungen unter denjenigen Werten bleiben, deren Zugrundelegung auf das Querschnittsverhältnis $^1/_8$ führte. Unbedingt erforderlich ist eine solche Nachrechnung, wenn es nicht gelingt, die beiden Schwerpunkte zusammenzubringen (Art. 192÷195).

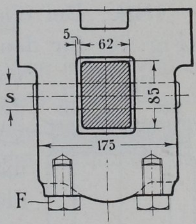
185. Die gleichartige Bemessung der Verbindungskonstruktion für alle Räder gleichen Kranzquerschnittes bis zu 25 m Geschwindigkeit ohne Rücksicht auf die Geschwindigkeit gestattet einmal eine Normalisierung und gewährt dann für Räder mit geringeren Geschwindigkeiten, ohne daß die Kosten der Verbindung übermäßig groß werden, eine größere Sicherheit bei etwaiger erheblicher Überschreitung der Geschwindigkeit infolge Durchgehens der Maschine.

Die Verbindungen von Rädern über 25 m Geschwindigkeit mögen einzeln gerechnet werden (vgl. Art. 191).

186. Es möge zunächst als Sonderbeispiel eine durch den Schwerpunkt des Kranzquerschnittes gehende Keilankerverbindung für ein reines Massenschwungrad mit dem Querschnitt Fig. 68 auf S. 97 im einzelnen berechnet werden, jedoch nicht für eine Geschwindigkeit von 17,7 m, sondern von 25 m.

Die Rechnung ist ganz ähnlich wie die der Verbindung von Kolbenstange und Kreuzkopf bei zylindrischem Einsatz nach Art. 93. Die geringeren Beanspruchungen waren dort durch die wechselnde Belastung bedingt.

Fig. 70.



Die Keilanker (Fig. 70) bleiben außen meist roh oder werden doch nur oberflächlich bearbeitet, ebenso bleiben die Ankerlöcher im Radkörper roh. Daher ist auch die rechteckige Querschnittsform, welche andernfalls größere Bearbeitungskosten verursachen würde wie die runde, der runden hier vorzuziehen wegen der besseren Einfügung in den annähernd rechteckigen Querschnitt des Kranzes selbst. Wegen der rohen Flächen muß zwischen Keilanker und Ankerlochwandung ein

[1]) Als Kranzquerschnitt ist hierbei der Querschnitt des Kranzes außerhalb der Verbindung einzuführen, nicht etwa der durch Löcher, Augen usw. für die Verbindung veränderte Querschnitt.

Spielraum bleiben, welcher unvermeidlich die Traglänge des Keils etwas vergrößert.

Um bei rohem Keilanker eine zufällige Verschiebung der beiden Stoßflächen gegeneinander zu verhindern, wendet man zweckmäßig eine oder zwei Fugenschrauben F an F (Fig. 70 und Führer 40, 56).

Es ist selbstverständlich, daß auch bei äußerlich roh bleibenden Keilankern alle Kraftauflagestellen und die Keile selbst sorgfältig zu bearbeiten sind.

187. Wenn man zuläßt, daß der Auflagedruck des Keils im Keilanker das 1,5fache der Zugbeanspruchung in dem schwächsten Querschnitt ist, ergibt sich das Verhältnis des schwächsten Zugquerschnittes f_z zum Gesamtquerschnitt f des prismatischen Zugankers, wenn nach f_a die Auflagefläche des Keils im Keilanker ist

$$f_a\,1{,}5\,k_z = f_z\,k_z;\quad f_a + f_z = f;\quad f_a = f - f_z;\quad (f - f_z)\,1{,}5 = f_z;\quad 1{,}5\,f = 2{,}5\,f_z;$$
$$f_z = 0{,}6\,f.$$

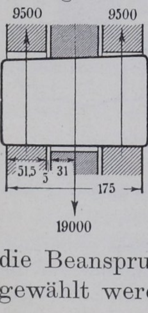
Bei einer Radgeschwindigkeit von 25 m ist die Zugkraft in dem unterbrochenen Kranzquerschnitt von 425,4 qcm $Z = 44{,}6 \cdot 425{,}4 = \sim 19\,000$. Mit $k_z = 600$ wird $f_z \cdot 600 = 19\,000$; $f_z = 31{,}7$ qcm; $f = {}^{31,7}/_{0,6} = 52{,}8$ qcm.

Wählt man die Seitenmaße dieses Querschnittes = 85 und 62 mm, so wird die Keilstärke $s = 85\,\frac{52{,}8 - 31{,}7}{52{,}8} = 34$ mm.

Der Flächendruck wird damit, wie zur Kontrolle festgestellt werden mag, $= \frac{19\,000}{3{,}4 \cdot 6{,}2} = 900$ kg/qcm, d. h. wie angenommen $= 1{,}5 \cdot 600$.

188. Bei einem Spielraum von 5 mm rings um den Anker bleibt (Fig. 70) für den Keil eine Auflagelänge im gußeisernen Radkörper von $175 - 62 - 2 \cdot 5 = 103$, womit sich ein Flächendruck des Stahlkeils auf Gußeisen von ${}^{19\,000}/_{10,3} \cdot 3{,}4 =$ rund 550 kg/qcm ergibt, der noch zur Not zugelassen werden mag (sonst ist entweder durch Anguß von Nocken die Auflagelänge zu vergrößern oder durch Wahl anderer Seitenmaße für den Keilanker, z. B. 96 und 56 mm, mit welchen die Keilbreite = 38,5 mm wird, die Auflagefläche zu vergrößern).

Fig. 71.



Wenn für den Keil guter Flußstahl gewählt wird, darf die Beanspruchung $= {}^4/_3$, die des Flußeisens $= {}^4/_3 \cdot 600 = 800$ kg/qcm gewählt werden. Mit Rücksicht darauf, daß die Annahme konzentrierter Belastung zu ungünstig ist, möge $k_b = 900$ eingeführt werden. Das Biegungsmoment ist nach Fig. 71

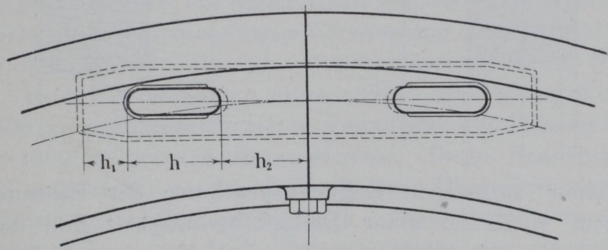
$$M_b = 9500\,(3{,}1 + 0{,}5 + {}^1/_2 \cdot 5{,}15) = \sim 58\,700 \text{ kgcm};$$

aus $58\,700 = \frac{b\,h^2}{6} \cdot 900 = \frac{3{,}4\,h^2}{6}\,900$ folgt $h = 10{,}7$ cm $= 107$ mm.

Es mögen halbkreisförmige Abrundungen eingeführt werden und die Höhe auf 115 mm durch Schätzung vergrößert werden.

189. Für die Höhen h_1 und h_2 Fig. 72 sind bekanntlich einfache Rechnungen auf Schub nicht anwendbar oder doch nur unter Einführung ganz kleiner Schubbeanspruchungen zulässig.

Fig. 72.



Setzt man nach Bach h_1 bei abgerundeten Keilauflageflächen $= 0{,}5$ der errechneten Keilhöhe $= 0{,}5 \cdot 107 = \sim 54$ mm, so wird man h_2, um gleiche Festigkeit zu erzielen wie im Anker, in Erwägung, daß die Schubfestigkeit des Gußeisens etwa $= 0{,}4$ des Flußeisens ist, setzen können

$$0{,}4 \cdot 2 \cdot 10{,}3 \cdot h_2 = 2 \cdot 6{,}2 \cdot 5{,}4; \quad h_2 = 8{,}1 \text{ cm}.$$

Da jedoch beim Antreiben der Keile durch Schläge leicht starke Überanstrengungen auftreten und da solche stoßweisen Überanstrengungen für Gußeisen besonders gefährlich sind, möge hier weitergehende Vorsicht geübt werden und h_2 gleich dem 1,5fachen des errechneten Wertes gemacht werden

$$h_2 = 1{,}5 \cdot 8{,}1 \text{ cm} = \sim 120 \text{ mm}.$$

Alle Spannungen und Flächendrucke werden bei der Radgeschwindigkeit der Aufgabe von 17,7 m sich zu den bei einer Radgeschwindigkeit von 25 m hier zugrunde gelegten verhalten wie $17{,}7^2$ zu 25^2, wie 313,3 zu 625, rund wie 1 zu 2, also nur halb so groß sein wie die zugelassenen.

190. In Fig. 74 ist noch eine Verbindung mit Schrauben für ein reines Massenschwungrad dargestellt, dessen Kranzquerschnitt (Fig. 73) einerseits zur gedeckten Unterbringung der Schrauben und dann um den Schwerpunkt der Verbindungsquerschnitte mit dem Kranzquerschnitt zur Deckung zu bringen, dieser Verbindungsart angepaßt ist.

Fig. 73.

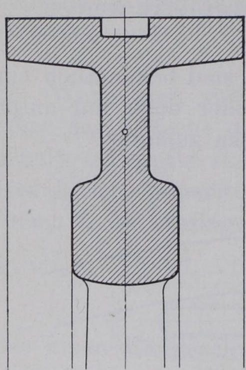
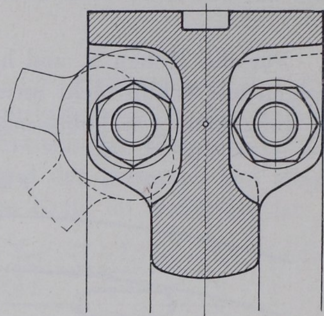


Fig. 74.



Mit einer zulässigen Zugbeanspruchung der Schrauben von 450 kg/qcm wird bei einer Radgeschwindigkeit von 25 m ein Kernquerschnitt von $^{19\,000}/_{450} = 42{,}3 = 2 \cdot 21{,}15$ qcm erforderlich, der durch zwei Schrauben von $2^1/_2''$ mit je 24,1 qcm Kernquerschnitt bei Anwendung von Whitworthgewinde reichlich gewonnen wird. Mit feinem Kraftgewinde (Art. 74 und 110) würden zwei Schrauben von $2^1/_4''$ mit $2 \cdot 21{,}7$ qcm Querschnitt genügen.

191. Mit der gewählten Querschnittsform ist es noch gelungen, den Schwerpunkt des Kranzes mit dem der Verbindungsteile zur Deckung zu bringen. Wenn das mit den bisher besprochenen Verbindungsmitteln nicht möglich ist, muß man bei schnell laufenden Rädern Schrumpfverbindungen zu Hilfe nehmen, welche eine vorteilhaftere Placierung gestatten, aber der Schraubenverbindung nicht gleichwertig zu erachten sind. Sie werden dann in der Regel gemeinsam mit einer Schraubenverbindung oder Keilankerverbindung angewandt.

Wenn möglich, sollte wegen der ungleichen Vorspannung der geschrumpften und angezogenen Verbindungsteile wenigstens bei schnell laufenden Rädern der Schwerpunkt der Glieder jeder der beiden Verbindungsarten für sich mit dem Schwerpunkt des Kranzquerschnittes zusammenfallen.

Es ist üblich, wenn Schrumpfverbindungen neben anderen Verbindungen angewandt werden, jede Verbindung für sich so zu berechnen, daß sie zur Not allein die auftretenden Kräfte aufzunehmen im stande ist. Natürlich geht man mit der Spannung der einzeln gerechneten Verbindungsteile über die obenangegebenen Werte hinaus.

Bei Schwungrädern von Verbrennungsmotoren mit 30 bis 38 m Geschwindigkeit macht die Unterbringung ausreichender Verbindungsquerschnitte Schwierigkeiten. Man verwendet für die Verbindungsglieder dann ganz besonders zuverlässiges Material, sorgt für durchaus zentrale Belastung der Zugquerschnitte und geht mit der zulässigen Beanspruchung weit hinauf.

Indem man die Annahme macht, daß die Querschnitte jeder Verbindungsart für sich die ganze Kraft aufzunehmen haben, belastet man die Schrumpfverbindung unter Verwendung eines besonders zähen Materials mit 750 ÷ 800 kg pro Quadratzentimeter, die Schrauben im Kern, unter Verwendung eines zähen und festen Stahls von 5000 ÷ 5500 kg/qcm Zugfestigkeit und mindestens 20 Prozent Dehnung, mit 900 ÷ 1000 kg pro Quadratzentimeter. Diese Beanspruchungen erscheinen angesichts der Möglichkeit einer Überschreitung der Geschwindigkeit unverhältnismäßig hoch. Doch liegt ja in der unzutreffenden Annahme, daß jeder Querschnitt für sich die ganze Kraft aufzunehmen habe, eine weitergehende Sicherheit.

192. Bei Seil- und Riemenschwungrädern macht es meist einige Schwierigkeiten, Schraubenverbindungen so unterzubringen und die Querschnittsform des Kranzes so zu wählen, daß der Schwerpunkt des Kranzquerschnittes und der Schwerpunkt der Verbindungsquerschnitte zusammenfallen. Fig. 75 zeigt für die vorliegende Aufgabe die Querschnittsform des Kranzes eines Seilschwungrades mit sechs Rillen für Seile von 50 mm Durchmesser (gemäß Art. 178) mit einer Querschnittsfläche von 425,4 qcm (gemäß Art. 176).

Fig. 75.

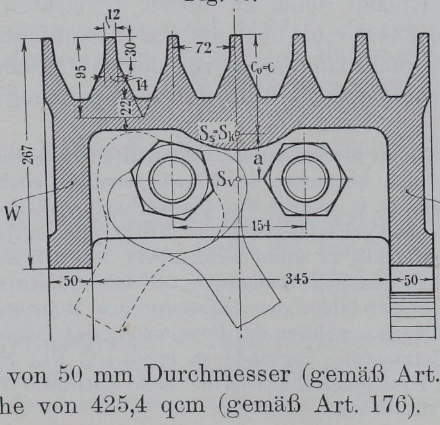
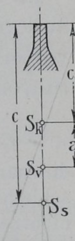


Fig. 76.



Obwohl weit nach innen reichende Seitenwände W angeordnet sind und die Schrauben so weit nach außen gerückt sind, als es der in der Figur angegebene notwendige Schraubenschlüsselausschlag irgend gestattet, ist es nicht gelungen, den Schwerpunkt S_k des Kranzquerschnittes mit dem Schwerpunkt S_v der Verbindungsquerschnitte zur Deckung zu bringen. Der Abstand a beider Schwerpunkte bildet den Hebelarm eines Momentes mit der tangentialen Kranzzugkraft als Momentenkraft. Dieses Moment ruft in der Stoßfuge Biegungsbeanspruchungen hervor, die sich bei freier, d. h. nicht eingepaßter Durchführung der Schraubenbolzen durch die Löcher als erhöhte Zugbeanspruchungen in den Schrauben äußern werden.

193. Die Mehrbeanspruchung der Schrauben durch dies Moment läßt sich unter gewissen Voraussetzungen und Forderungen wie folgt bestimmen:

Wenn J das Trägheitsmoment der Stoßfläche ist, a der Abstand des Schwerpunktes des Kranzquerschnittes von dem der Verbindungsquerschnitte, c der Abstand des Schwerpunktes der Stoßfläche[1]) von der äußersten Faser, F_s der Querschnitt der Stoßfläche, F_k derjenige des Kranzes ist, so ist bei der Forderung, daß die Verbindungsschrauben eine solche zusätzliche Druckspannung in der Stoßfläche erzeugen sollen, daß beim Auftreten der Biegungsmomente die Fuge außen eben nicht klafft:

$$P\,a = \sigma_b \frac{J}{c}; \quad \sigma_b = P \frac{a\,c}{J}; \quad P = \sigma_0\, F_k;$$

$$\sigma_b = \sigma_0 \frac{F_k}{J}\, a\, c.$$

194. Kommt jetzt zu dieser gedachten Zugspannung in der äußersten Faser eine über die ganze Stoßfugenfläche F_s gleichmäßig verteilte Druckspannung σ_d von der zusätzlichen Schraubenkraft herrührend von solcher Größe, daß die Spannung in der äußersten Faser

[1]) Man muß hierbei unterscheiden Kranzquerschnittsfläche und Stoßfläche, die nur bei den Annahmen der Fig. 75 identisch sind. Man hat, wenn sie verschieden sind (z. B. wenn Teile des Verbindungsflansches aufliegen oder wenn nichtzentrische Verbindungsteile durch die Querschnittsfläche des Kranzes gehen), drei Schwerpunkte zu unterscheiden (Fig. 76): den Schwerpunkt S_k des Kranzquerschnittes, den Schwerpunkt S_v der Querschnitte der Verbindungsteile (der Abstand a beider bildet den Hebelarm des Momentes) und den Schwerpunkt S_s der Stoßfläche, welcher der Bestimmung des Trägheitsmomentes für die vorliegende Betrachtung zugrunde zu legen ist. Fig. 76 setzt voraus, daß Stoßfläche und Kranzquerschnittsfläche nicht identisch sind. In der Fig. 75 fallen S_k und S_s zusammen.

eben $=0$ wird entsprechend der Forderung, daß die Fuge gerade eben noch nicht klafft, so muß sein $\sigma_d = \sigma_b$ und

$$\sigma_d = \sigma_0 \frac{F_k}{J} a\, c.$$

Die zusätzliche Schraubenkraft ist $P_z = \sigma_d F_s$;

$$P_z = \sigma_0 F_k \frac{F_s}{J} a\, c.$$

Im vorliegenden Falle ist, wie eine besondere hier nicht ausgeführte Rechnung für den in Fig. 75 dargestellten Querschnitt ergibt, das Trägheitsmoment in bezug auf eine durch den Schwerpunkt der Stoßfläche gehende horizontale Achse $J = 19\,621{,}4\ \mathrm{cm}^4$; $F_k = 425{,}4\ \mathrm{cm}^2$; $a = 5{,}1$ cm; $c = 11{,}4$ cm; damit wird

$$\sigma_d = \sigma_0 \frac{425{,}4}{19621{,}4} \cdot 5{,}1 \cdot 11{,}4 = 1{,}26\, \sigma_0.$$

Die zusätzliche Schraubenkraft ist also

$$P_z = 1{,}26\, \sigma_0 F_s,$$

die gesamte von den Schrauben aufzunehmende Zugkraft

$$Q = 1{,}26\, \sigma_0 F_s + \sigma_0 F_k \text{ oder, da hier } F_k = F_s \text{ ist:}$$

$$Q = \sigma_0 (1{,}26 + 1) F_k = 2{,}26\, \sigma_0 F_k,$$

also über doppelt so groß wie bei zentraler Verbindung. Wenn zunächst die Verbindung für eine Radgeschwindigkeit von 25 m nachgerechnet wird, ergibt sich $Q = 2{,}26 \cdot 44{,}6 \cdot 425{,}4 = 42\,890$ kg. Auf zwei Schrauben von $2^1/_4''$ mit feinem Kraftgewinde und $2 \cdot 21{,}7$ qcm Querschnitt verteilt ergibt sich eine Zugbeanspruchung von $\sigma_z = 988$ kg/qcm, ganz unzulässig.

Für die Radgeschwindigkeit der Aufgabe von 17,7 m wird mit $\sigma_0 = 22{,}35$, $Q = 21\,490$ und $\sigma_z = 495$, nicht mehr recht zulässig. Das Rad ist mit dieser Verbindung nur bis zu einer Radgeschwindigkeit von 16,9 m verwendbar, wenn $k_z = 450$ kg/qcm zugelassen wird.

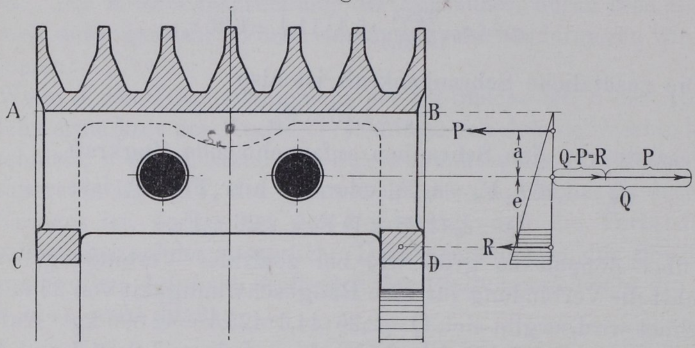
195. Es lassen sich jedoch die Bedingungen für die Verbindung noch etwas verbessern:

Zunächst haftet der Forderung, daß die Fuge außen nicht klaffen soll, eine gewisse Willkür an. Man dürfte ein Klaffen bis auf eine mäßige Grenze zulassen. Es müßte dann das Trägheitsmoment, die Lage des Schwerpunktes S_s und der Abstand c für den von innen bis zur angenommenen Klaffgrenze reichenden Querschnitt gerechnet werden, ähnlich wie das bei Stabilitätsberechnungen von gemauerten Schornsteinen mit klaffend angenommenen Fugen geschieht.

Dann aber belasten die in der Nähe des Stoßflächenschwerpunktes liegenden Flächen die Verbindungsteile unnötig, ohne an der Aufnahme der Biegungsmomente namhaften Anteil zu nehmen. Deshalb ist es zweckmäßig, die Flächen in der Mitte auszusparen und nur innen und außen aufliegen zu lassen, wie das in Fig. 77, in welcher die aufliegenden Stoßflächen als Ansichtsflächen leicht schraffiert sind, angegeben ist.

Wenn man jetzt noch zuläßt, daß die Fuge bis zur Innenbegrenzung AB (Fig. 77) der äußeren Auflagefläche klafft, so ergibt sich für die innere Auflagefläche das in Fig. 77 rechts dargestellte Spannungsbild: Die Resultierende R der Flächenkräfte der inneren

Fig. 77.



Auflage bildet dann mit der von den Biegungsmomenten in der Verbindung herrührenden zusätzlichen Schraubenkraft Q—P ein Kräftepaar mit dem Hebelarm e, welches dem aus der exzentrischen Lage der Schraubenverbindung herrührenden Moment das Gleichgewicht zu halten hat. Es ist

$$e\,R = P\,a; \quad \text{mit } e = 8{,}0 \quad a = 5{,}1 \text{ cm wird } R = \frac{5{,}1}{8{,}0} P = 0{,}64\,P.$$

Mit $P = 9500$ wird $R = \sim 6100$ kg und $Q = P + R = 15600$.

Hieraus ergibt sich für eine Radgeschwindigkeit von 17,7 m in zwei Schrauben mit $2 \cdot 21{,}7$ qcm Kernquerschnitt eine Zugspannung in dem Schraubenkern von 359 kg/qcm. Läßt man eine Zugspannung von 450 kg pro Quadratzentimeter unter Beibehaltung der Querschnitte zu, so ergibt sich die Geschwindigkeit, bis zu welcher das Rad mit der gewählten Verbindung verwendbar ist, aus

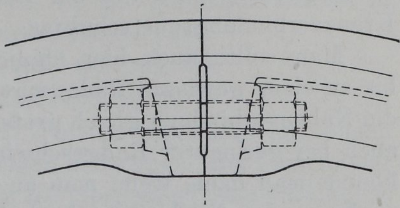
$$1{,}64\,P = 1{,}64\,\sigma_0\,425{,}4 = 2 \cdot 21{,}7 \cdot 450,$$

woraus $\sigma_0 = 27{,}96$ folgt. Setzt man diesen Wert in die Gleichung 19 S. 99 mit $\gamma = 7{,}0$ ein, so findet man $v = 19{,}79$ m.

196. Die innere Auflagefläche (Stützfläche) muß so bemessen sein, daß der Flächendruck an der inneren Kante das zulässige Maß (welches man 150 bis 200 kg/qcm setzen mag) nicht überschreitet.

Die Rechnung unter der Annahme der inneren Profilkante CD (Fig. 77) als Kippkante durchzuführen ist unzulässig oder doch nur für den vorläufigen Entwurf der Verbindung statthaft, weil die Annahme einen unendlich großen Flächendruck in der Kippkante voraussetzt.

Fig. 78.



Um den Hebelarm e zu vergrößern und damit R zu verkleinern, kann man mit der Stützfläche nach innen aus dem Profil des Kranzes herausgehen (Fig. 78).

197. Ob das in den Art. 193 bis 195 vorausgesetzte Klaffen oder Nichtklaffen der Fuge tatsächlich eintritt, hängt natürlich nicht von den bei der Entwicklung gemachten Annahmen ab, sondern davon, wie stark der Arbeiter die Schrauben anzieht, oder bei einer Keilankerverbindung, wie stark er die Keile antreibt. Die auf diese Weise in eine Verbindung gebrachten Vorspannungen werden ja aber niemals bei Berechnung der Verbindungsteile in Rechnung gestellt, weil beim Eintreten der Betriebskräfte die Vorspannungen sich vermindern und bei übermäßiger Vorspannung eine beim Hinzutreten der Betriebskräfte eintretende kleiner bleibende Formänderung der Verbindungsteile dieselben für die Zukunft dauernd so weit entlastet, daß eine nochmalige Überanstrengung nicht eintritt.

Im vorliegenden Falle sind bei den Annahmen über das Klaffen der Fuge die Vorspannungen so weit unberücksichtigt geblieben, als sie das für die Erfüllung dieser Annahmen erforderliche Maß überschreiten.

198. Die Verbindung der beiden Radhälften an der Nabe wird in der Regel so gerechnet, als ob sie die ganze Fliehkraft einer Radhälfte aufzunehmen habe, also die Kranzverbindungen wirkungslos seien. Die Annahme entspricht ebensowenig den Tatsachen wie die unten, in Art. 210 bis 222 ausführlicher besprochene, daß die Arme die ganze Fliehkraft der einzelnen Ringsegmente aufzunehmen haben. Läßt man die übliche Annahme gelten, so kommt man auf die gleichen Verbindungsquerschnitte wie am Kranz. Die an der Radhälfte wirkende

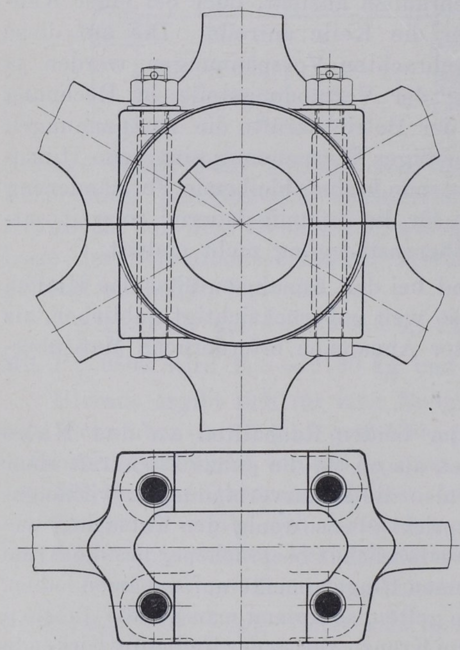
Kraft wird meist nach dem auf S. 100 Anm. 2 angegebenen Verfahren gerechnet, besser aber gleich $2\,\sigma_0\,F_k$ gesetzt; auf jeden Halbschnitt kommt dann die Hälfte davon.

Vielfach hält man auch mit Rücksicht darauf, daß die Annahme sehr ungünstig ist, für die Nabenverbindung einen schwächeren Verbindungsquerschnitt wie am Kranz für ausreichend, etwa 0,8 des Kranzverbindungsquerschnittes.

Man sollte auch hier ähnlich wie bei den Kranzverbindungen bis zu einer gewissen Radgeschwindigkeit, etwa wieder bis zu 25 m, die Nabenverbindung gleich großer Räder gleich stark ausführen, d. h. auch bei geringerer Radgeschwindigkeit mit 25 m rechnen. Damit kommt man dann, wenn man an der Rechnungsweise mit der Vollwirkung der Fliehkräfte festhält, mit einer gleichen Betrachtung wie im Art. 183 zu einer Verhältniszahl.

199. Obwohl die Rechnungsweise nach gewisser Richtung eine überreichliche Sicherheit gewährt, läßt sie doch die hauptsächlichen Kraftwirkungen ganz außer acht und liefert daher in manchen Fällen unzureichende Verbindungsquerschnitte. Die Verbindung wird vor allem durch Kräfte beansprucht, welche von den Keilen bei Übertragung der Drehmomente auf die Nabe ausgeübt werden, ferner durch die Anzugkräfte der Keile.

Fig. 79.



Bezüglich der verschiedenen Größen und wechselnden Richtung der bei Übertragung der Drehmomente an den Keilanlagen auftretenden Kräfte gilt fast das gleiche, was in Art. 203 bis 205 über die Biegungsbeanspruchung der Arme gesagt ist. Man hat auch hier zu unterscheiden Treibschwungräder und reine Massenschwungräder; letztere wieder danach, ob an der Arbeitsmaschine plötzlich auftretende starke Widerstände zu erwarten sind oder nicht.

200. Für Treibschwungräder bis zu 25 m Geschwindigkeit empfehle ich den Querschnitt f der Nabenschrauben im Kern (statt der unzutreffenden Berechnung auf Zug) nach einer Verhältniszahl und zu wählen für einen Halbschnitt (Fig. 79) zu setzen

$$f = (2 + D)\,0{,}02\,F_k, \qquad \textbf{(20)}$$

worin D der Durchmesser in Metern, F_k der Kranzquerschnitt in gleichen Maßeinheiten wie f (Quadratzentimeter) ist.

Für die vorliegende Aufgabe würde sich ergeben

$$f = (2 + 2{,}6) \cdot 0{,}02 \cdot 425{,}4 = 39{,}1 \text{ qcm}.$$

Zwei Schrauben von $2\,{}^1/_4''$ mit Whitworthgewinde mit einem Kernquerschnitt von $2 \cdot 18{,}87$ qcm genügen nicht ganz. Bei Anwendung von feinem Kraftgewinde verbleibt ein Kernquerschnitt von $2 \cdot 21{,}7$ qcm. Es ist bei der mit der vorstehenden Formel sich ergebenden Schraubenstärke für Treibschwungräder nicht gerade erforderlich, noch Schrumpfringe um die Nabe zu legen; doch sind sie auch hier häufig zu finden.

201. Die obige Formel ist auch für reine Massenschwungräder bis zu 25 m Geschwindigkeit verwendbar, wenn plötzlich an der Arbeitsmaschine auftretende Widerstände ausgeschlossen sind. Die Hinzufügung von Schrumpfringen ist hier jedoch zu empfehlen.

Wenn aber solche Widerstände zu erwarten sind, verstärke man die Schrauben nach Gutdünken und lege kräftige Schrumpfringe um die Nabe. Eine besonders kräftige Verbindung ist wegen der Kurzschlußgefahr beim Antrieb von Gleichstromgeneratoren sowohl für die Nabe des Schwungrades wie für die Nabe des Generatorankers erforderlich.

Die Nabenverbindung von Schwungrädern von mehr wie 25 m Kranzgeschwindigkeit mag man nach der üblichen, in Art. 198 angegebenen Regel berechnen und sie, wenn ungewöhnliche Inanspruchnahmen durch plötzliche an der Arbeitsmaschine auftretende Widerstände zu erwarten sind, so gut es geht nach Gutdünken noch verstärken.

202. Um die Verbindung des Rades mit der Welle schon an dieser Stelle im Entwurf fertigzustellen, möge das Ergebnis der Berechnung und Feststellung der Wellenstärke am Schwungradsitz hier vorweggenommen werden. Bei dem in Art. 227 gefundenen Wellendurchmesser von 288 mm im Schwungradsitz werde nach Führer 40, 16 ein Keil von $35 \cdot 65$ qmm Querschnitt gewählt. Die Nutenmittelebene werde gegen die Teilebene um 45^0 geneigt. Die Anwendung von Tangentialkeilen hat für Treibschwungräder keinen Zweck; für reine Schwungräder von größeren Abmessungen ist sie aus den im Führer 40, 21 ÷ 23 angegebenen Gründen zu empfehlen.

Berechnung der Arme.

203. Die Arme werden, wie bemerkt, durch die Fliehkraft auf Zug beansprucht. Zu dieser Zugbeanspruchung tritt eine Biegungsbeanspruchung durch die Drehkräfte. Wenn man von Rädern mit sehr hoher Kranzgeschwindigkeit absieht, überwiegt im allgemeinen die Biegungsbeanspruchung.

Man hat bezüglich der Übertragung der Drehkräfte auf den Kranz mehrere Fälle zu unterscheiden, deren Auseinanderhaltung für die Beurteilung der Beanspruchung der Arme notwendig ist:

1. Die Kraft wird am Umfange des Schwungrades abgeleitet:
   a) Riemenschwungräder und Seilschwungräder;
   b) Schwungraddynamos; der Dynamoanker ist gleichzeitig Schwungrad (bei Gleichstrom selten).
2. Die Kraft wird von der Welle abgeleitet durch eine besondere Riemen- oder Seilscheibe (bei kleinen Gas- und Ölmaschinen häufig) oder durch einen besonders aufgesetzten Dynamoanker (bei Gleichstrom das Übliche).

204. Im Falle 1 ist durch die Arme das durch die ganze Maximalkraft T_{max} (Fig. 64 S. 83) hervorgebrachte Moment auf das Schwungrad zu übertragen; im Falle 2 dagegen fließt der zur Überwindung der Gegendrehkräfte dienende Teil direkt durch die Welle weiter, so daß nur der maximale Überschuß oder Unterschuß T_1 und T_2 der Tangentialkraftmomente auf den Schwungradkranz zu übertragen ist.

Während aber im ersten Falle die Biegungsmomente (abgesehen von ganz kleinen Gegendrehkräften in der Nähe des Hubwechsels) gleichgerichtet sind, wechseln sie im zweiten Falle von einem größten positiven zu einem etwa ebenso großen negativen Wert. Die Abmessungen der Arme werden daher im zweiten Falle kaum kleiner sein dürfen wie im ersten.

205. Bei den reinen (d. h. nicht gleichzeitig als Treibrad wirkenden) Schwungrädern kommt jedoch noch ein Umstand hinzu, durch welchen sie oft ungünstiger dastehen wie Riemen- und Seilschwungräder. Die bisherigen Betrachtungen setzen eine gleichmäßige oder langsam mit der Außenbelastung sich verändernde Gegenkraft voraus. Wenn aber an der Arbeitsmaschine plötzlich große Widerstände auftreten, so werden die Arme durch dieselben außerordentlich stark auf Biegung beansprucht (z. B. bei Walzenzugmaschinen im normalen Betrieb, bei Dynamomaschinen, besonders Gleichstrommaschinen, durch Kurzschluß).

Von solchen an den Arbeitsmaschinen auftretenden plötzlichen Widerständen bleiben die Arme von Schwungrädern mit Kraftabnahme am Umfang (Fall 1) fast ganz unberührt, weil die Wuchtkräfte des Kranzes, ohne die Arme zu passieren, unmittelbar auf die Arbeitsmaschine übertragen werden, während beim Antrieb der Arbeitsmaschine durch die Kraftmaschinenwelle die Wuchtmomente des durch die Widerstände aufgehaltenen Schwungradkranzes durch die Arme nach der Welle geleitet werden müssen.

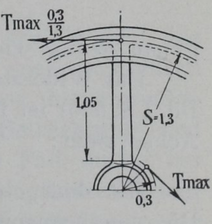
Wenn solche plötzlichen Widerstände zu erwarten sind, ist das Schwungrad bei Überwindung derselben eigentlich als Schwungrad der Arbeitsmaschine und nicht der Kraftmaschine anzusehen und nach besonderen Grundsätzen zu berechnen. Walzenzugmaschinen erhalten aus diesem Grunde meist schmiedeeiserne Arme.

206. Aber auch wenn solche plötzlich auftretenden Widerstände nicht zu erwarten sind, sollte man, um die Rückwirkungen kleiner unvorhergesehener plötzlicher Widerstände zu berücksichtigen, die Arme von reinen Schwungrädern reichlicher bemessen als die von Treibschwungrädern, was dadurch geschehen kann, daß man etwa das 2- bis 3fache der mittleren Tangentialkraft der Biegungsrechnung zugrunde legt. Bei dieser Rechnungsgrundlage wird man für die zulässige Biegungsbeanspruchung pro Quadratzentimeter dann aber etwa die gleichen Werte einführen dürfen wie bei Treibschwungrädern.

207. Da hier ein Seilschwungrad Anwendung finden soll, ist die größte Tangentialkraft T_{max} für die Biegungsbeanspruchung der Arme ohne Zuschlag maßgebend.

T_{max} wird gemessen $= 49{,}5$ mm. Es bedeutet 1 mm nach Art. 157 113,6 kg, also $49{,}5 \div 113{,}6 \cdot 49{,}5 = 5623$ kg, also pro Arm $^1/_6$ $5623 = 937$ kg. Läßt man das Einspannungsmoment am Kranz vorläufig außer acht und reduziert diese Kraft von dem Kurbelradius auf den Schwerpunktkreisradius S, so erhält man eine Umfangskraft an jedem Arm von $937 \cdot {}^{0,3}/_{1,3} = 216$ kg, welche nach Ausmaß (vgl. Fig. 80) an einem Hebelarm von 105 cm wirkt, und demgemäß ein Biegungsmoment von $105 \cdot 216 = 22680$ kgcm ausübt.

Fig. 80.



208. Für die Bemessung der Arme sind, wenn sie mit dem Kranz zusammengegossen werden, nicht allein Festigkeitsrücksichten maßgebend: der Anschlußquerschnitt des Armes darf in keinem zu großen Mißverhältnis zu dem Kranzquerschnitt stehen. Ferner ist es im Interesse einer Normalisierung wünschenswert, die Armsterne für Räder von gleichem Durchmesser und gleichem Querschnitte solange für verschiedene Geschwindigkeiten und Drehkräfte gleich stark auszuführen, als diese Größen reichliche Mittelwerte nicht überschreiten. Damit werden dann Räder für verhältnismäßig kleine Geschwindigkeiten und Drehkräfte niedrigere Beanspruchungen aufweisen wie gleich große Räder für höhere Geschwindigkeiten, Drehkräfte oder Drehkraftschwankungen.

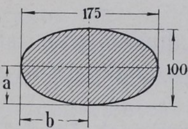
Um diesen Gründen Rechnung zu tragen, habe ich die nachstehende Faustformel für den kleinsten Armquerschnitt an der Anschlußstelle an den Kranz aufgestellt, welche sich an Mittelwerte einer größeren Zahl ausgeführter Schwungräder und Treibschwungräder anlehnt und auf Erwägungen allgemeiner Art stützt: Der Querschnitt f_a eines Armes an der schwächsten Stelle sei

$$f_a = 0{,}2\,\mathrm{cm}\,D + 0{,}6\,\frac{F_k}{m}. \qquad \textbf{(21)}$$

Hierin bedeutet D den Durchmesser des Schwerpunktkreises in Zentimetern, F_k den Kranzquerschnitt in Quadratzentimetern, m die Armzahl (vgl. auch Art. 216).

209. Im vorliegenden Falle wird, wenn man die Armzahl $m = 6$ wählt mit $D = 260$ cm und $F_k = 425{,}4$ qcm, der Armquerschnitt am Kranz $= 95$ qcm. Vergrößert man die linearen Querschnittsmaße der Arme nach der Nabe zu auf das 1,2fache, was bei geometrisch ähnlichen Querschnitten mit einer Querschnittsvergrößerung auf das 1,44fache gleichbedeutend ist, so kommt man auf einen Querschnitt des Armes an der Nabe von 136 qcm, der bei Wahl eines elliptischen Querschnittes durch die in Fig. 81 dargestellte Querschnittsfläche

Fig. 81.



$$f_n = \pi\, a\, b = \pi\, 8{,}75 \cdot 5 = 137 \text{ qcm}$$

genau genug wiedergegeben wird.

Das Widerstandsmoment dieses Querschnittes (vgl. u. a. Hütte 21 Bd. I S. 555) ist für Momente, deren Ebene senkrecht auf der kleinen Achse steht:

$$W = \pi/_4\, b^2\, a = \pi/_4\, 8{,}75^2 \cdot 5 = 300 \text{ cm}^3.$$

Mit dem oben gefundenen Biegungsmoment ergibt sich die Biegungsbeanspruchung an der Armwurzel aus

$$M = W\,\sigma_b; \quad 22\,680 = 300\,\sigma_b; \quad \sigma_b = 75{,}4 \text{ kg/qcm}.$$

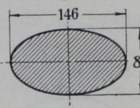
Hierzu kommt die in nachstehenden Artikeln berechnete Zugbeanspruchung.

An den Kranz mögen die Arme mit dem in Fig. 82 dargestellten Querschnitt mit sanften Rundungen angeschlossen sein, welcher die Querschnittsfläche der Faustformel (95 qcm) ungefähr wiedergibt mit

$$\pi\, 7{,}3 \cdot 4{,}15 = 95{,}24 \text{ qcm}.$$

210. Die Zugbeanspruchung der Arme wird häufig unter der (einen großen Sicherheitsgrad darstellenden) Annahme berechnet, daß die Arme allein die Fliehkraft der zugehörigen Kranzsegmente aufzunehmen haben und die Ringspannungen im Kranz bei der Tragung nicht mitwirken. Es wird unten gezeigt werden, daß bei den gebräuchlichen Querschnittsverhältnissen von Kranz und Armen die tangentialen Ringspannungen den Hauptteil der Fliehkräfte aufnehmen.

Fig. 82.



Hier mögen zunächst die Zugkräfte nach dem üblichen Verfahren gerechnet werden: Die Fliehkraft Z_k des ganzen Kranzes ist

$$\frac{G_1}{g}\,\frac{v_s^2}{S} = \frac{2432{,}5}{9{,}81}\,\frac{17{,}7^2}{1{,}3} = \text{rund } 60\,000 \text{ kg}.$$

Bei sechs Armen kommt auf jeden $^1/_6$ hiervon, also rund 10 000 kg. Die von der Kranzfliehkraft herrührende Zugspannung im kleinsten Querschnitt von 95 qcm (Fig. 82) wird damit $= 105{,}26$ kg/qcm.

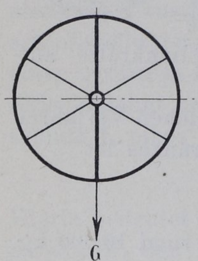
211. In dem am stärksten auf Biegung beanspruchten Armquerschnitt an der Armwurzel treten zu der Zugbeanspruchung durch die Fliehkräfte des Kranzes, welche in einem Querschnitt von 137 qcm bei 10 000 kg eine Zugspannung von 73 kg/qcm ergeben, noch die Zugspannungen durch die Fliehkraft der Arme selbst. Eine rohe Überschlagsrechnung ergibt das Gewicht des Armes = 80 kg, seinen Schwerpunktradius = 0,78 m, seine Fliehkraft = 1178 kg. Daraus folgt eine von der Eigenfliehkraft der Arme herrührende Zugbeanspruchung (im Querschnitt von 137 qcm) von 8,6 kg/qcm.

212. Schließlich werden die Arme noch durch das Gewicht des Schwungrades, und wenn dasselbe ein Treibrad ist, auch noch durch den Seilzug beansprucht. Es wird, da die hiervon herrührenden Beanspruchungen gering sind, eine ganz rohe Betrachtung und Spannungsberechnung genügen: Der ungünstigste Fall dürfte bei sechs Armen der sein, daß zwei Arme in die Hauptkraftrichtung fallen. Der eine dieser beiden Arme wird hierbei auf Druck, der andere auf Zug beansprucht. Die Druckspannung kann außer acht gelassen werden, weil sie nur die viel stärkeren anderweitigen Zugbeanspruchungen vermindert.

Wz. II/2, S. 224-

Die seitlichen Arme üben wegen der starken Neigung und wegen der Formänderungsmöglichkeit des Kranzes mit ihren Zugkräften und Druckkräften nur eine geringe Tragwirkung aus. Die Biegungsmomente in den seitlichen Armen und ihr Anteil an der Tragwirkung können deshalb nicht groß sein, weil die Druck- und Zugsteifigkeit der in die Hauptkraftrichtung fallenden Arme eine starke Deformation nicht zuläßt. Einen gewissen kleinen Anteil werden aber auch die seitlich von der Hauptkraftrichtung stehenden Arme an der Aufnahme der Kräfte haben. Es ist also die Annahme, daß nur zwei Arme an der Aufnahme der Kräfte beteiligt sind, ungünstiger als die Wirklichkeit.

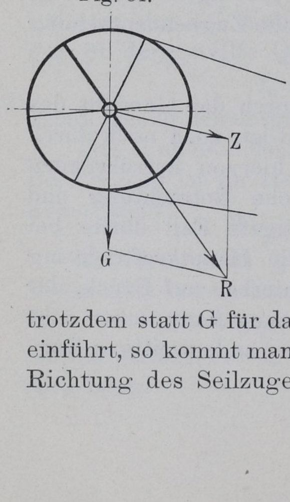
Fig. 83.



213. Wenn vom Seilzug abgesehen wird oder zunächst der Fall behandelt wird, daß das Schwungrad nur als Schwungrad und nicht gleichzeitig als Treibrad dient, so hat jeder der beiden tragenden Arme das halbe Gewicht des Kranzes und eines Teiles der Arme aufzunehmen. Der Kranz wiegt (nach Art. 175) 2432,5 kg, das ganze Rad 3405,5 kg; das von den Armen zu tragende Gewicht werde $=3000$ kg geschätzt, so daß auf jeden der beiden Arme eine Zug- oder Druckkraft von 1500 kg komme, welche in dem nach unten gerichteten Arm an der Wurzel in dem Querschnitt von 137 qcm eine Zugspannung von 10,9 kg erzeugt (Fig. 83).

214. Wenn noch der Seilzug hinzukommt, der für die vorliegende Rechnung gleich dem 4fachen der zu übertragenden Kraft (vgl. Art. 178 und 224) gesetzt werden möge, so wird man wieder sehr sicher gehen, wenn man die Resultierende aus Radgewicht G und Seilzug Z für die Berechnung der Armbeanspruchung zugrunde legt; denn die Seilkräfte beanspruchen fast nur die Arme des umspannten Bogens, und zwar auf Druck. Die Beanspruchung auf Druck kommt aber aus dem in Art. 212 angegebenen Grunde nicht in Betracht. Auf dem nicht umspannten Bogen können die Seilkräfte nur kleine sekundäre Zugspannungen durch Kranzdeformationen hervorbringen. Wenn man trotzdem statt G für das Seilschwungrad die Resultierende R (Fig. 84) einführt, so kommt man mit der in der Skizze angenommenen mittleren Richtung des Seilzuges auf eine Zugspannung von 16 kg/qcm.

Fig. 84.



215. Die an der Armwurzel auftretenden sich addierenden Zugspannungen sind also:

die von der Fliehkraft des Kranzes herrührende .	= 73 kg/qcm
die von der Fliehkraft des betreffenden Armes herrührende	= 8,6 „
die von dem Radgewicht und dem Seilzug herrührende	= 16,0 „
	97,6 kg/qcm
hierzu kommt die Biegungsbeanspruchung mit	75,4 „
so daß die Gesamtspannung	173,0 kg/qcm

beträgt.

Für einen bei einem auftretenden Bruch so gefährlich werdenden Maschinenteil, wie es ein Schwungrad ist, wird man mit der Beanspruchung nicht gerne über 150 kg/qcm gehen. Da jedoch die Annahmen über die Aufnahme der Fliehkräfte für die Armbeanspruchung viel zu ungünstig sind (wie noch gezeigt werden wird), auch das durch den ungelenkigen Anschluß der Arme an den Kranz bedingte äußere Einspannungsmoment außer acht gelassen wurde, kann man bei der vorstehenden Rechnungsweise unbedenklich bis zu 200 kg/qcm im ganzen gehen und damit die gewählten Abmessungen als passend beibehalten.

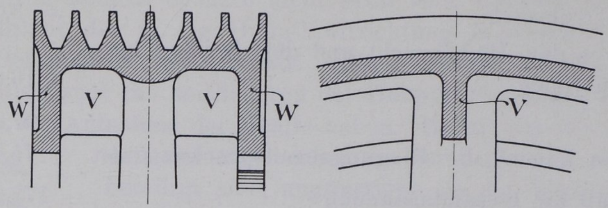
216. Das an den Kranz anschließende Ende der Arme wird in ähnlicher Weise beansprucht wie die Wurzel. Die Beanspruchung durch die Fliehkraft der Arme selbst kommt in Fortfall. Mit der gleich ungünstigen Annahme über die Aufnahme der Kranzfliehkräfte wie vorher wird bei dem vorläufig gewählten Querschnitt Fig. 82

die Zugbeanspruchung durch dieselben (nach Art. 210)	105,26 kg/qcm
die Zugbeanspruchung durch Radgewicht und Seilzug	23,00 kg/qcm
zusammen	128,26 kg/qcm

Die Biegungsmomente am äußeren Armende werden von der Biegungssteifigkeit des Kranzes und von der Steifigkeit des Anschlusses abhängen. Je elastischer der Anschluß ist, desto kleiner wird das Einspannungsmoment sein, desto geringer wird die Beanspruchung des äußeren Armendes auf Biegung sein, desto mehr werden sich aber die Bedingungen dem für die Beanspruchung der Armwurzel an der Nabe weniger vorteilhaften, in Art. 207 vorausgesetzten Zustand nähern.

Das hier gewählte Kranzprofil ist zwar wegen der Wangen W (Fig. 85) als Ganzes ziemlich steif, jedoch ist der Anschluß der Arme an die Wangen durch die Platten V, welche nachgeben werden,

Fig. 85.



einigermaßen elastisch. Die Biegungsbeanspruchung des äußeren Armendes wird daher wahrscheinlich geringer sein wie die des Armes an der Wurzel.

Wenn der Kranz und der Anschluß sehr steif sind, wie das bei reinen Massenschwungrädern der Fall ist, empfiehlt es sich, die Arme nach außen hin weniger stark zu verjüngen und den äußeren Querschnitt etwas stärker zu wählen.

Es sei daher für die erste Wahl des äußeren Armquerschnittes solcher Räder an Stelle der Formel 21 für Räder bis zu 25 m Geschwindigkeit empfohlen:

$$f_a = 0{,}2\,\text{cm}\,D + 0{,}8\,\frac{F_k}{m} \qquad \textbf{(22)}$$

bei einer Vergrößerung der linearen Maße nach der Nabe zu auf nur das 1,1 fache.

Vielfach erhalten die Arme statt des elliptischen Querschnittes einen gedrungenen I-Querschnitt, um bei mäßigem Querschnitt die Biegungsbeanspruchungen besser aufzunehmen.

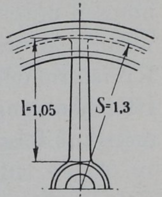
217. Um sich über den Anteil der tangentialen Ringspannungen an der Aufnahme der Fliehkräfte ein Bild zu machen, ohne eine vollständige Nachrechnung des Schwungrades als statisch unbestimmtes System durchzuführen, werde die nachfolgende Betrachtung angestellt:

Der freie Ring erfährt durch die Beanspruchung von 22,35 kg/qcm (Art. 179) bei einem zu 900 000 angenommenen Elastizitätsmodul des Gußeisens eine Längung pro Meter Umfang $= {}^{22,35}/_{900\,000}$ m oder ${}^{22,35}/_{900}$ mm $= 0{,}0248$ mm, d. h. bei $2{,}6 \cdot \pi$ m Umfang $0{,}0248\;2{,}6\;\pi = 0{,}202$ mm.

Der Radius vergrößert sich durch die elastische Erweiterung des frei gedachten Ringes um $0{,}0248 \cdot 1{,}3 = 0{,}0322$ mm.

Ein unendlich dünner Arm, welcher der freien Dehnung des Ringes keinen Widerstand entgegensetzt, würde (wenn man die Länge des Armes wegen der Starrheit der Nabe nach Fig. 86 $= 1{,}05$ m setzt) eine Streckung von ${}^{0{,}0322}/_{1{,}05} = 0{,}0307$ mm pro Meter erfahren und damit eine Zugbeanspruchung von nur $0{,}0307 \cdot 900 = 27{,}6$ kg pro Quadratzentimeter erhalten.

Fig. 86.



Das gleiche Resultat hätte man übrigens auch unmittelbar aus der Erwägung finden können, daß pro Längeneinheit die radiale Vergrößerung gleich der des Umfanges ist und daß die radiale Gesamtdehnung von der Armlänge l, welche kürzer ist wie der Radius, hergegeben werden muß. Demgemäß wird die Zugspannung unendlich dünner Arme sein

$$= 22{,}35\ S/l = 22{,}35 \cdot {}^{1{,}30}/_{1{,}05} = 27{,}6 \text{ kg/qcm.}$$

218. Denkt man sich jetzt den Querschnitt der Arme allmählich vergrößert, so werden die Spannungen pro Quadratzentimeter zunächst ziemlich unverändert bleiben, weil die kleinen Armquerschnitte den Ring an seinem Dehnungsbestreben nur wenig hindern, so daß die Spannungen aus der Dehnungsgleichung, welche den Querschnitt nicht enthält, näherungsweise berechnet werden dürfen. Je größer dann aber der Querschnitt des Armes angenommen wird, desto mehr hält der Arm den Ring davon ab, sich radial so zu dehnen, wie er es unter dem Einfluß der Fliehkräfte und der tangentialen Ringspannungen allein tun würde.

Die Dehnung der Arme ist also pro Meter Armlänge kleiner wie 0,0307 mm und damit sind auch die Spannungen kleiner wie 27,6 kg/qcm.

219. Man erkennt, daß die oben gemachte und der meist üblichen Rechnungsweise entsprechende Sicherheitsannahme, nach welcher die Ringspannungen bei der Berechnung der Arme auf Zug außer acht gelassen werden, sich sehr weit von der Wirklichkeit entfernt, indem sich oben eine Zugbeanspruchung von 73 kg/qcm ergab, während sie nach vorstehender Betrachtung kleiner wie 27,6 kg/qcm sein muß.

Führt man diesen letzteren Wert statt 73 kg/qcm ein, so kommt man bei der Summation der Spannungen in Art. 215 auf 127,6 kg/qcm. Hervorzuheben ist noch, daß die einfache Summation der von den Kranzfliehkräften herrührenden Spannungen zu den von den Armfliehkräften herrührenden nicht korrekt ist und rechnungsmäßig größere

Spannungen ergibt, als sie tatsächlich auftreten. Statt $27{,}6 + 8{,}6 = 36{,}2$ wird unter gleichzeitiger Berücksichtigung des in Art. 218 Gesagten schätzungsweise etwa zu setzen sein $0{,}9 \cdot 27{,}6 + 4 = \sim 29$ kg/qcm.

220. Die Berechnung der in den Armen auftretenden Zugspannungen unter Berücksichtigung der Ringspannungen bietet übrigens, wenn man die Fliehkraft der Arme selbst und die Veränderung der Kreisform des Ringes außer acht läßt, keine Schwierigkeiten. Durch Gleichsetzung der radialen Dehnung der Arme und des Kranzes wird man auf folgende Gleichung geführt:[1])

$$\sigma_a = \sigma_0 \frac{1}{\beta + 0{,}159 \cdot \alpha}, \text{ worin } \beta \equiv \frac{l}{S} \frac{E_1}{E_2} \text{ ist} \qquad (\mathbf{23})$$

und σ_a die Zugspannung in dem mittleren Armquerschnitt bedeutet, σ_0 die Spannung des frei gedachten Ringes (im vorliegenden Falle $= 22{,}35$ kg/qcm), l die (zur Berücksichtigung einer gewissen kleinen Nebenelastizität etwas reichlich abzugreifende) Armlänge (Fig. 86), S den Radius des Schwerpunktkreises des Kranzes, E_1 den Elastizitätsmodul des Kranzmaterials, E_2 den des Armmaterials, in der Regel $E_1 = E_2$, α das Verhältnis des mittleren Gesamtquerschnittes aller Arme zum Kranzquerschnitt.[2])

221. Im vorliegenden Falle ist der mittlere Armquerschnitt $= \frac{1}{2}(137 + 95) = 116$ qcm, der Querschnitt von sechs Armen somit $= 696$ qcm und das Verhältnis zu dem Kranzquerschnitt von 425,4 qcm $\alpha = 1{,}636$. Mit $\beta = 0{,}80$ wird $\sigma_a = 0{,}943\,\sigma_0$, d. h. im vorliegenden Falle, da σ_0 nach Art. 179 $= 22{,}35$ ist, $\sigma_a = 0{,}943 \cdot 22{,}35 = 21{,}08$ kg/qcm, während die Rechnung nach Art. 209 ergab 105,26 bzw. 73 kg/qcm, also für den mittleren Armquerschnitt 89,13 kg pro Quadratzentimeter.

Bei praktischen Ausführungen liegt α in der Regel zwischen 1,2 und 2,2, womit sich bei einem mittleren β von 0,8 ergibt

$$\sigma_a = (1{,}01 \text{ bis } 0{,}87)\,\sigma_0.$$

Im vorliegenden Falle ist die tatsächliche Zugspannung der Arme noch nicht $\frac{1}{4}$ derjenigen Spannung, welche sich bei Außerachtlassung der radialen Tragwirkung der tangentialen Ringspannungen ergibt.

---

[1]) Die Formel setzt voraus, daß das Rad im ruhenden Zustande spannungslos ist. Man kann durch Montagespannungen (welche bei Zusammensetzung des Rades aus mehreren Teilen erzeugt werden können) im Betriebe jede gewollte Spannungsverteilung erzielen. Die durch die Arme verursachten Biegungsbeanspruchungen des Kranzes fallen fort, wenn die Montagespannungen so gewählt werden, daß bei voller Tourenzahl $\sigma_a = 0$ wird.

[2]) Wenn die Arme nach außen zu verjüngt sind, ist der mittlere Armquerschnitt einzuführen, auf den auch die Spannung σ_a zu beziehen ist.

222. Obwohl hiernach die Annahme, daß die Arme allein die Fliehkräfte des Kranzes aufzunehmen haben, nicht einmal ganz roh die tatsächlichen Verhältnisse wiedergibt, wird doch meist mit dieser Annahme gerechnet und eine Zugbeanspruchung von 160 kg/qcm im kleinsten Armquerschnitt zugelassen. Die Biegungsbeanspruchungen, welche fast stets bedeutend größer sind wie die korrekt gerechneten Zugbeanspruchungen, werden dabei außer acht gelassen.

Die Rechnungsweise, welche hiernach kaum die gleiche Berechtigung hat wie die Einführung guter Verhältniszahlen, liefert für kleine und mittlere Radgeschwindigkeiten (etwa für $v < 20$ m) zu schwache Arme. Im vorliegenden Falle hätte sich mit $v = 17{,}7$ und einer Zugkraft von 10 000 kg pro Arm ein Querschnitt von ${}^{10000}/_{160} = 62{,}5$ qcm am Kranz, und bei der in Art. 209 empfohlenen Verstärkung nach der Nabe hin ein Querschnitt von 90 qcm an der Nabe ergeben, während 95 qcm und 137 als passend gefunden wurden.

Für schnell laufende Räder von Verbrennungsmotoren liefert das Rechnungsverfahren mit der angegebenen Zugbeanspruchung für die Vorwahl der Armquerschnitte ganz brauchbare Verhältnisse. Da die Formel 21 S. 116 und Formel 22 S. 120 nur bis etwa 25 m Geschwindigkeit für die Vorwahl der Armquerschnitte passende Werte liefern, mag von 25 m an aufwärts das übliche Rechnungsverfahren benutzt werden.

223. Nachdem alle Schwungradmaße feststehen, kann nun eine genauere Ausrechnung des Trägheitsmomentes und des Gewichtes aus den tatsächlichen Abmessungen stattfinden und nachgeprüft werden, wie weit die in den Art. 166 ÷ 169 gegebenen Anhaltspunkte über die Verteilung der Massen für den besonderen Fall zutreffen. Bei erheblichen Abweichungen wird man, wenn Wert auf die genaue Innehaltung des vorgeschriebenen oder gewählten Gleichförmigkeitsgrades zu legen ist, Korrekturen anbringen. Hier mag diese Nachrechnung unterbleiben und auch für die nachfolgende Berechnung der Kurbelwelle das mit einer Verhältniszahl zum Kranzgewicht in Beziehung gebrachte Gesamtgewicht des Schwungrades von 3405,5 kg (Art. 175) zugrunde gelegt werden.

Kurbelwelle.

224. Es kann nun, nachdem das Schwungradgewicht festliegt, anschließend an Art. 136 und 139 die Kurbelwelle weiter berechnet werden.